

**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

# **Bakalářská práce**

**BRNO 2013**

**MIROSLAV JAGELKA**



**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

---



# **Periody a pozorované světelné křivky magnetických chemicky pekuliárních hvězd**

Bakalářská práce

**Miroslav Jagelka**

Vedoucí práce: prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

Brno 2013

# Bibliografický záznam

<b>Autor:</b>	Miroslav Jagelka Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
<b>Název práce:</b>	Periody a pozorované světelné křivky magnetických chemicky pekuliárních hvězd
<b>Studijní program:</b>	Fyzika
<b>Studijní obor:</b>	Astrofyzika
<b>Vedoucí práce:</b>	prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
<b>Akademický rok:</b>	2012/13
<b>Počet stran:</b>	viii + 35
<b>Klíčová slova:</b>	chemicky pekuliární hvězdy; světelná křivka; chemická diferen- ciace; skvrny; magnetický rotátor

# Bibliografický záznam

- Autor:** Miroslav Jagelka  
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita  
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
- Názov práce:** Periódny a pozorované svetelné krivky magnetických chemicky pekuliárnych hviezd
- Študijný program:** Fyzika
- Študijný odbor:** Astrofyzika
- Vedúci práce:** prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
- Akademický rok:** 2012/13
- Počet strán:** viii + 35
- Kľúčové slová:** chemicky pekuliárne hviezdy; svetelná krivka; chemická diferenciácia; škvrny; magnetický rotátor

# Bibliographic Entry

**Author:** Miroslav Jagelka  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

**Title of Thesis:** The periods and the observed light curves of magnetic chemically peculiar stars

**Degree Programme:** Physics

**Field of Study:** Astrophysics

**Supervisor:** prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

**Academic Year:** 2012/13

**Number of Pages:** viii + 35

**Keywords:** chemically peculiar stars; light curve; chemical differentiation; spots; magnetic rotator

# Abstrakt

Tato bakalářská práce je zaměřena na výzkum světelných křivek magnetických chemicky pekuliárních hvězd. První dvě kapitoly tvoří teorie, ve které je stručně shrnuta historie výzkumu, klasifikace a fyzikální charakteristiky této skupiny proměnných hvězd spolu se základním popisem fotometrických systémů, světelných křivek a regresní analýzy. Ve třetí a čtvrté kapitole je jádro práce, kde se nachází podrobnější analýza šesti vybraných hvězd spolu s postupem zpracování údajů.

# Abstrakt

Táto bakalárska práca je zameraná na výskum svetelných kriviek magnetických chemicky pekuliárnych hviezd. Prvé dve kapitoly tvorí teória, v ktorej je stručne zhrnutá história výskumu, klasifikácia a fyzikálne charakteristiky tejto skupiny premenných hviezd spolu so základným popisom fotometrických systémov, svetelných kriviek a regresnej analýzy. V tretej a štvrtej kapitole je jadro práce, kde sa nachádza podrobnejšia analýza šiestich vybraných hviezd spolu s postupom spracovania údajov.

# Abstract

This thesis is focused on the research of light curves of magnetic chemically peculiar stars. The first two chapters forms a theory, where are briefly summarized the history of research, classification and physical characteristics of this group of variable stars, along with a basic description of the photometric systems, light curves and regression analysis. In the third and fourth chapter is the main research with detailed analysis of six selected stars and data processing techniques.



Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student : Miroslav Jagelka

Studijní program : Fyzika

Studijní obor : Astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:

### Periody a pozorované světelné křivky magnetických chemicky pekulárních hvězd

The periods and the observed light curves of magnetic chemically peculiar stars

Práce bude napsána v jazyce slovenském.

#### Doporučená literatura


MIKULÁŠEK, Zdeněk a Miloslav ZEJDA. *Proměnné hvězdy. ÚTFA PřF MU. Brno, 2009.*,  
MIKULÁŠEK, Zdeněk. *Metoda nejmenších čtverců. 2003.*, MIKULÁŠEK, Zdeněk a Jiří  
KRTIČKA. *Fyzika horkých hvězd. 2007.*

Vedoucí bakalářské práce : doc. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

Datum zadání bakalářské práce : září 2012

Datum odevzdání bakalářské práce : dle harmonogramu ak. roku 2012/2013

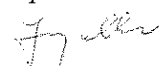
V Brně dne 6. 11. 2012

  
Prof. Rikard von Unge, Ph.D.  
ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky  
PřF MU

Zadání bakalářské práce převzal dne:

23. 11. 2012

Podpis studenta



# Pod'akovanie

Na tomto mieste by som chcel vzdat' veľkú vďaku vedúcemu mojej práce prof. RNDr. Zdeňkovi Mikulášskovi, CSc. za poskytnuté dáta a literatúru, množstvo odborných rád, hodiny času, ktoré strávil odovzdávaním svojich poznatkov, za pomoc a ochotu pri riešení problémov. Tiež by som sa chcel poďakovať RNDr. Janovi Janíkovi, Ph.D. za poskytnutie študentskej verzie programu *MATLAB* a poznámky ku spracovaniu odborného textu a Mgr. Jiřímu Liškovi za pomoc pri hľadani chýb v programovaní a cenné rady s tým spojené.

# Prehlásenie

Prehlasujem, že jsem svoju bakalársku prácu vypracoval samostatne s využitím informačných zdrojov, ktoré sú v práci citované.

Brno 23. mája 2013

.....  
Miroslav Jagelka



# Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>1</b>
<b>Kapitola 1. Chemicky pekuliárne hviezdy</b> .....	<b>2</b>
1.1 Historický výskum .....	2
1.2 Klasifikácia CP hviezd .....	3
1.2.1 Spektrálna klasifikácia .....	3
1.2.2 Prestonovo-Maitzenovo rozdelenie .....	4
1.3 Kritéria vzniku a prejavy chemickej anomálie .....	5
1.3.1 Fyzikálne vlastnosti .....	5
1.3.2 Princíp chemickej diferenciacie a premennosti .....	7
<b>Kapitola 2. Fotometria</b> .....	<b>9</b>
2.1 Fotometrické systémy .....	9
2.2 Svetelná krivka .....	11
2.3 Metóda najmenších štvorcov .....	11
<b>Kapitola 3. Spracovanie pozorovaní</b> .....	<b>14</b>
3.1 Vstupné dáta a predpokladané výsledky .....	14
3.2 Postup spracovania .....	14
<b>Kapitola 4. Analýza vybraných hviezd</b> .....	<b>17</b>
4.1 HD 7676 .....	17
4.2 HD 83368 .....	19
4.3 HD 86592 .....	21
4.4 HD 125248 .....	23
4.5 HD 184905 .....	25
4.6 HD 215441 .....	28
4.7 Hromadná charakteristika .....	29
<b>Kapitola 5. Záver</b> .....	<b>32</b>
<b>Literatúra</b> .....	<b>34</b>

# Úvod

Premenné hviezdy sú pre astronómov neoceniteľným zdrojom informácií o ich vzhľade, živote a správaní. Každá anomália nám hovorí niečo nové o svojom nositeľovi. Chemicky pekulárne hviezdy (ďalej CP hviezdy) patria medzi typ premenných hviezd, ktoré sa odlišujú od obyčajného jednotvárneho priemeru hneď v niekoľkých smeroch.

Čo sa týka samotnej premennosti, zaraďujeme ich do kategórie geometricky premenných hviezd. Na ich povrchu sa totiž nachádzajú rozsiahle škvrny a v dôsledku rotácie k nám hviezda obracia raz tmavšiu, raz svetlejšiu stranu. Samotné útvary sa vyznačujú prebytkom alebo nedostatkom určitého chemického prvku, najčastejšie sa to týka kovov ako Fe, Sr, Mn, Eu alebo Sc, ale stretávame sa u nich aj s atypickým zastúpením hélia, či uhlíka. Tieto prvky svojimi vlastnosťami radikálne menia rozdelenie energie v spektre, čo je ďalšou odchýlkou od bežného správania hviezd. V niektorých vlnových dĺžkach tak hviezda dosahuje väčšie amplitúdy jasnosti, v iných (prevažne v dlhovlnnej časti spektra) škvrnu takmer neodlíšime od okolia. Iným netradičným javom je mohutná šírka spektrálnych čiar charakteristického prvku.

Aby na hviezde mohli vzniknúť oblasti s chemicky odlišným zložením, je potrebná dlhodobá stabilita. Tá však vyžaduje ďalšiu radu podmienok potrebných na jej zabezpečenie, napr. nízka rotačná rýchlosť, neprítomnosť konvekcie v povrchových vrstvách alebo veľmi častá prítomnosť silného magnetického poľa. Takto je oblasť výskytu CP hviezd obmedzená len na rozsah teplôt 7 000–30 000 K na hlavnej postupnosti [1]. Podľa teploty, charakteristických prvkov alebo magnetickej aktivity ich ďalej delíme na menšie skupiny, ako *Am*, *Ap*, *He-weak* a pod., prípadne *C1*, *C2*, atď.

Úlohou tejto práce je skúmať, ako sa mení jasnosť vybraných CP hviezd naprieč viditeľným spektrom. K tomu budeme potrebovať spracovať množstvo nameraných fotometrických údajov, ktorého výstupom budú svetelné krivky v jednotlivých vlnových dĺžkach pre rôzne hviezdy. Kvôli následnému rozboru je nutné popísať tieto svetelné krivky parametrami, ktoré vytvárajú vopred stanovený všeobecný model. Získané hodnoty určených parametrov sa pokúsime zdôvodniť a interpretovať na nich fyzikálne charakteristiky vybraných chemicky pekulárnych hviezd.

# Kapitola 1

## Chemicky pekuliárne hviezdy

### 1.1 Historický výskum

Pri meraní spektra jasnej hviezdy  $\alpha^2$  CVn v roku 1897 si Antonia Mauryová povšimla určitej nezvyčajnosti. Hviezda vykazovala pomerne slabú čiaru Ca II K a naopak výraznú čiaru dubletu Si II. Na základe tohto faktu sa stala prvou chemicky pekuliárnou hviezdou, prototypom celej tejto kategórie.

Ďalšie štúdium Ludendorffa (1906) odhalilo zmeny intenzity niektorých čiar a následne Belopolský (1913) zistil, že intenzita čiar kremíkového dubletu v jej spektre sa mení v intervale 5,5 dňa a voči krivke radiálnej rýchlosti je v kvadrature. Rok nato Guthnick a Prager urobili prvú fotometriu tejto hviezdy a z analýzy svetelnej krivky dospeli k rovnakej perióde, ako pri meraní intenzity. Z merania tiež vyplývalo, že krivka je asymetrická.

Prvý pokus o vysvetlenie problému periodických zmien urobil Babcock (1949). Po predchádzajúcom objave premenného magnetického poľa u  $\alpha^2$  CVn a ďalších hviezd navrhol myšlienku tzv. „tuhého rotátora“. Predpokladal, že magnetická aktivita je zviazaná s rotáciou hviezdy, magnetická os je sklonená voči rotačnej, sú vzájomne fixované, a tak je rotačná perióda a perióda magnetických a spektrálnych zmien rovnaká.

Ďalšia teória, ktorú napokon preferoval aj samotný Babcock, prenechávala priestor hviezdnej aktivite podobnej slnečným cyklom, no nedočkala sa podrobnejšieho rozpracovania. Podobne Schwarzschild (1949) navrhol model magnetického oscilátora, ktorý však pri podrobnejšom preskúmaní neobstál.

Na pôvodnú Babcockovu myšlienku nadviazal Stibbs (1950) a rozvinul ju do modelu dipólového magnetického rotátora. Magnetické pole takejto hviezdy je „vmrazené“ do plazmy, unášané rotáciou hviezdy a s rotačnou osou zvierá všeobecne nenulový uhol. Na jej povrchu sa nachádzajú oblasti s rôznym zastúpením chemických prvkov a ako hviezda rotuje, mení sa jej spektrum. Tento model prirodzene vysvetľuje fázový posun kriviek intenzity a radiálnej rýchlosti a atypické intenzity jednotlivých spektrálnych čiar. Po vytvorení jeho matematického popisu sa pozorovaním ďalších CP hviezd potvrdila jeho správnosť.

Na hviezde  $\alpha^2$  CVn sa ukázali hlavné historické míľniky v chápaní správania pekuliárnych hviezd, najmä magnetických Ap hviezd, ktoré sú hlavným predmetom tejto práce. Tento vývoj ich bližšieho spoznávania a odhaľovania mechanizmov premennosti stále pokračuje, pretože ani v súčasnosti nevieme uspokojivo odpovedať na niektoré otázky.

Doteraz plne nedokážeme popísať zložitosť magnetického poľa, odmerať intenzitu nižších hodnôt ani analyzovať niektoré nepravidelnosti v spektre alebo fotometrii. Táto kapitola bola spracovaná s pomocou zdrojov [1] a [4].

## 1.2 Klasifikácia CP hviezd

### 1.2.1 Spektrálna klasifikácia

Ako boli postupom času objavované nové CP hviezdy, astronómovia si začali všímať ich spoločné a rozdielne vlastnosti. Morgan (1933) vytvoril prvé rozdelenie na základe dominantnej spektrálnej pekuliaritý a prišiel na súvislosť medzi farbou a charakteristickým chemickým prvkom, ktorý sa vyznačuje nadpriemerným alebo naopak veľmi nízkym zastúpením.

Abundancie jednotlivých prvkov sa označujú faktorom  $[X/H]$ , ktorý popisuje logaritmický pomer daného prvku v porovnaní s jeho výskytom na Slnku. Tieto údaje sú preberané zo zdroja [2], všeobecná charakteristika sa opiera o publikácie [1], [2] a [4].

Na Morganovu prácu postupne nadväzovali ďalší, vytvárali nové kategórie, získavali nové poznatky, na základe ktorých boli schopní vypracovať nasledovnú klasifikáciu. Tá rozdeľuje CP hviezdy do jednotlivých typov podľa majoritného zastúpenia charakteristických prvkov, prítomnosti magnetického poľa, teploty a iných špecifik.

**$\lambda$  Boo hviezdy.** Prototyp bol prvýkrát zaznamenaný trojicou Morgan, Keenan a Kellman (1943), sú pomerne zriedkavé. Tvoria podivuhodný typ medzi A hviezdami a dokonca aj medzi samotnými pekuliárnymi hviezdami. Na rozdiel od ostatných typov majú totiž výrazný deficit viacerých prvkov, najmä Si, Ca, Mg  $[-1,0]$ , Fe  $[-0,5]$  a iných kovov. Výskyt He je ešte nižší  $[-1,0]$  až  $[-2,0]$ . Patria medzi neradiálne pulzujúce hviezdy a predpokladá sa, že sú to mladé hviezdy obklopené zvyškami zárodočného materiálu, čomu nasvedčuje aj pozorovanie v infračervenej oblasti.

**Am hviezdy.** Hviezdy spektrálneho typu A s prívlastkom m, ako „metalické“, objavené Titusom a Morganom (1940). Je pre ne typické nízke zastúpenie Ca a Sc  $[-0,5]$  až  $[-1,0]$  a zvýšený výskyt železa a iných kovov  $[0,5]$ ,  $[1,0]$ . Am hviezdy sa líšia od ostatných skupín CP hviezd slabým magnetickým poľom, v dôsledku čoho sa neprejavujú ani fotometrickými zmenami. Zdá sa, že nutnou podmienkou pre zaradenie do tejto skupiny je nízka rotačná rýchlosť, ktorá je často zabezpečená koexistenciou v binárnom systéme so zložkami s viazanou rotáciou. Tento fakt je dôležitý pre chemickú diferenciáciu povrchových vrstiev, keďže tu nie je prítomné silné magnetické pole, ktoré by tento proces stabilizovalo.

**Ap, Bp hviezdy.** Magnetické CP hviezdy spektrálnych tried A a B, ktorým ostalo označenie p (pekuliárne) pôvodne patriace všetkým CP hviezdám. Ich prvé zavedenie sa pripisuje manželom Jaschekovcom (1958), ktorí ich rozdelili do ďalších podtypov Mn, Si,  $\lambda 4200$ -Si, SiCrEu, SrCrEu a Sr na základe ich zosilnených čiar. V jednotlivých typoch sú vo zvýšenej miere zastúpené prvky Fe  $[2,0]$ , Sr  $[3,0]$ , Cr  $[3,0]$ , Si  $[2,0]$  a Eu  $[6,0]$ , kým He  $[-2,0]$  je v deficite. Mangánové hviezdy boli z tejto kategórie neskôr vylúčené po zistení, že sa od ostatných líšia nemerateľným magnetickým poľom a nepremenlivosťou v jasnosti či spektre. Táto skupina vyvoláva najväčší záujem astrofyzikov práve kvôli spomínaným spektrálnym a intenzítnym variabilitám, ktoré o hviezdach prezrádzajú viac ako homogénne

atmosféry. Ich správanie je popisované spomínaným skloneným magnetickým dipólovým rotátorom a nehomogénnym rozmiestnením chemických prvkov po povrchu. Ich fyzikálne vlastnosti a mechanizmus premennosti budú aj podrobnejšie rozobrané v nasledujúcich kapitolách.

**HgMn hviezdy.** Táto skupina hviezd na čele s najjasnejšou CP hviezdou vôbec  $\alpha$  And bola prvýkrát zaznamenaná Morganom (1931). Hviezdy vynikajú výraznou čiarou Hg II alebo Mn II, zastúpenie ortuti a mangánu v týchto hviezdach dosahuje hodnoty [2,0]. Ani podľa novších výskumov tu nebola dokázaná existencia silnejšieho magnetického poľa, pozorované amplitúdy sú tiež veľmi malé. Majú tak niektoré spoločné vlastnosti s Am hviezdami, sú však teplejšie a prevažne patria k spektrálnemu typu B. Tiež sa vo väčšine prípadov nachádzajú v dvojhviezdnych systémoch.

**He-weak hviezdy.** Neskoršie B hviezdy, objavené až Bidelmanom (1960). Odvtedy sa rozrástli na pomerne obsiahlu kategóriu, vnútorne členenú na tri podtypy: a) hviezdy s výrazným zastúpením P a Ga b) SrTi hviezdy a c) Si hviezdy. Všetky však majú spoločný nezvyčajne vysoký pomer  $\text{He}^3/\text{He}^4$ . Vyššie je i zastúpenie K [2,0], naopak C [-2,0] a klasické hélium sa tu nachádzajú v podpriemernom množstve. Sú magneticky aktívne a fotometricky i spektroskopicky premenné.

**He-strong/rich hviezdy.** Prvou študovanou hviezdou tohto typu je  $\sigma$  Ori E (Greenstein a Wallerstein 1958). Sú to najteplejšie CP hviezdy (tvoria pokračovanie He-weak hviezd) so spektrálnym typom B a niekedy s prekvapujúco vysokou rotačnou rýchlosťou, až 150 km/s [2]. Ich povrchové vrstvy obsahujú nadpriemerné množstvo hélia, ktoré sa svojím zastúpením vyrovná vodíku. To je spôsobené ochudobnením ľahkých molekúl vplyvom hviezdneho vetra. Podobne ako predchádzajúci typ sa svojimi vlastnosťami podobá Ap hviezdám.

## 1.2.2 Prestonovo-Maitzenovo rozdelenie

Preston (1974) sa pokúsil dodať celému systému CP hviezd formu tým, že vytvoril štyri kategórie, ktoré jednoducho označil CP1–CP4. Ako hodnotiace kritérium použil teplotu, od najchladnejších CP1 po najteplejšie CP4, pričom sa držal pôvodného spektrálneho delenia. Súhlas s týmto rozdelením je znázornený aj v tabuľke 1.1, kde je k jednotlivým skupinám tiež uvedený spektrálny typ, interval teplôt a typické spektrum. Zaujímavosťou je, že takto párne skupiny CP2 a CP4 zodpovedajú magnetickým a nepárne CP1 a CP3 nemagnetickým hviezdám.

Takáto klasifikácia mala však tú chybu, že Preston nebral do úvahy horúce CP hviezdy skorých B typov. Tento problém sa rozhodol vyriešiť Maitzen (1984) zavedením ďalších troch kategórií pre najteplejšie hviezdy CP5, CP6 a CP7. Takto priradujeme CP4 a CP5 k He-weak hviezdám a CP6 s CP7 zodpovedajú horúcim He-strong hviezdám. Napriek tomuto rozšíreniu neostal priestor pre dovedy nezaradené hviezdy typu  $\lambda$  Boo, čo môže byť vysvetlené tým, že dovedy neboli medzi astrofyzikmi predmetom väčšieho záujmu. Takto opisuje samotný Maitzen vývoj tejto klasifikácie [8].

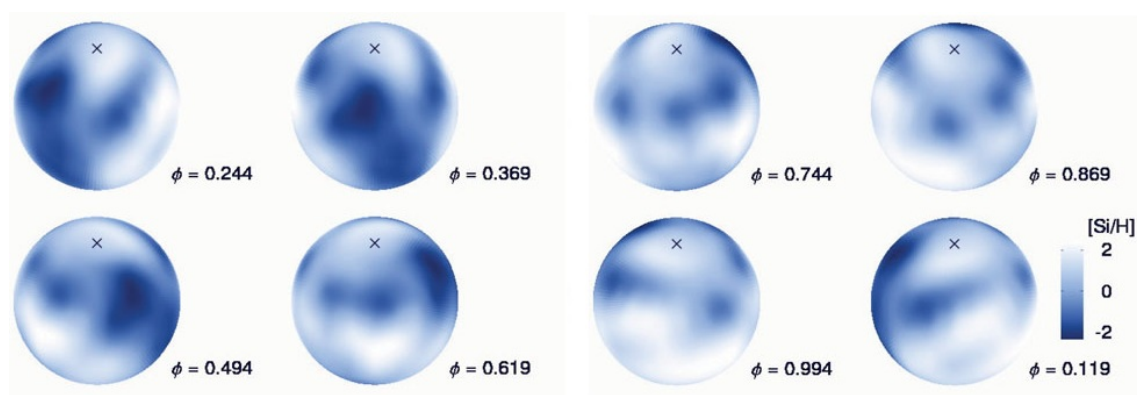
Klasické delenie	Prestonovo-Maitzenovo delenie	kritéria spektrálnych čiar	spektrálny typ	teplotný rozsah [K]
$\lambda$ Boo	–	slabé Mg II, slabé čiarly kovov	A0–F0	7 500–9 000
Am–Fm	CP1	slabé Ca II a/alebo Sc II; zosilnené čiarly kovov	A0–F4	7 000–10 000
Bp–Ap	CP2	zosilnené čiarly Sr, Cr, Eu a/alebo Si	B6–F4	7 000–16 000
HgMn	CP3	zosilnené čiarly Hg II a/alebo Mn II	B6–A0	10 500–16 000
He-weak	CP4, CP5	slabé He I	B2–B8	14 000–20 000
He-rich	CP6, CP7	zosilnené He I	B2	20 000–25 000

**Tabuľka 1.1:** Klasifikácia chemicky pekuliárnych hviezd. Upravené z [4].

## 1.3 Kritéria vzniku a prejavy chemickej anomálie

### 1.3.1 Fyzikálne vlastnosti

Na to, aby sa hviezda zaradila do kategórie chemicky pekuliárnych hviezd, musí spĺňať určité kritéria týkajúce sa jej fyzikálnych charakteristík. Všetky tieto obmedzenia sú nutné, aby nastali vhodné podmienky pre vznik povrchovej chemickej diferenciácie. Tá má niekedy formu osamelej jednofarebnéj škvrny, inokedy je hviezda akosi pestrofarebnou paletou mnohých škvŕn zlievajúcich sa dokopy. Názornú predstavu nám poskytne obrázok 1.1. Podstatou celého procesu je zabezpečiť dostatočnú stabilitu atmosféry, ktorej sa výskyt škvŕn bezprostredne dotýka. Všetky ostatné časti hviezdy môžu byť paradoxne takmer identické ako u bežných nepremenných hviezd. Povrchové javy u horúcich hviezd nie sú závislé na tom, čo sa odohráva vo vnútri a naopak, pre vnútro nemá žiaden dopad, ako sa správa tenká obálka atmosféry.



**Obr. 1.1:** Povrchové zastúpenie kremíka na hviezde HD 37776 [5].

Jedným zo základných obmedzení je spektrálny typ, resp. nepriamo efektívna teplota. Vo hviezdach neskorších typov prevláda vo vonkajších vrstvách prenos energie konvekciou, ktorá zasahuje až k povrchu. Takto sa látka hviezdy rovnomerne premiešava, čo nesúhlasí s predstavou pokojnej atmosféry. Na druhej strane skoré spektrálne typy vytvárajú silný hviezdny vietor, čím ochudobňujú samotnú atmosféru. Takto je pre CP hviezdy prístupný len interval F2–B0 [1], prípadne F4–B2 [4], čomu zodpovedajú efektívne teploty 7 000–30 000 K [1].

Nejednotnosť v ohraničení môže byť daná práve problematickým určovaním efektívnej teploty alebo spektrálneho typu. Množstvo spektrálnych čiar narušuje vzhľad spektra, čo znemožňuje určenie typu. Vo škvrnách s prebytkom charakteristických prvkov dochádza k pohlteniu žiarenia z hlbších vrstiev v čiarach a následného vyžiarovania v kontinuu. Takto sa energia v spektre prerozdeľuje a teplota z farebného indexu je tak nespoľahlivá. Efektívna teplota je však na všetkých miestach povrchu rovnaká a podobne aj bolometrická jasnosť. Hviezda potom vyžaruje vo „farbách“ – v niektorých viac, v iných menej a samotné škvrny nie sú tmavé, ako je tomu na Slnku, ale farebné.

Chemicky pekuliárne hviezdy nutne patria medzi hviezdy hlavnej postupnosti. Bieli trpaslíci, ani hviezdni obri alebo nadobri totiž prakticky nemajú atmosféru, v ktorej by diferenciácia mohla vzniknúť, nehovoriac o ďalších fyzikálnych kritériách. Zo spektrálneho (teplotného) obmedzenia tak plynú z Hertzsprung-Russellovho diagramu povolené intervaly pre hmotnosti, polomery a svietivosti. Hmotnosť CP hviezd sa tak pohybuje od 1,5 do 15  $M_{\odot}$ , polomer od 1,5 do 6  $R_{\odot}$  a žiarivý výkon v rozmedzí 5–10<sup>5</sup>  $L_{\odot}$  [9].

Ďalším dôležitým fyzikálnym parametrom je rotačná perióda a s ňou priamo súvisiaca rotačná rýchlosť. U hviezd s vysokou rotačnou rýchlosťou vzniká vo vrchných vrstvách prúdenie, ktoré premiešava atmosféru a zabraňuje jej stabilizácii podobne ako v prípade konvekcie. Vo všeobecnosti mAp hviezdy rotujú 3–4-krát pomalšie ako obyčajné hviezdy rovnakého spektrálneho typu [11]. Táto anomália je zrejme spôsobená stratou podstatnej časti rotačného momentu hybnosti z fázy pred vstupom na hlavnú postupnosť. Ukazuje sa, že najdôležitejší faktor v tomto procese je silné magnetické pole, ktoré brzdí rotáciu protoplanetárneho disku. Podstatná je aj strata rotačného momentu vplyvom hviezdneho vetra v počiatočných fázach vývoja. Priemerná hodnota periódy mAp hviezd sa takto ustáli na hodnote približne 4 dni. Celková hodnota rotácie sa pohybuje v intervale od 0,5 dňa (HD 164429:  $P = 0,52$  dňa [10]) až po niekoľko rokov (HD 201601:  $P = 75$  rokov [11]). Rotačná rýchlosť tak nadobúda hodnoty od 0 do 200 km/s, pričom v prípade väčšiny hviezd nepresahuje 90 km/s [1].

V mnohých prípadoch je pôvodne vysoká rotačná rýchlosť zabrzdená slapovým pôsobením v tesnej korotujúcej dvojhviezde. Vplyvom gravitačného pôsobenia druhej zložky a synchronnej rotácie môže vzniknúť dostatočná stabilita na vznik dlhodobých chemických škvŕn. Takýmto spôsobom funguje napríklad väčšina Am hviezd.

Posledným, no zrejme najpodstatnejším dôvodom pre vznik chemickej pekuliarity Ap a Bp hviezd je práve silné magnetické pole. Jeho správanie popisuje spomínaný model dipólového rotátoru. Magnetické pole určuje výzor hviezdy, rozmiestnenie škvŕn na jej povrchu. Jej vzhľad je často symetrický podľa samotného poľa, sleduje magnetické póly či rovník. Nie je však zriedkavosťou, že magnetický dipól je vychýlený mimo centra hviezdy a jeho intenzita je na oboch hemisférach odlišná. Na vysvetlenie existencie nadpriemerne silných magnetických polí sú tri teórie. Prvá vraví, že je len silnejšou obdobou slnečného



poľa spôsobeného dynamovým mechanizmom. Podľa druhej je pozostatkom z obdobia počiatkovej prudkej aktivity, keď je hviezda typu T-Tauri. Tretia a najpreferovanejšia predpokladá jeho fosílny pôvod z primárneho medzihviezdneho magnetického poľa.

### 1.3.2 Princíp chemickej diferenciácie a premennosti

Po zistení faktu, že premennosť CP hviezd je spôsobená škvrnami rôznych prvkov, vyvstala otázka, akým procesom sa zabezpečuje vznik tejto anomálie. Prvým možným riešením, ktoré priniesol Burbidge (1955), boli nukleárne reakcie prebiehajúce na povrchu hviezdy. Neskôr prišiel s podobnou variáciou Fowley (1965) tvrdiac, že atmosféra je dopĺňovaná o chemické prvky z nukleárných reakcií prebiehajúcich v jadre potom, ako hviezda prešla fázou červeného obra. Brancziao a Cameron (1967) navrhli alternatívny spôsob, a to reakcie protónov a alfa častíc urýchlených magnetickým poľom. Snáď najoriginálnejšiu myšlienku vymyslel Guthrie (1967), podľa ktorého Ap hviezdy vznikajú v binárnych systémoch, kde druhá zložka vybuchne ako supernova, a tak obohatí povrchové vrstvy svojho spoločníka. Podľa ďalšej teórie magnetickej akrécie Havnesa a Contiho (1971) prenikajú ionizované ťažšie prvky z medzihviezdneho priestoru magnetosférou hviezdy, následne sú hviezdou zachytené a usadia sa na jej povrchu. O vývoji týchto teórií hovoria publikácie [1] a [2].

Radu neúspešných myšlienok ukončil v roku 1970 Michad teóriou žiarivej difúzie. Keďže bola schopná vysvetliť vznik chemickej anomálie pre všetky typy CP hviezd a úspešne vyriešila všetky doterajšie otázky, stala sa všeobecne prijatou teóriou. Žiarivá difúzia je pomalý proces radiálneho výstupu častíc s veľkým účinným prierezom a naopak poklesu menej rozmerných atómov. O vertikálnom pohybe rozhoduje to, či prevláda radiačný tlak alebo gravitácia.

Aby tento efekt fungoval, je potrebná dlhodobá stabilita atmosféry. K tomu je nutné, aby v nej neprebíhali horizontálne (rýchla rotácia) ani vertikálne pohyby (konvekcia), prípadne straty v dôsledku hviezdneho vetra. Prítomnosť silného magnetického poľa zabráňuje pohybu elektricky nabitých častíc, a tak výrazne zvyšuje jej stabilitu. Takto môže diferenciácia prebehnúť už za  $10^5$  rokov [1]. Výskyt CP hviezd v mladých hviezdokopách však na druhú stranu ukazuje, že celý proces nemôže trvať dlhšie než  $10^6$  rokov.

Kategorizácia CP hviezd záleží práve na tom, ktoré prvky vytvárajú škvrny. V hviezdach typu  $\lambda$  Boo prebieha hlavne sedimentácia hélia a kovov a naopak v Ap, Bp, Am a HgMn hviezdach prvky s veľkým atómovým polomerom ako napr. Fe, Sr, Cr, Eu vystupujú do vyšších vrstiev kým hélium klesá. U He-weak hviezd je jeho pokles ešte zreteľnejší, kým u hélivo silných hviezd sú tieto usadené spodné vrstvy odhalené dôsledkom hviezdneho vetra, ktorý ľahšie častice z hviezdy unáša preč.

Je nutné si uvedomiť, že vzhľad spektra vytvárajú fotóny vznikajúce v najvrchnejších častiach hviezdy. Optická hrúbka atmosféry hviezdy rozhoduje o tom, do akej hĺbky dovidíme, a práve od toho sa odvíjajú vlastnosti CP hviezd. Je veľmi citlivým parametrom. V prípade, že by bola väčšia, žiadne anomálie by sme nemohli pozorovať.

Ak hviezda neobsahuje žiadne škvrny, je po celom povrchu homogénna s bežným zložením, nevidíme na nej žiadne zmeny a žiari približne ako absolútne čierne teleso s dobre definovanými spektrálnymi čiarami. Pre CP hviezdy je však situácia trochu iná. V miestach, kde sa vyskytuje prebytok určitého prvku, prevažne kovu, dochádza k pohlteniu žiarenia bez bežného spätného uvoľnenia fotónu (line blocking). Absorbovaná energia sa premení na



vnútornú, pričom sa zvýši teplota danej oblasti a rozdiel vyžiari v kontinuu (backwarming – line blanketing). V porovnaní s okolím je škvrna jasnejšia vo všetkých vlnových dĺžkach okrem oblasti spektrálnych čiar charakteristického prvku. Paradoxne je tak v prevažnej časti spektra voči okoliu svetlejšia, opačne ako magnetické škvrny na Slnku. Väčšina spektrálnych čiar kovov sa nachádza v ultrafialovej oblasti spektra, kde zároveň leží aj maximum vyžarovania horúcich CP hviezd. Stále však platí, že škvrna musí vydať práve toľko energie, koľko absorbovala, jej efektívna teplota sa teda nemení.

Spektrálne prerozdelenie energie nie je jediná variabilita, ktorou CP hviezdy disponujú. Rotačná os hviezdy bežne zvierá nenulový uhol s rovinou pozorovateľa a vplyvom rotácie sa nám ukazuje zo všetkých strán. Takto sa mení aj jej jasnosť, táto premennosť je geometrického charakteru. Pri nižších frekvenciách sa síce ich povrchy javia takmer homogénne, ale v optickej a ultrafialovej oblasti sú škvrny dobre viditeľné. Svetelná krivka je v spektrálnych čiarach a v dlhších vlnových dĺžkach v antifáze.

# Kapitola 2

## Fotometria

### 2.1 Fotometrické systémy

Jasnosť hviezd, prípadne ich žiarivý tok, je veľmi komplexná veličina, ktorá závisí na množstve parametrov. Na to, aby mohli astrofyzici pracovať s týmito hodnotami, musia používať jasne definovaný fotometrický systém. V opačnom prípade sa meranie nedá porovnať s meraniami ostatných pozorovateľov a má nízku výpovednú hodnotu. Pretože sa rozdelenie energie v spektre najmä CP hviezd viac či menej odlišuje od planckovských kriviek absolútne čierneho telesa, je užitočné študovať aj priebeh žiarivého toku v závislosti na jednotlivých vlnových dĺžkach. Fotometrický systém tak používa viacero filtrov, ktoré prepúšťajú len elektromagnetické žiarenie o určitých frekvenciách.

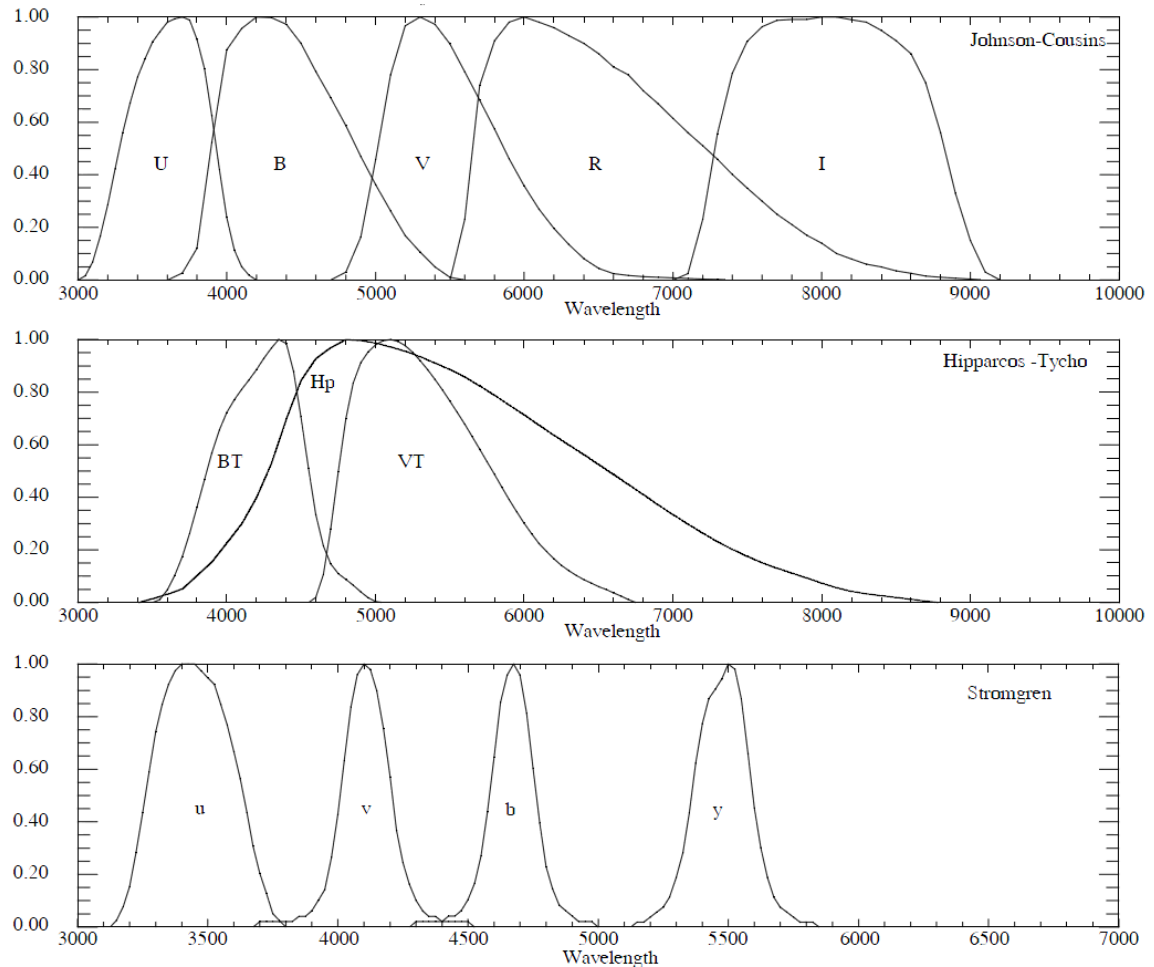
Odlíšne systémy sa môžu líšiť polohou centra jednotlivých filtrov, ich šírkou, priepustnosťou a počtom. Tieto parametre závisia na predmete skúmania. Najideálnejšie by bolo používať čo najviac úzkych filtrov, ktoré by popisovali celé spektrum. Ich počet však závisí na cene a ich zužovanie zase znižuje hodnoty pozorovaných svetelných tokov. Podľa šírky môžeme rozdeliť fotometrické systémy na *širokopásmové* (viac ako 30 nm), *strednepásmové* (10–30 nm) a *úzkopásmové* (do 10 nm).

Najstarší fotometrický systém je spojený s ľudským okom od ktorého odvodzujeme vizuálnu jasnosť. Používa dva typy detektorov, čapíky na denné videnie (centrum okolo 550 nm) a tyčinky na nočné (480 nm). Jeho problémom je však, že je pre každého človeka individuálny. Ďalšie systémy vznikali postupom času podľa rozvoja techniky. Potom ako bola objavená fotografia, určovali sa jasnosti hviezd vo fotografických magnitúdach. Neskôr nasledovali fotočlánky, po nich bol skonštruovaný prvý fotonásobič. Tieto objavy otvorili možnosti novej a systematizovanej fotometrii s využitím prepracovaných fotometrických systémov.

Najbežnejšie používaným sa stal z historických dôvodov *Johnsonov-Morganov UBVS systém* vytvorený v roku 1953. Jeho filtre majú stredy na vlnových dĺžkach 365, 440 a 545 nm s pološírkami 68, 98 a 89 nm [13]. Nulový bod bol zvolený tak, aby boli hodnoty vo všetkých troch filtroch pre hviezdy spektrálneho typu A0 rovnaké. Veľmi dobre slúžil v počiatočných fázach fotometrie, keďže pokrýval takmer celé optické spektrum a jeho filtre dobre popisovali fyzikálne vlastnosti hviezd pomocou farebných indexov (*U-B*) a (*V-B*). Neskôr bol rozšírený o ďalšie filtre *R*, *I*, *J*, *K* a *L* nachádzajúce sa v atmosférických oknách infračervenej oblasti. Jeho nevýhodou je, že jeho filtre sú pomerne široké, *U* a *B*

filter sa čiastočne prekrývajú a Balmerov skok je obsiahnutý vnútri filtra  $U$ .

Šťastnejšou voľbou je *Strömgenov uvby systém*, ktorý bol vytvorený v roku 1963 Bengtom Strömgenom. Používa štyri strednepásmové filtre  $u$ ,  $v$ ,  $b$  a  $y$  s pološírkami 34, 20, 16 a 24 nm a stredmi na vlnových dĺžkach 350, 410, 465 a 545 nm [13]. Bol navrhnutý tak, aby filter  $y$  súhlasil s Johnsonovským  $V$  a aby Balmerov skok bol medzi filterami  $u$  a  $v$ . Niekedy sa tento systém dopĺňa o ďalšie dva filtre s vodíkovou čiarou  $H\beta$  o vlnovej dĺžke 486 nm v strede medzi nimi. Na obr. 2.1 môžeme vidieť porovnanie filtrov Johnson-Morganovho a Strömgenovho systému spolu so systémom družice Hipparcos.



**Obr. 2.1:** Porovnanie filtrov UB $V$ , uvby a Hipparchovho systému. Zvislá os vyjadruje priepustnosť, vodorovná vlnovú dĺžku v Angströmoch. Upravené z [12].

Fotometria v uvby systéme nám poskytuje množstvo informácií. Okrem jasností v jednotlivých filteroch sú užitočné tri najpoužívanejšie indexy, a to

$$(b - y), \quad c_1 = (u - v) - (v - b), \quad m_1 = (v - b) - (b - y).$$

Prvá veličina je alternatíva k  $B-V$  indexu, druhá určuje výšku Balmerovho skoku a tretia je tzv. *metalický index* súvisiaci s obsahom kovových prvkov.

Menej používané sú ostatné systémy, dokonca množstvo astronomických inštitúcií používa svoje vlastné, no pri ďalšej práci je nutné prevádzať hodnoty do zrozumiteľnejšieho spoločného jazyka. Značne komplikovaný je napríklad Ženevský systém so siedmimi filtrami, ktoré sa navyše prekrývajú. Iný, Walravenov systém pracuje priamo s logaritmami intenzity a to čiastočne aj v ultrafialovej oblasti.

Družica *Hipparcos* používa tiež svoj vlastný systém, jasnosti určuje v  $B_T, V_T$  a  $H_p$  magnitudách. Prvé dve zhruba zodpovedajú svojim Johnsonovským predlohám, kým tretí filter je extrémne široký s maximom medzi farbami  $B$  a  $V$ .

## 2.2 Svetelná krivka

Jedným z výstupov fotometrie premenných hviezd je svetelná krivka. Na to, aby sme ju získali, potrebujeme mať k dispozícii dostatočné množstvo meraní jasnosti hviezdy v rôznych časových okamihoch. Na určovanie času pozorovania sa najčastejšie používa tzv. *Juliánsky dátum* (ďalej  $JD$ ), čo je skutočný čas meraný v dňoch, ktoré uplynuli od istého historického nulového bodu. Svetelná krivka potom vyjadruje, ako sa mení jasnosť hviezdy v čase.

Pri štúdiu svetelných kriviek premenných hviezd si často môžeme všimnúť, že jej tvar sa po určitej perióde  $P$  opakuje. V prípade, že je táto perióda približne konštantná, nemení sa s časom, je možné svetelnú krivku naskladať na seba. Potom pre určité nulové hodnoty  $JD_0$ , najčastejšie minimá, platí

$$JD_0 = M_0 + E \cdot P, \quad (2.1)$$

kde  $M_0$  je hodnota *základného minima* a  $E$  tzv. *epocha*, čo je počet periód, ktoré uplynuli medzi  $JD_0$  a  $M_0$  [13]. Z tohto vzťahu potom možno odvodiť *fázu*  $\varphi$ , ktorá v svetelnej krivke nahradzuje čas a určuje v ktorej časti cyklu leží nameraná hodnota:

$$\varphi = \text{frac} \left[ \frac{JD - M_0}{P} \right]. \quad (2.2)$$

## 2.3 Metóda najmenších štvorcov

Vzhľad svetelnej krivky je priamo zapríčinený tým, aké procesy na hviezde alebo v jej vnútri prebiehajú. Jednou zo základných úloh je popísať túto časovú závislosť nejakým modelom tak, aby preložená krivka čo najlepšie prechádzala všetkými nameranými hodnotami. K tomu si často musíme najprv dopredu rozmyslieť, na akom princípe funguje daná premennosť, aké fyzikálne zákony ju popisujú. Na základe toho dokážeme zvoliť vhodný model, v ktorom majú zvolené parametre svoj fyzikálny význam a výsledky sa tak dajú jednoducho interpretovať. Nasledujúci popis jednej z regresných metód je spracovaný za pomoci zdroja [14].

Regresným modelom rozumieme funkciu času  $f(t, \beta)$ , ktorá obsahuje voľné parametre  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_g$  zahrnuté v stĺpcovom vektore  $\beta$ , kde  $g$  je počet stupňov voľnosti. Rozdiel medzi nameranou hodnotou  $y_i$  a funkčnou hodnotou takto vytvorenej regresnej funkcie je všeobecne nenulový:

$$y_i = f(t, \beta) + e_i. \quad (2.3)$$

Najlepšie hodnoty parametrov dosiahneme v tom prípade, ak budú odchýlky  $e_i$  čo najmenšie. Názov *metódy najmenších štvorcov* je odvodený z podmienky, aby bol súčet štvorcov odchýlok minimálny. Zavedením skalárnej veličiny  $S(\beta)$  dostaneme

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(t, \beta)]^2, \quad (2.4)$$

kde index  $n$  značí počet meraní. K zisteniu minimálnych odchýlok je potrebné, aby platilo, že pre určité  $\beta = b$  je gradient

$$\vec{\nabla} S(\beta) = \left( \frac{\partial S}{\partial \beta_1}, \frac{\partial S}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial \beta_g} \right) = 0, \quad (2.5)$$

$$\vec{\nabla} S(\beta) = \sum_{i=1}^n x_i (y_i - f(t, \beta)), \quad x_i = \left( \frac{\partial f_i}{\partial \beta_1}, \frac{\partial f_i}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial f_i}{\partial \beta_g} \right). \quad (2.6)$$

Každé jedno meranie nesie so sebou určité chyby, jeho nepresnosť však môžeme zmenšiť tak, že všetkým hodnotám prisúdime určité váhy. Čím sú nepresnejšie, teda vzdialenejšie od predpokladanej hodnoty, tým menšiu váhu  $w_i$  majú. Ich definícia je nasledovná:

$$w_i = \frac{n \delta y_i^{-2}}{\sum_{i=1}^n \delta y_i^{-2}}. \quad (2.7)$$

Najjednoduchšou formou závislosti je lineárny model a s ním spojená lineárna regresia. Komplikovanejšie funkcie sa použitím Taylorovho rozvoja linearizujú a ďalší postup je pre ne takmer identický. Pre množstvo meraní je vhodné zaviesť maticový počet, v ktorom  $\mathbf{y}$  je stĺpcový vektor o dĺžke  $n$ ,  $\mathbf{W}$  matica s rozmerom  $n \times n$  a  $\mathbf{X}$  má veľkosť  $n \times g$ :

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Z linearity plynie  $f(\mathbf{X}, \beta) = \mathbf{X}\beta$ . Použitím tohto vzťahu, maticového počtu a zavedených váh dostaneme z rovnice (2.4) po úpravách:

$$S(\beta) = [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\beta)]^T \mathbf{W} [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\beta)] = \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{y} - 2\beta^T \mathbf{U} + \beta^T \mathbf{V} \beta, \quad (2.9)$$

$$\text{kde } \mathbf{U} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}. \quad (2.10)$$

Z podmienky (2.5) dokážeme priamo určiť hodnotu  $\mathbf{b}$ :

$$-2\mathbf{U} + 2\mathbf{V}\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{b} = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{U}. \quad (2.11)$$

Linearizácia nelineárnych modelov prebieha aproximáciou prvého rádu Taylorovho rozvoja:

$$f(\mathbf{b}_0, \Delta\beta) \cong f(\mathbf{b}_0) + \Delta\beta\mathbf{x}. \quad (2.12)$$

Takto získavame lineárne koeficienty ako zložky vektoru  $\Delta\beta$  a matice  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{W}$  a  $\mathbf{V}$  ostávajú rovnaké ako v prípade lineárnej regresie, kým zmena nastane v týchto prípadoch:

$$\mathbf{y} \Rightarrow \Delta\mathbf{y} = \mathbf{y} - f(\mathbf{b}_0), \quad \mathbf{U} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \Delta\mathbf{y}, \quad \Delta\mathbf{b} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{U}. \quad (2.13)$$

Hodnotu počiatočného parametra  $\mathbf{b}_0$  opravíme o  $\Delta\mathbf{b}$  a celý postup zopakujeme, čiže  $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0 + \Delta\mathbf{b}$ , atď. Po niekoľkých cykloch by sme mali prísť k dostatočne presnému výsledku.

V prípade, že nás zaujímajú aj štatistické chyby ako smerodajná odchýlka  $\sigma$ , prípadne chyba voľných parametrov  $\delta\mathbf{b}$ , vypočítame ich nasledovne:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta\mathbf{y}^T \mathbf{W} \Delta\mathbf{y}}{n - g}}, \quad \delta\mathbf{b} = \sigma \sqrt{\text{diag}(\mathbf{V}^{-1})}. \quad (2.14)$$

# Kapitola 3

## Spracovanie pozorovaní

### 3.1 Vstupné dáta a predpokladané výsledky

Na spracovanie fotometrických meraní som použil online databázu *mCPod*, ktorá vznikla v spolupráci Oddelenia astrofyziky Ústavu teoretickej fyziky a astrofyziky Masarykovej univerzity a Slovenskej akadémie vied. Táto databáza zhromažďuje vyše 200 000 meraní 159 magnetických chemicky pekulárnych hviezd v približne 60 filtroch [23].

K výskumu som mal k dispozícii súbor 83 mCP hviezd s obsahom asi 54 000 meraní v piatich filtroch: *u* (350 nm), *b* (410 nm), *v* (465 nm), *H<sub>P</sub>* (510 nm) a *y* (545 nm). Každé meranie obsahuje päť hodnôt: číslo v HD katalógu, modifikovaný juliánsky dátum, jasnosť v magnitúdach, príslušná vlnová dĺžka použitého filtra a identifikačné číslo pozorovateľa.

Efemeridy jednotlivých vybraných hviezd, ako aj celý fotometrický súbor mi boli poskytnuté od prof. RNDr. Zdeňka Mikuláška, CSc. V týchto údajoch sú zahrnuté periódy hviezd a juliánske dátumy základného minima aj s chybami a typ pekuliarít.

Cieľom mojej práce je z dostupných meraní overiť v súčasnosti najpreferovanejší model fotometrickej variability mCP hviezd vplyvom prerozdelenia energie v oblastiach výskytu chemických škvrn. Podľa tohto modelu by mali byť amplitúdy zmien najväčšie v ultrafialovej oblasti, kde sa nachádza prevažné množstvo spektrálnych čiar kovov, a smerom k dlhším vlnovým dĺžkam by mali amplitúdy klesať. K tomu je potrebné preložiť namerané svetelné krivky predpokladanými závislosťami, určiť ich parametre a na základe vypočítaných amplitúd v jednotlivých vlnových dĺžkach porovnať jednotlivé hviezdy a rozdeliť ich do charakteristických skupín.

### 3.2 Postup spracovania

Na matematické spracovanie údajov som používal program *MATLAB*. Keďže jednotliví pozorovatelia mali každý iné pozorovacie podmienky, ich pozorovania jasností sa líšia o charakteristickú konštantu. Preto bolo nutné všetky pozorovania zjednotiť, čo znamená opraviť o strednú hodnotu súboru, v mojom prípade som použil aritmetický priemer hodnôt. Takto som zlúčil pozorovania od všetkých pozorovateľov jednej hviezdy na jednej vlnovej dĺžke do jednej skupiny. Následne som podľa rovnice (2.2) transformoval juliánsky dátum na fázu, pričom som použil hodnoty periódy a základného minima z poskytnutých efemeríd. Konečnou úpravou štatistického súboru bolo odstránenie chybných meraní.

Svetelné krivky som preložil jednoduchými harmonickými polynómami druhého druhu, urobil som ich lineárnu regresiu a na základe výsledkov som odstránil hodnoty ktoré boli od prekladanej funkcie vzdialené o viac ako  $3,5\sigma$ .

Chemicky pekuliárne hviezdy majú na svojom povrchu jasnejšie alebo temnejšie fotometrické škvrny. Tie niekedy vytvárajú chaotické povrchové štruktúry, no vo väčšine prípadov sa dajú aproximovať jednou, prípadne dvoma škvrnami. Rotácia hviezdy spôsobuje, že v momente, keď zbadáme okraj škvrny, jasnosť hviezdy sa začne meniť. Postupne sa dostane do stredu, kde dosiahne maximálnu amplitúdu zmien a následne jasnosť klesá späť do počiatočného stavu, kým samotná škvrna nezmizne. Tento priebeh sa dá popísať Gaussovou krivkou, ktorej interpretácia parametrov je fyzikálne intuitívna. Amplitúda  $y$  udáva jasnosť škvrny voči okoliu, poloha  $x_0$  zodpovedá centru škvrny a pološírka  $s$  charakterizuje jej rozmer:

$$f = f_0 + y \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2s^2}\right). \quad (3.1)$$

Ak hviezdu pozorujeme opakovane a juliánsky dátum nahradíme fázou, predchádzajúci vzťah získa tvar:

$$f = f_0 + y \exp\left(-\frac{z_0^2}{2s^2}\right), \quad \text{kde } z_0 = x - x_0 - \text{round}(x - x_0). \quad (3.2)$$

V prípade, že sa na hviezde vyskytujú dve škvrny, použijeme alternatívny model, v ktorom je  $z_1$  definované obdobne ako  $z_0$ :

$$f = f_0 + y_0 \exp\left(-\frac{z_0^2}{2s_0^2}\right) + y_1 \exp\left(-\frac{z_1^2}{2s_1^2}\right) \quad z_1 = x - x_1 - \text{round}(x - x_1). \quad (3.3)$$

Na popis celého súboru dát jednej hviezdy s dvoma škvrnami v piatich vlnových dĺžkach je tak potrebných 19 parametrov: tri pre každú z farieb (nulová hladina a amplitúdy oboch škvŕn) a ďalšie štyri – polohy centier a pološírky škvŕn, ktoré sú pochopiteľne pre všetky vlnové dĺžky rovnaké. Ak sa dá hviezda popísať pomocou jednej škvrny, vystačíme si s 12 parametrami. Z merania môžeme určiť ešte základné minimum a periódu. Prvý údaj však neprináša dôležitú informáciu a pri pokuse o spresnenie periódy som neuspel. Vypočítaná nepresnosť bola totiž väčšia, ako hodnoty v tabuľke efemeríd, na ktorých výpočet bolo použité väčšie množstvo údajom, než počet meraní, s ktorými som pracoval ja.

Pomocou metódy najmenších štvorcov dokážeme nájsť vyhovujúce parametre najpresnejšie popisujúce svetelnú krivku. Podrobný postup výpočtu rozoberám v kapitole 2.3. Tento proces som rozdelil do dvoch častí: hľadanie lineárnych (nulové jasnosti a amplitúdy) a nelineárnych parametrov (polohy stredov a pološírky škvŕn). V prvej časti bolo nutné dodať štartovné hodnoty  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $s_0$  a  $s_1$ . Popisovaným postupom sa mi nepodarilo nájsť najpresnejšiu formu charakteristickej funkcie. Štandardná odchýlka so zväčšujúcim počtom cyklov neklesala, ale oscillovala v intervale určitých hodnôt  $[s_{\min}, s_{\max}]$ . Mojm presvedčením je, že problém je v tom, že Gaussova funkcia je nelineárna. Jej popisné prvky sú na seba silne naviazané, zmenou jedného prvku podstatne ovplyvníme druhý. O tom som sa skutočne presvedčil, zväčšenie amplitúdy má za následok zmenu nulovej



jasnosti a pološírky, a pritom sa vzhľad fitovanej krivky takmer nezmení. Na analýzu svetelnej krivky som použil také hodnoty parametrov, pri ktorých bola hodnota smerodajnej odchýlky blízka k odhadovanej hodnote  $s_{\min}$ .

Parametre  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $s_0$  a  $s_1$  sú spoločné pre všetky filtre, no nulové jasnosti a amplitúdy sa líšia. Kvôli prehľadnosti nasledujúcich grafov je potrebné upresniť značenie parametrov v rôznych vlnových dĺžkach. Pre filter  $u$  tak máme presné znenie funkcie (3.3), vo filtri  $v$  je popis parametrov  $f_0, y_0, y_1$  nahradený označením  $f_1, y_2, y_3$ , filtru  $b$  zodpovedajú konštanty  $f_2, y_4, y_5$ , atď.

Zo súboru 83 hviezd, s ktorými som pracoval, som vybral šesť na základe výrazných zmien, vysokých amplitúd, prípadne špeciálneho tvaru a vykonal ich podrobnejšiu analýzu. Medzi zvolené hviezdy patria HD 7676, HD 83368, HD 86592, HD 125248, HD 184905 a HD 215441. Pre spracovanie údajov som si vytvoril množstvo skriptov, ktoré však k práci neprikladám. Ich výpovedná hodnota nie je v ich forme a obsahu, ale vo výsledkoch.

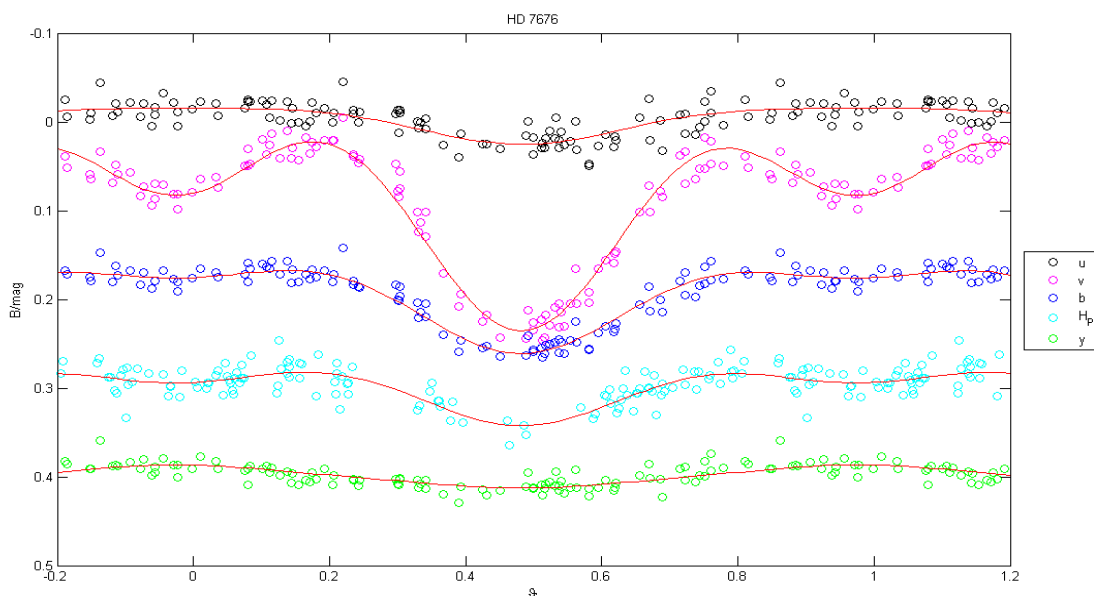
# Kapitola 4

## Analýza vybraných hviezd

### 4.1 HD 7676

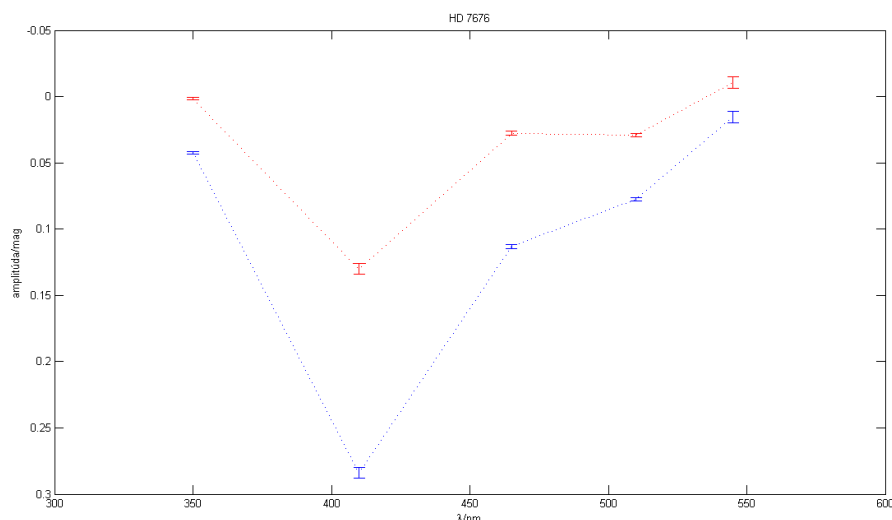
Hviezda HD 7676, VV Scl, zo súhvezdia sochára je chemicky pekuliárna hviezda kategórie Ap a typu SrCrEu. Podľa zdroja [24] je polodotykovou zákrytovou dvojhviezdou typu  $\beta$  Lyr so zdanlivou vizuálnou jasnosťou 8,37 mag a spektrálnym typom A5.

Zmeny v jasnosti po prvýkrát objavili Cousins a Stoy (1962). Na základe fotometrických pozorovaní v Johnsonovom filtri  $B$  pokladal Strohmeier (1965) túto hviezdu za zákrytovú dvojhviezdu s periódou 2,47962 dňa. No z pozorovaní vo farbe  $V$  a z tvaru svetelnej krivky Renson (1991) usúdil, že medzi zákrytové dvojhviezdy nepatrí a najpravdepodobnejšie je hviezdou typu  $\alpha^2$  CVn [15]. Použitím podrobnejších modelov sa prišlo na to, že Strohmeierova perióda je aliasom a skutočná perióda je dvojnásobná, dosahuje hodnotu 5,097 736 (78) dňa podľa tabuľky efemeríd, s ktorou som pracoval.



**Obr. 4.1:** Svetelná krivka hviezdy HD 7676 preložená modelovou funkciou.  $B$  je hustota žiarivého toku a  $\vartheta$  fáza.

Použitím modelovej funkcie (3.3) a preložením svetelnej krivky som získal fázovú krivku v piatich farbách na obr. 4.1. HD 7676 je jednou z CP hviezd s najväčšou pozorovanou amplitúdou, viac ako 0,2 mag, ktorú dosahuje vo farbe  $v$ . Z grafu priamo vidno, že krivka je približne symetrická, popísaná dvoma škvrnami v opačných fázach – cca 0 a 0,5. V tabuľke 4.1 sú uvedené parametre modelovej funkcie z predchádzajúceho obrázku.



**Obr. 4.2:** Amplitúdy škvŕn v použitých filtroch.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	-0,01722	0,00070	$y_6$	0,02911	0,00128
$y_0$	0,00169	0,00102	$y_7$	0,07749	0,00127
$y_1$	0,04238	0,00097	$f_4$	-0,00253	0,00011
$f_1$	-0,14868	0,00432	$y_8$	-0,01081	0,00025
$y_2$	0,13004	0,00401	$y_9$	0,01526	0,00019
$y_3$	0,28397	0,00424	$x_0$	-0,02370	0,00040
$f_2$	-0,05210	0,00149	$x_1$	0,48357	0,00018
$y_4$	0,02757	0,00150	$s_0$	0,12348	0,00197
$y_5$	0,11301	0,00144	$s_1$	0,14937	0,00136
$f_3$	-0,03538	0,00126			
$\sigma$		0,0002492			

**Tabuľka 4.1:** Parametre modelovej funkcie pre hviezdu HD 7676.

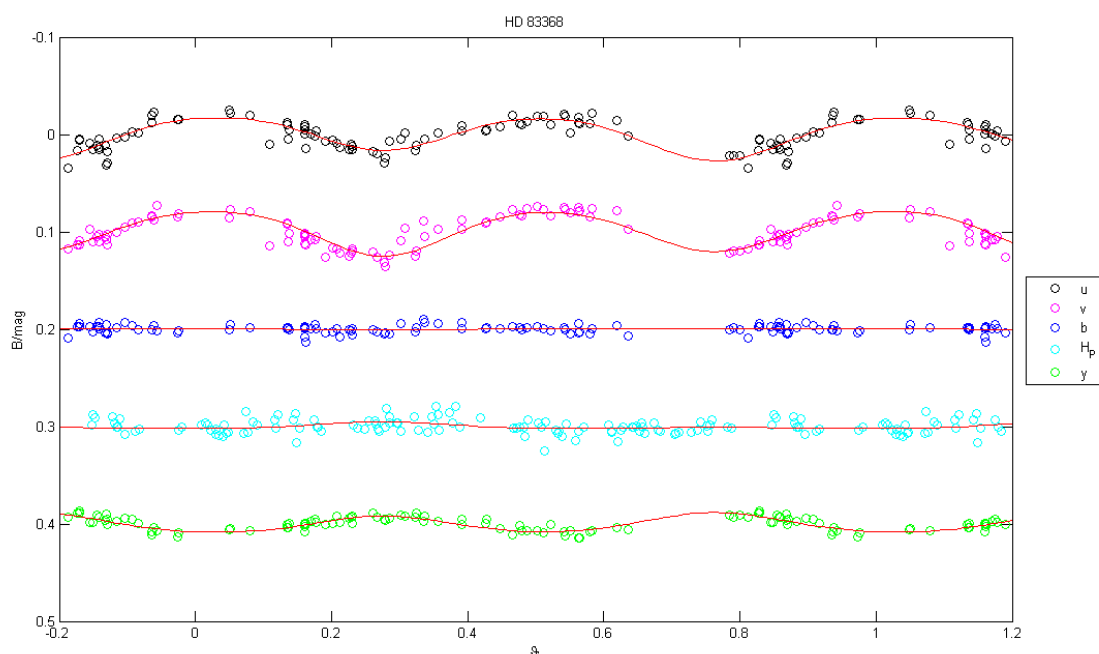
VV Scl je CP hviezdou, na ktorej je spektrálne rozdelenie energie očividné. Na obrázku 4.2 vidíme jasnosti oboch škvŕn voči okolitému povrchu. Škvŕny majú podobný charakter, líšia sa len v intenzite. Najnižšiu jasnosť dosahujú vo farbe  $v$ , kde sa nachádzajú čiary Balmerovej série vodíka. Opacita spôsobená prítomnosťou kovov znižuje výšku Balmerovho skoku, čím ubera z intenzity práve v tomto filtri. Vo všetkých farbách sú obe škvŕny tmavé okrem  $y$ , kde je prvá škvŕna svetlá. Škvŕny vzájomne znižujú svoje amplitúdy, keby

prvá škvrna neexistovala, rozsah druhej by bol 0,28 mag, čím by sa HD 7676 stala CP hviezdou s najvyššou známou amplitúdou. Rozmery škvŕn su tiež podobné. Na základe týchto pozorovaní je možná interpretácia, že škvŕny sú na opačných stranách hviezdy, pravdepodobne v okolí magnetických pólov. Väčší rozmer a amplitúda druhej škvŕny môže preto svedčiť o existencii magnetického dipólu vychýleného mimo centra hviezdy.

## 4.2 HD 83368

V súhvezdí Plachiet sa nachádza ďalšia zo skúmaných hviezd HD 83368, tiež IM Vel. S vizuálnou jasnosťou 6,23 mag [24] patrí medzi relatívne jasné CP hviezdy. Radí sa do kategórie rýchlo oscilujúcich Ap SrCrEu hviezd pod premenný typ  $\alpha^2$  CVn. So spektrálnym typom A8 a efektívnou teplotou 7760 K patrí medzi chladnejšie CP hviezdy. Má polomer približne  $2,9 R_{\odot}$  a premenlivé magnetické pole s intenzitou 737 G [17]. V skutočnosti je IM Vel súčasťou vzdialenej dvojhviezdy s obežnou dobou 657 rokov.

Variability v jasnosti sú dvojakého charakteru. Hviezda vykonáva rýchle pulzy s periódou 11,67 min, no tieto oscilačné amplitúdy dosahujú maximálne stotiny magnitudy [17]. Zmeny jasnosti spôsobené pekuliaritou sa opakujú s periódou rotácie 2,851 943 (7) dňa, no aj v tomto prípade je rozsah amplitúd cca 0,05 mag.



**Obr. 4.3:** Svetelná krivka hviezdy HD 83368 preložená modelovou funkciou.

Na obrázku 4.3 je svetelná krivka, z ktorej je vidno, že hviezda má dve takmer identické škvŕny s opačnými fázami v 0,25 a 0,75, ktoré sú vo farbách *u* a *v* tmavé. V *b* filtri je hviezda takmer nemenná a naopak vo zvyšných dvoch farbách sú škvŕny jasné.

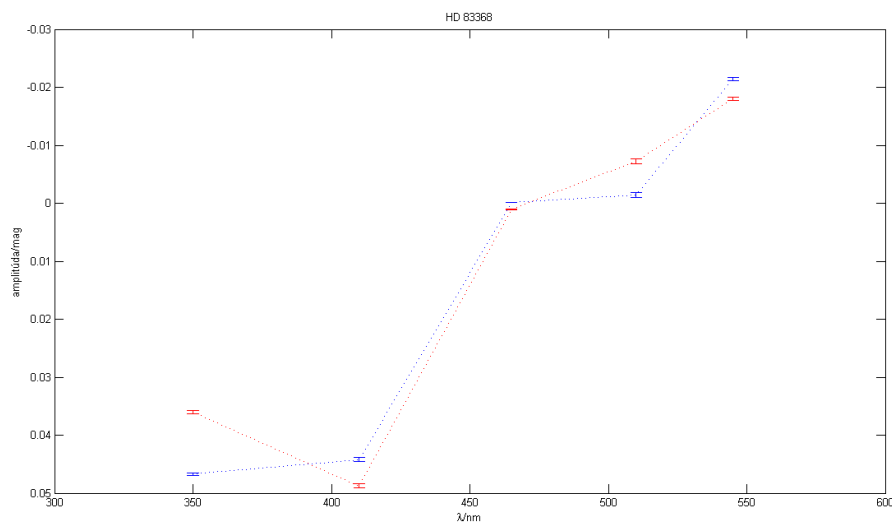
Naskytuje sa však otázka, prečo by situácia nemohla byť obrátená s pozíciou škvŕn vo fázach 0 a 0,5? Bez dodatočných informácií je pri takto symetrickej krivke nemožné

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	-0,01961	0,00024	$y_6$	-0,00724	0,00038
$y_0$	0,03603	0,00025	$y_7$	-0,00143	0,00041
$y_1$	0,04673	0,00018	$f_4$	0,00960	0,00018
$f_1$	-0,02377	0,00030	$y_8$	-0,01805	0,00030
$y_2$	0,04873	0,00036	$y_9$	-0,02142	0,00063
$y_3$	0,04421	0,00056	$x_0$	0,27599	0,00037
$f_2$	-0,00031	0,00001	$x_1$	0,76416	0,00014
$y_4$	0,00105	0,00002	$s_0$	0,09406	0,00057
$y_5$	-0,00013	0,00034	$s_1$	0,10103	0,00064
$f_3$	0,00220	0,00016			
		$\sigma$	0,0000628		

**Tabuľka 4.2:** Parametre modelovej funkcie pre hviezdu HD 83368.

s istotou určiť polohu škvrny a tým aj jej jasnosť. Podrobnejšia analýza štúdie Polosukhinej a kol. [17] nesie informáciu, že v minime magnetickej intenzity je k nám jedna škvrna práve natočená. Prepočítaním hodnôt základného minima tejto štúdie voči efemeridám, ktoré používam na spracovanie, som zistil, že táto poloha nastáva vo fáze 0,78. Podľa tohto výskumu leží magnetická os v rovine pozorovateľa kolmo k rotačnej a my tak máme možnosť vidieť raz severný a raz južný magnetický pól, v okolí ktorých sa škvrny nachádzajú. Použitím týchto počítačových parametrov som prišiel k veľmi dobrej zhode nameraných hodnôt s modelovou funkciou.

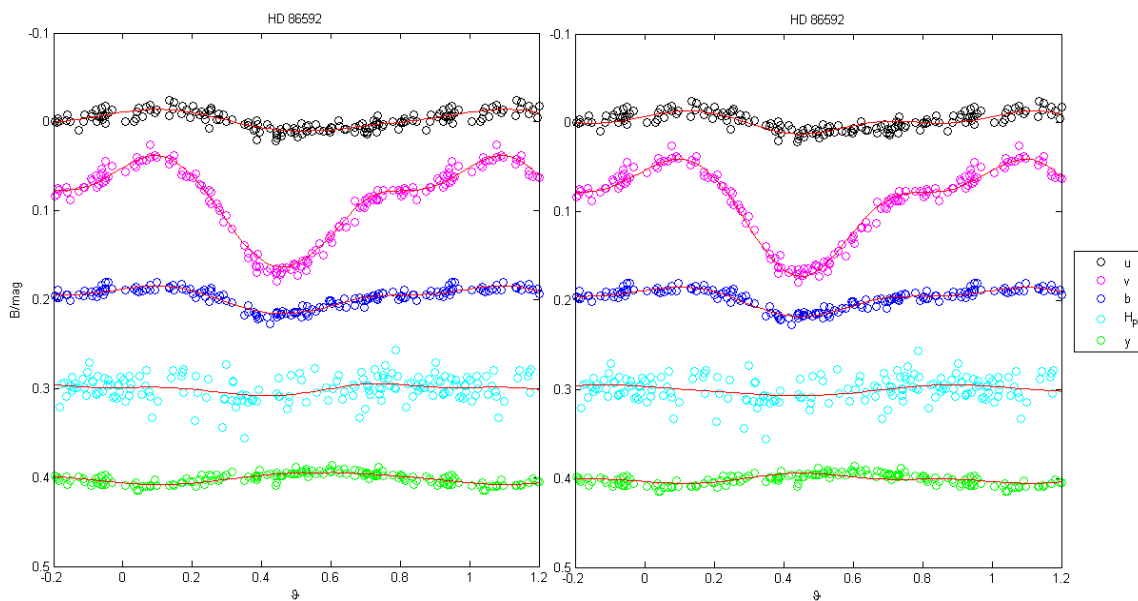
Tabuľka 4.2 a obrázok 4.4 jasne potvrdzujú predpokladaný model. Škvrny sú takmer totožné, či už v jasnosti alebo rozmere, v kratších vlnových dĺžkach sú tmavé, vo filtri  $b$  zmiznú a s nižšími frekvenciami vystupujú ako svetlé.



**Obr. 4.4:** Amplitúdy škvŕn v použitých filtroch.

### 4.3 HD 86592

Ďalšou skúmanou hviezdou je HD 86592, pod iným označením aj V359 Hya zo súhvezdia Hydry. Podľa Renonovho katalógu chemicky pekuliárnych hviezd (2009) patrí do spektrálnej triedy A0 SrEu [16]. Efektívna teplota hviezdy zistená z Balmerových čiar je približne 7600 K [19], čo je teplota pomerne nízka pre spektrálny typ A0. Premennosťou sa zaraďuje taktiež k typu  $\alpha^2$  CVn, jej vizuálna jasnosť je 7,83 mag [24].



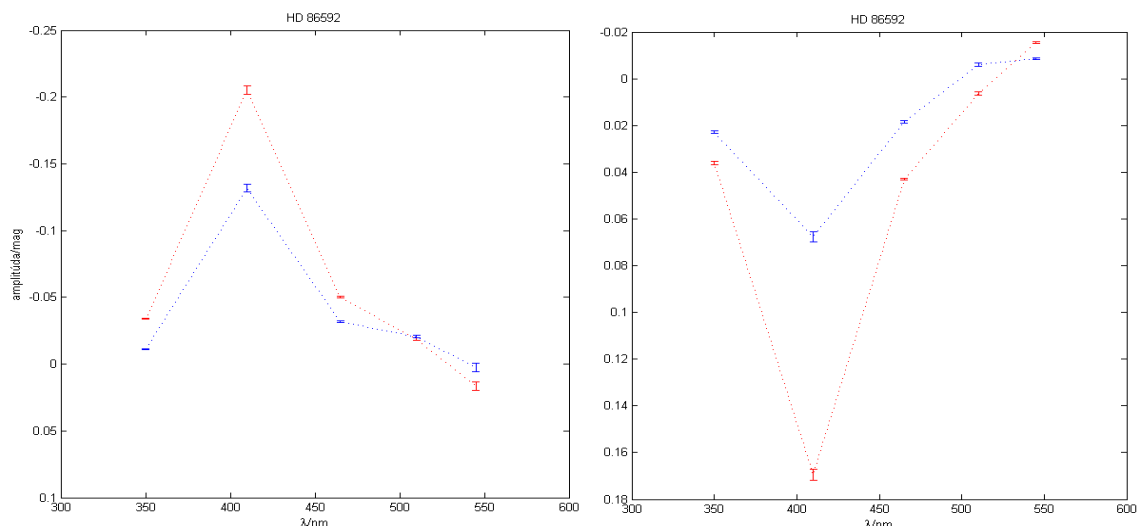
**Obr. 4.5:** Svetelná krivka hviezdy HD 86592 preložená modelovou funkciou. Prvý obrázok ukazuje model so škvrnami vo fázach 0,11 a 0,70, na druhom obrázku je poloha škvŕn 0,45 a 0,88.

Medzi CP hviezdy bola zaradená po prvýkrát Bidelmanom (1981) a neskôr Babel a North (1977) objavili jej silné magnetické pole s intenzitou približne 15 kG [18]. Perióda hviezdy má podľa tabuľky efemeríd hodnotu 2,886 655 (9) dňa.

Svetelná krivka na obrázku 4.5 má podobne ako u predchádzajúcich hviezd maximálnu amplitúdu vo farbe  $v$ , kde dosahuje približne 0,13 mag. Povrch samotnej hviezdy doteraz nebol predmetom diskusie, takže nevieme presne určiť, kde sa škvŕny nachádzajú. Preto som vzal do úvahy obe možné varianty. V prvom prípade som polohu škvŕn určil vo fázach 0,1 a 0,7. Druhou alternatívou sú škvŕny s centrami 0,5 a 0,9, no v tomto prípade je preloženie modelovou krivkou nepresnejšie, čo vidno hlavne vo filtroch  $u$  a  $y$ . V oboch prípadoch sa však škvŕny nevyskytujú na opačných stranách hviezdy a interpretácia ich umiestnenia, či tvaru je tak už komplikovanejšia.

Obrázok 4.6 ukazuje obe uvádzané možnosti. Napriek tomu, že v prvom prípade je preloženie krivkou presnejšie, nevyhovuje nášmu modelu. Podľa neho by totiž mali mať škvŕny najmenšie amplitúdy práve v okolí 400 nm, v oblasti za Balmerovým skokom. Opačný prípad by sme nevedeli fyzikálne vysvetliť. Takto by boli škvŕny svetlé s výnimkou filtra  $y$ . Druhá možnosť je v súlade s predpokladaným modelom, hoci presnosť fitu je menšia. Škvŕny sú temné, v okolí 500 nm splývajú s okolím. V porovnaní s predchádzajúcimi skúmanými hviezdami je nápadný výrazný rozdiel medzi rozsahom jednotlivých škvŕn.

Ak by sme vzali do úvahy druhý, správnejší prípad, ktorý je však menej presný, je potrebné vysvetliť pozorované nezrovnalosti. Jednou možnosťou je porušený predpoklad, že sa na hviezde nachádzajú dve gaussovské škvŕny. Pravdepodobne sa na povrchu vyskytuje komplikovanejšia štruktúra zložená z viacerých oblastí prípadne zo škvŕn zložitejšieho tvaru. Nesymetria v ich rozložení je podporovaná aj samotnou polohou centier, ktoré sú od seba posunuté o fázu približne 0,4, čo môže byť spôsobené nesymetriou samotného magnetického poľa. Z toho vyplýva, že pre lepšie pochopenie je nutné podrobnejšie zmapovať povrch hviezdy, dovedty budú akékoľvek závery len domnienkami.



**Obr. 4.6:** Amplitúdy škvŕn v použitých filtroch pre oba použité varianty.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	0,02012	0,00037	$y_6$	-0,01863	0,00102
$y_0$	-0,03393	0,00036	$y_7$	-0,02058	0,00081
$y_1$	-0,01134	0,00033	$f_4$	-0,00847	0,00023
$f_1$	0,14678	0,00303	$y_8$	0,01635	0,00023
$y_2$	-0,20525	0,00300	$y_9$	0,00242	0,00025
$y_3$	-0,13175	0,00231	$x_0$	0,10767	0,00057
$f_2$	0,03582	0,00073	$x_1$	0,69727	0,00115
$y_4$	-0,05040	0,00072	$s_0$	0,20317	0,00119
$y_5$	-0,03166	0,00057	$s_1$	0,14994	0,00086
$f_3$	0,01769	0,00090			
		$\sigma$	0,0000107		

**Tabuľka 4.3:** Modelová funkcia pre hviezdu HD 86592 so škvŕnami vo fázach 0,11 a 0,70.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	-0,02378	0,00065	$y_6$	0,00643	0,00073
$y_0$	0,03602	0,00064	$y_7$	-0,00608	0,00063
$y_1$	0,02287	0,00064	$f_4$	0,00977	0,00029
$f_1$	-0,09758	0,00234	$y_8$	-0,01552	0,00044
$y_2$	0,16947	0,00222	$y_9$	-0,00855	0,00029
$y_3$	0,06770	0,00200	$x_0$	0,44760	0,00028
$f_2$	-0,02513	0,00057	$x_1$	0,87610	0,00153
$y_4$	0,04297	0,00052	$s_0$	0,16314	0,00121
$y_5$	0,01836	0,00050	$s_1$	0,14616	0,00135
$f_3$	0,00059	0,00052			
$\sigma$			0,0000439		

**Tabuľka 4.4:** Parametre modelovej funkcie so škvrnami vo fázach 0,45 a 0,88.

## 4.4 HD 125248

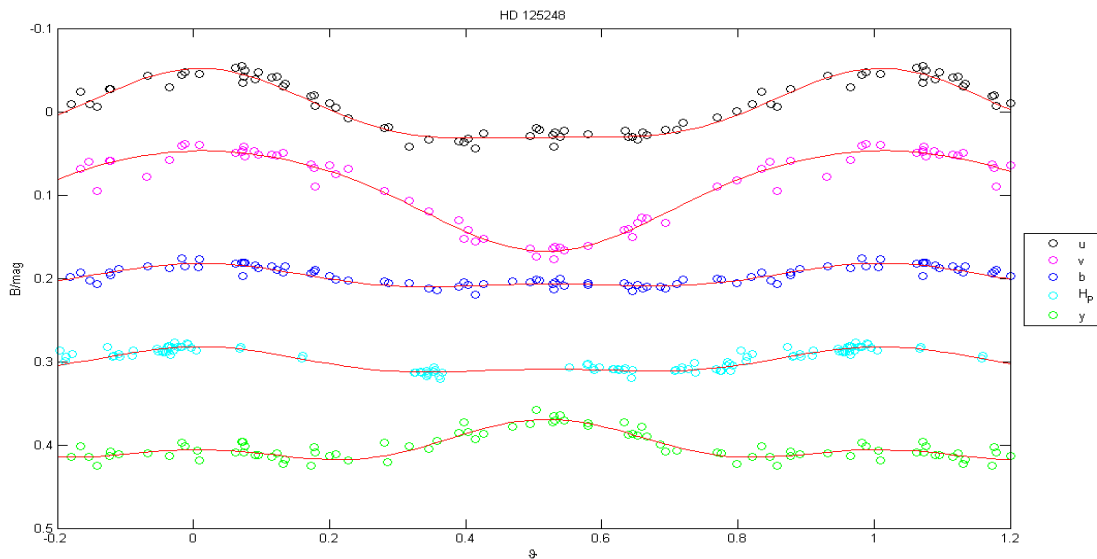
Hviezda s označením HD 125248, prípadne CS Vir zo súhvezdia Panny, patrí medzi jednu z najlepšie preskúmaných CP hviezd. S vizuálnou jasnosťou 5,86 mag sa radí medzi jasnejšie z nich. Je priemernej teploty so spektrálnym typom A1 EuCr [16] a premennosťou sa radí opäť medzi hviezdy typu  $\alpha^2$  CVn. Perióda dosahuje hodnoty 9,295 469 (30) dňa. CS Vir je prvou hviezdou, na ktorú bol aplikovaný model skloneného magnetického rotátora (Stibbs 1951). Odvtedy sa získalo o tejto hviezde množstvo pozorovaní v mnohých filtroch.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	0,06701	0,00558	$y_6$	-0,05276	0,00282
$y_0$	-0,11810	0,00544	$y_7$	-0,02539	0,00290
$y_1$	-0,03443	0,00526	$f_4$	0,07060	0,00855
$f_1$	-0,04576	0,00913	$y_8$	-0,06235	0,00768
$y_2$	-0,00982	0,00824	$y_9$	-0,10012	0,00824
$y_3$	0,11346	0,00895	$x_0$	0,01156	0,00038
$f_2$	0,03094	0,00287	$x_1$	0,51867	0,00026
$y_4$	-0,04838	0,00266	$s_0$	0,16940	0,00286
$y_5$	-0,02309	0,00279	$s_1$	0,17854	0,00602
$f_3$	0,03551	0,00305			
$\sigma$			0,0001073		

**Tabuľka 4.5:** Parametre modelovej funkcie pre hviezdu HD 125248.

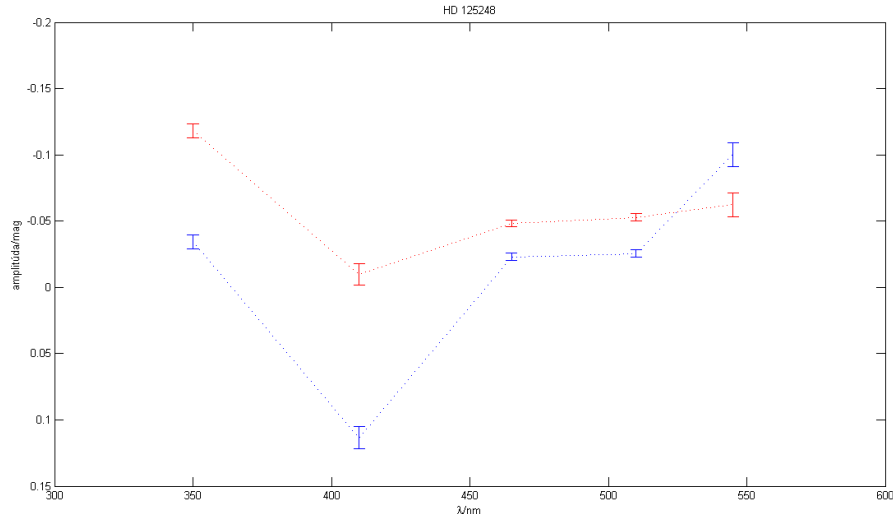
Svetelná krivka tejto hviezdy znázornená na obrázku 4.7 je ideálna na popis princípu CP hviezd. Hviezda má dve škvrnny, ktorých amplitúdy sa v každej farbe výrazne menia. V tomto prípade nie je o polohe centier škvŕn vo fázach 0 a 0,5 pochýb. Obe škvrnny majú podobný tvar, prvá škvŕna je však o poznanie jasnejšia. Z tabuľky 4.5 vyplýva, že rozmery škvŕn sú približne zhodné, ich polohy sú v protifáze, no amplitúdy sú značne rozdielne, čo





**Obr. 4.7:** Svetelná krivka hviezdy HD 125248 preložená modelovou funkciou.

môže implikovať existenciu magnetického poľa s nerovnomernou intenzitou. Obrázok 4.8 hovorí o prerozdelení energie v spektre. Škvrny sú najtmavšie vo farbe  $v$ , zmeny jasnosti škvŕny, ktorá sa nachádza v nulovej fáze sú značne menšie.



**Obr. 4.8:** Amplitúdy škvŕn v použitých filtroch.

Je možné si všimnúť, že krivky oboch škvŕn sa pretínajú v približne 530 nm, podobný bod sa nachádza aj u ďalších hviezd. Ak je jedna škvŕna tmavšia, absorbuje viac energie, musí túto energiu „nadžiariť“ vo vyšších vlnových dĺžkach. Menej tmavá škvŕna absorbuje menšie množstvo, a preto je aj menej svetlá v kontinuu. Krivky sa tak musia v určitom mieste vždy pretnúť a škvŕny si vymenia svoje úlohy.

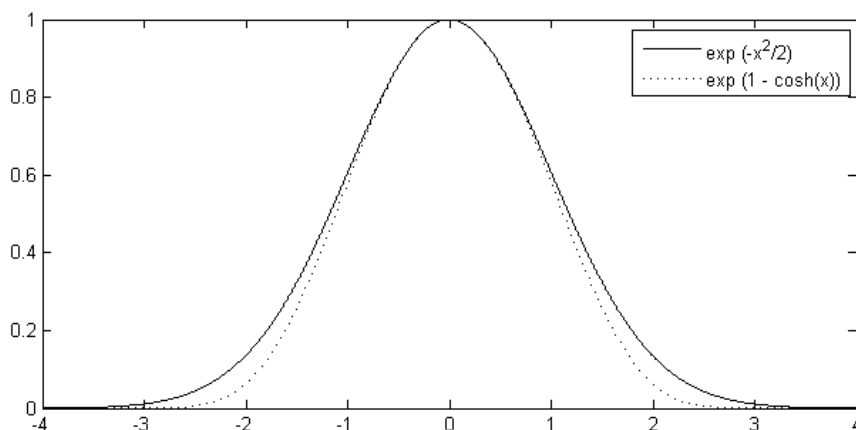
## 4.5 HD 184905

Ďalším vybraným kandidátom je HD 184905, V1264 Cyg, zo súhvezdia Labute. Jej vizuálna jasnosť sa pohybuje okolo strednej hodnoty 6,62 mag [24]. Patrí medzi hviezdy typu  $\alpha^2$  CVn spektrálne klasifikovaná ako A0 SiCrSr s efektívnou teplotou približne 10 800 K [20]. Ako pomerne jasná CP hviezda bola kategorizovaná už v roku 1958 Jaschekovcami. Neskôr Babcock objavil jej magnetické pole a z fotometrických pozorovaní sa určila perióda tejto hviezdy. Jej súčasná hodnota je 1,845 346 (1) dní.

Na tejto hviezde som vyskúšal modelovú funkciu, ktorá by mala lepšie popisovať zmenu jasnosti povrchu hviezdy vplyvom prítomnosti škvŕny. Táto funkcia má tvar:

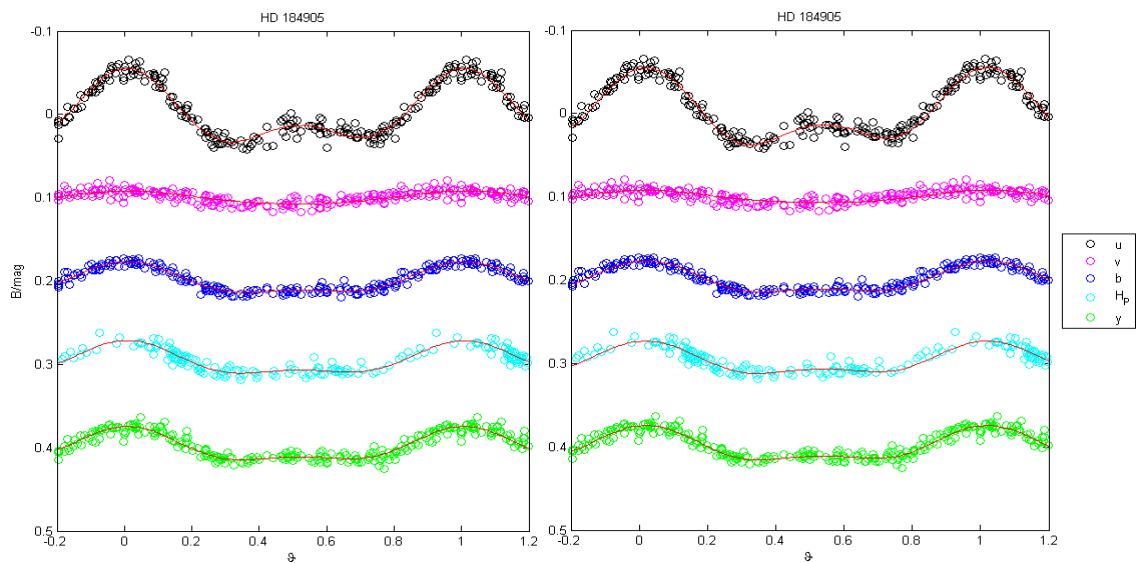
$$f = f_0 + y_0 \exp\left(1 - \cosh\frac{z_0}{s_0}\right) + y_1 \exp\left(1 - \cosh\frac{z_1}{s_1}\right), \quad (4.1)$$

kde veličiny  $z_0$  a  $z_1$  sú implicitnou formou stredov škvŕn  $x_0$  a  $x_1$  z rovníc (3.2) a (3.3). Všetky parametre majú rovnakú interpretáciu ako v modelovej funkcii (3.3). Nová modelová funkcia popisuje škvŕnu lepšie, pretože jej základňa je v porovnaní s normálnou Gaussovou krivkou užšia a jej spád je približne lineárny. Názorne porovnanie oboch funkcií v normovanom tvare uvádzam v obrázku 4.9. Modifikovaná krivka má asi o 10 % menšiu plochu.



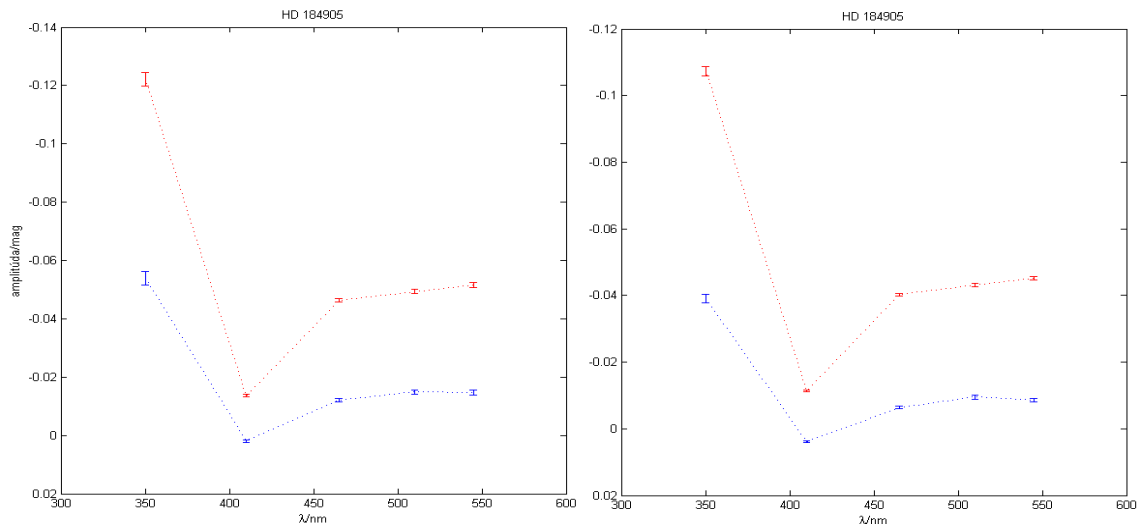
Obr. 4.9: Porovnanie normovaných funkcií.

Svetelné krivky v jednotlivých farbách môžeme vidieť na obrázku 4.10. Na to, aby sme správne vybrali polohu škvŕn (približné fázy 0 a 0,5) nie je potreba študovať predchádzajúce výskumy. V prípade, že by sa škvŕny nachádzali vo fázach 0,3 a 0,7, musela by mať krivka rovnaký tvar, len iné amplitúdy. To je v rozpore s faktom, že vo filtri  $u$  je podstatne vyšší vzrast jasnosti v strede, kým napr. vo filtri  $b$  sa jasnosť v tejto oblasti takmer nemení. To jasne naznačuje existenciu stredovej škvŕny. Z grafov vyplýva, že preloženie modelovými funkciami je takmer identické. Nepatrné rozdiely medzi nimi je možné si všimnúť v oblastiach medzi škvŕnami, ktoré lepšie popisuje modifikovaný model práve z toho dôvodu, že má užšiu základňu.



**Obr. 4.10:** Svetelné krivky V1264 Cyg s obyčajným (vpravo) a modifikovaným modelom (vľavo).

Na obrázku 4.11 je rozdiel medzi modelmi viditeľný len v amplitúdach, tvar kriviek je však rovnaký. To je podobne zdôvodnené tým, že medzi dvoma Gaussovými krivkami je modifikovaný model užší a výraznejší, čo si musí normálny model vynahradiť zvýšením amplitúd. Krivky dosahujú minimum rovnako ako ostatné hviezdy vo filri  $v$ , no je zaujímavé, že obe sú v celom pozorovanom spektre jasné. Nenájde tu ani bod, v ktorom sa amplitúdy kriviek vyrovnávajú.



**Obr. 4.11:** Amplitúdy škvŕn, vpravo je obyčajný, vľavo modifikovaný Gaussovský model.

V tabuľkách 4.6 a 4.7 sa nachádzajú hodnoty parametrov modelových funkcií. Okrem rozličných amplitúd stoja za zmienku rôzne pološírky jednotlivých škvŕn. Pre lepší popis oblastí medzi škvŕnami sa musí normálna Gaussova krivka zúžiť, kým v modifi-

kovanom modeli je to zabezpečené samotným tvarom. Hodnoty štandardných odchýlok a chýb tiež podporujú nový model. Je však nutné poznamenať, že všetky tieto rozdiely sú minimálne a obe funkcie popisujú namerané hodnoty s takmer rovnakou hodnovernosťou, preto používanie pôvodnej funkcie nevnaša do práce závažné chyby.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	0,06684	0,00231	$y_6$	-0,04934	0,00074
$y_0$	-0,12201	0,00231	$y_7$	-0,01493	0,00072
$y_1$	-0,05383	0,00214	$f_4$	0,02590	0,00086
$f_1$	0,00517	0,00032	$y_8$	-0,05153	0,00085
$y_2$	-0,01360	0,00044	$y_9$	-0,01467	0,00085
$y_3$	0,00195	0,00040	$x_0$	0,01632	0,00012
$f_2$	0,02287	0,00067	$x_1$	0,53946	0,00045
$y_4$	-0,04633	0,00067	$s_0$	0,15149	0,00124
$y_5$	-0,01206	0,00065	$s_1$	0,13159	0,00262
$f_3$	0,02185	0,00075			
$\sigma$			0,0000906		

**Tabuľka 4.6:** Parametre normálnej modelovej funkcie pre hviezdu HD 184905.

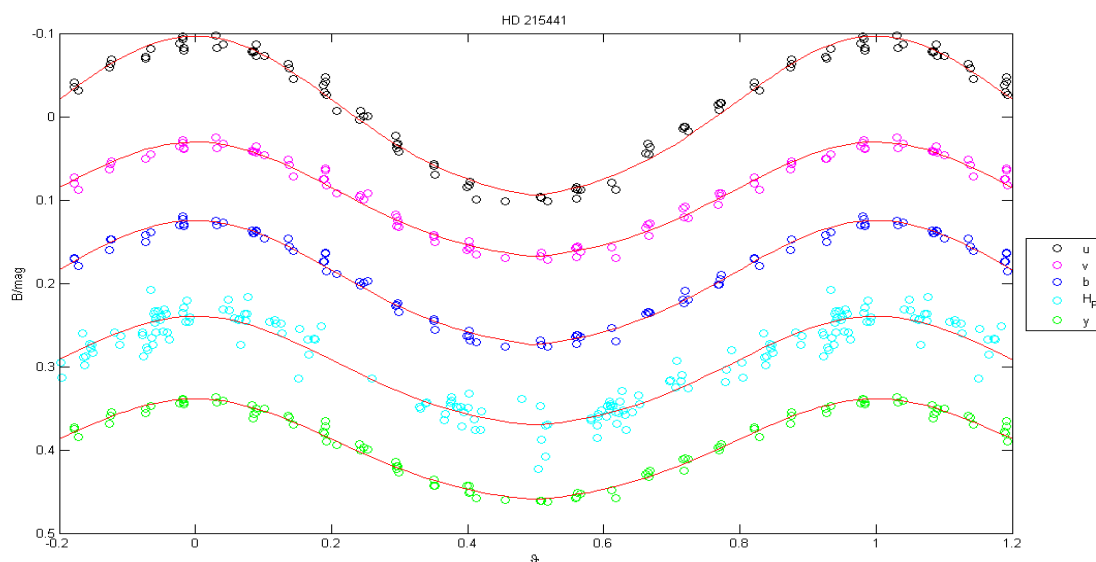
parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	0,05236	0,00137	$y_6$	-0,04311	0,00060
$y_0$	-0,10733	0,00138	$y_7$	-0,00953	0,00062
$y_1$	-0,03906	0,00140	$f_4$	0,01961	0,00043
$f_1$	0,00310	0,00006	$y_8$	-0,04513	0,00043
$y_2$	-0,01126	0,00025	$y_9$	-0,00854	0,00059
$y_3$	0,00380	0,00009	$x_0$	0,01946	0,00021
$f_2$	0,01703	0,00036	$x_1$	0,54364	0,00058
$y_4$	-0,04026	0,00039	$s_0$	0,14927	0,00085
$y_5$	-0,00639	0,00037	$s_1$	0,14123	0,00261
$f_3$	0,01621	0,00053			
$\sigma$			0,0000636		

**Tabuľka 4.7:** Parametre modifikovanej modelovej funkcie pre hviezdu HD 184905.

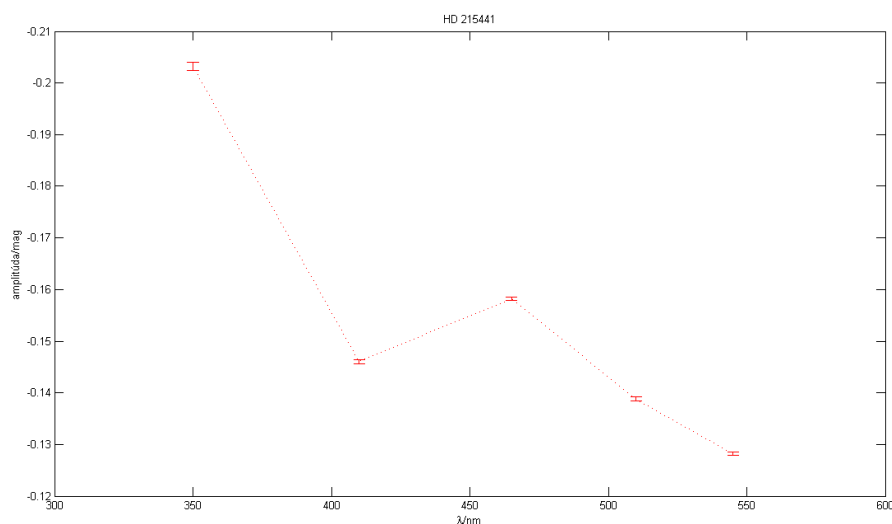
V1264 Cyg patrí medzi magnetické CP hviezdy, intenzita poľa je približne 5 kG [20]. Interpretácia tvaru svetelnej krivky teda vyplýva z modelu skloneného magnetického rotátoru. Nemá však tvar sinusoidy, hoci škvrnny sa nachádzajú v opačných fázach. Ich rozmiestnenie sa preto neriadi nijakou symetriou. Z nepresného tvaru svetelnej krivky v mieste sekundárnej škvrnny možno súdiť prítomnosť komplikovanejšej štruktúry. Tento fakt podporuje aj ich radikálne odlišná jasnosť.

## 4.6 HD 215441

CP hviezdou s najsilnejším magnetickým poľom je HD 215441, GL Lac, zo súhvezdia Jašterice. Podľa Renonovho katalógu sa zaraďuje do spektrálneho typu B9 Si [16] s približnou efektívnou teplotou 14 500 K [21]. Podľa premennosti patrí k hviezdám typu  $\alpha^2$  CVn a jej priemerná jasnosť je 8,81 mag vo filtri V.



Obr. 4.12: Svetelná krivka hviezdy HD 215441 preložená normálnou modelovou funkciou.



Obr. 4.13: Amplitúdy škvŕny v použitých filtroch.

Magnetické pole GL Lac objavil v roku 1959 Babcock, po ktorom dostala aj pomenovanie – Babcockova hviezda. Z nezvyčajne silného Zeemanovho rozštiepenia čiar zistil, že jeho intenzita sa pohybuje okolo hodnoty 34 kG, pričom sklon magnetickej osi sa mení

v rozmedzí približne od 0 do  $70^\circ$  voči pozorovateľovi [21]. Rotačná perióda hviezdy je 9,487 474 (37) dní.

parameter	hodnota	chyba	parameter	hodnota	chyba
$f_0$	0,10670	0,00071	$f_3$	0,07865	0,00017
$y_0$	-0,20324	0,00085	$y_3$	-0,13878	0,00043
$f_1$	0,07666	0,00035	$f_4$	0,06731	0,00033
$y_1$	-0,14603	0,00034	$y_4$	-0,12822	0,00035
$f_2$	0,08310	0,00027	$x_0$	-0,00082	0,00006
$y_2$	-0,15830	0,00032	$s_0$	0,21100	0,00037
		$\sigma$	0,0000979		

**Tabuľka 4.8:** Parametre modelovej funkcie pre hviezdu HD 215441.

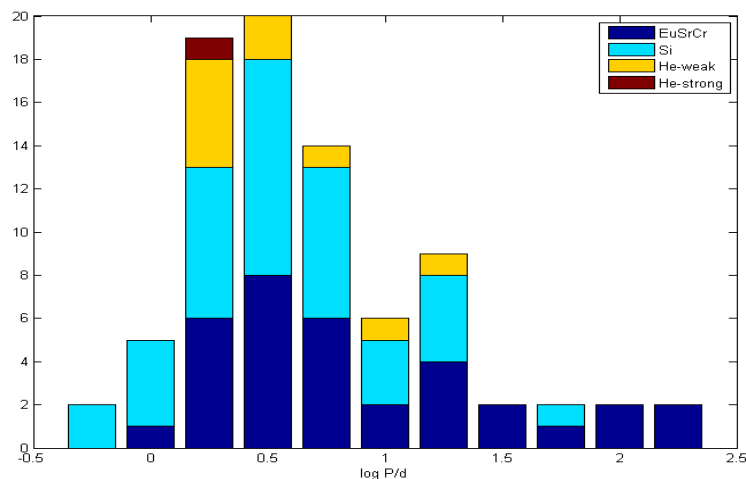
Táto hviezda má jednoduchú svetelnú krivku reprezentovanú jednou škvrou so stredom vo fáze 0. Ako modelovú funkciu som teda použil jednu Gaussovú krivku vo forme (3.2). Na obr. 4.12 vidíme svetelné krivky v jednotlivých farbách, ktoré sa mierne menia len v amplitúdach, najvyššiu hodnotu 0,2 dosahuje hviezda vo filtri  $u$ . Porovnaním s obrázkom 4.13 dostávame pomerne nezvyčajnú krivku, amplitúda v nízkych vlnových dĺžkach je mimoriadne vysoká. To je pravdepodobne spôsobené vysokou teplotou hviezdy, maximum vyžarovania nadobúda v porovnaní s ostatnými skúmanými hviezdami nižšiu vlnovú dĺžku – len 200 nm. Maximum bežných Ap hviezd je vyššie ako 300 nm. Pozoruhodné je, že škvra je vo všetkých filtroch jasná, čo Khokhlova a kol. [22] pripisuje prítomnosti železa v oblasti magnetického pólu, ktorý sa k nám nakláňa v nulovej fáze. Na tému magnetického póla tejto hviezdy bolo publikovaných viacero prác.

## 4.7 Hromadná charakteristika

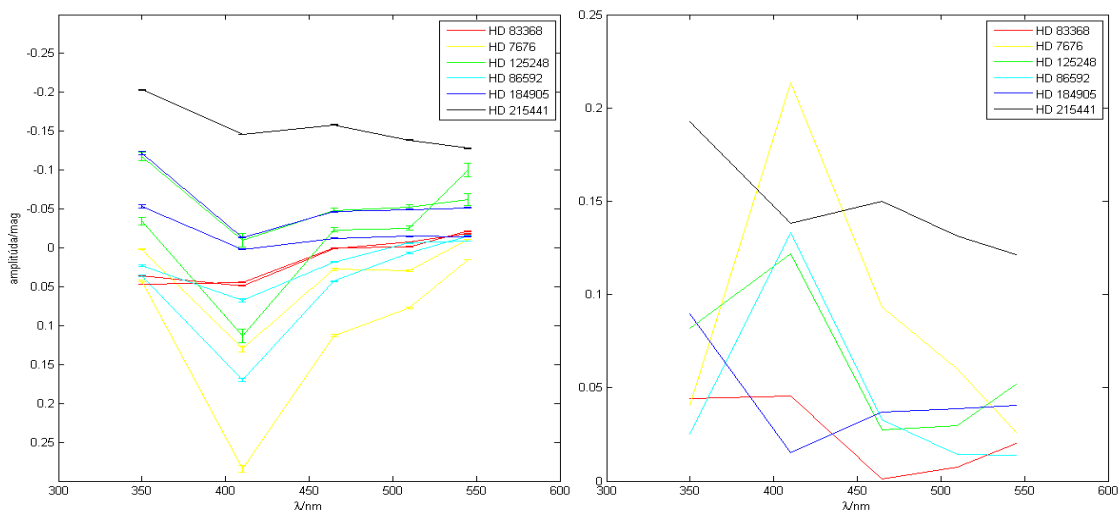
Počiatočný datový súbor obsahuje fotometrické merania 83 hviezd, v piatich filtroch od 70 pozorovateľov. Každé meranie obsahuje juliánsky dátum a jasnosť. Výsledkom spracovania týchto údajov sú vykreslené svetelné krivky. V druhom súbore sa nachádzajú charakteristiky samotných hviezd – perióda, juliánsky dátum základného extrému a jeden zo štyroch typov pekuliarít. Jednotlivé typy sú zastúpené nasledovne: EuSrCr (34), Si (38), He-weak (10), He-strong (1).

Dôležitým výsledkom spracovania súboru efemeríd je početné zastúpenie periód. Na obrázku 4.14 ja znázornená početnosť intervalových periód v logaritmickej miere, v ktorej sú odlišené aj rôzne typy. Z grafu vyplýva, že rozdelenie je mierne odlišné od normálneho, čo však môže byť spôsobené malým rozsahom súboru. Stred rozdelenia sa nachádza v oblasti mediánu, ktorého hodnota je 3,74 d. Minimálnu periódu dosahuje hviezda HD 164429 s hodnotou 0,518 928 d, maximálnu hviezda HD 188041 o dĺžke 223,886 d. Odstránením okrajových hodnôt získavame interval 1–90 dní, v ktorom sa nachádza 90 % všetkých hviezd. Odčítaním z grafu môžeme dedukovať, že EuSrCr majú vo všeobecnosti vyššie periody ( $\bar{P} = 5,09 d$ ) ako Si hviezdy ( $\bar{P} = 3,45 d$ ) a najnižšie hodnoty majú He-weak hviezdy ( $\bar{P} = 2,77 d$ ). Pri bežnom polomere CP hviezd s hodnotou približne  $2 R_\odot$  vychá-

dza 90% interval rotačných rýchlostí zhruba od 1 do 100 km/s. To potvrdzuje štatistické predpoklady charakteristík CP hviezd rozoberaných v podkapitole 1.3.



**Obr. 4.14:** Histogram početného zastúpenia periód 83 CP hviezd.



**Obr. 4.15:** Vľavo: graf závislosti amplitúd škvŕn všetkých analyzovaných hviezd na vlnovej dĺžke. Vpravo: amplitúdy jasnosti všetkých hviezd v jednotlivých filtroch.

Fotometrické spracovanie všetkých hviezd je obsahovo aj časovo náročná úloha. Je potrebné preštudovať množstvo predchádzajúcich výskumov, aby sa dalo presne určiť, v akej fáze sa nachádzajú škvŕny, preložiť všetky svetelné krivky modelovými funkciami a pracovať s veľkým objemom dát.

Len málo hviezd bolo doteraz dostatočne podrobne zmapovaných, nie vždy poznáme ich efektívne teploty a amplitúdy priemernej CP hviezd sa pohybujú v stotinách magnitúdy. To sú všetko problémy, na ktoré narazíme pri rozsiahlejšom skúmaní. Vyhol som sa

im tak, že som si vybral na podrobnejšiu analýzu len 6 hviezd, ktoré mali dostatok meraní, charakteristický tvar alebo vysoké amplitúdy. Pri všeobecnej interpretácii sa preto môžu vyskytnúť chyby spôsobené výberovým efektom.

Spojením závislostí amplitúd škvŕn na vlnovej dĺžke všetkých skúmaných hviezd dostaneme graf na obrázku 4.15 vľavo. Hviezdy sú zoradené podľa spektrálneho typu od najchladnejšej (červená) po najteplejšiu (čierna). Zisťovanie efektívnej teploty je problematické a v prípade CP hviezd dosahuje často hodnoty, ktoré sú netypické pre obyčajné hviezdy rovnakého spektrálneho typu. Príkladom je spomínaná hviezda HD 86592 typu A0, u ktorej zdroj [18] uvádza teplotu 7600 K, hoci u normálnych hviezd dosahuje rovnaký typ 10 000 K. Pri prieskume teplôt vybraných hviezd v rôznych katalógoch som našiel hodnoty teploty merané odlišnými metódami, ktoré sa vzájomne líšili v niektorých prípadoch aj o niekoľko tisíc kelvinov. Priradenie hviezdy k spektrálnemu typu bolo stabilnejšie, preto som práve spektrálny typ zvolil za určujúci parameter.

Ak neberieme do úvahy hviezdu HD 83368, ktorej správanie sa odlišuje od ostatných, amplitúdy škvŕn dodržiavajú približne nasledovný charakter. Všetky škvŕny dosahujú minimum (lokálne v prípade HD 215441) vo farbe  $v$ , čo je v súlade s predpokladaným modelom. Teplejšie zo skúmaných hviezd majú hodnotu minima plytšiu, kým minimum chladnejších hviezd je hlboké. Ďalší pozorovaný fakt je, že najtemnejšie škvŕny sú u chladných hviezd, kým u teplých hviezd sú podstatne jasnejšie. Nemusí to však byť celková charakteristika CP hviezd. Nech je hviezda akákoľvek a nech sú amplitúdy škvŕn akokoľvek divoké v krátkovlnných filtroch, je viditeľné, že s narastajúcou vlnovou dĺžkou amplitúdy škvŕn klesajú, blížia sa k nule.

Druhý graf na obrázku 4.15 vpravo popisuje priamo amplitúdy jasnosti hviezd. Jednoznačne najvyššiu amplitúdu dosahuje hviezda HD 7676 až 0,21 mag. Vysoké hodnoty amplitúd sú následkom výberového efektu, zvyčajne však u CP hviezd nepresahujú 0,1 mag. Pre teplejšie z vybraných hviezd nastáva maximum vo filtri  $u$  a následne pokles vo  $v$ , zatiaľ čo chladnejšie hviezdy dosahujú maximum práve vo filtri  $v$ . To zrejme súvisí s posunom maxima vyžarovania teplejších hviezd smerom k vyšším frekvenciám. Vo vyšších vlnových dĺžkach sú amplitúdy podľa očakávania nižšie.



# Kapitola 5

## Záver

Témou mojej bakalárskej práce bol výskum svetelných kriviek magnetických chemicky pekuliárnych hviezd. V prvej časti som podal teoretický výklad k tejto kategórii hviezd. Začal som históriou výskumu a klasifikáciou, pokračoval som ich charakteristikou a vysvetľovaním princípu premennosti. V závere tejto teoretickej časti som uviedol stručný výklad svetelných kriviek, používaných fotometrických systémov a matematický popis metódy najmenších štvorcov potrebný pre spracovanie nelineárnou regresiou. Druhú časť práce tvorí vlastný výskum, ktorého podstatou je spracovanie fotometrických dát.

Chemicky pekuliárne hviezdy sú charakteristické výskytom povrchových fotometrických škvŕn vytvorených z chemických prvkov so zvýšeným alebo zníženým zastúpením ako je bežné. Vplyvom tejto skutočnosti nastáva iné prerozdelenie energie v spektre – v kratších vlnových dĺžkach, kde sa zvyčajne nachádza prevažná časť spektrálnych čiar charakteristického chemického prvku, je energia silnejšie pohlcovaná a následne sa vyžiarí v kontinuu. Škvŕna sa tak v jednotlivých dĺžkach javí niekedy ako svetlá, inokedy ako tmavá. Vplyvom rotácie mení hviezda svoju jasnosť aj v priebehu času. Cieľom práce bolo potvrdiť správnosť tohto modelu analýzou svetelných kriviek, lokalizovať fotometrické škvŕny na povrchu hviezdy a porovnať ich spektrálne charakteristiky.

V praktickej časti som spracoval surové údaje, odstránil chybné hodnoty a vytvoril modelovú funkciu s dvoma, prípadne jednou Gaussovou krivkou. Vybral som si 6 charakteristických hviezd u ktorých som vykonal podrobnejšiu analýzu svetelných kriviek. Skúmané hviezdy sú: HD 7676, HD 83368, HD 86592, HD 125248, HD 184905 a HD 215441. Pri každej hviezde je uvedená jej fyzikálna charakteristika, graf svetelnej krivky v piatich filtroch s preloženou funkciou, tabuľka s parametrami tejto funkcie a graf závislosti amplitúd škvŕn na vlnovej dĺžke.

Na hviezde HD 7676 sa podľa analýzy nachádzajú dve škvŕny umiestnené v opačných fázach. Obe sú tmavé, ich amplitúdové krivky majú rovnaký tvar, no líšia rozsahom a to v približne dvojnásobnom pomere. Najtmavšie sú vo filtri  $v$  Strömgenovho systému, kde hviezda dosahuje aj najvyššie amplitúdy až 0,21 mag, so vzrastajúcou vlnovou dĺžkou sa jasnosťou blížila svojmu okoliu. Druhá hviezda, HD 83368, má dve takmer identické škvŕny, ktoré sú tmavé vo filtroch  $u$  a  $v$ , hviezda tu dosahuje najvyššie amplitúdy nepresahujúce 0,05 mag. Vo vlnových dĺžkach vyšších ako 500 nm sa škvŕny javia ako svetlé. Ich centrá sa nachádzajú v opačných fázach, čo spolu s ostatnými vlastnosťami hviezdy poukazuje na model skloneného magnetického rotátora. Treťou hviezdou je HD 86592 s dvoma škvŕnami,

ktorých polohy nie sú jednoznačné, preto som uviedol oba možné prípady, za správnu som však pokladal druhú variantu. Jej amplitúdove krivky sa podobajú hviezde HD 7676, ich rozsah je však menší. Polohy škvŕn sú posunuté voči sebe o fázu 0,4 a preložená krivka nie je dostatočne presná, čo naznačuje existenciu škvŕn komplikovanejšieho tvaru.

Hviezda HD 125248 má charakteristickú svetelnú krivku popísanú dvoma antifázovými škvŕnami, ktoré sú prevažne svetlé, iba jedna škvŕna sa javí tmavá vo filtri  $v$ , kde hviezda súčasne dosahuje maximálne amplitúdy jasnosti  $-0,12$  mag. O polohe škvŕn nie je pochyb, ich veľkosť je podobná, no v tvare amplitúdovej krivky sa líšia od seba viac ako v prípade ostatných hviezd. Pri ďalšej hviezde HD 184905 som použil modifikovanú funkciu, ktorá by mala lepšie zodpovedať fyzikálnemu poklesu jasnosti. Urobil som porovnanie oboch modelov, ktorých výsledky sa od seba takmer nelíšili, mierne lepší popis som dosiahol s modifikovanou funkciou. Na povrchu hviezdy sa vyskytujú dve škvŕny, ktoré sú jasné vo všetkých vlnových dĺžkach. Amplitúdy škvŕn majú voči sebe rovnaký tvar, no jedna má dvojnásobný rozsah zmien. Poslednou skúmanou hviezdou je HD 215441 s jednou škvŕnou, ktorej jasnosť je najväčšia spomedzi vybraných hviezd. Vyznačuje sa netradičnou intenzitou v krátkych vlnových dĺžkach, čo je pravdepodobne spôsobené relatívne vysokou teplotou hviezdy.

V závere práce som vykonal kompletnú spoločnú charakteristiku skúmaného súboru. Vytvoril som štatistické zastúpenie periód, ktorého výsledkom je hodnota mediánu ( $\bar{P} = 3,74$  d). V skúmanom štatistickom súbore má 90 % hviezd rotačné rýchlosti v približnom intervale 1–100 km/s. Z vyhodnotenia výsledkov tiež vyplýva, že najpomalšie rotujú hviezdy typu SrCrEu a najrýchlejšie He-weak hviezdy. Ďalším výsledkom je spoločná analýza amplitúd škvŕn všetkých vybraných hviezd. Z nej vyplýva, že chladnejšie hviezdy majú tmavšie škvŕny s výrazným minimom amplitúdy vo vlnových dĺžkach okolo 400 nm, kým pre teplé hviezdy sú charakteristické jasné škvŕny u ktorých nastáva podobné minimum, ktoré však nie je také hlboké. S rastúcou vlnovou dĺžkou sa amplitúdy všetkých škvŕn blížia k nule, čo je v súlade so správaním predpokladaného modelu. Celkové amplitúdy jasnosti vybraných hviezd sa pre odlišné spektrálne typy líšia. Kým v prípade teplejších hviezd nastáva maximum vo filtri  $u$  a ďalej amplitúdy klesajú, chladnejšie hviezdy dosahujú maximálne zmeny práve vo filtri  $v$ .

Tematika a možnosti výskumu sú príliš rozsiahle na to, aby sa dali všetky výsledky obsiahnuť v obsahovo tak malej publikácii, akou je bakalárska práca. Tá je len akýmsi začiatkom v ďalšom smerovaní tohto výskumu. V ďalších krokoch by bolo vhodné podrobnejšie spracovať väčšie množstvo hviezd, aby sa na výsledky dalo pozerieť v štatistickom smere, vytvorili by sa určité kategórie správania rôznych typov CP hviezd. Možnosťou ako spresniť analýzu výsledkov je výber vhodnejších modelových funkcií a jedným z ďalších výstupov môžu byť presnejšie hodnoty periód, prípadne určenie hodnoty ich časových zmien.

# Literatúra

- [1] Z. Mikulášek, *Fyzika horkých hvězd I*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně, 2011.
- [2] S. C. Wolf, *The A-type stars: Problems and perspectives*, NASA, 1985.
- [3] B. D. Warner, *A practical guide to lightcurve photometry and analysis*, Springer, 2006.
- [4] K. C. Smith, *Chemically peculiar hot stars*, *Astrophysics and Space Science*, str. 77–105, 1996.
- [5] J. Krtička, Z. Mikulášek, J. Zverko, et al., *The mechanism of the light variability of chemically peculiar stars*, *Proceedings of the IAU Symposium*, str. 270–272, 1996.
- [6] Z. Mikulášek, J. Krtička, J. Janík, et al., *Magnetic Chemically Peculiar Stars with Unsteady Periods*, *Proceedings of the International Conference in Russia*, str. 52–60, 2010.
- [7] T. Ryabchikova, *Observations of magnetic CP stars*, *Proceedings IAU Symposium*, str. 283–290, 2004.
- [8] H. M. Maitzen, *Chemically Peculiar Stars of the Upper Main Sequence*, *Reviews in Modern Astronomy*, str. 205–220, 1989.
- [9] Z. Mikulášek, J. Krtička, *Základy fyziky hvězd*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně, 2005.
- [10] Z. Mikulášek, J. Zverko, J. Krtička, et al., *The ZOO of uvby and Hp light curves of magnetic chemically peculiar stars*, *Physics of Magnetic Stars*, str. 300–309, 2007.
- [11] K. Stępień, *Why are magnetic Ap stars slowly rotating?* *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, str. 205–212, 1998.
- [12] M. S. Bessell, *Standard Photometric Systems*, *Annual review of astronomy and astrophysics*, str. 293–336, 2005.
- [13] Z. Mikulášek, *Proměnné hvězdy I*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně, 2002.
- [14] Z. Mikulášek, *Metoda nejmenších čtverců a její aplikace*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně.

- [15] P. Renson, J. Manfroid, *The outstanding photometric variations of the AP star HD 7676 = VV Scl*, *Astronomy and Astrophysics*, str. 161–164, 1992.
- [16] P. Renson, J. Manfroid, *General Catalogue of Ap and Am stars*, <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=III/260>, 2009.
- [17] N. Poloshukina, V. Khalak, A. Shavrina, P. North, *A phenomenological picture of the variability of the spotted roAp star HD 83368 (HR 3831)*, *Astronomy Letters*, str. 704–710, 1999.
- [18] S. J. Adelman, *uvby photometry of the magnetic CP stars HD 36668, 36 Lyncis, HD 86592, and HR 8861*, *Astronomy Letters*, str. 704–710, 1999.
- [19] J. Babel, P. North, *Discovery of a very large magnetic field in three Ap stars*, *Astronomy and Astrophysics*, str. 195–202, 1997.
- [20] V. A. Makaganiuk, G. Barisevičius, *Doppler imaging of HD 184905*, *Astrophysical Journal*, str. 876–888, 1989.
- [21] J. D. Landstreet, P. K. Barker, D. A. Bohlender, M. S. Jewison, *The magnetic field and abundance distribution geometry of the peculiar B star HD 215441*, *Nordic-Baltic Research Course: Observational Stellar Astrophysics*, str. 876–888, 2008.
- [22] V. L. Khokhlova, D. V. Vasilchenko, V. V. Stepanov, V. V. Tsymbal, *Doppler-Zeeman mapping of the magnetic CP star HD 215441*, *Astronomy Letters*, str. 465–482, 1997.
- [23] <http://astro.physics.muni.cz/mcpod/>
- [24] <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

