



MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
Rentgenové studium Centaurus A

Monika Lucia Jakubcová

Vedoucí bakalářské práce:
Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

Brno 2016

Bibliografický záznam

Autor: Monika Lucia Jakubcová
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Název práce: Rentgenové studium Centaurus A

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astrofyzika

Vedoucí práce: Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

Akademický rok: 2015/16

Počet stran: x + 36

Klíčová slova: Centaurus A, AGN, izofota, fraktální dimenze

Bibliografický záznam

Autor: Monika Lucia Jakubcová
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Názov práce: Röntgenové štúdium Centaurus A

Študijný program: Fyzika

Študijný obor: Astrofyzika

Vedúci práce: Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

Akademický rok: 2015/16

Počet strán: x + 36

Klíčové slová: Centaurus A, AGN, izofota, fraktálna dimenzia

Bibliographic entry

Author: Monika Lucia Jakubcová
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of thesis: Roentgen study of Centaurus A

Degree Programme: Physics

Field of Study: Astrophysics

Supervisor: Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

Academic Year: 2015/16

Number of Pages: x + 36

Keywords: Centaurus A, AGN, isophote, fractal dimension

Abstrakt

V této bakalářské práci se věnuji studiu aktivní galaxie Centaurus A – konkrétně určení fraktální dimenze jejích izofot. Úvodem jsou představeny galaxie, historie pozorování a hlavní typy galaxií. V další části jsou zmíněny základní charakteristiky aktivních galaxií a jejich rozdělení, a je zde popsána samotná galaxie Centaurus A. Práce pokračuje vysvětlením pojmu fraktál a fraktální dimenze. Nakonec je prostor pro určení izofot na snímcích galaxie a výpočet jejich fraktální dimenze.

Abstrakt

V tejto bakalárskej práci sa venujem štúdiu aktívnej galaxie Centaurus A – konkrétne určeniu fraktálnej dimenzie jej izofôt. V úvodnej časti sú predstavené galaxie, história ich pozorovania a vymenované hlavné typy galaxií. V nasledujúcej časti sú spomenuté základné charakteristiky aktívnych galaxií a taktiež ich rozdelenie, a zaoberá sa opisom samotnej galaxie Centaurus A. Práca pokračuje vysvetlením pojmu fraktálu a zadefinovaním fraktálnej dimenzie. Nakoniec je priestor pre určenie izofôt na snímkach galaxie a výpočet ich fraktálnej dimenzie.

Abstract

This bachelor thesis is focused on study of active galaxy Centaurus A – specifically determining the fractal dimension of its isophotes. The beginning part includes an introduction of galaxies, history of their observation and the main types of galaxies. The following part lists elementary characteristics of active galaxies and their distribution, and also a description of the mentioned galaxy Centaurus A. The thesis continues with explanation of the word fractal and definition of fractal dimension. To conclude the study, the final part deals with determining isophotes on images of the galaxy and calculation of their fractal dimension.



MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Akademický rok: 2015/2016

Ústav: Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Studentka: Monika Lucia Jakubcová

Program: Fyzika

Obor: Astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:

Téma práce: Rentgenové studium Centaurus A

Téma práce anglicky: X-ray study of Centaurus A

Oficiální zadání:

Galaxie Centaurus A (NGC 51280) je velmi blízká galaxie s aktivním jádrem. Projevy její aktivity pozorujeme přes celé elektromagnetické spektrum, od rádiové, přes optickou až do gama oblasti. Za její aktivitou je centrální, velmi hmotná, černá díra.

Cílem této práce je studium Centaurus A v rentgenové oblasti spektra, identifikace a klasifikace viditelných zdrojů, sestavení spekter a jejich interpretace, například chemické složení. Součástí zpracování je taktéž studium jetu z jádra této galaxie.

Očekává se, že práce bude vystavěna nad daty z vhodně vybrané rentgenové družice, například Chandra X-ray Observatory, k úspěšnému zvládnutí je proto třeba mít schopnost zpracování družicových dat a běžné základy matematiky a fyziky.

Práci je možné vypracovat v českém, slovenském nebo anglickém jazyce.

Jazyk závěrečné práce: SLOVENSKÝ JAZYK

Vedoucí práce: Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

Datum zadání práce: 2. 11. 2014

V Brně dne: 28. 1. 2016

Souhlasím se zadáním (podpis, datum): **28.1.2016**

Monika Lucia Jakubcová
studentka

Mgr. Filip Hroch, Ph.D.
vedoucí práce

prof. Rikard von Unge, Ph.D.
ředitel Ústavu teoretické fyziky a
astrofyziky

Podakovanie

Predovšetkým by som sa chcela poďakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce Filipovi Hrochovi za skvelý prístup, veľkú trpezlivosť, poskytnuté dáta a venovaný čas. Ďalej tiež svojmu priateľovi za nekonečnú ochotu a pomoc, a svojej rodine a kamarátom za rozveselenie a podporu.

Za snímky z ďalekohľadu DK154 ďakujem L. Řezbovi, pôsobiacemu na observatóriu v Ondřejově. Pozorovanie bolo uskutočnené v rámci projektu Ministerstva školství a tělovýchovy ČR, číslo LG 15010.

V tejto práci sú využité dáta získané z *Chandra Data Archive* a *Chandra Source Catalog*, a softvér, ktorý poskytuje *Chandra X-ray Center* (CXC) v programových balíkoch CIAO, ChIPS, a Sherpa. Kredit konkrétneho pozorovania patrí NASA/CXC/CfA/R.Kraft et al., Obs. IDs: 7797-7800, 8489-90.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 2016

.....
Monika Lucia Jakubcová

Obsah

Úvod	x
1 Galaxie	1
1.1 História	1
1.2 Typy galaxií	2
1.2.1 Eliptické galaxie	2
1.2.2 Špirálové galaxie	3
1.2.3 Nepravidelné galaxie	3
2 Aktívne galaxie	4
2.1 Jety	5
2.2 Rozdelenie aktívnych galaxií	5
2.2.1 Seyfertove galaxie (Sy)	6
2.2.2 LINERy	6
2.2.3 Kvazary	6
2.2.4 Rádiové galaxie	6
2.2.5 Blazary	7
2.3 Centaurus A	7
3 Fraktálna geometria	10
3.1 Fraktál	10
3.2 Fraktálna dimenzia	12
4 Fraktálna dimenzia Centaurus A	15
4.1 Izofoty	16
4.1.1 Filter R	19
4.1.2 Filter V	20
4.1.3 Röntgenová snímka	21
4.2 Fraktálna dimenzia	22

4.2.1	Filter R	22
4.2.2	Filter V	25
4.2.3	Röntgenová snímka	26
4.2.4	Verifikácia algoritmu	27
	Záver	29
	Prílohy	30
	Zoznam použitej literatúry	35

Úvod

Když jsem takto prošel mnoha nezištnými či praktickými oblastmi poznání, pomáhal v nich a přitom ukazoval směrem k umění, celé dílo mého dlouhého vědeckého života se před mýma očima uzavírá do fraktálního kruhu. Vyšel jsem kdysi dávno z umění a po dlouhých spletitých peripetiích jsem se vrátil tam, odkud jsem vyšel.

Benoît Mandelbrot

Ešte na počiatku 20. storočia sa verilo, že Mliečna cesta tvorí celý náš vesmír. Prvé pozorované galaxie boli považované za špirálové hmloviny a rozprúdili mnohé debaty, až kým v nich Edwin Hubble (1889–1953) neobjavil cefeidy a vďaka ich svetelným krivkám nezistil, že sú príliš vzdialené na to, aby boli súčasťou našej Galaxie. To viedlo k záveru, že tieto špirálové hmloviny sú vlastne samostatné galaxie.

Niektoré galaxie vyžarujú obrovské množstvo energie a majú prívlastok aktívne. Keď sa pozrieme na obyčajnú galaxiu, jej svetlo zväčša prichádza z hviezd a je v nej rovnomerne rozložené. Naopak, aktívna galaxia vyžaruje intenzívnu radiáciu zo svojho jadra. Aby sme vysvetlili túto nezvyčajnú aktivitu, musí sa v centre týchto galaxií nachádzať supermasívna čierna diera, okolo ktorej je vytvorený akrečný disk. Radiácia z týchto aktívnych galaktických jadier vytvára silné energiové pole, ktoré sa so vzdialenosťou od centra znižuje. Ak by sme chceli vytvoriť čiary s rovnakou intenzitou žiarenia okolo takejto galaxie, boli by to sústredené, približne kruhové tvary okolo jej jadra. Presne takéto čiary, nazývané izofoty, vytváram na snímkach aktívnej galaxie Centaurus A.

V prítomnosti máme množstvo nástrojov na skúmanie vlastností galaxií. Jedným z nich je určenie fraktálnej dimenzie izofôt galaxie, čo môže byť užitočné v mnohých ohľadoch. Fraktály nie sú iba prísne definované objekty vytvorené prírodou, alebo opakujúcimi sa pasážami algoritmov. Je to koncept, ktorý môžeme nájsť napríklad v zenbuddhistickej teórii celého vesmíru v kvapke vody, alebo tibetských mandalách. Môžeme teda tvrdiť, že myšlienka zanorovanej sebedobnosti tu bola oddávna, avšak až v minulom storočí sa pomocou novej geometrie – fraktálnej, začali objekty s touto vlastnosťou skúmať bližšie a boli pochopené ich vlastnosti.

Kapitola 1

Galaxie

Galaxie udržujú hviezdy v konštantnom cykle stvorenia a deštrukcie – sú to najväčšie gravitačne viazané sústavy hviezd, hviezdnych pozostatkov, medzihviezdneho plynu, prachu a temnej hmoty. Hviezdy, ktoré môžeme pozorovať, ich vek, zloženie, pohyby a ich formácie nám môžu povedať veľa o predchádzajúcom živote galaxie. Tvar galaxie je ovplyvnený jej susedmi a tiež aj zrážkami s inými galaxiami.

1.1 História

Slovo galaxia vzniklo z gréckeho názvu pre mliečny kruh (*galaxias*), ktorý popisoval Mliečnu cestu. Od nepamäti ľudia obracali hlavy k oblohe, a všímali si ohnutý pás svetla, ale nevedeli z čoho sa skladá. Až keď tam namieril Galileo svoj ďalekohľad, zistil že sa skladá z nespočetného množstva hviezd. Odvtedy stále zlepšujeme naše pozorovacie techniky, aby sme dostali lepší a detailnejší pohľad na objekty v našej Galaxii a neskôr aj na omnoho vzdialenejšie objekty vo vesmíre. Astronomické objavy sú a vždy boli poháňané hladom po informáciach o tom, ako ľudstvo na Zemi zapadá do prostredia nekonečného vesmíru. Až s príchodom pozorovaní v iných častiach elektromagnetického spektra ako optickej sa pred nami rozprestrela veľká paleta možností detekovania objektov. Moderná astrofyzika používa techniky detekujúce veľký rozsah frekvencií od gamma až po rádiové žiarenie.

Kapitola je spracovaná na základe nasledujúcich zdrojov: [1],[2], [3], [4], [20].

1.2 Typy galaxií

Galaxie sa delia podľa ich vizuálnej morfológie na eliptické, špirálové a nepravidelné. Detailnejšie sa rozdelením galaxií zaoberá revidovaná Hubblova klasifikácia, ktorú špecifikoval v roku 1926 Edwin Hubble, a uvádza aj šošovkovité a špirálne galaxie s priečkou a bez priečky.



Obr. 1.1: (a) Eliptická galaxia Centaurus A, (b) Špirálová galaxia M51 (Whirlpool galaxy). Zdroje: [18], [19].

1.2.1 Eliptické galaxie

Eliptické galaxie označujeme podľa Hubblovej klasifikácie písmenom E, ku ktorému pridáme celé číslo vychádzajúce z rovnice

$$10 \times \left(1 - \frac{b}{a}\right), \quad (1.1)$$

kde b a a sú dĺžky vedľajšej a hlavnej poloosi galaxie. Takže pre kruhovú galaxiu dostaneme typ E0, pričom galaxia klasifikovaná ako E7 by mala byť limitná, dlhá a tenká eliptická galaxia. Samozrejme náš pohľad je skreslený tým, z akého uhlu danú galaxiu vidíme zo Zeme. Eliptické galaxie obsahujú menej plynu a prachu ako špirálne, čo znamená, že sa tam rodí menej hviezd a v konečnom dôsledku sú menej jasné. Skutočnosť, že obsahujú staršie hviezdy a menej plynu znamená, že by sa mohli nachádzať na konci evolúcie galaxií. V rannom vesmíre je tieto galaxie vidieť pomenej, čo podporuje teóriu,

že vznikajú zo zrážok s inými galaxiami. Eliptické galaxie majú rozmanitejšiu škálu veľkostí ako iné typy, ich rozmery môžu byť menšie ako 10 percent z veľkosti Mliečnej cesty, ale takisto sa môžu rozprestierať naprieč viac ako milión svetelných rokov.

1.2.2 Špirálové galaxie

Skladajú sa z centrálnej vypukliny, disku a sférického halá. Vypuklina – centrálna výduť je zložená zo starších, menej svetlých hviezd. Sploštený disk rotujúci okolo vypukliny obsahuje medzihviezdnu hmotu, novozrodené hviezdy a plyn, a delí sa do svetlých ramien – špirál, ktoré sa rozvíjajú von z centra galaxie. Na základe toho, ako blízko seba sa ramená nachádzajú, sa špirálne galaxie delia na *Sa*, *Sb* a *Sc*. *Sa* majú ramená veľmi tesne pri sebe a obiehajú okolo veľkého jadra. Galaxie *Sc* majú na ramená naopak viac priestoru a vychádzajú z menšieho jadra ako *Sa*. *Sb* sa pohybujú niekde v strede medzi *Sa* a *Sc*. Sférické haló obklopujúce galaxiu obsahuje hlavne veľa guľových hviezdokôp.

1.2.3 Nepravidelné galaxie

Galaxie, ktoré nedokážeme identifikovať ako žiadny typ podľa Hubblovej klasifikácie sú radené do nepravidelných. Niektoré z nich boli pôvodne eliptické alebo špirálne, ale deformovali sa nárazom, alebo gravitačným pôsobením.

Kapitola 2

Aktívne galaxie

Aktívne galaktické jadrá (AGN – *active galactic nucleus*) sú jadrá galaxií, ktorých centrum obsahuje supermasívne čierne diery (SMBH – *supermassive black hole*) s hmotnosťou rádovo od niekoľkých miliónov do niekoľko miliárd Slniečnych hmotností. Definujeme horizont udalostí čiernej diery – hranicu, za ktorú keď sa častica dostane, už nikdy nemôže uniknúť. Schwarzschildov, alebo aj gravitačný polomer určuje horizont udalostí pre nerotujúcu čiernu dieru a závisí iba na hmotnosti konkrétnej čiernej diery:

$$R_s = \frac{2GM_{\text{BH}}}{c^2} \approx 3 \times \frac{M_{\text{BH}}}{M_{\odot}} \text{ [km]}. \quad (2.1)$$

Predpokladá sa, že všetky jadrá galaxií obsahujú čierne diery, ale iba malý zlomok z nich je AGN. AGN sú výnimočné v tom, že tvoria hmotu, ktorej gravitačnú energiu potom premenia na mechanickú a elektromagnetickú energiu, čo vyúsťuje v aktivitu galaxie. Za aktivitu považujeme výtrysk (anglický názov *jet*) zo SMBH, teda emisiu silného žiarenia skladajúceho sa zo širokej škály energií. Aktívne galaxie sú v niektorých jeho častiach, alebo v celom elektromagnetickom spektre oveľa jasnejšie ako obyčajné galaxie, ich jasnosť blízko jadra býva až tisíckrát väčšia ako neaktívnych galaxií.

Energetickú emisiu AGN môžeme vysvetliť sférickou akreciou hmoty SMBH. Eddingtonov limit, alebo Eddingtonova rovnica je definovaná ako maximálna jasnosť vytvorená akrečným objektom s hmotnosťou M vzhľadom na vyváženosť síl medzi gravitáciou a radiačným tlakom:

$$L < L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T} = 1.3 \times 10^{38} \text{ ergs}^{-1} \cdot \frac{M}{M_{\odot}}, \quad (2.2)$$

Kapitola je spracovaná na základe nasledujúcich zdrojov: [2], [3], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11].

kde G je gravitačná konštanta, σ_T Thomsonov účinný prierez, M_\odot hmotnosť Slnka a m_p hmotnosť protónu. Eddingtonov limit popisuje maximálnu možnú energiu vytvorenú premieňaním potenciálnej energie na kinetickú energiu a radiáciu.

2.1 Jety

Prvý jet vôbec bol pozorovaný v roku 1918 H.D. Curtisom, bolo to v galaxii M87 z kopy galaxií Panna. Zloženie jetov ešte stále nie je úplne preskúmané, je však pravdepodobné, že energia a hybnosť jetu je najprv (do niekoľko desiatok R_s) prenášaná elektromagnetickou energiou. Vo väčších vzdialenostiach (niekoľko 100 alebo 1000 R_s) je elektromagnetická energia premenená na častice nesúce energiu. Tieto častice by mohli byť elektróny, pozitrony a medzihviezdna hmota, ktorá prešla cez akrečný disk alebo bola strhnutá po ceste.

Časť gravitačnej energie hmoty vytvorenej AGN sa premení na teplo a elektromagnetickú radiáciu, ktorá je následne vyžiarená akrečným diskom. Určitá časť materiálu unikne z akrečného systému v podobe kolimovaných jetov a veterných výronov. V niektorých prípadoch sa môže zdať, že jety sa od jadra vzdalujú rýchlosťou väčšou ako je rýchlosť svetla. Je to samozrejme iba ilúzia, spôsobená takmer zhodným uhlom jetu a smerom pozorovania, kombinovaná s vysoko relativistickým pohybom rádiovej plazmy. Emisia z jetov má modrý alebo červený posun podľa relativistického Dopplerovho faktoru

$$\delta_j = \frac{1}{\Gamma_j(1 - \beta_j \cos \theta)}, \quad (2.3)$$

kde θ je uhol medzi osou jetu a líniou pozorovania a

$$\Gamma_j = (1 - \beta_j^2)^{-1/2} \quad (2.4)$$

je Lorentzov faktor pre plazmu v jete, pričom $\beta_j = v/c$, kde v je rýchlosť plazmy v jete.

2.2 Rozdelenie aktívnych galaxií

Pri aktívnych galaxiách pozorujeme rôznu aktivitu, čo má za následok rôzne pozorované spektrá. Na základe týchto vlastností vzniklo *unifikované schéma aktívnych galaxií*. AGN môžeme takisto rozdeliť do dvoch podtried: rádiovo silné a rádiovo slabé, ktoré majú emisiu v rádiovej oblasti slabšiu.

Trochu iný pohľad ponúka unifikovaný model Roberta Antonucciho, ktorý klasifikuje AGN do dvoch kategórií v závislosti na tom, či centrálna čierna diera, jej kontinuum

a široký región emisných čiar vidíme priamo (typ 1), alebo sú čiastočne zakryté prachovým cirkumnukleárnym médiom (typ 2). Keďže toto zatemňujúce médium nezakrýva centrálny zdroj úplne, radiácia čiastočne uniká a ionizuje okolný plyn, čo vedie k silným úzkym dovoleným a zakázaným emisným čiarom z regiónu úzkych čiar (NLR – *narrow line region*). Typ 1 AGN má optické kontinuum dominované netermálnou emisiou, čo nám zťažuje skúmanie hostovskej galaxie a jej hviezdnej populácie. Toto sa deje najmä pri kvazaroch, kde kontinuum radiácie z centrálného zdroja zatieni hviezdne svetlo galaxie.

2.2.1 Seyfertove galaxie (Sy)

Pomenované po objaviteľovi Carlovi Seyfertovi (1943), ide o prvé objavené aktívne galaxie, identifikované ako špirálne galaxie s nezvyčajne jasným jadrom. Rozdeľujeme ich do dvoch podtried: Sy 1 a Sy 2 na základe ich spektra.

2.2.2 LINERy

LINER (*Low-Ionization Nuclear Emission Region*) je AGN, ktoré obsahuje optické spektrum podobné Sy 2, ale so slabším kontinuumom. Spektrum má silné emisné čiary z nízkych ionizovaných stavov. LINERy patria do rádiovu slabších AGN.

2.2.3 Kvazary

Slovo kvazar má pôvod v názve *quasi stellar objects*, pretože v minulosti boli za takéto objekty prehlásené všetky bodové extragalaktické zdroje, ktoré nemohli byť identifikované ako Seyfertove špirálne galaxie. Sú to najjasnejšie AGN a delíme ich na rádiovu silné a rádiovu slabé vzhľadom na aktivitu jetu. Rádiovu slabé je niekedy od Seyfertových galaxií nemožné rozlíšiť. Vo všeobecnosti nazývame AGN kvazarom pokiaľ má podobné spektrum ako Sy, ale jeho hostovská galaxia nie je viditeľná kvôli obrovskej intenzite jadra.

2.2.4 Rádiové galaxie

Ako naznačuje názov, sú pozorovateľné hlavne v dlhovlnnej časti spektra. V rádiovkej oblasti už môžeme pozorovať materiál jetov, ktoré vyúsťujú do rádiových lalokov veľkých desiatky kpc až Mpc, klasifikovaných na základe ich morfológie Fanaroffom a Rileyom (1974). Rozdeľujeme ich na Fanaroff–Riley (FR) typ I a II, pričom štruktúra typu I pozostáva z jasného jadra a dvoch asymetrických jetov s rožíreným koncom, kde je intenzita najväčšia v strede a smerom von klesá. Typ II je celkovo jasnejší, najjasnejšie

sú vyžarované laloky a miesta kde sa jety stretávajú s medzigalaktickou hmotou. Aby sa rádiové laloky dokázali naplniť emitovaným materiálom, jadro muselo byť aktívne aspoň 10–50 miliónov rokov.

Pokiaľ by naše oči zachytávali žiarenie v rádiovnej oblasti, najjasnejšie objekty, ktoré by sme na oblohe videli by boli práve aktívne galaxie, pretože hviezdy a obyčajné galaxie nie sú veľmi silné rádiové zdroje.

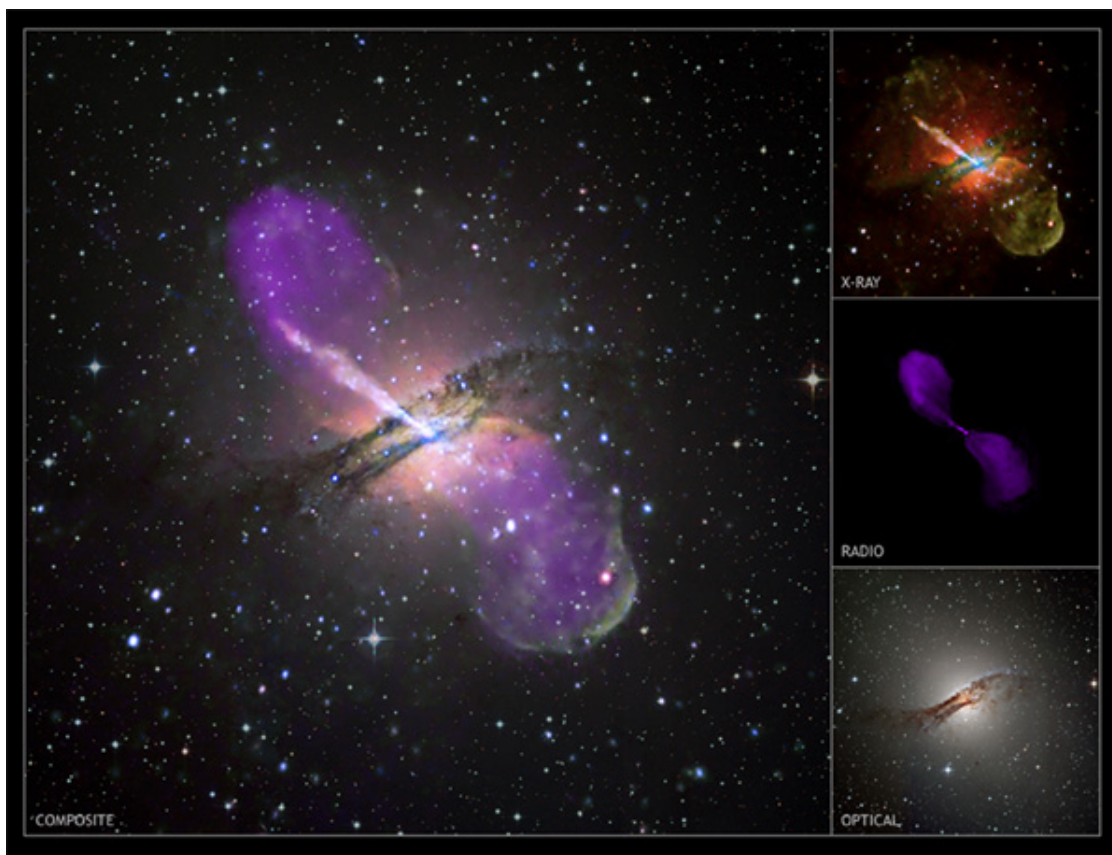
2.2.5 Blazary

Hlavný zastupiteľ týchto objektov je BL Lac zo súhvezdia Jašterica, ktorá bola najprv považovaná za premennú hviezdu. Blazary (*blazing quasi-stellar objects*) sú rádiově slabé s vysoko premenným spektrom bez výrazných emisných aspektov, takže je často ťažké detekovať červený posun. Ich spektrum je vysoko polarizované, čo nasvedčuje existencii synchrotrónovej emisie. Kvôli ich premennosti môže byť ťažké tieto objekty správne zaradiť, najmä ak práve majú nízku emisnú aktivitu. Okrem triedy BL Lac sem patria aj OVV (*optically violent variable*) kvazary, ktoré sú jasnejšie ako BL Lac objekty. OVV kvazary majú na rozdiel od BL Lac objektov spektrum so širokými aj úzkymi spektrálnymi čiarami, ktoré sú polarizované.

Pozorovanie blazarov odhalilo, že sa pohybujú nadsvetelnou rýchlosťou, ktorá je samozrejme iba zdanlivá, môže za to uhol pod ktorým boli pozorované.

2.3 Centaurus A

Táto FRI galaxia je naša najbližšia rádiová galaxia – jej približná vzdialenosť je 13 miliónov svetelných rokov, takže je ideálnym objektom na skúmanie vlastností aktívnych galaxií a mechanizmu emisií. Vďaka svojej blízkosti bola dôkladne preštudovaná cez celé elektromagnetické spektrum. Centaurus A, alebo NGC 5128, bola objavená v roku 1826 škótskym astronómom Jamesom Dunlopom. Je to eliptická galaxia so zaujímavou komplexnou štruktúrou. V röntgenovej časti spektra sa jety rozprestierajú tisíce svetelných rokov do priestoru, zatiaľčo rádiové jety s obrovskými rádiovými lalokmi vyčnievajú z galaxie do viac ako milióna svetelných rokov od jadra. Tmavé pásy vedúce cez stred galaxie viditeľné v optických a infračervených snímkach galaxie sú pravdepodobne spôsobené absorpciou prachom a inými studenšími materiálmi. Taktiež detekujeme niekoľko menších oblastí s chladnejším materiálom, tvorených zo slabo koncentrovaných fragmentov. Tieto chladnejšie oblasti, spolu s prachovým pásom v centrálnej oblasti sú pravdepodobne pozostatky zo zrážky s menšou špirálnou galaxiou.



Obr. 2.1: Zložená snímka Centaurus A z viacerých vlnových dĺžok – rádiová (VLA), rentgenová (Chandra), optická (ESO). Zdroj: [20].

Galaxia sa nachádza v súhvezdí Kentaura a má súradnice $\alpha = 13^{\text{h}} 25^{\text{m}} 27.6^{\text{s}}$ a $\delta = -43^{\circ} 01' 09''$. Je piatou najjasnejšou galaxiou na oblohe, čo ju robí ideálnym pozorovacím objektom aj pre amatérskych astronómov. Môžeme ju pozorovať z južnej pologule a z malých severných zemepisných šírok. V strede galaxie sa nachádza čierna diera s hmotnosťou $M_{\text{SMBH}} = 5.5 \pm 3.0 \times 10^7 M_{\odot}$, ktorá je dôvodom aktivity. V galaxii boli zatiaľ detekované dve supernovy. SN 1986G bola objavená v prachovom páse R. Evansom v roku 1986 a bola identifikovaná ako supernova typu Ia. Druhá supernova SN2016adj bola objavená projektom BOSS (Backyard Observatory Supernova Search) iba nedávno – vo februári 2016.



Obr. 2.2: Vyznačená supernova SN2016adj na snímce galaxie Centaurus A (snímka z dalekohľadu DK154 v Chile).

Kapitola 3

Fraktálna geometria

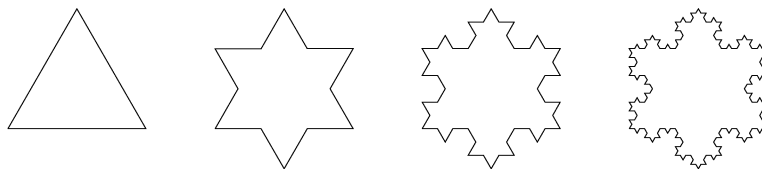
erne nová vedná disciplína a ako jej objaviteľ je uvádzaný Benoit B. Mandelbrot (1924–2010). Pán Mandelbrot vo svojej publikácii vyjadruje názor, že on sám nemôže byť považovaný za pravého vynálezcu fraktálnej geometrie, keďže už v rokoch 1875 až 1925 sa matematici venovali zvláštnym útvarom, ktoré vykazovali známky sebedobnosti. Až Mandelbrot však tieto útvary nazval fraktálmi a popísal ich extenzívne využitia v rôznych odvetviach a rozvinul fraktálnu geometriu do vednej disciplíny. Euklidovská geometria, ktorá popisuje tradičné tvary ako štvorec alebo kruh je definovaná axiómami, napr.: najkratšia vzdialenosť medzi dvoma bodmi je priamka. Fraktálna geometria svoje pravidlá odvodzuje z objektov nachádzajúcich sa voľne v prírode, zameriava sa na štúdium tvarov vytvorených z menších opakujúcich sa vzorov. Tieto vzory, nazývajúce sa fraktály, sa opakujú použitím sebedobnosti.

3.1 Fraktál

Slovo fraktál pochádza z latinského *fractus*, čo znamená rozlámány alebo rozbitý. Fraktálne štruktúry vykazujú predmety všade okolo nás, oblaky, útesy, stromy, kvety... Ako už je vyššie spomenuté, fraktály sú tvarmi sebedobnými, kde „detail reprodukuje časť, a časť reprodukuje celok. Používajú sa rôzne postupy, ktoré začínajú kreslením hrubých línií nejakého útvaru a potom aplikujú generátor vytvárajúci stále menšie detaily. Podstatná je nekonečná perspektíva“ [12]. Fraktály sú nediferencovateľné, pretože nekončiacie detaily nedovoľujú výpočet limity úsečky a bránia tak vedeniu dotyčnice.

Kapitola je spracovaná na základe nasledujúcich zdrojov: [12], [13], [14], [15], [16], [25].

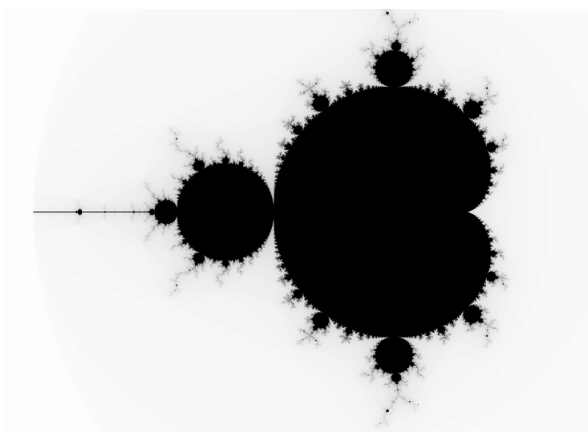
Nielen v prírodných objektoch, ale aj v prírodných procesoch môžeme pozorovať fraktálnu štruktúru. Keď podrobnejšie preskúmame rieku, zistíme, že sa skladá z menších prítokov, ktoré sa vlievajú do potokov a tie ústia do jednej rieky. Môžeme teda povedať, že tento proces má fraktálnu štruktúru, pretože pri rôznych veľkostiach priblíženia vykazuje rovnaké chovanie. Iný príklad môžeme nájsť v štruktúre blesku – elektrický prúd preskakujúci medzi atómami vzduchu vytvára reťazec nabitých atómov veľmi podobný oblastiam Mandelbrotovej množiny. Fraktály môžeme rozdeliť na lineárne a nelineárne. Ak sa pozrieme na malú časť lineárneho fraktálu, zbadáme presne taký istý tvar ako pôvodný fraktál, iba v menšom podaní. Túto veľkostnú zmenu nazývame škálovací faktor a tieto fraktály sú definované určitými základnými líniami formujúcimi ich základnú štruktúru. Tvorenie fraktálov obyčajne obsahuje rekurzívne algoritmy, ako napríklad Kochova vložka – predstaviteľ lineárnych fraktálov, ktorej prvé štyri iterácie sú na obrázku. Začneme s rovnostranným trojuholníkom, zo strán odstránime prostrednú tretinu a doplníme dvoma stranami rovnostranného trojuholníka o dĺžke jedna tretina. V ďalšom kroku opakujeme postup na všetky úsečky vo vložke.



Obr. 3.1: Kochova vložka. Zdroj: [21].

Nelineárne fraktály sú fraktály vykazujúce štruktúru sebedobnosti, ale iba do určitej miery. Celkový vzhľad sa podobá na svoje menšie časti, ale niektoré môžu byť jeho variáciami, napríklad pootočené alebo skosené, nie presnou kópiou. Ako príklad nelineárneho fraktálu uvidíme jeden z najznámejších fraktálov, už spomínanú Mandelbrotovu množinu.

Keď už sme definovali fraktály, začneme si uvedomovať, že fraktálne prvky zohrávajú úlohu v umení, architektúre, hudbe a aj vedných disciplínach.



Obr. 3.2: Mandelbrotova množina. Zdroj: [22].

3.2 Fraktálna dimenzia

Koncept dimenzie má v matematike mnoho definícií. Najjednoduchší je prípad \mathbb{R}^d , kde potrebujeme na rozlíšenie polohy d rôznych súradníc, takže \mathbb{R}^d je d -dimenzionálny vektorový priestor. Ďalší prípad je topologická dimenzia topologického priestoru: každá diskretná množina má topologickú dimenziu 0 (napr. konečná množina bodov v \mathbb{R}^d), injektívna krivka dimenziu 1 a plocha dimenziu 2. Všetky tieto dimenzie, pokiaľ sú konečné, majú dimenziu reprezentovanú celým číslom. Naopak Hausdorffova dimenzia, nazývaná aj Hausdorffova–Besicovitchova dimenzia, definovaná Felixom Hausdorffom (1868–1942) a Abramom Besicovitchom (1891–1970), prvýkrát vyjadřila koncept dimenzie s iným ako celým číslom.

Základným dôvodom, ktorý vedie k fraktálnej dimenzii, je skúmanie zaujímavých množín na rôznych úrovniach veľkosti. Ak si zoberieme 3D kocku so stranou 1, môžeme ju rozdeliť na mnoho malých kociek so stranou $s = 1/k$ pre pozitívne celé číslo k . Počet malých kociek potom bude $N(s) = k^3 = s^{-3}$. Ak by sme takto rozdelili štvorec na malé štvorce o strane $1/k$, obdržíme $N(s) = s^{-2}$ štvorcov. Tento exponent je dimenzia: ak množina X v \mathbb{R}^n môže byť rozdelená na konečné číslo $N(s)$ podmnožín, ktoré sú medzi sebou všetky zhodné (posunom alebo rotáciou) a každá je zmenšenou kópiou X s lineárnym faktorom s , potom dimenzia „sebepodobnosti“ množiny X je hodnota d v rovnici $N(s) = s^{-d}$, teda

$$d = \frac{\log N(s)}{\log \frac{1}{s}}. \quad (3.1)$$

Zatiaľ objasňujeme vlastnosti lineárnych sebedobností množín – iba pre tieto je dimenzia sebedobnosti aplikovateľná. Teraz sa pozrieme na koncept využiteľný aj na všeobecnejšie množiny, Hausdorffovu dimenziu. Aby sme definovali Hausdorffovu dimenziu pre X , najprv si predstavme počet $N(r)$ guľ polomeru r potrebné na pokrytie X . Ak sa r znižuje, $N(r)$ sa bude naopak zväčšovať. Takže ak $N(r)$ rastie úmerne s $1/r^d$ a r sa približuje k 0, môžeme odhadnúť dimenziu X ako d . Teraz sa pozrime na Hausdorffovu dimenziu trochu formálnejšie. Predpokladajme, že X je podmnožina metrického priestoru M . Definujeme d -dimenzionálnu Hausdorffovu dimenziu podmnožiny X pre d z intervalu $\mathbb{R}_0^+ = [0, \infty)$ ako

$$\mu_d(X) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \inf_{U_i} \sum_i (\text{diam}(U_i))^d, \quad (3.2)$$

kde sa infimum berie zo všetkých počítateľných prekrytí podmnožiny X takých, že $\text{diam}(U_i) < \epsilon$ pre všetky i . Snažíme sa pokryť X malými množinami $U(i)$ najefektívnejšie ako sa dá a odhadnúť d -mieru X ako súčet $(\text{diam}(U_i))^d$. Menšie hodnoty ϵ obmedzujú množinu možných prekrytí, takže infimum môže rásť iba ak ϵ klesá. To znamená, že limita vždy existuje v $\mathbb{R}_0^+ \cup \infty$. [25]

Keď nižšie hovorím o fraktálnej dimenzii, je to vlastne iný názov pre Hausdorffovu dimenziu. Hausdorffova dimenzia je kladné reálne číslo, nachádzajúce sa v intervale $[0, \infty)$ priradené nejakému metrickému priestoru.

Fraktálna dimenzia je jednou z hlavných charakteristík každého fraktálneho objektu, môže to byť zlomok, alebo aj iracionálne číslo. Má významnú rolu pre grafickú analýzu, skúmanie textúry a tvaru objektu. Pokiaľ má krivka fraktálnu dimenziu medzi jedna a dva, má nulovú plochu a nekonečnú dĺžku ako napríklad Kochova vložka, ktorá má fraktálnu dimenziu približne 1.26. Mandelbrotova slávna otázka „Koľko meria pobrežie Británie?“ nám pomôže priblížiť problém nekonečnej dĺžky. Na prvý pohľad na to existuje jednoduchá odpoveď – zmeriame ho. Ak si však zoberieme meracie zariadenie s presnosťou 1000 km, získame hrubý obrys pobrežia s jeho najväčšími výčlenkami. S presnejším meraním rozlíšime menšie nerovnosti a dĺžka pobrežia narastie. Ak si na okraji pobrežia v nejakej vzdialenosti od seba zvolíme dva body, čím viac sa približujeme, tým viac detailov a nerovností pobrežia sa pred nami vynára, a vzdialenosť oboch bodov sa predlžuje. Rýchlosť, akou sa dĺžka pobrežia predlžuje, súvisí s fraktálnou dimenziou. Môžeme teda povedať, že fraktálna dimenzia vyjadruje členitosť objektu.

Metóda na počítanie fraktálnej dimenzie existuje viac, ja sa v tejto práci venujem metóde počítania štvorcov, ktorá je založená na Richardsonovom–Mandelbrotovom grafe, kde sa vykresľujú rôzne rozmery množiny v závislosti na veľkosti štvorca r a sú vynesené do grafu s mierkou prirodzeného logaritmu na oboch osiach. Krivku, ktorej fraktálnu dimenziu sa snažíme zistiť, pokryjeme štvorcami o veľkosti r , vyjadrenej v pixeloch.

Počet štvorcov $N(r)$ obsahujúcich krivku je daný vzťahom:

$$N(r) = \text{const.} \cdot r^{-D_B}, \quad (3.3)$$

kde D_B je hľadaná fraktálna dimenzia. V tejto práci určujem fraktálnu dimenziu izofôt vytvorených na snímkoch galaxie Centaurus A.

Objekt	Fraktálna dimenzia
Pobrežie	1.26
Povrch mozgu človeka	2.76
Neerodované skaly	2.2 – 2.3
obvod 2D priemetu oblaku	1.33

Tabuľka 3.1: Odhad fraktálnej dimenzie niektorých prírodných útvarov. Zdroj: [13].

Objekt	Fraktálna dimenzia
Kochova vložka	1.26
Cantorove diskontinuum	0.63
Sierpinského trojuholník	1.58
Sierpinského koberec	1.89

Tabuľka 3.2: Hodnoty fraktálnej dimenzie niektorých deterministických fraktálov.
Zdroje: [12], [13].

Kapitola 4

Fraktálna dimenzia Centaurus A

K spracovaniu mi boli poskytnuté optické snímky z Dánskeho 1.54-metrového ďalekohľadu DK154 na observatóriu La Silla v Chile zo dňa 17.2.2016 nasnímané L. Řezbom a spracované Filipom Hrochom. Ďalekohľad používa DFOSC (*Danish Faint Object Spectrograph and Camera*), pozostávajúci z kolimátoru a kamery.

La Silla	
Zemepisná šírka	29°15'67" S
Zemepisná dĺžka	70°43'88" W
Nadmorská výška	2375 m

Tabuľka 4.1: Poloha observatória. Zdroj: [26].

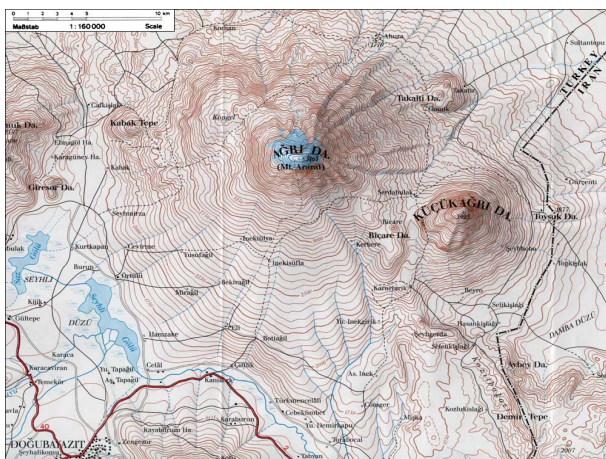
Röntgenová snímka pochádza z družice *Chandra X-ray Observatory*, ktorá je v obehu už od roku 1999. Chandra je pomenovaná po indickom astrofyzikovi Subrahmanyanovi Chandrasekharovi, v staroindickom jazyku sanskrit to znamená jasnosť.

Chandra	
Druh ďalekohľadu	reflektor
Priemer	1.2 m
Efektívna ohnisková vzdialenosť	10 m

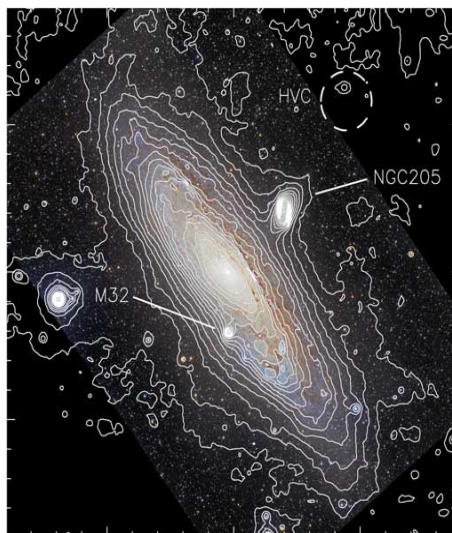
Tabuľka 4.2: Fyzikálne charakteristiky röntgenového ďalekohľadu. Zdroj: [20].

4.1 Izofoty

Izofoty sú nakreslené línie, ktoré spájajú miesta na obrázku s rovnakou svetelnou intenzitou vyžarovanou daným zdrojom – v našom prípade galaxiou Centaurus A. Snímky s izofotami sú veľmi podobné vrstevnicovým mapám, ktoré spájajú línie s rovnakou nadmorskou výškou.



(a)



(b)

Obr. 4.1: (a) Vrstevnicová mapa hory Ararat, (b) Izofoty.

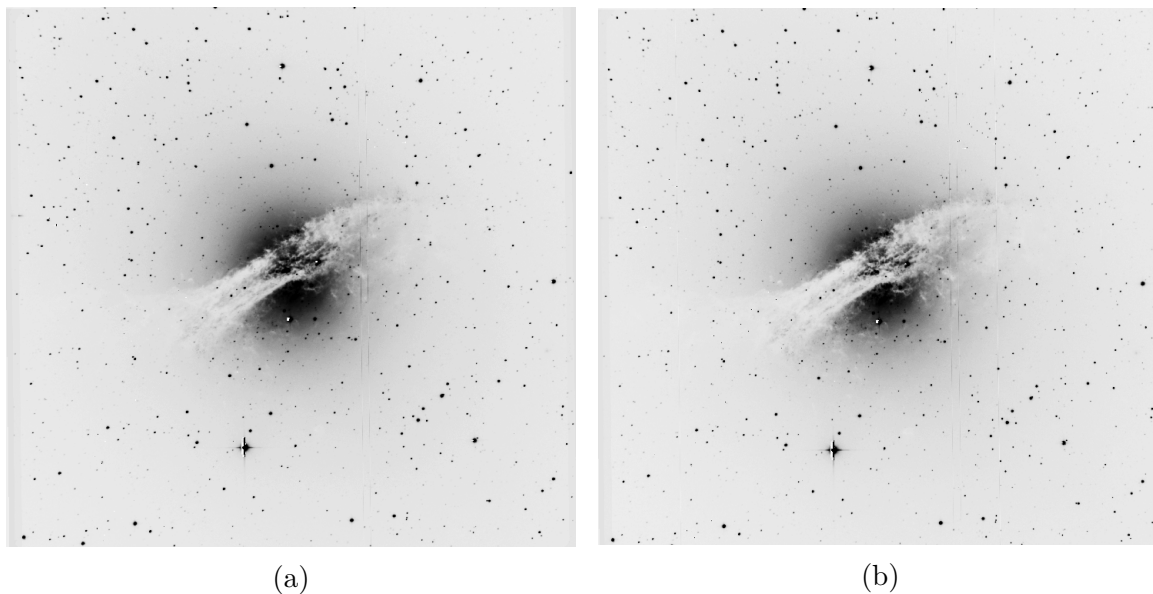
Zdroje: [23], [24].

Pre filtre V , R a röntgenovú snímku som pomocou pripojeného programu najprv vytvorila rôzne izofoty, v rámci ktorých som brala rôzne rozsahy intenzít v závislosti na tom, ako ďaleko sa izofota nachádzala od stredu galaxie (tabuľka 4.3), teda čím menšie intenzity, tým menší rozsah energií, aby izofoty neboli príliš hrubé a nebrali k sebe aj okolitý šum. Pri každom filtri uvádzam pri izofotách čísla od 1 do n , pričom som ich očíslovala zvnútra, takže č. 1 je izofota s najmenším polomerom a najväčšou intenzitou a naopak, izofota č. n má najväčší polomer a najmenšiu intenzitu. Filter B bol zo spracovania vynechaný kvôli nižšej kvalite a vysokému šumu.

Pre vytvorenie izofoty pomocou funkcie **isophote** je potrebné zadať súradnice začiatočného pixelu, teda ľubovoľného pixelu ktorým chceme aby izofota prechádzala. Druhý vstupný údaj je maximálny rozsah, o ktorý chceme aby sa intenzita jednotlivých

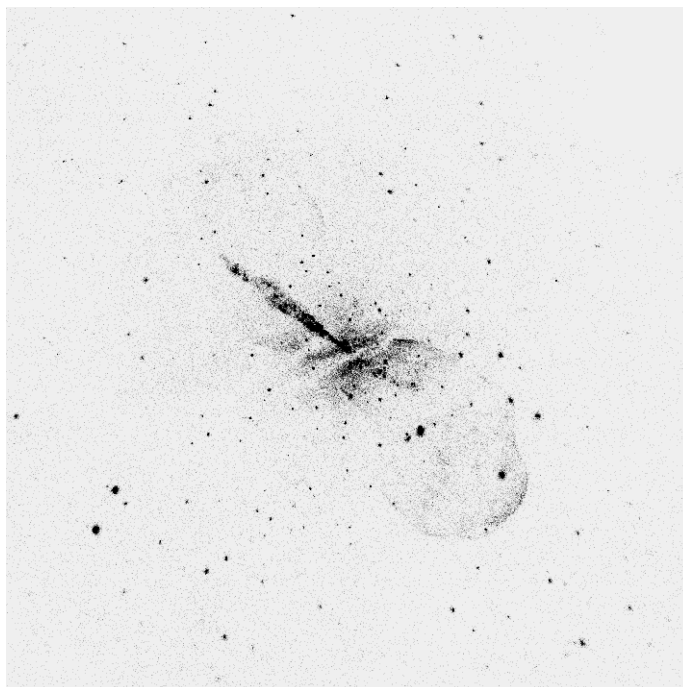
Názvy funkcií sú zvýraznené tučným písmom, zoznamy sú písané italicou.

pixelov líšila od toho začiatočného. Funkcia najprv vytvorí dvojrozmerné pole o veľkosti pôvodného snímku a vloží na vstupný index hodnotu True. Vytvorí sa zoznam *isophote*, do ktorého sa budú postupne pridávať dvojice súradníc pixelov, ktoré bude izofota obsahovať. Takisto sa vytvorí zoznam *adepts*, aby sme mohli rozlíšiť novopridané pixely. Následne prvý krát prebehne vedľajšia funkcia **next step**, vytvorená na hľadanie vhodných adeptov na izofotu, čo znamená, že sa okolo začiatočného pixelu prehladajú pixely, ktorých vzdialenosť od vstupného je menšia ako 4 v x -ovej a zároveň y -ovej osi. Kontrolujú sa podmienky, či súradnice pixelu nie sú mimo rozsah, nemajú nulovú intenzitu alebo či už daný pixel nepatrí do *isophote/adepts*. Ak sú prehladávané pixely v danom rozsahu (vstupný parameter) a splňujú podmienky, funkcia **next step** vráti ich zoznam, ktorý sa uloží do *adepts*. Potom sa už spustí while cyklus, ktorý má ako podmienku neprázdny zoznam *adepts*. Vždy na začiatku cyklu sa pre každú dvojicu súradníc v *adepts* hodnota v poli zmení na True, a následne sa *isophote* rozšíri o *adepts*. Vytvorí sa nový zoznam *new adepts* a prebehne for cyklus, kde pre každého adeptu prebehne funkcia **next step**, pričom sa do *new adepts* pridajú všetky nové pixely splňujúce vyššie definované podmienky. *New adepts* sa zmenia na *adepts* a prebieha while cyklus až kým už nie sú v okolí žiadne vyhovujúce pixely.



Obr. 4.2: Pôvodné snímky galaxie – (a) Filter R , (b) Filter V .

Pokiaľ izofota prechádzajúca daným miestom existuje, funkcia by ju mala nájsť. Treba však prispôbiť rozsah intenzít začiatočným súradniciam. V prípade röntgenovej snímky bolo takisto potrebné upraviť rozsah prehladávaných pixelov vzhľadom na aktuálny pixel, pretože rozsah intenzít bol skutočne veľmi malý.

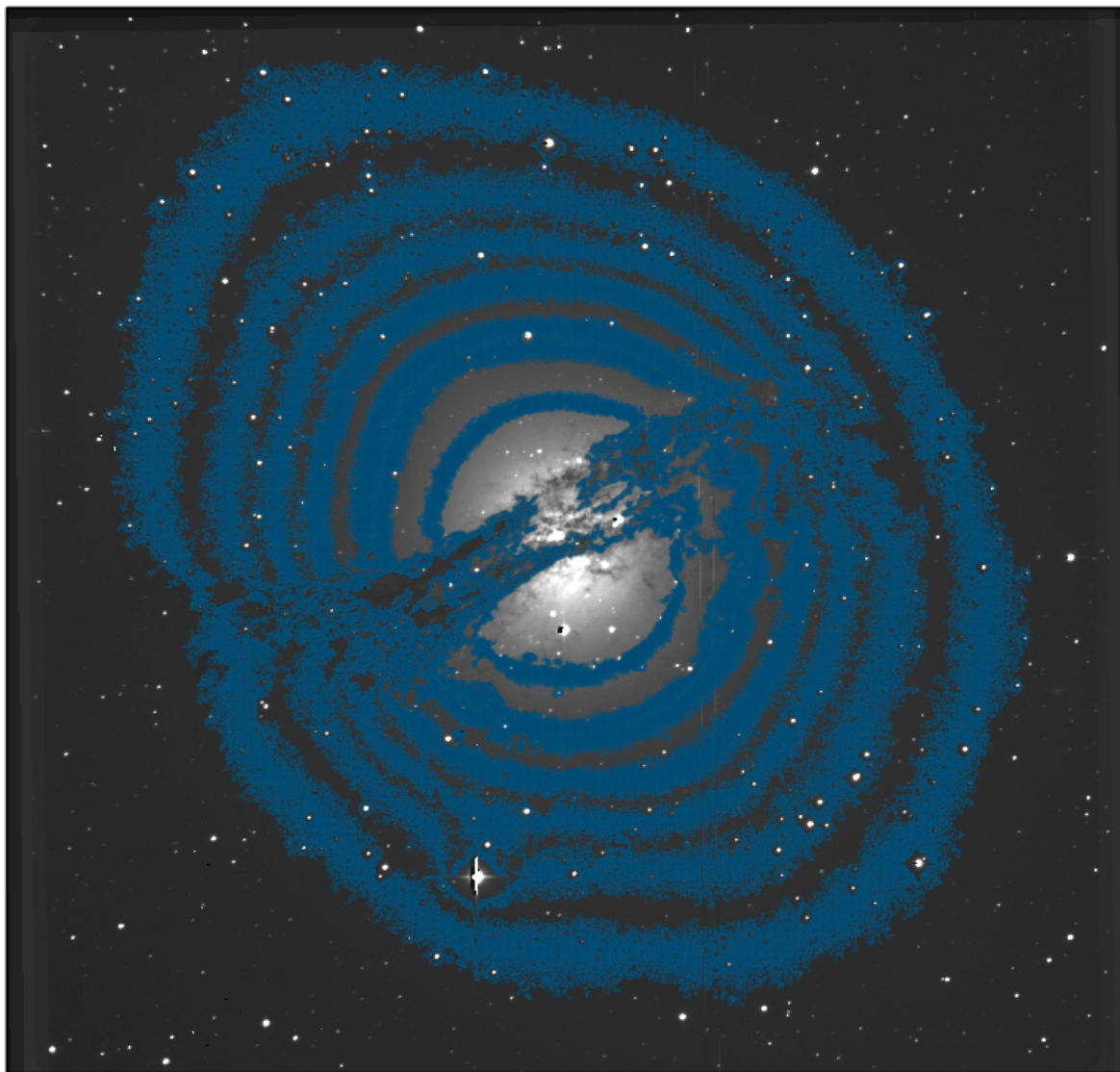


Obr. 4.3: Pôvodná röntgenová snímka. Zdroj: [27].

Izofota č.	Rozsah intenzít		Súradnice poč. pixelu	
	Filter <i>V</i>	Filter <i>R</i>	Filter <i>V</i>	Filter <i>R</i>
1	100	250	1000, 1000	1000, 1000
2	70	100	600, 1100	1299, 930
3	50	100	1150, 870	600, 1100
4	20	80	400, 1300	1150, 870
5		30		1534, 875
6		20		1529, 615
7		20		1679, 1184

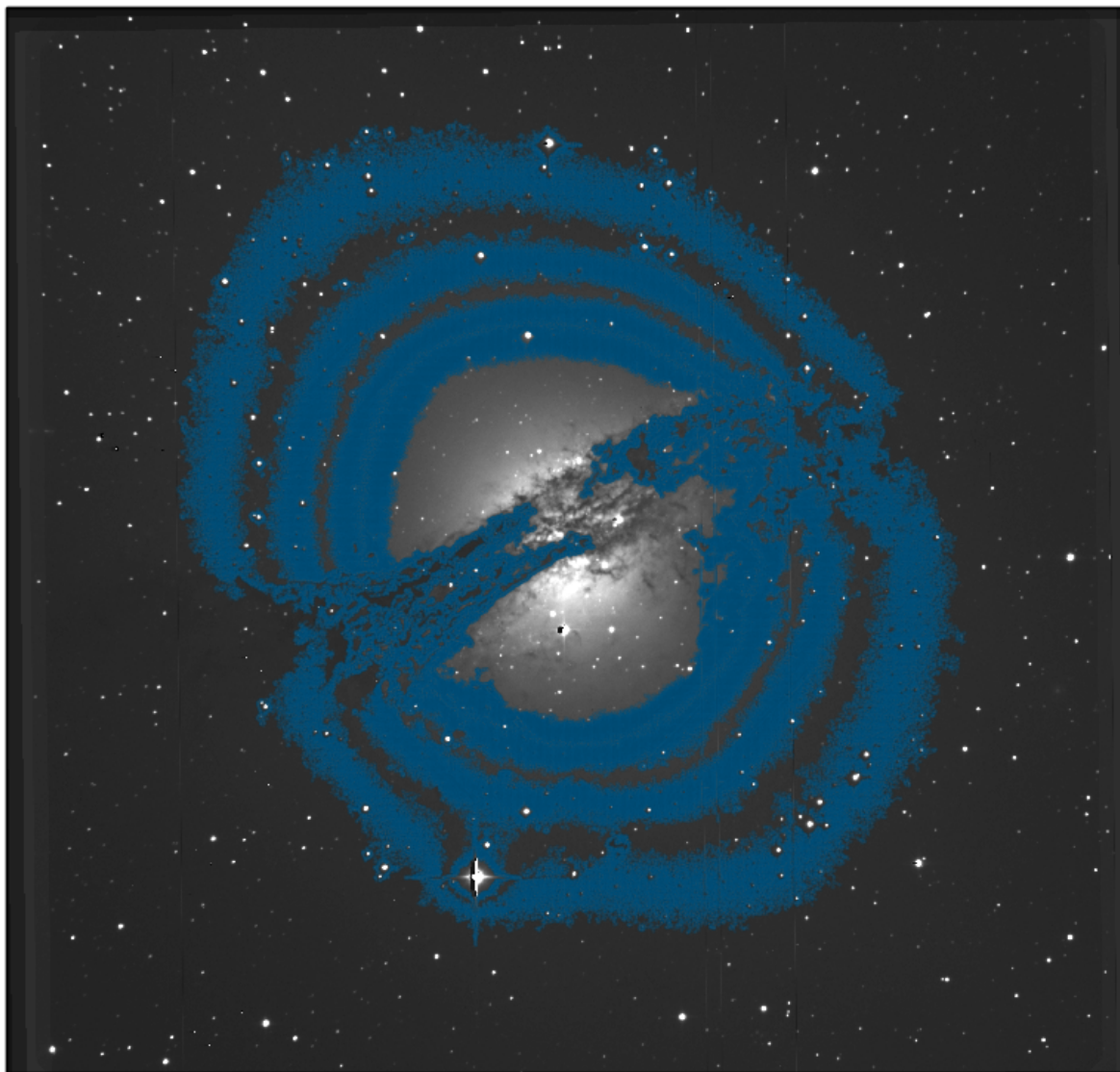
Tabuľka 4.3: Parametre vytvorených izofôt.

4.1.1 Filter R



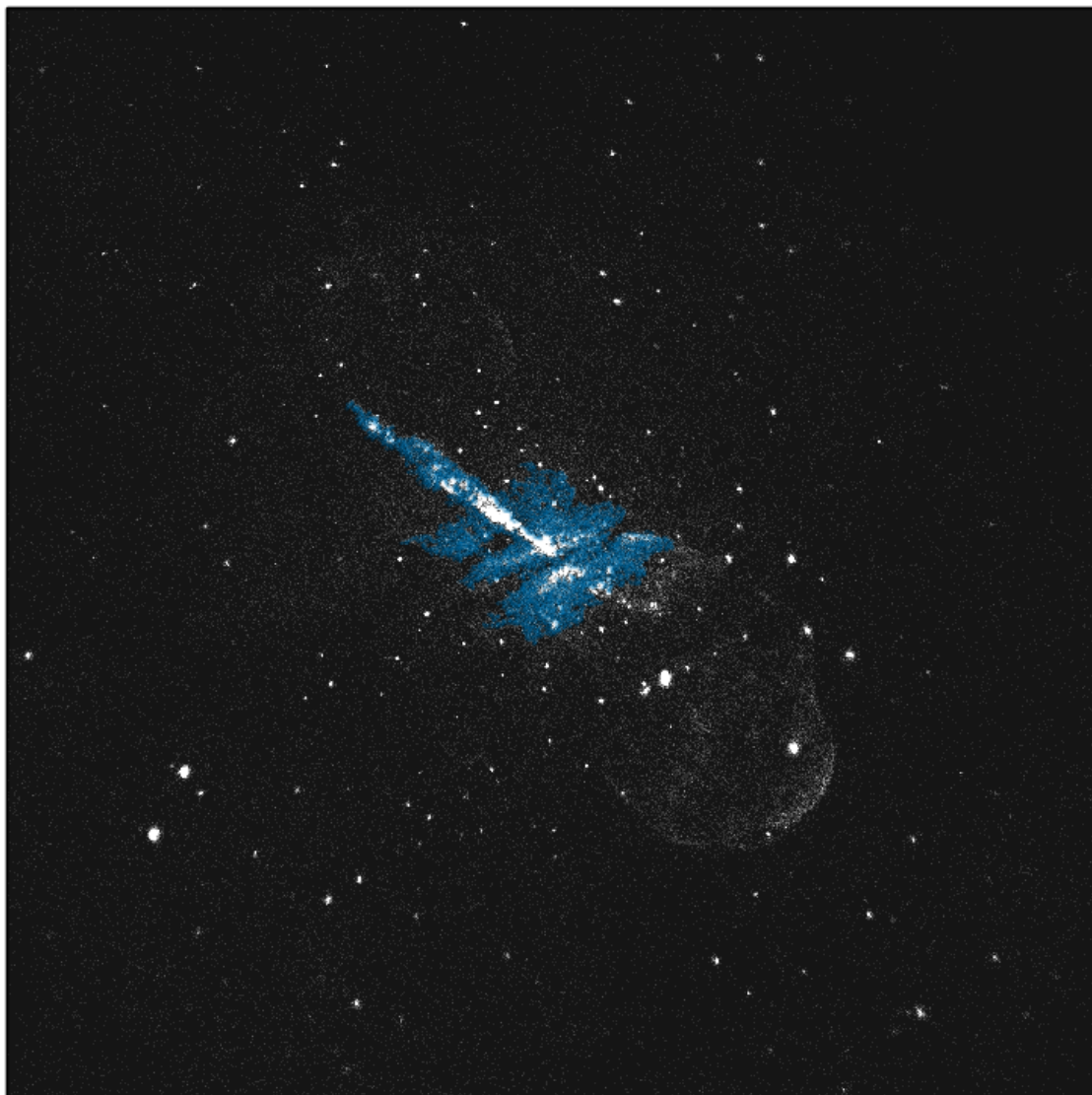
Obr. 4.4: Upravená snímka galaxie s dokreslenými izofotami pre filter R .

4.1.2 Filter V



Obr. 4.5: Upravená snímka galaxie s dokreslenými izofotami pre filter V.

4.1.3 Röntgenová snímka



Obr. 4.6: Röntgenová snímka galaxie s dokreslenými izofotami.

4.2 Fraktálna dimenzia

Fraktálnu dimenziu dostaneme vyššie spomínanou metódou počítania štvorcov (viz. 3.2), kde som na každú izofotu zvlášť aplikovala ten istý postup. Izofotu som pokryla sieťou štyroch rovnakých štvorcov, ktoré spolu tvoria štvorec o strane deliteľnej 2^n , kde n je prirodzené číslo. Následne som v každom cykle počet štvorcov násobila štyrmi, teda veľkosť strany štvorcov zakaždým klesla na jednu polovicu. V každom cykle som spočítala počet štvorcov, v ktorých aspoň jeden pixel obsahoval danú izofotu. Podmienka pre zastavenie výpočtu bola strana štvorca menšia ako jeden pixel. Do grafu som potom vynesla na logaritmickej stupnici závislosť počtu štvorcov obsahujúcich izofotu $N(r)$ na veľkosti strany štvorcov v pixeloch r v aktuálnom cykle. Hodnoty r a $N(r)$ pre každý krok sú uvedené v tabuľkách 4.4, 4.5 a 4.6. Ak si pripomenieme vzťah pre fraktálnu dimeziu

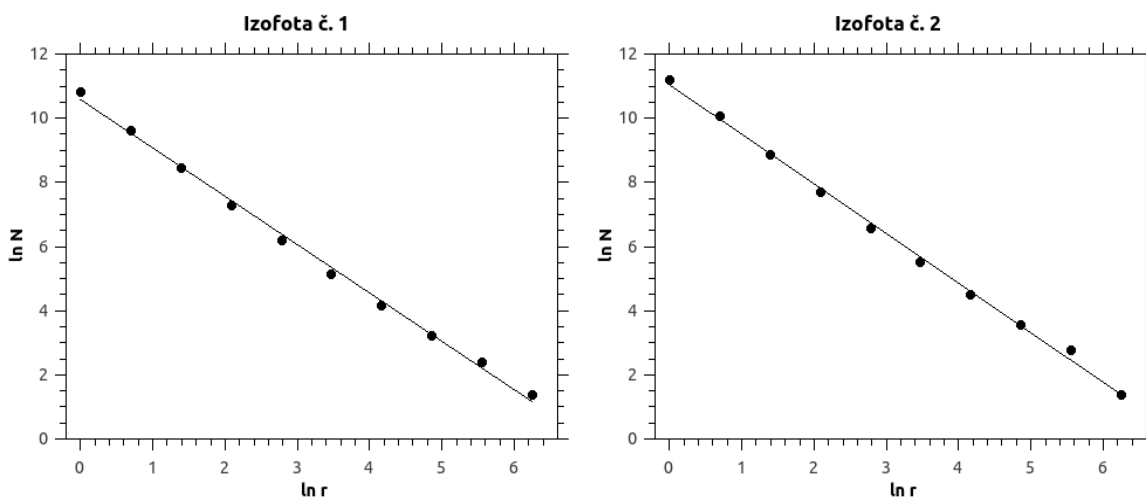
$$N(r) = \text{const.} \cdot r^{-D_B}, \quad (4.1)$$

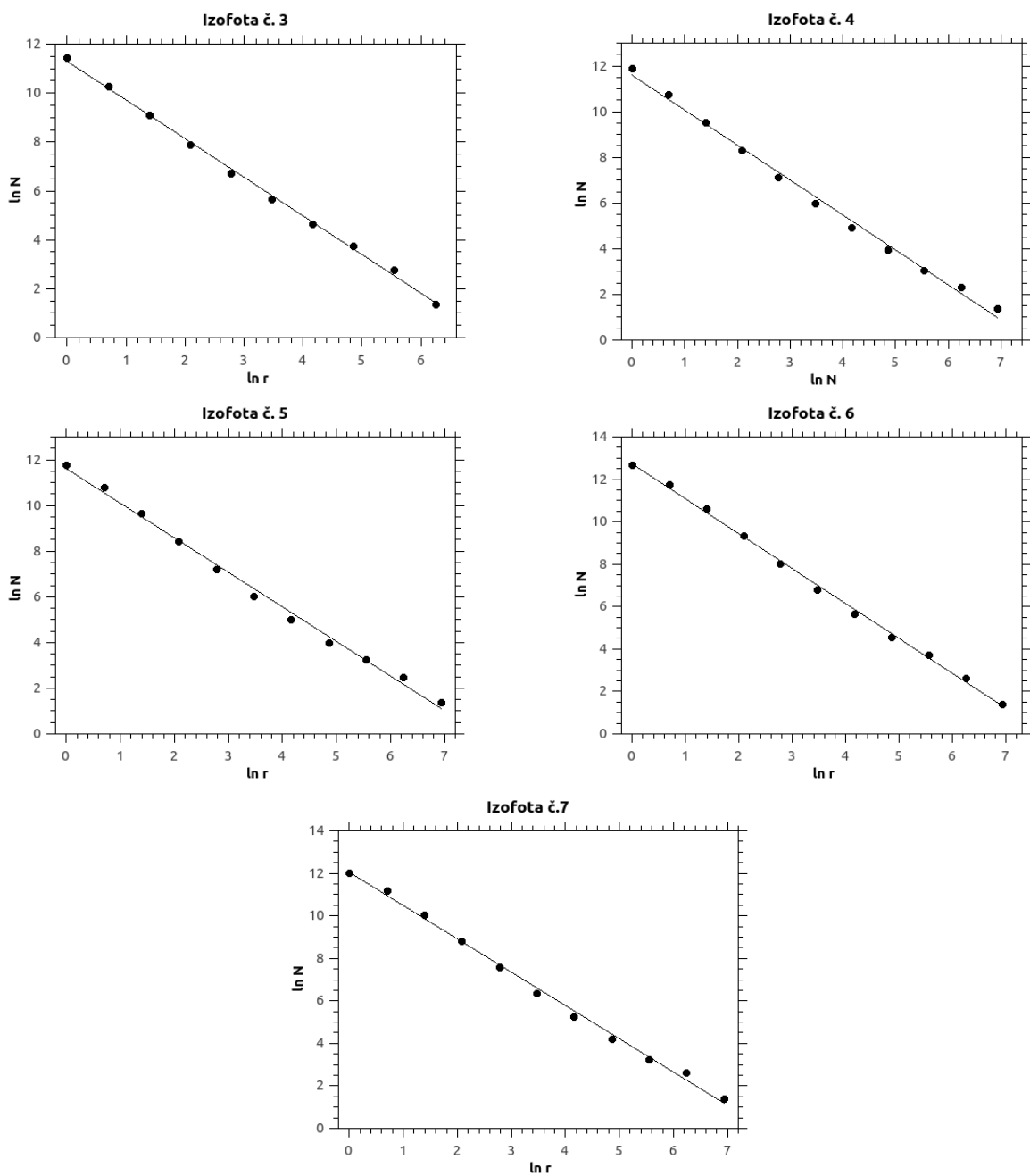
kde D_B je hľadaná fraktálna dimenzia, zistíme, že D_B môžeme určiť ako sklon s regresnej krivky vynesého grafu:

$$-D_B = \frac{\ln N}{\ln r} = s \Rightarrow D_B = -s. \quad (4.2)$$

Pre jednotlivé izofoty uvádzam chybu sklonu regresnej krivky vypočítané programom QtiPlot.

4.2.1 Filter R





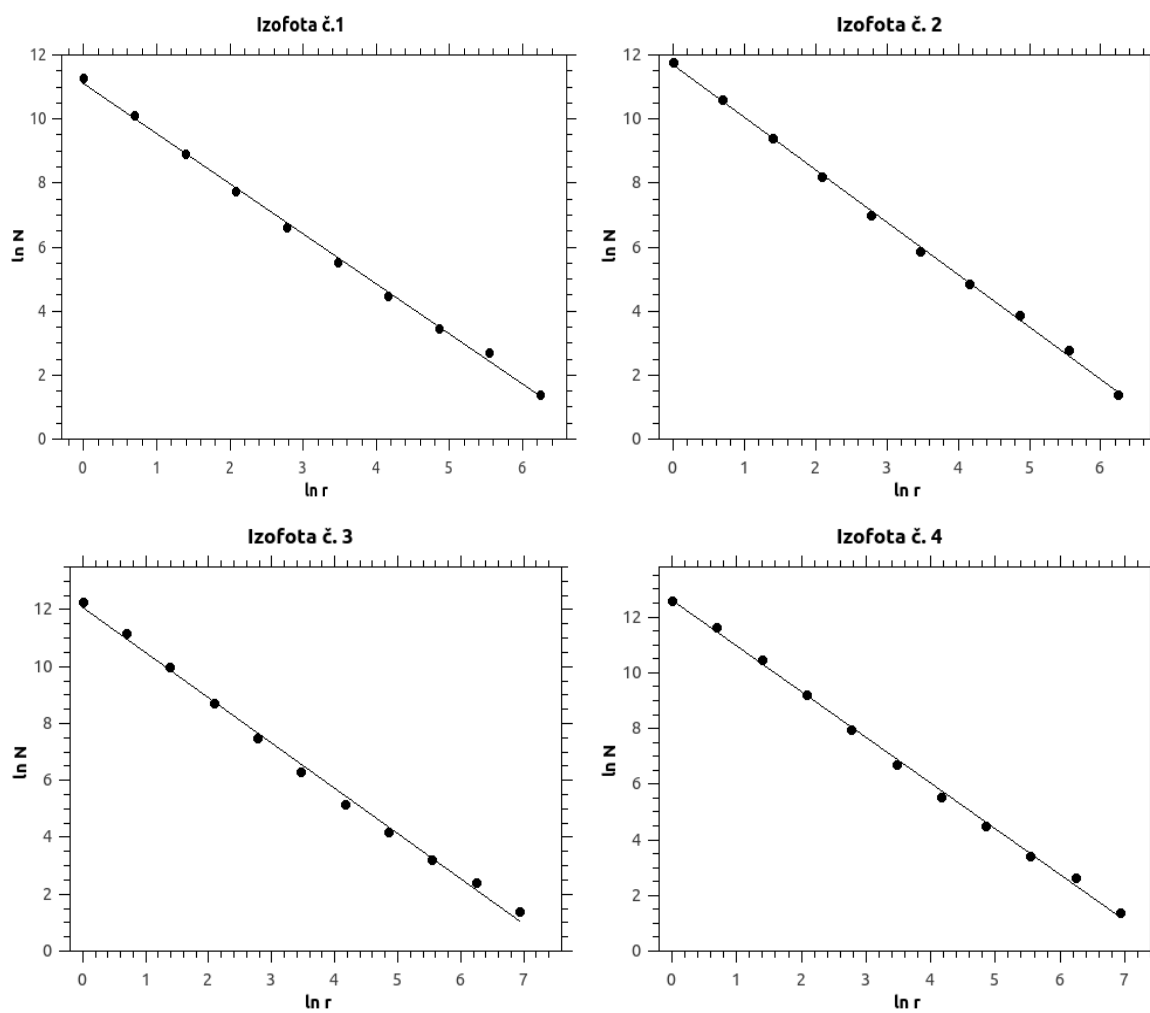
Obr. 4.8: Richardsonov–Mandelbrotov graf pre izofoty na filtri R .

Filter R							
Izofota č. 1		Izofota č. 2		Izofota č. 3		Izofota č. 4	
r	$N(r)$	r	$N(r)$	r	$N(r)$	r	$N(r)$
512	4	512	4	512	4	1024	4
256	11	256	16	256	16	512	10
128	25	128	35	128	43	256	21
64	65	64	90	64	103	28	52
32	175	32	250	32	284	64	141
16	496	16	718	16	840	32	395
8	1481	8	2226	8	2689	16	1232
4	4678	4	7252	4	8955	8	4092
2	15260	2	23615	2	29440	4	13998
1	51306	1	74029	1	93529	2	46244
						1	144393
D_B							
1.51 ± 0.03		1.55 ± 0.03		1.58 ± 0.02		1.53 ± 0.04	

Filter R					
Izofota č. 5		Izofota č. 6		Izofota č. 7	
r	$N(r)$	r	$N(r)$	r	$N(r)$
1024	4	1024	4	1024	4
512	12	512	14	512	14
256	26	256	41	256	26
128	55	128	97	128	68
64	149	64	286	64	191
32	423	32	903	32	587
16	1333	16	3143	16	1954
8	4523	8	11326	8	6783
4	15466	4	40586	4	23510
2	48956	2	128430	2	71880
1	129468	1	315629	1	170063
D_B					
1.51 ± 0.04		1.65 ± 0.02		1.57 ± 0.03	

Tabuľka 4.4: Výsledky výpočtu fraktálnej dimenzie pre filter R .

4.2.2 Filter V



Obr. 4.9: Richardsonov–Mandelbrotov graf pre izofoty na filteri V .

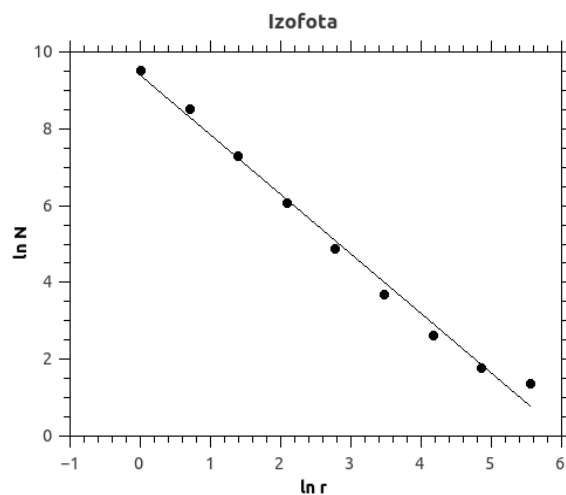
Filter V							
Izofota č. 1		Izofota č. 2		Izofota č. 3		Izofota č. 4	
r	$N(r)$	r	$N(r)$	r	$N(r)$	r	$N(r)$
512	4	512	4	1024	4	1024	4
256	15	256	16	512	11	512	145
128	32	128	49	256	25	256	30
64	89	64	127	128	65	128	89
32	251	32	358	64	178	64	253
16	745	16	1102	32	539	32	811
8	2323	8	3645	16	1759	16	2815
4	7501	4	12349	8	6079	8	10078
2	24491	2	40787	4	21308	4	35861
1	78386	1	128352	2	70879	2	114773
				1	216567	1	295670
D_B							
1.56 ± 0.02		1.64 ± 0.02		1.59 ± 0.03		1.64 ± 0.03	

Tabuľka 4.5: Výsledky výpočtu fraktálnej dimenzie pre filter V .

4.2.3 Röntgenová snímka

Izofota	
r	$N(r)$
256	4
128	6
64	14
32	41
16	132
8	453
4	1473
2	4997
1	13963
D_B	
1.55 ± 0.06	

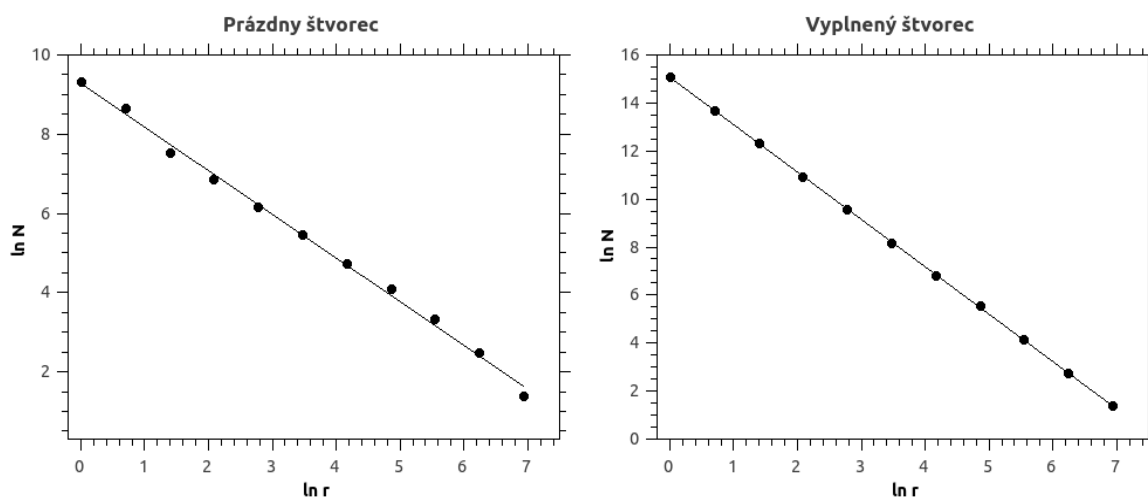
Tabuľka 4.6: Výsledok výpočtu fraktálnej dimenzie pre röntgenovú snímku.



Obr. 4.10: Richardsonov–Mandelbrotov graf pre röntgenovú snímku.

4.2.4 Verifikácia algoritmu

Aby som overila, či môj program počíta správne, aplikovala som postup výpočtu fraktálnej dimenzie na prázdny a vyplnený štvorec. Oba objekty nespádajú pod definíciu fraktálov, takže ak sa pokúsím vypočítať ich fraktálnu dimenziu, mala by sa rovnať ich topologickej dimenzii. To znamená, že štvorec by mal mať dimenziu 1, pretože ide o krivku a vyplnený štvorec dimenziu 2, čo znamená, že to je plocha. V tabuľke 4.7 môžeme vidieť, že predpoklad je približne splnený. Napriek tomu, že chyba sklonu krivky sa pohybuje v stotinách až tisícinách, moja metóda výpočtu fraktálnej dimenzie počíta s chybou asi jednej desatiny. Samozrejme čím väčšie štvorce som pri výpočte zvolila, tým bol výpočet fraktálnej dimenzie presnejší a chyba menšia. Vzhľadom na to, že snímok galaxie s ktorým som pracovala mal rozmery 2048×2148 pixelov, bol výpočet chyby relevantný pre štvorce s približne rovnakou veľkosťou. Výpočet som teda previedla na štvorcoch o veľkosti 2000×2000 pixelov. Zmenšujúca sa chyba výpočtu pre väčšie rozmery objektu indikuje fakt, že veľkosť snímku ovplyvňuje presnosť výpočtu.



Obr. 4.11: Richardsonov–Mandelbrotov graf pre štvorce.

Prázdny štvorec		Vyplnený štvorec	
r	$N(r)$	r	$N(r)$
1024	4	1024	4
512	12	512	16
256	28	256	64
128	60	128	256
64	116	64	900
32	236	32	3600
16	476	16	14400
8	948	8	56644
4	1900	4	226576
2	5700	2	905352
1	11400	1	3615702
D_B			
1.10 ± 0.02		1.973 ± 0.005	

Tabuľka 4.7: Výsledky výpočtu fraktálnej dimenzie pre štvorce.

Záver

Náplňou tejto práce bolo určiť fraktálnu dimenziu izofôt aktívnej galaxie Centaurus A. Izofoty – kontúry s rovnakou úrovňou intenzity boli vytvorené na dvoch optických a jednej röntgenovej snímke. Na každej snímke sa mi podľa počtu prichádzajúcich fotónov v tejto oblasti podarilo vytvoriť iný počet izofôt. Filter R z optickej oblasti bol na tom najlepšie, pričom röntgenová snímka sa ukázala ako nie príliš vhodná pre tento druh určovania vlastností galaxie. Pre každú izofotu bola potom zvlášť vypočítaná fraktálna dimenzia pomocou metódy počítania štvorcov (viz. 4.2). Táto metóda dodáva potrebné údaje pre vytvorenie Richardsonovho–Mandelbrotovho grafu, z ktorého získame sklon krivky a teda aj hľadanú fraktálnu dimenziu.

Konkrétna hodnota fraktálnej dimenzie galaxie Centaurus A nebola k dispozícii z iných zdrojov, napriek tomu však mohol byť učený predpoklad, že by sa mala pohybovať medzi číslami 1 a 2. Je to vďaka tomu, že krivka má dimenziu 1 a plocha 2, a čím členitejšia krivka je, tým väčšia bude jej fraktálna dimenzia. Očakávanie bolo splnené a vypočítané hodnoty dimenzie sa pohybujú v rozmedzí 1.51 až 1.65 (tab. 4.4, 4.5, 4.6). Chyba bola určená aplikovaním uvedenej metódy na objekt s dopredu známou fraktálnou dimenziou – štvorec, takže chyba použitého postupu je jedna desatina. Spriemerovaním hodnôt a použitím zistenej chyby vychádza fraktálna dimenzia spomínanej galaxie 1.6 ± 0.1 .

Určovanie fraktálnej dimenzie sa ukazuje ako užitočné pri rozlišovaní rôznych typov galaxií. Keďže izofoty eliptických galaxií sú hladšie a majú menej povrchových fluktuácií, takisto ich fraktálna dimenzia bude menšia ako špirálových. Je však potrebné skombinovať výpočet fraktálnej dimenzie s inými merateľnými veličinami aby sme získali spoľahlivú metódu detekovania typu galaxie. Je napríklad známe, že eliptické galaxie majú iné farby ako galaxie špirálne vďaka ich rozdielnym hviezdny populáciám. Šošovkovité a eliptické galaxie majú vo všeobecnosti červensie farby ako špirálové. [17]

Na záver teda môžeme konštatovať, že znalosť fraktálnej dimenzie nám spolu s inými vlastnosťami môže prezradiť ďalšie užitočné informácie o skúmanej galaxii.

Prílohy

Zdrojový kód programu `fraktalna_dimenzia.py`

```
from astropy.io import fits
from math import sqrt, log, ceil, floor
import numpy as np
import Image
import matplotlib.pyplot as plt
import aplpy
from skimage.draw import polygon

name = 'name.fits'
"""
Do name.fits vlozit meno snimku na ktorom chceme program spustit.
"""
image = fits.open(name)
array = image[0].data
energy_field = np.flipud(array)

def next_step(prerow, precolumn, array, new_adepts, range_is,energy):
    """
    Funkcia je definovana mimo hlavnej funkcie isophote iba pre vacsiu
    prehľadnosť, prechadza najblizšie pixely ktore este izofota neobsahuje
    a podľa kriterii ich bud prida do izofoty alebo nie.
    """
    isophote_adepts = []
    min_difference = range_is + 1
    for row in range(prerow-3, prerow+4):
        if row < 0 or row >= energy_field.shape[0]:
            continue
```



```

    for column in range(precolumn-3, precolumn+4):
        this_index = row, column
        if column < 0 or energy_field[row][column] == 0 or array[row]
            [column] == True or this_index in new_adepts or column >=
            energy_field.shape[1]:
            continue

        if abs(energy_field[row][column]-energy) < min_difference:
            prenext_index = row,column
            isophote_adepts.append(prenext_index)

if len(isophote_adepts) == 0:
    return 0

elif len(isophote_adepts) > 0:
    return isophote_adepts

def isophote(range_is, row, col):
    """
    Je potrebne zadat suradnice prveho pixelu, ktorym chceme aby izofota
    prechadzala a rozsah energie, o ktory sa moze lisit hodnota pixelov
    od zaciatoceho. Funkcia potom pri kazdom cykle prejde na next_step,
    kde sa pridaju dalsie pixely do izofoty a skonci az ked nebude moct
    pridat ziadne dalsie pixely. Funkcia vracia zoznam dvojic suradnic
    pixelov. Treba si pamatat ze program pracuje s maticou, teda x-ova
    suradnica je riadok a y-ova suradnica je stlpec.
    """
    first_index = row, col
    array = np.zeros((energy_field.shape[0],energy_field.shape[1]), dtype = int)
    array[first_index[0]][first_index[1]] = True
    isophote = [first_index]
    isophote_adepts = next_step(first_index[0], first_index[1], array, [], range_is,
    energy_field[first_index[0]][first_index[1]])
    if isophote_adepts == 0:
        print ("Izofota skončila na začiatku.")
        return 0
    cycle = 0

    while len(isophote_adepts) != 0:
        cycle += 1
        for adept in isophote_adepts:
            array[adept[0]][adept[1]] = True
            isophote += isophote_adepts

```

```

new_adepts = []
for adept in isophote_adepts:
    if next_step(adept[0], adept[1], array, new_adepts, range_is,
        energy_field[first_index[0]]
        [first_index[1]]) != 0:
        new_adepts += next_step(adept[0], adept[1], array, new_adepts, range_is,
            energy_field[first_index[0]][first_index[1]])

isophote_adepts = new_adepts
print "kolo c.", cycle, "dlzka izofoty", len(isophote), "adepti",
    len(isophote_adepts)
print "izofota skončila"
return isophote

```

```

def fractal_dimension(isophote):
    """
    isophote = [(row1,col1), (row2,col2),.....]
    Funkcia vypocita adekvatnu velkost a umiestnenie prvych 4 stvorcov,
    potom prechadza cyklom az kym sa strana stvorca rovna 1, zakazdym
    zvacsi pocet stvorcov a zmensi ich velkost. Vracia zoznam
    dvojic - (dlzka strany stvorca, pocet stvorcov
    obsahujucich izofotu)
    """
    array = np.zeros((2*energy_field.shape[0],2*energy_field.shape[1]), dtype = int)
    for point in isophote:
        array[point[0]][point[1]] = 1

    isophote_sorted_row = sorted(isophote, key=lambda x: x[0])
    isophote_sorted_column = sorted(isophote, key=lambda x: x[1])
    min_row, max_row = isophote_sorted_row[0][0], isophote_sorted_row[-1][0]
    min_column, max_column = isophote_sorted_column[0][1], isophote_sorted_column[-1][1]
    row_range = abs(max_row - min_row + 1)
    column_range = abs(max_column - min_column + 1)

    if row_range > column_range:
        dif_row = 2**(ceil(log(row_range, 2))) - row_range
        dif_col = 2**(ceil(log(row_range, 2))) - column_range
        min_row = min_row - ceil(dif_row/2.0)
        max_row = max_row + floor(dif_row/2.0)
        min_column = min_column - ceil(dif_col/2.0)
        max_column = max_column + floor(dif_col/2.0)

    else:
        dif_col = 2**(ceil(log(column_range, 2))) - column_range

```

```

    dif_row = 2**(ceil(log(column_range, 2))) - row_range
    min_row = min_row - ceil(dif_row/2.0)
    max_row = max_row + floor(dif_row/2.0)
    min_column = min_column - ceil(dif_col/2.0)
    max_column = max_column + floor(dif_col/2.0)

row_range = abs(max_row-min_row+1)
column_range = abs(max_column - min_column+1)
squares = []
number_of_squares = 4
square_side = row_range/sqrt(number_of_squares)
print square_side
print min_row, max_row
while square_side >= 1:
    full_squares = 0
    m, n = 0, 0
    for square in range(number_of_squares):
        if n % sqrt(number_of_squares) == 0 and n != 0:
            n = 0
            m += 1
        for row in range(int(min_row+m*(square_side)), int(min_row+(m+1)*square_side)):
            for column in range(int(min_column+n*square_side),
int(min_column+(n+1)*square_side)+1):
                if array[row][column] == 1:
                    full_squares += 1
                    break
            else:
                continue
        break
        n += 1

    squares.append((square_side, full_squares))
    number_of_squares = number_of_squares*4
    square_side = row_range/sqrt(number_of_squares)
return squares

def plot(squares):
    """
    squares = [(square_side1, full_squares1),.....]
    Vykreslenie grafu zavislosti poctu stvorcov obsahujucich izofotu na
    velkosti strany stvorcov v jednotlivych krokoch, prelozenie priamkou
    s rovnicou A*x+B a zistenie sklonu prelozenej priamky
    """

```

```

x, y = [], []
for i in squares:
    x.append(log(i[0]))
    y.append(log(i[1]))
    print log(i[0]), log(i[1])
slope, intercept = np.polyfit(x, y, 1)
print slope
plt.plot(x, y, marker='o', color='k' )
plt.xlabel("ln r")
plt.ylabel("ln N")
plt.show()

def iso_in_fits(isophote):
    """
    Zakreslenie izofot do snimku vo formate fits a ulozenie finalneho
    snimku vo formate png.
    """
    isophote0 = []
    isophote1 = []
    for point in isophote:
        isophote0.append(point[1])
        isophote1.append(energy_field.shape[0]-point[0]-1)
    fig = aplpy.FITSFigure(name)
    fig.axis_labels.hide()
    fig.ticks.hide()
    fig.tick_labels.hide()
    fig.frame.set_color('black')
    data = fig.pixel2world(isophote0, isophote1)
    fig.show_markers(data[0], data[1], c='teal', marker='.', s=1, alpha = 0.2)
    fig.show_grayscale()
    fig.save('isophote.png')
    fig.close()

image.close()

```

```

.....
.....
This research made use of APLpy, an open-source plotting package
for Python hosted at http://aplpy.github.com
.....
.....

```

Zoznam použitej literatúry

- [1] REES, M.: *Vesmír*, Knižní klub, Praha, 2006.
- [2] SPARKE, L. S.; GALLAGHER, J. S.: *Galaxies in the Universe: An Introduction (Second Edition)*, Cambridge University Press, 2007.
- [3] CARROLL, B. W.; OSTLIE, D. A.: *An introduction to modern astrophysics*, 2nd edition, Pearson Addison-Wesley, San Francisco, 2007.
- [4] JANEKOVÁ, L.: *3D spektroskopía otvorených hviezdokop*, Brno, 2013.
- [5] KRAWCZYNSKI, H.; TREISTER, E.: *Active Galactic Nuclei – the Physics of Individual Sources and the Cosmic History of Formation and Evolution*, 2013.
- [6] ABDO, A., A. ET AL.: *Fermi Large Area Telescope View of the Core of the Radio Galaxy*, ApJ, 2010.
- [7] MÜLLER, C.: *High resolution VLBI observations of Centaurus A*, Bamberg, 2010.
- [8] POLEDNÍKOVÁ, J.: *FYKOS – Fyzikální korespondenční seminář UK MFF*, Praha.
- [9] KAROVSKA, M.; FABBIANO, G.; NICASTRO, F. ET AL.: *X-ray Arc Structures in Chandra Images of NGC5128 (Centaurus A)*, Cambridge, 2002.
- [10] KAUFFMAN, G.; HECKMAN, T. M.; TREMONTI, C. ET AL.: *The host galaxies of active galactic nuclei*, Mon. Not. R. Astron. Soc., 346:1055-1077, 2003.
- [11] ANTONUCCI, R.: *Unified Models for Active Galactic Nuclei and Quasars*, Annu. Rev. Astron. Astrophysics, 31:473-521, 1993.
- [12] MANDELBROT, B.: *Fraktály*, Flammarion, Paris, 2000.
- [13] ŽÁRA, J.; BENEŠ, B.; SOCHOR, J.; FELKEL, P.: *Moderní počítačová grafika*, Computer Press, Brno, 2004.

- [14] HORÁK, Z.; KRUPKA, F.: *Estimating the Fractal Dimension from Digitized Images*, Freising, 1995.
- [15] SCHLEICHER, D.: *Hausdorff dimension, its properties, and its surprises (v2)*, American Mathematical Monthly, Vol.114, 2007.
- [16] WAHL, B. ET AL.: *Exploring Fractals on the Macintosh*, Addison-Wesley Professional, 1994.
- [17] THANKI, S.; RHEE, G.; LEPP, S.: *Fractal Dimension of Galaxy Isophotes*, AJ, 138:941–950, 2009.

Elektronické zdroje

- [18] <http://nasa.gov/>
- [19] <http://www.constellation-guide.com/centaurus-a/>
- [20] <http://chandra.harvard.edu/>
- [21] <http://fykos.cz/rocnik20/obrazky/zadani4-koch.png>
- [22] <http://i.stack.imgur.com/kZK91.png>
- [23] <http://www.mappery.com/maps/Mt-Ararat-Topo-Map.mediumthumb.jpg>
- [24] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/48811-image-isophotes>
- [25] http://enc.slider.com/Enc/Capacity_dimension
- [26] <http://www.ls.eso.org/sci/facilities/lasilla/telescopes/d1p5/>
- [27] http://chandra.harvard.edu/photo/openFITS/xray_data.html
- [28] <http://science.howstuffworks.com/dictionary/astronomy-terms/galaxy.htm>
- [29] <http://www.space.com/22395-elliptical-galaxies.html>