Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta

Bakalářská práce

Barevná kalibrace fotometrického systému

Lucie Jílková

Brno 2006

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně, za použití uvedené literatury a podle pokynů vedoucího bakalářské práce.

V Brně dne: Podpis:

Za věnovaný čas, cenné nápady a celkovou obrovskou pomoc děkuji vedoucímu své bakalářské práce Filipu Hrochovi. Za mnoho gramatických a stylistických připomínek děkuji Davidu Kalhousovi a Tereze Krejčové.

Black and Blue
And who knows which is which and who is who

Roger Waters

Anotace:
Bakalářská práce se zabývá barevnou kalibrací fotometrického systému. V první části jsou transformační rovnice pro převod mezi konkrétním fotometrickým systémem a jeho stadardní podobou odvozeny teoreticky. Postup vychází ze znalosti spektrálních závislostí propustností užitých a standardních filtrů. Zohledněna je také omezená citlivost detektoru záření. Následuje odhad transformačních rovnic z praktického pozorování. Je proveden na základě fotometrického proměření několika standardních polí (obsahují hvězdy se známou hvězdnou velikostí danou standardním systémem) a následného statistického rozboru získaných dat. Je rozebrán také vliv atmosférické extinkce na hledanou transformaci.

Annotation:
This document deals with color calibration of photometric system. In the first part the equation for transformation between concrete photometric system and its standard version are derivated theoretically. This is based on knowledge of spectral transmissivity of used and standard filters. The contribution of limited detector resposibility is considered too. The estimate from practical observation follows. It is made according to photometric measuring of several standard fields (they contain stars with known standard magnitude) and its statistical analysis. Influence of atmospheric extinction is examined too.

Obsah

Úvod **6**

1 Základy astronomické fotometrie **8**
1.1 Fotometrie a obecný problém kalibrace 8
1.2 Hvězdné velikosti 10
1.3 Barevné indexy 11
1.4 Fotometrické systémy 11
1.4.1 Fotometrické filtry 11
1.4.2 Johnsonův–Morganův *UBV(RI)* systém 12
1.5 Atmosférická extinkce 14
1.5.1 Monochromatická extinkce 14
1.5.2 Barevná extinkce 15

2 Barevná kalibrace **16**
2.1 Reprezentace spektrálních propustností 16
2.2 Hledání koeficientů reprezentace 18
2.3 Případ se dvěma filtry 19
2.3.1 Vyjádření v reprezentaci standardních filtrů 19
2.3.2 Převod problému na měřené veličiny 20
2.4 Příklad kalibrace se čtyřmi filtry 22
2.4.1 Rovnice reprezentace 22
2.4.2 Vyčíslení koeficientů reprezentace 23
2.4.3 Převod na měřené veličiny 26
2.4.4 Výsledné trasformační rovnice 27
2.4.5 Absolutně černé těleso očima filtrů 28
2.4.6 Vliv detektoru 30

3 Určení barevné kalibrace z pozorování **33**
3.1 Přepis tvaru transformačních rovnic 33
3.2 Pozorování a zpracování dat 35

3.2.1 Pořizování snímků 35
3.2.2 Instrumentální barevné indexy 35
3.2.3 Ortogonální regrese 36
3.2.4 Vliv atmosférické extinkce 37
3.2.5 Standardní hvězdná pole 39
3.3 Výsledky pozorování 39
3.3.1 Transformační rovnice 39
3.3.2 Zohlednění atmosférické extinkce 39

Závěr **43**

Přílohy **45**

Literatura **50**

Úvod

Přesnost a důvěryhodnost jakéhokoli fotometrického měření je dána mj. i kvalitou jeho kalibrace v jednotlivých částech spektra. V případě dalekohledu vybaveného CCD kamerou nebo fotonásobičem a sadou filtrů určitého fotometrickém systému jde při kalibraci o získání transformačních vztahů mezi hodnotami měřených hustot zářivých toků (magnitud) pro užívaný přístroj a standardními hodnotami toků.

Cílem této práce je jistým způsobem teoreticky zmapovat problematiku kalibrace fotometrického systému a postup procedury demonstrovat na konkrétním příkladě sady filtrů a CCD kamery. Dále pak získat transformační rovnice na základě opakovaného měření vhodně vybraných hvězdných polí a jejich následným statistickým vyhodnocením.

Kapitola 1

Základy astronomické fotometrie

Fotometrie se zabývá měřením hustoty zářivého toku, neboli jasnosti. Ta je definována jako množství energie záření (v určitém rozsahu vlnových délek) dopadající kolmo na jednotku plochy za jednotku času. Poskytuje nám tak podstatnou, v některých případech tu nejzásadnější informaci o pozorovaném objektu. Fotometrie je záležitost každodenního života, setkáváme se s ní při rentgenovém vyšetření zlomené nohy nebo při měření osvětlení nové učebny. Široké uplatnění nalézá ovšem také ve specifických technických či vědeckých disciplínách. Jednou z nich je nepochybně astronomie.

Tato kapitola mapuje některé teoretické partie astronomické fotometrie potřebné v dalším rozboru zpracovávaného tématu. Nesnaží se postihnout fotometrii v celém jejím rozsahu. Podrobnější rozbor problematiky lze nalézt například v [16] (převážně z této publikace také zpracování kapitoly vychází).

1.1 Fotometrie a obecný problém kalibrace

Energie záření (a tedy i fotometrické veličiny) je funkcí vlnové délky. Závislost jasnosti na vlnové délce může být popsána pomocí spektrální hustoty zářivého toku $F_\lambda(\lambda)$, tedy jasnosti na jednotku vlnové délky. Fyzikální rozměr spektrální hustoty zářivého toku je Wm^{-3}. Ekvivalentně by bylo možné vyjádřit spektrální hustotu také jako funkci frekvence, tedy jako hustotu zářivého toku na jednotku frekvence $F_\nu(\nu)$ ($\mathrm{Wm}^{-2}\mathrm{Hz}^{-1}$).

Fotometrii obecně provádíme vhodně uspořádanými optickými prvky s detektorem. Jednotlivé části užitého optického systému jsou v závislosti na vlnové délce charakterizovány vlastní citlivostí. Dále během celé cesty od zdroje do detektoru neodvratně dochází k absorpci a rozptylu záření. Oba jevy závisí opět na vlnové délce. Obecně tedy můžeme pro celkovou jasnost izotropního zářiče měřenou ve všech vlnových délkách F_{mc} psát:

$$F_{\mathrm{mc}} = \frac{1}{r^2} \int_0^\infty F_\lambda(\lambda) s_{\mathrm{c}}(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda, \tag{1.1}$$

kde r je vzdálenost objektu od detektoru, $F_\lambda(\lambda)$ je spektrální hustota zářivého toku zdroje na jeho hranici, jako funkce vlnové délky, a $s_\mathrm{c}(\lambda)$ celková spektrální propustnost prostředí, kterým záření projde od zdroje po detekci. Uvedená fakta nám zjevně podstatným způsobem ztežují získat nezkreslenou informaci o skutečné celkové energii vyzářené objektem ve všech vlnových délkách.

Předně potřebujeme znát vzdálenost zářiče. Její měření je pro většinu astronomických objektů poměrně komplikované. Faktor vzdálenosti v rovnici (1.1) ovšem postihuje všechny pozorovatele na Zemi stejně. Nezpůsobuje tedy rozpory při porovnávání výsledků odlišných pozorování. Posunuje fyzikální význam měřené jasnosti, která je přirozeně dána také vzdáleností pozorovaného tělesa.

Druhý prvek zkreslující informaci o vyzářené energii je celková spektrální propustnost $s_\mathrm{c}(\lambda)$. V tomto případě je bohužel pokřivení informace pro každý měřící systém různé, žádné dva nedokáží v libovolné vlnové délce reagovat se stejnou účinností. Bez dalšího zpracování naměřených dat by například nebylo možné jakékoliv srovnání stejného pozorování či výsledků experimentu provedeného různými zařízeními.

Částečným východiskem z popsaného problému je zdeformovat všechna měření stejným, co nejvhodněji definovaným způsobem. V astronomické fotometrii prováděné na základě pozorování z povrchu Země k uvedému procesu přirozeně dochází v důsledku průchodu světla zemskou atmosférou. Toto zkreslení bohužel není ani zdaleka stejné pro všechny pozemské detektory. Je dáno jednak konkrétními podmínkami pozorovacího místa, jednak vlastnostmi pozorovaného objektu. Uvedená problematika se nazývá *atmosférická extinkce*, a bude o ní podrobněji pojednáno dále.

Vedle přirozeného neodstranitelného vlivu zemské atmosféry vytváříme úmyslně umělou modulaci záření prostřednictvím *fotometrických filtrů*. V ideálním případě jednoznačné definice průběhu spektrální propustnosti a přesné výroby filtrů ovlivňují tyto prvky všechna pozorování stejným způsobem. Ve skutečnosti je však průběh spektrálních propustností jednotlivých fitrů různý, především v důsledku nedokonalé výroby nebo změn vlastností filtru v čase. Další rozdíly ve výsledcích měření jsou navíc způsobeny odlišnou citlivostí prvků užitých optických systémů a detektorů.

Celkovou spektrální propustnost tedy můžeme pomocí jednotlivých složek rozepsat jako:

$$s_\mathrm{c}(\lambda) = s_\mathrm{i}(\lambda) s_\mathrm{a}(\lambda) s_\mathrm{t}(\lambda) s_\mathrm{d}(\lambda) \cdot \ldots, \tag{1.2}$$

kde $s_\mathrm{i}(\lambda)$, $s_\mathrm{a}(\lambda)$, $s_\mathrm{t}(\lambda)$ a $s_\mathrm{d}(\lambda)$ jsou pořadě spektrální propustnosti mezihvězdného prostředí, zemské atmosféry, užitých optických prvků (filtry, dalekohled…) a citlivost detektoru. Obecně může výraz obsahovat další členy, které mohou hustotu zářivého toku i zvyšovat, jako například světelné znečištění.

Pokud přesnost měřící metody překročí odchylky vzniklé růzností $s_\mathrm{c}(\lambda)$, je potřeba pro srovnatelnost dat získaných různými aparaturami provést určitou standardizaci. Vhodnou

kalibrací získáme transformační vztahy. Pomocí nich pak převedeme naměřená data do standardní podoby, jež by měla být co nejméně zatížena konkrétními jedinečnými vlastnosmi užitého optického systému a detektoru.

1.2 Hvězdné velikosti

Měřítkem hustoty zářivého toku je v astronomii *hvězdná velikost*. Je definována prostřednictvím *Pogsonovy rovnice*:

$$m_2 - m_1 \equiv -2{,}5 \log \frac{F_2}{F_1}, \tag{1.3}$$

kde m_1, m_2 jsou hvězdné velikosti dvou objektů, F_1, F_2 příslušné hustoty zářivých toků a log dekadický logaritmus. Hvězdná velikost je veličina bezrozměrná. Z historických důvodů se pro ní ovšem zavádí jednotka *magnituda* (mag). Někdy přímo o hvězdné velikosti hovoříme jako o magnitudě. Její význam je patrný z rovnice (1.3): je-li rozdíl hvězdných velikostí dvou objektů $m_2 - m_1$ jedna magnituda, je poměr hustot jejich zářivých toků právě roven $F_1/F_2 = 10^{0{,}4}$. Magnitudovou škálu je potřeba vhodným způsobem kalibrovat (nějaké známé hodnotě jasnosti F přiřadit konkrétní hvězdnou velikost). Vznikají tak různé *systémy hvězdných velikostí*.

Protože hustota zářivého toku je funkcí vlnové délky, také hvězdná velikost na ní závisí. Fyzikální veličiny charakterizující objekty v celém spektru se nazývají *bolometrické*. Pro bolometrickou hvězdnou velikost můžeme s využitím (1.1) a (1.3) psát:

$$m_{\mathrm{bol}} = -2{,}5 \log F_{\mathrm{mc}} + C. \tag{1.4}$$

Konstanta C je dána zvoleným systémem hvězdných velikostí: $C = m_2 + 2{,}5 \log F_2$, hvězdnou velikost m_2 příslušející hustotě zářivého toku F_2 známe, společně definují *nulový bod* systému. V praxi není možné bolometrickou hvězdnou velikost změřit. Omezená citlivost detektoru a další faktory znemožňují měřit jasnost přes celé spektrum.

Měříme tzv. *barevnou* hvězdnou velikost, kterou lze zapsat jako:

$$m(\lambda_1, \lambda_2) = -2{,}5 \log F_{\mathrm{m}}(\lambda_1, \lambda_2) + m_0, \tag{1.5}$$

kde m_0 je nulový bod systému, F_{m} měřená hustota zářivého toku v rozsahu vlnových délek od λ_1 do λ_2:

$$F_{\mathrm{m}}(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{r^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F_\lambda(\lambda) s_{\mathrm{c}}(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda. \tag{1.6}$$

V ideálním případě *monochromatické* hvězdné velikosti $m(\lambda_1)$ by spektrální propustnost měla tvar násobku delta funkce $s_{\mathrm{c}}(\lambda)\delta(\lambda - \lambda_1)$.

1.3 Barevné indexy

Mají-li dva objekty stejnou hvězdnou velikost v určitém rozmezí vlnových délek, nemusejí se nutně rovnat i jejich velikosti v jiných vlnových délkách ($m_1(\lambda_1, \lambda_2) = m_2(\lambda_1, \lambda_2)$ obecně neiplikuje $m_1(\lambda_3, \lambda_4) = m_2(\lambda_3, \lambda_4)$). Rovnost v obou případech nastane jen tehdy, je-li stejný spektrální průběh měřené hustoty zářivého toku obou těles. Uvedená skutečnost vedla k zavedení tzv. *barevných indexů* – rozdílů hvězdných velikostí ve dvou odlišných oblastech spektra:

$$CI = m(\lambda_1, \lambda_2) - m(\lambda_3, \lambda_4) = -2{,}5 \log \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F_\lambda(\lambda) s_\mathrm{c}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_{\lambda_3}^{\lambda_4} F_\lambda(\lambda) s_\mathrm{c}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}. \tag{1.7}$$

Barevné indexy společně s hvězdnými velikostmi tedy určitým způsobem mapují průběh součinu $F_\lambda(\lambda)s_\mathrm{c}(\lambda)$. Známe-li závislost celkové spektrální propustnosti $s_\mathrm{c}(\lambda)$ na vlnové délce, lze pomocí barevných indexů získat podstatnou fyzikální informaci o povaze zdroje záření.

Barevné hvězdné velikosti můžeme měřit právě díky různým fotometrickým filtrům s odlišnou spektrální propustností. Zkoumání záření a jeho změn v různých částech spektra nám přináší nedocenitelné informace o vlastnostech objektu a fyzikální povaze procesů vzniku záření. Oč jsou tyto poznatky cennější, o to podstatnější je potřeba dostatečně sofistikované kalibrace užitého fotometrického systému.

1.4 Fotometrické systémy

Aby soubor barevných magnitud a příslušných barevných indexů dával co nejlepší informace o zkoumaném zdroji záření, je potřeba vhodně zvolit rozsah a upořádání používaných filtrů. Značná různorodost pozorovaných objektů spolu s rozmanitostí astronomických detektorů (danou přirozeným historickým vývojem, technickými i finančními možnostmi jednotlivých observatoří) tak vedla ke vzniku velkého množství definovaných uskupení filtrů, tzv. *fotometrických systémů*.

1.4.1 Fotometrické filtry

Filtr specifickým způsobem omezuje elektromagnetické záření jím procházející. Je popsán svou spektrální propustností T a odrazivostí R.

Podle funkce mohou být filtry v astronomické fotometrii volně rozděleny do několika skupin. *Pásmové* filtry izolují ve spektru propouštěnou část vlnových délek, *vymezující* filtry slouží k „odříznutí“ nepotřebné části spektra, *neutrální* filtry snižují zářivý tok v celém rozsahu spektra. Používají se například pro zamezení saturace prvků detektoru při

pozorování příliš jasného objektu. Užitečné jsou také při některých kalibracích. V případě, že kalibrujeme méně jasné zdroje záření vzhledem k daleko jasnějším, mohlo by během expozice, volené s ohledem na slabší objekty, dojít k saturaci detektoru v jasnějších oblastech. Použitím vhodného filtru můžeme dosáhnout rozumného kompromisu expoziční doby.

Vymezující filtry slouží například k odstranění nechtěně vzniklých oblastí propustnosti jiného filtru. U pásmových fitrů určité konstrukce se v oblasti mimo interval vymezených vlnových délek vyskytuje ještě další propustná oblast (obvykle v dlouhovlnější části spektra). Hovoříme o tzv. *leaku*. Právě k odstanění nežádoucího leaku mohou být vymezující filtry použity.

V astronomické praxi se nejčastěji setkáme s pásmovými filtry. Lze je rozdělit podle šířky oblasti spektrální propustnosti. Obvykle rozlišujeme filtry širokopásmové (propustnost v několika stovkách nm), středněpásmové (desítky nm) a úzkopásmové (šířka pod 10 nm). Rozsah pásmových filtrů je jednak přirozeně limitován spektrální citlivostí užitého detektoru, jednak musí být co nejlépe podřízen získání požadovné informace. Jak již bylo uvedeno, došlo v důsledku vědeckého a historického vývoje astronomie k vytvoření mnoha fotometrických systémů.

Prvním umělými detektory používanými v astronomii byly fotografické desky. Oblast jejich největší citlivosti je v modré části spektra. Protože lidské oko má maximální citlivost ve žluté oblasti (okolo $\lambda = 550\text{nm}$), odlišovala se nová pozorování od všech předchozích, pořízených vizuálně. Přirozeně tak vznikl první fotometrický systém (*fotovizuální*), který rozlišoval hvězdné velikosti *fotografické* (m_{pg}) a *fotovizuální* (m_{pv}), získané zvýšením citlivosti fotografických desek do žluté oblasti spektra a užitím vhodného filtru. Brzo byla také odhalena závislost spektrálního typu hvězd na barevném indexu ($m_{\text{pg}} - m_{\text{pv}}$).

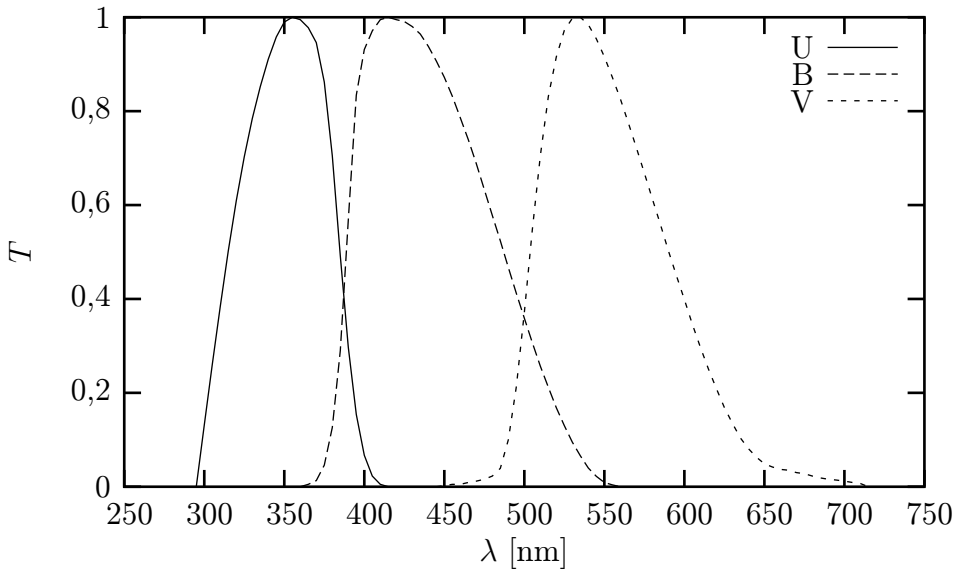
Masivnější použití filtrů dovolily v meziválečném období fotoelektrické fotonásobiče, které měly oproti fotografickým deskám vyšší citlivost.

Do dnešní doby pak vzniklo přes 200 různých více či méně používaných fotometrických systémů.

Formálně je fotometrický systém definován spektrální propustností jednotlivých filtrů. Vzhledem k odchylkám od jednotných průběhů propustností u konkrétních filtrů a dalším faktorům přispívajícím ke specifičnosti daného měření, je potřeba definici systému doplnit o soubor příslušných barevných magnitud *standardních hvězd*. Pomocí nich je možné jednotlivé aparatury zkalibrovat.

1.4.2 Johnsonův–Morganův *UBV(RI)* systém

K nejrozšířenějším fotometrickým systémům patří UBV systém vytvořený H. L. Johnsonem a W. W. Morganem v roce 1953. Spektrální propustnosti jednotlivých filtrů jsou znázorněny na Obrázku 1.1. Počáteční písmena označení filtů přibližně charakterizují rozsah propustnosti: U – ultraviolet, B – blue, V – visible (viz Tabulka 1.1).



Obrázek 1.1: Spektrální propustnost Johnsonova–Morganova UBV systému, 1953 (photoelectric USA version), podle [10].

Systém byl zvolen tak, aby vhodně navazoval na předchozí užívané systémy. Propustnosti filtrů B a V odpovídají filtrům fotovizuálního systému. Bylo tedy možné navázat výsledky předchozích pozorování. Filtr U odděluje ultrafialovou oblast spektra, která obsahuje Balmerův skok v 364,6 nm. Tři filtry se navíc ukázaly jako minimální vhodný počet potřebný pro vytvoření transformačních rovnic mezi různými systémy (přechod k systému se dvěma filtry vyžaduje znalost dalších parametrů charakterizující standardní hvězdy). Systém byl vytvořen pro fotografické desky i fotonásobiče.

UBV systém byl Johnsonem v roce 1965 doplněn o dva další filtry R – red, I – infrared (viz. Tabulka 1.1). Jejich rozsahy ovšem příliš neodpovídaly citlivosti nově vzniklého detektoru – CCD čipu. Proto v roce 1976 došlo A. W. J. Cousinsem k dalšímu rozšíření systému o filtry $(\mathrm{RI})_\mathrm{C}$ (poloha resp. šířka v poloviční výšce propustnosti filtrů: $\mathrm{R_C}$ – 650 nm, 150 nm, $\mathrm{I_C}$ – 790 nm, 110 nm, podle [10]). Později bylo vytvořeno mnoho dalších verzí popsaného systému.

Jak již bylo uvedeno, různých fotometrických systémů dnes existuje velké množství. Dále jmenujme například Ženevský $UB_1BB_2V_1VG$ (Golay, 1962), Johnsonův–Morganův rozšířený do infračervené oblasti spektra *JKLMN* (Johnson, 1965), Strömgrenův *ubvy* (1966) nebo systémy vytvořené speciálně pro astronomické družice (HIPPARCOS (1989)).

Označení filtru	λ_0 [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
U	350	70
B	440	100
V	550	90
R	720	220
I	900	240

Tabulka 1.1: Přibližné charakteristiky fitrů Johnsonova–Morganova UBV(RI) systému: λ_0 – vlnová délka středu propustnosti daného filtru, $\Delta\lambda$ – šířka filtru v poloviční výšce propustnosti, podle [10].

1.5 Atmosférická extinkce

Veškerá pozemská astronomická pozorování jsou nevyhnutelně ovlivněna zemskou atmosférou. Dochází zde k absorpci (foton je pohlcen atomem, resp. molekulou) a rozptylu záření (změní se energie nebo směr šíření fotonu). Extinkce závisí na vlnové délce dopadajícího záření. Obecně klesá s rostoucí vlnovou délkou. Dále je proměnná v čase, a to jak krátkodobě, tak dlouhodobě (řádově se jedná o roky, vliv mají například výbuchy sopek a množství prachových částic jimi uvolněných do atmosféry). Může také nastat situace, kdy se hustota zářivého toku záření zvýší (v přítomnosti emisí, světelného znečištění).

1.5.1 Monochromatická extinkce

Hvězdnou velikost odpovídající měřené hustotě zářivého toku můžeme popsat rovnicí (pro jednoduchost nejprve uvažujeme monochromatické veličiny):

$$m_{\mathrm{m}}(\lambda) = m_0(\lambda) + k(\lambda)X(z), \tag{1.8}$$

kde $m_{\mathrm{m}}(\lambda)$ je *instrumentální* magnituda (výsledek měření), $m_0(\lambda)$ *mimoatmosférická* magnituda (stejným přístrojem bychom ji naměřili vně zemské atmosféry), $k(\lambda)$ tzv. *extinkční koeficient* a $X(z)$ *vzdušná hmota* závislá na zenitové vzdálenost z. Rovnice (1.8) vyjadřuje tzv. *Bouguerův zákon*.

Uvedený vztah je odvozen s využitím rovnice přenosu záření v absorbujícím prostředí a následnho převodu intenzit na hvězné velikosti. Předpokládá se, že absorpční koeficient je konstantní ve všech výškách atmosféry.

Vzdušná hmota X udává, kolikrát více masy vzduchu projde paprsek z pozorovaného směru, než by prošel při pozorování v zenitu. Je možné ji pro $X(z) < 4$ dobře aproximovat vztahem (Young, Irvine, 1967):

$$X(z) = \sec z \left[1 - 0{,}0012(\sec^2 z - 1)\right], \tag{1.9}$$

kde z je skutečná zenitová vzdálenost (bez vlivu atmosférické refrakce, lze ji vypočítat pomocí znalosti zeměpisných souřadnic místa pozorování, času pozorování a astronomických souřadnic pozorovaného objektu).[1]

1.5.2 Barevná extinkce

Situace nastíněna v předchozím odstavci se komplikuje závislostí extinkce na vlnové délce. V zemské atmosféře dochází k rozptylu záření na částicích různých velikostí. Pro částice rozměrů řádově 10^{-4} μm (molekuly vzduchu) je rozptyl v prvním přiblížení úměrný λ^{-4} (*Rayleighův rozptyl*) (viz například [3]). Pro částice rozměrů srovnatelných s vlnovou délkou dopadajícího záření je uměrný λ^{-1} (*Mieův rozptyl*).

Měření prováděná v dlouhovlnější oblasti spektra jsou obecně tedy méně ovlivněna extinkcí. Hvězdy se s rostoucí zenitovou vzdáleností jeví stále více červenější. Extinkce závisí na spektrálním typu hvězdy. Rovnici (1.8) přepíšeme s uvážením barevné extinkce do tvaru:

$$m_{\mathrm{m}}(\lambda) = m_0(\lambda) + [k(\lambda) + k'(\lambda)CI]X(z), \tag{1.10}$$

kde k' označujeme jako *extinkční koeficient druhého řádu*.

[1] Existují i přesnější aproximace pro výpočet vzdušné hmoty (např. polynomická závislost pro $(\sec z - 1)$ odvozená Bemporadem (1904)).

Kapitola 2

Barevná kalibrace

Úkolem kalibrace fotometrického systému je najít jednoznačné transformace, které převedou výsledky naměřené konkrétní optickou soustavou do standardní podoby. Tím v podstatě získáme hodnoty, jaké bychom naměřili s užitím standardních prvků. Proto je potřeba, aby jejich charakteristiky byly přesně definovány. Podrobí-li data transformacím více pozorovatelů, je pak možné jejich výsledky vzájemně porovnávat nebo navazovat bez výraznější újmy způsobené jedinečností jednotlivých optických soustav.

Existuje několik možných způsobů, jak ke kalibraci přistupovat. Obvykle proměřujeme jasnosti souboru hvězd, u nichž známe standardní magnitudy, výsledky vzájemně porovnáváme a hledáme tvar závislostí, které co nejlepším způsobem vystihují posun instrumentálních veličin. Aby bylo možné uvedenou metodu provádět, je ovšem nejdříve potřeba teoreticky určit tvar hledaných závislostí. K obdobným výsledkům se dá dobrat několika způsoby, jež mají různou míru přesvědčivosti. V této kapitole rozebereme postup vystavěný na znalosti spektrálních propustností standardní a kalibrované soustavy filtrů.

2.1 Reprezentace spektrálních propustností

Barevná fotometrická kalibrace se zabývá převodem měření získaného specifickou sadou filtrů na výsledek, jaký by byl naměřen s užitím filtrů standardních. Jak již bylo řečeno v odstavci 1.4.1, je filtr definován svou spektrální propustností. Jde o závislost propustnosti filtru (poměru intezity dopadajícího záření k intenzitě prošlého) na vlnové délce. Dopadá-li na filtr záření, je jím specifickým způsobem ovlivněno. Výsledkem je nová závislost spektrální hustoty zářivého toku, daná jednak propustností daného filtru, jednak původním spektrálním průběhem dopadajícího záření. Fotometrický systém je složen z několika filtrů, ty tedy dají soubor různých průběhů spektrálních hustot. Obvykle je pak ještě převádíme na příslušné barevné hvězdné velikosti.

Vztah mezi dvěma soubory barevných magnitud, by tedy mělo být možné převést na

vztah mezi spektrálními propustnostmi souborů porovnávaných filtrů. Spektrální průběh vyzařování pozorovného objektu je pro oba systémy stejný a hvězdné velikosti jsou tak jednoznačně dány právě spektrálními propustnostmi filtrů.[1] Uvedený přístup je výhodný především proto, že závislost propustnosti na vlnové délce je pro standardní filtry jednoznačně definována a pro kalibrované filtry ji je možné poměrně přesně proměřit. K získání prakticky použitelných transformačních rovnic je pak potřeba vztahy svazující spektrální propustnosti vhodným způsobem převést, aby vyjadřovaly závislosti barevných magnitud.

Označme spektrální propustnosti standardních filtrů jako:

$$S_1, S_2, \dots S_n, \tag{2.1}$$

kde n je počet filtrů daného fotometrického systému. Propustnosti kalibrovaných filtrů dále označme:

$$P_1, P_2, \dots P_n. \tag{2.2}$$

Předpokládáme stejný počet prvků standardního i kalibrovaného systému, tedy n.

Úkolem kalibrace ve výše uvedeném smyslu je najít vztah mezi souborem funkcí (2.1) a (2.2). Vzhledem k celkové povaze problému je rozumné hledat vyjádření kalibrovaných filtrů pomocí standardních. Ty jsou totiž ve všech kalibracích stejné, pevně dané. Průběhy spektrálních propustností konkrétních filtrů se navíc obvykle od příslušných standardních protějšků příliš neliší (v ideálním případě by byly stejné). Na základě toho předpokládejme, že kalibrované spektrální propustnosti je možné vyjádřit jako lineární kombinaci prvků (2.1) ve tvaru:

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} S_j \quad \text{pro všechna } i = 1 \dots n, \tag{2.3}$$

kde c_{ij} jsou neznámé koeficienty. Hledanou reprezentací jsou pak rovnice:

$$\begin{aligned} P_1 &= c_{11}S_1 + c_{12}S_2 + \ldots + c_{1n}S_n, \\ &\vdots \\ P_n &= c_{n1}S_1 + c_{n2}S_2 + \ldots + c_{nn}S_n. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Označíme-li:

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} c_{11}, & c_{12}, & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}, & c_{n2}, & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix},$$

[1] Pro jednoduchost prozatím neuvažujme vliv citlivosti detektoru záření, která ovšem do výsledků měření také specifickým způsobem promlouvá.

dostává soustava tvar:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{S}. \tag{2.5}$$

Problém nalezení reprezentace tedy spočívá v určení prvků matice $\boldsymbol{C}$.

Z blízkosti průběhů spektrálních propustností kalibrovaných a odpovídajících standardních filtrů lze usuzovat na přibližnou velikost jednotlivých koeficientů c_{ij}. Diagonální prvky matice $\boldsymbol{C}$ budou pravěpodobně přibližně rovny jedné, naopak prvky mimo diagonálu se budou blížit nule. Uvedené odhady můžeme zapsat jako:

$$c_{ij} \approx \delta_{ij}, \tag{2.6}$$

kde δ_{ij} je Kroneckerovo delta ($\delta_{ij} = 1$ pro $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ jinak).

2.2 Hledání koeficientů reprezentace

V případě ortonormality systému (2.1) by jednotlivá čísla c_{ij} představovala Fourierovy koeficienty funkce P_i vzhledem k tomuto systému. Byla by tedy dána skalárním součinem příslušných spektrálních propustností:

$$c_{ij} = \int_0^\infty P_i(\lambda) S_j(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda = \langle P_i | S_j \rangle. \tag{2.7}$$

Aby bylo pomocí koeficientů c_{ij} možné přesně vyjádřit každou funkci P_i, musel by navíc systém (2.1) být úplný.

Ani jedna z uvedených podmínek (ortonormalita, úplnost) obecně není pro systém (2.1) splněna. Vždy je sice možné převést (2.1) na ortonormální systém (provést Schmidtův ortogonalizační proces a funkce normovat), ovšem úplnosti systému nelze bez přidání dalších prvků dosáhnout. Doplněním systému by však kalibrace ztratila význam. Standardní spektrální propustnosti jsou jediné možné prvky, jimiž reprezentujeme konkrétní filtry. Tvoří bázi námi hledané lineární kombinace (2.3). Reprezentace spektrálních propustností kalibrovaných filtrů tak sice nebude neomezeně přesná, v principu však lepšího vyjádření nelze dosáhnout.

Existuje několik možností jak hledat koeficienty c_{ij} (viz například [13]). Obecně se jedná o problém aproximace funkce pomocí lineární kombinace konečně mnoha daných funkcí. Označme chybu aproximace i-tého prvku (2.2) (rozdíl aproximativního vyjádření a aproximované funkce) jako:

$$R_i(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} S_j(\lambda) - P_i(\lambda). \tag{2.8}$$

Máme-li zaveden skalární součin (a tedy i normu), je výhodné volit koeficienty tak, aby norma chyby aproximace byla minimální. Minimalizujeme tedy hodnoty výrazů:

$$\langle R_i | R_i \rangle = \int_0^\infty R_i^2(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.9}$$

Koeficienty c_{ij} jsou potom dány ortogonální projekcí prvků systému (2.2) na prostor tvořený funkcemi souboru (2.1).

Další možností je minimalizovat součet čtverců chyb aproximace v dostatečném množství pevně zvolených bodů λ_k:

$$\sum_k R_i^2(\lambda_k), \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.10}$$

Kdyby minimalizace probíhala v každém bodě definičního oboru aproximované funkce, byl by tento postup ekvivalentní metodě ortogální projekce. Minimalizace čtverce chyby aproximace v každém bodě odpovídá minimalizaci kvadrátu normy chyby. Proto jsem v dalším postupu zvolila první uvedenou metodu.

2.3 Případ se dvěma filtry

2.3.1 Vyjádření v reprezentaci standardních filtrů

Pro jednoduchost nejprve rozeberme situaci, kdy standardní i kalibrovaný systém obsahují pouze dva filtry. Transformační rovnice jsou tvaru:

$$\begin{aligned} P_1 &= c_{11} S_1 + c_{12} S_2, \\ P_2 &= c_{21} S_1 + c_{22} S_2. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Pro určení koeficientů transformace skalárně vynásobíme uvedené rovnice pořadě funkcemi S_1 a S_2 (soustavu (2.5) vynásobíme maticí $\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}$):

$$\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}). \tag{2.12}$$

Pro hledanou matici $\boldsymbol{C}$ tedy dostáváme:

$$\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}})(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}})^{-1}, \tag{2.13}$$

kde prvky matic v závorkách jsou dány sklárními součiny funkcí souborů (2.1) a (2.2):

$$(\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} \langle P_1|S_1\rangle, & \langle P_1|S_2\rangle \\ \langle P_2|S_1\rangle, & \langle P_2|S_2\rangle \end{pmatrix}, \quad (\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} \langle S_1|S_1\rangle, & \langle S_1|S_2\rangle \\ \langle S_2|S_1\rangle, & \langle S_2|S_2\rangle \end{pmatrix}. \tag{2.14}$$

Známe-li tedy průběhy spektrálních propustností standardních i kalibrovaných filtrů, je možné matice vypočítat, řešit rovnici (2.13) a získat tak vyjádření spektrálních propustností daných filtrů v reprezentaci standardních.

2.3.2 Převod problému na měřené veličiny

V soustavě (2.11) vystupují spektrální propustnosti. Je tedy potřeba rovnice vhodným způsobem převést, aby svazovaly některé měřené veličiny (intenzitu dopadajícího záření, popřípadě hvězdnou velikost) a vyjadřovaly tak prakticky použitelnou transformaci.

Vynásobíme-li (2.11) hustotou zářivého toku F dopadajícího na filtry a zintegrujeme-li výsledek přes celé spektrum, dostaneme podle (1.1) na místech spektrálních propustností jasnosti vzniklé průchodem záření příslušnými filtry:

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{m}1} &= c_{11}F_{\mathrm{s}1} + c_{12}F_{\mathrm{s}2}, \\ F_{\mathrm{m}2} &= c_{21}F_{\mathrm{s}1} + c_{22}F_{\mathrm{s}2}, \end{aligned} \tag{2.15}$$

kde jsme označili $\langle P_i|F\rangle = F_{\mathrm{m}i}$ jasnosti měřené a $\langle S_i|F\rangle = F_{\mathrm{s}i}$ jasnosti po průchodu standardními filtry. V transformačních rovnicích se ovšem ve většině případů vyskytují barevné hvězdné velikosti. Ty jsou s jasnostmi svázány Pogsonovou rovnicí (1.3). Problém dalšího převodu spočívá v logarimickém měřítku poměru jasností vzhledem k rozdílu hvězdných velikostí.

Pracujme nejprve s první rovnicí soustavy (2.15). Po drobných úpravách dostaneme tvar:

$$\frac{F_{\mathrm{m}1}}{F_{\mathrm{s}1}} = c_{11}\left(1 + \frac{c_{12}}{c_{11}}\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}}\right). \tag{2.16}$$

S využitím (2.6) a prvních členů Taylorova rozvoje funkce e^x v bodě $x = 0$:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots, \tag{2.17}$$

můžeme členy v závorce na pravé straně přibližně vyjádřit jako:

$$1 + \frac{c_{12}}{c_{11}}\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}} \approx \exp\left(\frac{c_{12}}{c_{11}}\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}}\right). \tag{2.18}$$

Po zlogaritmování takto upravené rovnice (2.16) dostáváme:

$$\log\frac{F_{\mathrm{m}1}}{F_{\mathrm{s}1}} \approx \log c_{11} + \frac{c_{12}}{c_{11}}\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}}\log e. \tag{2.19}$$

S využitím (1.3) můžeme levou stranu přepsat jako:

$$\log\frac{F_{\mathrm{m}1}}{F_{\mathrm{s}1}} = \frac{m_{\mathrm{s}1} - m_{\mathrm{m}1}}{2{,}5}, \tag{2.20}$$

kde $m_{\mathrm{m}1}$ označuje instrumentální magnitudu měřenou po průchodu filtrem se spektrální propustností P_1 a $m_{\mathrm{s}1}$ standardní magnitudu získanou přes standardní filtr se spektrální propustností S_1.

Na pravé straně rovnice (2.19) nevystupuje poměr jasností v argumentu logaritmu. Aby byla celá rovnice (2.19) vyjádřena jako funkce magnitud, je potřeba provést další aproximaci. Možná cesta, jak převést poměr jasností na logarimus tohoto poměru, je využít prvních členů Taylorova rozvoje funkce $\ln(1+x)$ kolem bodu $x = 0$:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \cdots . \tag{2.21}$$

Poměr intenzit vystupující v (2.19) můžeme přepsat jako:

$$\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}} = 1 + \Delta_{12}, \text{ kde } \Delta_{12} = \frac{F_{\mathrm{s}2} - F_{\mathrm{s}1}}{F_{\mathrm{s}1}}. \tag{2.22}$$

Předpokládejme, že uvedený poměr je blízký jedné, tedy že hodnota Δ_{12} je blízká nule. To je ekvivalentní předpokladu, že jasnosti hvězdy po průchodu různými standardními filtry jsou přibližne stejné. Za použití (2.21) potom dostaneme:

$$\Delta_{12} \approx \ln(1+\Delta_{12}) = \ln\left(\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}}\right). \tag{2.23}$$

S využitím (2.22), (2.23) a vztahu pro převod logaritmů o různém základu:

$$\log_a x = \log_b x \cdot \log_a b,$$

můžeme rovnici (2.19) psát ve tvaru:

$$\log \frac{F_{\mathrm{m}1}}{F_{\mathrm{s}1}} \approx \log c_{11} + \frac{c_{12}}{c_{11}} \left[\log e + \log\left(\frac{F_{\mathrm{s}2}}{F_{\mathrm{s}1}}\right)\right], \tag{2.24}$$

tedy po přechodu k hvězdným velikostem:

$$m_{\mathrm{m}1} - m_{\mathrm{s}1} \approx -2{,}5 \left(\log c_{11} + \frac{c_{12}}{c_{11}} \log e\right) + \frac{c_{12}}{c_{11}}(m_{\mathrm{s}2} - m_{\mathrm{s}1}). \tag{2.25}$$

Tím jsme v určité aproximaci získali soustavu (2.15) jako funkci hvězdných velikostí.

Uvedený postup je možné snadno zobecnit na více filtrů. V konkrétním případě je ovšem potřeba prověřit opodstatněnost podmínek popsaného odvození. Tedy hodnoty vzájemných poměrů koeficientů c_{ij} musí být dostatečně malé, aby bylo možné provést aproximaci vyjádřenou rovnicí (2.18). K převodu poměru jasností na logaritmus tohoto poměru je dále nutné, aby jasnosti hvězd v různých standardních filtrech byly přibližně stejné (předpoklad přibližného vyjádření (2.23)). Uvedené podmínky můžeme v obecné podobě zapsat rovnicemi:

$$\frac{c_{ij}}{c_{ii}} \ll 1 \quad \text{pro všechna } i, j \quad i \neq j, \tag{2.26}$$

$$\frac{F_{\mathrm{s}i}}{F_{\mathrm{s}j}} \approx 1 \quad \text{pro všechna } i, j \quad i \neq j. \tag{2.27}$$

2.4 Příklad kalibrace se čtyřmi filtry

Postup uvedený v předchozích odstavcích nyní předvedeme na konkrétním příkladě. Kalibraci podrobíme systém filtrů používaný na dalekohledu Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky Masarykovy Univerzity. Přístroj je umístěn na vrchu Kraví hora v centru Brna. Jedná se o Newtonův dalekohled se zrcadlem o průměru 62 cm s ohniskovou vzdáleností 2.78 m. Jako detektor slouží v sekundárním ohnisku umístěná CCD kamera ST-8 Dual Santa Barbara Group s čipem KAF-1600.

2.4.1 Rovnice reprezentace

Kalibrovaný systém je tvořen čtyřmi filtry B, V, R a I Kron–Cousinsova UBVRI fotometrického systému. Označme jejich spektrální propustnosti malými písmeny odpovídající danému filtru:

$$P_i = \{b, v, r, i\}. \tag{2.28}$$

Spektrální propustnosti standardních filtrů označme velkými písmeny:

$$S_i = \{B, V, R, I\}. \tag{2.29}$$

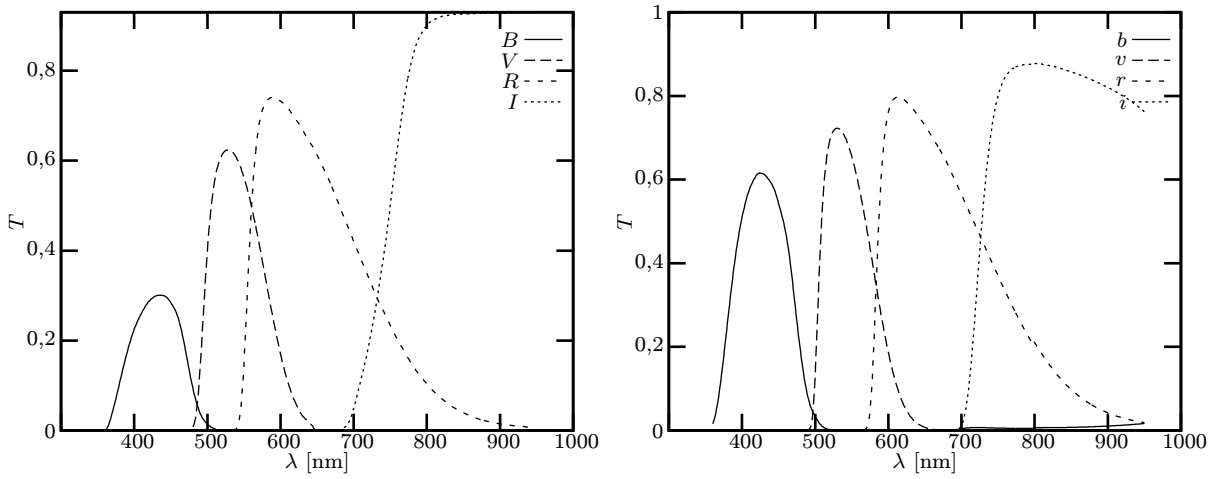
Funkce jsou vykresleny v grafech Obrázku 2.1. Matice $\boldsymbol{P}$ a $\boldsymbol{S}$ mají tvar:

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} b \\ v \\ r \\ i \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} B \\ V \\ R \\ I \end{pmatrix}.$$

Hledanou reprezentací je tedy soustava:

$$\begin{aligned} b &= b_B B + b_V V + b_R R + b_I I, \\ v &= v_B B + v_V V + v_R R + v_I I, \\ r &= r_B B + r_V V + r_R R + r_I I, \\ i &= i_B B + i_V V + i_R R + i_I I, \end{aligned} \tag{2.30}$$

kde jsme koeficienty c_{ij} označili malým písmenem vyjadřovaného filtru s indexem příslušného standardního filtru reprezentace. Vynásobíme-li skalárně postupně všechny rovnice spektrálními propustnostmi U, B, V a I, dostaneme pro hledanou matici $\boldsymbol{C}$ rovnici (2.13),



Obrázek 2.1: Spektrální propustnosti standardních (podle [7]) a kalibrovaných filtrů (podle [11]).

kde:

$$(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} \langle b|B\rangle, & \langle b|V\rangle, & \langle b|R\rangle, & \langle b|I\rangle \\ \langle v|B\rangle, & \langle v|V\rangle, & \langle v|R\rangle, & \langle v|I\rangle \\ \langle r|B\rangle, & \langle r|V\rangle, & \langle r|R\rangle, & \langle r|I\rangle \\ \langle i\,|B\rangle, & \langle i\,|V\rangle, & \langle i\,|R\rangle, & \langle i\,|I\rangle \end{pmatrix}, \tag{2.31}$$

$$(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} \langle B|B\rangle, & \langle B|V\rangle, & \langle B|R\rangle, & \langle B|I\rangle \\ \langle V|B\rangle, & \langle V|V\rangle, & \langle V|R\rangle, & \langle V|I\rangle \\ \langle R|B\rangle, & \langle R|V\rangle, & \langle R|R\rangle, & \langle R|I\rangle \\ \langle I\,|B\rangle, & \langle I\,|V\rangle, & \langle I\,|R\rangle, & \langle I\,|I\rangle \end{pmatrix}. \tag{2.32}$$

2.4.2 Vyčíslení koeficientů reprezentace

Spektrální propustnosti jak standardních, tak kalibrovaných filtrů máme zadány numericky, pro vlnové délky rostoucí po jednom nanometru. Průběh standardních filtrů je čerpán z [7] a kalibrované filtry byly pro získání závislostí proměřeny ([11]). Můžeme tedy vypočítat všechny potřebné prvky výše uvedených matic jako skalární součiny příslušných spektrálních propustností, tedy určit hodnoty integálů:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f(\lambda)g(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda, \tag{2.33}$$

kde $f(\lambda)$, $g(\lambda)$ zastupují potřebné spektrální propustnosti.

Je ovšem potřeba vhodně zvolit meze integrálu. Detektor užívaný v soustavě s kalibrovanými filtry má citlivost omezenou pouze na konkrétní rozsah vlnových délek, a to přibližně od 360 nm do 1000 nm. Tyto hodnoty jsem proto zvolila jako meze integrálů (2.33). K vý-

počtu integrálů jsem užila lichoběžníkové metody (viz například [13]), která dává výsledky s dostatečnou přesností.

Uvedený postup vede k následujícím hodnotám:

$$(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} 12{,}565 & 0{,}3258 & 0{,}2056 & 1{,}6290 \\ 0{,}0349 & 27{,}691 & 15{,}027 & 0{,}1784 \\ 0 & 5{,}2036 & 62{,}832 & 27{,}084 \\ 0 & 0 & 17{,}264 & 155{,}26 \end{pmatrix},$$

$$(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}) = \begin{pmatrix} 6{,}0978 & 0{,}1317 & 0 & 0 \\ 0{,}1317 & 25{,}838 & 13{,}190 & 0 \\ 0 & 13{,}190 & 64{,}488 & 14{,}290 \\ 0 & 0 & 14{,}290 & 161{,}66 \end{pmatrix}.$$

Podívejme se, zda tyto průběžné výsledky odpovídají očekávaným hodnotám. Předně matice $(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}})$ je blízká matici diagonální. Její prvky udávají míru překryvu jednotlivých standardních filtrů, vystupujících v příslušném skalárním součinu. Jedná se o obsahy pod křivkami, které vznikly jako součin daných spektrálních propustností. Tedy například hodnota $(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}})_{13}$ nám říká, že spektrální propustnosti standardního filtru B a R by se neměly vůbec překrývat. Podle Obrázku 2.1 tomu tak skutečně je.

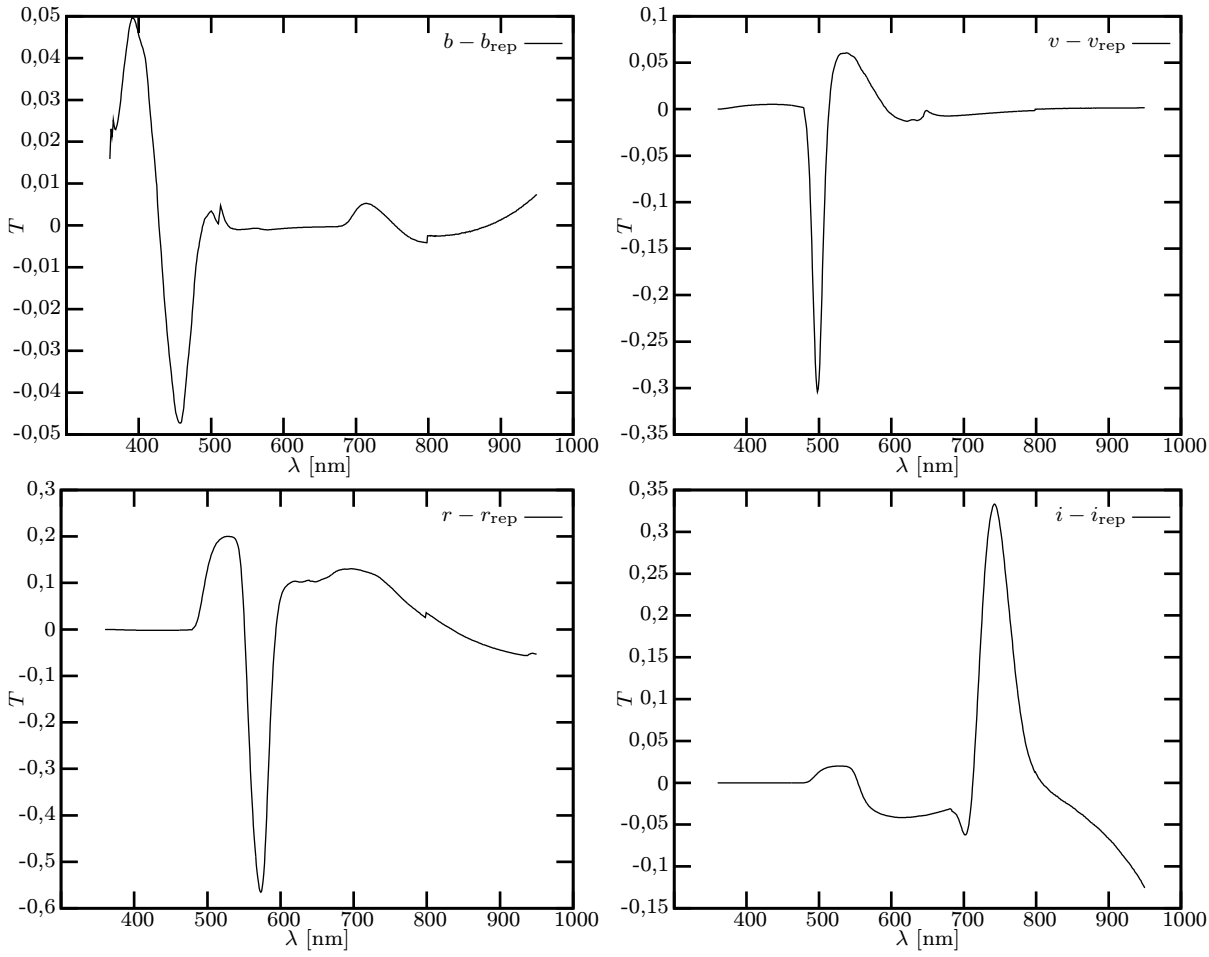
Obdobný význam mají i elementy matice $(\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}})$, zde ovšem již vystupují překryvy standardních a kalibrovaných filtrů. Vzhledem k tomu, že konkrétní filtry nejsou příliš vzdáleny od svých standardů, jsou největší hodnoty diagonálních prvků (skalární součiny sobě odpovídajících filtrů).

Řešením (2.13) dostaneme hodnoty koeficientů hledané reprezentace:

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 2{,}0605 & 0{,}0018 & 0{,}0006 & 0{,}0100 \\ -0{,}0173 & 1{,}0639 & 0{,}0155 & 0{,}0003 \\ 0{,}0069 & -0{,}3208 & 1{,}0228 & 0{,}0771 \\ 0{,}0007 & -0{,}0320 & 0{,}0627 & 0{,}9548 \end{pmatrix}.$$

Výsledky jsou opět v dobré shodě s očekáváním. Na diagonále najdeme, s vyjímkou filtru b, čísla blízká jedné. To odpovídá předpokladu, že kalibrované filtry se velmi blíží svým standardním protějškům. V reprezentaci filtru b vystupuje na příslušné pozici hodnota dvojnásobná. Při pohledu na průběhy propustností b a B na Obrázku 2.1 ovšem vidíme, že velikost koeficientu dobře odpovídá přibližně dvojnásobným hodnotám funkce b. Důležitý je také fakt, že ve všech případech je poměrně přesně splněna podmínka (2.26), která nám umožní následný převod uvedené reprezentace do podoby pro měřené veličiny.

Známe-li nyní spektrální propustnosti kalibrovných filtrů vyjádřené pomocí standardních spektrálních propustností, můžeme provést jejich srovnání se skutečným průběhem a odhadnout tak přesnost reprezentace. Za tímto účelem je vhodné graficky znázornit rozdíl



Obrázek 2.2: Rozdíl propustností kalibrovaných filtrů skutečně naměřených a vyjádřených v reprezentaci standardních filtrů.

jednotlivých vyjádření v závislosti na vlnové délce, tedy vlastně spektrální průběh chyby aproximace (2.8). Označme b_{rep}, v_{rep}, r_{rep} a i_{rep} spektrální propustnosti kalibrovaných filtrů získané lineární kombinací standardních spektrálních propustností s vypočítanými koeficienty (tedy funkce vypočítané podle rovnic (2.30) s užitím konkrétních hodnot koeficientů určených výše). Grafy rozdílů těchto funkcí a skutečných spektrálních prupustností b, v, r a i jsou znázorněny na Obrázku 2.2. Odtud vidíme, že v určitých intervalech vlnových délek je vyjádření jednotlivých filtrů poměrně nepřesné.

K lepšímu vyjádření by bylo potřeba doplnit systém (2.1), tedy funkce B, V, R a I, dalšími prvky. Protože báze standardních spektrálních propustností je jediná, kterou máme k dispozici, a právě v ní chceme naše filtry vyjádřit, nelze vzniklým odchylkám zabránit. Rozdíly jsou ovšem vždy přítomny v poměrně krátké oblasti vlnových délek. Při průchodu záření daným filtrem bude jejich vliv záviset na konkrétním spektrálním průběhu hustoty zářivého toku pozorovaného objektu. Velká odchylka v transformaci by vznikla například

v případě, kdyby se v intervalu nepřesného vyjádření vyskytl výrazný pík vyzařovaného toku. Pro takovéto zářiče není vhodné používat odvozené transformace.

Kalibrace však slouží především ke standardizaci barevných magnitud hvězd. Zde je naštěstí situace příznivější. Záření hvězd můžeme v prvním přiblížení popsat jako záření absolutně černého tělesa. Závislost vyzářené intezity na vlnové délce je v tomto případě dobře aproximována *Planckovým zákonem*. Její průběh je spojitý a nejeví problematické píky. Zářením absolutně černého tělesa se proto budeme nejen z uvedého důvodu zabývat v některém z dalších odstavců.

2.4.3 Převod na měřené veličiny

K vyjádření transformačních vztahů jako funkcí měřených veličin dospějeme obdobným způsobem jako v odstavci 2.3.2. Nejprve vynásobíme například první z rovnic (2.30) dopadající hustotou zářivéhu toku pozorovaného objektu F a zintegrujeme přes celé spektrum. Na místech spektrálních propustností dostaneme podle (1.6) příslušné barevné jasnosti:

$$F_b = b_B F_B + b_V F_V + b_R F_R + b_I F_I, \tag{2.34}$$

kde indexy hustot zářivých toků F označují příslušející spektrální propustnost, tedy vlastně užitý filtr:

$$F_b = \langle b|F\rangle, \quad F_B = \langle B|F\rangle, \quad F_V = \langle V|F\rangle, \quad F_R = \langle R|F\rangle, \quad F_I = \langle I|F\rangle. \tag{2.35}$$

Po menších úpravách (analogicky (2.16)) a zlogaritmování dostaneme uvedenou rovnici ve tvaru:

$$\log \frac{F_b}{F_B} = \log b_B + \log\left(1 + \frac{b_V}{b_B}\frac{F_V}{F_B} + \frac{b_R}{b_B}\frac{F_R}{F_B} + \frac{b_I}{b_B}\frac{F_I}{F_B}\right). \tag{2.36}$$

Dále užijeme aproximativního vyjádření:

$$1 + \frac{b_V}{b_B}\frac{F_V}{F_B} + \frac{b_R}{b_B}\frac{F_R}{F_B} + \frac{b_I}{b_B}\frac{F_I}{F_B} \approx \exp\left(\frac{b_V}{b_B}\frac{F_V}{F_B} + \frac{b_R}{b_B}\frac{F_R}{F_B} + \frac{b_I}{b_B}\frac{F_I}{F_B}\right), \tag{2.37}$$

kde ovšem předpokládáme podmínku:

$$\left|\frac{b_V}{b_B}\frac{F_V}{F_B} + \frac{b_R}{b_B}\frac{F_R}{F_B} + \frac{b_I}{b_B}\frac{F_I}{F_B}\right| \ll 1. \tag{2.38}$$

Budeme-li považovat jednotlivé poměry barevných jasností za přibližně stejné, blížící se jedné,[2] je možné rovnici (2.38) přepsat na tvar:

$$|(b_V + b_R + b_I)/b_B| \ll 1. \tag{2.39}$$

[2] Tento požadavek odpovídá podmínce (2.27) jejíž splnění budeme v dalším znovu požadovat.

Pomocí předchozích výsledků jsme schopni uvedenou podmínku prověřit. Pro jednotlivé filtry dostáváme:

$$\begin{aligned}(b_V + b_R + b_I)/b_B &= \quad 0{,}0060,\\ (v_B + v_R + v_I)/v_V &= -0{,}0011,\\ (r_B + r_V + r_I)/r_R &= -0{,}2315,\\ (i_B + i_V + i_R)/\,i_I &= \quad 0{,}0328.\end{aligned}$$

Největší je velikost poměru pro filtr r. Uvedená hodnota dává aproximaci (2.38) s rozptylem asi 3,2%. To je, vzhledem k ochylkám diskutovaným v předcházejících odstavcích, stále postačující přesnost.

Každý poměr jasností je možné vyjádřit obdobně jako v (2.22). Za předpokladu blízkosti těchto poměrů jedné přepíšeme (2.36) do tvaru:

$$\begin{aligned}\log\frac{F_b}{F_B} =& \log b_B + \frac{b_V + b_R + b_I}{b_B}\log e + \\ &+ \frac{b_V}{b_B}\log\left(\frac{F_V}{F_B}\right) + \frac{b_R}{b_B}\log\left(\frac{F_R}{F_B}\right) + \frac{b_I}{b_B}\log\left(\frac{F_I}{F_B}\right),\end{aligned} \tag{2.40}$$

tedy pro hvězdné velikosti dostáváme:

$$\begin{aligned}m_b - m_B =& -2.5\left(\log b_B + \frac{b_V + b_R + b_I}{b_B}\log e\right) + \\ &+ \frac{b_V}{b_B}(m_V - m_B) + \frac{b_R}{b_B}(m_R - m_B) + \frac{b_I}{b_B}(m_I - m_B).\end{aligned} \tag{2.41}$$

Analogicky vypadají rovnice pro filtry v, r a i.

2.4.4 Výsledné trasformační rovnice

Veškeré potřebné výsledky pro vyčíslení rovnice (2.41) máme již k dispozici. Konkrétní podoby rovnic po dosazení do (2.41), resp. do obdobných vztahů pro ostatní filtry, tedy jsou:

$$\begin{aligned}m_b - m_B =& -0{,}7915 + 0{,}0009(m_V - m_B) + 0{,}0003(m_R - m_B) + \\ &+ 0{,}0049(m_I - m_B),\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}m_v - m_V =& -0{,}0651 - 0{,}0162(m_B - m_V) + 0{,}0145(m_R - m_V) - \\ &- 0{,}0002(m_I - m_V),\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}m_r - m_R =& 0{,}2268 + 0{,}0068(m_B - m_R) - 0{,}3136(m_V - m_R) - \\ &- 0{,}0754(m_I - m_R),\end{aligned} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned}m_i - m_I =& 0{,}0145 + 0{,}0007(m_B - m_I) - 0{,}0335(m_V - m_I) + \\ &+ 0{,}0656(m_R - m_I).\end{aligned} \tag{2.45}$$

Vzhledem k dosti podobnému průběhu spektrálních propustností kalibrovaných a standardních filtrů by levé strany rovnic měly v být přibližně nulové. Tomu dobře odpovídají poměrně malé hodnoty všech koeficientů u standardních barevných indexů na pravých stranách.

Protože v odvození uvedených vztahů hned dvakrát požadujeme, aby poměry barevných standardních jasností byly přibližně rovny jedné, rozebereme uvedený problém podrobněji.

2.4.5 Absolutně černé těleso očima filtrů

Jednotlivé barevné jasnosti jsou jednoznačně určeny spektrální propustností příslušného filtru a spektrálním průběhem hustoty zářivého toku pozorovaného objektu. Transformační rovnice jsou obvykle odvozovány pro hvězdy. Záření hvězd je možné v prvním přiblížení popsat jako záření absolutně černého tělesa o odpovídající *efektivní teplotě* T_{eff}. Je definována jako teplota, kterou by měla koule o poloměru hvězdy zářící jako absolutně černé těleso, jež do prostoru vysílá zářivý výkon odpovídající zářivému výkonu hvězdy (podle [9]).

Vyzářená *spektrální intenzita* I_λ v závislosti na vlnové délce λ je pro absolutně černé těleso o teplotě T_{eff}, tedy pro hvězdu s touto teplotou, popsána Planckovým vyzařovacím zákonem:

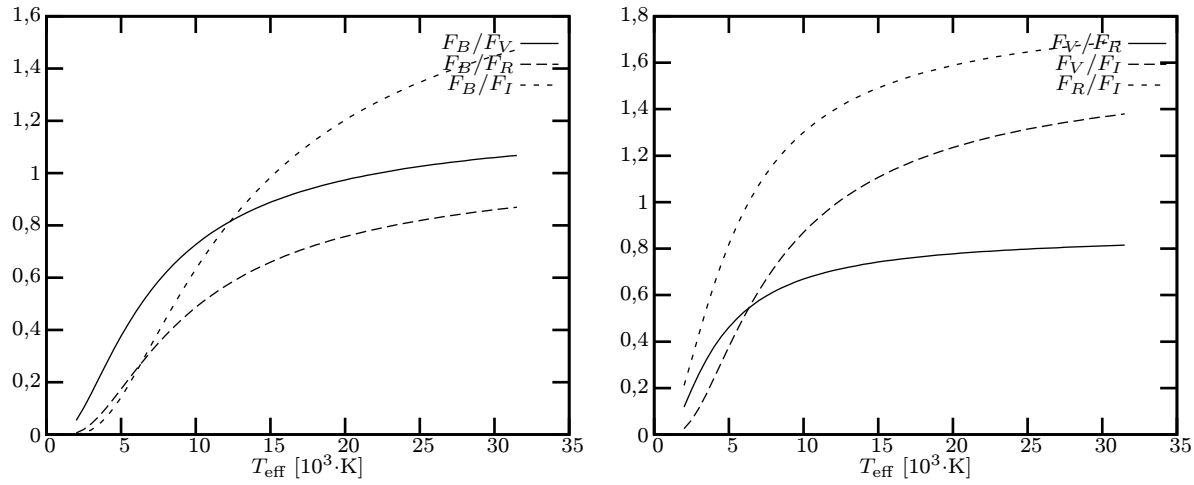
$$I_\lambda(T_{\text{eff}}, \lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T_{\text{eff}}} \right) - 1 \right]^{-1}, \tag{2.46}$$

kde h je Planckova konstanta, c rychlost světla a k Boltzmanova konstanta. Za předpokladu, že záření bodového zdroje dopadá kolmo na detektor, můžeme u povrchu tělesa spektrální intenzitu I_λ nahradit spektrální hustotou zářivého toku F_λ. Protože zkoumáme poměry barevných jasností stejného objektu, nemusí nás znepokojovat faktor vzdálenosti v (1.6). Ze známých spektrálních propustností standardních filtrů můžeme pomocí (1.6) vypočítat potřebné barevné jasnosti a jejich poměry:

$$F_B \sim \langle I_\lambda | B \rangle, \quad F_V \sim \langle I_\lambda | V \rangle, \quad F_R \sim \langle I_\lambda | R \rangle, \quad F_I \sim \langle I_\lambda | I \rangle. \tag{2.47}$$

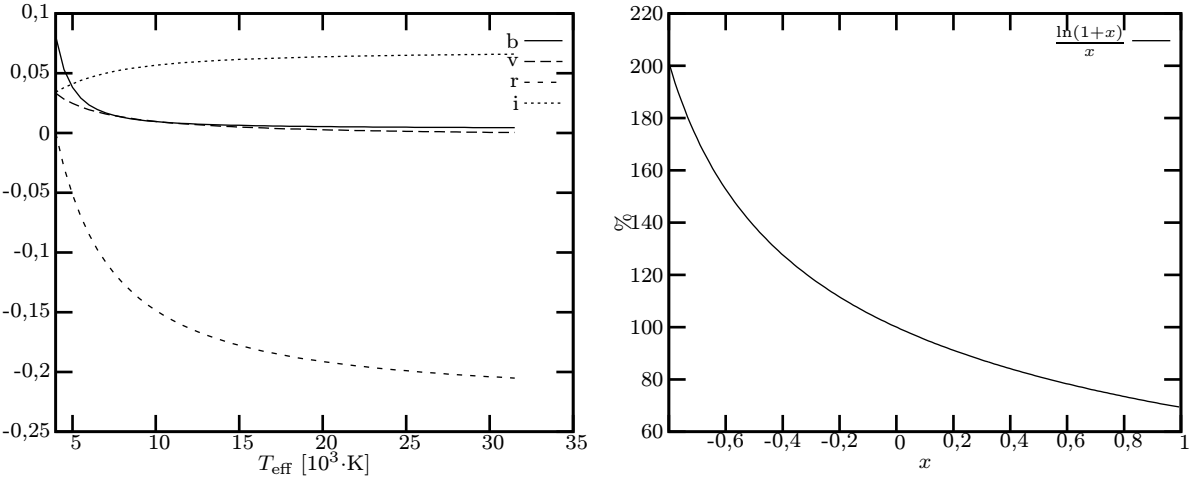
Vzhledem k rozmanitosti typů hvězd je zajímavé sledovat závislosti barevných jasností na efektivní teplotě. Průběhy jednotlivých poměrů jasností ve filtrech B, V, R a I v závislosti na T_{eff} jsou vyznačeny na Obrázku 2.3. Porovnáváme vždy působení obecně krátkovlnějšího filtru k dlouhovlnějšímu, proto jsou všechny závislosti rostoucí.[3] Z uvedených grafů je zjevně patrné, že vypočtené poměry se různým způsebem liší od požadované jednotkové velikosti. Je potřeba zvážit vliv těchto odchylek na přesnost aproximace (2.23) a odvození podmínky (2.39).

[3] Tato skutečnost plyne z faktu, že pro zvyšující se teploty jednak roste vyzařovaná intenzita pro všechny vlnové délky, jednak se maximum závislosti posouvá do krátkovlnější oblasti spektra. Druhá skutečnost je popsána *Wienovým posunovacím zákonem.*



Obrázek 2.3: Poměry barevných jasností absolutně černého tělesa v závislosti na efektivní teplotě.

V druhém případě je pro vytknutí v (2.38) potřeba, aby poměry tří barevných jasností k čtvrté zbývající byly přibližně stejné. Přestože tento požadavek pro různé teploty kolísá a v krajním případě se dokonce liší o jedničku, lze vzhledem k obecně asi stokrát menším hodnotám poměrů příslušných koeficientů reprezentace považovat provedený krok za opodstatněný. Stejné důvody nás opravňují i k následující úpravě (2.38) na nerovnici (2.39). Obecně by navíc bylo možné vyčíslit (2.38) s užitím konkrétních hodnot poměrů barevných jasností. Na Obrázku 2.4 je velikost tohoto výrazu vynesena v závislosti na efektivní teplotě hvězdy. Vidíme, že podmínka (2.39), resp. (2.38) je ve velkém intervalu teplot dobře splněna pro všechny čtyři filtry.



Obrázek 2.4: Graf závislosti výrazu $\left(\frac{b_V}{b_B}\frac{F_V}{F_B}+\frac{b_R}{b_B}\frac{F_R}{F_B}+\frac{b_I}{b_B}\frac{F_I}{F_B}\right)$ (viz rovnice (2.38)) a jeho obdob pro jednotlivé filtry na efektivní teplotě; graf závislosti poměru $\frac{\ln(1+x)}{x}$ (v procentech) na x.

Pro posouzení adekvátnosti podmínky aproximace (2.23) znázorníme do grafu relativní přesnost přibližného vyjádření (2.23), tedy poměr přesné hodnoty výrazu k jeho aproximaci. Závislost je znázorněna na druhém grafu Obrázku 2.4. Je zřejmé, že uvedené přiblížení neplatí s neomezenou přesností. Budeme-li například požadovat alespoň 20% přesnost diskutovaného vyjádření, mohou se velikosti argumentu logaritmu pohybovat přibližně v rozmezí hodnot 0,69–1,53. Z Obrázku 2.3 vidíme, že přesnost vyjádření (2.23), a tedy i celé kalibrace, bude pro hvězdy kolísat s jejich efektivní teplotou.

Tento fakt je potřeba mít na paměti, především při výběru standardních hvězd pro odvození transformačních rovnic statistickým porovnáváním instrumentálních a standardních magnitud, resp. barevných indexů. Vhodné jsou hvězdy přibližně o teplotě 8 000–20 000 K, které pro většinu poměrů splňují podmínku s dostatečnou přesností.

2.4.6 Vliv detektoru

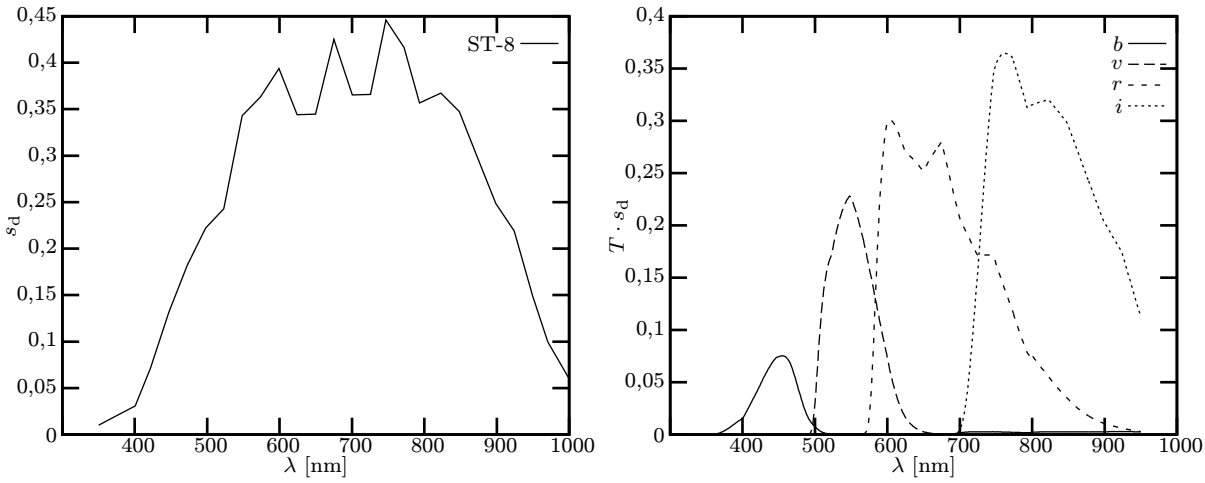
Až doposud jsme v uvedeném postupu zanedbávali vliv omezené účinnosti detektoru záření, resp. považovali jsme detektor za ideální, se stoprocentní učinností v celém spektru. Takové zařízení bohužel neexistuje, proto je potřeba zvážit vliv citlivosti na vypočtené výsledky a především na konečnou podobu transformačních rovnic.

Spektrální průběh účinnosti detektoru jsme v odstavci 1.1 označili jako $s_{\mathrm{d}}(\lambda)$. Přirozeně se projeví ve všech případech, kdy do výpočtu vstupují spektrální propustnosti kalibrovaných filtrů. Výsledná naměřená hustota zářivého toku je totiž dána nejen spektrální propustností užitého filtru, ale právě také citlivostí detektoru.

Modifikace výpočtů je při známé spektrální závislosti účinnosti detektoru velice jednoduchá. Výsledný průběh citlivosti systému získáme vynásobením příslušné propustnosti a účinnosti detektoru. Ve všech skalárních součinech, které jako jeden z činitelů obsahují spektrální propustnost některého kalibrovaného filtru (tedy funkce b, v, r, nebo i), vynásobíme integrovaný součin navíc funkcí $s_{\mathrm{d}}(\lambda)$. Jedná se v podstatě o zpřesnění započtené celkové spektrální propustnosti $s_{\mathrm{c}}(\lambda)$ (viz rovnice (1.2)) o člen $s_{\mathrm{d}}(\lambda)$.

Jak již bylo uvedeno, kalibrovaný systém filtrů je používán společně se CCD kamerou ST-8 Dual Santa Barbara Group s čipem KAF-1600. Její spektrální účinnost je znázorněna na prvním z grafů Obrázku 2.5. V druhém grafu je vynesena závislost celkové spektrální propustnosti kalibrovaného systému pro jednotlivé filtry, získané součinem $s_{\mathrm{d}}(\lambda)$ a spektrální propustnosti příslušného filtru. Porovnáním s druhým grafem Obrázku 2.1 vidíme, že omezená citlivost detektoru má vliv jednak na konkrétní tvar průběhu závislostí, ale především pro všechny filtry dojde v celém spektru ke snížení propustnosti. Největší je pokles pro filtr b, protože ve vlnových délkách odpovídajících jeho propustnosti citlivost kamery teprve narůstá.

Provedeme-li analogicky předchozímu postupu všechny potřebné výpočty se započtením



Obrázek 2.5: Spektrální citlivost CCD kamery ST-8 Dual Santa Barbara Group s čipem KAF-1600 (podle [15]); graf závislosti součinů jednotlivých spektrálních propustností kalibrovaných filtrů a účinnosti detektoru.

λ	s_d	λ	s_d	λ	s_d	λ	s_d	λ	s_d
350,00	0,0100	497,73	0,2223	649,68	0,3446	793,18	0,3568	949,35	0,1492
375,32	0,0204	523,05	0,2427	675,00	0,4250	822,73	0,3673	970,45	0,0995
400,65	0,0308	548,38	0,3431	700,32	0,3654	848,05	0,3477	1000,00	0,0600
421,75	0,0711	573,70	0,3634	725,65	0,3658	873,38	0,2981		
447,08	0,1315	599,03	0,3938	746,75	0,4461	898,70	0,2484		
472,40	0,1819	624,35	0,3442	772,08	0,4165	924,03	0,2188		

Tabulka 2.1: Spektrální účinnost CCD kamery Dual Santa Barbara Group s čipem KAF-1600 (podle [15]): λ – vlnová délka v nm, s_d – účinnost detektoru.

účinnosti detektoru $s_d(\lambda)$, dostaneme pro hodnoty koeficientů reprezentace matici:

$$\boldsymbol{C}_d = \begin{pmatrix} 0{,}1920 & 0{,}0017 & 0{,}0002 & 0{,}0030 \\ -0{,}0054 & 0{,}3117 & 0{,}0218 & -0{,}0016 \\ 0{,}0026 & -0{,}1199 & 0{,}3831 & 0{,}0281 \\ 0{,}0005 & -0{,}0210 & 0{,}0411 & 0{,}3014 \end{pmatrix}.$$

U většiny koeficientů došlo ke zmenšení jejich absolutní hodnoty, což korespoduje se snížením propustnosti v důsledku omezené citlivosti detektoru. Tato skutečnost se nejvíce promítá na velikost diagonálních prvků. Transformační rovnice odvozené na základě uve-

dených výsledků potom jsou:

$$\begin{aligned} m_b - m_B =& 1{,}7643 + 0{,}0090(m_V - m_B) + 0{,}0011(m_R - m_B) + \\ &+ 0{,}0151(m_I - m_B), \end{aligned} \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned} m_v - m_V =& 1{,}2142 - 0{,}0174(m_B - m_V) + 0{,}0699(m_R - m_V) - \\ &- 0{,}0051(m_I - m_V), \end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned} m_r - m_R =& 1{,}2944 + 0{,}0068(m_B - m_R) - 0{,}3130(m_V - m_R) - \\ &- 0{,}0735(m_I - m_R), \end{aligned} \tag{2.50}$$

$$\begin{aligned} m_i - m_I =& 1{,}2281 + 0{,}0015(m_B - m_I) - 0{,}0697(m_V - m_I) + \\ &+ 0{,}1365(m_R - m_I). \end{aligned} \tag{2.51}$$

Protože poměry jednotlivých koeficientů reprezetace se příliš nezměnily, zůstaly řádově zachovány také koeficienty u barevných indexů (jsou dány právě těmito poměry). Pro všechny čtyři rovnice došlo ovšem v důsledku poklesu velikosti koeficientů b_B, v_V, r_R a i_I ke zvýšení aditivní konstanty (viz vztah (2.41)).

Obdobně, jako jsme zohlednili vliv detektoru na tvar transformačních rovnic, by bylo možné započítat také příspěvek různých optických prvků vystupujících v měřícím systému (např. zrcadla). Spektrální citlivosti těchto částí aparatury obvykle nemáme k dispozici. Jejich charakteristiky proto považujeme za ideální a předpokládáme, že propouští nebo odráží všechno dopadlající záření v celém spektru.

Kapitola 3

Určení barevné kalibrace z pozorování

V předchozích odstavcích byl popsán způsob, jak pomocí známých spektrálních propustností filtrů odvodit transformační rovnice pro barevnou kalibraci fotometrického sytému. Postup vyžaduje určité aproximace, které jsou během měření splněny různou měrou, což se promítá do přesnosti odvozených transformačních rovnic. Nakolik teoretický výsledek odpovídá skutečnosti je možné prověřit proměřením souboru standardních hvězd a statistickým odvozením koeficientů rovnic (2.42)–(2.45), resp. (2.48)–(2.51) při zohlednění vlivu detektoru.

V této kapitole nejprve teoreticky získané vztahy upravíme do prakticky používané podoby. Popíšeme způsob měření hvězdných velikostí vhodně zvolených standardních hvězdných polí a získáme hodnoty prakticky odvozených transformačních koeficientů.

3.1 Přepis tvaru transformačních rovnic

Transformační rovnice se obvykle prakticky neodvozují ve výše uvedené podobě. V reálném pozorování měříme instrumentální magnitudy a pomocí transformačních vztahů je převádíme na standardní hvězdné velikosti. Neznámými jsou pro nás tedy veličiny m_B, m_V, m_R a m_I. Ve vhodném přepisu tvaru soustavy navíc můžeme využít některých slabých závislostí a příslušné koeficienty v praxi zanedbat.

Při barevné transformaci se čtyřmi filtry obvykle zapisujeme transformační rovnice tak, aby pro tři z nich na levé straně vystupoval rozdíl sousedních instrumentálních magnitud. Upravme tímto způsobem rovnice (2.48)–(2.51):

$$\begin{aligned} m_b - m_v = {} & 0{,}5501 + 1{,}0085(m_B - m_V) + 0{,}0011(m_R - m_B) + \\ & + 0{,}0151(m_I - m_B) - 0{,}0699(m_R - m_V) + 0{,}0051(m_I - m_V), \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$
\begin{aligned}
m_v - m_r = & -0{,}0802 + 1{,}2431(m_V - m_R) - 0{,}0174(m_B - m_V) - \\
& - 0{,}0051(m_I - m_V) - 0{,}0068(m_B - m_R) - 0{,}0735(m_I - m_R), \qquad (3.2)\\
m_r - m_i = & \, 0{,}0663 + 0{,}7901(m_R - m_I) + 0{,}0068(m_B - m_R) - \\
& - 0{,}3130(m_V - m_R) - 0{,}0015(m_B - m_I) + 0{,}0697(m_V - m_I). \qquad (3.3)
\end{aligned}
$$

Aby byla soustava rovnic pro neznámé standardní magnitudy úplná, je potřeba tento soubor doplnit ještě jednou, na nich nezávislou rovnicí. Obvykle se volí rovnice (2.49), výběr ovšem není nijak závazný. Každý nezávislý systém rovnic je stejně dobrý. Vzhledem ke konkrétní podobě soustavy (2.48)–(2.51) je například výhodné zvolit rovnici (2.50). Koeficient u barevného indexu $(m_V - m_R)$ totiž značně převyšuje ostatní. Daná závislost je mnohem výraznější a v naměřených datech by tak měla lépe patrná. Uvedený systém proto doplníme například jednou z rovnic:

$$
\begin{aligned}
m_r - m_R = & \, 1{,}2944 + 0{,}0068(m_B - m_R) - 0{,}3130(m_V - m_R) - \\
& - 0{,}0735(m_I - m_R), \qquad (3.4)\\
m_v - m_V = & \, 1{,}2142 - 0{,}0174(m_B - m_V) + 0{,}0699(m_R - m_V) - \\
& - 0{,}0051(m_I - m_V). \qquad (3.5)
\end{aligned}
$$

Koeficienty rovnic je možno získat statistickým rozborem závislostí mezi známými standardními hvězdnými velikostmi a naměřenými instrumentálními magnitudami vhodného souboru hvězd.

Porovnáním jednotlivých koeficientů ve výše uvedených rovnicích vidíme, že v každém vztahu je jeden (případně dva) z nich výrazně dominantnější. Veškerá měření navíc přirozeně provádíme s omezenou přesností. Vzhledem k tomu je možné některé koeficienty považovat v rámci chyb měření za zanedbatelné. Bez výraznější újmy na přesnosti můžeme tedy hledat transformace například ve tvaru:

$$
\begin{aligned}
m_b - m_v &= \zeta_{bv} + \alpha(m_B - m_V), \qquad (3.6)\\
m_v - m_r &= \zeta_{vr} + \beta(m_V - m_R), \qquad (3.7)\\
m_r - m_i &= \zeta_{ri} + \nu(m_R - m_I), \qquad (3.8)\\
m_r - m_R &= \zeta_r + \psi(m_V - m_R). \qquad (3.9)
\end{aligned}
$$

Jak již bylo uvedeno, tradiční podoba transformačních rovnic je mírně odlišná. Obvykle se místo závislosti (3.9) zkoumá vztah:

$$
m_v - m_V = \zeta_v + \tau(m_V - m_R). \qquad (3.10)
$$

Matematicky by obě soustavy měly být ekvivaletní a obě získané transformace tedy stejně dobré. První systém rovnic je podle mého názoru vzhledem k výsledkům teoretického rozboru konkrétního souboru filtrů více opodstatněný a měl by tak dávat přesnější výsledky.

3.2 Pozorování a zpracování dat

Předpokládejme, že pozorujeme nějaké konkrétní hvězdné pole s určitým počtem hvězd známých standardních hvězdných velikostí. Získáme-li měřením příslušné instrumentální magnitudy, je možné koeficienty vystupující ve výše uvedených rovnicích určit prokládáním dat vhodnými závislostmi. Tento postup byl prakticky proveden na více srovnávacích polích během několika pozorovacích nocí.

3.2.1 Pořizování snímků

Výchozí snímky byly získány dalekohledem se systémem filtrů a detektorem popsaným v podkapitole 2.4. K pořízení vlastních snímků a snímků potřebných pro jejich redukci (darkframy, flatfieldy) jsem použila programů pro ovládání kamery a dalekohledu vytvořených Filipem Hrochem (viz například [12]). Následovalo standardní ošetření snímku pořízeného CCD kamerou, tedy odečtení darkframu a podělení flatfieldem.

Identifikace a následná fotometrie hvězd byla provedena s užitím programového balíku *Munipack*. Jde o velice účinný a komplexní software, který byl vyvinut opět Filipem Hrochem (viz například [6]). Munipack dává k příslušným souřadnicím na snímku instrumentální magnitudy objektu i s jejich odchylkami. Jsou získávány aperturní fotometrií, pro kterou je možné volit různě velké clonky (například podle seeingu). Snímky v jednotlivých filtrech byly obvykle pořizovány různými expozičními dobami podle konkrétních pozorovacích podmínek.

Ve většině případů probíhalo pozorování opakovaně v po sobě jdoucích sériích čtyř filtrů. To umožňuje získávat jednotlivé barevné indexy ze snímků, pořízených v poměrně krátkém časovém intervalu, a tedy rovněž za velice podobných podmínek. Pro několik pozorování bylo nutné z technických důvodů pořídit nejprve všechny snímky ve filtru B (následně již v sériích zbývajících tří filtrů). Podmínky pozorování i poloha sledovaného pole byly ovšem v těchto případech konstantní a časový posun v pořizení snímků tak nemá vliv na další výsledky.

3.2.2 Instrumentální barevné indexy

Výsledkem pozorování tedy jsou instrumentální magnitudy vybraných hvězd získané zvlášť pro každý pořízený snímek. Při výpočtu berevných indexů byly vždy, pokud to bylo možné, použity snímky ze stejné série. Chyba takto získaného barevného indexu byla ze zákona šíření chyb určena jako odmocnina ze součtu kvadrátů chyb obou užitých hvězdných velikostí. Výsledný barevný index hvězdy byl získán jako vážený průměr indexů z jednotlivých

sérií (například pro filtry b a v):

$$(m_b - m_v) = \frac{\sum w_i (m_b - m_v)_i}{\sum w_i}, \quad w_i = \frac{1}{\sigma^2_{(b-v)i}} = \frac{1}{\sigma^2_{(b)i} + \sigma^2_{(v)i}}, \tag{3.11}$$

$$\sigma_{(b-v)} = k \cdot \sqrt{\frac{\sum w_i \left[(m_b - m_v) - (m_b - m_v)_i\right]^2}{\sum w_i (n-1)}}, \tag{3.12}$$

kde index i označuje dílčí hvězdné velikosti (sčítáme přes $i = 1, \ldots, n$), resp. barevné indexy, získané z jednotlivých sérií snímků a n je celkový počet pořízených sérií, tedy také snímků v jednotlivých filtrech, $\sigma_{(b)i}$, $\sigma_{(v)i}$ jsou chyby instrumentálních magnitud (vypsané Munipackem), $\sigma_{(b-v)i}$ chyba barevného indexu vypočteného pro i-tou sérii. Za předpokladu normálního rozdělení dílčích výsledků z jednotlivých sérií je $\sigma_{(b-v)}$ chyba výsledného barevného indexu a k odpovídající Studentův koeficient pro pravděpodobnost 68,3%.

V závislostech (3.9) a (3.10) vystupují kromě instrumentálních barevných indexů také rozdíly standardních a instrumentálních hvězdných velikostí. Pro jejich výpočet jsem užila postupu analogického k předchozímu. Ve výše uvedených vzorcích je pouze potřeba nahradit veličiny vztahující se k jedné z instrumentálních magnitud (tedy samotnou hvězdnou velikost a jí odpovídající chybu) příslušnými obdobami týkající se standardní magnitudy.

Poslední proměnnou vystupující ve zkoumaných závislostech jsou standardní barevné indexy vypočtené jako rozdíl příslušných standardních hvězdných velikostí. Jejich chybu určíme jako odmocninu ze součtu kvadrátů chyb dílčích magnitud.

3.2.3 Ortogonální regrese

Známe-li data vystupující v transformačních vztazích, je dále potřeba zvolit vhodnou metodu pro hledání konkrétních hodnot neznámých koeficientů. V transformačních rovnicích vystupují na obou stranách proměnné, které jsou zatíženy chybou. Aby byl tento fakt při prokládání hledaných závislostí zohledněn, zvolila jsem metodu ortogonální regrese, která minimalizuje součet čtverců kolmých vzdáleností bodů od prokládané přímky.

Parametry a, b přímky $y = a + bx$ odhadované ze souboru bodů $(x_1, y_1), \ldots, (x_m, y_m)$ zatížených chybami $(\sigma_{x1}, \sigma_{y1}), \ldots, (\sigma_{xm}, \sigma_{ym})$ metodou ortogonální regrese jsou dány (podle [1] a [8]):

$$b = \frac{s_y^2 - \omega s_x^2 + \sqrt{(s_y^2 - \omega s_x^2)^2 + 4\omega s_{xy}^2}}{2 s_{xy}}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x},$$

kde jsme označili:

$$s_x^2 = \frac{\sum w_i x_i^2}{S_w} - \bar{x}^2, \qquad s_y^2 = \frac{\sum w_i y_i^2}{S_w} - \bar{y}^2, \qquad s_{xy} = \frac{\sum w_i x_i y_i}{S_w} - \bar{x}\bar{y}, \qquad \omega = \left(\frac{\sum \sigma_{yi}}{\sum \sigma_{xi}}\right)^2,$$

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{S_w}, \qquad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{S_w}, \qquad S_w = \sum w_i, \qquad w_i = \frac{1}{\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2}.$$

Pro chyby δa, δb takto odhadovaných veličin platí:

$$\delta b = \frac{\sigma}{\sqrt{s_x^2 m}}, \qquad \delta a = \delta b \sqrt{\frac{\sum w_i x_i^2}{S_w}}, \qquad \text{kde} \quad \sigma = \sqrt{\frac{m \sum w_i (y_i - a - b x_i)^2}{S_w (m-2)}}.$$

Ve všech výše uvedených vztazích sčítáme přes $i = 1, \ldots, m$.

3.2.4 Vliv atmosférické extinkce

Výpočet barevného indexu je prováděn z měřených instrumentálních magnitud. Protože standardní hvězdné velikosti jsou opraveny o extinkci, měly by být také pro odhad koeficientů transformačních rovnic použity mimoatmosférické hvězdné velikosti. Atmosférická extinkce je totiž proměnná v čase a ovlivňuje tak jednotlivá pozorování odlišným způsobem. Hvězdné velikosti m_b, m_v, m_r a m_i je potřeba v souladu s (1.10) chápat jako mimoatmosférické magnitudy m_0 v příslušných rozsazích vlnových délek.

Označme přímo měřené magnitudy krom indexu příslušného filtru navíc indexem (m). Podle (1.10) pak pro jednotlivé hvězdné velikosti opravené o extinkci dostaneme:

$$m_b = m_{(\mathrm{m})b} - [k_b + k'_b(m_B - m_V)]X, \tag{3.13}$$

$$m_v = m_{(\mathrm{m})v} - [k_v + k'_v(m_B - m_V)]X, \tag{3.14}$$

$$m_r = m_{(\mathrm{m})r} - [k_r + k'_r(m_V - m_R)]X, \tag{3.15}$$

$$m_i = m_{(\mathrm{m})i} - [k_i + k'_i(m_R - m_I)]X, \tag{3.16}$$

kde k, resp. k' označuje extinkční koeficient prvního, resp. druhého řádu pro daný filtr a X je vdušná hmota. Barevné indexy CI v rovnici (1.10) se obvykle volí vzhledem k počítané hvězdné velikosti jako rozdíl nejbližší krátkovlnější standardní magnitudy a standardní magnitudy odpovídající počítané barvě. Pro filtr b není krátkovlnější magnituda k dispozici, proto v (3.13) vystupuje index $(m_B - m_V)$, který potřebný barevný index v prvním přiblížení nahrazuje s dostatečnou přesností.

Vzhledem ke konkrétním tvarům hledaných závislostí vstupuje extinkce do hry dvojím způsobem. Vztahy (3.6)–(3.8) obsahují barevné indexy počítané z instrumentálních, o extinkci opravených hvězdných velikostí. Z rovnic (3.13)–(3.16) je vidět, že oprava o extinkci by v některých případech vnesla do transformačních vztahů závislost na dvou různých barevných indexech.

Abychom se uvedené komplikaci vyhnuli, nahradíme v těchto případech barevný index vystupující v rovnici opravující o extinkci barevným indexem z transformační rovnice. Tento krok sice poněkud posune význam příslušných extinkčních koeficintů druhého řádu, ale barevná extinkce bude zohledněna. Principiálně pouze k charakteristice barvy hvězdy využijeme jiný barevný index.

Pro potřebné rozdíly mimoatmosférických magnitud dostaneme tedy z (3.13)–(3.16):

$$m_b - m_v = m_{(\mathrm{m})b} - m_{(\mathrm{m})v} + (k_v - k_b)X + (k'_v - k'_b)(m_B - m_V)X, \tag{3.17}$$
$$m_v - m_r = m_{(\mathrm{m})v} - m_{(\mathrm{m})r} + (k_r - k_v)X + (k'_r - k'_v)(m_V - m_R)X, \tag{3.18}$$
$$m_r - m_i = m_{(\mathrm{m})r} - m_{(\mathrm{m})i} + (k_i - k_r)X + (k'_i - k'_r)(m_R - m_I)X, \tag{3.19}$$

Po dosazení uvedených výsledků do (3.6)–(3.8) přejdou transformační rovnice do tvarů:

$$m_{(\mathrm{m})b} - m_{(\mathrm{m})v} = [\zeta_{bv} + (k_b - k_v)X] + [\alpha + (k'_b - k'_v)X]\,(m_B - m_V), \tag{3.20}$$
$$m_{(\mathrm{m})v} - m_{(\mathrm{m})r} = [\zeta_{vr} + (k_v - k_r)X] + [\beta + (k'_v - k'_r)X]\,(m_V - m_R), \tag{3.21}$$
$$m_{(\mathrm{m})r} - m_{(\mathrm{m})i} = [\zeta_{ri} + (k_r - k_i)X] + [\nu + (k'_r - k'_i)X]\,(m_R - m_I). \tag{3.22}$$

Koeficienty závislostí, v nichž vystupují přímo měřené barevné indexy, jsou tedy dány také konkrétní hodnotou vzdušné hmoty a rozdílem extinkčních koeficientů pro odlišné filtry. Jsou různé pro každé jednotlivé pozorování.

Hodnoty ζ_{bv}, ζ_{vr} a ζ_{ri}, resp. α, β a ν je možné určit v případě, že známe jak vzdušnou hmotu, tak příslušný rozdíl extinkčních koeficientů. Vzdušnou hmotu můžeme snadno určit pomocí vztahu (1.9), kde zenitovou vzdálenost z získáme ze známých astronomických souřadnic pozorovaného objektu, času a místa pozorování. Pozorujeme-li tedy během jedné noci, kdy můžeme extinkci považovat za konstantní, několik hvězdných polí v různé výšce nad obzorem (přes různou vzdušnou hmotu), je možné pomocí závislosti koeficientů (výrazů v hranatých závorkách) na vzdušné hmotě určit hodnoty ζ_{bv}, ζ_{vr}, ζ_{ri}, resp. α, β, ν a rozdíl příslušných extinkčních koeficientů.

Obdobným způsobem rozeberme situaci vztahů (3.9) a (3.10). Dosadíme-li do nich z (3.14) a (3.15), dostaneme rovnice ve tvaru:

$$m_{(\mathrm{m})r} - m_R = (\zeta_r + k_r X) + (\psi + k'_r X)(m_V - m_R), \tag{3.23}$$
$$m_{(\mathrm{m})v} - m_V = (\zeta_v + k_v X) + (\tau + k'_v X)(m_V - m_R). \tag{3.24}$$

Hodnoty ζ_r, ζ_v, resp. ψ, τ a extinkční koeficienty je možné opět určit proměřením uvedených závislostí v různých výškách nad obzorem.

Z uvedeného rozboru je zřejmé, že k provedení dostatečně přesné kalibrace je krom nalezení příslušných hodnot transformačních koeficientů navíc nutné určit pro každou kalibrovanou noc potřebné extinkční koeficienty. Nevyžadujeme-li kalibraci s tak vysokou přesností, je možné vliv extinkce zanedbat.

Velikost extinkčních koeficientů druhého řádu klesá s rostoucí vlnovou délkou a pohybuje se řádově v setinách. V rovnicích (3.20)–(3.22) navíc vystupuje rozdíl extinkčních koeficientů dvou filtrů. Prokládané závislosti jsou zatíženy vlastní nepřesností, vzniklou v důsledku chyb měřených i standardních hvězdných velikostí a přirozeného rozptylu měření. Vliv extinkce můžeme navíc ještě minimalizovat pozorováním polí s co nejmenší zenitovou vzdáleností.

3.2.5 Standardní hvězdná pole

Pro praktické proměření transformačních závislostí bylo použito několik hvězdných polí, jejichž standardní magnitudy byly publikovány v [4]. Hvězná pole se nacházejí v okolí AGN (Active Galactic Nuclei), podle kterých také nesou označní. Standardní hvězdné velikosti proměřovaných hvězd jsou pro jednotlivá pozorovaná pole uvedeny v Tabulce P.5.

Vlastní pozorování probíhalo v několika nocích. Ve většině případů bylo voleno tak, aby zkoumané pole bylo co nejblíže zenitu a extinkce tedy co nejmenší. Při zpracování výsledků těchto měření byl potom její vliv zanedbán. Během jedné noci pak byla naopak za účelem odhadu vlivu extinkce provedena pozorování několika polí v různých výškách nad obzorem.

3.3 Výsledky pozorování

3.3.1 Transformační rovnice

Způsobem popsaným v předchozích odstavcích byly zjištěny koeficienty vystupující v závislostech (3.6)–(3.10). Vzhledem ke specifickým podmínkám každé pozorovcí noci bylo prokládání prováděno pro jednotlivá pozorování zvlášť. Výsledné hodnoty hledaných koeficientů jsou pro jednotlivá pole a noci zapsána v Tabulce 3.1. Na posledním řádku tabulky jsou vážené průměry příslušných koeficientů a jejich chyby. Váha je volena jako převrácená hodnota druhé mocniny odchylky dílčí hodnoty. Na Obrázku P.1 jsou znázorněna data a fitované přímky pro pozorování pole s označením 3C 66A ze dne 30. 10. 2005. Podobně vypadají také grafy získané z ostatních pozorovacích nocí.

3.3.2 Zohlednění atmosférické extinkce

Pro posouzení míry vlivu atmosférické extinkce byla během noci 20. 3. 2006 proměřena čtyři hvězdná pole v různé výšce nad obzorem.

Aby mělo zpracování dat smysl, je potřeba pro určení instrumentálních hvězdných velikostí zvolit dostatečně velkou clonku. Je totiž nutné, aby clonka obsahovala veškerý zaznamenaný signál přicházející od hvězdy. Ve větších zenitových vzdálenostech zabírají obrazy hvězd obecně větší plochu. Proto byly instrumentální magnitudy pro následující zpracování vypočítány s užitím větší clonky než v předchozím postupu.

Při hledání transformečních rovnic provádíme ve většině případů diferenciální fotometrii. Malý signál v okrajových částech obrazu hvězdy je ve všech filtrech v podstatě stejný. Při výpočtu barevných indexů by se proto odečetl. Pro transformace bez oprav o extinkci je tedy zbytečné používat příliš velké clonky, které také nevyhnutelně vedou k započtení většího množství šumu.

Pole	ζ_{bv} $\delta\zeta_{bv}$	α $\delta\alpha$	ζ_{vr} $\delta\zeta_{vr}$	β $\delta\beta$	ζ_{ri} $\delta\zeta_{ri}$	ν $\delta\nu$	ζ_r $\delta\zeta_r$	ψ $\delta\psi$	ζ_v $\delta\zeta_v$	τ $\delta\tau$
3C 273:										
20. 3. 06	1,934 0,132	-0,048 0,234	0,774 0,181	0,570 0,410	-0,269 0,034	0,981 0,091	0,965 0,040	0,014 0,080	1,689 0,161	-0,288 0,368
3C 66A:										
10.10.05	1,032 0,026	0,553 0,029	0,574 0,016	1,121 0,033	-0,286 0,017	0,848 0,036	0,636 0,023	-0,100 0,045	1,184 0,027	0,074 0,056
30.10.05	1,076 0,056	0,495 0,062	0,622 0,021	1,066 0,042	-0,260 0,019	0,832 0,040	0,657 0,021	-0,102 0,042	1,285 0,026	-0,042 0,053
31.10.05	0,899 0,035	0,679 0,067	0,590 0,021	1,115 0,043	-0,261 0,016	0,842 0,034	0,755 0,025	-0,127 0,049	1,314 0,019	0,037 0,039
1. 3. 06	— —	— —	0,661 0,136	-0,024 0,375	-0,520 0,138	1,388 0,282	1,123 0,137	0,361 0,222	1,788 0,118	-1,349 0,338
PG 1351+640:										
20. 3. 06	1,775 0,042	0,281 0,048	0,598 0,073	1,131 0,104	-0,472 0,084	1,215 0,117	0,766 0,112	-0,064 0,159	1,230 0,052	0,186 0,074
PKS 0528+134:										
20. 3. 06	1,775 0,123	0,260 0,099	0,750 0,137	0,892 0,203	-0,114 0,216	0,598 0,273	0,564 0,113	0,246 0,150	1,486 0,256	-0,157 0,369
S5 0716+714:										
24. 2. 06	1,231 0,105	1,102 0,224	0,592 0,060	0,883 0,169	-0,380 0,086	1,075 0,273	0,360 0,107	0,668 0,283	1,651 0,201	-1,417 0,553
27. 2. 06	0,898 0,062	0,933 0,108	0,865 0,204	-0,201 0,537	-0,071 0,059	0,525 0,147	0,923 0,080	-0,130 0,166	1,434 0,070	-0,235 0,173
1. 3. 06	2,625 0,389	-1,296 0,665	0,566 0,039	1,043 0,118	-0,289 0,053	0,793 0,170	0,769 0,052	-0,275 0,155	1,374 0,029	-0,355 0,085
20. 3. 06	1,431 0,103	0,956 0,177	0,639 0,044	0,817 0,135	-0,290 0,054	0,896 0,172	0,692 0,039	0,335 0,120	1,603 0,100	-0,618 0,289
Průměr	1,151 0,107	0,514 0,061	0,594 0,009	1,083 0,033	-0,271 0,014	0,855 0,029	0,710 0,034	-0,067 0,041	1,305 0,030	-0,010 0,057

Tabulka 3.1: Hodnoty transformačních koeficientů a jejich chyby pro jednotlivá pozorování.

K určení vzdušné hmoty vystupující ve vztazích (3.20)–(3.24) je potřeba znát zenitovou vzdálenost z pozorovaných objektů. Díky relativně malým rozměrům standardních polí a dostatečně krátké celkové době pořizování jejich snímků je postačující určit pro každé pozorované pole jedinou hodnotu z. Pro pozorovaná pole byla jako průměr souřadnic jednotlivých hvězd vypočítána průměrná poloha $\overline{\alpha}$, $\overline{\delta}$ a jako průměrný okamžik středů jednotlivých epozic průměrný čas pozorování $\overline{UT}$. Pomocí těchto údajů byla pak vypočítána zenitová vzdálenost a dosazením do (1.9) odpovídající vzdušná hmota. Údaje shrnuje Tabulka 3.2.

Pole	$\overline{\alpha}$			$\overline{\delta}$			$\overline{UT}$	z [°]	X
3C 273	12^{h}	29^{m}	$04{,}2^{\mathrm{s}}$	2°	2’	58,0”	21:42:24,1	52,465	1,638
PG 1351	13	53	22,2	63	45	12,3	23:23:15,7	18,952	1,057
PKS 0528+134	5	30	54,5	13	32	13,5	18:36:24,4	43,798	1,384
S5 0716+714	7	21	52,4	71	19	24,9	20:07:05,2	25,157	1,105

Tabulka 3.2: Pole pozorovaná 20. 3. 2006, vzdušná hmota X a údaje potřebné pro její určení (průměrná rektascenze $\overline{\alpha}$ a deklinace $\overline{\delta}$ (k ekvinokciu 2000,0), čas pozorování $\overline{UT}$ a zenitová vzdálenost z).

Označme koeficienty závislostí (3.6)–(3.10) odhadované přímo z instrumentálních dat a resp. b doplněné příslušným indexem:

$$m_{(\mathrm{m})b} - m_{(\mathrm{m})v} = a_{bv} + b_{bv}(m_B - m_V), \tag{3.25}$$
$$m_{(\mathrm{m})v} - m_{(\mathrm{m})r} = a_{vr} + b_{vr}(m_V - m_R), \tag{3.26}$$
$$m_{(\mathrm{m})r} - m_{(\mathrm{m})i} = a_{ri} + b_{ri}(m_R - m_I), \tag{3.27}$$
$$m_{(\mathrm{m})r} - m_R = a_r + b_r(m_V - m_R), \tag{3.28}$$
$$m_{(\mathrm{m})v} - m_V = a_v + b_v(m_V - m_R). \tag{3.29}$$

Podle (3.20) a (3.21) dostáváme pro závislosti koeficientů na vzdušné hmotě:

$$\begin{aligned} a_{bv} &= \zeta_{bv} + (k_b - k_v)X, & b_{bv} &= \alpha + (k'_b - k'_v)X, \\ a_{vr} &= \zeta_{vr} + (k_v - k_r)X, & b_{vr} &= \beta + (k'_v - k'_r)X, \\ a_{ri} &= \zeta_{ri} + (k_r - k_i)X, & b_{ri} &= \nu + (k'_r - k'_i)X, \\ a_r &= \zeta_r + k_r X, & b_r &= \psi + k'_r X, \\ a_v &= \zeta_v + k_v X, & b_v &= \tau + k'_v X. \end{aligned}$$

Odhady koeficientů byly vypočítány metodou nejmenších čtverců. Jako váhu hodnot a, resp. b jsem zvolila převrácenou hodnotu kvadrátu příslušné chyby. Odpovídající grafy jsou znázorněny na Obrázku P.2. Výsledky proložení a jejich odchylky jsou zaneseny v Ta-

bulce 3.3. Dále je zde také pro odhadované směrnice uvedena hodnota veličiny T.[1] Za předpokladu normálního rozdělení náhodných odchylek prokládaných dat můžeme pomocí hodnoty T testovat hypotézu o nezávislosti veličin a, resp. b na vzdušné hmotě X:

je-li $\|T\| \geq t_{n-2}(\alpha)$	hypotézu zamítáme s rizikem α,
je-li $\|T\| < t_{n-2}(\alpha)$	hypotézu nezamítáme na hladině významnosti α,

kde $t_{n-2}(\alpha)$ je tabelovaná hodnota Studentova rozdělení pro riziko α a n je počet prokládaných bodů, tedy $n = 4$.

ζ_{bv}	0,985	ζ_{vr}	0,349	ζ_{ri}	-0,670	ζ_r	0,142	ζ_v	0,411
$\delta\zeta_{bv}$	0,490	$\delta\zeta_{vr}$	0,354	$\delta\zeta_{ri}$	0,333	$\delta\zeta_r$	1,018	$\delta\zeta_v$	0,926
$(k_b - k_v)$	0,725	$(k_v - k_r)$	0,226	$(k_r - k_i)$	0,248	k_r	0,438	k_v	0,664
$\delta(k_b - k_v)$	0,435	$\delta(k_v - k_r)$	0,286	$\delta(k_r - k_i)$	0,240	δk_r	0,720	δk_v	0,854
T	1,666	T	0,792	T	1,035	T	0,609	T	0,777
α	1,276	β	1,580	ν	1,692	ψ	-0,054	τ	0,642
$\delta\alpha$	0,868	$\delta\beta$	0,387	$\delta\nu$	0,595	$\delta\psi$	1,562	$\delta\tau$	1,660
$(k'_b - k'_v)$	-0,955	$(k'_v - k'_r)$	-0,462	$(k'_r - k'_i)$	-0,470	k'_r	0,142	k'_v	-0,365
$\delta(k'_b - k'_v)$	0,793	$\delta(k'_v - k'_r)$	0,310	$\delta(k'_r - k'_i)$	0,474	$\delta k'_r$	1,214	$\delta k'_v$	1,550
T	-1,205	T	-1,489	T	-0,991	T	0,117	T	-0,235

Tabulka 3.3: Určení extinkčních koeficientů.

Pro riziko $\alpha = 5\%$ je hodnota $t_2(0{,}05) = 4{,}303$. Všechny testy tedy nezamítají hypotézu o nezávislosti prokládaných dat na vzdušné hmotě. Tento výsledek nutně není v souladu s analýzou provedenou v odstavci 3.2.4. Je potřeba ovšem uvážit specifičnost zpracovávaných pozorování. Předně byla provedena v městských podmínkách. Jas oblohy tak závisí i na azimutu pozorovaného objektu (v některých pozorovaných směrech je světelné znečištění silnější). Tato skutečnost značně ovlivňuje hodnoty hledaných koeficientů a zvětšuje jejich chybu. Závislost na vzdušné hmotě tak může být velmi zašuměná, a proto ji není možné rozpoznat.

Z předložených faktů plyne, že zpracovávaná pozorování nemá smysl opravovat o extinkci. Odvozené transformace se tak nezpřesní. Uvedené závěry ovšem neplatí obecně a pro konkrétní kalibrace je potřeba vliv atmosférické extinkce zvážit.

[1] Je definována pomocí odhadovaných parametrů a reziduálního rozptylu (podrobnější rozbor viz například [1]).

Závěr

Teoretickým rozborem bylo získáno vyjádření souboru spektrálních propustností kalibrovaných filtrů jako lineární kombinace propustností standardních filtrů. Po průchodu hustoty zářivého toku pozorovaného objektu získáme ve zmiňovaných vztazích na místech spektrálních propustnostní odpovídající barevné jasnosti. Tyto rovnice principiálně vystihují barevnou kalibraci.

Pro praktické použití byly rovnice za určitých nevyhnutelných aproximací dále převedeny do podoby svazující hvězdné velikosti. Užitá přiblížení vytvořila soubor podmínek omezující obecnost odvozených vztahů. Míra platnosti uvedených podmínek byla podrobněji rozebrána pro hvězdy různých teplot. Ukázalo se, že pro značný interval teplot jsou aproximace splněny s dostatečnou přesností pro praktické využití odvozených rovnic. Na závěr teoretické části byl zvážen vliv omezené spektrální účinnosti detektoru a vypočítána konkrétní podoba transformačních rovnic.

V praktické části bylo rozebráno několik pozorování vybraných hvězdných polí se známými barevnými hvězdnými velikostmi. Z pořízených a následně standardně ošetřených CCD snímků byly získány odpovídající instrumentální hvězné velikosti. Souborem dat bylo proloženo několik závislostí, které určitým způsobem mapují teoreticky odvozené vztahy.

Přestože teoretická analýza ukazuje v důsledku atmosférické extinkce závislost transformačních koeficientů na vzdušné hmotě, nepodařilo se mi v datech naměřených za tímto účelem korelaci prokázat. Konkrétní pozorovací podmínky, jejich časová a prostorová proměnnost pravděpodobně hledanou závislost stírají. V rámci přesnosti prakticky získané kalibrace tedy nemá v našem případě význam opravovat data o extinkci.

Příčinu uvedených výsledků můžeme hledat v nepřirozeně světelné městské obloze, na které všechna měření probíhala. Užité vztahy zohledňující vliv atmosférické extinkce vychází z rovnice přenosu záření, která zahrnuje pouze absorpci záření při průchodu zemskou atmosférou. Aby byl započítán také umělý světelný příspěvek oblohy, měla by rovnice přenosu záření obsahovat také člen zastupující zdroj záření. Jeho vyjádření by však bylo dosti komplikované. Osvětlení závisí jednak na prostorových souřadnicích (zenitové vzdálenosti i azimutu pozorovaného objektu) jednak na vlnové délce. Již poměrně jednoduché tvary spektrální závislosti zdroje intezity způsobují podstatné rozdíly ve výsledných podobách užitých rovnic pro vztah mezi měřenou a mimoatmosférickou hvězdnou velikostí.

Porovnáme-li odhady koeficientů získané na základě měření s odpovídajícími teoreticky určenými hodnotami, zjistíme, že směrnice odhadnuté z naměřených dat odpovídají teoretickým předpovědím pouze přibližně. Prakticky získané výsledky mají navíc obecně velký rozptyl, který značně převyšuje chyby jednotlivých dílčích hodnot získaných z různých pozorování. Tato skutečnost by také mohla být důsledkem specifického průběhu intezity záření oblohy, především jeho časové a prostorové proměnnosti.

U absolutních členů je situace jiná. Hodnoty teoreticky odvozené ze znalosti spektrálních propustností mapují pouze posun závislostí vzniklý v důsledku nestandardnosti kalibrovaných filtrů. Konkrétní velikosti absolutních členů jsou dále určeny například přístrojovými podmínkami či volbou nulového bodu při výpočtu měřených hvězdných velikostí. Proto nemá smysl porovnávat teoreticky a prakticky odvozené hodnoty.

K obecnému zpřesnění konečných prakticky odvozených transformačních koeficientů by přispěla větší konzistetnost jednotlivých pozorování, resp. pozorovacích podmínek, případně pak znalost průběhu závislosti intezity záření oblohy na souřadnicích a vlnové délce. Pro prověření platnosti výsledků popsaného teoretického odvození transformací by bylo vhodné provést kalibrační měření obecně ve vhodnějších pozorovacích podmínkách.

Přílohy

λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T
360	1,59	377	20,79	394	45,15	411	58,08	428	61,43	445	57,26	462	45,00	479	20,30	496	4,73	513	0,62	530	0,03	547	0,01	564	0,05
361	2,08	378	22,38	395	46,23	412	58,50	429	61,36	446	56,75	463	43,89	480	18,91	497	4,35	514	0,53	531	0,03	548	0,02	565	0,05
362	2,66	379	23,95	396	47,27	413	58,89	430	61,29	447	56,19	464	42,69	481	17,55	498	4,00	515	0,46	532	0,02	549	0,02	566	0,04
363	3,34	380	25,53	397	48,25	414	59,25	431	61,16	448	55,58	465	41,42	482	16,25	499	3,67	516	0,40	533	0,02	550	0,02	567	0,04
364	4,11	381	27,11	398	49,21	415	59,59	432	61,00	449	54,94	466	40,06	483	14,99	500	3,36	517	0,34	534	0,02	551	0,02	568	0,03
365	4,97	382	28,67	399	50,10	416	59,92	433	60,80	450	54,29	467	38,62	484	13,80	501	3,05	518	0,28	535	0,01	552	0,03	569	0,03
366	5,93	383	30,22	400	50,95	417	60,25	434	60,59	451	53,63	468	37,12	485	12,66	502	2,75	519	0,24	536	0,01	553	0,03	570	0,03
367	6,98	384	31,75	401	51,77	418	60,55	435	60,35	452	53,01	469	35,56	486	11,61	503	2,46	520	0,20	537	0,01	554	0,03	571	0,02
368	8,10	385	33,27	402	52,54	419	60,84	436	60,12	453	52,40	470	33,96	487	10,62	504	2,17	521	0,17	538	0,01	555	0,04	572	0,02
369	9,30	386	34,75	403	53,28	420	61,08	437	59,89	454	51,76	471	32,36	488	9,71	505	1,91	522	0,14	539	0,01	556	0,04	573	0,01
370	10,56	387	36,21	404	53,99	421	61,31	438	59,64	455	51,10	472	30,76	489	8,86	506	1,66	523	0,12	540	0,01	557	0,05	574	0,01
371	11,87	388	37,62	405	54,69	422	61,44	439	59,38	456	50,40	473	29,17	490	8,09	507	1,44	524	0,09	541	0,01	558	0,05	575	0,01
372	13,23	389	39,00	406	55,33	423	61,53	440	59,10	457	49,65	474	27,61	491	7,39	508	1,25	525	0,08	542	0,01	559	0,05	576	0,01
373	14,66	390	40,33	407	55,97	424	61,55	441	58,81	458	48,83	475	26,08	492	6,74	509	1,08	526	0,06	543	0,01	560	0,05		
374	16,14	391	41,62	408	56,56	425	61,54	442	58,48	459	47,96	476	24,59	493	6,15	510	0,94	527	0,05	544	0,01	561	0,05		
375	17,65	392	42,83	409	57,11	426	61,51	443	58,13	460	47,04	477	23,12	494	5,62	511	0,82	528	0,04	545	0,01	562	0,05		
376	19,22	393	44,01	410	57,60	427	61,47	444	57,72	461	46,06	478	21,69	495	5,15	512	0,71	529	0,04	546	0,01	563	0,05		

Tabulka P.1: Spektrální propustnost filtru b podle [11]: λ – vlnová délka v nm, T – propustnost v procentech (tabulka zachycuje oblast spektra, kde má propustnost filtru podstatnou hodnotu, ta je nenulová i pro některé větší vlnové délky, dosahuje zde ovšem hodnot nepřevyšující 2%).

λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T
488	0,01	505	35,43	522	70,51	539	70,77	556	61,40	573	45,69	590	27,82	607	13,46	624	5,08	641	1,53	658	0,38	675	0,08	692	0,01
489	0,02	506	39,70	523	70,97	540	70,44	557	60,63	574	44,63	591	26,87	608	12,80	625	4,77	642	1,41	659	0,35	676	0,07	693	0,01
490	0,04	507	43,73	524	71,34	541	70,08	558	59,83	575	43,58	592	25,89	609	12,17	626	4,46	643	1,31	660	0,32	677	0,07	694	0,01
491	0,10	508	47,42	525	71,64	542	69,68	559	59,00	576	42,52	593	24,93	610	11,55	627	4,18	644	1,21	661	0,29	678	0,06	695	0,01
492	0,23	509	50,73	526	71,86	543	69,27	560	58,17	577	41,45	594	23,97	611	10,95	628	3,91	645	1,12	662	0,26	679	0,05	696	0,01
493	0,48	510	53,71	527	72,06	544	68,82	561	57,31	578	40,40	595	23,05	612	10,38	629	3,65	646	1,03	663	0,24	680	0,05	697	0,01
494	0,94	511	56,37	528	72,18	545	68,34	562	56,41	579	39,33	596	22,13	613	9,82	630	3,41	647	0,95	664	0,22	681	0,04	698	0,01
495	1,70	512	58,71	529	72,24	546	67,85	563	55,55	580	38,27	597	21,24	614	9,29	631	3,18	648	0,88	665	0,20	682	0,04	699	0,01
496	2,90	513	60,77	530	72,27	547	67,32	564	54,64	581	37,18	598	20,36	615	8,78	632	2,97	649	0,81	666	0,19	683	0,04	700	0,01
497	4,64	514	62,56	531	72,24	548	66,76	565	53,71	582	36,12	599	19,52	616	8,29	633	2,76	650	0,75	667	0,17	684	0,03	701	0,01
498	6,99	515	64,14	532	72,19	549	66,18	566	52,76	583	35,07	600	18,67	617	7,82	634	2,57	651	0,69	668	0,15	685	0,03		
499	9,96	516	65,52	533	72,11	550	65,57	567	51,80	584	34,01	601	17,86	618	7,36	635	2,39	652	0,63	669	0,14	686	0,03		
500	13,50	517	66,70	534	71,97	551	64,93	568	50,81	585	32,95	602	17,07	619	6,94	636	2,23	653	0,58	670	0,13	687	0,03		
501	17,52	518	67,73	535	71,79	552	64,28	569	49,82	586	31,93	603	16,30	620	6,53	637	2,07	654	0,54	671	0,12	688	0,02		
502	21,88	519	68,60	536	71,58	553	63,60	570	48,80	587	30,89	604	15,55	621	6,14	638	1,92	655	0,49	672	0,11	689	0,02		
503	26,40	520	69,32	537	71,35	554	62,88	571	47,79	588	29,86	605	14,82	622	5,77	639	1,78	656	0,45	673	0,10	690	0,02		
504	30,97	521	69,96	538	71,07	555	62,16	572	46,74	589	28,85	606	14,13	623	5,42	640	1,65	657	0,41	674	0,09	691	0,02		

Tabulka P.2: Spektrální propustnost filtru v podle [11]: λ – vlnová délka v nm, T – propustnost v procentech (obdobně jako u filtru b je propustnost nenulová pro některé větší vlnové délky, nepřesahuje zde však 1%).

λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T
688	0,01	709	9,01	730	54,12	751	80,69	772	86,74	793	87,54	814	87,49	835	86,59	856	85,35	877	83,94	898	82,20	919	80,15	939	77,80
689	0,02	710	10,51	731	56,14	752	81,27	773	86,84	794	87,56	815	87,45	836	86,54	857	85,29	878	83,84	899	82,14	920	80,05	940	77,68
690	0,03	711	12,14	732	58,08	753	81,79	774	86,92	795	87,57	816	87,42	837	86,48	858	85,24	879	83,74	900	82,02	921	79,95	941	77,52
691	0,04	712	13,90	733	59,93	754	82,29	775	87,00	796	87,56	817	87,39	838	86,41	859	85,16	880	83,72	901	81,95	922	79,83	942	77,36
692	0,07	713	15,76	734	61,72	755	82,74	776	87,07	797	87,57	818	87,34	839	86,36	860	85,14	881	83,61	902	81,86	923	79,72	943	77,22
693	0,10	714	17,74	735	63,40	756	83,18	777	87,12	798	87,56	819	87,30	840	86,35	861	85,04	882	83,52	903	81,79	924	79,59	944	77,10
694	0,16	715	19,82	736	64,99	757	83,56	778	87,19	799	87,79	820	87,26	841	86,25	862	85,00	883	83,47	904	81,68	925	79,51	945	76,99
695	0,23	716	21,98	737	66,52	758	83,92	779	87,24	800	87,77	821	87,23	842	86,19	863	84,93	884	83,38	905	81,57	926	79,39	946	76,81
696	0,34	717	24,20	738	67,99	759	84,26	780	87,29	801	87,76	822	87,22	843	86,16	864	84,90	885	83,28	906	81,50	927	79,25	947	76,64
697	0,49	718	26,49	739	69,38	760	84,57	781	87,32	802	87,74	823	87,16	844	86,08	865	84,79	886	83,23	907	81,39	928	79,14	948	76,50
698	0,68	719	28,81	740	70,68	761	84,85	782	87,37	803	87,72	824	87,11	845	86,04	866	84,70	887	83,14	908	81,28	929	79,05	949	76,36
699	0,93	720	31,19	741	71,90	762	85,11	783	87,38	804	87,72	825	87,07	846	86,00	867	84,67	888	83,05	909	81,17	930	78,93	950	76,22
700	1,26	721	33,57	742	73,06	763	85,35	784	87,43	805	87,72	826	87,03	847	85,92	868	84,60	889	83,00	910	81,10	931	78,79		
701	1,66	722	35,97	743	74,15	764	85,55	785	87,46	806	87,70	827	86,97	848	85,85	869	84,49	890	82,91	911	80,98	932	78,67		
702	2,17	723	38,37	744	75,17	765	85,76	786	87,48	807	87,66	828	86,92	849	85,84	870	84,43	891	82,81	912	80,88	933	78,53		
703	2,78	724	40,77	745	76,13	766	85,94	787	87,50	808	87,64	829	86,92	850	85,74	871	84,37	892	82,71	913	80,78	934	78,42		
704	3,50	725	43,11	746	77,02	767	86,10	788	87,50	809	87,61	830	86,85	851	85,66	872	84,29	893	82,66	914	80,69	935	78,33		
705	4,34	726	45,42	747	77,88	768	86,27	789	87,53	810	87,60	831	86,79	852	85,61	873	84,24	894	82,55	915	80,58	936	78,16		
706	5,31	727	47,68	748	78,65	769	86,39	790	87,53	811	87,53	832	86,74	853	85,59	874	84,13	895	82,45	916	80,47	937	78,03		
707	6,41	728	49,91	749	79,37	770	86,52	791	87,54	812	87,52	833	86,68	854	85,51	875	84,04	896	82,39	917	80,39	938	77,91		
708	7,64	729	52,03	750	80,06	771	86,63	792	87,56	813	87,51	834	86,61	855	85,45	876	83,98	897	82,29	918	80,25	939	77,80		

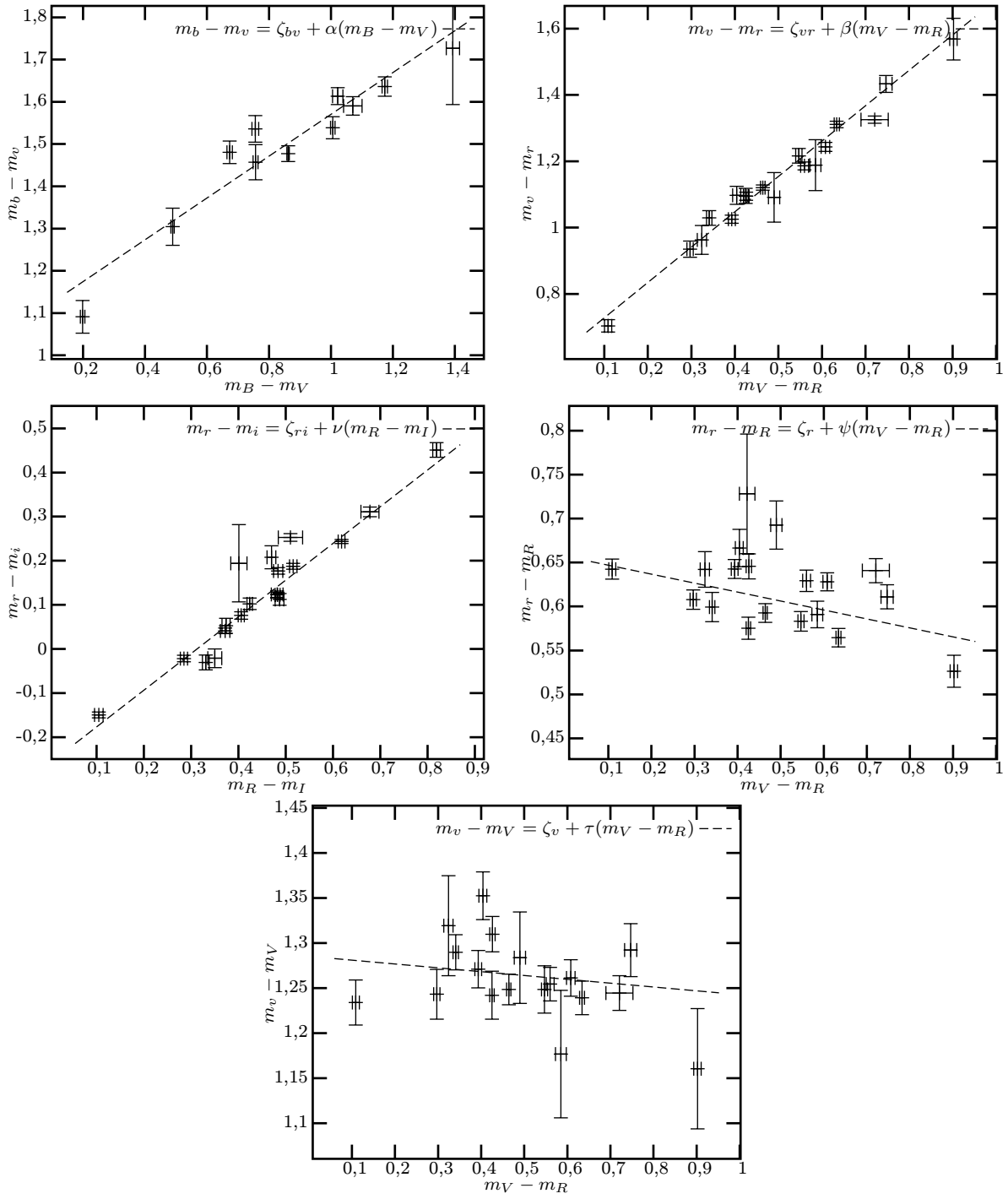
Tabulka P.3: Spektrální propustnost filtru i podle [11]: λ – vlnová délka v nm, T – propustnost v procentech.

λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T	λ	T
562	0,01	592	64,94	622	79,01	652	72,41	682	63,28	712	51,74	742	40,06	772	28,84	802	20,48	832	13,09	862	8,01	892	4,84	922	2,93
563	0,01	593	67,09	623	78,87	653	72,13	683	62,90	713	51,36	743	39,68	773	28,50	803	20,18	833	12,88	863	7,88	893	4,76	923	2,88
564	0,02	594	68,97	624	78,72	654	71,85	684	62,53	714	50,95	744	39,30	774	28,15	804	19,90	834	12,66	864	7,74	894	4,69	924	2,84
565	0,04	595	70,63	625	78,56	655	71,57	685	62,15	715	50,57	745	38,91	775	27,80	805	19,64	835	12,47	865	7,63	895	4,60	925	2,79
566	0,06	596	72,07	626	78,38	656	71,27	686	61,77	716	50,18	746	38,51	776	27,46	806	19,35	836	12,27	866	7,50	896	4,53	926	2,75
567	0,11	597	73,32	627	78,20	657	71,02	687	61,40	717	49,77	747	38,13	777	27,11	807	19,08	837	12,07	867	7,38	897	4,46	927	2,71
568	0,19	598	74,38	628	78,02	658	70,73	688	61,02	718	49,40	748	37,75	778	26,78	808	18,81	838	11,88	868	7,26	898	4,38	928	2,66
569	0,33	599	75,33	629	77,83	659	70,44	689	60,63	719	49,01	749	37,37	779	26,45	809	18,55	839	11,70	869	7,13	899	4,31	929	2,61
570	0,55	600	76,13	630	77,63	660	70,15	690	60,25	720	48,61	750	36,99	780	26,11	810	18,29	840	11,51	870	7,01	900	4,23	930	2,57
571	0,90	601	76,81	631	77,42	661	69,85	691	59,88	721	48,22	751	36,60	781	25,78	811	18,02	841	11,32	871	6,90	901	4,16	931	2,53
572	1,45	602	77,39	632	77,21	662	69,57	692	59,50	722	47,83	752	36,22	782	25,45	812	17,74	842	11,14	872	6,78	902	4,09	932	2,48
573	2,26	603	77,89	633	76,99	663	69,27	693	59,13	723	47,44	753	35,84	783	25,13	813	17,49	843	10,97	873	6,68	903	4,02	933	2,45
574	3,41	604	78,31	634	76,81	664	68,99	694	58,75	724	47,05	754	35,46	784	24,80	814	17,25	844	10,78	874	6,56	904	3,95	934	2,41
575	4,96	605	78,65	635	76,60	665	68,69	695	58,35	725	46,66	755	35,07	785	24,48	815	16,98	845	10,60	875	6,44	905	3,90	935	2,37
576	6,97	606	78,93	636	76,37	666	68,42	696	57,98	726	46,27	756	34,70	786	24,15	816	16,74	846	10,44	876	6,33	906	3,82	936	2,33
577	9,49	607	79,16	637	76,17	667	68,12	697	57,59	727	45,87	757	34,32	787	23,84	817	16,49	847	10,27	877	6,23	907	3,76	937	2,30
578	12,52	608	79,34	638	75,92	668	67,83	698	57,21	728	45,49	758	33,94	788	23,52	818	16,25	848	10,10	878	6,13	908	3,70	938	2,26
579	15,99	609	79,49	639	75,69	669	67,55	699	56,82	729	45,10	759	33,58	789	23,21	819	16,00	849	9,94	879	6,03	909	3,64	939	2,22
580	19,89	610	79,60	640	75,48	670	67,26	700	56,43	730	44,71	760	33,20	790	22,90	820	15,76	850	9,77	880	5,93	910	3,58	940	2,18
581	24,12	611	79,65	641	75,23	671	66,97	701	56,04	731	44,32	761	32,83	791	22,58	821	15,51	851	9,61	881	5,83	911	3,52	941	2,14
582	28,52	612	79,71	642	75,00	672	66,67	702	55,66	732	43,94	762	32,46	792	22,29	822	15,28	852	9,46	882	5,73	912	3,46	942	2,11
583	33,00	613	79,71	643	74,76	673	66,40	703	55,26	733	43,54	763	32,09	793	21,98	823	15,05	853	9,30	883	5,64	913	3,40	943	2,08
584	37,48	614	79,69	644	74,51	674	66,10	704	54,87	734	43,15	764	31,72	794	21,68	824	14,83	854	9,15	884	5,55	914	3,34	944	2,04
585	41,85	615	79,68	645	74,25	675	65,80	705	54,47	735	42,78	765	31,36	795	21,38	825	14,58	855	9,01	885	5,45	915	3,29	945	2,02
586	45,97	616	79,63	646	74,00	676	65,47	706	54,08	736	42,40	766	31,00	796	21,09	826	14,37	856	8,85	886	5,35	916	3,23	946	1,98
587	49,88	617	79,55	647	73,74	677	65,13	707	53,70	737	41,99	767	30,63	797	20,80	827	14,15	857	8,71	887	5,27	917	3,19	947	1,95
588	53,50	618	79,45	648	73,47	678	64,78	708	53,30	738	41,62	768	30,28	798	20,51	828	13,93	858	8,57	888	5,18	918	3,13	948	1,93
589	56,82	619	79,39	649	73,20	679	64,42	709	52,91	739	41,23	769	29,91	799	21,32	829	13,71	859	8,43	889	5,10	919	3,07	949	1,89
590	59,81	620	79,27	650	72,93	680	64,04	710	52,51	740	40,84	770	29,55	800	21,03	830	13,50	860	8,28	890	5,01	920	3,03	950	1,86
591	62,51	621	79,14	651	72,68	681	63,66	711	52,13	741	40,46	771	29,20	801	20,75	831	13,28	861	8,15	891	4,93	921	2,98		

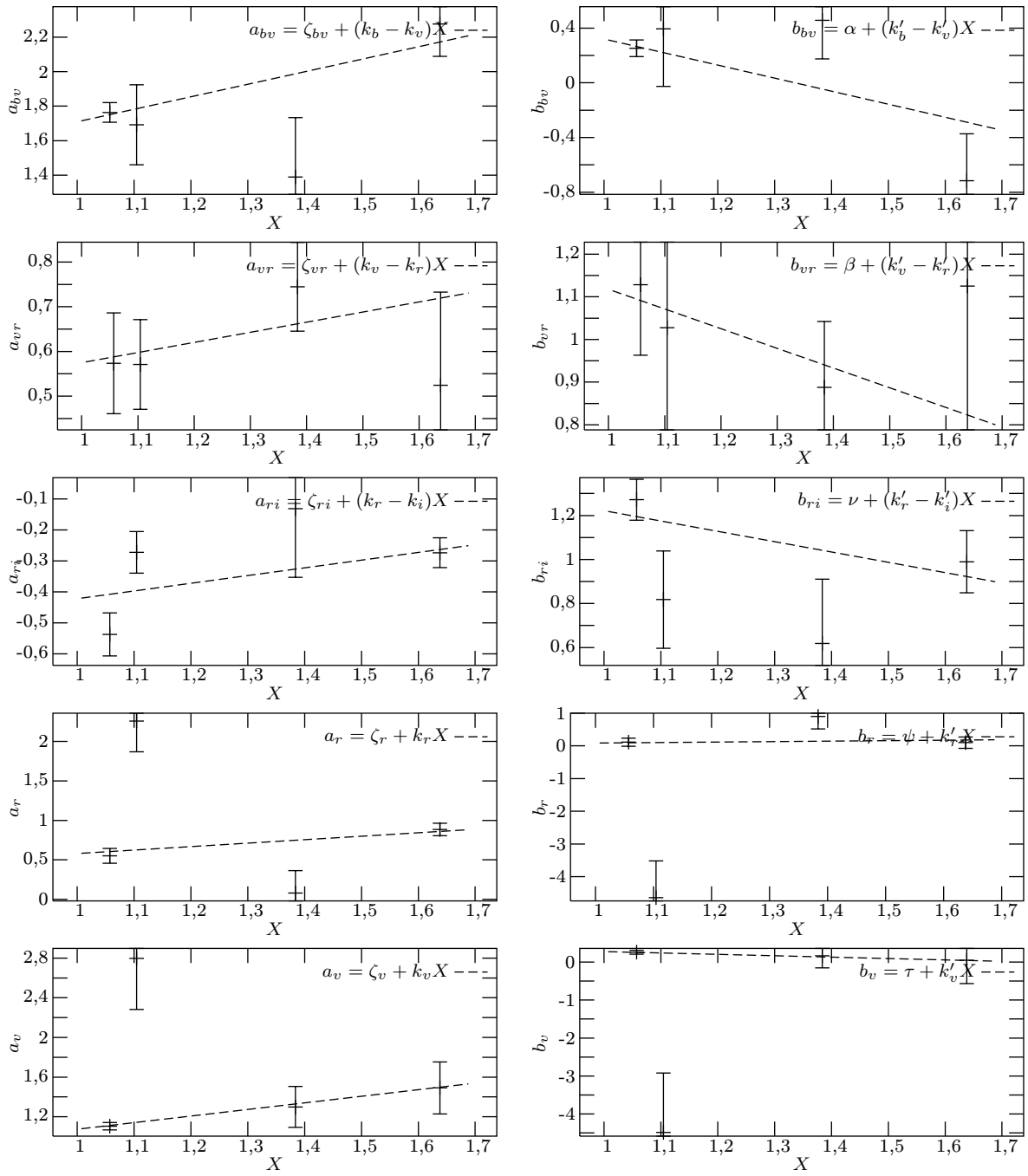
Tabulka P.4: Spektrální propustnost filtru r podle [11]: λ – vlnová délka v nm, T – propustnost v procentech.

Hvězda	α			δ			m_B	σ_B	m_V	σ_V	m_R	σ_R	m_I	σ_I
3C 66A:														
1	2^h	22^m	$25{,}07^s$	42°	59'	21,9"	16,842	0,021	15,448	0,005	14,701	0,013	14,023	0,014
3	2	22	46,12	43	00	17,8	14,984	0,008	13,810	0,003	13,176	0,005	12,558	0,005
4	2	22	25,60	43	00	31,2	17,407	0,021	16,321	0,011	15,736	0,006	15,249	0,007
5	2	22	29,67	43	01	16,8	16,830	0,020	16,269	0,008	15,945	0,007	15,595	0,013
6	2	22	24,19	43	01	27,0	16,277	0,012	15,309	0,007	14,749	0,006	14,267	0,011
9	2	22	47,24	43	02	11,4	16,354	0,015	15,800	0,005	15,459	0,004	15,128	0,006
10	2	22	48,11	43	02	24,4	17,980	0,041	17,200	0,015	16,778	0,010	16,377	0,014
12	2	22	35,29	43	02	55,7	17,390	0,013	16,482	0,011	15,992	0,007	15,522	0,006
13	2	22	30,83	43	03	14,5	15,211	0,016	14,189	0,004	13,581	0,009	13,097	0,004
14	2	22	55,07	43	03	15,1	13,007	0,007	12,809	0,002	12,700	0,008	12,595	0,004
15	2	22	01,04	43	03	24,6	15,136	0,023	14,065	0,019	13,344	0,025	12,834	0,006
16	2	22	28,39	43	03	40,7	14,890	0,007	14,217	0,005	13,824	0,006	13,452	0,008
17	2	22	46,14	43	03	42,9	17,766	0,029	16,362	0,005	15,460	0,007	14,641	0,004
19	2	22	25,60	43	04	08,8	13,721	0,004	12,859	0,001	12,395	0,005	11,912	0,001
21	2	22	45,13	43	04	19,6	15,786	0,006	14,780	0,004	14,233	0,006	13,717	0,005
22	2	22	30,59	43	05	00,8	16,616	0,011	15,959	0,006	15,555	0,007	15,181	0,005
23	2	22	44,00	43	05	29,1	14,119	0,005	13,630	0,002	13,333	0,007	13,048	0,003
24	2	22	47,23	43	06	00,1	15,088	0,011	14,332	0,002	13,907	0,005	13,501	0,004
25	2	22	38,43	43	06	14,5	15,833	0,007	15,076	0,004	14,650	0,005	14,226	0,003
PKS 0528+134:														
1	5	31	01,60	13	29	19,2	17,444	0,003	16,175	0,003	15,390	0,009	—	—
2	5	30	41,90	13	30	06,0	15,271	0,024	13,638	0,049	12,617	0,077	—	—
3	5	31	06,95	13	30	05,0	17,901	0,180	16,901	0,009	16,235	0,010	15,472	0,009
4	5	30	54,72	13	30	07,5	18,686	0,012	17,429	0,013	16,619	0,022	15,824	0,038
5	5	31	09,76	13	30	29,9	18,443	0,064	17,552	0,014	16,878	0,007	16,272	0,039
11	5	30	39,09	13	31	18,9	18,830	0,504	16,376	0,160	16,055	0,070	—	—
12	5	31	01,48	13	31	30,5	17,441	0,005	16,226	0,003	15,479	0,011	14,664	0,005
13	5	31	00,16	13	31	34,7	19,071	0,032	17,503	0,005	16,532	0,013	—	—
18	5	30	51,18	13	32	14,7	17,330	0,004	16,064	0,003	15,277	0,011	14,465	0,004
19	5	30	43,75	13	32	36,2	18,506	0,020	17,128	0,012	16,284	0,006	0,000	0,000
20	5	30	47,45	13	32	54,6	19,010	0,008	17,716	0,009	16,929	0,016	16,070	0,017
21	5	31	05,97	13	33	26,2	16,674	0,002	15,434	0,007	14,676	0,013	—	—
22	5	30	53,33	13	33	36,3	15,913	0,003	14,699	0,003	13,947	0,012	13,139	0,001
23	5	30	40,29	13	34	05,1	17,386	0,330	16,585	0,131	16,537	0,107	—	—
24	5	31	06,27	13	34	12,9	18,654	0,039	17,429	0,013	16,696	0,011	15,891	0,017
25	5	30	52,65	13	34	40,9	14,105	0,002	13,255	0,005	12,827	0,037	12,292	0,069
28	5	30	50,69	13	35	30,3	17,414	0,055	15,888	0,003	14,958	0,002	—	—
S5 0716+714:														
1	7	21	13,99	71	17	09,6	14,616	0,010	13,944	0,011	13,472	0,007	13,306	0,038
2	7	22	06,78	71	16	52,0	16,811	0,064	16,094	0,051	15,285	0,060	14,717	0,043
3	7	21	22,50	71	17	25,3	16,097	0,015	15,550	0,011	15,087	0,012	14,708	0,041
5	7	22	28,15	71	17	37,6	14,705	0,001	14,121	0,005	13,727	0,017	13,419	0,007
6	7	22	10,62	71	17	50,3	16,621	0,008	16,028	0,013	15,653	0,023	15,265	0,031
7	7	22	31,53	71	17	50,3	16,913	0,114	16,253	0,046	15,841	0,032	15,556	0,045
8	7	21	52,34	71	18	17,6	13,044	0,001	12,475	0,047	12,133	0,051	11,802	0,055
9	7	21	41,26	71	19	11,6	15,685	0,012	15,025	0,009	14,654	0,001	14,296	0,012
10	7	21	33,42	71	19	21,7	12,044	0,024	11,593	0,099	11,297	0,105	10,993	0,111
11	7	21	54,40	71	19	21,3	14,152	0,001	13,552	0,004	13,189	0,010	12,855	0,002
13	7	22	21,78	71	19	41,8	17,481	0,025	16,357	0,016	15,661	0,017	15,115	0,013
15	7	21	16,11	71	20	16,4	15,732	0,005	15,023	0,003	14,614	0,002	14,234	0,003
17	7	21	23,96	71	21	28,3	16,438	0,003	15,889	0,004	15,561	0,040	15,238	0,008
18	7	22	12,62	71	21	15,1	14,246	0,002	13,641	0,003	13,300	0,003	12,972	0,001
21	7	21	31,41	71	23	25,5	16,326	0,008	15,595	0,009	15,154	0,004	14,768	0,003
23	7	22	18,00	71	23	34,4	13,684	0,001	13,221	0,001	12,941	0,001	12,656	0,001
3C 273:														
1	12	29	13,19	2	0	09,6	16,022	0,006	15,241	0,012	14,752	0,003	14,359	0,011
2	12	29	08,40	2	0	20,1	13,361	0,005	12,718	0,012	12,283	0,005	11,894	0,011
4	12	29	02,88	2	2	17,2	16,018	0,009	14,982	0,023	14,211	0,008	13,627	0,009
5	12	29	17,50	2	3	01,8	16,440	0,018	15,504	0,003	14,916	0,003	14,429	0,011
6	12	29	03,28	2	3	18,6	14,125	0,002	13,570	0,019	13,180	0,007	12,846	0,008
7	12	29	07,82	2	3	35,2	18,489	0,025	16,960	0,020	15,903	0,015	14,842	0,006
8	12	28	49,63	2	4	30,6	16,278	0,009	15,576	0,028	14,968	0,007	14,653	0,040
11	12	28	50,94	2	6	30,9	13,164	0,011	12,711	0,018	12,309	0,002	12,042	0,003
PG 1351+640:														
1	13	53	08,87	63	41	25,7	15,614	0,006	—	—	—	—	—	—
2	13	53	27,07	63	41	41,4	14,303	0,019	—	—	—	—	—	—
3	13	53	15,31	63	42	11,9	15,891	0,049	14,388	0,013	13,307	0,004	12,297	0,017
5	13	53	11,22	63	44	01,1	16,293	0,011	15,756	0,005	15,336	0,007	14,875	0,071
6	13	52	54,46	63	44	21,0	15,608	0,009	14,716	0,002	14,196	0,004	13,715	0,006
10	13	53	38,27	63	45	57,9	15,983	0,015	15,319	0,002	14,848	0,008	14,539	0,010
13	13	53	48,99	63	46	16,0	17,725	0,451	16,158	0,065	15,316	0,021	14,586	0,106
15	13	53	41,63	63	47	40,8	13,066	0,011	12,652	0,020	12,404	0,017	11,860	0,031
18	13	53	20,19	63	49	08,6	17,284	0,041	16,763	0,004	16,220	0,029	15,796	0,042
19	13	53	15,49	63	49	18,5	14,399	0,006	13,192	0,010	12,484	0,001	11,834	0,029

Tabulka P.5: Standardní hvězdy: souřadnice (k ekvinokciu 2000,0), hvězdné velikosti a jejich chyby pro jednotlivá pole (podle [4]).



Obrázek P.1: Ukázka typického zpracování naměřených dat – pozorování pole 3C 66A z 30. 10. 2005. Grafy pořadě znázorňují závislostí (3.6)–(3.10).



Obrázek P.2: Určení extinkčních koeficientů, proložení závislostí transformačních koeficintů a, b z 20. 3. 2006 na odpovídající vzdušné hmotě X.

Literatura

[1] Anděl, J., *Statistické metody*, Praha, Matfzypress, 1993.

[2] Eco, U., *Jak napsat diplomovou práci*, Olomouc, Votobia, 1997, (z italského originálu přeložil Seidl, I.).

[3] Feynman, R. P., Leighton, R. B., Sands, M., *Feynmanovy přednášky z fyziky*, Havlíčkův Brod, FRAGMENT, 2000, (z anglického originálu přeložili Jodas, M., Štoll, I.).

[4] González-Pérez J. N., Kidger M. R., Martín-Luis F., *Optical and near-infrared calibration of AGN field stars: an all-sky network of faint stars calibrated on the Landolt system*, The Astronomical Journal, 122: 2055–2098, 2001.

[5] Harmanec, P., *Základy astronomie a astrofyziky II*, 2005.

[6] Hroch, F., *Computer Programs for CCD photometry*, Proceedings of the 29$^{\text{th}}$ Conference on Variable Star Research, Brno, 1997.

[7] Landolt, A. U., *UBVRI Photometric standard stars in the magnitude range 11.5 < V < 16.0 around the celestial equator*, The Astronomical Journal, 104: 340–491, 1992.

[8] Mikulášek, Z., *Metoda nejmenších čtverců a její aplikace*, studijní materiál.

[9] Mikulášek, Z., Krtička J., *Úvod do fyziky hvězd a hvězdných soustav*, ÚTFA PřF MU, Brno, 2005.

[10] Moro, D., Munari, U., *ADPS: The Asiago Database on Photometric Systems*, http://ulisse.pd.astro.it/ADPS/.

[11] Navrátil, K., soukromé sdělení, 2000.

[12] http://www.physics.muni.cz/mb/nightview/.

[13] Rektorys, K. a spolupracovníci, *Přehled užité matematiky I* (*II*), Praha, Prometheus, 2003 (2000).

[14] Rybicki, G. B., Lightman, A. P., *Radiative Processes in Astrophysics*, New York, John Wiley & Sons, 1979.

[15] http://www.sbig.com/.

[16] Sterken, Chr., Manford, J., *Astronomical Photometry (A Guide)*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1992.

Tento dokument byl vysázen typografickým systémem LaTeX.