

**MASARYKOVA UNIVERZITA  
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY**

# **Bakalářská práce**

**BRNO 2012**

**JAROSLAVA KOCKOVÁ**



**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



# **Fotometrická analýza galaxií**

Bakalářská práce

**Jaroslava Kocková**

**Vedoucí práce: Mgr. Filip Hroch, Ph.D.      Brno 2012**

# Bibliografický záznam

<b>Autor:</b>	Jaroslava Kocková Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
<b>Název práce:</b>	Fotometrická analýza galaxií
<b>Studijní program:</b>	Aplikovaná fyzika
<b>Studijní obor:</b>	Astrofyzika
<b>Vedoucí práce:</b>	Mgr. Filip Hroch, Ph.D.
<b>Akademický rok:</b>	2011/2012
<b>Počet stran:</b>	viii + 34
<b>Klíčová slova:</b>	eliptické galaxie; spirální galaxie; fotometrie; de Vaucouleursův zákon; NFW profil; metoda nejmenších čtverců

# Bibliographic Entry

**Author:**

Jaroslava Kocková  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

**Title of Thesis:** On Photometric Analysis Of Galaxies

**Degree Programme:** Applied Physics

**Field of Study:** Astrophysics

**Supervisor:** Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

**Academic Year:** 2011/2012

**Number of Pages:** viii + 34

**Keywords:** elliptical galaxies; spiral galaxies; photometry; deVaucouleurs law;  
NFW profile; least squares method

# Abstrakt

V této práci se zabýváme fotometrií eliptických a spirálních galaxií. V první části se věnujeme historii pozorování a vlastnostem galaxií a modelování galaxií pomocí různých fotometrických profilů. Ukazuje se, že některé galaxie umíme dobře popsat pomocí deVaucouleursova zákona, jiné pomocí NFW modelu. Charakteristiky zjištěné z těchto profilů, jako například efektivní poloměr, jsme zjišťovali pro pět různých galaxií – dvě eliptické, jednu slupkovou a dvě spirální galaxie. V poslední části nás zajímalo stanovení hmotnosti jedné z galaxií a určování poměru hmotnosti k zářivému výkonu galaxie v závislosti na vzdálenosti od centra. Z tohoto poměru sa pokusíme zjistit zda galaxie obsahuje temnou hmotu.

# Abstract

In this thesis we study the photometry of elliptical and spiral galaxies. In the first part we concern with the history of the observations and the properties of the galaxies and their modeling using different photometric profiles. It turns out that some of the galaxies can be well described by the deVaucouleurs law, others by NFW model. We have studied the characteristics obtained from these profiles, such as effective radius, for five different galaxies – two ellipticals, one shell galaxy and two spiral galaxies. We wanted to determine the mass of the one particular galaxy and the mass-to-light ratio depending on the distance from the center. We will try to determine whether the galaxy contains dark matter or not.



Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Student** : Jaroslava Kocková

**Studijní program** : Aplikovaná fyzika

**Studijní obor** : Astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:

**Fotometrická analýza galaxií**

**On Photometric Analysis Of Galaxies**

Práce bude napsána v jazyce slovenském.

### *Zásady pro vypracování:*

Pokrok ve vývoji metod plošné fotometrie nám dává do rukou silné nastroje pro analýzu obrazů galaxií s vysokým prostorovým rozlišením, jež jsou nám umožněny moderní experimentální technikou v různých oborech spektra. Detailní studium obrazu je jedna za mála cest k poznání galaktické dynamiky nebo studiu rozložení svítivé i temné hmoty v galaxiích. Fotometrická analýza tak ve spojení s ostatními metodami galaktické astronomie poskytuje silný nástroj studia galaxií. Cílem této práce je fotometrické studium galaxií. Ke úspěšnému zvládnutí práce je tak třeba běžná rutina v použití základních metod zpracování obrazu, matematické statistiky a příslušných fyzikálních oblastí.

*Vedoucí bakalářské práce* : Mgr. Filip Hroch, Ph.D.

*Datum zadání bakalářské práce* : září 2011

*Datum odevzdání bakalářské práce* : dle harmonogramu ak. roku 2011/2012

V Brně dne 7. 12. 2011

*von Unge*  
Prof. Rikard von Unge, Ph.D.  
ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky  
PřF MU

Zadání bakalářské práce převzal dne:

14. 12. 2011

Podpis studenta

*K. Kocková*

# **Poděkování**

Najväčšie poděkovanie patrí vedúcemu tejto práce Filipovi, za jeho ochotu, trpežlivosť pri boji s Pythonom, užitočné rady a venovaný čas, ktorý si našiel vždy, keď som potrebovala. Ďalej by som chcela poděkovať celej mojej rodine, ktorá nikdy mi neprestala veriť a najmä mamke za korekciu gramatiky.

# **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 21. mája 2012

.....

Jaroslava Kocková

# Obsah

<b>Kapitola 1. Galaxie .....</b>	<b>1</b>
1.1 História .....	1
1.1.1 Vesmírne ostrov .....	1
1.1.2 Hľadač komét a tí druhí .....	1
1.1.3 Klasifikácia galaxií .....	2
1.2 Eliptické galaxie .....	4
1.2.1 Triedy eliptických galaxií .....	4
1.3 Špirálne galaxie .....	8
<b>Kapitola 2. Fotometrická analýza galaxií .....</b>	<b>10</b>
2.1 Fotometria v astronómii .....	10
2.2 Plošná fotometria .....	11
2.2.1 DeVaucouleursov zákon .....	12
2.2.2 NFW profil .....	13
2.3 Modelovanie galaxií .....	13
2.3.1 Matematický popis elipsy .....	13
2.3.2 Logaritmická špirála .....	14
2.4 Metóda najmenších štvorcov .....	14
2.5 Pozorovacie dát .....	15
2.5.1 HST .....	15
2.5.2 Monte Boo Observatory .....	16
<b>Kapitola 3. Výsledky spracovania snímok .....</b>	<b>17</b>
3.1 M87 .....	17
3.1.1 Výsledky .....	17
3.1.2 Určenie hmotnosti .....	19
3.2 NGC 205 .....	23
3.2.1 Výsledky .....	23
3.3 NGC 3923 .....	25
3.3.1 Výsledky .....	25
3.4 M51 .....	25
3.4.1 Výsledky .....	26
3.5 NGC 3631 .....	27
3.5.1 Výsledky .....	27
<b>Zoznam použitých zdrojov .....</b>	<b>33</b>

# Úvod

Hoci sú galaxie najväčšími útvarmi vo vesmíre, sú od nás tak nepredstaviteľne vzdialené, že len pár najjasnejších a najbližších zhliadneme voľným okom. Ich skutočná povaha bola potvrdená až začiatkom 20. storočia, no skutočne neoceniteľné poznatky o nich získavame z Hubblovho vesmírneho ďalekohľadu. Vďaka nemu vieme, že galaxie, kedysi považované za slabé hmloviny, majú rôzne tvary a komplikované štruktúry, napríklad slupky okolo eliptických galaxií alebo veľkolepé ramená vychádzajúce zo špirálnych galaxií.

Štúdium vlastností vzdialených galaxií nám môže pomôcť pri skúmaní našej Galaxie či celého vesmíru. Informácie o nich dostávame v niektorých prípadoch jedine z plošnej fotometrie, ktorou sa zaoberá aj táto práca. Využívame k tomu údaje práve z Hubblovho ďalekohľadu a ďalekohľadu z MonteBoo observatory. Plošné rozloženie jasnosti potom možno popísť niekoľkými modelmi, ako sa dozvieme v nasledujúcich kapitolách.

Jednou zo základných vlastností galaxií je aj ich hmotnosť a práve tou sa budeme v tejto práci zaoberať. Pomocou nej totiž môžeme určiť pomer hmoty k „svetlu“, teda k žiarivému výkonu galaxie a zistiť tak napríklad, či galaxia obsahuje temnú hmotu a ak áno, v ktorých častiach sa sústredí uje.

# Kapitola 1

## Galaxie

### 1.1 História

Hoci dnes nie je ľahké zhliadnuť nočnú oblohu bez vplyvu umelého osvetlenia, stále existujú miesta, kde sa nám takýto pohľad môže naskytnúť. Ak sa nám podarí na také miesto dostať, určite nám neunikne svit bledého pásu tiahnuceho sa cez celú oblohu.

V antickom Grécku si vznik tohoto pásu vysvetľovali pomocou božskej činnosti. V bájach sa hovorí, že v skutočnosti je to materské mlieko bohyne Héry, ktoré sa rozlialo po oblohe, keď kŕmila budúceho hrdinu Hérakla [1]. Slovo galaxia teda pochádza z gréckeho názvu pre mlieko. Pomenovanie pre časť Galaxie viditeľnej na hviezdnej oblohe pochádza zase z rímskeho *Via Lactea*, čiže Mliečna cesta.

Už od tých čias si ľudia kládli otázku, čo je podstatou tohoto pásu svetla, až naď v roku 1610 Galileo namieril ďalekohľad a zistil, že sa skladá z obrovského množstva slabo žiariacich hviezd.

Nasledujúca kapitola bola spracovaná najmä podľa [2] [3].

#### 1.1.1 Vesmírne ostrovy

So zdokonaľovaním optických prístrojov prichádza rozvoj štúdia galaxií. V polovici osemnásteho storočia Immanuel Kant (*General Natural History and Theory of the Heavens*) predpokladal, že rovinná štruktúra Galaxie vznikla pôsobením príťažlivej gravitačnej sily, tak ako je tomu v prípade Slnečnej sústavy, ale v omnoho väčšom meradle. Gravitačná sila pôsobí na hviezdy presne tak ako na Slnko a jeho planéty a preto by aj hviezdy v Galaxii mali nadobudnúť rotujúcu štruktúru v tvare disku zaujímajúcu vymedzený priestor.

Kant vyslovil myšlienku, že Galaxia nemusí byť jediným takýmto zoskupením a niektoré slabé eliptické hmloviny možu byť systémami podobnými našej Galaxii – vesmírnymi ostrovmi (*island universes*).

#### 1.1.2 Hľadač komét a tí druhí

Ku koncu osemnásteho storočia čoraz viac ľudí zacielilo svoje ďalekohľady k oblohe, medzi nimi aj Charles Messier, známy astronóm a lovec komét. Kvôli potrebe odlišiť kométy od stálych hmlovín, zostavil katalóg obsahujúci 103 objektov. Dnes tento katalóg pozostáva zo 110 položiek. Meno každej z nich začína písmenom M a za ním nasleduje poradové číslo v katalógu. Napriek tomu, že väčšina objektov je skutočne hmlovinami (napríklad hmlovina v Orióne M42) a hviezdomi (Plejády M45), podstata ostatných, ako hmlovina v Androméde M31, bola stále skrytá.

Ďalší katalóg hmlovín zostavil William Herschel so sestrou Caroline a neskôr bol rozšírený jeho synom Johnom. V priebehu pozorovania zaznamenali takmer 5000 hmlovín. V ich teleskope

sa svetlo niektorých najbližších hmlovín rozpadlo na jednotlivé body, čo Herschla presvedčilo, že mnohé z hmlovín mohli byť Kantovými ostrovmi vesmíru, pretože tie sa pri dostatočne dobrých pozorovaniach mali javiť ako hviezdy.

Herschelov originálny zoznam hmlovín bol priebežne dopĺňovaný, až v roku 1888 John Louis Emil Dreyer vydal katalóg 7840 objektov nazvaný *New General Catalogue*. Položky v ňom sú označované písmenami NGC a číslom opäť podľa poradia v katalógu. Následne Dreyer tento katalóg doplnil ďalšími 5086 objektmi, ktoré vytvorili *Index Catalogue*, skrátene IC.

William Parsons v roku 1845 postavil vtedy najväčší teleskop na svete. *Leviathan*, ako bol nazývaný, meral 1,8 m a bol schopný po prvýkrát rozpoznať špirálovitú štruktúru v niektorých hmlovinách. Stavba víru naznačovala, že tieto špirálne hmloviny môžu rotovať, presne podľa Kantomovej myšlienky.

Na potvrdenie, že špirálne galaxie sú skutočne vesmírnymi ostrovmi, sa muselo čakať do roku 1923, kedy Edwin Hubble na Mount Wilsone pomocou sto palcového ďalekohľadu detekoval cefidey (pulzujúce premenné hviezdy) v M31. Pomocou nej bol schopný určiť modul vzdialenosť  $m - M$  a odtiaľ zistil ako je od nás vzdialená. Hubbalom vypočítaná hodnota 285 kpc je súčasťou 2,7 – krát menšia ako dnešná odhadovaná vzdialenosť, to však stačilo ako dôkaz, že Veľká hmlovina v Andromede nie je prvkom našej Galaxie, ale podobným hviezdnym systémom.

### 1.1.3 Klasifikácia galaxií

Počet objavených galaxií stále narastal, preto bolo nutné zaviesť klasifikáciu podľa ich prirodzenej charakteristiky. V knihe *The Realm of the Nebulae*, Hubble predložil návrh kategorizovať galaxie podľa ich vzhľadu. Delia sa na eliptické (E), špirálne (S) a na nepravidelné (Irr). Špirálne sa ďalej triedia na normálne špirálne galaxie (S alebo SA) a špirálne s priečkou (SB). Prechodným typom galaxií medzi eliptickými a špirálnymi sú takzvané šošovkovité (lentikulárne) galaxie (normálne S0, s priečkou SB0).

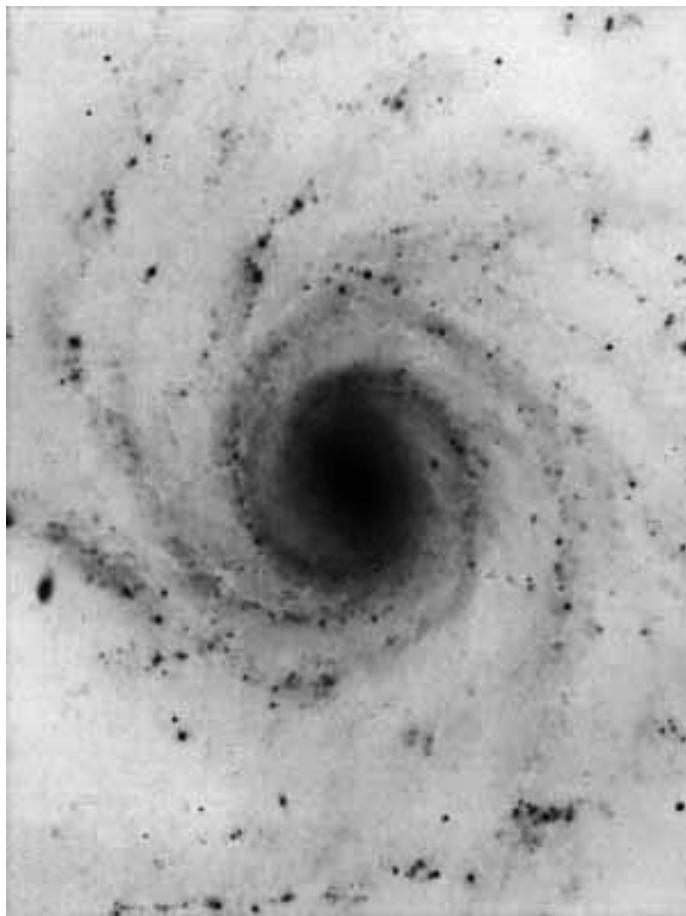
Táto klasifikácia býva označovaná ako Hubblova sekvencia (alebo podľa jej tvaru *Hubble tuning-fork diagram*). Hubble sa domnieval, že táto sekvencia môže naznačovať vývoj galaxií, preto galaxie nachádzajúce sa v diagrame naľavo označil ako *skorého typu*, tie napravo *pozdného typu*. Neskôr sa ukázalo, že toto delenie nie je správne.

#### Eliptické galaxie

Tvary eliptických galaxií sa menia od kruhových až po veľmi pretiahnuté, preto sa vytvorilo presnejšie označovanie typu En, kde n sa vypočíta pomocou vzťahu (1.1). Sférické galaxie majú teda označenie E0, sploštené E7, galaxie s  $n > 7$  nikdy neboli pozorované.

#### Špirálne galaxie

Špirálne galaxie pozostávajú z plochého rotujúceho disku zloženého z veľkého množstva hviezd, plynu a prachu a nápadnej jasnej centálnej výdute. Disk galaxie obsahuje viac či menej výrazné špirálne štruktúry – špirálne ramená. Ramená častokrát nevychádzajú priamo z centra, ale z koncov priečky, otáčajúcej sa spolu s jadrom.



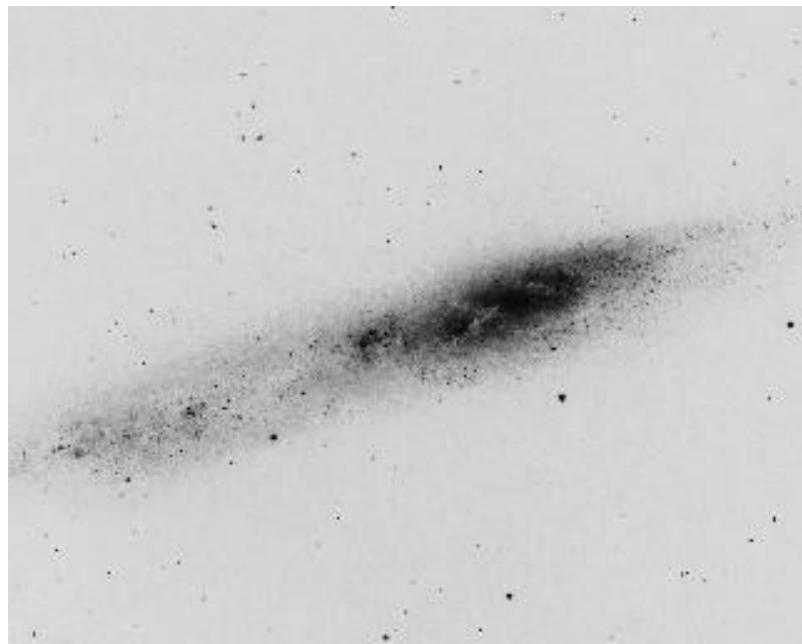
Obr. 1.1: Špirálna galaxia NGC 1232

### Nepravidelné galaxie

Zvyšné galaxie nespadajúce do žiadnej z vyššie uvedených kategórií boli rozdelené do dvoch skupín: Irr I ak sa v galaxiách nachádzal aspoň náznak nejakej štruktúry a Irr II, kam sa zaraďovali objekty bez akejkoľvek organizácie.

Neskôr bolo rozdelenie navrhnuté Hubblem pozmenené, Gerard de Vaucouleurs nesúhlasil s triedením špirálnych galaxií a rozšíril ho o triedy Sd (SBd), Sm (SBm) a Im, kam presunul galaxie, ktoré predtým patrili do triedy Irr I. Nepravidelné galaxie označoval jednoducho Ir. Navrhovalo sa, aby bol tento typ označovaný skôr ako amorfny, pretože tieto objekty nemajú žiadnu nápadnú štruktúru. De Vaucouleurs tiež požadoval, aby sa normálne špirálne galaxie značili SA, galaxie so slabými priečkami SAB a galaxie s priečkou SB. Typy galaxií od triedy Sd sa zvyknú nazývať aj trpasličími galaxiami.

Ďalšie delenie zaviedol Sidney van den Bergh. Takzvané luminózne triedy pre špirálne galaxie boli označované rímskymi číslami I až V, pri čom I reprezentovali galaxie s dobre viditeľnými ramenami.



Obr. 1.2: Nepravidelná galaxia NGC 55

## 1.2 Eliptické galaxie

Eliptické galaxie, ako už ich názov naznačuje, sú pravidelnými galaxiami majúcimi tvar elipsoidu obecne s tromi rozdielnymi osami. Rozloženie hviezd je symetrické a ich hustota smerom od centra rovnomerne klesá. Po premietnutí na oblohu vždy vykazujú tvar kruhu (E0) alebo elipsy (E1–E7), ktorej sploštenie – elipticitu vyjadruje bezrozmerné číslo určené vzťahom:

$$e = 1 - \frac{b}{a}, \quad (1.1)$$

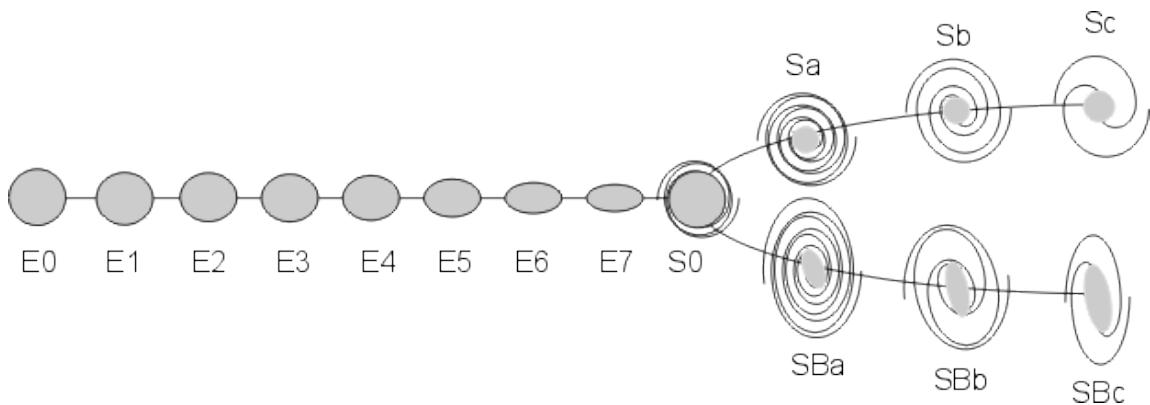
$a$  je hlavná poolos,  $b$  vedľajšia poloos elipsy.

Zatiaľ čo tvar špirálnych galaxií súvisí s rotáciou disku, u eliptických galaxií je táto zložka pohybu zanedbateľná a vo výraznej miere sa prejavuje náhodný pohyb hviezd. Hviezdy, ktoré majú vačšiu rýchlosť, sú schopné sa dostať do väčších vzdialenosí skôr než ich pritiaňne gravitácia a vytvárajú tak v smere svojho pohybu pozdĺžnu os.

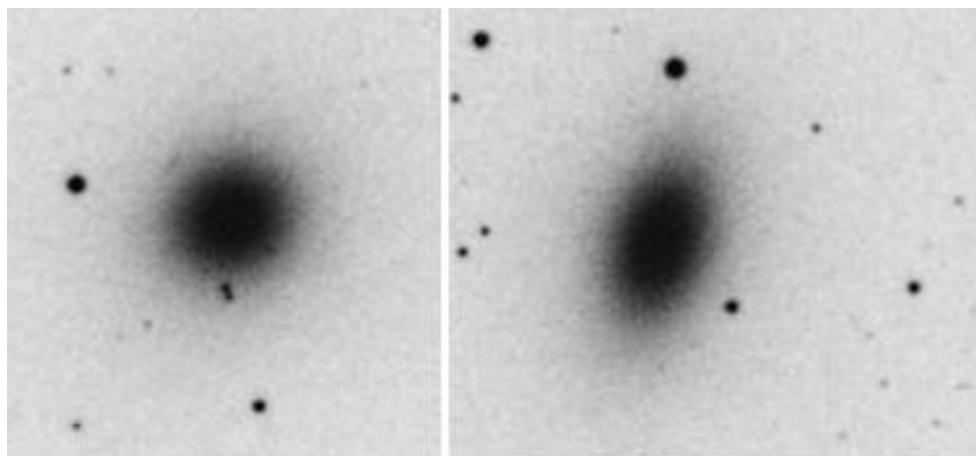
Hoci sa v eliptických galaxiách nevyskytuje takmer žiadna výrazná štruktúra medzihviezdnej hmoty, niekedy v nich možno pozorovať určité tvary, dokonca bol objavený náznak disku ako u špirálnych galaxií. Bez medzihviezdneho materiálu v galaxiách nemôžu vznikať žiadne hviezdy, preto eliptické galaxie obsahujú iba staré hviezdy populácie II. Existuje však spôsob, ako v nich nové hviezdy môžu vznikať. Materiál na ich tvorbu získajú pohltením inej galaxie. Získaná hmota sa približuje k centru galaxie a gravitácia ju premení na mladé masívne hviezdy. [4] [5] [6]

### 1.2.1 Triedy eliptických galaxií

Dodnes bol objavený ohromný zastup eliptických galaxií, preto niet divu, že rozsah ich hmotnosti či žiarivých výkonov je tiež veľký. Obrie eliptické galaxie môžu byť aj  $10^{13}$  – krát svietivejšie ako Slnko. Opačným prípadom sú trpasličie eliptické galaxie, ktoré sú slabé, dosahujú len  $10^5$  jasnosťí Slnka.



Obr. 1.3: Hubblova sekvencia galaxií



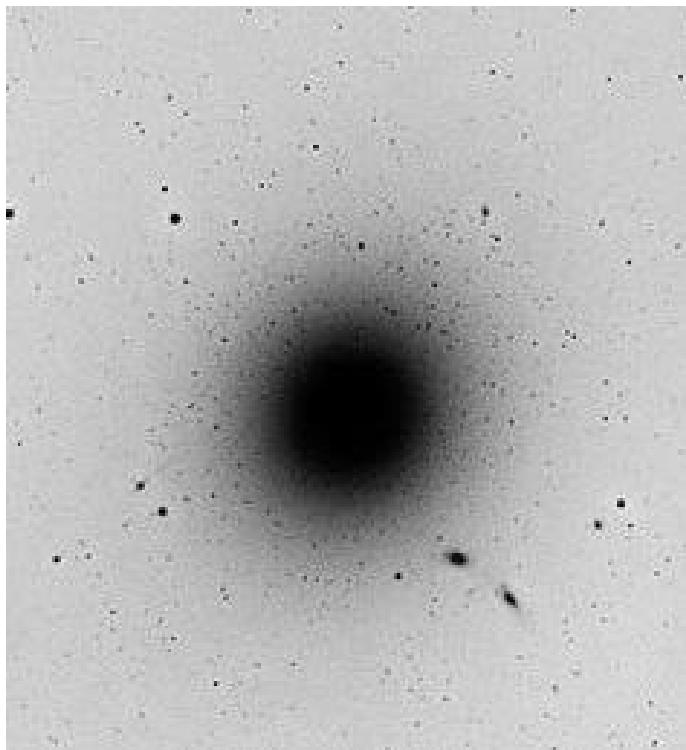
Obr. 1.4: Vľavo galaxia M89 – typ E0, napravo galaxia NGC 4621 – príklad E5

V dôsledku týchto rozdielov sa ukázalo, že triedenie eliptických galaxií podľa Hubblea nie je dostačujúce a vytvorili sa tak triedy nezávislé na ich elipticite. Namiesto toho sa delia podľa iných znakov ako veľkosť, povrchová jasnosť či absolútnej magnitúdy objektu.

### cD galaxie

Najjasnejšie obrovské eliptické galaxie sú označované ako D (majúce veľké difúzne obálky) alebo cD (*central Dominant galaxy*). Vznikajú v oblastiach kôp galaxií s vysokou hustotou prostredia. Ich štruktúra je podobná šošovkovitým galaxiám, no v porovnaní s nimi sú omnoho väčšie. Majú obálky často s polomerom milióna svetelných rokov a mnohé niekoľko jadier, ktoré sú zdrojmi rádiového žiarenia. Príčinou ich vzniku môže byť tzv. galaktický kanibalizmus. Je to proces, pri ktorom veľká galaxia priťahuje menšiu spolu s temnou hmotou. Gravitačná sila veľkej galaxie ju prinúti spomalíť a stráca tak kinetickú energiu. Veľká galaxia sa špirálovito pohybuje k centru kopy, kde sa spojí s plynom a prachom predchádzajúcich galaxií. Rozšírené obálky aj niekoľko jadier tak môžu byť pozostatkom absorbovanej galaxie.

cD galaxie sú veľmi dôležité pre kozmologické štúdium, pretože vzhľadom k ich veľkým žiarivým výkonom ich možno používať ako štandardné sviečky, pomocou ktorých vieme určovať vzdialenosť vo vesmíre.



Obr. 1.5: cD galaxia M87

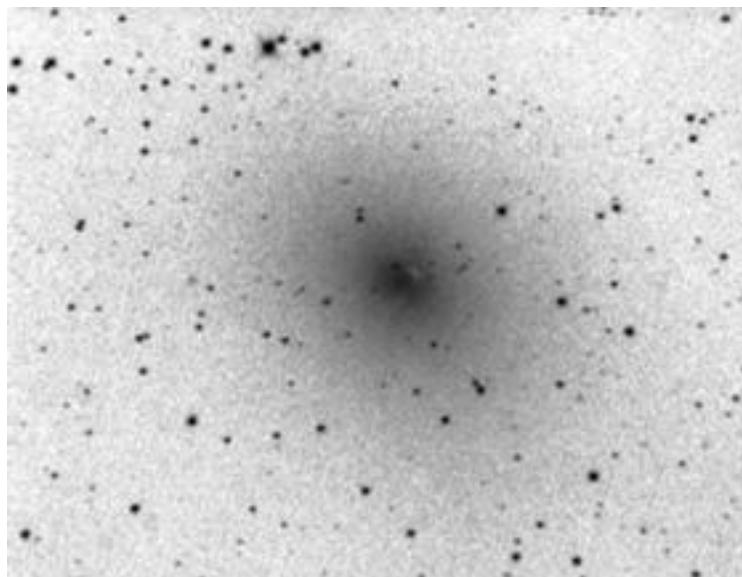
Absolútna magnitúda cD galaxií sa pohybuje v rozmedzí od  $-22$  do  $-25$  mag, hmotnosti  $10^{13} - 10^{14}$  hmotností Slnka. Môžu obsahovať aj tisícky guľových hviezdochôp. Tieto galaxie majú vysoký pomer hmotnosti ku žiarivému výkonu, teda obsahujú vysoké množstvo temnej hmoty. [7]

### Normálne eliptické galaxie

Pod túto triedu patria zhustené objekty s vysokou povrchovou svietivosťou v centre. Do skupiny sa zahŕňajú obrie eliptické (gE, giant ellipticals), stredne žiarivé eliptické (E, intermediate-luminosity ellipticals) a kompaktné eliptické galaxie (cE, compact ellipticals). Majú absolútne magnitúdy od  $-15$  mag do  $-23$  mag, ich hmotnosti sa pohybujú v škále  $10^8 - 10^{13} M_{\odot}$ . Medzi normálne eliptické galaxie sa často zaraďujú aj lenticulárne (S0 a SB0).

### Trpasličie eliptické galaxie

Najpočetnejším typom galaxií vo vesmíre sú práve trpasličie eliptické galaxie (dE). Od galaxií pozdného typu sa odlišujú hladkou nízkou povrchovou jasnosťou, ktorá im tak dodáva difúzny vzhľad. V skutočnosti nie sú menšou verziou normálnych eliptických galaxií, majú fundamentálne odlišnú štruktúru.



Obr. 1.6: Trpasličia eliptická galaxia NGC 185

Ich hmotnosti sa odhadujú na  $10^7 - 10^9 M_{\odot}$  a absolútne hviezdné veľkosti na  $-13$  mag až  $-19$  mag. Na rozdiel od trpasličích nepravidelných galaxií, obsahujú len veľmi málo plynu. Predpokladá sa, že z podobných objektov sa formujú väčšie galaxie. [8]

### Trpasličie sférické galaxie

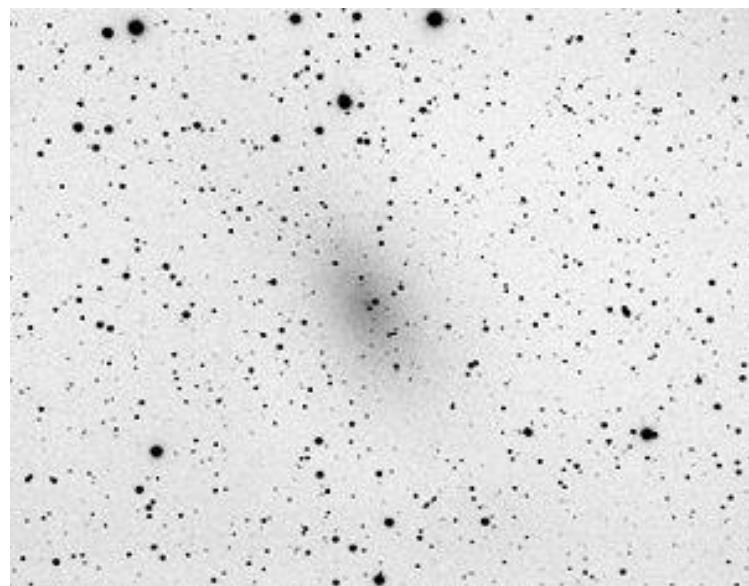
Trpasličie sférické galaxie (dSph) majú extrémne nízke povrchové jasnosti, absolútne magnitúdy len  $-8$  mag až  $-15$  mag, a boli zaznamenané len v oblastiach nedaleko našej Galaxie. Pravdepodobne obsahujú množstvo temnej hmoty, čím výrazne prispievajú k celkovej hmotnosti vesmíru. Sú takmer guľového tvaru bez jadra, no obsahujú komplexnejšie hviezdné populácie než guľové hviezdkopy.

Populácie pozostávajú z dvoch skupín: z hviezd chudobných na kovy a z hviezd stredne starej populácie, ktorej vek sa odhaduje na 10 miliárd rokov. Trpasličie sférické galaxie vykazujú, že v minulosti v nich prebiehalo formovanie hviezd, dnes však už nevykazujú žiadne známky tvorby a obsahujú málo medzihviezdnej hmoty [9].

### Modré kompaktné trpasličie galaxie

Typmi galaxií s najnižšou jasnosťou sú modré kompaktné trpasličie galaxie (BCD), ako už z názvu vyplýva, väčšinou modrej farby (farebný index  $(B - V) = 0,0 - 0,3$ ). Modrý nádych spôsobuje prítomnosť veľkých kôp horúcich hmotných hviezd. Ionizujú okolitý plyn, ktorý žiari prevažne v UV oblasti.

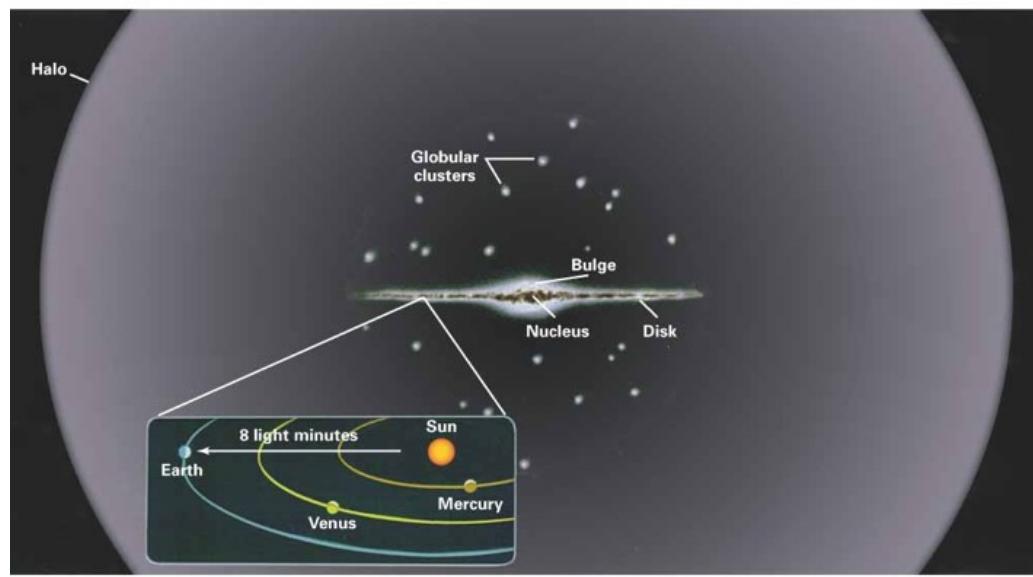
Hviezdy sú mladé, ich vek nepresahuje 10 miliónov rokov a zaraďujeme ich do spektrálneho typu A. Tieto galaxie majú dostatok medzihviezdneho plynu a prachu a aj v súčasnosti sa v nich formujú nové hviezdy. [10]



Obr. 1.7: Trpasličia sférická galaxia NGC 147

### 1.3 Špirálne galaxie

Špirálne galaxie sú tvorené systémom miliárd hviezd. Sú zoskupené do tvaru plochého disku s jasou vypuklou oblasťou – centrálnou výduťou (*bulge*) s jadrom v centre. Okolo disku sa nachádza rozľahlé halo obsahujúce množstvo guľových hviezdochôp.



Obr. 1.8: Štruktúra Galaxie spolu s naznačenou polohou Slnka.

Zo stredu galaxie často vychádzajú špirálne ramená – prípad normálnych špirálnych galaxií (*normal/classic spirals*, typ S). Niekoľko tieto ramená nemusia začínať v centre, ale vychádzajú z koncov takzvanej priečky, preto sa nazývajú špirálnymi galaxiami s priečkou (*barred spirals*, typ SB). Obe skupiny galaxií majú ešte svoje podtypy *a, b, c*, niekoľko aj *d* v závislosti na jasnosti centrálnej výdute, celkovej plošnej jasnosti galaxie a na rozovretí ramien.

Typ Sa sa vyznačuje rozľahlou centrálnou výduľou, má vysokú plošnú jasnosť a malý uhol rozovretia ramien. Sb galaxie sú menej jasné, s menšou výduľou a ramená sa okolo jadra otáčajú voľnejsie. Podobne nasledujú typy Sc a Sd.

Špirálne galaxie s priečkou majú veľmi podobné delenie na typy SBa, SBb, SBc, SBd.

Zvláštnym typom galaxií je skupina S0, ktoré vykazujú niektoré črty eliptických a špirálnych galaxií, preto sa označujú ako prechodný typ medzi oboma druhmi. Majú veľmi jasné jadro s ramenami obtočenými tak tesne, že sú takmer nerozoznateľné a disk s rovnomerne rozloženou jasnosťou.

Disky špirálnych galaxií pozostávajú z mladých hviezd, zatiaľ čo centrálna výduľ je tvorená prevažne staršou generáciou hviezd a difúzne halo obklopujúce galaxiu obsahuje najstaršie hviezdy vo vesmíre. Sférická zložka špirálnych galaxií pripomína štruktúru eliptických galaxií a je možné jej jasnosť popísať pomocou deVaucouleursovoho zákona. Špirálne ramená v mnohých prípadoch zodpovedajú tvaru logaritmickej špirály.

Predpokladá sa, že v centrach galaxií sa nachádzajú supermasívne čierne diery s hmotnosťami prevyšujúcimi miliardy Slnk. [11] [12]

## Kapitola 2

# Fotometrická analýza galaxií

### 2.1 Fotometria v astronómii

V predchádzajúcej kapitole bolo uvedené delenie galaxií podľa iných morfologických znakov než je ich ellipticita. Jedným z nich je aj rozloženie povrchovej jasnosti galaxií. Aby bolo vôbec možné podľa tohto znaku galaxie triediť, je potrebné zaviesť kvantitatívny popis. V tomto prípade nám na pomoc príde vhod astronomická fotometria.

Fotometria v preklade znamená meranie svetla. V astronómii sa zaoberá stanovením jasnosti a farby hviezd, zahŕňa však aj meranie jasu rozsiahlych plošných objektov, ako sú napríklad Mesiac, planéty, hmloviny a predovšetkým galaxie.

Už v starom Grécku astronómovia porovnávali jasnosti rozličných hviezd, preto okolo roku 130 pred našim letopočtom Hipparchos rozčlenil hviezdy do tried, nazývaných magnitúdy. Najjasnejším pozorovaným priradil magnitúdu jedna, menej jasné boli druhej magnitúdy, až napokon sotva pozorovateľné hviezdy zaradil do kategórie šiestej magnitúdy.

S rozvojom technológie bolo možné presnejšie merať intenzitu svetla. Zistilo sa, že svetelné toky hviezd prvej magnitúdy sú približne stokrát väčšie ako u hviezd šiestej magnitúdy.

V roku 1856 anglický astronóm Norman Robert Pogson navrhol, aby rozsah magnitúd bol popísaný práve týmto pomerom. Ak je podiel jasností dvoch hviezd  $2,512$ , znamená to, že ich hviezdné veľkosti sa líšia o jednotku, v prípade, že rozdiel hviezdných veľkostí činí  $5$  magnitúd, pomer jasností je presne  $100$ . Toto môžeme zapísť pomocou rovnice, nazývanej tiež Pogsonova:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{F_1}{F_2}, \quad (2.1)$$

$m_1$  a  $m_2$  sú pozorované hviezdné veľkosti,  $F_1$ ,  $F_2$  žiarivé toku dvoch hviezd. Názov vizuálne hviezdné veľkosti používame preto, lebo nie sú skutočnými hviezdnymi veľkosťami, javia sa tak pri pozorovaní voľným okom. Pre skutočné jasnosti hviezd sa v astronómii používajú absolútne hviezdné veľkosti. Absolútна hviezdná veľkosť  $M$  vyjadruje, aká jasná by sa nám javila hvieza, keby sme ju posunuli do referenčnej vzdialenosťi  $10$  pc od Zeme.<sup>1</sup> Zapísané v matematickom tvare:

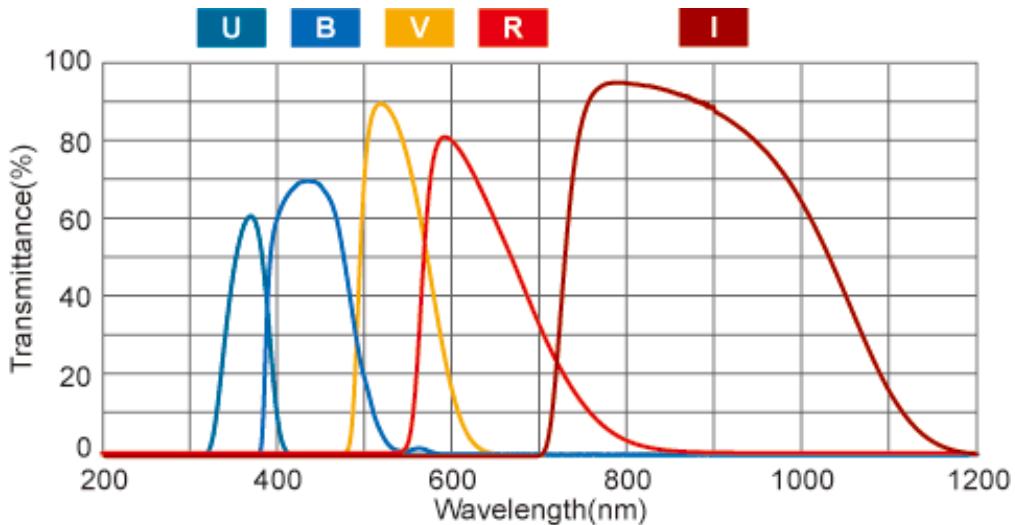
$$m - M = 5 \log d - 5, \quad (2.2)$$

rozdiel  $m - M$  sa zvykne nazývať modul vzdialenosťi,  $d$  je vzdialenosť objektu od nás.

So vznikom fotonásobiča v polovici dvadsiateho storočia sa rozvinula fotoelektrická fotometria. Pomocou fotonásobičov boli pozorované veľmi slabé hviezdy s hviezdnou veľkosťou okolo  $24$  mag. Ich princíp spočíval v tom, že obraz hviezy prešiel clonkou v ohniskovej vzdialenosťi

---

<sup>1</sup>  $1 \text{ pc} = 3,08568025 \cdot 10^{16} \text{ m}$



Obr. 2.1: Závislosť priepustnosti filtrov na vlnovej dĺžke

ďalekohľadu cez vhodný filter a objektív do fotonásobiča, kde bol jej obraz zosilnený a výstupom bol pomerne silný elektrický prúd, ktorý sa dal merať rôznymi spôsobmi. Meranie jasnosťí hviezd touto metódou bolo pomerne presné, hlavne z dôvodu lineárnej závislosti medzi množstvom svetla prichádzajúceho z hviezd a výstupným elektrickým prúdom.

Fotonásobiče boli neskôr nahradené CCD (*charge-coupled device*) čipmi, ktoré umožňujú merať intenzitu hviezd nielen vo viditeľnej, ale aj v ultrafialovej a infračervenej oblasti spektra. V roku 1950 Harold L. Johnson a William Wilson Morgan preto zaviedli fotometrický klasifikačný systém, tzv. UVB, ktorý používa tri rozsahy vlnových dĺžok. Rozsah v ultrafialovej (U, *Ultraviolet*), v modrej (B, *Blue*) a viditeľnej (V, *Visual*) časti spektra. Rozšírením rozsahu do infračervenej (I) a rozčlenením viditeľnej oblasti na modrú (B), viditeľnú (V) a červenú (R) dostaneme systém, založený na piatich farebných filtroch, UBVR, používaný aj dnes.

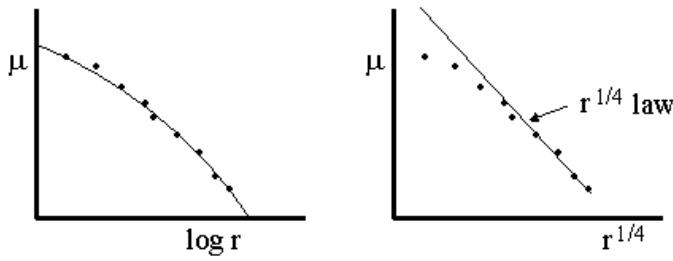
Informácie použité v tejto kapitole sú z [3] [13] [14] [15].

## 2.2 Plošná fotometria

Plošná fotometria sa zaobrá kvantitatívnym popisom rozloženia svetla rozsiahlych objektov, ako sú galaxie. Okrem ich celkovej jasnosti môžeme merať žiarivý tok jednotlivých častí galaxie, alebo aj tok z každého pixelu na snímke. Intenzita  $I$  každej takejto elementárnej plošky je teda tok žiarenia dopadajúci na jednotku plochy vyžarujúci z jednotkového priestorového uhlá, obvykle sa jej logaritmus nazýva plošná jasnosť. V astronómii sa plošná jasnosť označuje ako  $\mu$  a meria sa v jednotkách  $\text{mag} \cdot \text{arcsec}^{-2}$ :

$$\mu = -2,5 \log I + \text{const.} \quad (2.3)$$

Ked'že galaxie sú objektmi bez presne vymedzených okrajov, ich rozmer je zvyčajne charakterizovaný polomerom, pri ktorom je dosiahnutá istá úroveň jasnosti (*isophotal radius*). Ako závisí rozloženie povrchovej jasnosti na tomto polomere, sa snaží zachytiť hned' niekoľko modelov. Jedným z nich, ktorý dáva veľmi dobrý popis, je deVaucouleursov zákon.

Obr. 2.2: Profily jasnosti v rôznej závislosti na  $r$ 

### 2.2.1 DeVaucouleursov zákon

Francúzsko-americký astronóm Gérard Henri deVaucouleurs nezakreslil do grafu závislosť plošnej hviezdnej veľkosti na logaritme vzdialenosť tak, ako by sa to možno zdalo prirozené. Zistil, že profily eliptických galaxií závisia na vzdialenosť od centra tak, že ak do grafu vykreslíme závislosť plošnej hviezdnej veľkosti na  $1/4$  mocniny vzdialenosť, body v grafe ležia na jednej priamke, vid' obr. 2.2.

DeVaucouleursov zákon, pomenovaný na počesť tohto astronóma, nemá fyzikálny základ, je čisto empirický a častejšie sa zvykne udávať v tvare, ktorý popisuje závislosť medzi intenzitou a polomerom:

$$I(R) = I_e \cdot 10^{-3,33[(R/R_e)^{1/4} - 1]}, \quad (2.4)$$

$$I(R) = I_e \cdot \exp[-7,67((R/R_e)^{1/4} - 1)], \quad (2.5)$$

$R_e$  je efektívny polomer,  $I_e$  je intenzita v polomere  $R_e$  a konštanty 3,33 a 7,67 sú zvolené tak, že polovica celkovej jasnosti galaxie by bola vyžiarená v priestore od jej stredu do polomeru  $R_e$ , pričom predpokladáme, že galaxie sú sféricky symetrické a zákon je platný pre všetky vzdialenosť.

Celkovú intenzitu galaxie potom môžeme vypočítať:

$$I = 4\pi \int_0^{R_e} I(R) R \, dR = 2\pi \int_0^{\infty} I(R) R \, dR = \frac{8! \exp(7,67)}{(7,67)^8} (\pi R_e^2 I_e) = 7,22\pi R_e^2 I_e. \quad (2.6)$$

Analogicky môžeme zaviesť efektívnu plošnú hviezdnu veľkosť a zisťovať jej závislosť od intenzity. Jednoduché porovnanie dosadíme do Pogsonovej rovnice:

$$\mu - \mu_e = -2,5 \log \frac{I}{I_e}. \quad (2.7)$$

DeVaucouleursov zákon pre plošné hviezdne veľkosti má potom tvar:

$$\mu(r) = \mu_e + 8,3268[(R/R_e)^{1/4} - 1]. \quad (2.8)$$

Ked'že eliptické galaxie sú kruhovo symetrické, dosadením deVaucouleursovoho zákona do profilu jasnosti galaxie pozdĺž hlavnej a vedľajšej osi dostaneme rozdielne hodnoty. Efektívny polomer je teda možné vypočítať geometrickým priemerom efektívnej hlavnej a vedľajšej osi:

$$R_e = \sqrt{A_e B_e}. \quad (2.9)$$

Z definície vyplýva, že presne polovica celkovej jasnosti je rozložená v izofotálnej<sup>2</sup> elipse s plochou  $\pi R_e^2$  [3].

### 2.2.2 NFW profil

De Vaucouleursov zákon prirodzene nie je jediné vyjadrenie, ktorým sa dá popísť rozloženie jasnosti galaxií. Existuje ich niekoľko, no ako uvidíme v nasledujúcej kapitole, ďalším vhodným profilom je takzvaný NFW profil – z iniciál Navarro, Frenk a White, ktorí ho publikovali v roku 1995 [16].

Z N-časticových simulácií chladných hál tvorených temnou hmotou odvodili hustotný profil nezávislý na hmotnosti hala a počiatočných fluktuáciách hustoty:

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_{cr}}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (2.10)$$

$r_s$  je škálový polomer,  $\rho_{cr} = 3H_0^2/8\pi G$  – kritická hustota,  $\delta_c$  charakteristická hustota.

Pre naše účely je vhodné použiť mierne pozmenený tvar, pričom predpokladáme:

$$I \sim \rho. \quad (2.11)$$

V takom prípade môžeme NFW profil popísť rovnicou:

$$I(r) = \frac{I_{cr}}{1+(r/r_s)^2}. \quad (2.12)$$

## 2.3 Modelovanie galaxií

### 2.3.1 Matematický popis elipsy

Prvou úlohou tejto práce je čo najpresnejšie vyšetriť priebeh jasnosti vybraných galaxií. Aby sme to mohli uskutočniť, potrebujeme najskôr získať informácie o ich tvari. Ako už bolo uvedené, elliptické galaxie možno dobre approximovať pomocou elipsoidu, respektívne elipsy, pretože po premetnutí na hviezdnu oblohu sa javia ako ploché.

Elipsa je krivka patriaca medzi kužeľosečky, ktoré možno pomocou všeobecnej rovnice zapísť v tvari:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0, \quad (2.13)$$

pričom pre neotočenú elipsu za predpokladu  $A > 0, B > 0, A \neq B$  platí konkrétny vzťah:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0, \quad (2.14)$$

respektívne zapísaná v stredovom tvari:

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1, \quad (2.15)$$

$$A = 1/a^2, B = 1/b^2.$$

Parametre  $\alpha, \beta$  určujú pozíciu stredu elipsy,  $a$  a  $b$  sú jej veľká a malá poloos. Väčšinou sa však hodí popísť elipsu pomocou jej parametrických rovníc:

$$x = \alpha + a \cos \phi, \quad (2.16)$$

---

<sup>2</sup>izofota – krivka spájajúca miesta s rovnakou jasnosťou

$$y = \beta + b \sin \phi. \quad (2.17)$$

Navyše je potrebné transformovať súradnice pri prechode z jednej súradnicovej sústavy do druhej. Budeme využívať otočenie elipsy okolo stredu o určitý uhol a posunutie jej stredu. Ak stred elipsy umiestníme do bodu [0,0] na osi, bude jej parametrické vyjadrenie:

$$x' = a \cos \phi, \quad (2.18)$$

$$y' = b \sin \phi. \quad (2.19)$$

Otočenie o uhol  $\varphi$  realizujeme pomocou matice rotácie, teda výsledný tvar je:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - \alpha \\ y - \beta \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Umiestnenie bodu v nových súradničiach jednoducho môžeme vypočítať:

$$x = \alpha + a \sin \phi \cos \varphi - b \cos \phi \sin \varphi, \quad (2.21)$$

$$y = \beta + a \sin \phi \sin \varphi + b \cos \phi \cos \varphi. \quad (2.22)$$

### 2.3.2 Logaritmická špirála

Špirálne galaxie, respektíve ich ramená môžu mať tvar logaritmickej špirály. Je to krvka, ktorej polomer exponenciálne rastie v závislosti od veľkosti uhla [17]. V polárnych súradničiach ju môžeme popísať:

$$r = ae^{\tau\phi}, \quad (2.23)$$

$r$  – polomer špirály, teda vektor spájajúci pól špirály s bodom na nej ležiacim,  $\phi$  – uhol prislúchajúci danému bodu,  $a$  – vzdialenosť počiatku a pôlu špirály,  $\tau$  – rozovretie ramien (*pitch uhol*).

Užitočnejšie bude vyjadrenie pomocou parametrických rovníc:

$$x = ae^{\tau\phi} \cos \phi \quad (2.24)$$

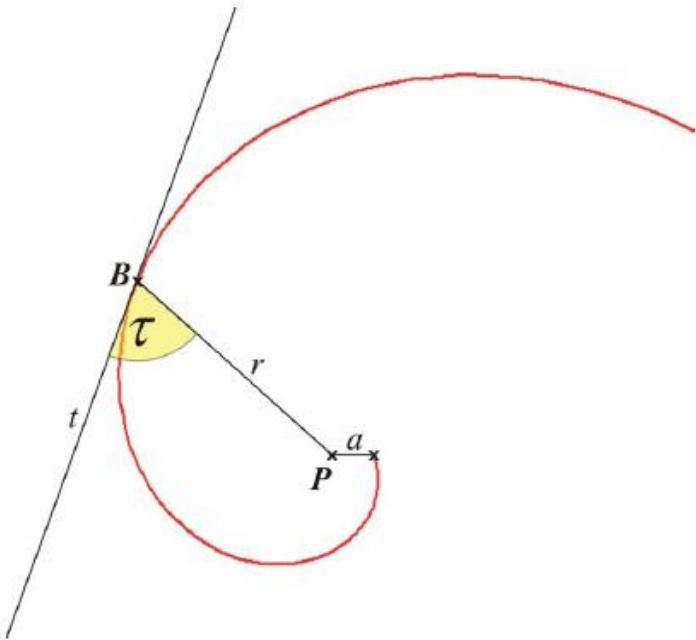
$$y = ae^{\tau\phi} \sin \phi. \quad (2.25)$$

Všetky potrebné vzorce máme zavedené, preto môžeme pristúpiť k samotnému spracovaniu snímkov. Priebeh rozloženia jasnosti eliptických galaxií odhadneme pomocou deVaucouleursovoho a NFW profilu. Takto získame model galaxie, ktorý odčítame od snímky vyhotovenej Hubblovým vesmírnym ďalekokohľadom (HST) a ďalekokohľadom z observatória Monte Boo.

## 2.4 Metóda najmenších štvorcov

Parametre pre jednotlivé profily jasnosti boli zatiaľ získané iba jednoduchým odhadom. Presnejšie ich možno určiť metódou najmenších štvorcov [18]. Danou metódou „prekladáme“ nejakú voľnú stanovenú funkciu súborom nameraných dát  $x_i$ ,  $y_j$ ,  $I_{ij}$  a to tak, že hľadáme minimálny súčet odchýlok štvorcov z týchto dát.

Nech sú dané body popísané funkciou  $f(x, y | a, b)$ , s parametrami  $a, b$ , potom suma najmenších štvorcov musí byť rovná:



Obr. 2.3: Schéma logaritmickej špirály

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [I_{ij} - f(x_i, y_j | a, b)]^2. \quad (2.26)$$

$S$  je minimálne práve vtedy, ak jeho derivácie podľa jednotlivých parametrov sú nulové:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0. \quad (2.27)$$

Vyliešením sústavy lineárnych rovníc dostaneme požadované parametre krvky.  
Napríklad pre de Vaucouleursov profil (2.2) hľadáme práve parametre  $I_e$  a  $R_e$ .

## 2.5 Pozorovacie dátá

Vhodné snímky získame z Hubblovho vesmírneho ďalekohľadu, ktorý obsahuje už astrometricky a fotometricky kalibrované snímky a z observatória Monte Boo, ktoré sa nachádza na Kravej hore v Brne.

### 2.5.1 HST

Hubblov vesmírny ďalekohľad je výsledkom spolupráce Európskej vesmírnej agentúry (ESA) a Národného úradu pre letectvo a vesmír (NASA). Na obežnú dráhu bol vypustený v roku 1990. Hoci nie je najvačším postaveným ďalekohľadom, jeho priemer má 2,4 metra, predstavuje pre nás mimoriadne cenný zdroj informácií, pretože je umiestnený mimo zemskú atmosféru. V súčasnosti

sa na ňom nachádza päť detekčných zariadení. Dva sú spektrografy, tri kamery, práve z ktorých získame snímky galaxií.

The Wide Field/Planetary Camera (WF/PC1) slúžila od spustenia HST až do roku 1993. Mala široké zorné pole a získavala snímky v rozsahu vlnových dĺžok 115 – 1100 nm. Potom bola nahradená prístrojom Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) a neskôr v máji 2009 kamerou Wide-Field Camera 3 (WFC3). Sprostredkúva zábbery od UV do IR oblasti a to prostredníctvom dvoch kanálov: UVIS, ktorý pracuje v rozsahu 200 – 1000 nm a IR kanál v oblasti 900 – 1700 nm.

Advanced Camera for Surveys (ACS) slúži na zobrazovanie blízkej UV až blízkej IR oblasti. Cieľom bolo vyvinúť dokonalejší prístroj ako WFPC2, ktorý obsahuje citlivejšie CCD, s väčším počtom pixelov. Táto širokoúhlá kamera má 16 megapixelový chip. ACS bola na ďalekohľad nainštalovaná v roku 2002 a stala sa najpoužívanejším prístrojom na HST až do roku 2009, kedy jej zlyhala elektronika.

Snímky z týchto prístrojov sú k dispozícii vo formáte FITS, z ktorého možno získať mnoho užitočných informácií. Jednoducho z nich možno určiť napríklad hviezdnu veľkosť objektov:

$$m = -2,5 \log \left( \text{PHOTFLAM} \times \frac{\text{DN}}{\text{EXPTIME}} \right) + \text{PHOTZPT}. \quad (2.28)$$

Aby sme vedeli nameraný tok, udávaný v jednotkách  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{\AA}^{-1}$  previesť na tzv. ST magnitudy, v hlavičke každej snímky vyhľadáme veličiny: PHOTFLAM – udáva strednú hustotu toku takisto v jednotkách  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{\AA}^{-1}$ , ktorý vyprodukuje jeden DN alebo elektrón za sekundu; EXPTIME označuje expozičnú dobu fotografie a PHOTZPT je nulový bod škály v ST magnitudach (STMAG). Takýto systém je založený na konštantnom toku cez jednotkovú vlnovú dĺžku. Nulový bod v STMAG systéme bol určený hviezdou veľkosťou Vegy, ktorá je v tomto prípade -21,1 mag. [19] [20]

## 2.5.2 Monte Boo Observatory

Observatórium na Kravej Hore patrí Prírodovedeckej fakulte Masarykovej univerzity.

Všetky snímky sú získané Newtonovým ďalekohľadom s paralaktickou montážou a zrkadlom s priemerom 60 cm. Ohnisková vzdialenosť je 2,78 m. Používa sa CCD kamera ST-8 s čipom KAF-1600. Pri vysokom rozlíšení mierka pixelu vychádza  $0,678''/\text{pixel}$ . Zorné pole ďalekohľadu je asi  $17,0' \times 11,3'$ . [21]

## Kapitola 3

# Výsledky spracovania snímok

Zadefinovali sme rozloženie povrchovej jasnosti galaxií aj ich tvar, môžeme teda namodelovať obraz konkrétnej galaxie. Ten vytvoríme pomocou programovacieho jazyka Python.

Vytvoríme si skript, ktorým vygenerujeme buď elipsu so zadanými parametrami, ako je pozícia stredu, hlavná a vedľajšia poloos, s rozložením jasnosti daným deVaucouleursovým respektívne NFW profilom, alebo špirálu s informáciami o vzdialenosť počiatku špirály od stredu a rozvretí ramien.

Je dôležité do vyjadrenia jasnosti započítať aj prípadnú intenzitu pozadia. Túto snímku potom odčítame od pôvodnej. Vo výsledku by mali byť zreteľné hľadané štruktúry.

### 3.1 M87

Iné označenie pre túto obriu eliptickú galaxiu je NGC 4486. Tiež sa nazýva Virgo A, pretože je členom kopy galaxií v Panne. Objavená bola 18. marca 1781 Charlesom Messierom. Jej priemer sa odhaduje na 120 tisíc svetelných rokov (čo je viac ako priemer Galaxie), no nie je jednoznačne ho určiť. Efektívny polomer galaxie stanovíme v ďalšej kapitole. Zaraďuje sa k typom E0 či E1.

Jej súradnice sú: rektascenzia  $\alpha = 12^{\text{h}}30,8^{\text{m}}$ , deklinácia  $\delta = +12^{\circ}24''$  a vizuálna hviezdna veľkosť dosahuje 8,6 mag. Má ohromnú hmotnosť, ktorá sa odhaduje asi na  $3,8 \cdot 10^{12} M_{\odot}$  v polomere 32,9 kpc [27] a je mimoriadne žiarivá s absolútou hviezdou veľkosťou asi -22 mag.

M87 má zaujímavé znaky – systém guľových hviezdokôp (ktoré možno vidieť pri dlhých expozíciach), ktorých počet sa odhaduje na 4000, prípadne na 15000, a jet, tiahnući sa naprieč galaxiou od jej stredu, ktorý možno odhalíť zase pri kratšej expozícii. Jet bol objavený v roku 1918. Siahá do vzdialenosť viac ako 5000 ly od stredu. Pozostáva z plynu, ktorý je vypudzovaný z centra galaxie. Svetlo jetu je silne polarizované spôsobom typickým pre synchrotrónové žiarenie. M87 je silným zdrojom rádiového a rentgenového žiarenia. [22]

Budeme pracovať s dvomi snímkami tejto galaxie. Prvá je z HST a bola nasnímaná 19. 1. 2003. Expozícia trvala 90 s a používal sa filter F850LP. Údaje potrebné na stanovenie hmotnosti tejto galaxie získame z druhej snímky, vyhotovenej na MonteBoo z dňa 13. 4. 2007. Jej expozičná doba je 60 s a použitý filter R.

#### 3.1.1 Výsledky

Najprv si vytvoríme model galaxie M87, v ktorom rozloženie intenzity popíšeme len deVaucouleursovým zákonom. Parametre  $I_e$ ,  $R_e$  určíme odhadom. Skript v tomto prípade vypadá nasledovne:

```
import pyfits  
hdulist = pyfits.open('M87.fits')
```

```

scidata = hdulist[0].data
from numpy import *
nx = 4239 # nx, ny - rozmery snímky
ny = 4215
nx2 = nx/2
ny2 = ny/2
a = zeros( (nx,ny) )
for i in range (-nx2,nx2):
    for j in range (-ny2,ny2):
        x = (i*1.0-j*0.0)
        y = (i*0.0+j*1.0)
        r = (x**2/1000.0+y**2/1050.0)**0.5
        a[i-3362.0/2][j+ny2-8.0] = 180.0*exp(-7.67*
                                         (r/215.0)**0.25-1)+0.00142

hdu = pyfits.PrimaryHDU(a)
hdu.writeto('novy.fits')

```

Model, ktorý sme práve vytvorili, odčítame od pôvodnej snímky získanej z d'alekohľadu. Skript pre túto operáciu vypadá nasledovne:

```

import pyfits
hdulist1 = pyfits.open('M87.fits')
hdulist2 = pyfits.open('novy.fits')
scidata1 = hdulist1[0].data
scidata2 = hdulist2[0].data
from numpy import *
r = scidata1 - scidata2
hdu = pyfits.PrimaryHDU(r)
hdu.writeto('rozdiel.fits')

```

Na obrázku 3.1 v pravom hornom rohu vidieť výsledok. Zo stredu galaxie vytrča úzky pásik svetla – jet. Avšak zo snímky môžeme usúdiť, že deVaucouleursov zákon celkom presne nepopisuje rozloženie intenzity. Stred galaxie je odčítaný príliš, zatiaľ čo časť v polovici takmer vôbec.

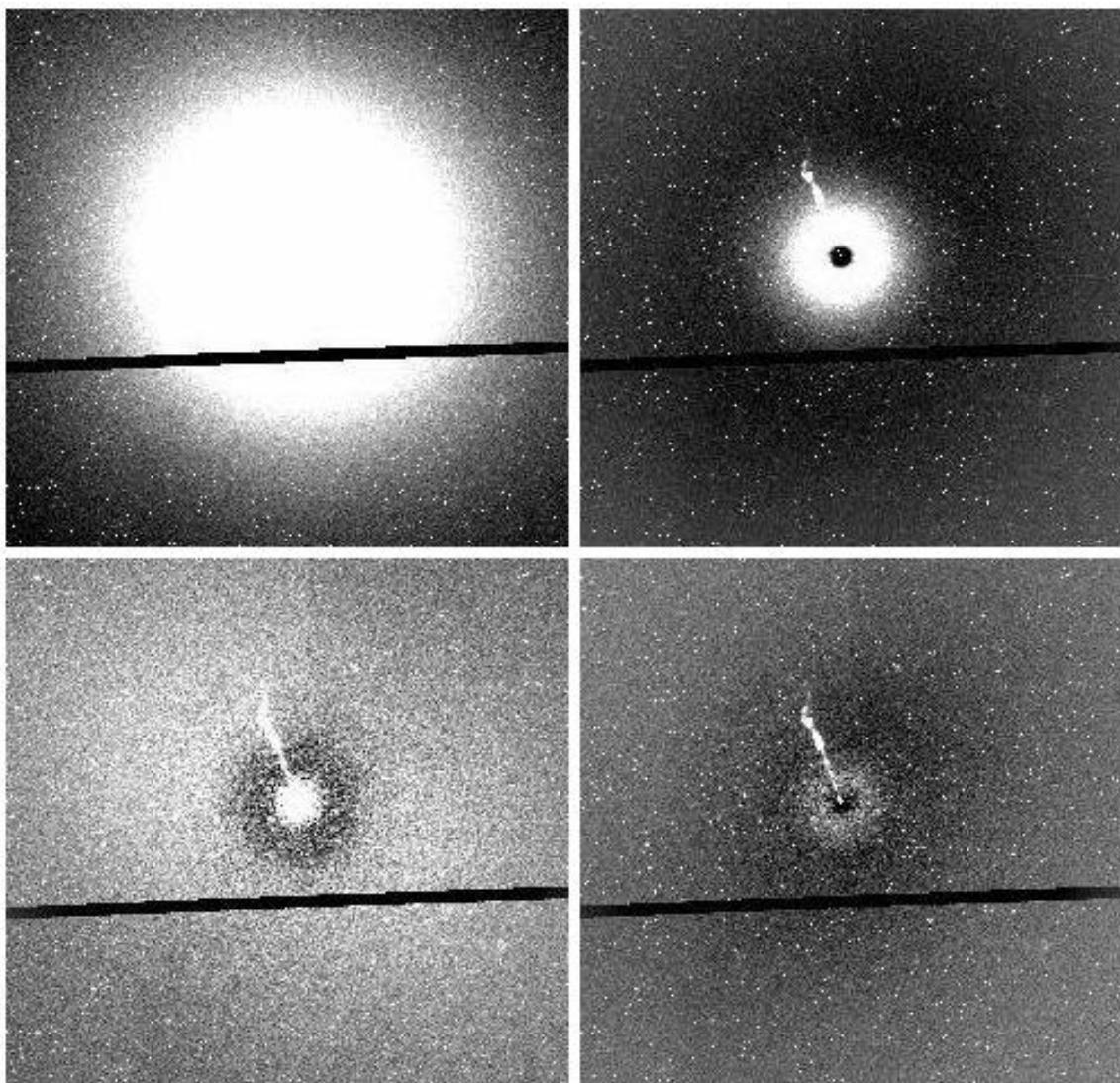
Vytvoríme teda druhý model s NFW profilom. Rozdiel pôvodnej snímky a tohto modelu je v obr. 3.1 v ľavej dolnej časti. V tomto prípade je práve stred veľmi jasný. Ukazuje sa, že dobrú zhodu dáva kombinácia oboch profilov. Výsledok je zobrazený v pravej spodnej časti obrázka 3.1, kde je zreteľne vidieť celý jet.

V nasledujúcej tabuľke je porovnanie jednotlivých parametrov pre všetky profily.

	$I_e$ (ADU)	$R_e$ (arcsec)	$R_e$ (kpc)	$I_{cr}$ (ADU)	$r_s$ (arcsec)	$r_s$ (kpc)
deVaucouleurs	180,0	10,75	0,886	—	—	—
NFW	—	—	—	7,0	0,275	0,023
kombinácia	85,8	10,75	0,886	4,3	0,285	0,023

Tabuľka 3.1: Tabuľka parametrov pre M87

Parametre jednotlivých profilov boli určené odhadom. Hodnoty, ktoré vychádzajú z metódy najmenších štvorcov nebolo možné použiť, pretože model s týmito parametrami prakticky nesplňal



Obr. 3.1: Porovnanie snímok galaxie M87. V ľavom hornom rohu pôvodná fotografia z HST. Ďalej rozdielne pôvodnej snímky a namodelované pomocou rôznych profilov jasnosti: pravý horný roh deVaucouleurov zákon, ľavý dolný roh NFW profil, pravý dolný roh kombinácia deVaucouleurovho a NFW modelu.

priebeh rozloženia jasnosti galaxie na snímke. Problém pravdepodobne spočíva v tom, že šum na snímke a vplyv inzenzity okolitých hviezd je príliš vysoký a deformuje intenzitu samotnej galaxie na snímke, preto priame použitie metódy najmenších štvorcov nie je vhodné.

### 3.1.2 Určenie hmotnosti

V prípade galaxie M87 nás zaujíma nielen rozloženie jej jasnosti, ale aj jej hmotnosť. Pre túto úlohu použijeme snímku z MonteBoo (viď obr. 3.2).

V prvom kroku určíme závislosť plošnej hviezdznej veľkosti na vzdialenosť od stredu umocnenej na  $1/4$ . Za predpokladu, že vzdialenosť galaxie od nás je približne  $17 \text{ Mpc}$ , použitím vzťahu (2.2) určíme absolútne hviezdzne veľkosti  $M_{\text{abs}}$ . Z Pogsonovej rovnice:

$$M_{\text{abs}} - M_{\text{abs}, \odot} = -2,5 \log \frac{L}{L_{\odot}}, \quad (3.1)$$

a modulu vzdialenosťi (2.2) vieme vypočítať pomer žiarivých výkonov z daného pixela a Slnka.



Obr. 3.2: Galaxia M87, snímka z MonteBoo observatory

Hmotnosť galaxie M87 určíme z viriálovej vety. Chceme zistiť aká hmota sa koncentruje v efektívnom polomere  $R_e$ , ktorý pre snímku 3.2 vychádza 2000 pix. Polomer v pixeloch vieme previesť na metre, resp. Mpc, ak poznáme vzdialenosť galaxie od Zeme. Pre hodnotu 17 Mpc je  $R_e = 0,112$  Mpc. Zo znalosti polomeru galaxie a jej disperznej rýchlosťi možno teraz určiť jej hmotnosť.

### Disperzná rýchlosť

Pohyby hviezd v galaxii môžu byť čiste náhodné alebo riadené a to najčastejšie formou rotácie v rovnakom smere. Rotačne usporiadany pohyb sa uplatňuje najmä v disku špirálnych galaxií. Inak je to u eliptických galaxií a centrálnych výdutí špirálnych galaxií, ktoré takmer vôbec nerotujú. Trajektórie hviezd sú náhodné, nie je preferovaný žiadny smer pohybu. Takéto hviezdy sa potom pohybujú disperznými rýchlosťami. Ak sa hvieza pohybuje v izotropnom priestore strednou rýchlosťou:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle, \quad (3.2)$$

musí pre disperznú rýchlosť  $\sigma$  platiť:

$$\langle v^2 \rangle = 3 \langle \sigma^2 \rangle. \quad (3.3)$$

Disperzné rýchlosť sa určujú pomocou rozšírenia spektrálnych čiar [24].

V prípade galaxie M87 boli použité hodnoty disperznej rýchlosť z článku Sargent et al. [25].  
Využijeme viriálovú vetu:

$$\langle E_k \rangle = -\frac{1}{2} \langle E_p \rangle, \quad (3.4)$$

$\langle E_k \rangle, \langle E_p \rangle$  sú stredné hodnoty kinetickej a potenciálnej energie. Po úprave platí:

$$\frac{1}{2}(3\sigma^2) = \frac{1}{2} \frac{GM}{\frac{1}{2}R}, \quad (3.5)$$

$M$  je hľadaná hmotnosť,  $\frac{1}{2}R$  udáva strednú vzdialenosť medzi centrom hmoty a priemernou hodnotou v intervale vzdialenosť, pre ktorý platí daná rýchlosť. [26].

Ukážeme si postup výpočtu pre centrum galaxie, to znamená pre vzdialenosť 1 pix na snímke. 1 pix zodpovedá  $0,678''$  (arcsec) a po prevode na jednotky dĺžky je to 56 pc.

Aby sme zistili hviezdnu veľkosť v tomto priestore, potrebujeme snímku najprv kalibrovať. Použijeme na to hviezdu so súradnicami  $\alpha = 12^{\text{h}} 30^{\text{m}} 56,92^{\text{s}}, \delta = +12^{\circ} 25' 26,26''$ , s hviezdou veľkosťou 14,5 mag. Zodpovedá to toku z hviezdy s veľkosťou 37500 ADU. Pozadie snímky určíme na 550 ADU.

Plošná hviezdna veľkosť  $\mu$  v polomere 56 pc je potom:  $\mu = 17,5$  mag. Túto hodnotu prevedieme na absolútну hviezdnu veľkosť a potom použitím vzťahu (3.1) vypočítame žiarivý výkon v centre galaxie. Pre nás prípad:  $L = 7 \cdot 10^3 L_{\odot}$ .

Hmotnosť už potom dostaneme jednoducho z (3.5):  $M = 2,1 \cdot 10^9 M_{\odot}$ .

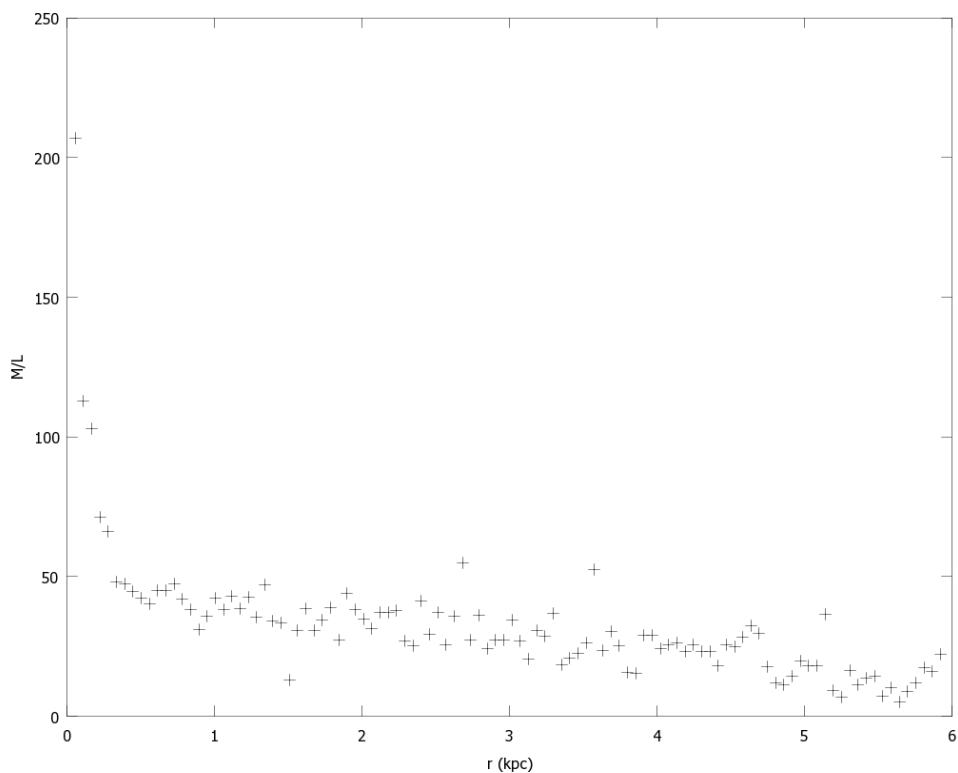
V ďalšom kroku chceme zistiť pomer hmotnosti k žiarivému výkonu galaxie. Aby bolo možné dať tieto dve veličiny do pomeru, musíme vziať do úvahy jednu skutočnosť. Veličiny, ktoré sme namerali z fotometrie sú priestorové, ich obraz sa nám však premieta do roviny, preto je nutné túto projekciu najprv odstrániť. Vypočítame preto plošnú hviezdnu veľkosť všetkých hviezd v danej vzdialosti od centra, ktoré sú obsiahnuté v ploche  $1\text{pc}^2$ .

Takto získaný žiarivý výkon použijeme pre určenie veličiny  $M/L$ . Závislosť tohto pomeru na vzdialosti je v grafe 3.3. Z neho vidíme, že pomer smerom k vonkajším časťam galaxie najprv rapične klesá, no potom vo vzdialosti asi 0,5 kpc nadobúda pozvoľný priebeh. Znamená to, že v centrálnej oblasti obsahuje mnoho hmoty, ktorá nevyžaruje. Môže sa tam nachádzať silne koncentrovaná temná hmota alebo napríklad aj masívna čierna diera.

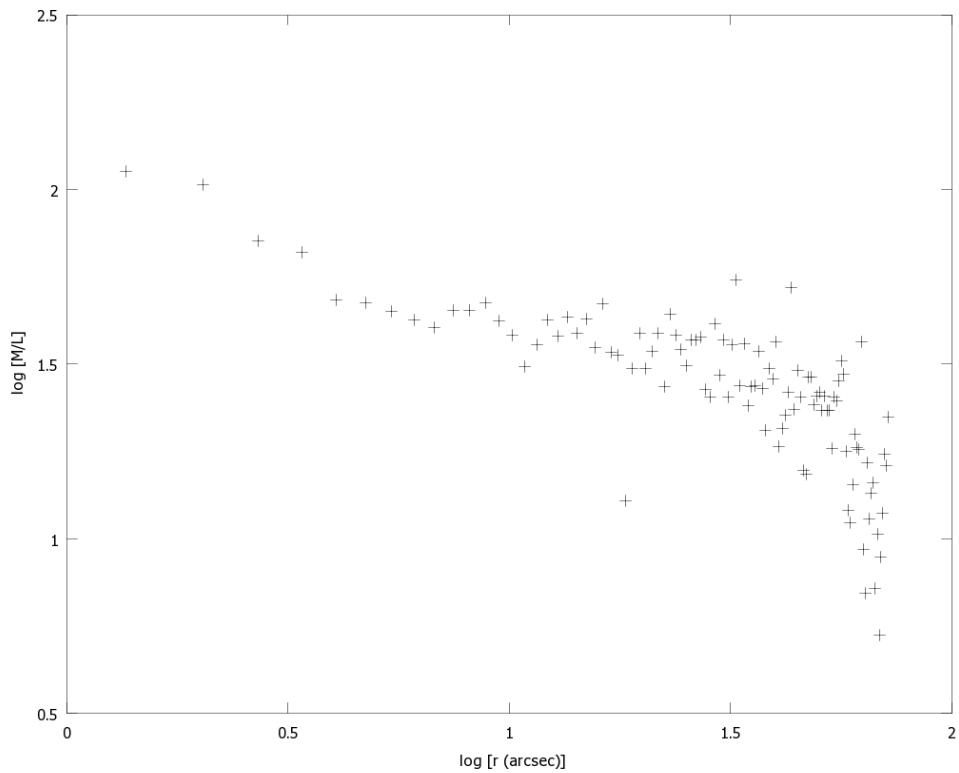
V tabuľke 3.2 je zaznamenané ako závisia disperzná rýchlosť, žiarivý výkon, hmotnosť galaxie a pomer  $M/L$  na vzdialenosť od centra. Môžeme si všimnúť zaujímavý fakt, že disperzná rýchlosť nie je konštantná, ale so vzdialosťou postupne klesá.

$r$ (arcsec)	$\sigma$ ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$L$ ( $L_\odot$ )	$M$ ( $10^9 M_\odot$ )	$M/L$
1,6	329	7060	2,1	207
2,2	362	637	7,6	103
3,2	321	306	8,0	71
3,8	333	181	10,7	66
9,2	295	113	10,1	48
9,7	286	9,6	22,2	42
11,3	275	7,9	22,0	38
22,1	260	5,2	22,3	36
22,7	280	1,1	50,1	27
24,3	287	0,64	54,3	44
41,6	268	0,60	50,1	35
62,6	258	0,17	80,0	23
69,7	189	0,06	64,3	9
71,8	232	0,05	107	12

Tabuľka 3.2: Závislosť disperznej rýchlosťi, žiarivého výkonu, hmotnosti a pomeru hmotnosti k žiarivému výkonu na vzdialenosť od centra



Obr. 3.3: Závislosť pomeru hmotnosti a žiarivého výkonu na vzdialenosť od centra galaxie M87



Obr. 3.4: Závislosť pomeru hmotnosti a žiarivého výkonu na vzdialenosť od centra galaxie M87

## 3.2 NGC 205

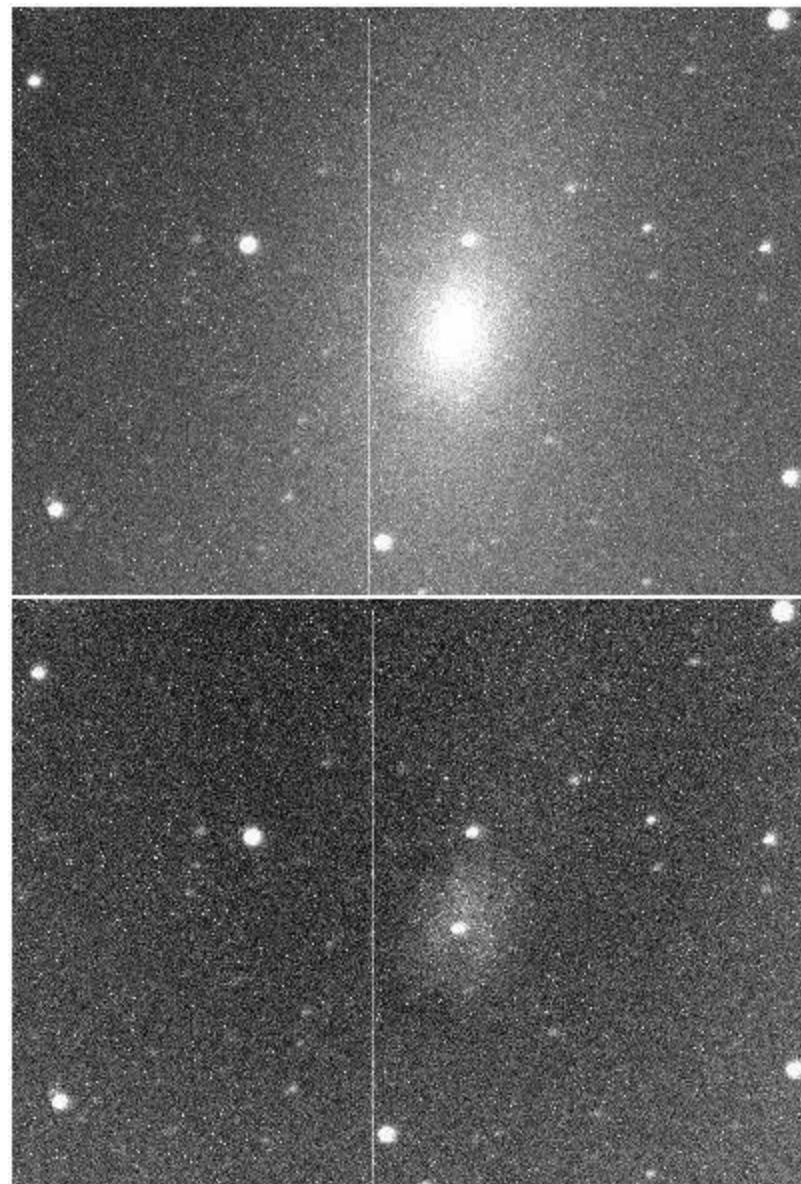
NGC 205, alebo aj M110, bola objavená v 1773 Messierom. Do svojho katalógu však túto galaxiu nezaradil, bola do neho pod číslom 110 pridaná neskôr v 1966 Kenneth Glyn Jonesom.

Je to malá eliptická galaxia, ktorá patrí do Miestnej skupiny galaxií spolu s M31 (galaxia v Andromede) a M32. Radí sa medzi typ E5 alebo E6. Hoci sa zaraďuje k trpasličím sférickým galaxiám, je oveľa jasnejšia ako ostatné. Pravdepodobne sa v nej nachádzajú oblaky prachu, pretože u nej možno pozorovať neobyčajné temné štruktúry. Jej vzdialenosť od nás sa odhaduje na 2,9 milióna svetelných rokov. Hmotnosť sa pohybuje v rozmedzí  $3,6$  až  $15 \cdot 10^9 M_{\odot}$ . Nájsť ju môžeme na súradniciach  $\alpha = 00^{\text{h}}40,4^{\text{m}}$ ,  $\delta = +41^{\circ}41''$ . [28]

Použitá snímka bola vyhotovená na MonteBoo 16. 10. 2006 vo filtri R. Doba expozície trvala 90 s.

### 3.2.1 Výsledky

Podobne ako pre galaxiu M87, aj pre NGC 205 vytvoríme model pomocou deVaucouleursovoho zákona. Jeho parametre sú zaznamenané v tabuľke 3.4. Z obrázka 3.5 môžeme usúdiť, že galaxia celkom presne splňa tento profil.



Obr. 3.5: Hore galaxia M110 z MonteBoo, dole odčítaná snímka

Parametre	
poloha stredu	[417; 257]
hlavná poloos (arcsec)	135,6
vedľajšia poloos (arcsec)	54,2
$I_e$ (ADU)	1675,0
pozadie (ADU)	570,0
$R_e$ (arcsec)	3390,0

Tabuľka 3.3: Tabuľka parametrov pre M110

### 3.3 NGC 3923

NGC 3923 je galaxia, ktorú 7. marca 1791 objavil William Herschel. Nachádza sa v súhvezdí Hydra, jej súradnice sú  $\alpha = 11^{\text{h}}51^{\text{m}}1^{\text{s}}$ ,  $\delta = -28^\circ48'21''$ . Je to galaxia raného typu, označovaná ako E4, respektíve E4/S0. Žiarivý výkon sa udáva na  $4,3 \cdot 10^{10} L_\odot$ , hviezdna veľkosť na 10,5 mag. Ukazuje sa, že má bohatú slupkovitú štruktúru. Celkové rozloženie jasnosti však splňa deVaucouleursov zákon. Je typickým predstaviteľom raných galaxií, teda pozostáva zo starých hviezd. [29][30]

Údaje získame zo snímky z HST dňa 7. 12. 2002 vo filtro F814W. Expozícia trvala 978 s.

#### 3.3.1 Výsledky

V prípade galaxie NGC 3923 bolo úlohou po odčítaní modelu objaviť bohaté slupkovité štruktúry, ktorými oplýva. Pre nižšie uvedené hodnoty parametrov skutočne také vrstvy vidíme na obr. 3.6.

Parametre	
poloha stredu	[2089; 2383]
hlavná poloos (arcsec)	10,0
vedľajšia poloos (arcsec)	3,5
$I_e$ (ADU)	400,0
pozadie (ADU)	0,0
$R_e$ (arcsec)	11,5

Tabuľka 3.4: Tabuľka parametrov pre NGC 3923

### 3.4 M51

Túto špirálnu galaxiu, známu aj pod menom Vírová galaxia (Whirlpool galaxy), objavil Messier 13. 10. 1773, ktorú popísal ako slabú hmlovinu bez hviezd. Nachádza sa v súhvezdí Poľovné psy. Patrí medzi interagujúce galaxie, jej sprievodcom je NGC 5195. Vzdialenosť od nás stále nie je dostatočne presne určená, odhaduje sa na 37 Mly. Bola prvou galaxiou, u ktorej bola odhalená jej špirálna štruktúra (Lord Rosse, 1845). Patrí pod typ Sc.

Jej súradnice sú  $\alpha = 13^{\text{h}}29,9^{\text{m}}$ ,  $\delta = +47^\circ12'$ , vizuálna hviezdna veľkosť je 8,4 mag. [31]

Spracovaná snímka je z HST. Vyhotovená bola 22. 4. 2007. Doba expozičie bola 400 s a použitý filter F450W.

### 3.4.1 Výsledky

V prípade tejto špirálnej galaxie nás predovšetkým zaujíma, či jej ramená možno popísať logaritmickou špirálou. Odhadneme koeficienty  $a, \tau$ , rozloženie intenzity v reze zadefinujeme ako Gaussovú krvku, intenzitu špirály odhadneme pomocou parametra  $I_a$  a pomocou nižšie uvedeného skriptu namodelujeme špirálu.

```

import pyfits
hdulist = pyfits.open('M51.fits')
scidata = hdulist[0].data
from numpy import *
nx = 1495 # nx, ny - rozmery snímky
ny = 1515
nx2 = nx/2
ny2 = ny/2
a = zeros( (nx,ny) )
for n in range (0,2):
    cc = cos(2.0*(n/2.0)*math.pi)
    ss = sin(2.0*(n/2.0)*math.pi)
    for t in range (0,1000):
        A = 30.0      # vzdialenosť stredu od počiatku spirály
        B = 0.45      # rozvretie ramien
        fi = 2.0*math.pi*t/200.0
        s = 70.0      # sirka Gaussovej funkcie
        f = fi
        xc = A*exp(B*f)*cos(f)
        yc = A*exp(B*f)*sin(f)
        xx = cc*xc - ss*yc
        yy = ss*xc + cc*yc
        xc = 401 + xx
        yc = 522 + yy
        for x in range (-30,30):
            for y in range (-30,30):
                u = xc + x
                v = yc + y
                if 1 < u and u < nx and 1 < v and v < ny:
                    a[u][v] = a[u][v] + 0.003*exp(-((x**2+y**2)/
                                         (2*s**2)))
hdu = pyfits.PrimaryHDU(a)
hdu.writeto('novy.fits')
```

Výsledok odčítania pôvodnej a vytvorenej snímky je na obr. 3.7. Môžeme z nej usúdiť, že v tomto prípade ramená galaxie nie sú celkom dobre popísateľné logaritmickou špirálou. V častiach nedaleko stredu krvku kopírujú, potom sa však ramená príliš stáčajú. Vysvetlenie tohto javu je prosté – M51 je interagujúcou galaxiou, teda sprievodná galaxia NGC 5195 deformeuje jej štruktúru.

Navyše sa ukazuje, že ramená galaxie nevychádzajú priamo z jej stredu (v tomto prípade sú od centra na snímke posunuté asi o 30 pixelov, viď tabuľka 3.5). Ak totiž ramená posunieme mimo stred, vieme priebeh intenzity vyjadriť lepšie.

Parametre	
poloha stredu	[401; 522]
$a$ (arcsec)	3,0
$\tau$ ( $^{\circ}$ )	25,8
$s$	70,0
$I_a$ (ADU)	0,003

Tabuľka 3.5: Tabuľka s parametrami modelu M51

### 3.5 NGC 3631

Galaxia NGC 3631 je tak isto špirálnou galaxiou typu Sc. Nachádza sa v súhvezdí Veľká medvedica na pozícii  $\alpha = 11^{\text{h}}21^{\text{m}}02,82^{\text{s}}$ ,  $\delta = +53^{\circ}7'11''$ . Vizuálna hviezdna veľkosť sa udáva na 11,01 mag. [32]

Využijeme snímku z HST nasnímanú 7. 11. 2001 vo filtri F606W. Jej expozičná doba je 160 s.

#### 3.5.1 Výsledky

Tak ako v prípade M51, aj pri galaxii NGC 3631 chceme zistiť, či sa jej ramená dajú popísť logaritmickou špirálou. Vytvoríme si podobný skript s parametrami danými v tabuľke 3.6.

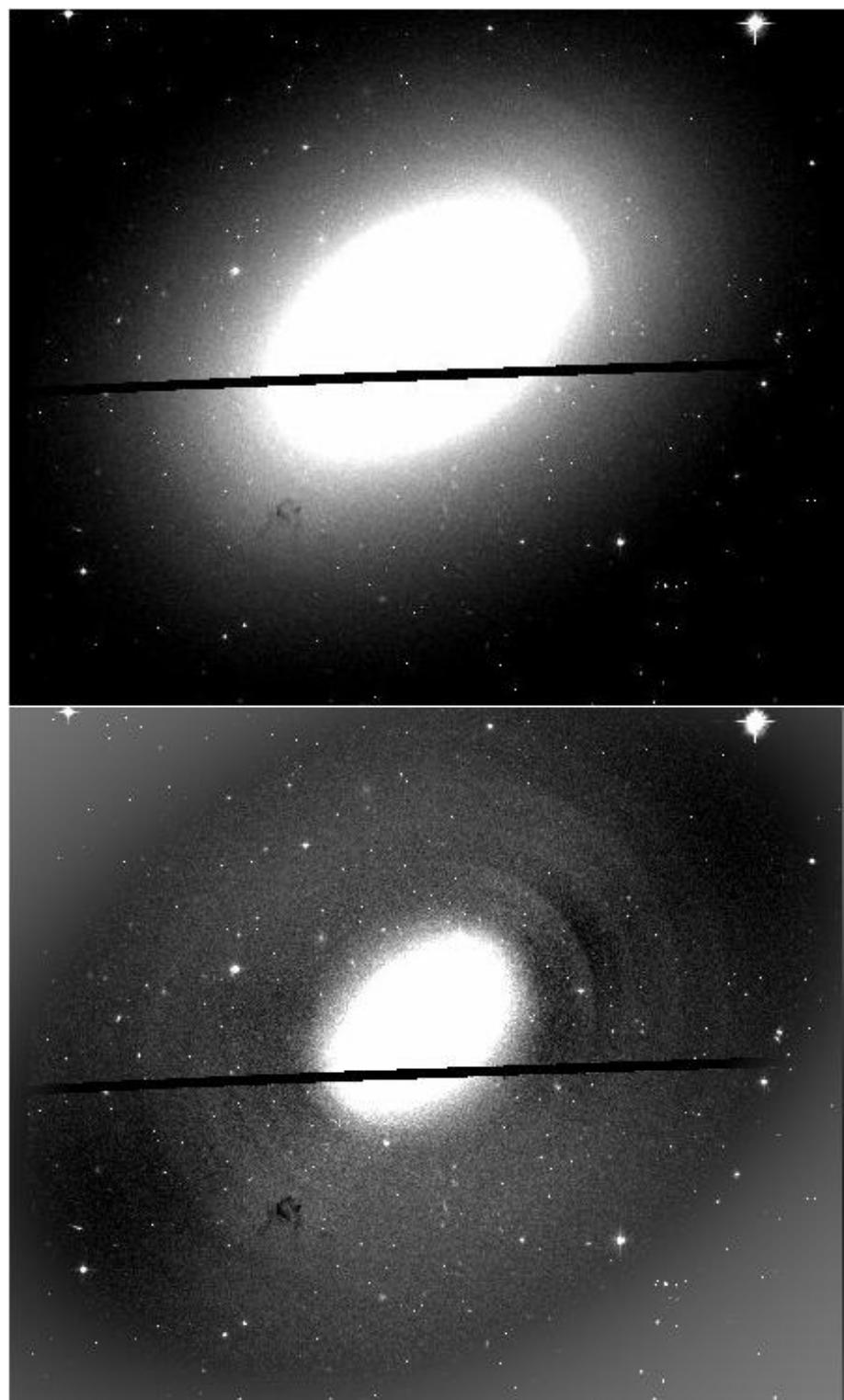
Parametre	
poloha stredu	[663; 525]
$a$ (arcsec)	0,1
$\tau$ ( $^{\circ}$ )	21,8
$s$	50,0
$I_a$ (ADU)	0,003

Tabuľka 3.6: Tabuľka s parametrami modelu NGC 3631

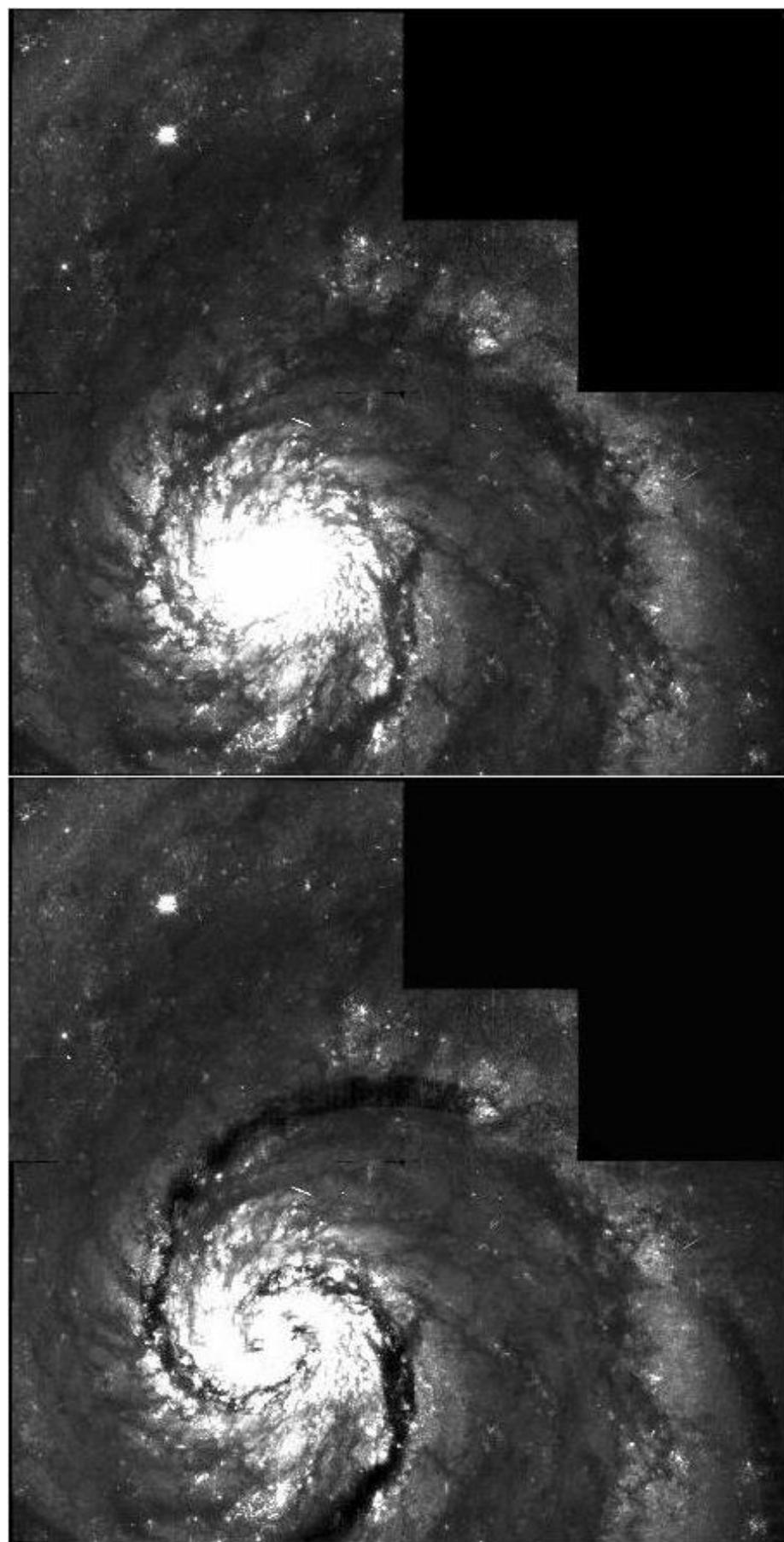
Výsledok odčítania snímok je na obr. 3.8. V tomto prípade sú ramená v dobrej zhode so zadanou krivkou. Tento model počíta s ramenami vychádzajúcimi priamo zo stredu galaxie a vidíme, že jej centrálné časti sú po odčítaní príliš tmavé. Preto by bolo vhodné vziať do úvahy model, v ktorom ramená posunieme do určitej vzdialenosť od stredu. Aby sme sa presvedčili, že ramená skutočne nezačínajú v centre, odčítame intenzitu galactickej výdute, ktorú možno popísť de Vaucouleursovým zákonom. Výsledná snímka je na obr. 3.9, parametre fitu sú v tabuľke 3.7.

Parametre	
hlavná poloos (arcsec)	50,0
vedľajšia poloos (arcsec)	50,0
$I_e$ (ADU)	40,0
$R_e$ (arcsec)	7,0

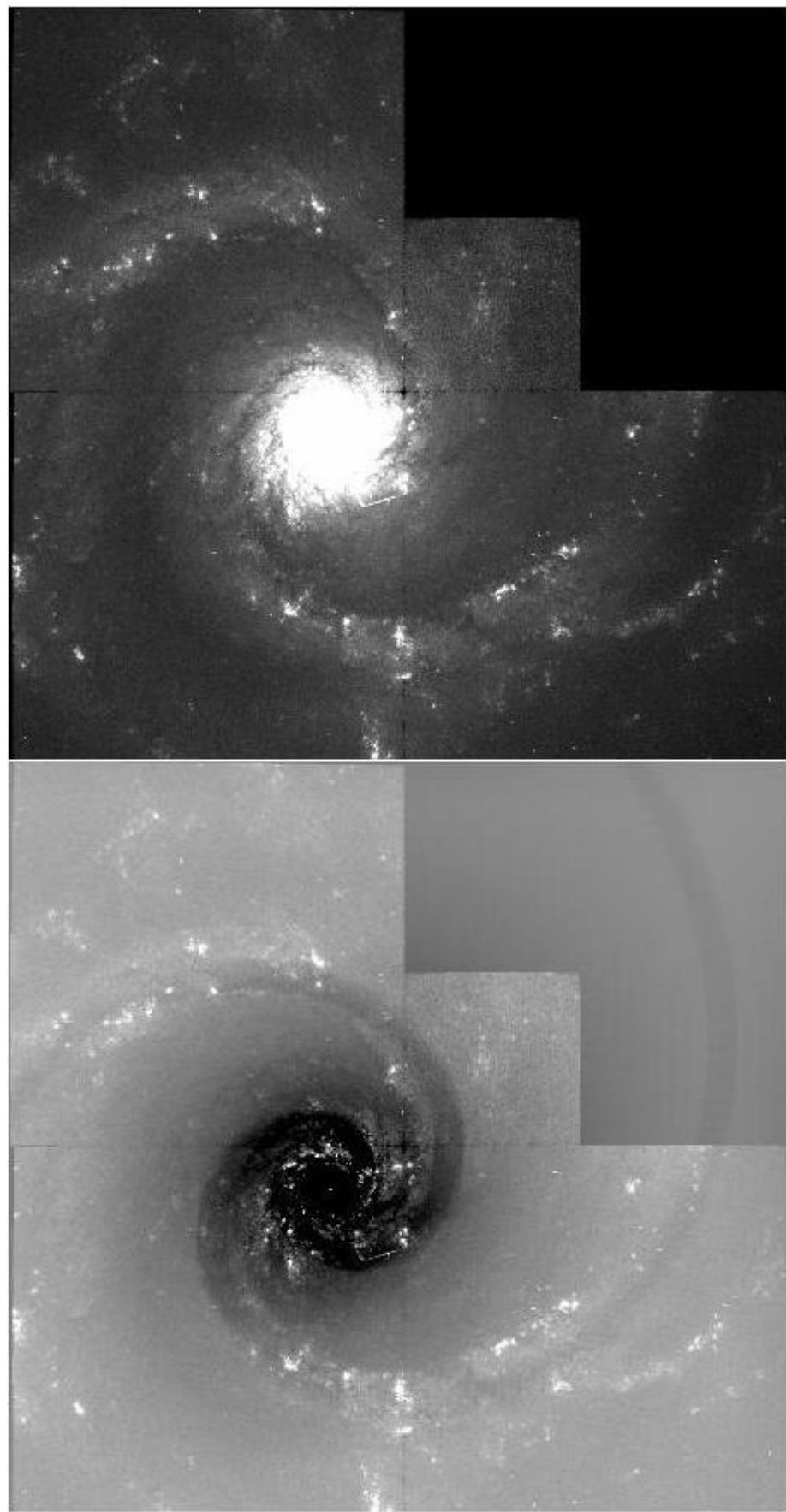
Tabuľka 3.7: Tabuľka parametrov z de Vaucouleursovoho zákona pre NGC 3631



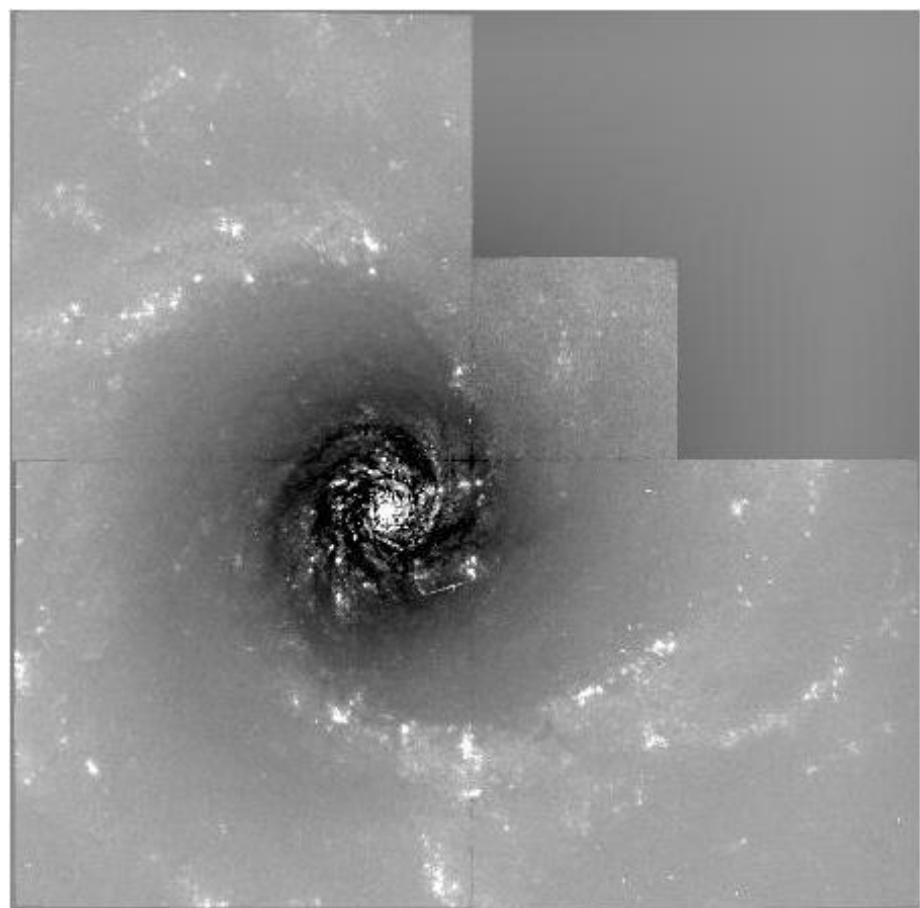
Obr. 3.6: Hore NGC 3923 z HST, dole rozdiel pôvodnej a namodelovanej snímky



Obr. 3.7: M51 z HST, dole rozdiel pôvodnej a namodelovanej snímky



Obr. 3.8: NGC 3631 z HST, dole rozdiel pôvodnej a namodelovanej snímky, v ktorej ramená vychádzajú zo stredu galaxie



Obr. 3.9: Výsledná snímka galaxie NGC 3631 po odčítaní modelu daného deVaucouleursovým zákonom

# Záver

Cieľom tejto práce bolo skúmanie fotometrie rôznych typov galaxií. Zaoberali sme sa najmä sledovaním závislosti jasnosti od vzrástajúcej vzdialenosť od stredu galaxie pri eliptických galaxiách. Danú závislosť možno vyjadriť niekoľkými modelmi.

Rozloženie jasnosti galaxie M87 najlepšie zodpovedá kombinácii deVaucouleursovoho a NFW zákona. U galaxií NGC 205 a NGC 3923 závislosť jasnosti klesá s rastúcou vzdialenosťou od centra umocnenej na jednu štvrtinu.

Rozloženie plošnej jasnosti špirálnych galaxií sa popisovalo pomocou logaritmickej špirály. Zistili sme, že pre M51 táto krvka nezodpovedá, pretože jej ramená sú deformované pôsobením jej sprievodnej galaxie. Naopak, galaxia NGC 3631 sa dá logaritmickou špirálou popísť celkom presne. Musíme však vychádzať z predpokladu, že ramená galaxií nevychádzajú priamo z ich centra, ale sú mierne posunuté od stredu. Zreteľné je to najmä po tom, čo odstránime svit centrálnej časti galaxie, ktorú možno popísť deVaucouleursovým zákonom.

V poslednom kroku sme stanovili hmotnosť galaxie M87. Keď spočítame hmotnosť galaxie obsiahnutú v polomere 3,6 kpc, dostaneme hodnotu  $8 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ . Údaj porovnáme s hodnotami v publikácii od Cohen a Ryzhova (1997) [27]. Pre rovnaký polomer 3,6 kpc udávajú hmotnosť  $(7 \pm 3) \cdot 10^{10} M_{\odot}$ , čo je skutočne v dobrej zhode.

Z pomeru hmotnosti k žiarivému výkonu galaxie zistujeme, že hmota galaxie je silne koncentrovaná v centre. Tu je pomer  $M/L$  vysoký, čo naznačuje, že by sa tam mohla nachádzať temná hmota či čierna diera.

# Zoznam použitých zdrojov

- [1] <http://starryskies.com/Artshtml/dln/10-02/along-the-milky-way.html>
- [2] B. W. Carroll, D. A. Ostlie: *An Introduction to Modern Astrophysics*, Weber Stat University, Addison-Wesley Publishing Company, 1996.
- [3] J. Binney, M. Merrifield: *Galactic Astronomy*, Princeton series in astrophysics, Addison-Wesley Publishing Company, 1996.
- [4] <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/223818/galaxy/68146/Interactions-between-cluster-members?anchor=ref559239>
- [5] <http://docs.kde.org/stable/en/kdeedu/kstars/ai-ellipgal.html>
- [6] <http://astronomy.swin.edu.au/cosmos>
- [7] J. Kormedy, D. Djorgovski: Surface Photometry and the Structure of Elliptical Galaxies, *Annual review of astronomy and astrophysics*, str. 235–277, 1989
- [8] H. Ferguson, B. Binggeli: Dwarf Elliptical Galaxies, *Astronomy and Astrophysics Review*, str. 67–122, 1994
- [9] <http://www.daviddarling.info/encyclopedia/ETEmain.html>
- [10] <http://www.astro.uu.se//~ns/review.html>
- [11] <http://docs.kde.org/stable/en/kdeedu/kstars/ai-spiralgal.html>
- [12] <http://astronomy.swin.edu.au/cms/astro/cosmos/S/Spiral%2Bgalaxy>
- [13] [http://www.britastro.org/vss/ccd\\_photometry.htm](http://www.britastro.org/vss/ccd_photometry.htm)
- [14] <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/458013/photometry>
- [15] <http://www.astro.queensu.ca/~courteau/Phys216/sphot.html>
- [16] J. F. Navarro, C. S. Frenk, S. D. M. White: The Structure of Cold Dark Matter Halos, *MNRAS* 275, str. 720, 1995
- [17] <http://geometrie.kma.zcu.cz/work/KS/LogSpir/LogaritmickaSpirala.pdf>
- [18] <http://www.efunda.com/math/leastsquares/leastsquares.cfm>
- [19] [http://www.stsci.edu/hst/HST\\_overview](http://www.stsci.edu/hst/HST_overview)
- [20] [http://www.stsci.edu/hst/HST\\_overview/documents/datahandbook/intro\\_ch35.html#1932236](http://www.stsci.edu/hst/HST_overview/documents/datahandbook/intro_ch35.html#1932236)

- [21] <http://www.physics.muni.cz/mb/>
- [22] <http://messier.seds.org/m/m087.html>
- [23] M. Girardi, P. Manzato et al.: Observational Mass-to-Light Ratio of Galaxy Systems from Poor Groups to Rich Clusters, *The Astrophysical Journal* 569, str. 720–741, 2002
- [24] <http://astronomy.swin.edu.au/cosmos/V/Velocity+Dispersion>
- [25] W. L. W. Sargent et al.: Dynamical Evidence for a Central Mass Concentration in the Galaxy M87, *The Astrophysical Journal* 221, str. 731–744, 1978
- [26] [http://spiff.rit.edu/classes/phys440/lectures/glob\\_clus/glob\\_clus.html](http://spiff.rit.edu/classes/phys440/lectures/glob_clus/glob_clus.html)
- [27] J. G. Cohen, A. Ryzhov: The Dynamics of the M87 Globular Cluster System, *arXiv:astro-ph/9704051v1*, 1997
- [28] <http://messier.seds.org/m/m110.html>
- [29] <http://www.astrosurf.com/antilhue/ngc3923.htm>
- [30] S. Sato, Y. Tawara: Hot Gas Halo of NGC 3923: Circulation of Intergalactic Matter, *The Astrophysical Journal* 514, str. 765, 1999
- [31] <http://messier.seds.org/m/m051.html>
- [32] <http://www.astro.cornell.edu/academics/courses/astro201/galaxies/n3631.htm>

