

MASARYKOVA UNIVERZITA

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

CCD ASTROMETRIE PLANETEK

TEREZA KREJČOVÁ



BRNO 2006

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně a podle pokynů vedoucího bakalářské práce Filipa Hrocha. Všechny prameny z kterých jsem čerpala jsou uvedeny v kapitole Literatura.

V Brně dne

Podpis

Na tomto místě bych chtěla poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Filipu Hrochovi za jeho astronomickou pomoc a morální podporu při psaní této práce.

Anotace

Přesné určení polohy planetek patří v dnešní době k důležitým oblastem astronomie. Ve své práci jsem porovnávala souřadnice planetek určené dvěma různými způsoby. Prvním způsobem je CCD astrometrie, která je založena na projekci sféry do roviny CCD snímku. Druhá metoda zahrnuje výpočet souřadnic z dráhových elementů Země a planetky. Takto získané výsledky jsem v závěrečné části práce porovnávala s hodnotami, které udává Minor Planet Center.

Annotation

The measurement of the accurate astrometric position of minor planets is interesting, but not trivial problem. The main aim of my work is, to determine the equatorial coordinates — the right ascension and declination of selected minor planets. To manage this I used two different methods. The first one is the CCD Astrometry using the projection of the part of the sky to the CCD plate. The other one is based on the computation of the position from orbital elements of the Earth and of the minor planet. The results of these methods are compared together with the data from Minor Planet Center in the ending part of this work.

Obsah

Úvod	6
1 Pás planetek	7
1.1 Od historie po současnost	7
2 Určení rovníkových souřadnic druhého druhu planetky z dráhových elementů	11
2.1 Dráhové elementy	12
2.2 Výpočet souřadnic z elementů	15
2.2.1 Výpočet heliocentrických ekliptikálních souřadnic planetky a Země	16
2.2.2 Výpočet rektascenze a deklinace	19
2.3 Převod geocentrických souřadnic na topocentrické	20
3 CCD Astrometrie	22
3.1 Gnomonická projekce	22
3.2 Metoda nejmenších čtverců	25
3.2.1 Určení chyby metody nejmenších čtverců	27
3.3 Výpočet souřadnic planetky	28
4 Zpracování měření	29
4.1 Vybrané planetky a jejich pozorování	29
4.2 Použité vybavení	29
4.3 Zpracování snímků	30
4.4 Výpočet pomocí astrometrie	30
4.5 Výpočet z dráhových elementů	31

4.6	Výsledky pozorování	32
4.6.1	Planetka Ulula	32
4.6.2	Planetka Vyssotsky	33
	Závěr	41
	Literatura	45

Úvod

V této bakalářské práci bych chtěla porovnat rovníkové souřadnice druhého druhu vybraných planetek hlavního pásu určené dvěma rozdílnými metodami. První metoda — CCD astrometrie, je založena na výpočtu souřadnic z napozorovaných dat, zatímco metoda druhá vychází ze známých dráhových elementů planetek. Díky těmto elementům můžeme předpokládanou polohu planetky vypočítat. Také chci ukázat, jak se mnou určené hodnoty shodují s vypočtenými polohami planetek uvedených v Minor Planet Center [21] (dále jen MPC). Tato instituce se zabývá sběrem, výpočty a ověřováním astrometrických pozorování komet a planetek. Určuje také jejich elementy drah a efemeridy. Podle [4].

Kapitola 1

Pás planetek

1.1 Od historie po současnost

Objevu první planetky v tzv. pásu planetek mezi drahami planet Mars a Jupiter předcházela náhodná shoda okolností. Roku 1772 upozornil německý matematik J. D. Titius (1729–1796) ve své knize „Pozorování přírody“ na posloupnost čísel, která odpovídala vzdálenostem planet od Slunce v astronomických jednotkách. Měla vzniknout přičtením čísla 0,4 k jednotlivým prvkům posloupnosti $0 - 0,3 - 0,6 - 1,2 - 2,4 - \dots$. Tato myšlenka se zalíbila tehdejšímu řediteli berlínské hvězdárny J. E. Bodemu (po kterém je řada pojmenována), který s ohledem na tuto posloupnost usoudil, že se mezi Marsem a Jupiterem musí nacházet další planeta.

Přestože po objevení Uranu roku 1781 bylo zjištěno, že jeho vzdálenost neodpovídá vzdálenosti předpovězené posloupností, byla v září roku 1800 baronem von Zachem vytvořena skupina astronomů, kteří měli onu pátou planetu najít. Tato „Nebeská policie“, jak se astronomové nazvali, rozdělila oblast oblohy podél zvětrníkvyých souhvězdí na jednotlivé části. Do hledání chtěli zapojit pokud možno co nejvíce astronomů, a tak rozeslali dopisy s tímto návrhem možným zájemcům. Dříve než dopisy dorazily ke všem pozorovatelům, byla k velkému překvapení planeta nalezena, a právě jedním z těch, kterému byl jeden ze Zachových dopisů adresován.

Objevil ji náhodou italský astronom Giuseppe Piazzi první noci devatenáctého století, tedy 1. 1. 1801. Na observatoři v Palermu na Sicílii přemě-

řoval Wollastonovu hvězdnou mapu a při zpětné kontrole svých pozorování zjistil, že jedna hvězda sedmé velikosti má jiné souřadnice než předešlého dne. Sám Piazzí považoval objevené těleso nejprve za kometu a pokračoval v pozorování neznámého tělesa následujících šest týdnů. Naneštěstí nebyl schopen ze svých pozorování určit dráhu tělesa, a proto poté, co se snažil kometu po přerušení způsobeném nemocí znovu najít, nebyl úspěšný.

V této chvíli přišla astronomům na pomoc teorie. Mladý vědec J. C. F. Gauss (1777–1855) přišel krátce před tímto objevem s metodou určení drah kosmických těles jen ze tří pozorování. V praxi tuto metodu ještě nepoužil, a tak se dal okamžitě do práce, aby v listopadu téhož roku mohl oznámit dráhové elementy tělesa, a tudíž předpovědi jeho poloh. Svými výpočty prokázal, že ona kometka je ve skutečnosti planetou.¹

Znovunalezení tělesa ale bránilo špatné počasí, a proto bylo pozorováno až 1. 1. 1802, tedy na první výročí objevu. Nově objevenou planetu Piazzí pojmenoval Ceres podle římské bohyně — patronky Sicílie.

V březnu roku 1802 byla objevena Wilhelmem Olbersem (1758–1840) při hledání Cerery mezi drahami Marsu a Jupitera další „planeta“. Překvapující bylo, že dráha nově objeveného tělesa byla velmi podobná dráze Cerery. Planeta byla nazvána Pallas. Olbers, původně praktický lékař, přišel s teorií, že mezi drahami Marsu a Jupitera kdysi existovala jediná planeta. Jejím rozpadem mělo vzniknout mnoho malých planetek, jejichž dráhy by se měly protínat v místě, kde došlo ke zničení původní planety.

Díky tomuto předpokladu byla roku 1804 objevena planetka nazvaná Juno a později roku 1807 planetka nazvaná Vesta. Zdálo se, že tato pozorování naprosto potvrdzovala Olbersovu teorii. Dráhy nalezených planet se protínaly téměř v jednom bodě.

Tento předpoklad by ale mohl platit pouze tehdy, kdyby k rozpadu mateřské planety došlo relativně nedávno. V opačném případě by vliv větších planet narušil orbity planetek a astronomové by nemohli pozorovat to, co ve skutečnosti pozorovali.

Olbers pokračoval ve výzkumu, ale když po devíti letech práce nenalezl žádné nové těleso, prohlásil, že už ani žádné být nalezeno nemůže. Jeho autorita v oboru zapříčinila pozastavení výzkumu na dlouhou dobu.

¹ V této době se předpokládalo, že se jedná o planetu.

První pojmenování pro tělesa nacházející se mezi Marsem a Jupiterem vymyslel William Herschel (1738–1822), který svůj název asteroidy odvodil od podobnosti těchto těles s hvězdami při pozorování dalekohledem.

Další planetka byla objevena až roku 1845 astronomem amatérem K. L. Henkeem, který tak nastartoval novou etapu objevování planetek.

V roce 1850 bylo známo 13 asteroidů a v roce 1868 jich bylo již sto. Z této doby pochází objev amerického astronoma Daniela Kirkwooda (1814–1895), který byl poprvé zveřejněn roku 1866.

Kirkwood zjistil, že se žádný asteroid nepohybuje s oběžnou periodou rovnou jednoduchému zlomku oběžné doby Jupitera. Tyto tzv. Kirkwoodovy mezery vysvětlil jako gravitační rušení Jupitera. Planetky mající některou z výše uvedených period se dostanou do gravitační rezonance s Jupiterem, který pozmění při každém přiblížení jejich dráhu, která se pak s časem mění.

Roku 1890 už bylo známo 300 planetek. S postupným objevováním stále více planetek a s proměřováním jejich dráhových elementů bylo definitivně upuštěno od původní Olbersovy teorie o mateřské planetě.

Zásadním průlomem v objevování planetek bylo použití fotografie v devadesátých letech devatenáctého století. Jako první využil této nové metody Max Wolf (1864–1932), který tak mohl objevovat planetky až do hvězdné velikosti 12,6 magnitudy. S rozvojem fotografických metod došlo k velkému nárůstu počtu objevených planetek.

Byli také objeveni první Trojáni, což jsou planetky nacházející se v libračním bodě soustavy Jupiter – Slunce, které nesou jména hrdinů z Trojské války.

Roku 1873 byla objevena planetka nazvaná Aethra. Jejím sledováním bylo zjištěno, že má přísluní mezi dráhou Marsu a Země. Začaly tak být objevovány tzv. blízkozemní planetky, které svou dráhou mohou křížovat dráhu Země, ale i ostatních planet.

Roku 1923 byla objevena planetka s pořadovým číslem 1000 a byla pojmenována Piazzia, po objeviteli prvního asteroidu G. Piazzim. Planetka s číslem 2000 byla objevena o 55 let později, čísla 3000 už bylo dosaženo pouhých šest let poté.

Obrovským přínosem jak pro objevování nových planetek, tak pro přesné vyhodnocení dat, bylo použití CCD kamery. Tento přístroj značně zvýšil počet nově objevených planetek. Jejich počet k 1. 1. 2006 dosáhl 305 224,

přičemž z nich očíslováno bylo 120 437 a pojmenováno 12 779 planetek.
Převzato z [13].

Jako podklad k napsání této kapitoly jsem použila pramenů [19] a [5].

Kapitola 2

Určení rovníkových souřadnic druhého druhu planety z dráhových elementů

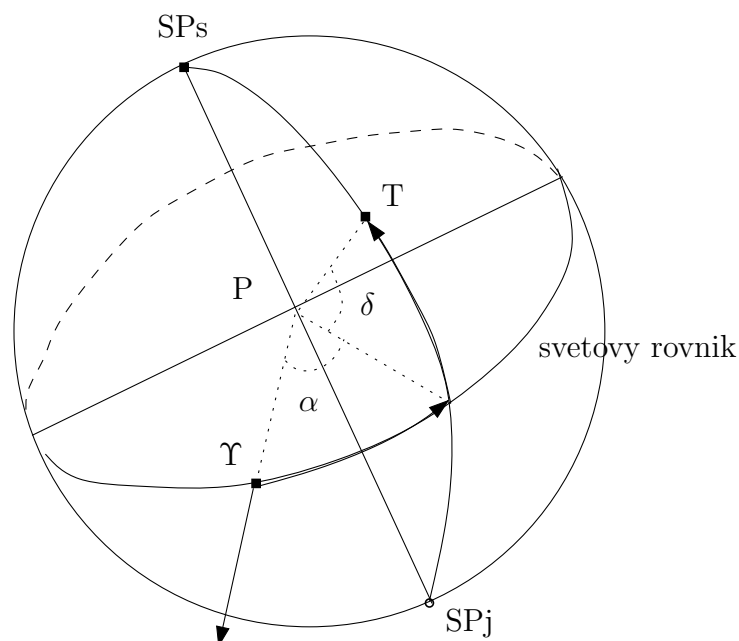
Rovníkovými souřadnicemi druhého druhu označujeme rektascenzi α a deklinaci δ . Jsou to souřadnice, kterých se běžně používá k určení polohy vesmírných těles. Základní rovinu této souřadnicové soustavy tvoří rovina světového rovníku a základním směrem je směr k jarnímu bodu (Υ), viz Obrázek 2.1. Je to bod, kde světový rovník protíná rovinu ekliptiky a Slunce se zde nachází v den jarní rovnodennosti.

Rektascenze α je potom úhel, který svírá rovina procházející oběma póly a tělesem s rovinou, která prochází oběma póly a jarním bodem. Měří se proti směru denního pohybu oblohy. Podle [15]. Nejčastěji je rektascenze udávána v časové míře, v některých astronomických katalozích je uváděna ve stupních. Pro jejich převod platí jednoduchý vztah:

$$1\text{hod} \equiv 15^\circ. \quad (2.1)$$

Druhou souřadnicí je deklinace δ . Je to úhel, který svírá rovina světového rovníku s pomyslnou spojnicí pozorovatele a tělesa. Má nulovou hodnotu na světovém rovníku, maximální — tedy 90° na pólech. Na severní polokouli se počítá kladně, na jižní záporně.

K zjištění těchto souřadnic potřebujeme znát jak dráhové elementy dané planety, tak dráhové elementy Země. Dráhovými elementy rozumíme mini-



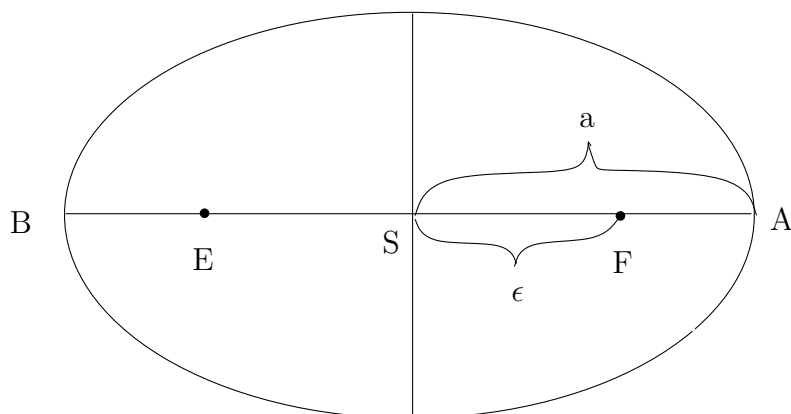
Obrázek 2.1: Rovníkové souřadnice druhého druhu. SPs – severní světový pól, SPj – jižní světový pól, P – pozorovatel, T – těleso, α – rektascenze, δ – deklinace. Podle [15].

málně šest údajů, které jednoznačně popisují polohu tělesa ve sluneční soustavě. Tyto údaje jsou uváděny vzhledem ke Slunci. Souřadnice jsou tedy heliocentrické a při dalším výpočtu je třeba zohlednit jak geocentrickou polohu pozorovatele (vzhledem ke středu Země), tak posléze i jeho polohu topocentrickou (vzhledem k místu pozorování). Dráhové elementy Země jsem pro své výpočty zjistila z Hvězdářské ročenky [6], elementy planetky z internetové stránky MPC [21].

2.1 Dráhové elementy

Velká poloosa dráhy a

Velká poloosa dráhy je vzdálenost od středu elipsy S k jejímu hlavnímu vrcholu A, viz Obrázek 2.2.



Obrázek 2.2: Velká poloosa a excentricita.

Střední anomálie M_0

Střední anomálie je úhel, který zjistíme tak, že ze středu elipsy, po které obíhá těleso kolem Slunce, opíšeme kružnici s poloměrem rovným velké poloose této elipsy. Po této fiktivní kružnici se těleso pohybuje tak, aby procházelo perihelem současně se skutečným tělesem. Střední anomálie je potom úhel, který svírá průvodič tělesa obíhající po výše zmíněné kružnici s přímkou apsid. Přímka apsid je zde spojnice perihelia a afelia. Průvodič tělesa je obecně spojnice obíhajícího objektu s ohniskem elipsy. V tomto případě je to spojnice se středem imaginární kružnice. Střední anomálie se udává pro určitý okamžik.

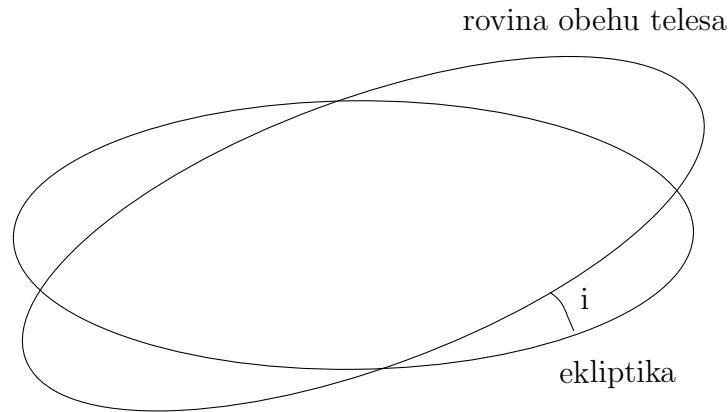
Excentricita e

Excentricita e , neboli výstřednost je bezrozměrná veličina, která je dána podílem ϵ/a , kde ϵ je vzdálenost od středu elipsy k jejímu ohnisku.

Sklon dráhy i

Sklon dráhy, nebo také inklinace, je úhel, který svírá rovina oběhu tělesa

s rovinou ekliptiky, viz Obrázek 2.3.



Obrázek 2.3: Inklinace.

Délka výstupního uzlu Ω

Délka výstupního uzlu je úhel, který svírá přímka spojující Slunce a jarní bod s přímkou, která vznikne jako průsečnice roviny ekliptiky a roviny oběhu tělesa, viz Obrázek 2.4.

Délka perihelu v dráze (argument perihelu) ω

Argument perihelu je úhel mezi průsečnicí roviny oběhu tělesa s rovinou ekliptiky a přímkou apsid. Dobře je to vidět na Obrázku 2.4.

Délka perihelu ϖ

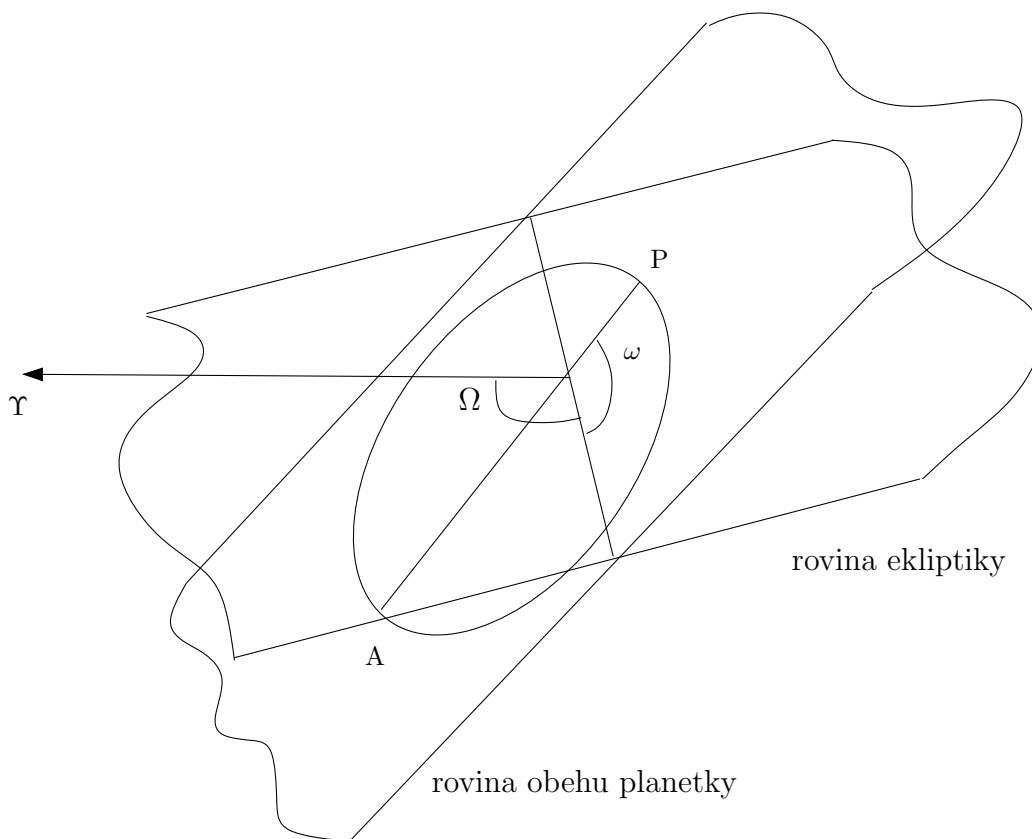
V některé literatuře (např. ve Hvězdářské ročence) se místo argumentu perihelu udává veličina zvaná délka perihelu. Je definována jako součet délky výstupního uzlu Ω a argumentu perihelu ω :

$$\varpi = \omega + \Omega. \quad (2.2)$$

Střední denní pohyb n

Tato veličina udává, kolik stupňů urazí těleso za jeden den. Je definována vztahem:

$$n = 360^\circ / P, \quad (2.3)$$



Obrázek 2.4: Délka výstupního uzlu a argument perihelu. ω – délka perihelu v dráze, Ω – délka výstupního uzlu, A – afelium, P – perihelium, Υ – směr k jarnímu bodu.

kde P je perioda oběhu ve dnech. Proto se někdy také místo denního pohybu udává perioda oběhu.

2.2 Výpočet souřadnic z elementů

Samotný výpočet můžeme rozdělit na dvě části:

1. Výpočet heliocentrických pravoúhlých ekliptikálních souřadnic planetky a Země,

2. Výpočet rektascenze a deklinace.

2.2.1 Výpočet heliocentrických ekliptikálních souřadnic planetky a Země

- Výpočet střední anomálie pro datum pozorování
Pro libovolný okamžik lze aktuální hodnotu střední anomálie spočítat ze vztahu:

$$M(t) = M_0 + n(t - t_0), \quad (2.4)$$

kde t je juliánské datum pro okamžik pozorování, t_0 je juliánské datum pro které známe hodnotu střední anomálie a M_0 je hodnota střední anomálie pro čas t_0 .

Juliánské datum je časový údaj používající se v astronomii. Zavedl jej francouzský astronom amatér Joseph Scaliger (1540–1609). Udává počet dní, které uplynuly od světového poledne 1. ledna roku 4713 př.n.l.

- Výpočet excentrické anomálie E
Excentrická anomálie je úhel, který dostaneme, když z bodu O (aktuální pozice tělesa) spustíme kolmici na přímkou apsid. Průsečík této přímky s fiktivní kružnicí (kružnice s poloměrem velké poloosy elipsy) spojíme se středem elipsy a dostaneme excentrickou anomálii, viz Obrázek 2.5.

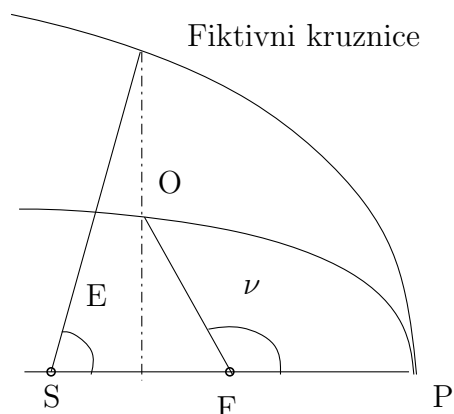
Hodnotu excentrické anomálie získáme řešením Keplerovy rovnice:

$$M = E - e \sin E. \quad (2.5)$$

Tato rovnice je transcendentní, tedy nemá analytické řešení. Řeší se např. iterační metodou. Ta předpokládá, že známe přibližnou hodnotu řešení a postupným zpřesňováním ve více krocích dostaneme konečný výsledek. V našem případě upravíme rovnici (2.5) do tvaru:

$$E = M + e \sin E, \quad (2.6)$$

kde při první (nulté) iteraci za excentrickou anomálii v argumentu funkce \sin dosadíme hodnotu střední anomálie, tedy $E \sim M$. V dru-



Obrázek 2.5: Excentrická a pravá anomálie. E – excentrická anomálie, ν – pravá anomálie, O – aktuální poloha sledovaného tělesa, P – perihelium, F – ohnisko elipsy, S – střed elipsy.

hém kroku dosadíme už námi spočítanou hodnotu excentrické anomálie. Tento postup opakujeme tak dlouho, dokud rozdíl jednotlivých výsledků neodpovídá námi požadované přesnosti. Výsledná hodnota by se měla blížit ke správné hodnotě a závisí na počtu kroků, které provedeme.

- Výpočet pravé anomálie ν
K určení heliocentrických pravoúhlých ekliptikálních souřadnic potřebujeme znát hodnotu pravé anomálie ν . Jde o úhel, který mezi sebou svírá přímka apsid a průvodič spojující těleso, pohybující se po elipse s ohniskem elipsy, viz Obrázek 2.5. Pro pravou anomálii platí vztah:

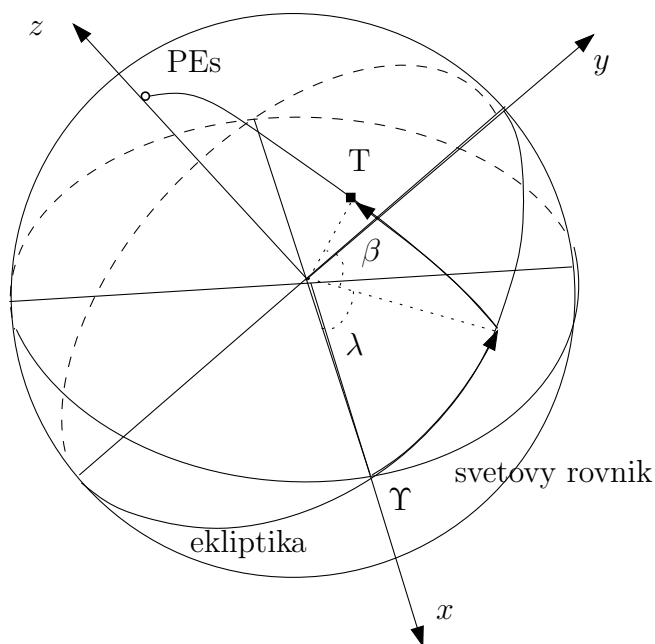
$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2}. \quad (2.7)$$

- Výpočet délky průvodiče r
Tato veličina je definována jako:

$$r = a(1 - e \cos E) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}, \quad (2.8)$$

- Výpočet heliocentrických pravoúhlých ekliptikálních souřadnic
Za základní rovinu této souřadné soustavy považujeme rovinu ekliptiky.

Hlavním směrem této soustavy souřadnic je směr k jarnímu bodu. Je to směr osy x . Osa y je orientovaná proti směru otáčení hvězdné oblohy, osa z směřuje k pólu ekliptiky. Tuto soustavu zobrazuje Obrázek 2.6. Ekliptikálními souřadnicemi jsou ekliptikální (nebo také astrono-



Obrázek 2.6: Ekliptikální souřadnice. λ – ekliptikální délka, β – ekliptikální šířka, T – těleso, PEs – severní pól ekliptiky. Podle [15].

mická) délka λ a šířka β . Ekliptikální délka se měří od jarního bodu proti směru denního pohybu oblohy. Může nabývat hodnot od 0° do 360° . Ekliptikální šířka je úhel, který měříme na šířkových kružnicích. V severním směru nabývá kladných a v jižním směru záporných hodnot, a to 0° až 90° . Pro zjištění těchto souřadnic musíme znát hodnotu pomocné veličiny L , která je definována takto:

$$L = \varpi + \nu - \Omega = \omega + \nu. \quad (2.9)$$

Samotné pravoúhlé ekliptikální souřadnice X , Y a Z můžeme vypočítat

ze vztahů:

$$\begin{aligned} X &= r (\cos \Omega \cos L - \sin \Omega \sin L \cos i), \\ Y &= r (\sin \Omega \cos L - \cos \Omega \sin L \cos i), \\ Z &= r \sin L \sin i. \end{aligned} \quad (2.10)$$

- Výpočet heliocentrických ekliptikálních souřadnic λ_h a β_h
Tyto souřadnice můžeme spočítat ze vztahů:

$$X = r \cos \lambda_h \cos \beta_h, \quad (2.11)$$

$$Y = r \sin \lambda_h \cos \beta_h, \quad (2.12)$$

$$Z = r \sin \beta_h. \quad (2.13)$$

Potom pro λ_h a β_h platí:

$$\beta_h = \arcsin \frac{Z}{r}, \quad (2.14)$$

$$\lambda_h = \arctan \frac{Y}{X}. \quad (2.15)$$

Pro výpočet heliocentrických pravoúhlých ekliptikálních souřadnic Země použijeme analogický postup, jen pro jiné dráhové elementy.

2.2.2 Výpočet rektascenze a deklinace

- Protože už známe heliocentrické pravoúhlé ekliptikální souřadnice planety (X_P, Y_P, Z_P) a Země (X_Z, Y_Z, Z_Z), můžeme z nich určit geocentrické pravoúhlé ekliptikální souřadnice planety (x_g, y_g a z_g):

$$x_g = X_P - X_Z, \quad (2.16)$$

$$y_g = Y_P - Y_Z,$$

$$z_g = Z_P - Z_Z.$$

- Z těchto souřadnic můžeme vypočítat geocentrické ekliptikální souřadnice β_g a λ_g :

$$x_g = \rho \cos \beta_g \cos \lambda_g, \quad (2.17)$$

$$y_g = \rho \cos \beta_g \sin \lambda_g,$$

$$z_g = \rho \sin \beta_g,$$

kde

$$\rho = \sqrt{x_g^2 + y_g^2 + z_g^2}. \quad (2.18)$$

- Nyní máme určeny ekliptikální souřadnice planety vzhledem k Zemi. K dalšímu porovnávání poloh budeme potřebovat rovníkové souřadnice druhého druhu.
- Pro převod ekliptikálních souřadnic na rovníkové využijeme vztahů:

$$\sin \alpha \cos \delta = -\sin \beta_g \sin \varepsilon + \cos \beta_g \cos \varepsilon \sin \lambda_g, \quad (2.19)$$

$$\cos \alpha \cos \delta = \cos \beta_g \cos \lambda_g,$$

$$\sin \delta = \sin \beta_g \cos \varepsilon + \cos \beta_g \sin \varepsilon \sin \lambda_g,$$

kde veličina ε je sklon ekliptiky vzhledem k světovému rovníku a její hodnota je $23,438511^\circ$.

- Výsledné souřadnice pak dostaneme upravením předchozích vztahů do tvaru:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{-\sin \varepsilon}{\cos \lambda_g} \tan \beta_g + \cos \varepsilon \tan \lambda_g \right), \quad (2.20)$$

$$\delta = \arcsin (\sin \beta_g \cos \varepsilon + \cos \beta_g \sin \varepsilon \sin \lambda_g). \quad (2.21)$$

2.3 Převod geocentrických souřadnic na topocentrické

Souřadnice α a δ , které jsme spočítali v předešlém oddíle, jsou vztaženy ke středu Země, tedy geocentrické. Pokud se těleso nachází dostatečně blízko Země, bude mít poloha pozorovatele na Zemi vliv na změřené souřadnice. Musíme tedy zohlednit pozorovací místo a získat tak souřadnice topocentrické. Vlastní transformace je vlastně korekce geocentrických souřadnic o paralaxu v deklinaci a rektascenzi, které označíme $\Delta\alpha$ a $\Delta\delta$:

$$\alpha_T = \alpha_G + \Delta\alpha, \quad (2.22)$$

$$\delta_T = \delta_G + \Delta\delta, \quad (2.23)$$

kde veličiny s indexem T jsou souřadnice topocentrické a s indexem G souřadnice geocentrické.

Pro výpočet ještě potřebujeme znát hodnotu rovníkové horizontální paralaxy planety π , kterou vypočteme ze vztahu:

$$\pi = \frac{8,794''}{\rho}, \quad (2.24)$$

kde veličina ρ je vzdálenost planety od Země v AU, kterou zjistíme ze známých heliocentrických pravouhlých souřadnic Země a planety, viz (2.18). Z následujících vztahů už můžeme rovnou určit hodnoty veličin $\Delta\alpha$ a $\Delta\delta$:

$$\Delta\alpha = \frac{-\pi \cos \varphi \sin H}{\cos \delta}, \quad (2.25)$$

$$\Delta\delta = -\pi (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \cos H \sin \delta), \quad (2.26)$$

kde úhel φ je zeměpisná šířka místa pozorování a H je hodinový úhel tělesa pro okamžik měření. Jeho hodnota je dána vztahem:

$$H = \Theta - \alpha, \quad (2.27)$$

kde Θ je hvězdný čas a α rektascenze planety. Podle [8].

Kapitola 3

CCD Astrometrie

CCD astrometrie je metoda určování polohy tělesa na nebeské sféře ze CCD snímku. Od počátku devadesátých let, kdy se začala uplatňovat, skoro úplně nahradila dosavadní metodu tzv. fotografickou astrometrii, kdy se souřadnice objektů určovaly z fotografických snímků.

V mém případě jde o určení rovníkových souřadnic — rektascenze α a deklinace δ planetek pomocí CCD kamery.

3.1 Gnomonická projekce

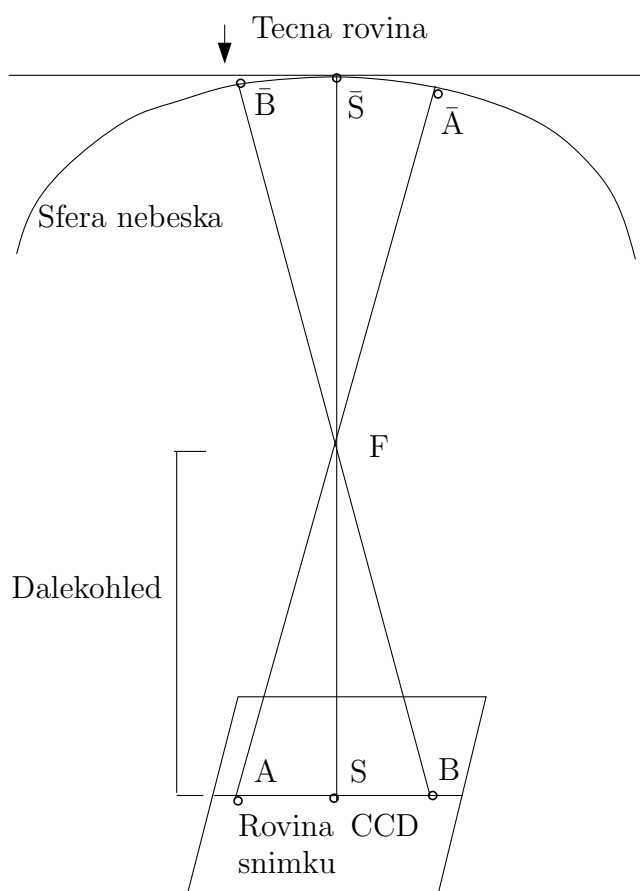
Tato metoda je založena na projekci zakřivené plochy (kousku oblohy), do roviny CCD snímku. Rovina snímku se nazývá tečná rovina (tangent plane), viz Obrázek 3.1.

Předpokládejme, že optická osa dalekohledu směřuje od středu snímku S k bodu \bar{S} na sféře. Ostatní hvězdy na sféře se známými souřadnicemi α a δ se tedy promítnou do tečné roviny, viz Obrázek 3.2 Tato rovina je určena osami ξ a η .

Transformační vztahy mezi těmito souřadnicemi vypadají následovně:

$$\xi = \frac{\sin(\alpha - \alpha_0) / \tan \delta}{\sin \delta_0 + \cos(\alpha - \alpha_0) \cos \delta_0 / \tan \delta}, \quad (3.1)$$

$$\eta = \frac{\cos \delta_0 - \sin \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0) / \tan \delta}{\sin \delta_0 + \cos(\alpha - \alpha_0) \cos \delta_0 / \tan \delta}, \quad (3.2)$$



Obrázek 3.1: Gnomonická projekce. Podle [16].

kde α_0 a δ_0 jsou souřadnice středu snímku, které jsou totožné s bodem, kde „přisedá“ tečná rovina ke sféře.

V případě malého zorného pole, což CCD snímek splňuje, platí:

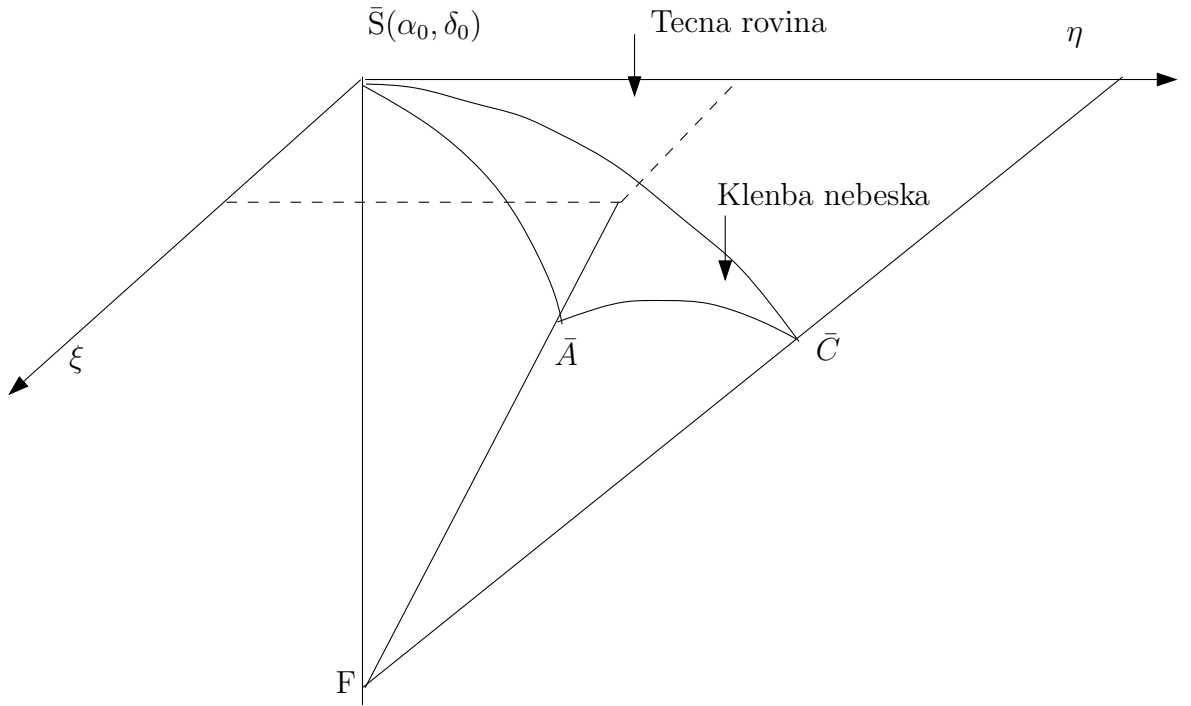
$$\alpha - \alpha_0 \ll 1, \quad (3.3)$$

$$\delta - \delta_0 \ll 1. \quad (3.4)$$

Následuje aproximace, kde vztahy (3.1) a (3.2) můžeme přepsat do tvaru:

$$\xi = -(\alpha - \alpha_0) \cos \delta, \quad (3.5)$$

$$\eta = \delta - \delta_0. \quad (3.6)$$



Obrázek 3.2: Tangenciální rovina. Podle [16].

Hodnoty takto zjištěných veličin ξ a η musíme ještě vynásobit měřítkem c , abychom docílili stejných jednotek jako u naměřených standardních souřadnic x a y . Měřítko pro i -tou hvězdu vypočteme ze vztahu:

$$c_i = \frac{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}}{\sqrt{(\xi_i - \xi_0)^2 + (\eta_i - \eta_0)^2}}, \quad (3.7)$$

kde veličiny x_0, y_0 a ξ_0, η_0 jsou v obou soustavách souřadnice těžiště srovnávacích hvězd.

Touto projekcí ale získáme tzv. ideální standardní souřadnice hvězd ξ a η , které se ovšem neshodují se souřadnicemi zjištěnými ze snímku. Tyto souřadnice se nazývají naměřené standardní souřadnice x a y a vůči ideálním standardním souřadnicím se liší o určité posunutí a otočení. Tuto transformaci vystihují tzv. deskové konstanty (plate constants) ξ_0, η_0, A a B .

Souřadnice ξ a η můžeme vyjádřit pomocí souřadnic x a y :

$$\xi = x \cos \varphi - y \sin \varphi, \quad (3.8)$$

$$\eta = x \sin \varphi + y \cos \varphi, \quad (3.9)$$

kde úhel φ představuje úhel otočení soustav. V maticovém zápisu:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

kde matici R nazýváme maticí otočení:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Pokud zohledníme i posunutí o souřadnice ξ_0 a η_0 , výsledné vztahy nabudou této podoby:

$$\xi = \xi_0 + Ax - By, \quad (3.12)$$

$$\eta = \eta_0 + Bx + Ay, \quad (3.13)$$

kde $A = \cos \varphi$, $B = \sin \varphi$.

3.2 Metoda nejmenších čtverců

Abychom z výše uvedených vztahů mohli určit ideální standardní souřadnice planetky, u které známe pouze její naměřené standardní souřadnice, musíme určit již výše zmíněné deskové konstanty ξ_0 , η_0 , A a B . Ty spočítáme díky znalosti souřadnic α a δ a tedy následně ξ a η a naměřených standardních souřadnic x a y vybraných srovnávacích hvězd. K výpočtu použijeme metodu nejmenších čtverců.

Tato metoda se využívá, když potřebujeme, aby průběh určité funkce $y = f(x)$ co nejlépe vystihoval hledanou závislost měřených veličin. Abychom mohli tento problém vyřešit, musíme najít výraz, který udává, jak se průběh funkce odlišuje od naměřených hodnot. Minimalizujeme tento výraz:

$$S = \sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2. \quad (3.14)$$

Je to součet druhých mocnin rozdílů zadaných a funkčních hodnot. Hledáme tedy minimum této funkce. To najdeme pomocí parciální derivace funkce podle veličin, které odhadujeme. V našem případě máme parametry čtyři — ξ_0, η_0, A a B :

$$S = \sum_{i=1}^N \{[(\xi_0 + Ax_i - By_i) - \xi_i]^2 + [(\eta_0 + Bx_i + Ay_i) - \eta_i]^2\}. \quad (3.15)$$

Aby S bylo minimální, musí se parciální derivace podle všech parametrů rovnat nule.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \xi_0} &= \sum_{i=1}^N 2(\xi_0 + Ax_i - By_i - \xi_i) = 0, & (3.16) \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^N (\xi_0 + Ax_i - By_i) = \sum_{i=1}^N \xi_i. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \eta_0} &= \sum_{i=1}^N 2(\eta_0 + Bx_i + Ay_i - \eta_i) = 0, & (3.17) \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^N (\eta_0 + Ay_i - Bx_i) = \sum_{i=1}^N \eta_i. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial A} &= \sum_{i=1}^N 2(\xi_0 + Ax_i - By_i - \xi_i) x_i \\ &\quad + (\eta_0 + Bx_i + Ay_i - \eta_i) y_i, & (3.18) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N \xi_0 x_i - \sum_{i=1}^N \eta_0 y_i + A \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) = \sum_{i=1}^N (\eta_i y_i + \xi_i x_i). \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial B} &= \sum_{i=1}^N 2(\xi_0 + Ax_i - By_i - \xi_i) (-y_i) \\ &\quad + (\eta_0 + Bx_i + Ay_i - \eta_i) x_i, & (3.20) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N -\xi_0 y_i + \sum_{i=1}^N \eta_0 x_i + B \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) = \sum_{i=1}^N (\eta_i x_i - \xi_i y_i). \quad (3.21)$$

V maticovém zápisu vypadají tyto čtyři rovnice takto:

$$\mathbf{JK} = \mathbf{L}, \quad (3.22)$$

kde

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} N & 0 & \sum x_i & -\sum y_i \\ 0 & N & \sum y_i & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum y_i & \sum (x_i^2 + y_i^2) & 0 \\ -\sum y_i & \sum x_i & 0 & \sum (x_i^2 + y_i^2) \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ A \\ B \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \sum \xi_i \\ \sum \eta_i \\ \sum (\eta_i y_i + \xi_i x_i) \\ \sum (\eta_i x_i - \xi_i y_i) \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

V těchto vztazích znamená N počet srovnávacích hvězd a suma \sum představuje $\sum_{i=1}^N$. Vyřešením této soustavy rovnic dostaneme námi požadované veličiny.

3.2.1 Určení chyby metody nejmenších čtverců

Abychom mohli odhadnout nejistotu určení parametrů ξ_0, η_0, A a B musíme znát veličinu S_0 , což je zbytkový součet čtverců odchylek pro nalezené hodnoty výše zmíněných parametrů:

$$S_0 = \sum_{i=1}^N \{[(\xi_0 + Ax_i - By_i) - \xi_i]^2 + [(\eta_0 + Bx_i + Ay_i) - \eta_i]^2\}. \quad (3.26)$$

Z tohoto vztahu získáme hodnotu veličiny S_0 , když do něj dosadíme námi odhadnuté hodnoty ξ_0, η_0, A a B . Díky znalosti zbytkového součtu čtverců

odchylek můžeme určit střední kvadratickou odchylku jednoho měření σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{S_0}{N-4}}, \quad (3.27)$$

kde číslo 4 určuje počet stupňů volnosti. Potom pro odhad nejistoty určení jednotlivých parametrů K_i platí vztah:

$$\delta K_i = \sigma \sqrt{H_{ii}}. \quad (3.28)$$

Příjemž platí:

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^{-1}. \quad (3.29)$$

Takto získané chyby parametrů dosadíme do vztahu pro zákon šíření chyb a můžeme určit chybu souřadnic α a δ .

3.3 Výpočet souřadnic planety

Teď, když známe deskové konstanty, můžeme díky znalosti naměřených standardních souřadnic planety vypočítat její ideální standardní souřadnice η_P a ξ_P . Poté co upravíme tyto hodnoty o měřítko c a dosadíme zpětně do vztahů (3.12) a (3.13) dostaneme rovníkové souřadnice druhého druhu pro planetku α_P a δ_P .

Kapitola 4

Zpracování měření

V předchozích dvou kapitolách jsem popsala dvě různé metody určení polohy planetky. V této kapitole se budu snažit tyto dvě metody ověřit na napozorovaných datech.

4.1 Vybrané planetky a jejich pozorování

Planetky, které jsem pozorovala, nesou označení a jméno:

714	Ulula
1600	Vyssotsky

Číslo před názvem planetky znamená pořadí v kterém byla objevena. Planetky jsem pozorovala v nocích uvedených v Tabulce 4.1. Data z nocí 23. 9., 10. 10. a 10. 12. 2005 napozoroval Tomáš Henych. S jeho laskavým svolením jsem tyto napozorované údaje použila při zpracování.

4.2 Použité vybavení

Měření jsem prováděla na observatoři na Kraví hoře univerzitním dalekohledem. Je to Newtonův reflektor s průměrem 62 cm a ohniskovou vzdáleností 2,78 m. Snímky byly pořízeny CCD kamerou ST-8 s čipem, který nese označení KAF-1600. Kamera se nachází v Newtonově ohnisku dalekohledu.

Jméno planety	datum pozorování
Ulula	23.–24. 9. 2005
	25.–26. 9. 2005
	30. 9.–1. 10. 2005
	1.–2. 10. 2005
	10.–11. 10. 2005
Vyssotsky	8.–9. 12. 2005
	10.–11. 12. 2005

Tabulka 4.1: Data pozorování

K ovládání dalekohledu jsem použila program Xmove a k ovládání kamery program NightView, které vyvinul Filip Hroch.

4.3 Zpracování snímků

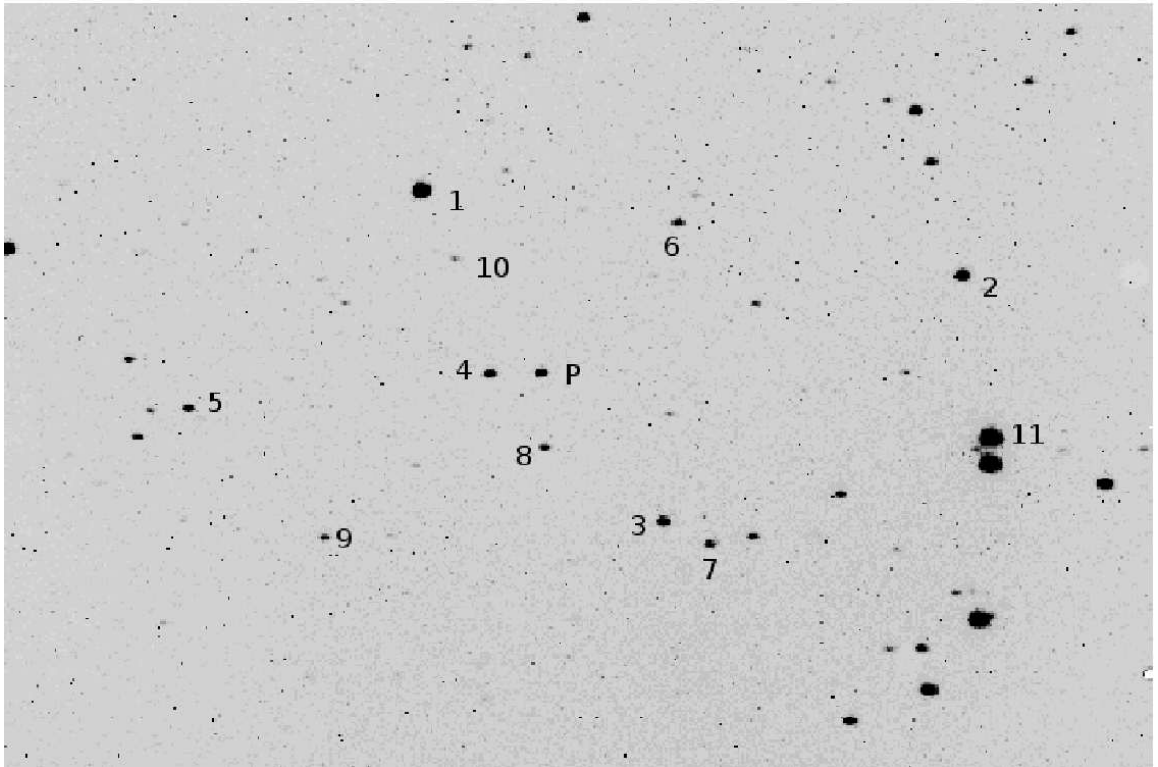
Snímky byly opraveny o flatfield a průměrný darkframe. Dále byly snímky zpracovány pomocí programů munipack [11] (munimatch a munilist) vyvinutých Filipem Hrochem. Díky tomuto programu, který je schopen identifikovat hvězdy na snímku, jsem získala potřebné souřadnice srovnávacích hvězd x a y .

Postup při zpracování a výpočtu ukážu na vzorové fotografii planety Ulula pořízené dne 23. 9. 2005 v 19:59 UT.

4.4 Výpočet pomocí astrometrie

Na Obrázku 4.1 jsem vyznačila jedenáct vybraných srovnávacích hvězd. Planeta je označena písmenem P. Rovníkové souřadnice druhého druhu jsem použila z astrometrického katalogu UCAC2 [17].

Hodnoty těchto souřadnic a také souřadnice ze snímku x a y jsou uvedeny v Tabulce 4.2. Díky programu munipack můžeme získat i souřadnice x a y



Obrázek 4.1: Snímek planety se srovnávacími hvězdami.

planety:

$$x = 238,259,$$

$$y = 175,848.$$

Pokud na tyto souřadnice aplikujeme postup popsany v Kapitole 3, získáme požadované souřadnice α_P a δ_P planety.

4.5 Výpočet z dráhových elementů

K výpočtu, který jsem popsala v Kapitole 2, je potřeba znát dráhové elementy planetek a Země. Jejich hodnoty jsou uvedeny v Tabulce 4.3.

Hvězda	souřadnice			
	x	y	α [°]	δ [°]
1	185,035	256,178	324,90948	8,0575
2	425,917	218,935	324,77160	8,0394
3	292,319	110,079	324,84642	7,9762
4	215,872	175,328	324,89100	8,0123
5	82,074	160,175	324,96715	8,0021
6	299,185	242,621	324,84416	8,0512
7	313,317	99,962	324,83436	7,9707
8	239,937	142,871	324,87683	7,9941
9	142,145	102,918	324,93217	7,9704
10	200,13	226,671	324,90047	8,0410
11	438,011	146,315	324,76376	7,9919

Tabulka 4.2: Souřadnice srovnávacích hvězd vzhledem k ekvinokciu 2000,0.

4.6 Výsledky pozorování

Po provedení již výše zmíněných výpočtů jsem dostala hodnoty souřadnic, které jsem pro porovnání vynesla do grafu spolu se souřadnicemi získanými metodou CCD astrometrie. Dále jsem do grafu zanesla i souřadnice, které udává MPC. Pro souřadnice určené metodou CCD astrometrie jsem vypočítala chybu pomocí vztahů uvedených v podkapitole 3.2.1. Chyba v rektascenzi činí řádově 10^{-6} stupňů a v deklinaci 10^{-5} stupňů. Vzhledem k jejich hodnotě, která je zanedbatelná, jsem je do grafu nezanášela. V následující kapitole jsem uvedla typické příklady grafů.

4.6.1 Planetka Ulula

Noc 23.–24. 9. 2005

První dva Grafy 4.2 a 4.3 ukazují změnu souřadnic v čase. Jsou zde vyneseny veličiny ze všech tří výše zmíněných zdrojů.

V grafu 4.4 je vynesena rozdíl mezi souřadnicemi z MPC a mnou naměřenými hodnotami.

elementy	Ulula	Vyssotsky	Země
a [AU]	2,535	1,849	1,000
M [°]	282,281	353,069	178,750
e	0,057	0,037	0,017
i [°]	14,2713	21,1729	0,0009
Ω [°]	234,075	60,669	175,002
ω [°]	230,30846	50,30405	-
$\tilde{\omega}$ [°]	-	-	103,028
n [°/den]	0,057363	0,39205297	0,985614

Tabulka 4.3: Dráhové elementy. Dráhové elementy planetek jsou uvedeny vzhledem k 6. 3. 2006. Odpovídající juliánské datum je JD 2453800,5. Elementy planety Země jsou vztaženy k JD 2453920,0.

Následující dva Grafy 4.5 a 4.6 ukazují vývoj rozdílu mezi souřadnicemi získanými z dráhových elementů a ze CCD astrometrie.

Noc 1.–2. 10. 2005

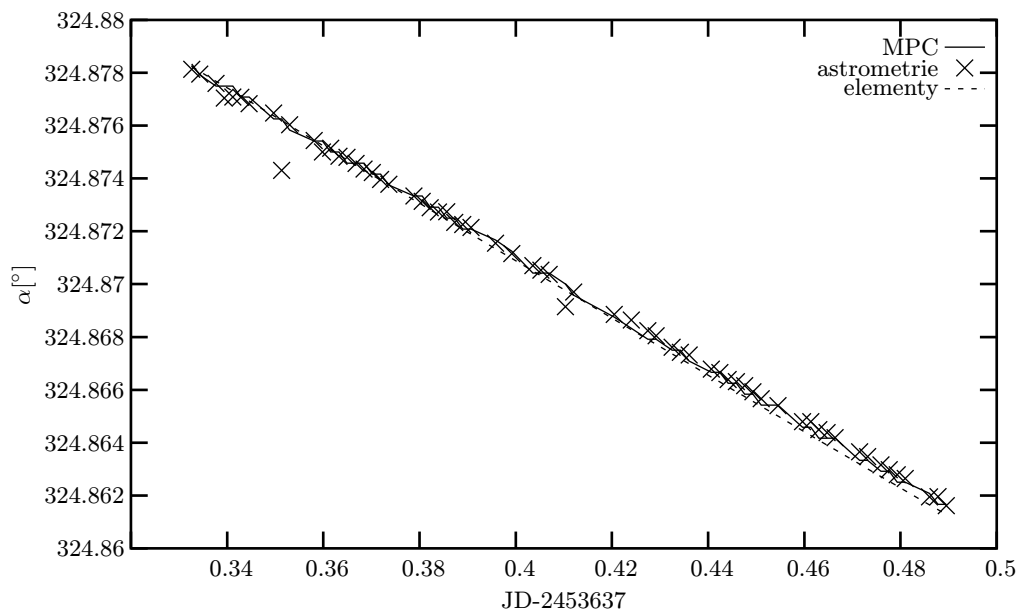
Grafy z této noci — Grafy 4.7, 4.8, 4.9 a 4.10, zobrazují časový průběh stejných veličin jako v předešlé kapitole.

4.6.2 Planetka Vyssotsky

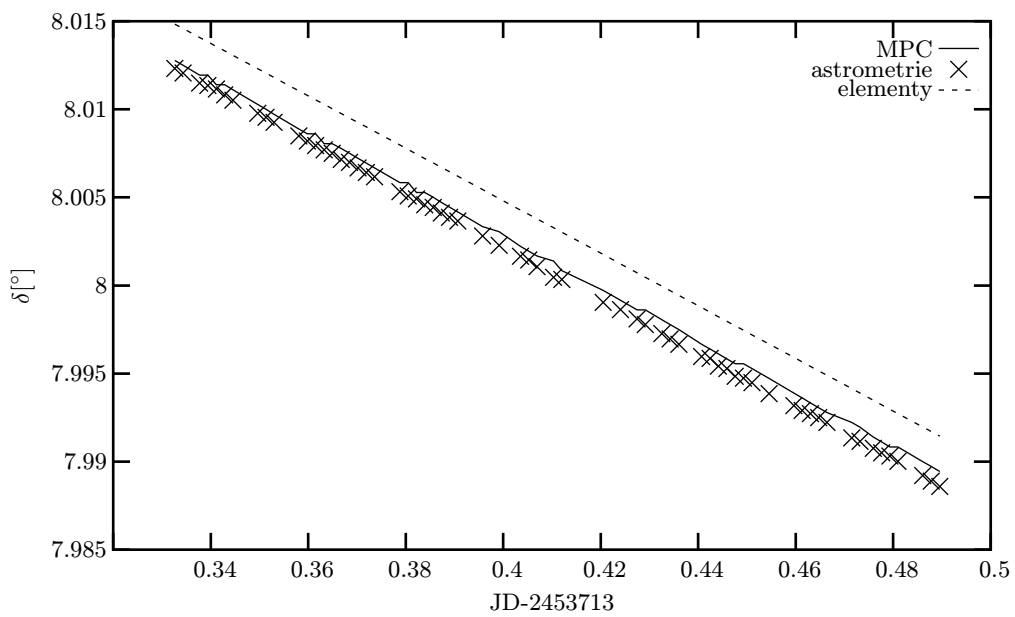
Noc 8.–9. 12. 2005

Do Grafů 4.11 a 4.12 jsem vynesla závislost vypočtených a zjištěných souřadnic na čase.

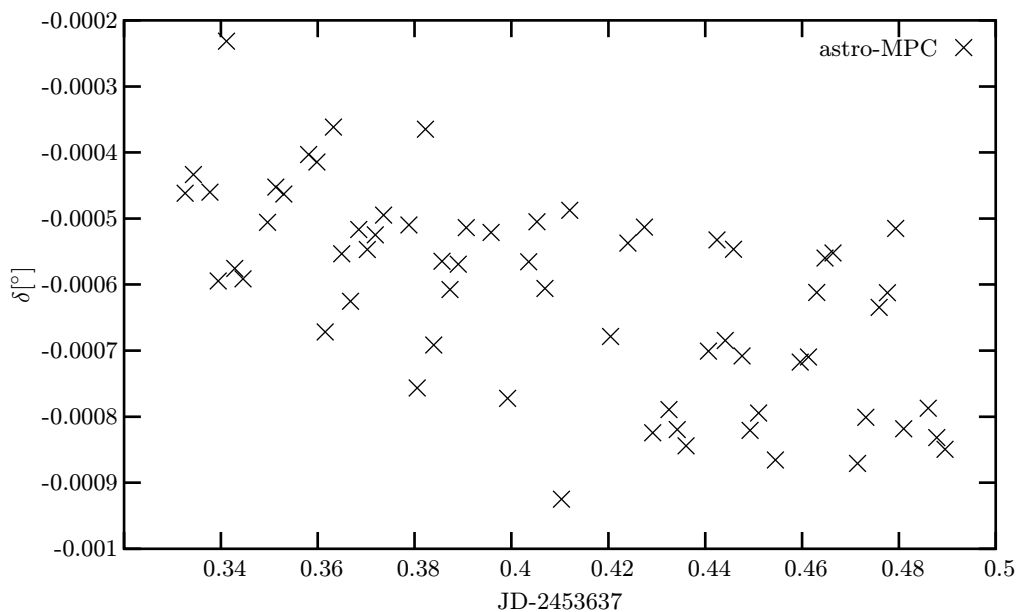
Časový vývoj rozdílů mezi souřadnicemi zjištěnými z dráhových elementů a z výpočtu astrometrickou metodou je zanesen do Grafů 4.13, 4.14.



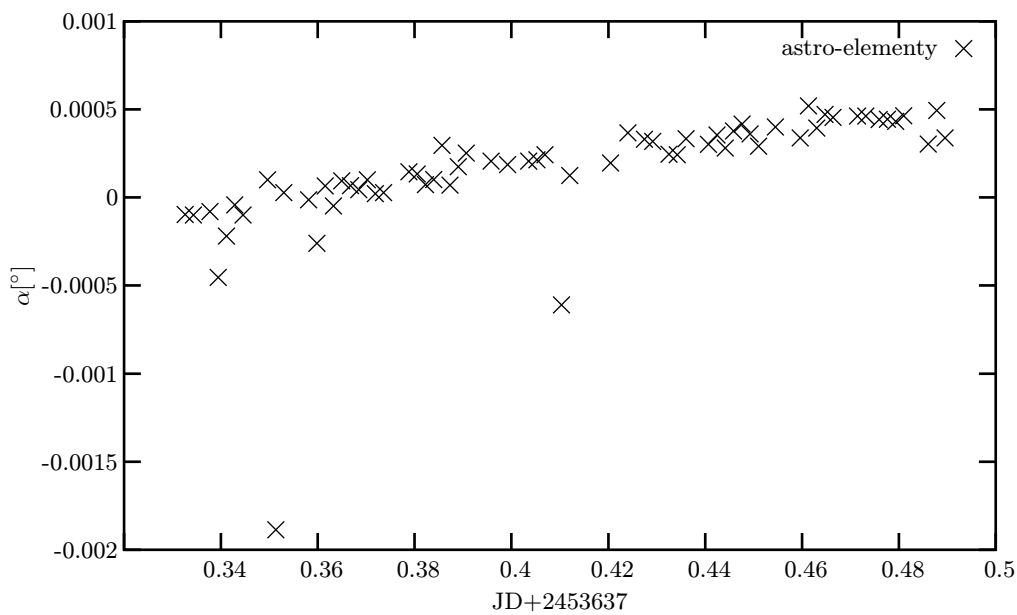
Graf 4.2: Časový průběh rektascenze z noci 23. – 24. 9. 2005 pro planetku Ulula.



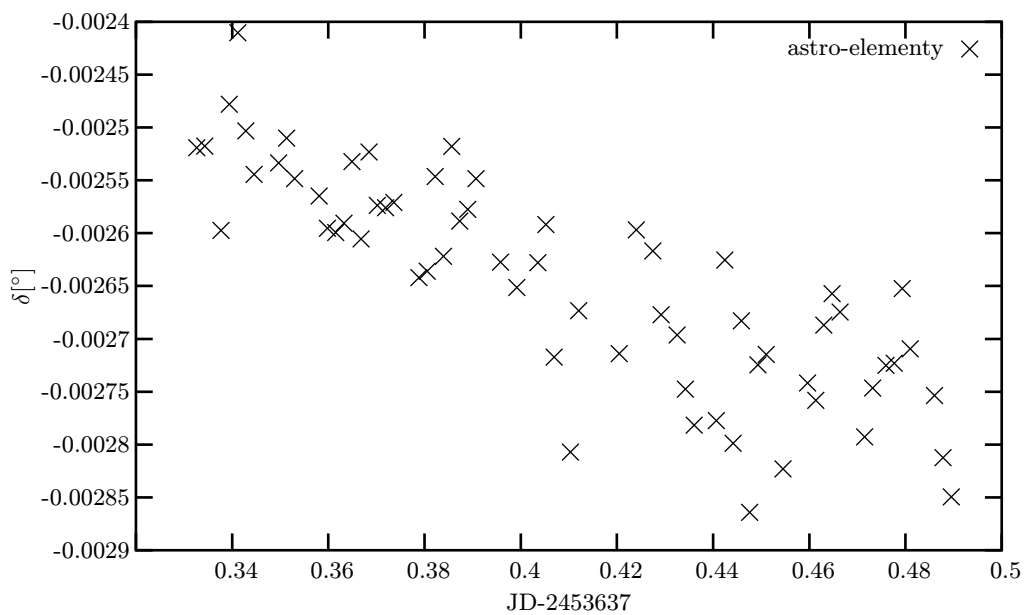
Graf 4.3: Časový průběh deklinace z noci 23. – 24. 9. 2005 pro planetku Ulula.



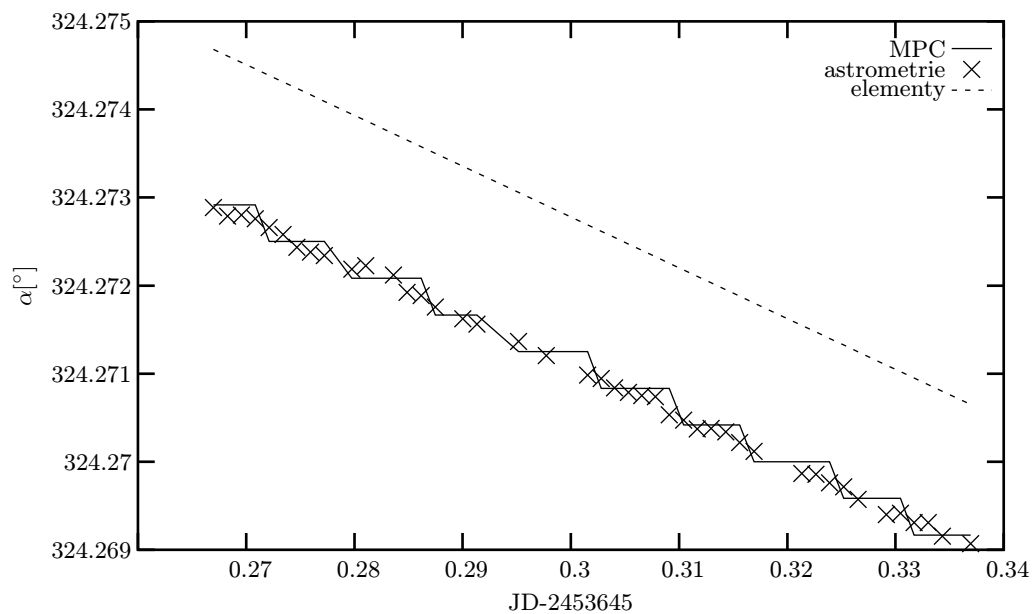
Graf 4.4: Časový průběh rozdílu v deklinaci: astrometrie – MPC z noci 23. – 24. 9. 2005 pro planetku Ulula.



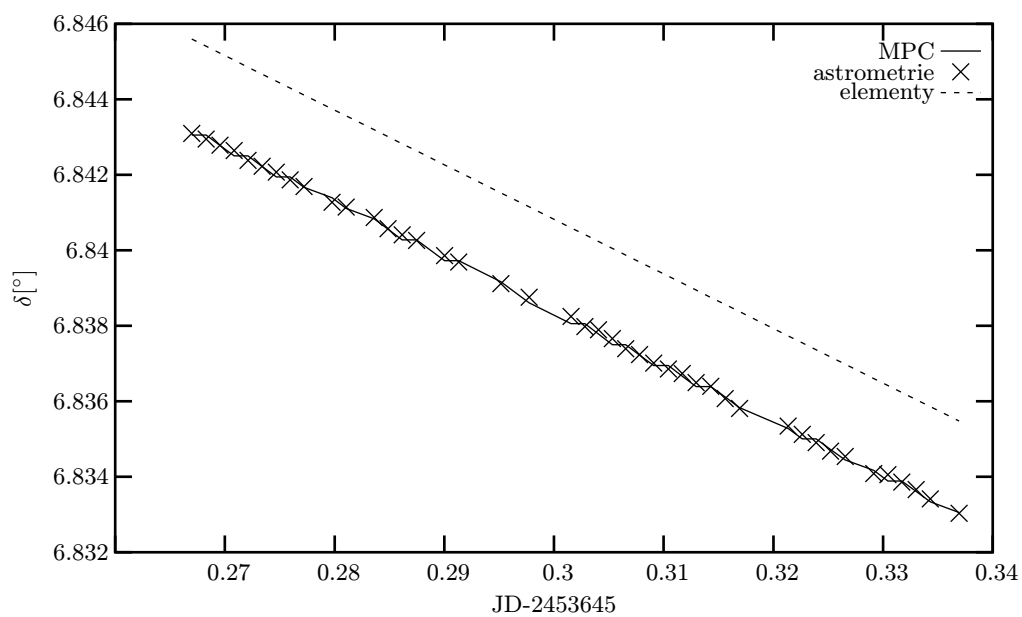
Graf 4.5: Časový průběh rozdílu v rektascenzi: astrometrie – elementy z noci 23. – 24. 9. 2005 pro planetku Ulula.



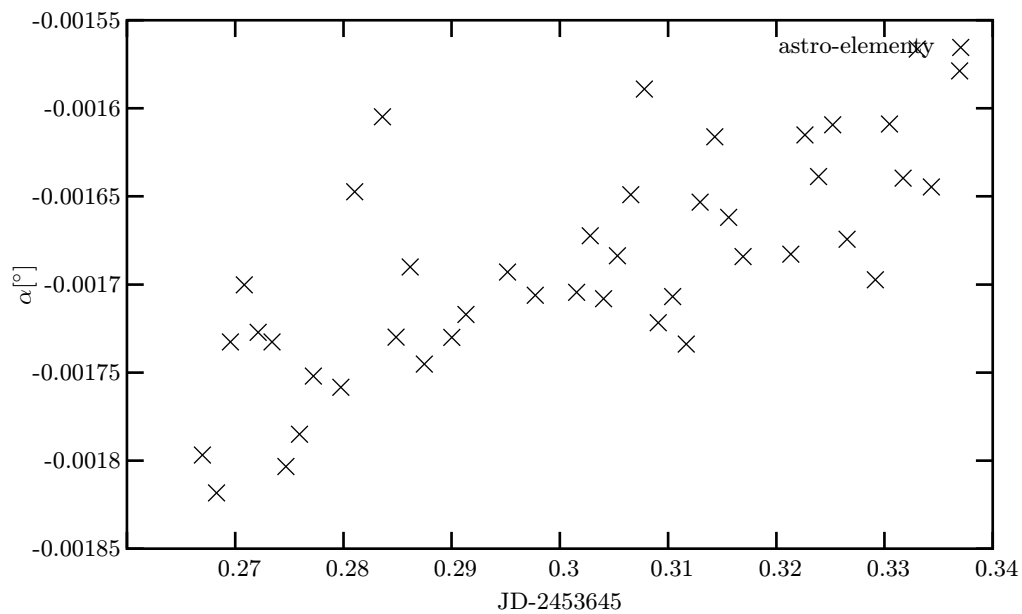
Graf 4.6: Časový průběh rozdílu v deklinace: astrometrie – elementy z noci 23. – 24. 9. 2005 pro planetku Ulula.



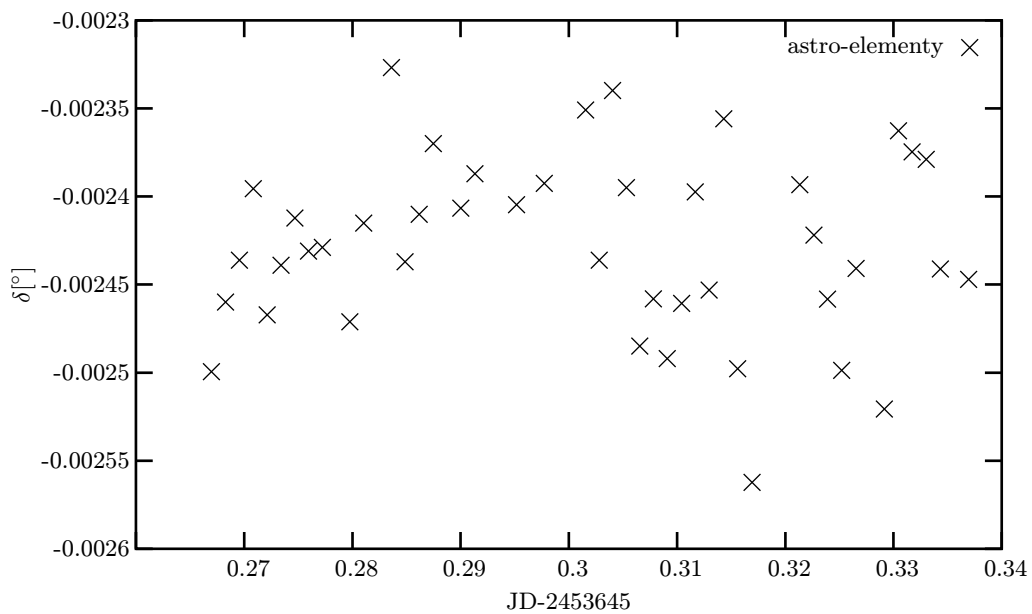
Graf 4.7: Časový průběh rektascenze z noci 1. – 2. 10. 2005 pro planetku Ulula.



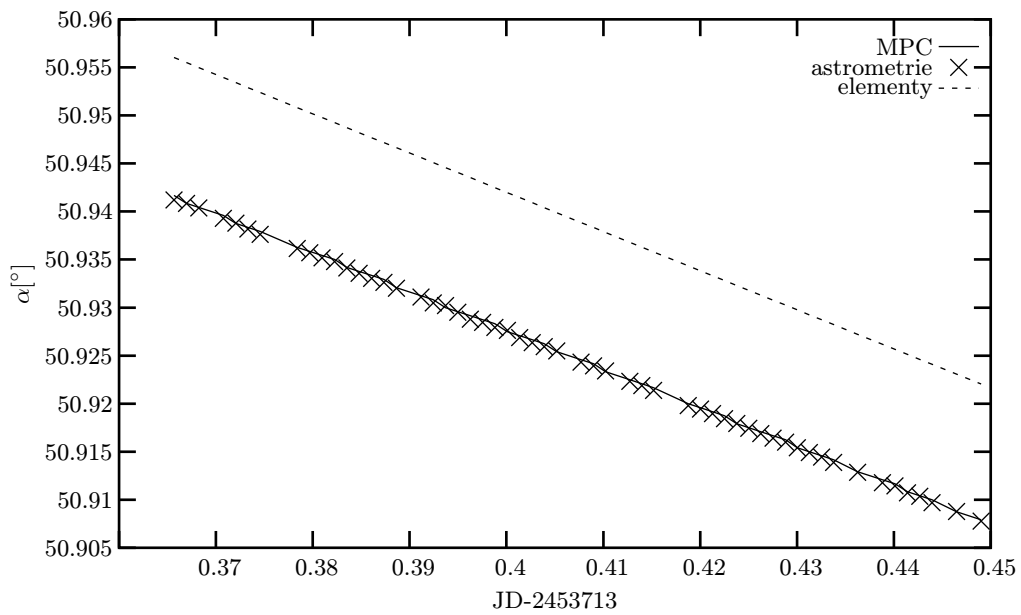
Graf 4.8: Časový průběh deklinace z noci 1. – 2. 10. 2005 pro planetku Ulula.



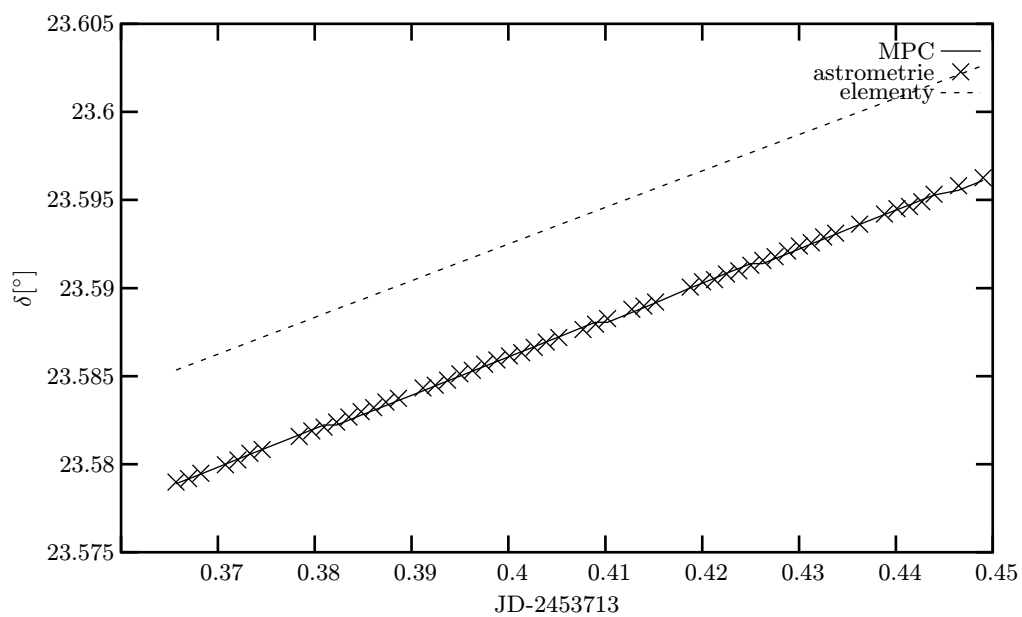
Graf 4.9: Časový průběh rozdílu v rektascenzi: astrometrie – dráhové elementy z noci 1. – 2. 10. 2005 pro planetku Ulula.



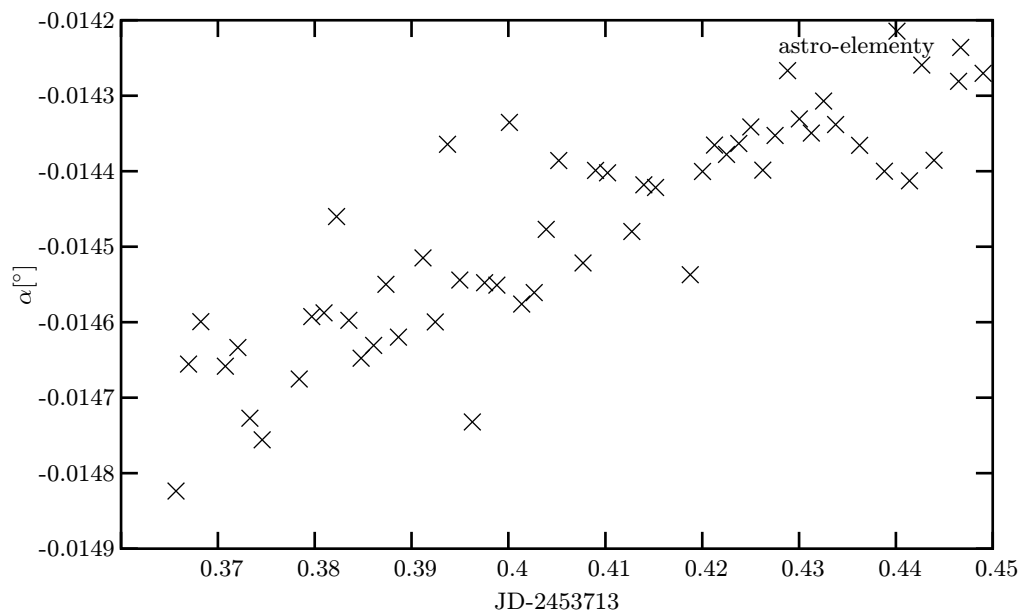
Graf 4.10: Časový průběh rozdílu v deklinaci: astrometrie – dráhové elementy z noci 1. – 2. 10. 2005 pro planetku Ulula.



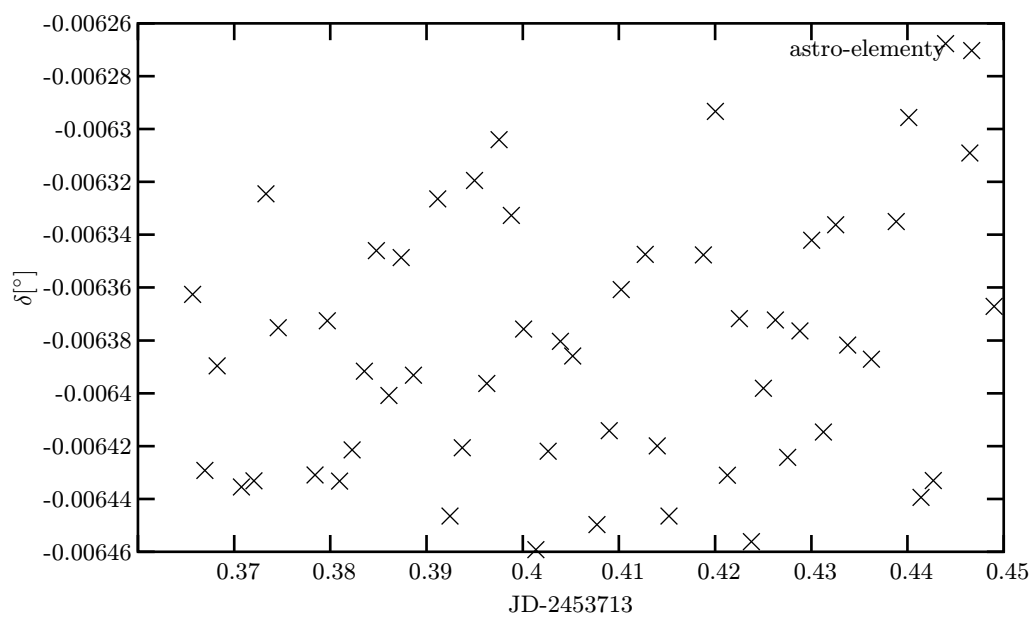
Graf 4.11: Časový průběh rektascenze z noci 8. – 9. 12. 2005 pro planetku Vysotsky.



Graf 4.12: Časový průběh deklinace z noci 8. – 9. 12. 2005 pro planetku Vyssotsky.



Graf 4.13: Časový průběh rozdílu v rektascenzi: astrometrie – dráhové elementy z noci 8. – 9. 12. 2005 pro planetku Vyssotsky.



Graf 4.14: Časový průběh rozdílu v deklinaci: astrometrie – dráhové elementy z noci 8. – 9. 12. 2005 pro planetku Vyssotsky.

Závěr

V této práci jsem se zabývala určením rovníkových souřadnic druhého druhu u planetek hlavního pásu. Použila jsem k tomu dvě odlišné metody.

První metodou byl výpočet souřadnic z dráhových elementů, popsany v Kapitole 2. Tato metoda vychází ze znalosti dráhových elementů Země a planetky, a také času, pro který chceme polohu vypočítat.

Jako druhou metodu jsem použila CCD astrometrii, díky které jsem mohla z naměřených dat určit požadované souřadnice. Popsána je v Kapitole 3. Je to metoda, která je založena na gnomonické projekci hvězdné sféry do roviny snímku.

Popsané metody jsem aplikovala na dvou vybraných planetkách – Ulule a Vyssotskem. Následný postup při zpracování snímků těchto planetek je uveden v Kapitole 4 a výčet potřebných dráhových elementů v podkapitole 4.5.

Výsledné hodnoty souřadnic jsem zanesla do grafů, které jsou uvedeny v části 4.6. Tyto grafy vystihují závislost změny souřadnice na čase. Pro každou noc jsem vynesla zvlášť průběh rektascenze a zvlášť průběh deklinace. Jsou zde uvedeny hodnoty získané oběma výše zmíněnými metodami a také hodnoty, které udává MPC. Pro planetku Ulula jsem uvedla grafy z noci 23. – 24. 9. a 1. – 2. 10. 2005. Pro planetku Vyssotsky jsou zmíněna data z noci 8. – 9. 12. 2005.

Ze všech grafů je vidět, že souřadnice získané pozorováním planetky a následným použitím metody CCD astrometrie odpovídají hodnotám z MPC. Jedinou výjimkou je graf obsahující závislost deklinace planetky Ululy na čase z noci 23. – 24. 9. 2005. Získané hodnoty se nepatrně odchyľují. Rozdíl mezi těmito hodnotami jsem vynesla do Grafu 4.4. Vzhledem k tomu, že všechna ostatní měření tuto odchylku nepotvrdila, předpokládám nepřesnost určení polohy planetky MPC. Tato odchylka se mění od dvou do devíti tisícín

stupně.

Ze schodovitého tvaru závislosti polohy planetky určené MPC na většině grafů je vidět, že více časovým okamžikům odpovídá jedna hodnota souřadnice.

Po vynesení souřadnic zjištěných z dráhových elementů je na první pohled patrné, že takto získané hodnoty se od naměřených a předpokládaných (MPC) poněkud odchyľují. Z tohoto důvodu jsem do grafů vynesla i průběh rozdílů hodnot souřadnic určených astrometricky a výpočtem pomocí dráhových elementů.

Pro noc 23. – 24. 9. 2005 je z Grafů 4.5 a 4.6 vidět, že rozdíl hodnot se s časem mění. Pro rektascenzi stoupá, ale pokud vezmeme v úvahu absolutní rozdíl, dostaneme, že s plynoucím časem klesne k nule a pak zase stoupá. Absolutní hodnoty rozdílů se pohybují v rozmezí od 0 do 0,0005 stupně. Absolutní rozdíl v deklinaci se s časem mění, a to z hodnoty 0,0025 na 0,0029 stupně.

Ze závislosti deklinace na čase pro stejnou planetku z noci 1. – 2. 10. 2005 je patrné, že rozdíl mezi souřadnicemi vypočtenými a naměřenými je řádově stejný jako v předchozí noci — tedy 0,0023 až 0,0025 stupně. Z grafu rozdílů těchto hodnot je ale patrné, že nejví žádnu časovou závislost. Časovou závislost ale jeví rozdíl rektascenzí. Hodnota rozdílů je přibližně o řád větší než předchozí noci. Činí 0,0016 až 0,0018 stupně.

Po vynesení závislosti pro planetku Vyssotsky jsem zjistila, že rozdíl deklinace mezi souřadnicemi z astrometrické metody a souřadnicemi určenými výpočtem taktéž není závislý na čase. Hodnota rozdílů se pohybuje v rozmezí od 0,0022 do 0,0024 stupně. Rektascenze těchto porovnávaných souřadnic jeví závislost na čase – absolutní velikost rozdílů se s časem zvětšuje z hodnoty 0,0011 na 0,0015 stupně.

Pozorování a následné výpočty polohy obou planetek tak ukázaly, že metoda CCD astrometrie je velmi přesná a shoduje se s předpokládanými hodnotami určenými MPC. Metoda výpočtu souřadnic z dráhových elementů Země a planetky jeví určité odchylky od hodnot předpokládaných. Navíc hodnoty odchylek jeví závislost na čase.

Tento jev by mohl být způsoben gravitačním rušením Jupitera, který nepatrně mění dráhy planetek a pravděpodobně tak způsobuje mnou naměřené odchylky od předpokládaných hodnot. Z toho, že tyto odchylky ani u ostat-

ních zpracovávaných nocí nejeví periodickou závislost na čase usuzuji, že se nejedná o jev způsobený pohybem Země.

Vliv Jupiterova rušení se projevuje na změně dráhy planetky řádově na škále let. Tato změna může dosahovat u největší planetky Ceres až 400 úhlových vteřin oproti původní hodnotě podle [8]. K tomu aby se dalo prokázat gravitační působení Jupitera u mnou sledovaných planetek, muselo by se pozorování provádět v delším časovém úseku. Jedině tak by se daly vyloučit jiné vedlejší efekty, které mohou hrát ve výpočtu z dráhových elementů důležitou roli.

Literatura

- [1] Goosens, M. – Mittelbach, F. – Samarin, A.: The \LaTeX companion, Addison-Wesley publishing company, USA 1994
- [2] Hroch, F.: Studijní materiály k předmětu astronomické pozorování
- [3] Hroch, F.: Studijní materiály k předmětu astronomické praktikum
- [4] Kleczek, J.: Velká encyklopedie vesmíru, Academia, Praha 2002
- [5] <http://planetky.astro.cz/clanky.phtml?cislo=8> (přednáška R. Kowalskeho, přepracovaná a přeložená z angličtiny)
- [6] Hvězdářská ročenka 2006, Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy v kodicí s Astronomickým ústavem AV ČR, Praha 2005
- [7] Leverington, D.: A history of astronomy from 1890 to the present, Springer-Verlag, London 1995
- [8] Meeus, J.: Astronomical Algorithms, Willmann-Bell, Inc., USA 2005
- [9] Mikulášek, Z.: Metoda nejmenších čtverců a její aplikace, studijní materiál
- [10] Mikulášek, Z. – Pokorný, Z.: Záludné otázky z astronomie I, Rovnost a.s., Brno 1993
- [11] <http://munipack.astronomy.cz>
- [12] Pánek, P.: Úvod do fyzikálních měření, Masarykova univerzita v Brně, 2001

- [13] <http://www.planetky.cz>
- [14] Rybička, J.: \LaTeX pro začátečníky, Konvoj, Brno 1995
- [15] Široký, V. – Široká, M.: Základy astronomie v příkladech, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1973
- [16] Taff, L.G.: Computational spherical astronomy, J.Wiley and Sons, 1981
- [17] <http://ad.usno.navy.mil/ucac/>
- [18] Vanýsek, V.: Základy astronomie a astrofyziky, Academia, Praha 1980
- [19] Voroncov – Veljaminov, B.A.: Vyprávění o vesmíru, Orbis, Praha 1953
- [20] <http://orca.phys.uvic.ca/~tatum>
- [21] Minor planet center: <http://cfa-www.harvard.edu/iau/mpc.html>

Tato bakalářská práce byla vysázena typografickým systémem \LaTeX .