



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



Studium vybrané pulsující proměnné hvězdy typu RR Lyr

Bakalářská práce

Jitka Kroutilová

Vedoucí práce: RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.

Brno 2012

Bibliografický záznam

- Autor:** Jitka Kroutilová
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
- Název práce:** Studium vybrané pulsující proměnné hvězdy typu RR Lyr
- Studijní program:** Aplikovaná fyzika
- Studijní obor:** Astrofyzika
- Vedoucí práce:** RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
- Akademický rok:** 2011/2012
- Počet stran:** viii + 29
- Klíčová slova:** SS Psc, TV Lyn, CCD fotometrie, proměnné hvězdy, RR Lyr

Bibliographic Entry

Author: Jitka Kroutilová
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of Thesis: Study of selected RR Lyrae type star

Degree Programme: Applied Physics

Field of Study: Astrophysics

Supervisor: RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.

Academic Year: 2011/2012

Number of Pages: viii + 29

Keywords: SS Psc, TV Lyn, CCD fotometry, variable stars, RR Lyr

Abstrakt

Předložená práce se zabývá studiem krátkoperiodických proměnných hvězd typu RR Lyrae, konkrétně hvězd SS Psc a TV Lyn. V prvních dvou kapitolách se postupně dozvíme o historii a studiu proměnných hvězd. Více si rozebereme skupinu hvězd RR Lyrae a mechanismus pulzací. Třetí kapitola se věnuje CCD fotometrii. Další kapitoly jsou zaměřeny na pozorování a výsledky naměřených dat.

V praktické části budeme zpracovávat data napozorovaná na observatoři MU. Provedeme srovnání světelných křivek s daty z fotometrických přehlídek či družic. Cílem této bakalářské práce je studium případných změn tvaru světelné křivky a změn periody.

Abstract

This work study short-periodic RR Lyrae stars, namely SS Psc and TV Lyn. In the first two chapters we learn about the history of variable stars and their study, where we analyze a group of RR Lyrae stars and mechanism of pulsation, especially. The third chapter deals with CCD photometry. Next chapters are devoted to observations and results of the measurement data.

In the practical part we will process data from the observatory MU. The comparison of our data to light curves from photometric surveys or satellites is given. The aim of this thesis is to study possible changes of the shape of the light curve and period changes.



Masarykova univerzita
Přírodovědecká fakulta



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student : Jitka Kroutilová
Studijní program : Aplikovaná fyzika
Studijní obor : Astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PŘF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:


Studium vybrané pulsující proměnné hvězdy typu RR Lyr

Zásady pro vypracování:

Student provede vlastní pozorování zvolené krátkoperiodické pulsující hvězdy typu RR Lyr na observatoři MU nebo na brněnské hvězdárně. Provede srovnání získané světlené křivky s daty z fotometrických přehlídek či družic a provede diskusi případných změn tvaru světelné křivky a změn periody.

Vedoucí bakalářské práce : RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
Datum zadání bakalářské práce : září 2010
Datum odevzdání bakalářské práce : dle harmonogramu ak. roku 2010/2011

V Brně dne 30. 11. 2010


prof. RNDr. Michal Lenc, Ph.D.
ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky
PŘF MU

Zadání bakalářské práce převzal dne:

1. 12. 2010

Podpis studenta



Poděkování

Chtěla bych poděkovat vedoucímu této práce RNDr. Miloslavu Zejdovi, Ph.D. za cenné rady a ochotu, trpělivost a čas, který mi věnoval. Také za organizování a zprostředkování pozorování na observatoři MU. Tím bych chtěla poděkovat Mgr. Markovi Skarkovi, Mgr. Markovi Chrastinovi a Mgr. Jiřímu Liškovi, kteří mi zde pomohli pořídit potřebná data. Mgr. Markovi Skarkovi bych chtěla poděkovat také za rady jako svému konzultantovi. Mé poděkování patří také mé nejbližší rodině, která mě podporovala.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 21. května 2012

.....
Jitka Kroutilová

Obsah

Kapitola 1. Historie výzkumu proměnných hvězd	1
1.1 Počátky systematického výzkumu	1
1.2 Výzkum proměnných hvězd ve 20. století	3
1.3 Rozdělení proměnných hvězd a jejich typy	3
Kapitola 2. Pulzující proměnné hvězdy	5
2.1 Mechanismus pulzací	5
2.1.1 H-R diagram	6
2.2 Hvězdy typu RR Lyrae	7
2.2.1 Blažkův jev	9
Kapitola 3. CCD fotometrie	10
3.1 Detekce světelného signálu v minulosti	10
3.2 CCD	11
3.3 Princip činnosti CCD	11
3.4 Korekce CCD snímků	12
3.5 Fotometrické systémy	13
Kapitola 4. Zdroje dat a jejich zpracování	14
4.1 Světelné elementy a skládání pozorování	14
4.2 O-C diagram	15
4.3 Vlastní pozorování	15
4.4 Data z cizích zdrojů	18
Kapitola 5. Hledání periody	21
5.1 Metoda přímé periodové analýzy	21
5.2 Výsledky	23
5.2.1 SS Psc	23
5.2.2 TV Lyn	25
Seznam použité literatury	29

Úvod

Kdybychom se podívali na hvězdy na noční obloze, budou se nám na první pohled zdát neměnné. Tisíce hvězd však mění svoji jasnost. Nejkratší změny jsou tak rychlé, že si jich ani nestačíme všimnout. Na ty nejdelší nám ani lidský život nestačí. Výzkum proměnných hvězd patří mezi důležitá odvětví astronomie. Přináší nám informace o hmotnosti, svítivosti, struktuře i vývojovém stupni hvězd.

Na těchto hvězdách nás uchvacuje především důvod jejich proměnnosti a zjištění mechanismu, který by vysvětlil, proč objekt nedokáže zůstat v rovnováze. Je to způsobeno nějakými chemickými nebo fyzikálními vlastnostmi nebo změnou v množství přicházejícího záření v důsledku zastínění jiným objektem?

Budeme se zabývat skupinou hvězd typu RR Lyrae, což jsou pulzující obří s krátkou periodou proměnnosti. Změna jasnosti je u pulzujících proměnných hvězd způsobena fyzikálními procesy, které se odehrávají při zvětšování a následném zmenšování jejich vnějších vrstev.

V této práci se zabýváme hvězdami TV Lyn a SS Psc, u kterých již existují pozorování z fotometrických přehlídek a příčina jejich proměnnosti je známá. Úkolem je tedy zjistit, zda u těchto hvězd nedošlo k nějakým výrazným změnám, ať už ve tvaru světelné křivky nebo periodě proměnnosti. Využíváme k tomu již zmíněná data z fotometrických přehlídek a vlastní data naměřená pomocí CCD kamery na observatoři MU. Touto prací bych tedy chtěla přispět ke zpřesnění hodnot základních period pulsací obou hvězd a diskutovat případné změny ve tvaru jejich světelných křivek.

Kapitola 1

Historie výzkumu proměnných hvězd

1.1 Počátky systematického výzkumu

Vůbec první uvědomělé pozorování periodicky proměnné hvězdy bylo v roce 1596, kdy David Fabricius sledoval hvězdu omikron Ceti v souhvězdí Velryby. Vybral si ji jako referenční hvězdu pro zjišťování polohy planety Merkur, který byl opodál. Hvězda nečekaně zvýšila svoji jasnost o celou jednu magnitudu, ale později nebyla pozorovatelná ani dalekohledem. Potom co ji překvapivě spatřil v roce 1609, ji nazval Mira z latinského názvu Podivuhodná. Jejím studiem se zabývalo několik dalších pozorovatelů, v roce 1638 i astronom Johann Phocylides Holwarda, který hvězdu studoval systematicky po celý rok. Jde o první případ systematického sledování proměnné hvězdy. Periodicitu světelných změn Miry jako první zjistil Ismael Boulliau a periodu stanovil na 333 dny, což je ve shodě s dnešními 332 dny.

Se systematickým studiem proměnných hvězd začali Angličané Edward Pigott a John Goodricke. V letech 1782-1783 Goodricke objevil proměnnost Algolu a sám hvězdu systematicky pozoroval. Správně vysvětlil příčinu změn jasnosti a určil periodu na necelé tři dny. Oba se zabývali pozorováním ještě dalších periodických proměnných hvězd. Pigott v roce 1786 publikoval první katalog proměnných hvězd s těmito 12 objekty na obrázku 1.1 (Mikulášek, Krtička 2005).

B Cas (SN 1572)	Algol	R Leo
Mira Ceti	Nova Vul 1670	η Aquilae
P Cygni	χ Cygni	β Lyrae
Nova Oph (SN 1604)	R Hya	δ Cephei

Obrázek 1.1: První katalog proměnných hvězd - publikace Pigott 1786

Vizuálním pozorováním se zabýval také F. W. Herschel, který jako první formuloval pozorovací metodu s použitím soustavy zvláštních symbolů a značek. Tato metoda však měla své nedostatky. Po roce 1844 se zájem o výzkum proměnných hvězd zvýšil a to díky

publikaci pruského pozorovatele Fridricha Argelander. Ten přišel na jednoduchou metodu odhadu jasnosti hvězd pomocí srovnání s ostatními hvězdami podobné jasnosti, které jsou v nejbližším okolí pozorované hvězdy. Argelanderovu stupňovou metodu odhadu jasnosti začali používat jak profesionální, tak i amatérští astronomové, kteří ji používají doposud. Tímto ovšem jeho přínos astronomii nekončí. Sestavil katalog ‚Bonner Durchmusterung‘ obsahující přes 320 tisíc hvězd.

S narůstajícím počtem proměnných hvězd začal Argelander označovat hvězdy v jednotlivých souhvězdích postupně písmeny R, S, . . . Z. Netušil však, že to nebude stačit. Situace se vyřešila přidáním druhého písmene tak, že k R byla přiřazena písmena R až Z, k S písmena S až Z atd. Stejným způsobem se postupovalo i od písmene A, resp. kombinace AA. Aby se zamezilo zaměnění písmene I s písmenem J, bylo písmeno J vynecháno. Tak vznikl počet všech možných označení na 334, až i ty byly vyčerpány. Dále se pokračovalo s označováním písmenem V (znamenající Variable) a následující číslo v pořadí, takže vzniklo V 335, jak je znázorněno na obr. 1.2.

Variable Star Labeling Chart **R S T ... Z**

	A	B	C	...	J	...	Q	R	S	T	...	Z
A	AA	AB	AC	...	AJ	...	AQ	AR	AS	AT	...	AZ
B		BB	BC	...	BJ	...	BQ	BR	BS	BT	...	BZ
C			CC	...	CJ	...	CQ	CR	CS	CT	...	CZ
⋮				⋮								
J					JJ	...	JQ	JR	JS	JT	...	JZ
⋮												
Q							QQ	QR	QS	QT	...	QZ → V334
R								RR	RS	RT	...	RZ
S									SS	ST	...	SZ
T										TT	...	TZ
⋮												
Z												ZZ

V335 V336 V337 V338 V339 V340 ...
 label box colour order: 1st 2nd 3rd 4th

Obrázek 1.2: Systém definitivního označování proměnných hvězd - materiál ke cvičení Úvod do fyziky hvězdných soustav (upraveno G.Szasz)

Během 19. století vzrostl počet známých proměnných hvězd na několik stovek. Bylo to zapříčiněno fotografickým sledováním celé hvězdné oblohy a zpřesněním hvězdných map. V roce 1877 zkonstruoval E. C. Pickering několik vizuálních fotometrů a začal svá fotometrická pozorování (Zejda 1994). Také zavedl základní klasifikaci proměnných hvězd, která se příliš neliší od klasifikace používané doposud. V roce 1880 publikoval první matematickou teorii změn jasnosti Algolu a prokázal, že ze světelné křivky lze určit

rozměry složek soustavy.

V r. 1890 byly zjištěny v Magellanových mračnecích proměnné hvězdy a Pickeringem identifikovány jako cefeidy, což jsou radiálně pulzující veleobří nebo nadobří. Pravděpodobně první hvězdou typu RR Lyrae nalezenou mimo mračno byla U Leporis, objevená J. Kapteynem, následovaná S Arae. V roce 1899 objevila W. Flemingová v souhvězdí Lyry pulzující proměnnou hvězdu, která dostala označení RR Lyrae (Pickering 1901). Později se zjistilo, že je tato hvězda a jí podobné odlišná od cefeid, mají kratší periodu a jinou polohu v Galaxii. A tak se hvězda RR Lyr stala prototypem nové třídy proměnných hvězd.

1.2 Výzkum proměnných hvězd ve 20. století

Oblast sledování proměnných hvězd zaznamenala velký rozkvět. Začaly vznikat nové společnosti, sekce nebo asociace pozorovatelů proměnných hvězd. V Anglii to byla BAA-VSS, ve Francii AFOEV a na americkém kontinentu AAVSO. V r. 1917 byla v tehdejší Rakousku-Uhersku založena Česká astronomická společnost (ČAS). Ve 20. století vznikla v Bruselu Mezinárodní astronomická unie (IAU), která sdružila nejvýznamnější astronomy světa. Její úlohou zůstalo dodnes koordinovat výzkumy v astronomii.

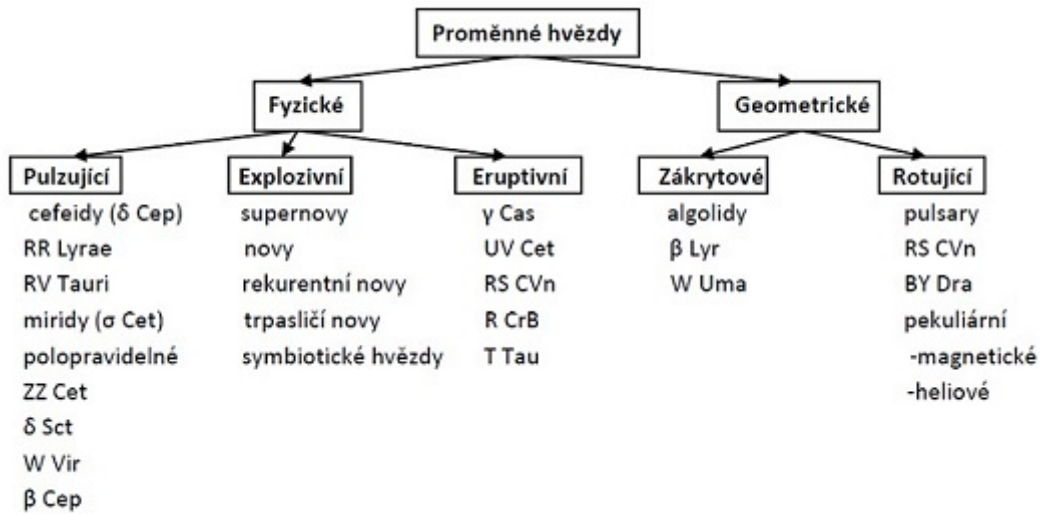
Jednou z úloh počátku minulého století bylo hledání nových proměnných hvězd a studium jejich vlastností. Jedním z předních pracovišť té doby byla Harwardská observatoř, kde vznikaly tzv. skleněné archívy sestávající z fotografických desek. Zejména to umožnilo H. S. Leavittové hledat a studovat proměnné hvězdy v Magellanových mračnecích. Celkem v nich objevila 2400 nových proměnných hvězd. V r. 1908 se jí pak podařilo objevit závislost mezi periodou a zářivým výkonem cefeid.

Od roku 1948 se začal v Moskvě vydávat tzv. General Catalogue of Variable Stars (zkratkou GCVS), který byl základním katalogem proměnných hvězd. Tuto roli převzal Variable Star Index (VSX), který je k dispozici na stránkách databáze AAVSO¹ (<http://www.aavso.org/vsx>). Jelikož se údaje o proměnných hvězdách neustále mění a doplňují, má za úkol všechny nové informace shromažďovat a zpřístupňovat veřejnosti. Databáze GEOS zahrnuje pozorování a informace o hvězdách typu RR Lyrae z GCVS nebo Hipparcos, anebo také od amatérských pozorovatelů.

1.3 Rozdělení proměnných hvězd a jejich typy

Jak již bylo zmíněno v předcházející kapitole, existuje velké množství různých typů proměnných hvězd. S rostoucím počtem proměnných hvězd vnikalo jejich rozdělování podle příčiny proměnnosti nebo odlišných charakteristik. Rozhodující pro zařazení do určitého typu byl tvar světelné křivky, tedy závislosti hvězdné velikosti či jasnosti hvězdy na čase udávaného zpravidla v juliánských dnech. Obvykle se jednotlivé skupiny proměnných hvězd označují podle první známé nebo nejlépe prozkoumané hvězdy daného typu. Podrobnější rozdělení je na obrázku 1.3.

¹American Association of Variable Star Observers



Obrázek 1.3: Rozdělení proměnných hvězd

Proměnné hvězdy dělíme podle základního mechanismu proměnnosti na dvě skupiny:

1. Geometrické proměnné hvězdy
2. Fyzické proměnné hvězdy

U geometrických proměnných hvězd dochází ke změnám jasnosti kvůli natočení objektu vůči pozorovateli, ale nemění se jejich zářivý výkon. Sledovaná hvězda rotuje a na jejím povrchu sledujeme místa s různou teplotou, případně se mění účinný průřez při nekulovém tvaru hvězdy. Velmi často se také můžeme setkat s hvězdou, která je součástí podvojného systému a složky se vzájemně zastíňují nebo spolu interagují např. zákrytové dvojhvězdy typu Algol.

Fyzické proměnné hvězdy vykazují reálnou změnu jejich zářivého výkonu na čase v daném spektrálním oboru, která se může týkat buď samotné hvězdy nebo jejího okolí. Do této skupiny řadíme hvězdy *eruptivní*, u nichž se proměnnost odehrává ve chromosféře nebo koróně, *explozivní*, kde se jasnost zvýší kvůli explozi a *pulzující*, u kterých je příčinou změna rozměru v případě radiální pulzace nebo tvaru hvězdy u neradiální pulzace.

Proměnné hvězdy můžeme dále rozdělit podle délky periody na:

- krátkoperiodické proměnné hvězdy - s periodou nepřesahující několik dní. Pozorováním během jedné noci lze pokrýt celou světelnou křivku nebo alespoň její významnou část. Významné změny v jasnosti lze zaznamenat během několika hodin.
- dlouhoperiodické proměnné hvězdy - s periodami od desítek dní až po několik let. Změny v jasnosti jsou pomalé.

Můžeme se setkat i s proměnnými hvězdami, které se mění nepravidelně s častou nebo vzácnou změnou jasnosti, kterou provázejí erupce nebo s jednorázovou změnou jasnosti jako u výbuchu supernovy.

Kapitola 2

Pulzující proměnné hvězdy

Již v roce 1873 A. Ritter naznačil, že některé hvězdy mohou být proměnné, protože radiálně pulzují. Pulzace se pak projeví ve změně jasnosti hvězdy. V GCVS tvoří pulzující proměnné hvězdy podle Mikuláška a Krtičky (2005) až 70 % z katalogizovaných proměnných hvězd. Pokud pozorujeme změny poloměru, jedná se o pulzace radiální. Když se mění tvar hvězdy, mluvíme o neradiálních pulzacích.

Pokud hvězda osciluje v tzv. základní modu, pak pulzace v rámci celé hvězdy probíhá ve stejném směru. Ve stejném okamžiku se celá hvězda buď rozpíná nebo smršťuje. Hvězda může harmonicky kmitat i ve vyšších modech. Hvězdy typu RR Lyrae pulzují jak v základním módu, tak i v 1. harmonickém nebo v obou současně.

2.1 Mechanismus pulzací

Hvězdy nejsou stálé a neměnné. V rámci svého hvězdného vývoje procházejí různými fázemi. Hvězdy hlavní posloupnosti, jako je naše Slunce, jsou v podstatě stabilní, nevystavují se žádným dramatickým změnám ve velikosti a jasnosti. Jsou ve stavu, který nazýváme hydrostatická rovnováha. Rovnice hydrostatické rovnováhy je dána vztahem:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -G\rho(r)\frac{M_r(r)}{r^2}, \quad (2.1)$$

kde $P(r)$ je tlak rostoucí spojitě od povrchu do centra hvězdy s poloměrem r . G tu představuje gravitační zrychlení. $\rho(r)$ je hustota a $M(r)$ hmotnost kulové slupky hvězdy s poloměrem r .

Pro tento stav platí, že výslednice gravitačních a všech ostatních mechanických sil je nulová. V každém bodě hvězdy jsou v rovnováze síly dostředivé (gravitace) a síly odstředivé (gradient tlaku). Při narušení hydrostatické rovnováhy se začne hvězda rozpínat nebo naopak smršťovat. Dojde tak vždy k posílení té silové složky, která se snaží systém navrátit do rovnovážné polohy. Při návratu se ovšem v rovnovážné poloze nezastaví, ale setrvačností bude pokračovat ve svém pohybu na opačnou stranu. Tam se opět pohyb nezastaví a změní se opačný.

Během pulzací dochází ke tření hvězdné látky, které by mělo kmity utlumit. Jak je ale možné, že se pulzace ve hvězdě nezatlumí? Zachováním hvězdných pulzací se zabýval Artur S. Eddington ve svých článcích už od r. 1917. Vypočítal, že by se měly radiální

pulzace udržet dobu kratší než 8 tisíc let, což je ve srovnání s délkou hvězdného života krátká doba. Pulzace se ale spouští jen u některých hvězd. Jaký je tedy jejich mechanismus?

Ze zahřátého nitra dochází k uvolňování energie a tepla do vyšších oblastí s nižšími teplotami. K tomu, aby se všechna energie nevyzářila najednou, ale zůstala zadržena uvnitř hvězdy, musí mít hvězda nějaký regulátor toku energie. Podle hvězdné stavby cefeid a hvězd typu RR Lyrae víme, že mají největší koncentraci hmoty ve své centrální části. Směrem k podpovrchovým vrstvám tato koncentrace klesá, což platí pro hvězdy obecně.

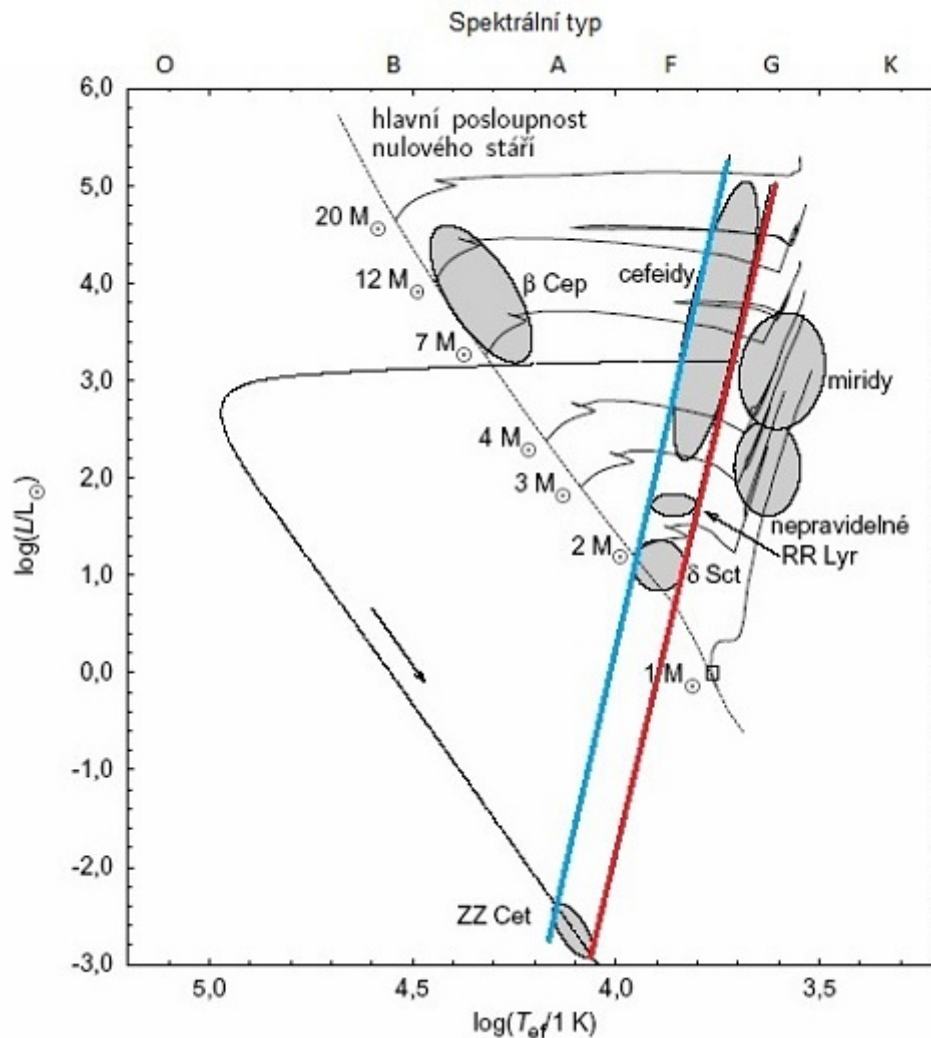
Na pulzace těchto proměnných hvězd mají vliv právě podmínky ve velmi řídkých a málo hmotných podpovrchových vrstvách. Existují zde dostatečně rozsáhlé oblasti hvězdy, které ve fázi největšího smrštění dokáží zadržet potřebné množství procházející zářivé energie a tuto nashromážděnou energii při další expanzi vyzářit. Potom, co bylo zjištěno, že hlavním materiálem ve hvězdách je vodík a helium, Eddington zvažoval, zda by mohla hrát roli při udržování pulzace ionizace vodíku. Na objasnění významu ionizačních pásem při pulzacích má zásluhu Zhevakin (1953) a později Cox a Whitney (1958). Ukázalo se, že největší význam v těchto oblastech má zastoupení jedenkrát ionizovaných atomů helia (He II) a úplně ionizovaných atomů stejného prvku (He III). Při smrštění se část tepla vynaloží na ionizaci atomů a po expanzi dojde k jejich rekombinaci a tomu odpovídajícímu uvolnění ionizační nebo rekombinační energie.

2.1.1 H-R diagram

V Hertzsprungově-Russellově diagramu se nachází pulzující proměnné hvězdy v tzv. *páse nestability*. Je to skoro vertikální oblast, kde se nacházejí hvězdy s teplotami v rozmezí od 600 do 1000 kelvinů. Pokud se hvězda nachází v této části diagramu, stane se s velkou pravděpodobností pulzující proměnnou hvězdou, v níž se lehce rozvinou a udrží zejména radiální pulzace. Kterou částí pásu nestability hvězda během svého vývoje projde a jaký typ pulzací se v ní případně rozvine, závisí zejména na její hmotnosti a chemickém složení.

Pás nestability je vyznačen v obr. 2.1 - teplejší okraj modře a chladnější červeně. Začíná v oblasti veleobrů třídy G, protíná hlavní posloupnost v oblasti spektrálního typu A a F a končí v oblasti bílých trpaslíků spektrálního typu B a A.

Nejhmotnější a nejzářivější hvězdy pásu nestability jsou *klasické cefeidy* - veleobři pulzující s periodou dnů až několik desítek dnů. Jeví také největší amplitudy světelných změn, výrazné jsou i změny efektivní povrchové teploty. Další skupiny hvězd směrem k nižším zářivým výkonům mají kratší periody a menší amplitudy světelných křivek. Postupně jsou to cefeidy typu *W Virginis*, krátkoperiodické cefeidy *RR Lyrae*, pulzující hvězdy hlavní posloupnosti typu *delta Scuti* a pulzující bílí trpaslíci typu *ZZ Ceti*.



Obrázek 2.1: Pás nestability (převzato ze skript Úvod do fyziky hvězd a upraveno)

2.2 Hvězdy typu RR Lyrae

Hvězdy typu RR Lyrae jsou skupina pulzujících proměnných hvězd, které se někdy též označují jako krátkoperiodické cefeidy nebo proměnné kulových hvězdokup. Poprvé byly objeveny v kulových hvězdokupách. Jsou málo hmotné a patří mezi obry populace II horizontální větve. Dle obr. 2.1 spadají do spektrálních tříd A až F. Základní vlastnosti podle Smithe (1995) jsou uvedeny v tabulce 2.1.

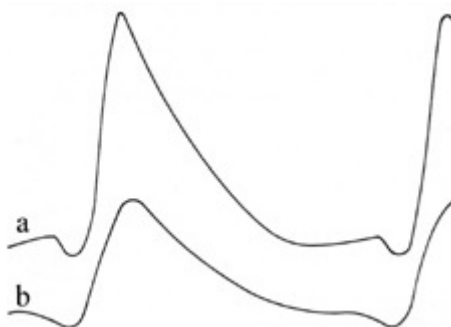
V GCVS můžeme nalézt asi 6500 objektů s označením RR Lyrae nebo jeho podtypů. V práci zabývající se proměnnými hvězdami v kulové hvězdokupě ω Centauri rozdělil Bailey (1902) tyto hvězdy do tří podtypů RRa, RRb a RRc podle tvaru světelné křivky na obr. 2.2. (Smith 1995). Později byly zjištěny další podtypy, které pulzují ve vyšších harmonických frekvencích a naopak se ukázalo, že typy "a" a "b" mají mnoho společných vlastností a proto se spojily.

Tabulka 2.1: Vlastnosti hvězd typu RR Lyrae

Perioda	(0,2 - 1,1) dne
Absolutní hv. velikost $\langle M_V \rangle$	$+0,6 \pm 0,2$
Efektivní teplota $\langle T_e \rangle$	(7400 - 6100) K
Gravitační zrychlení $\langle \log g \rangle$	2,5 - 3,0
Metalicita [Fe/H]	0,0 - -2,5
Hmotnost	$\approx 0,7 M_\odot$
Poloměr	$\approx 4 - 6 R_\odot$

Dnes proto rozlišujeme následující podtypy hvězd typu RR Lyrae:

- RRab - vykazují asymetrickou světelnou křivku s rychlejším nárůstem a pozvolnějším poklesem. Periody se pohybují v rozmezí 0,3 až 1,2 dne a amplitudy od 0,5 do 2 magnitud ve vizuálním oboru. Zastoupení mezi ostatními podtypy se odhaduje na 91 %. Pulzují v základním módu.



Obrázek 2.2: Tvar světelných křivek "a" a "b" u hvězd typu RR Lyrae

- RRc - světelná křivka je více symetrická neboli sinusoidální. Periody se pohybují v rozmezí 0,2 až 0,5 dne a amplitudy nejsou větší než 0,8 magnitud v oboru V. Pulzují v prvním harmonickém módu. Procentuální zastoupení se pohybuje jen kolem 6 %.



Obrázek 2.3: Tvar světelné křivky "c" u hvězd typu RR Lyrae

- RRd - pulzují v základním a prvním vyšším módu.
- RRe - objevena v roce 2010 družicí *Kepler*, předpokládá se pulzace v druhém harmonickém módu.

2.2.1 Blažkův jev

Hvězdy typu RR Lyrae podléhají i změnám, které se odehrávají časově déle než v jedné pulzační periodě. Tuto změnu pozorujeme ve tvaru světelné křivky a nazýváme jako tzv. Blažkův jev. Blažkův jev nebyl dosud zcela vysvětlen, ale bylo vypracováno pár modelů, které jev popisují a zdůvodňují. Tento jev bývá zpravidla periodický a rozmezí změn pozorujeme v rámci desítek až stovek dní. Proto potřebujeme hustě pokrytou světelnou křivku z dat, skládající se z delšího časového období.

Kapitola 3

CCD fotometrie

3.1 Detekce světelného signálu v minulosti

Nejstarším a také nejzákladnějším z detektorů užívaným v astronomii je lidské oko. Světlo způsobuje chemické změny, které vedou k převedení signálu na elektrický potenciál. Na sítnici rozlišujeme dva rozdílné typy ve světločivných buňkách. *Tyčinky* jsou citlivější na světlo a umožňují vidění za šera. Za normálních světelných podmínek jsou tyčinky deaktivovány. Barevné vidění zajišťují *čípky*, které jsou trojího druhu podle citlivosti na modré, zelené a červené světlo.

Člověk vnímá barvu od modré po červenou, tedy světlo s vlnovou délkou od 400 do 700 nanometrů. Při příliš velkých intenzitách světelného záření klesá schopnost oka vnímat rozdíly jasností hvězd. Zraková ostrost, adaptace na tmou i citlivost oka je individuální, a nejen proto je vizuální pozorování značně subjektivní. Kvalitu pozorování může také ovlivnit momentální fyzický a psychický stav pozorovatele.

S historicky prvním způsobem objektivní detekce záření přišel Louis Daguerre v r. 1835. Objevil, že je možno rtuťovými parami vyvolat obraz neviditelně zachycený na stříbrné desce, na kterou působily účinky jodových par. Tento proces byl poté nazván daguerrotypie.

Roku 1839 vznikla *calotypie*, kterou vynalezl anglický fyzik William H.F. Talbot. Kus papíru natřel slabým roztokem soli a usušil. Pak ho natřel ještě slabším roztokem dusičnanu stříbrného a opět usušil. Tím na papíru vznikla vrstvička chloridu stříbrného. Pozitiv se zhotovil tak, že se negativ položil na další negativ a osvětlil. V r. 1851 vynalezl F.S. Archer tzv. mokřý kolodiový proces. Výsledkem byl extrémně kontrastní, jemnozrný negativ jako u *calotypie*. Nevýhodou ovšem je to, že se jedná o mokřý proces.

Posun ve vývoji fotografie učinil v roce 1871 R.L. Maddox, když vytvořil bromostříbrné desky s želatinovou emulzí. I když ty desky byly v počátku méně citlivé než jejich předchůdkyně, měly rozhodující výhodu v tom, že byly suché. Černobílá fotografie se poté ubírala mílovými kroky k dnešní podobě ruku v ruce s vývojem barevné fotografie. Aby se zabránilo promíchání jednotlivých barevných vrstev mezi sebou, používá se pro každou barvu několik vrstev s různou citlivostí.

Dalším způsobem, jak detekovat světelný signál, bylo využití fotoelektrického jevu nebo též *fotoefektu*. Absorpcí fotonu dostatečné energie dochází k emitování elektronu z kovové látky, který je poté zachycen a vzniklý proud je možné přesně změřit. Fotoefekt

byl objeven v r. 1887 H. Hertzem. Za formulaci zákona popisujícího fotoelektrický jev získal v r. 1921 Albert Einstein Nobelovu cenu. Pro násobný efekt se používá fotonásobiče, který vyvolává sekundární emisi většího množství elektronů v závislosti na intenzitě dopadajícího záření.

Nejmodernějším a nejčastěji užívaným přístrojem v současnosti je CCD kamera obsahující CCD čip, který v sobě soustřeďuje výhody fotografie i fotoelektrické fotometrie. Fotografická emulze se uplatnila zejména při snímání velkých částí hvězdné oblohy. V dnešní době už je možné vyrobit velký CCD čip, který by byl rozměrově srovnatelný s fotografickou deskou.

3.2 CCD

CCD¹ je elektronická součástka pro snímání obrazové informace. První kamery se CCD byly vyrobeny v roce 1970 v Bellových laboratořích Willardem Boylem a Georgem E. Smithem. Za tento vynález byli oceněni Nobelovou cenou v r. 2009. Od roku 1975 se CCD používají ve spojení s astronomickými dalekohledy. Jejich masivní využití znamenalo doslova moderní revoluci v astronomii. V současné době je to nejpoužívanější detektor v astronomii. CCD kamera je tzv. zobrazovací detektor, který zaznamenává obraz vytvořený v ohniskové rovině objektivem dalekohledu. CCD detektor je schopen zachycené fotony po určitou dobu strádat (integrovat) a převést na elektrický signál (zdigitalizovat).

3.3 Princip činnosti CCD

Přicházející světlo vytváří v polovodiči elektrický náboj (elektrony). Elektrony se nemohou volně pohybovat po čipu, protože jsou na čipu vytvořeny svislé negativní potenciálové valy odpuzující elektrony. Systém vodorovných elektrod, také s negativním nábojem, vytváří na čipu mřížku tzv. potenciálových jam, z nichž elektrony nemohou uniknout. Každá potenciálová jáma reprezentuje jeden pixel, tedy nejmenší čtvereček obrazu. Pixely vystavené většímu množství světla naakumulují více elektronů a naopak. CCD tak mohou postupně nashromáždit dostatek světla i z velmi slabých světelných zdrojů.

Pokud se na elektrody přivede různé napětí, elektrony mohou být přesouvány z jedné jámy do vedlejší. Tak je možné náboj posouvat po ploše čipu. Tento proces je používán, když je potřeba informaci ze CCD čipu vyčíst. Náboje z jednotlivých pixelů jsou posouvány do výstupního zesilovače, kde je tento elektrický náboj převeden na napětí. Toto napětí se objeví na výstupu čipu a elektronika kamery ho změří a převede na signál pomocí analogově/digitálního převodníku pro každý pixel. Informace o množství světla, které do každého pixelu dopadlo, tvoří datový soubor reprezentující obrázek. Jednotlivé obrázky jsou ukládány ve FITS formátu do počítače.

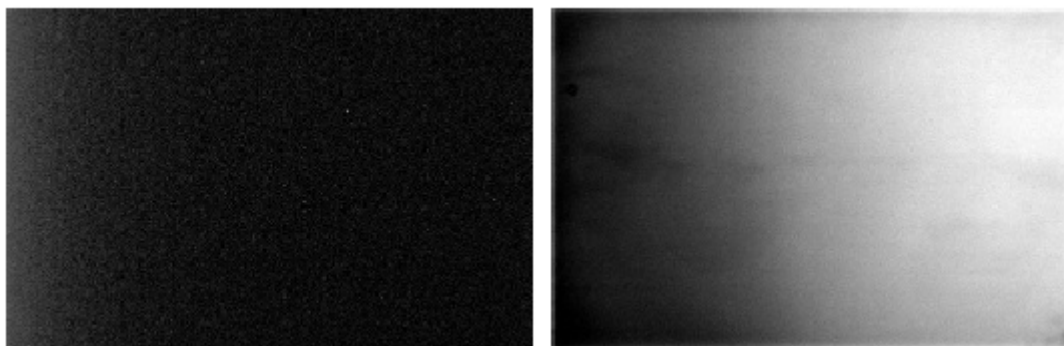
¹charge coupled device znamená v překladu zařízení s vázanými náboji

3.4 Korekce CCD snímků

Neupravený obraz stažený z kamery je ovlivněný tepelným šumem a různou citlivostí pixelů na světlo. To může mít vliv na fotometrickou kvalitu snímku. Snímky hvězdného pole proto upravujeme pomocí korekčních snímků, které pořizujeme během vlastního pozorování. Takové zpracování nejen zlepšuje jejich vzhled, ale současně zvyšuje jejich vědeckou hodnotu.

Kromě dopadajícího záření vzniká signál v detektoru i náhodně v závislosti na okolní teplotě, velikosti pixelu i na čipu samotném a nazýváme ho temný proud nebo tepelný šum. Pro snížení temného proudu je CCD čip chlazen např. Peltiérovým článkem, kapalným dusíkem, atd. Pokud přečteme z kamery obraz nějakého astronomického objektu, bude obsahovat signál generovaný osvětlením i signál generovaný temným proudem. Je ale možné provést tu samou expozici ještě jednou, ale s uzavřenou závěrkou. Takový obraz bude obsahovat pouze signál generovaný temným proudem a nazýváme jej temný snímek neboli tzv. *dark frame*. Temný snímek musí být pořízen ve stejné expozici a za stejné teploty jako vlastní snímek. Poté je možné oba snímky odečíst a tím obraz generovaný temným proudem vyrušit.

Každý pixel má v principu různou citlivost na světlo, navíc je obrazové pole často osvětleno nerovnoměrně - intenzita snímku na okrajích může být menší než u středu. Také prachové částice mohou na filtrech nebo na čipu vytvářet prstencové stíny. Všechny tyto vlivy lze odstranit aplikací tzv. *flat field* obrazu. Jde o obraz rovnoměrně světlé plochy. Flat field získáme nejlépe namířením dalekohledu na rovnoměrně nasvětlenou bílou plochu nebo na oblohu krátce před východem a nebo po západu slunce.



Obrázek 3.1: Korekční snímky: dark frame vlevo; flat field vpravo

Sečtením všech snímků dark frame vznikne výsledný snímek master dark. Stejně tak se sečtou všechny snímky flat field a nadále se opraví o master dark. Výsledný snímek se pak jmenuje master flat. Od všech snímků odečteme master dark a jejich rozdíl poté podělíme master flatem, tak dostaneme výsledný snímek pole.

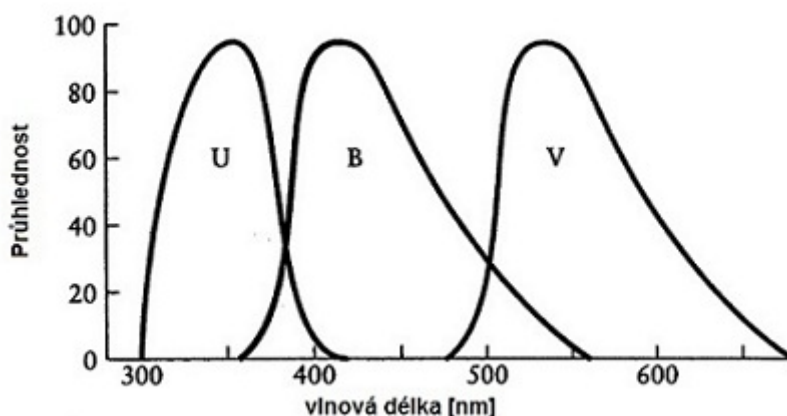
3.5 Fotometrické systémy

V astronomii se pro měření kosmických objektů používají speciální fotometrické systémy se speciálními filtry, které propouštějí světlo pouze v jistém rozmezí elektromagnetického spektra. Tyto filtry pak definují tzv. barvy fotometrického systému, kterých může být i několik.

Na výběr pásem mají vliv jak astrofyzikální, tak i praktické důvody. Šířka pásma používaných fotometrických systémů se dělí do tří tříd na širokopásmové systémy pokrývající šířku pásem nejméně 30 nm, středněpásmové systémy s pásmy od 10 do 30 nm a úzkopásmové (monochromatické) systémy propouštějí jen velice malou část spektra.

Nejznámější a nejrozšířenější fotometrický systém byl zavedený Johnsonem a Morganem v roce 1953. Systém *UBV* je tvořen třemi filtry:

- *U*: maximum propustnosti kolem 365 nm;
- *B*: maximum propustnosti kolem 440 nm;
- *V*: maximum propustnosti kolem 545 nm.



Obrázek 3.2: Systém filtrů *UBV*

Filtr *U* u Johnsonova systému zasahuje i do oblastí za Balmerovým skokem, takže nelze pomocí něj určovat výšku Balmerova skoku. Existují i další barevné systémy např. středněpásmový *Strömgrenův systém uvby*, který je díky užším pásům lépe definován a poskytuje přesnější informaci o vlastnostech zkoumaných hvězd. Filtr *y* umožňuje nahlédnout na průběh rozložení energie ve žluté oblasti spektra navázáním na Johnsonův filtr *V*.

Kapitola 4

Zdroje dat a jejich zpracování

Pro studium proměnnosti byly vybrány dvě hvězdy SS Psc a TV Lyn s ohledem na jejich polohu na obloze, množství dostupných dat, jasnost a také krátkodobé změny ve světelné křivce.

- **SS Psc** - hvězda se nachází v souhvězdí Ryb (lat. Pisces) na souřadnicích - RA: 01 20 52,3 a Dec: +21 43 43. Jako proměnná hvězda byla odhalena r. 1931 (Firmaniuk 1975). Podle tvaru světelné křivky patří do skupiny RRc a podle spektrálního typu do třídy A7 - F2. Amplituda světelných změn je v rozmezí 10,892 - 11,322 mag v oboru *V* (Hipparcos). Základní perioda se v literatuře mění podle tabulky 4.1. U této hvězdy byl zaznamenán Blažkův jev.

$JD_{hel} + 2400000$	P (d)	Zdroj (rok)
26594,520	0,28779185	Lange (1931 - 1974)
37533,463	0,2877924	Paczyňsky (1965)
38241,482	0,2877924	Paczyňsky (1966)
19130,305	0,28779276	Garbuzov (1980)
19130,305	0,28779276	Kholopov et all (1988 - 2003)

Tabulka 4.1: Elementy světelných změn hvězdy SS Psc

- **TV Lyn** - hvězdu najdeme v souhvězdí Ryse (lat. Lynx) na souřadnicích - RA: 07 33 31,73 a Dec: +47 48 09,8. Je zařazena do skupiny RRc a patří do spektrální třídy A6. Proměnnost u této hvězdy byla objevena Löchelem v r. 1958. Amplituda se mění od 11,314 do 11,837 mag v oboru *V*. Určení periody má v dostupných pramenech opět více hodnot viz tabulka 4.2.

4.1 Světelné elementy a skládání pozorování

Potom, co máme zpracovaná napozorovaná data a z nich vytvořenou světelnou křivku, můžeme se zabývat analýzou světelných elementů, které ji popisují. Světelnými elementy proměnné hvězdy s jednou periodou jsou základní perioda P ve dnech a zvolený okamžik

$JD_{hel} + 2400000$	P (d)	Zdroj (rok)
40950,922	0,2406510	Penston (1972)
41062,353	0,24065235	Lange, Chuprina (1971)
41062,353	0,24065119	Firmanyuk (1981)

Tabulka 4.2: Elementy světelných změn hvězdy TV Lyn

maxima jasnosti na světelné křivce M_0 vyjádřený v juliánském datování (JD)¹. Okamžik libovolného maxima jasnosti vyjádřený v JD vzhledem ke Slunci lze spočítat:

$$JD_{hel}(Max.) = M_0(Max.) + E \cdot P, \quad (4.1)$$

kde člen E se nazývá *epocha* a představuje celočíselný údaj říkající, kolik period nebo cyklů proběhlo nebo proběhne od zvoleného základního maxima jasnosti M_0 .

Pozorování skládáme do tzv. *fázové křivky*, kde je fáze daná vztahem:

$$\varphi = FRAC \left[\frac{JD_{hel}(t) - M_0}{P} \right], \quad (4.2)$$

kde FRAC odečítá celočíselnou část. Hodnoty fáze jsou v rozmezí φ pohybuje od 0 do 1. Při správně zvoleném okamžiku M_0 by měl mít objekt ve fázi 0 své maximum.

4.2 O-C diagram

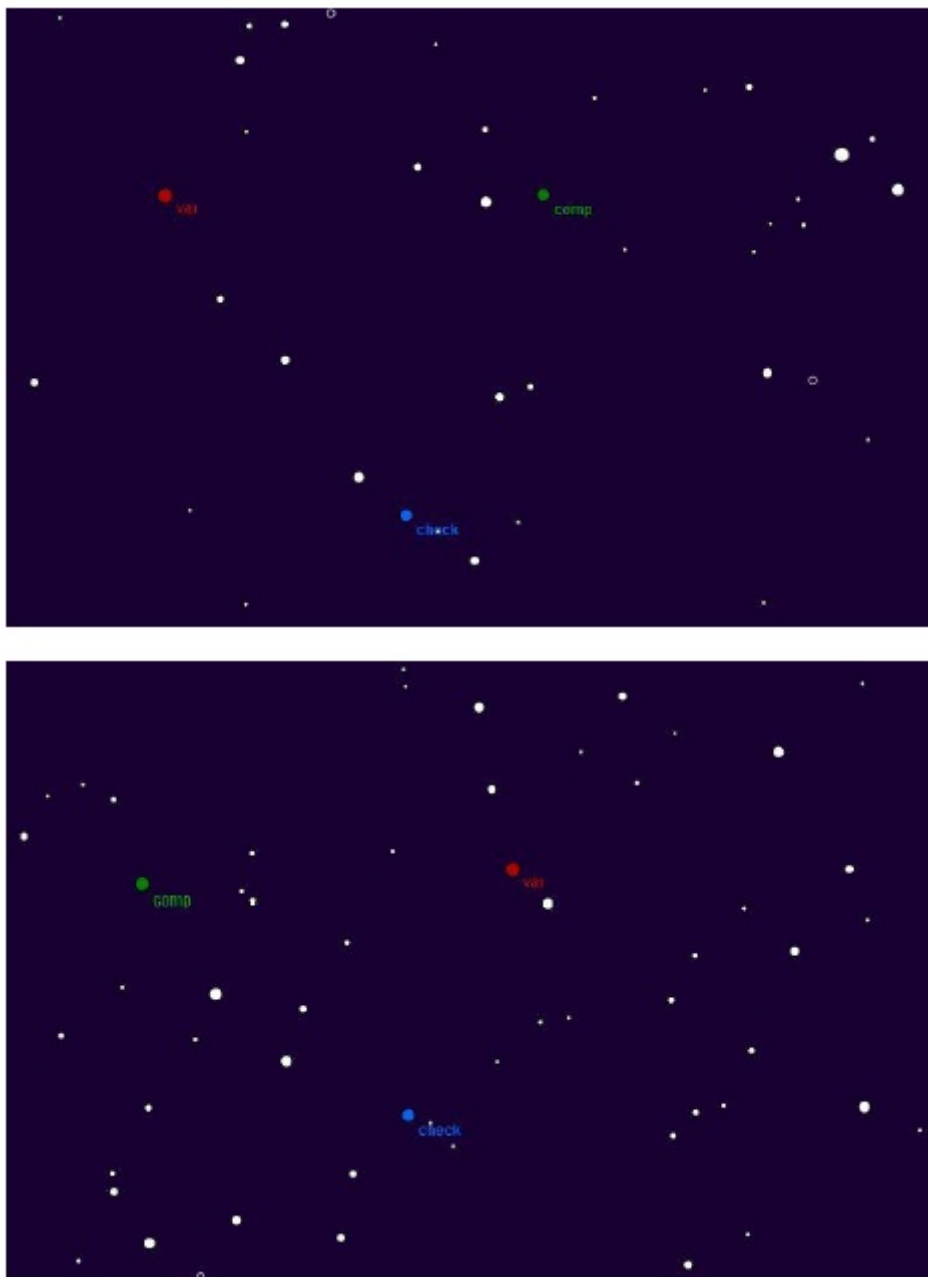
Pro studium dlouhodobého chování proměnné hvězdy je vhodné sestavit si tzv. graf O-C. Tento graf znázorňuje časovou závislost rozdílu okamžiku pozorovaného maxima O (observed) a vypočteného okamžiku C (calculated). Na vodorovnou osu se nejčastěji udává epocha E nebo čas v JD. Z rozložení bodů v O-C diagramu je pak možné odhalit chování periody a okamžiku základního maxima, případně odhadnout nepřesnosti v jejich určení.

4.3 Vlastní pozorování

Vlastní pozorování obou studovaných hvězd byla pořízena na observatoři Masarykovy univerzity v Brně ležící na Kraví hoře (zeměpisná délka $16^\circ 35' 1,217''$, zeměpisná šířka $49^\circ 12' 17,154''$, nadmořská výška 305 m.n.m.). K pozorování byl použit zrcadlový dalekohled o průměru 60 cm Newtonova typu s ohniskovou vzdáleností 2,78 m a CCD kamera SBIG ST8.

Snímky byly zpracovány v programu CMunipack (verze 1.1.26), který je určen na jejich přesné fotometrické zpracování, heliocentrickou korekci a další úpravy. V programu se používá oprava o dark frame a flat field viz kapitola 3. Dále se udělá ztotožnění snímků, aby si jednotlivé hvězdy odpovídaly. Mezi hvězdami na snímku se označí proměnná

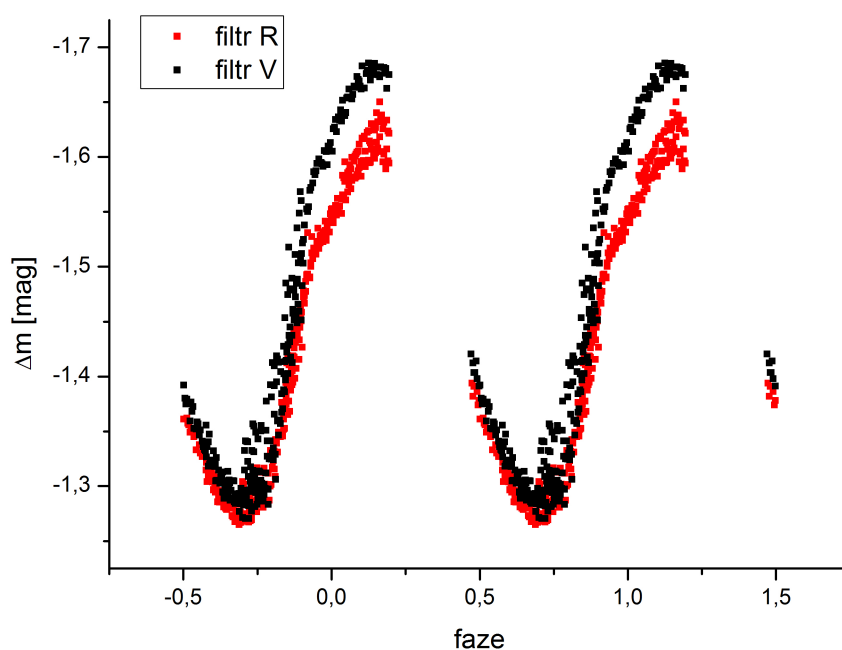
¹Pro počátek je zvoleno datum 1.ledna 4713 př. n. l. a od tohoto data číslo neustále roste každý den o jedničku



Obrázek 4.1: Snímek pole okolí hvězdy SS Psc (nahore) a TV Lyn (dole) s vyznačením srovnávací (comp) a kontrolní hvězdy (check)

hvězda (var), srovnávací hvězda (comp) a může být označena také kontrolní hvězda (check), kdyby náhodou srovnávací hvězda byla také proměnná.

Pro SS Psc bylo během pěti nocí pořízeno 649 CCD snímků pole, z čehož 324 snímků je ve filtru *R* a 325 ve filtru *V*. Pro opravu jsem použila 245 temných snímků v různých expozičních a 86 flat field snímků. Fázová křivka této hvězdy složená z vlastního pozorování na observatoři MU ve filtru *R* a *V* je na obrázku 4.2. Bohužel se ani po pěti pozorovacích nocích nepodařilo získat dostatek dat na pokrytí celé světelné křivky. Nepřesnosti bodů na křivce nepřesáhly 0,010 mag.



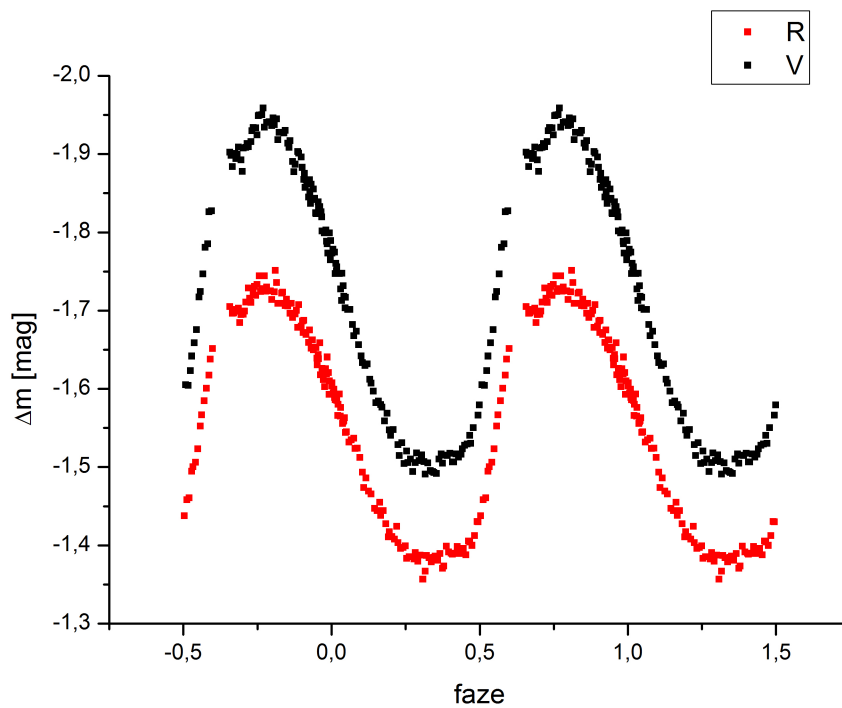
Obrázek 4.2: Fázová křivka SS Psc

SS Pcs	Označení	Souřadnice	V [mag]
Comp	TYC 1203-667-1	1 20 21,995 + 21 43 48,82	12,09
Check	NOM 1118-0022769	1 20 33,47 + 21 49 47,1	12,69
TV Lyn	Označení	Souřadnice	V [mag]
Comp	TYC 3409-2066-1	7 34 13,009 + 47 48 20,33	12,09
Check	TYC 3409-2065-1	7 33 43,708 + 47 52 41,23	11,84

Tabulka 4.3: Srovnávací a kontrolní hvězdy s označením z katalogu TYCHO (TYC) a NOMAD (NOM) s uvedením jejich souřadnic a hvězdné velikosti

Pro TV Lyn bylo naměřeno celkem 163 pole snímků ve filtru *V* a 166 ve filtru *R*. Pro korekci bylo pořízeno 78 dark framů v potřebných expozičních. Flat field byl použit stejný

jako pro SS Psc. Fázová křivka je na obrázku 4.3. I když byly jen dvě pozorovací noci, je na obrázku pokrytá body celá fázová křivka. Nepřesnosti bodů na křivce nepřesáhly 0,010 mag.



Obrázek 4.3: Fázová křivka TV Lyn

4.4 Data z cizích zdrojů

Na observatoři MU bylo naměřeno množství snímků, které zahrnují jen malé časové období. Abychom mohli vysledovat změny hvězdných charakteristik, potřebujeme použít data publikovaná v literatuře nebo nejlépe dlouhé časové řady. Proto jsou použita data z různých databází, přehlídek či družic dostupná pro obě hvězdy.

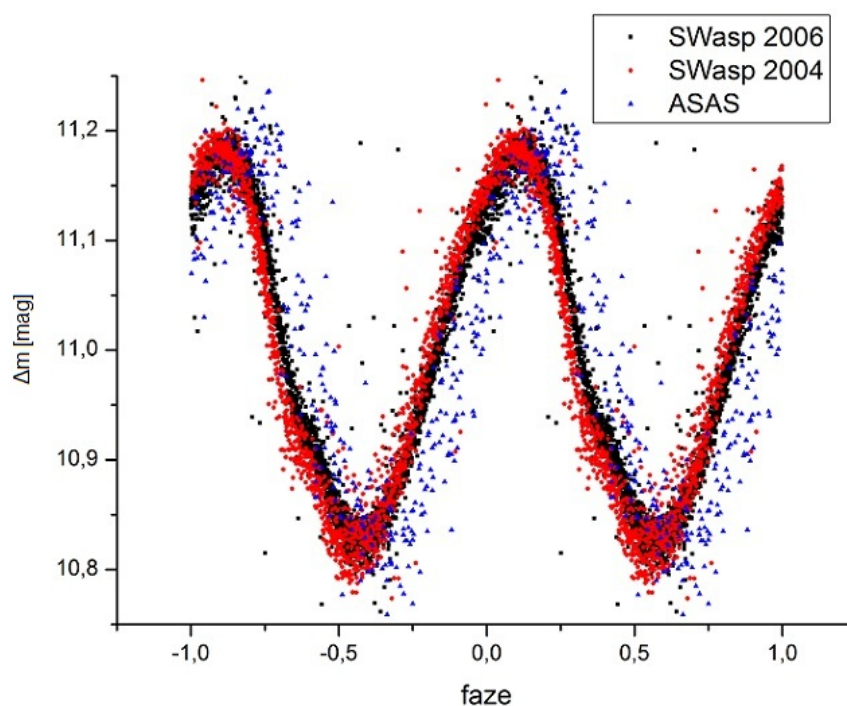
- AAVSO - American Association of Variable Star Observers je databáze americké asociace pozorovatelů proměnných hvězd. Data jsou pořizována jak amatérskými tak i profesionálními astronomy a to různými metodami od vizuálních po CCD ve filtru *V*. (<http://www.aavso.org>)
- ASAS - All Sky Automated Survey je automatická celoblohová přehlídka, měření jsou pořizována ve filtru *I* nebo *V*. (<http://www.astrouw.edu.pl/asas>)
- SuperWASP - Wide Angle Search for Planets neboli širokoúhlé vyhledávání planet se skládá ze dvou robotických observatoří, které fungují nepřetržitě po celý rok.

Nachází se na ostrově La Palma pro severní hemisféru a druhá se nachází na místě Jihoafrické astronomické observatoře u Sutherlandu pro jižní část oblohy. Každá z observatoří se skládá z osmi malých dalekohledů se CCD kamerami bez filtru. (<http://www.superwasp.org>)

Po stáhnutí surových dat je potřeba podívat se v jakém jsou tvaru. SuperWASP má data ve formátu .fits a na otevření se používají nejčastěji programy *fv* nebo *Topcat-full* s podporou Javy. Data obsahují v hlavičce zkratky názvů jednotlivých sloupců od JD, hvězdné velikosti a její chyby, až po stav počasí (teplota, tlak, rychlost a směr větru atd.). HJD je zde označeno TMID uváděné v sekundách a pro jeho přepočítání byl použit vzorec: $HJD = (TMID/86400) + JD_{Ref}$. Pro přepočítání hvězdné velikosti byl použit sloupec označený TAMFLUX2, kde je měřený tok záření korigován procedurou popsanou Cameronem et al. (2006). Pro přepočítání se používá vzorec: $mag = 15 - 2,5 \log(TAMFlux2)$. Data ve fázové křivce byla vůči sobě mírně posunuta, odchylka byla zřejmě způsobena měřením rozdílnou kamerou. Proto byla měření rozdělena na dvě části.

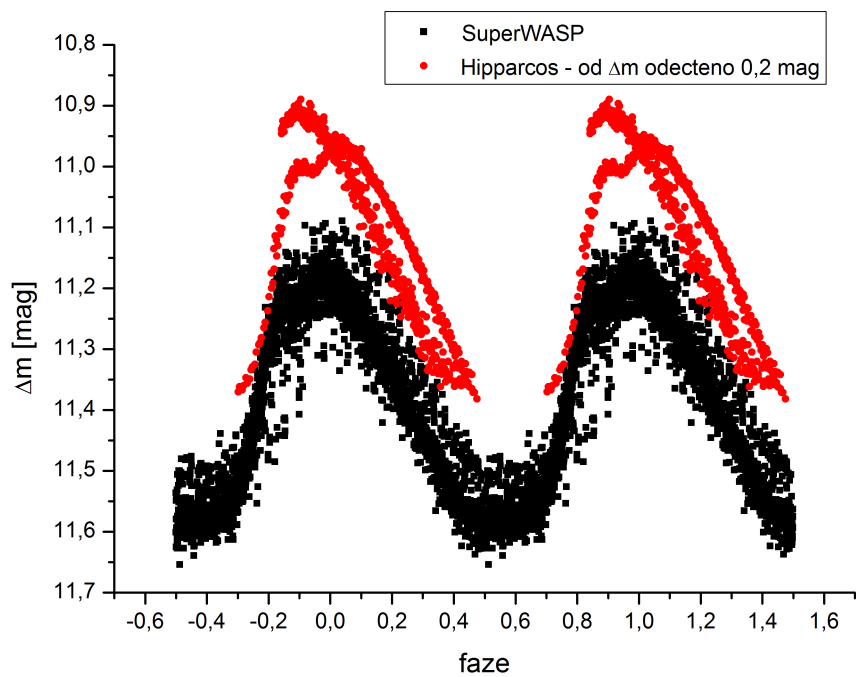
V archivu AAVSO byla dohledána data z družice Hipparcos. Jsou složena z více pozorování a jsou proti sobě fázově posunuta. Měření zde pochází ze dvou systémů Tycho. Stažená měření se nemusí nijak upravovat, protože už mají potřebný tvar JD a hvězdné velikosti s chybou měření, dále je v souboru uveden filtr i zdroj.

Data z přehlídky ASAS sestávají z HJD-2450000, hvězdné velikosti s chybou a označení kvality písmeny A, B, C, D. Ze souboru byly použity data pouze s kvalitou A a B.



Obrázek 4.4: Fázová křivka SS Psc

V grafech fázové křivky jsou měření z přehlídek odlišena různými barevnými symboly, abychom viděli případné systematické rozdíly při zpracování. V legendě je uvedeno z jakého zdroje křivka pochází.



Obrázek 4.5: Fázová křivka TV Lyn

Kapitola 5

Hledání periody

Ve své práci jsem si pro hledání periody zvolila tzv. metodu periodové analýzy. Tuto metodu můžeme použít, pokud u hvězdy známe tvar její světelné křivky i pokud o tvaru světelné křivky a periodě nevíme shola nic. Periodová analýza základní periody spočívá v hledání spolehlivé efemeridy hlavní periodické proměnnosti. Většina periodových analýz byla v minulosti provedena užitím O-C diagramů.

Důvěryhodnost informací nalezených periodovými analýzami úzce souvisí se spolehlivostí určení časů O a jejich nejistot. I malá nepřesnost v okolí extrému dokáže výrazně posunout určení jednotlivých hodnot O. Publikované okamžiky extrémů proměnných hvězd byly většinou počítány Kweeovou-van Woerdenovou metodou.

Znalost tvaru světelných křivek odvozená z pozorování učiněných v minulosti může zlepšit určení hodnot O. Pak lze okamžik extrému určit metodou fázového posuvu pozorované světelné křivky vzhledem k očekávané vzorové světelné křivce.

Postupy používané k analýze dat jsou založeny na váhované metodě nejmenších čtverců užitě naráz pro všechna dostupná data obsahující fázovou informaci. O-C diagram se zde nevyužívá jako mezistupeň při zpracování dat, ale je vhodné použít ho pro vizuální kontrolu použitých modelů. Metoda se může úspěšně aplikovat na dlouhé časové řady z přehlídek nebo i na časově sevřené řady (Mikulášek 2012).

Tuto metodu jsem aplikovala v programu Matlab 7.1 na data pro obě hvězdy. Autorem programu je RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D. s přispěním doc.RNDr. Zdeňka Mikuláška, CSs. Program jsem převzala a upravila. Podrobný popis metody uvádím v následující kapitole. Vstupní hodnoty jsou získány z programu PerSea (Maciewski, 2007).

5.1 Metoda přímé periodové analýzy

Pro načtení souboru dat je potřeba data z jednotlivých přehlídek a vlastního pozorování uspořádat do matice. Soubor dat je uspořádán ve sloupcích v pořadí - juliánské datum heliocentrické, hvězdná velikost, filtr a zdroj. To nám umožní seřazení dat podle jednotlivých parametrů. Na začátku programu je potřeba uvést počáteční hodnotu periody (P_0) a počáteční čas v JD (M_0).

Ze všech dat složíme fázové křivky, u kterých předpokládáme, že je lze popsat jedinou obecnou modelovou funkcí $F(\vartheta, \mathbf{a})$, popsanou zde g_a parametry tvořícími tzv. vektor parametrů \mathbf{a} , kde $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_j, \dots, a_{g_a})$. Dalším předpokladem je konstantní tvar všech

fázových křivek. Časová proměnnost je dána fázovou funkcí $\vartheta(t, \mathbf{b})$, která je spojitou monotonní funkcí času t . Zbytková část fázové funkce odpovídá běžné fázi, celočíselná část se pak rovná tzv. epoše (E). Fázovou funkci můžeme vyjádřit pomocí jednoduchého modelu kvantifikovaného g_b parametry \mathbf{b} , kde $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_k, \dots, b_{g_b})$. Fázová funkce je v našem případě vyjádřena:

$$\vartheta = \frac{t - M_0}{P}. \quad (5.1)$$

Okamžitá perioda v čase t je spojena s fázovou funkcí následujícím způsobem:

$$P(t, \mathbf{b}) = \left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)^{-1}, \quad \Rightarrow \quad \vartheta(t, \mathbf{b}) = \int_0^t \frac{d\tau}{P(\tau)}. \quad (5.2)$$

Jako modelovou funkci k proložení světelné křivky zvolíme kombinaci sinu a kosinu:

$$m_j(t) = \bar{m}_j + A_1 \cos(2\pi\vartheta) + A_2 \cos(4\pi\vartheta) + A_3 \left(\sin(2\pi\vartheta) - \frac{1}{2} \sin(4\pi\vartheta) \right). \quad (5.3)$$

Provedeme parciální derivaci funkce $M_j(t)$ podle proměnné ϑ , kde hodnoty koeficientů A_1, A_2, A_3 jsou označeny jako b_1, b_2, b_3 .

$$\dot{M}_j(t) = -2\pi [b_1 \sin(arg) + 2b_2 \sin(2arg) - b_3 (\cos(arg) - \cos(2arg))], \quad (5.4)$$

kde $arg = 2\pi\vartheta$. Vytvoříme si matici X , kde jsou nejdříve hodnoty parciálních derivací fce $M_j(t)$ podle A_1, A_2, A_3 , pak matice x_0 s nulami a jedničkami vymezujícími jednotlivé sady měření. Poslední dva členy matice X budou parciální derivace $M_j(t)$ podle M_0 a P .

Jelikož se v jednotlivých sadách měření vyskytují i odlehlé body, můžeme data vyčistit zadáním meze. Pokud bude odchylka bodu od určeného modelu větší než zadaná mez, je bod vymazán.

Výpočet volných parametrů je iterativní s podmínkou metody nejmenších čtverců. Součet $S(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ váhovaných čtverců odchylek Δy_i pozorovaných měření y_i a jejich modelových předpovědí $F(\vartheta_i)$ je minimální.

$$\Delta y_i = y_i - F(\vartheta_i), \quad (5.5)$$

$$S = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2, \quad \delta S = \mathbf{0}, \quad (5.6)$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta y_i \frac{\partial F(\vartheta_i, \mathbf{a})}{\partial a_j} = 0, \quad (5.7)$$

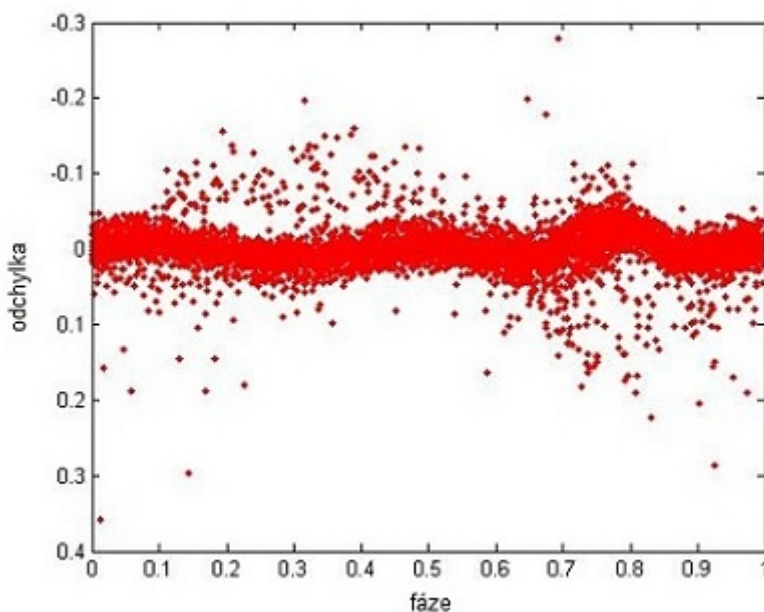
$$\sum_{i=1}^n \Delta y_i \frac{\partial F}{\partial \vartheta_i} \frac{\partial \vartheta(t_i, \mathbf{b})}{\partial b_k} = 0. \quad (5.8)$$

Celkem získáme $g = g_a + g_b$ rovnic s g neznámými volnými parametry. Vzhledem k tomu, že všechna použitá měření jsou získána CCD fotometrií, tak se váhy neuvažovaly. Pro detailní studium bude nutné rozdílné váhy uvažovat např. v rámci nějaké rozsáhlejší práce. Každému bodu by pak byla přiřazena váha nepřímo úměrná čtverci standardní odchylky od zvoleného modelu. Systém rovnic je vždy nelineární, proto nelze parametry určit přímo, ale pomocí iterací. Běžně potřebujeme několik desítek iteračních cyklů.

5.2 Výsledky

5.2.1 SS Psc

Data získaná na observatoři MU ve filtru R a V , byla složena s měřeními z přehlídek SuperWasp a ASAS. Počty použitých bodů jsou uvedeny v tabulce 5.2. Vznikl tak soubor dat čítající celkem 5411 bodů v rozsahu 7 let. Pro hledání periody a základního maxima jsem použila program PerSea, protože se výborně hodí právě k určování těchto hodnot na základě vstupních dat (JD ,hvězdná velikost, chyba). Základní perioda byla tímto programem určena na $P = (0,28779 \pm 0,00003)$ dne a základní maximum na $M_0 = 53163,122$. Hlavní část této práce spočívala na programu pro hledání periody použitým v softwaru Matlab, ve kterém byly tyto dvě hodnoty upřesněny. Graf na obrázku 5.1 ukazuje přesnost proložení fázové křivky funkcí 4.3. V místě, kde funkce neprokládá přesně se v grafu objevuje hrb. Znamená to tedy, že je náš model příliš jednoduchý a nepopisuje dokonale všechny efekty na světelné křivce. Z obrázku je ale zřejmé, že deformace světelné křivky zůstává ve stejné fázi, a proto nemá na určení periody světelných změn vliv. Nalezení detailního fenomenologického modelu, který by popisoval i jemné odchylky od ideální křivky pulzující hvězdy je časově náročný. Pro určení základní periody je to vyhovující a byla určena na $P = (0,28779142 \pm 0,00000007)$ dne, což je v dobré shodě s periodou z dostupných pramenů uvedených v tabulce 4.1.. Základní maximum bylo určeno na $M_0 = (53163,1126 \pm 0,0004)$.



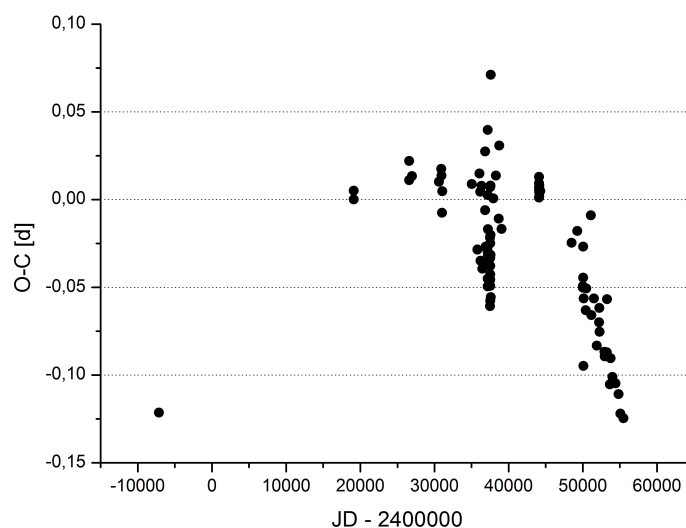
Obrázek 5.1: Odchylka bodů v závislosti na fázi

V tabulce 5.1. jsou výstupní hodnoty parametrů A_1 , A_2 a A_3 a hodnoty maximální magnitudy pro všechna měření vypočtené Matlabem i s chybou.

Hodnota parametrů s chybami		
A_1	-0.1698	0.0007
A_2	0.0003	0.0007
A_3	-0.0278	0.0012
Zdroj	Max [mag]	Chyby
SuperWasp 2004	10.9995	0.0006
SuperWasp 2006	10.9958	0.0008
ASAS	10.999	0.002
MUOR	-1.442	0.002
MUOV	-1.480	0.002

Tabulka 5.1: Tabulka výsledků

Na obrázku 5.2. jsou v grafu hodnoty O-C v závislosti na čase (JD). Hodnoty jsou převzaté ze stránek GEOS. Body přesně na vodorovné přímce procházející O-C v nule značí, že hvězda má jen jednu periodu a použité světelné elementy jsou v pořádku. Do roku 1990 byl tento trend v pořádku a rozptyl hodnot O-C je způsoben hlavně vizuálními pozorováními, která jsou zatížena velkou chybou. Avšak dále v tomto grafu vidíme, že maxima nastávají dříve oproti předpovědi tzn. hodnoty O-C jsou v záporných hodnotách. V praxi to znamená, že dochází skokově ke zkrácení periody. Hodnoty O-C jsou k dispozici pod názvem O-CSSPsc.txt na přiloženém CD.



Obrázek 5.2: O-C diagram pro hvězdu SS Psc

V následující tabulce uvádím označení filtru a zdroje pro přiložený soubor pod názvem DataSSPsc.txt na CD ke hvězdě SS Psc.

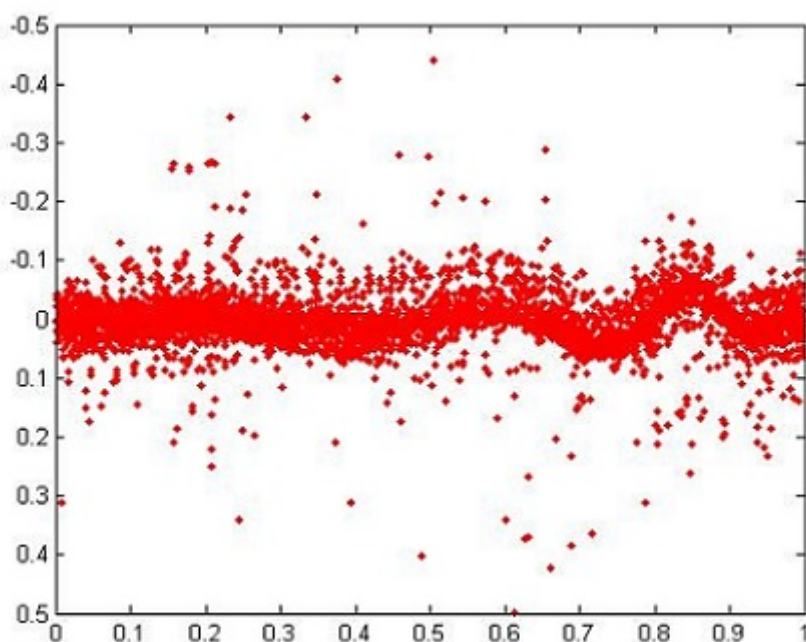
	Filtr	Zdroj	Počet dat
SuperWasp2004	1	1	3107
SuperWasp2006	1	2	1397
ASAS	1	3	333
MUO R	2	4	280
MUO V	3	5	294

Tabulka 5.2: Označení filtru, zdroje a počet použitých měření

5.2.2 TV Lyn

Naměřená data na observatoři MU byla doplněna daty z přehlídek SuperWasp a Hipparcos. Vznikl tak soubor se 4444 daty z období let 2006 - 2010.

Základní perioda byla programem PerSea určena na $P = (0,24066 \pm 0,00002)$ dne a základní maximum na $M_0 = 54111,184$. Hodnota základního maxima byla použita pro vykreslení fázové křivky na obr. 4.5.

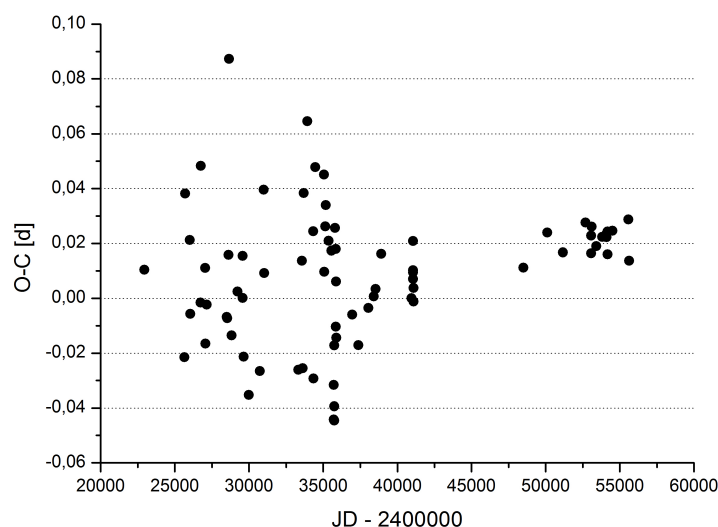


Obrázek 5.3: Odchylka bodů v závislosti na fázi

V programu na hledání period v prostředí Matlab byla hodnota základní periody upřesněna na $P = (0,2406521 \pm 0,0000002)$ dne, což velmi dobře souhlasí s publikovanými

hodnotami v tabulce 4.2. Na obrázku 5.3 jsou vykresleny odchylky jednotlivých bodů od křivky proložení. Pro fitování byla použita stejná modelová funkce jako u SS Psc. Deformace světelné křivky jsou v čase stabilní a na určení periody světelných změn nemá vliv. Hodnota základního maxima vyšla na $M_0 = (54111,1941 \pm 0,0004)$.

Na obr. 5.4. je O-C diagram vytvořený z dat získaných ze stránek GEOS. Z hodnot v grafu lze vysledovat trend, kdy se vypočítané hodnoty s pozorovanými okamžiky pohybují okolo nuly. Můžeme tedy už pohledem na tento graf říci, že se perioda nemění, ale je třeba ji zpřesnit. Hodnoty O-C jsou k dispozici pod názvem O-CTVLyn.txt na příloženém CD.



Obrázek 5.4: O-C diagram pro hvězdu TV Lyn

Výstupní parametry A_1 , A_2 a A_3 pro fitovací rovnici a maximální hvězdné velikosti pro použité zdroje dat i s chybami jsou uvedeny v tabulce 5.3:

Hodnota parametrů s chybami		
A_1	-0.1998	0.0012
A_2	-0.016	0.001
A_3	-0.047	0.002
Zdroj	Max [mag]	Chyby
SuperWasp	11.39298	0.00088
AAVSO	11.368	0.002
MUOR	-1.543	0.004
MUOV	-1.710	0.004

Tabulka 5.3: Tabulka výsledků

V následující tabulce jsou uvedeny počty použitých dat měření. Zároveň jsou zde uvedena označení zdroje a filtru jednotlivých měření v matici a dostupná pod názvem DataTVLyn.txt v příloze na CD.

	Filtr	Zdroj	Počet dat
SuperWasp	1	1	3445
AAVSO	1	2	672
MUO R	2	3	164
MUO V	3	4	163

Tabulka 5.4: Označení filtru, zdroje a počet použitých měření

Závěr

Ve své práci jsem se zabývala studiem pulzujících krátkoperiodických proměnných hvězd typu RR Lyrae. Cílem bylo studovat změnu světelné křivky nebo periody. Vybrány byly hvězdy SS Psc a TV Lyn.

Provedla jsem vlastní pozorování na observatoři MU. Pořízená data jsem zpracovala a získala tak světelnou křivku, kterou jsem pak porovnávala s daty z fotometrických přehlídek.

Pro přesné určení periody světelných změn jsem nepoužila jen okamžiky maxim, jak je to běžné v literatuře, ale všechna vlastní měření a měření z přehlídkových projektů. Tato metoda je založena na váhované metodě nejmenších čtverců. Výsledkem této práce jsou výrazně zpřesněné hodnoty základní periody P_0 a základního maxima M_0 pro obě zkoumané hvězdy.

Objekt	P_0 [d]	M_0
SS Psc	$0.28779142 \pm 0.00000007$	53163.1126 ± 0.0004
TV Lyn	0.2406521 ± 0.00000002	54111.1941 ± 0.0004

Tabulka 5.5: Získané hodnoty

Získané hodnoty periody výborně korespondují s publikovanými hodnotami periody P_0 . Ke změně periody tedy u těchto dvou hvězd nedochází. Během období několika let, konkrétně 7 let pro SS Psc a 4 let pro TV Lyn, z nichž jsme měli k dispozici pozorovací materiál nedocházelo ke změně tvaru světelné křivky obou hvězd. Nalezené drobné deformace byly v tomto období stabilní. Pokud bychom u těchto hvězd uvažovali o Blažkově jevu, musela by být jeho perioda velmi dlouhá.

Seznam použité literatury

- [1] Bailey, S.I., Harv. Annals (1902), č. 38, 1.
- [2] Firmaniuk, B. N., Astr. Tsirk. (1981), č. 1166, 7.
- [3] Firmaniuk et al., Astr. Tsirk. (1975), č. 853, 4–5.
- [4] Garbuzov, G. A., Astr. Tsirk. (1980), č. 1120, 6.
- [5] Hroch, F.: *Astronomické praktikum*, Brno (2009) [skripta].
- [6] Johnson, H. L., Morgan, W.W.: *UBV* (1953), ApJ 117, 313.
- [7] Lange G. A., Chuprina, H. I., Astr. Tsirk. (1971), č. 634, 7.
- [8] Le Borgne, J-F. (2008), RR Lyrae stars: the GEOS maxima database, <http://dbr.ast.obs-mip.fr/>
- [9] Maciewski, G., <http://www.astr.uni.torun.pl/~gm/software.html>
- [10] Mikulášek, Z. a Krtička, J.: *Základy fyziky hvězd*, PřF MU , Brno (2005) [skripta].
- [11] Mikulášek, Z.: *Periodová analýza bez O-C diagramů*, PřF MU, Brno (2012) [skripta].
- [12] Mikulášek, Z.: *Metoda nejmenších čtverců a její aplikace*, PřF MU, Brno (2012) [skripta].
- [13] Moravské přístroje, a. s. (2011), <http://ccd.mii.cz/art?id=303&lang=405/>
- [14] Paczyński, B., AcA (1965), č. 15, 115P.
- [15] Paczyński, B., AcA (1966), č. 16, 97P.
- [16] Penston, M. J., Mon. Not. R. astr. Soc. (1972), č. 156, 103–113.
- [17] Pickering, E. C., Astron. Nachr. (1901), č. 154, 425.
- [18] Skarka, M.: *Výskyt Blažkova jevu u pulsujících proměnných hvězd*, Brno (2010).
- [19] Smith, H. A.: *RR Lyrae Stars*, Cambridge university press, Cambridge (1995).
- [20] Zejda M., Borovička J., Hájek P., Hroch F., Mánek J., Mikulášek Z., Šilhán J.: *Pozorování proměnných hvězd I.*, Hvězdárna a planetárium Mikuláše Koperníka v Brně, Brno (1994).

