

MASARYKOVA UNIVERZITA

Přírodovědecká fakulta
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Přesnost fotometrie v závislosti na expoziční době

Jiří Květoň

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jan Janík, Ph.D.

2011

Rád bych poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce panu RNDr. Janu Janíkovi Ph.D. za jeho laskavost, cenné rady, trpělivost a čas, který mi věnoval.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne

Jiří Květoň

Abstrakt:

Cílem této práce je určit vliv různých expozičních časů astronomických snímků na přesnost fotometrických měření. Dále určit změny koeficientů v transformačních vztazích do standardního fotometrického systému a jakým způsobem jsou jejich chyby závislé na expozičním čase. Je také nutné rozhodnout jaké tvary transformačních vztahů jsou vhodné, jestli pouze lineární závislosti, nebo polynomické závislosti. Případně také porovnat přesnost různých metod určení transformačních koeficientů. Konkrétně srovnání metody regresní analýzy a iterační analýzy. Všechna měření jsou provedena na otevřené hvězdokupě M67, ve které jsou zvoleny standardní hvězdy. Snímky byly pořízeny na univerzitní hvězdárně na Kraví hoře.

Klíčová slova:

Přesnost fotometrie, expoziční doba, transformační vztahy, transformační koeficienty, M67

Abstract:

The aim of this study is to determine the influence of different exposure times of astronomical images on the accuracy of photometric measurements. Furthermore, to determine changes in the coefficients of transformation relations into the standard photometric system, and how their errors depend on the exposure time. It is also necessary to decide what forms of transformation relations are proper only if the linear dependence or polynomial dependence. Alternatively, compare the accuracy of different methods of determining the transformation coefficients. Specifically, the comparison method of regression analysis and iterative analysis. All measurements are made on the open cluster M67, which are chosen standard stars. Images were taken at the university observatory on Kraví hora.

Keywords:

Accuracy of photometry, exposure time, transformation relations, transformation coefficients, M67

Obsah

1	Úvod	6
1.1	Cíl práce	6
1.2	Struktura práce	6
2	Fotometrie	7
2.1	Fotometrické veličiny	7
2.1.1	Světelný tok	7
2.1.2	Svítivost	8
2.1.3	Jas	9
2.1.4	Osvětlení a světlení	10
2.1.5	Světelná účinnost	10
2.2	Astronomická fotometrie	11
2.2.1	Hvězdná velikost	11
2.2.2	Pozorovaná hvězdná velikost	11
2.2.3	Absolutní hvězdná velikost	12
2.3	Fotometrické systémy	12
2.3.1	Johnsonův UBV systém	13
2.3.2	Rozšířený Johnsonův systém	13
2.3.3	Strömgrenův uvby systém	14
2.4	Hvězdná fotometrie v praxi	15
2.4.1	Aperturní fotometrie	15
2.4.2	Profilová fotometrie	16
2.4.3	Instrumentální veličiny	17
2.5	Redukce fotometrických měření	18
2.5.1	Transformace hodnot	18
2.5.2	Transformace do standardního systému	19

3	CCD	20
3.1	Historie	20
3.2	Princip činnosti	21
3.3	Vlastnosti a vady CCD	23
3.3.1	Dynamický rozsah	23
3.3.2	Šum	23
3.3.3	Vinětace	23
3.3.4	Blooming	23
4	Teorie chyb	24
4.1	Absolutní a relativní chyby	24
4.2	Aritmetický průměr	25
4.3	Zákon šíření chyb	25
5	Hledání transformačních koeficientů	27
5.1	Pozorování a fotometrické zpracování	28
5.2	Transformační vztahy	30
5.2.1	Lineární vztahy	30
5.2.2	Kvadratické vztahy	32
5.2.3	Výsledné transformační vztahy	33
6	Regresní analýza	34
7	Iterační analýza	40
8	Závěr	41
9	Přílohy	42
9.1	Výsledky regresní analýzy	42
9.2	Ukázkové snímky	48

Kapitola 1

Úvod

1.1 Cíl práce

Hlavním cílem této bakalářské práce je určit jaký vliv mají různé expoziční časy snímků na přesnost jejich fotometrického zpracování. S tím souvisí nalezení koeficientů v transformačních vztazích do standardního fotometrického systému a sledování jejich závislosti na použitém expozičním čase a také změny jejich chyb v závislosti na expozičním čase. Výsledkem práce by mělo být nalezení nejpřesnějšího postupu k určení transformačních vztahů a jejich koeficientů. Dílčím úkolem práce je srovnání přesnosti různých metod nalezení transformačních koeficientů.

1.2 Struktura práce

Úvodní kapitoly obsahují teoretické přiblížení zkoumaných oblastí. V druhé kapitole „Fotometrie“ jsou vysvětleny fotometrické veličiny, astronomická fotometrie a také různé metody fotometrických měření. Druhá kapitola obsahuje také stručný popis některých nejpoužívanějších fotometrických systémů a v jejich závěru je pak ukázána transformace do standardního fotometrického systému. Třetí kapitola „CCD“ popisuje tento v dnešní době nejpoužívanější astronomický detekční prvek, jeho základní vlastnosti a funkci. Čtvrtá kapitola „Teorie chyb“ přibližuje některé druhy chyb.

Zpracování samotných naměřených dat začíná pátou kapitolou „Hledání transformačních koeficientů“, popisující postup určení vhodných transformačních vztahů a koeficientů. Kapitola šestá „Regresní analýza“ předkládá výsledky zpracování pomocí regresní analýzy a kapitola sedmá „Iterační analýza“ výsledky analýzy iterační. Celkové shrnutí výsledků je v osmé kapitole „Závěr“ a následuje kapitola devátá „Přílohy“.

Kapitola 2

Fotometrie

Fotometrie je obor optiky, který zkoumá působení světla na světločivný systém. Takovým systémem může být lidské oko, fotografická deska nebo například CCD čip. Je součástí širšího oboru zvaného radiometrie, studující celý rozsah elektromagnetického spektra. Fotometrie studuje pouze viditelné světlo v rozsahu vlnových délek přibližně 400 – 750 nm. Jejím zvláštním oborem je spektrofotometrie, která zkoumá působení světla ve velmi malém rozsahu vlnových délek. Nejčastěji jen několika nanometrů.

V astronomii je fotometrie využívána ke stanovení jasnosti nebeských objektů, případně jejich jasnosti v závislosti na čase. V minulosti byla takováto měření výsadou hlavně profesionálních astronomů s přístupem ke speciálnímu vybavení. Vzestup CCD technologie od sedmdesátých let 20. století přiblížil tuto činnost i amatérům (3).

2.1 Fotometrické veličiny

Fotometrické veličiny jsou veličiny vztažené k elektromagnetickému záření, které je viditelné lidským okem a kvantitativně hodnotí toto záření velikostí možného vizuálního vjemu. Některé z těchto veličin, jako například světelný tok, jsou využívány během astronomických měření a výpočtů.

2.1.1 Světelný tok

Ze zdroje světla vychází proud světelné energie. A to buď koherentní, tedy paprsky směřují jedním směrem a jsou rovnoběžné, nebo do různých směrů. Množství P této energie, procházející nějakou ploškou za jednotku času, se nazývá zářivý tok. Výkon zářivé energie, zhodnocený podle světelného vjemu, který vyvolává, nazýváme světelným tokem, který se značí písmenem F a jeho jednotkou je „lumen“. Rovnice 2.1

vyjadřuje vztah mezi světelnou energií Q a světelným tokem F jako časový integrál světelného toku. Jednotkou světelné energie je „lumensekunda“ nebo „joule“ nebo „elektronvolt“.

$$Q = \int_0^t F dt, \quad (2.1)$$

Ne u každého zdroje světla, nebo obecně elektromagnetického záření, je energie ve vyzařovaném záření rozložena spojitě. Proto lze zdroje světla charakterizovat podle energetického rozložení následujícím způsobem (7).

- **Spojité** – Zdroj emituje částice s energiemi v rozmezí od nuly až do určité maximální hodnoty
- **Čárové** – Zdroj emituje částice s energiemi pouze o určitých diskrétních hodnotách
- **Pásově** – Zdroj emituje částice v určitých intervalech energií

Světelný tok záření složeného z různých monochromatických zdrojů záření určuje vztah 2.2.

$$F = K_m(\lambda) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\partial F}{\partial \lambda} V(\lambda) d\lambda, \quad (2.2)$$

kde $V(\lambda)$ je poměrná světelná účinnost, $K(\lambda)$ je světelná účinnost na určité vlnové délce a K_m je maximální světelná účinnost za daných podmínek. Tyto veličiny jsou svázány vztahem 2.3.

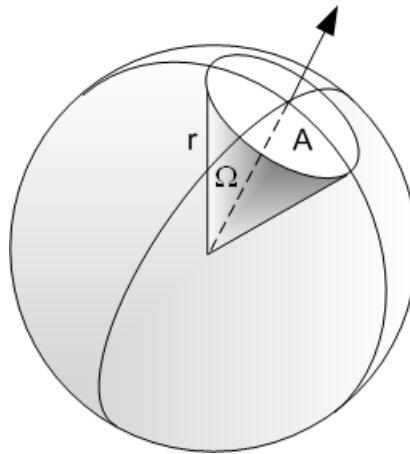
$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_m}, \quad (2.3)$$

2.1.2 Svítivost

Svítivost je fotometrická veličina udávající prostorovou hustotu světelného toku. Lze ji určit pouze pro bodové zdroje světla, nebo pro zdroj jehož rozměry jsou zanedbatelné v porovnání s jeho vzdáleností od pozorovatele. Vztah 2.4 je definicí svítivosti I . Pro izotropní zdroj, jehož světelný tok je ve všech směrech stejný, lze uvažovat vztah 2.5.

$$I = \frac{dF}{d\Omega}, \quad (2.4)$$

kde F je světelný tok a Ω prostorový úhel vyzařování. Obrázek 2.1 ukazuje vymezení prostorového úhlu na kulové ploše.



Obrázek 2.1: Vymezení prostorového úhlu na kulové ploše – převzato (5)

Jednotkou svítivosti je „kandela“, patřící mezi základní jednotky SI. Toto pojmenování pochází z latinského slova *candela*, což v překladu znamená svíčka (7).

2.1.3 Jas

Jas je fotometrická veličina, která udává svítivost vztáženou na jednotku plochy. Je definována vztahem 2.5.

$$L = \frac{dI}{dA \cdot \cos \alpha} = \frac{d^2F}{dA \cdot d\Omega \cdot \cos \alpha}, \quad (2.5)$$

kde I je svítivost, A je plocha a α je úhel mezi normálou plochy a směrem k bodovému zdroji světla. Jednotkou jasu je „kandela na metr čtvereční“, která je označována také jako „nit“ (7).

2.1.4 Osvětlení a světlení

Jedná se o fotometrické veličiny, jejichž definice se liší pouze v pohledu na danou situaci. Zatímco osvětlení zkoumá dopad světla na osvětlenou plochu, tak světlení popisuje intenzitu světla od plošného zdroje. Obě veličiny lze popsat vztahy 2.6 a 2.7 jako světelný tok dopadající na plochu v případě osvětlení a jako světelný tok vycházející z plošného zdroje v případě světlení. Jednotkou je „lumen na metr čtvereční“, který je označován jako „lux“.

$$E = \frac{F}{S}, \quad (2.6)$$

$$E = \frac{dF}{dS}, \quad (2.7)$$

Pro bodový zdroj světla se znalostí jeho svítivosti I , úhlu α , pod kterým paprsky dopadají na osvětlenou plochu, a vzdálenosti bodového zdroje r , je možné osvětlení vyjádřit vztahem 2.8 (7).

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \alpha, \quad (2.8)$$

2.1.5 Světelná účinnost

Světelná účinnost je fotometrická veličina, která vyjadřuje poměr mezi světelným tokem a zářivým tokem danou plochou. Lze ji vyjádřit vztahem 2.9. Kde F je světelný tok a P je příslušný zářivý tok. Jednotkou světelné účinnosti je $\text{lm} \cdot \text{w}^{-2}$.

$$K = \frac{F}{P}, \quad (2.9)$$

Dále je možné zavést poměrnou světelnou účinnost, která je bezrozměrnou veličinou. Poměrnou světelnou účinnost vyjádříme vztahem 2.10. Kde $K(\lambda)$ je světelná účinnost na určité vlnové délce a K_m je maximální světelná účinnost za daných podmínek. Tyto veličiny jsou použity také ve vztahu 2.1 (7).

$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_m}, \quad (2.10)$$

2.2 Astronomická fotometrie

V astronomii se fotometrických měření používá ke stanovení světelného toku a jasnosti od nebeských objektů. K tomuto účelu byla zavedena veličina zvaná hvězdná velikost.

2.2.1 Hvězdná velikost

Už Hiparchos (2.stol.př.n.l.) zavedl hrubší rozdělení hvězd podle jejich jasností. Toto rozdělení mělo šest skupin zvaných „třídy“. Od nejjasnějších označovaných jako první magnituda po nejslabší šesté magnitudy. Na to navázal v roce 1854 Norman Robert Pogson a matematicky vyjádřil obecnou jednotku jasnosti. Tento matematický předpis je dnes označován jako „Pogsonova rovnice“. Pogson při jejím sestavování vycházel z Weber-Fechnerova psychofyzikálního zákona, který říká, že změna vyvolaná podněty na naše smysly působící geometrickou řadou, je vnímána řadou aritmetickou. Tento zákon platí pro světelné podněty, zvukové podněty a také odhad hmotnosti. Samotná Pogsonova rovnice má tvar 2.11.

$$\Delta m = m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right), \quad (2.11)$$

kde F_1 a F_2 jsou světelné toky od dvou hvězd a m_1 a m_2 jsou příslušné jasnosti těchto hvězd. Jednotkou jasnosti je „magnituda“, jejíž zápis se provádí písmenem m v horním indexu u hodnoty. Tedy například 3 magnitudy se zapíše jako 3^m . Z Pogsonovy rovnice plyne, že magnituda je logaritmická jednotka a rozdíl 1^m proto odpovídá poměru jasností $2,512 : 1$. Tomuto poměru se říká Pogsonův poměr. Z historických důvodů byl zvolen tak, aby rozdíl 5^m odpovídal stonásobnému poměru jasností. Navíc je vidět, že vyšší magnituda znamená nižší jasnost hvězdy. K této definici jsou opět pouze historické důvody, aby byl význam jednotky v souladu s významem historickým. Dále se zavádí veličiny „pozorovaná hvězdná velikost“ a „absolutní hvězdná velikost“ (6).

2.2.2 Pozorovaná hvězdná velikost

Rozdíl hvězdných velikostí $m_1 - m_2$ dvou pozorovaných hvězd je definován Pogsonovou rovnicí 2.11. Po úpravě dostaneme výraz 2.12 pro hvězdnou velikost libovolné hvězdy (6).

$$m = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F}{F_0} \right), \quad (2.12)$$

kde bylo zvoleno F_0 jako světelný tok hvězdy o 0^m . Pak tedy $m_2 = 0^m$ a $m_1 = m$. Referenční světelný tok F_0 má hodnotu $F_0 = 2,54 \cdot 10^{-6}$ lm.

2.2.3 Absolutní hvězdná velikost

Absolutní hvězdná velikost vyjadřuje hvězdnou velikost vztaženou na standardní pozorovací podmínky. Označuje se velkým písmenem M a vyjadřuje hvězdnou velikost, jakou by měl pozorovaný objekt ze vzdálenosti 10 parseků. Platí vztah 2.13, ve kterém m je pozorovaná hvězdná velikost hvězdy a R je vzdálenost k pozorovateli.

$$M - m = 5 - 5 \cdot \log R, \quad (2.13)$$

Vztah 2.13 je možné upravit do tvaru 2.14, kde π je paralaxa pozorovaného objektu, udávaná v úhlových vteřinách.

$$M - m = 5 - 5 \cdot \log \left(\frac{1}{\pi} \right), \quad (2.14)$$

Tyto vztahy lze využít k výpočtu vzdálenosti pozorovaného objektu za předpokladu, že jeho absolutní hvězdnou velikost známe. Výraz $M - m$ je nazýván „modul vzdálenosti“ (6).

2.3 Fotometrické systémy

Hvězdné velikosti lze určovat mnoha způsoby. Vizualně pomocí lidského oka, fotograficky s použitím fotografických desek, fotonásobiči nebo fotodiodami a v současnosti nejrozšířenějším způsobem je použití CCD kamer a následné zpracování získaných dat počítačem.

Každý ze zmíněných instrumentů je posledním článkem v řadě měřicí aparatury. Do cesty měřenému fotonu může být postaven také barevný filtr. Takový filtr má přesně dané vlastnosti, které určují charakteristiku zaznamenaného záření v závislosti na vlnové délce.

Standardní barevný systém tvoří většinou několik barevných filtrů, přičemž každý filtr pokrývá nějakou oblast vlnových délek. Takových barevných systémů je velké množství. Mezi nejznámější a nejpoužívanější patří Jonsonův UBV systém a Ström-grenův ubvy systém.

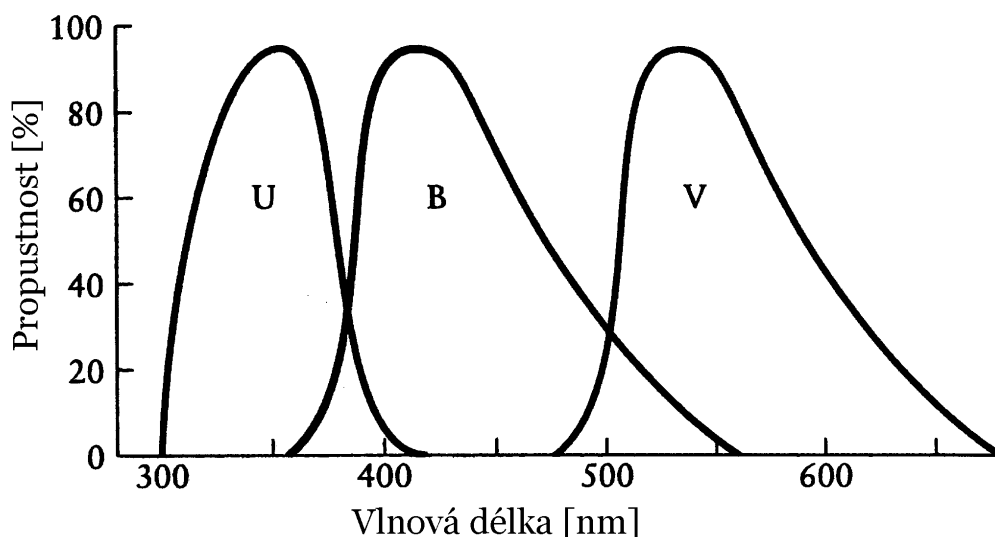
2.3.1 Johnsonův UBV systém

Je nejznámější a nejrozšířenější fotometrický systém. Zavedli jej Harold Lester Johnson, William Wilson Morgan a jejich spolupracovníci už v roce 1953, proto je někdy také označován Johnsonův–Morganův systém. Jedná se o systém složený ze třech barevných filtrů. Tyto filtry jsou U(ang. ultraviolet) tedy ultrafialový, B(ang. blue) modrý a V(ang. visual) viditelný. Propustnost v jednotlivých barvách je následující (6):

U – propustnost od 300 nm do 420 nm s maximem u 360 nm

B – propustnost od 360 nm do 560 nm s maximem u 420 nm

V – propustnost od 460 nm do 740 nm s maximem u 535 nm



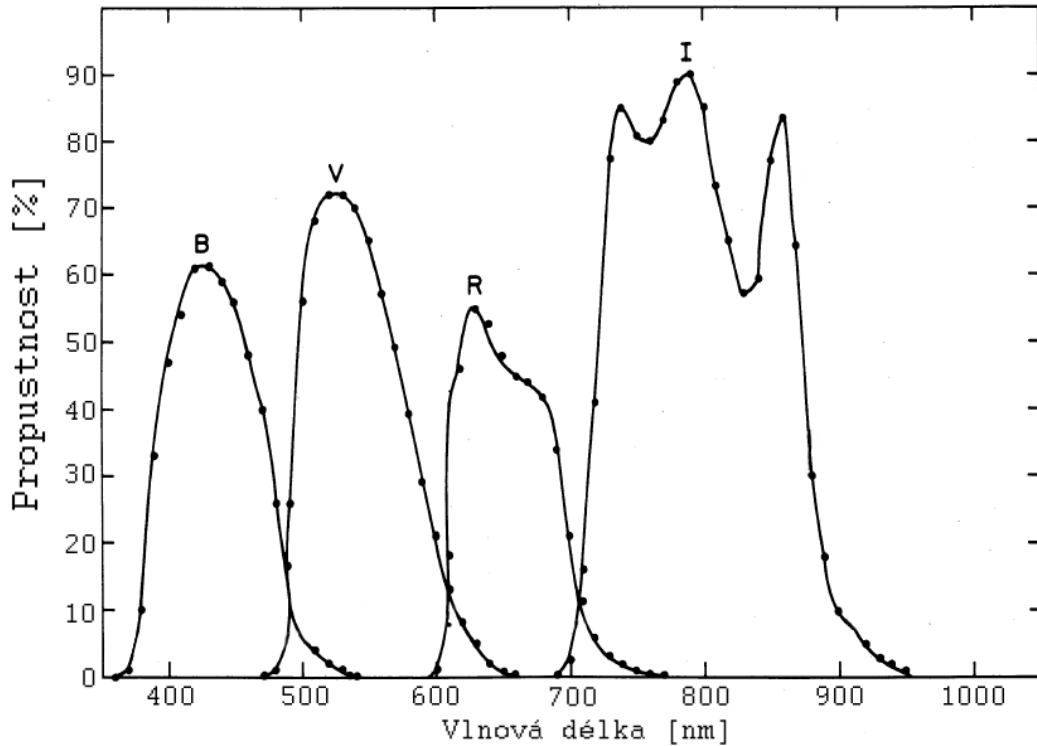
Obrázek 2.2: Johnsonův UBV systém – upraveno (8)

Obrázek 2.2 ukazuje závislost propustnosti na vlnové délce v Johnsonově UBV systému.

2.3.2 Rozšířený Johnsonův systém

Johnsonův UBV systém se dočkal rozšíření do červené a infračervené oblasti spektra. Přidáno bylo několik širokopásmových filtrů. Konkrétně R(700 nm), I(900 nm),

J(1250 nm), K(2200 nm) a L(3400 nm). Johnson se svými spolupracovníky prováděl měření velkého počtu hvězd v mnoha různých barevných filtrech. Velmi často používanou kombinací filtrů je BVRI systém jehož charakteristika je na obrázku 2.3 (6).

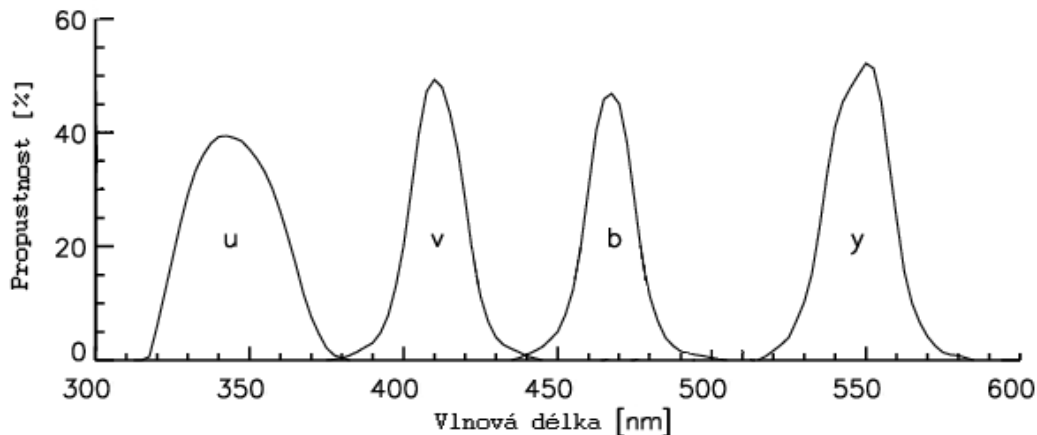


Obrázek 2.3: BVRI systém – upraveno (11)

2.3.3 Strömgenův uvby systém

Nevýhodou Johnsonova systému je, že barevný filtr U v sobě zahrnuje oblast vlnových délek v okolí Balmerova skoku. Kvůli možnosti určovat fotometricky výšku Balmerova skoku zavedl Strömgen středně pásmový systém sestávající z následujícím barevných filtrů (6):

- u** – pološířka 38 nm, maximum u 350 nm
- v** – pološířka 20 nm, maximum u 410 nm
- b** – pološířka 10 nm, maximum u 470 nm
- y** – pološířka 20 nm, maximum u 550 nm



Obrázek 2.4: Strömgenův ubvy systém – upraveno (2)

Na obrázku 2.4 je závislost propustnosti na vlnové délce v Strömgenově uvby systému.

2.4 Hvězdná fotometrie v praxi

V dnešní době je nejběžnější postup při fotometrických měřeních hvězd takový, že je pořízen obrazový záznam pomocí CCD kamery, nejčasteji ve formátu FITS. Poté jsou provedeny potřebné korekce pomocí dark a flat snímků. A nakonec jsou opravené snímky počítačově zpracovány. Je možné použití aperturní fotometrie nebo profilové fotometrie. V obou případech je cílem zjistit celkovou hodnotu světelného toku, který přichází od hvězdy k pozorovateli. Ta se poté dosadí do rovnice 2.12, jejímž výsledkem je pozorovaná hvězdná velikost měřené hvězdy.

2.4.1 Aperturní fotometrie

Principem aperturní fotometrie je sečtení celkového toku clonkou vhodně zvoleného průměru v okolí měřené hvězdy. Vztah 2.15 ukazuje sečtení signálu od všech pixelů uvnitř apertury, čímž se získá celkový světelný tok F_A aperturou. Tuto hodnotu je třeba ještě opravit o hodnotu toku pozadí F_B , která se získá jako průměrný světelný tok v nějaké zvolené oblasti bez hvězd. Protože apertura A je kruhová, platí podmínka 2.16. Získaný světelný tok F_A se dosadí do Pogsonovy rovnice 2.12 a tak se vypočte pozorovaná hvězdná velikost hvězdy (9).

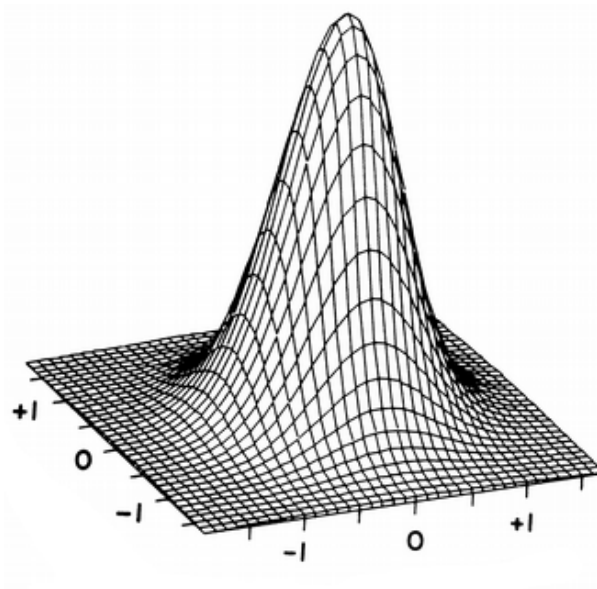
$$F_A = \sum_{i,j} (F_{ij} - F_B), \quad (2.15)$$

$$A \leq \sqrt{(i - i_0)^2 + (j - j_0)^2}, \quad (2.16)$$

2.4.2 Profilová fotometrie

Profilová fotometrie je metoda založená na hledání dostatečně přesného tvaru rozložení bodového zdroje na snímku, neboli „Point spread function“ neboli „funkce bodového rozložení“. Nejjednodušší aproximací této funkce je Gaussova funkce ve tvaru 2.17. Na obrázku 2.5 je příklad možného vzhledu takové funkce.

$$G(i, j | G_0, B_p) = G_0 \cdot e^{-\frac{(i-x_0)^2+(j-y_0)^2}{2\sigma^2}} + B_p, \quad (2.17)$$



Obrázek 2.5: Point spread function – upraveno (?)

Ve výrazu 2.17 znamenají i a j souřadnice pixelů na snímku a G_0 a B_p jsou hledané parametry funkce. Dále x_0 a y_0 jsou souřadnice těžiště hvězdy. A σ je průměr druhých momentů rozložení signálu na CCD čipu. x_0 , y_0 a σ jsou konstanty, které musí být známy předem. Metodou nejmenších čtverců se pak naleznou koeficienty G_0 a B_p .

Celkový světelný tok hvězdy je vyjádřen integrálem 2.18, jehož výpočtem v polárních souřadnicích se získá vztah 2.19. pro celkový světelný tok hvězdy a dosazení do rovnice 2.12 opět dává za výsledek pozorovanou hvězdnou velikost hvězdy (9).

$$F_p = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_0 \cdot e^{-\frac{(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2}{2\sigma^2}} dx dy, \quad (2.18)$$

$$F_p = 2\pi G_0 \sigma^2, \quad (2.19)$$

2.4.3 Instrumentální veličiny

Hodnota toku záření, ať už získaná aperturní nebo profilovou fotometrií, je vždy závislá na konkrétních pozorovacích podmínkách a vlastnostech použitého přístroje. Pozorovací podmínky jsou určeny hlavně momentálním stavem atmosféry, který se může s časem rychle měnit. Důležitým faktorem je také výška pozorovaného objektu nad obzorem. Ten určuje takzvanou vzdušnou hmotu. Objekty které jsou níže pozorujeme ze zemského povrchu skrze mohutnější sloupec vzduchu, než objekty výše. Každý pozorovaný objekt tak podléhá různému zeslabení toku záření. Tomuto jevu se říká atmosférická extinkce. Nejlepší podmínky jsou pro objekty v zenitu, kde je vzdušný sloupec nejnížší. Z toho vyplývá, že pozorovací podmínky se budou obecně zlepšovat s rostoucí nadmořskou výškou. Tak navíc klesá i atmosférický tlak, což má dále pozitivní vliv na pozorovací podmínky. Proto nejvýhodnější umístění observatoří je ve vysokohorských oblastech s nízkou vlhkostí vzduchu. Například La Silla v Chile(2400 m.n.m), Mauna Kea na Havaji(4123 m.n.m) nebo Lijiang v Číně(3250 m.n.m).

Druhým rozhodujícím faktorem jsou vlastnosti samotného měřicího přístroje. Různé přístroje podléhají v různých podmínkách nelinearitám. Například u CCD čipů dochází k takzvanému přetečení, což je jev, při kterém pixel „nestíhá počítat“ fotony, protože zdroj je moc jasný nebo byl příliš dlouho exponován. Stejně tak se nelinearity projevují do jisté míry i u fotonásobičů nebo fotografických desek, ty se ale dnes už téměř nepoužívají nebo jen velmi zřídka. Měřicí aparatury dále mají různé vzorkovací frekvence, odezvy, setrvačnosti prvků a další vlastnosti, které se liší přístroj od přístroje (6).

Proto i naměřené hodnoty jsou obecně různé a takovým hodnotám se říká instrumentální. Při fotometrickém zpracování snímků tedy nejprve získáváme instrumentální zářivý tok a poté instrumentální hvězdnou velikost. Instrumentální hodnoty se mohou od těch skutečných velmi lišit a je proto nutné je patřičně nakalibrovat.

2.5 Redukce fotometrických měření

Následkem jevů, které jsme si uvedli v části 2.4.3, neodpovídá osvětlení zaznamenané detektorem skutečnému barevnému rozložení jasnosti ve spektru hvězdy. Tedy ani změřená hvězdná velikost neodpovídá skutečné hodnotě, protože dopadající záření je dvěma způsoby transformováno. Jak už bylo zmíněno dříve, je první transformace způsobena vlivem atmosféry, tedy atmosférickou extinkcí, a druhá parametry přístroje, které se navíc s časem také mění.

2.5.1 Transformace hodnot

Při studiu vlivu atmosférické extinkce uvažujeme takzvaný extinkční koeficient k , který udává procento zeslabení dopadajícího světla po průchodu atmosférou pro hvězdu v zenitu. Dále se zavádí ekvivalentní sloupec vzdušné hmoty X , pro který zhruba platí, že je nepřímo úměrný kosinu zenitové vzdálenosti pozorovaného objektu. Zde se dobře osvědčuje aproximační vztah 2.20, nebo je možné použít přesnější vyjádření 2.21, kde pro Q platí vztah 2.22

$$X = (1 - \tan^2 z) \sec z, \quad (2.20)$$

$$X = \sec z - 0,0018167Q - 0,02876Q^2 - 0,0008083Q^3, \quad (2.21)$$

$$Q = \sec z - 1, \quad (2.22)$$

Transformační rovnice 2.23 pak vyjadřuje vztah mezi změřenou hvězdnou velikostí m a vněatmosférickou hvězdnou velikostí m_0 , což je údaj, který by tentýž přístroj změřil mimo zemskou atmosféru a tedy skutečná hodnota. Ve vztahu 2.23 ještě není zahrnuta transformace vlivem samotného přístroje (6).

$$m = m_0 + kX, \quad (2.23)$$

Pro měřicí přístroj, který měří tok přicházející od objektu nebo počítajícího fotony platí vztah 2.24, kde jako N je označena přístrojem měřená veličina a c je libovolně zvolený nulový bod škály. Protože měřená veličina je lineární funkcí výchylky pouze v určitém intervalu a linearita přestává platit pro příliš jasné zdroje, kdy přístroj už „nestíhá počítat“ fotony, je třeba nejprve provést korekci na takzvaný mrtvý čas podle rovnice 2.25, kde d je koeficient mrtvého času.

$$m = 2,5 \log N + c, \quad (2.24)$$

$$N = n \cdot e^{d \cdot N}, \quad (2.25)$$

Protože detekční aparatura nemusí být během měření dokonale stabilní, může docházet ke změnám nulového bodu. Časovou změnu nulového bodu lze dobře popsat závislostí 2.26 a koeficienty a , b a c by neměla záviset na použitém filtru.

$$m = m_0 + kX + at^2 + bt + c, \quad (2.26)$$

Dále může docházet ke změnám extinkčního koeficientu k , a to i během jedné pozorovací noci, hlavně vlivem počasí. Takovou změnu lze dobře modelovat polynomickou závislostí stupně n třeba až do $n = 5$, jak ukazuje vztah 2.27 (6).

$$m = m_0 + X \sum_{i=0}^n k_i t^i, \quad (2.27)$$

2.5.2 Transformace do standardního systému

Aby bylo možné mezinárodně srovnávat výsledky měření, bylo zavedeno velké množství standardních fotometrických systémů. Některé z nich byly zmíněny v části 2.3. Je proto nutné provést transformaci z hodnot instrumentálních na standardní. Jako příklad lze uvést převod do Johnsonova UBV systému. Rovnice 2.28 až 2.30 představují Johnsonem odvozené transformační vztahy pro převod mezi instrumentálními a standardními hodnotami.

$$V = v_0 + H_1(B - V) + H_2, \quad (2.28)$$

$$(B - V) = H_3(b_0 - v_0) + H_4, \quad (2.29)$$

$$(U - B) = H_5(u_0 - b_0) + H_6, \quad (2.30)$$

Indexem O jsou označeny příslušné instrumentální hvězdné velikosti. Velkými písmeny U , B a V hodnoty ve standardním systému a H_1 až H_6 jsou transformační koeficienty. Ty je nutné určit z co největšího počtu měřených hvězd a pro jednu sezónu je lze považovat za konstantní.

Kapitola 3

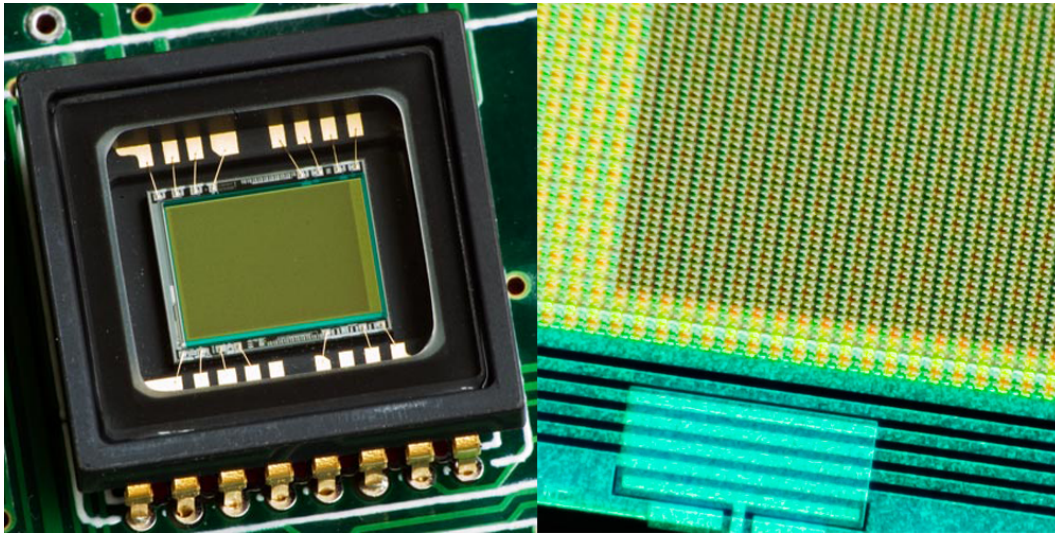
CCD

CCD je elektronická součástka používaná pro snímání obrazové informace. Uplatnění má například ve videokamerách, digitálních fotoaparátech, faxech, scannerech, čtečkách čárových kódů, ale i řadě vědeckých přístrojů, jakými jsou například astronomické dalekohledy (včetně například Hubbleova teleskopu). Zkratka CCD pochází z anglického Charge–Coupled Device, což v překladu znamená zařízení s vázanými náboji (1).

3.1 Historie

CCD bylo vynalezeno roku 1969 v Bellových laboratořích a na jeho objevení se podíleli pánové Willard Boyle a George E. Smith. Za tento svůj objev obdrželi v roce 2009 Nobelovu cenu za fyziku. Vynález se váže k vývoji určitého typu paměťového registru, který v podstatě funguje jako CCD bez přístupu světla, respektive CCD není nic jiného než posuvný registr vystavený působení světla.

V roce 1970 Bellovy laboratoře postavily první kameru na světě, která používala polovodičový obrazový snímač. A v roce 1975 demonstrovali první kameru s obrazovou kvalitou dostatečnou pro televizní vysílání. Bryce Bayer, vývojář firmy Kodak, představil Bayerův filtr. Byla to mozaiková matnice senzorů CCD v barevné fotografii. Od roku 1983 se CCD používají v astronomických dalekohledech, čímž přinášejí průlom do astronomie. Na obrázku 3.1 je v levé části ukázka CCD čipu a v části pravé pak tentýž čip v detailu. Na detailním obrázku je možné rozeznat Bayerův filtr a množství mikročoček (1).



Obrázek 3.1: CCD čip – upraveno (1)

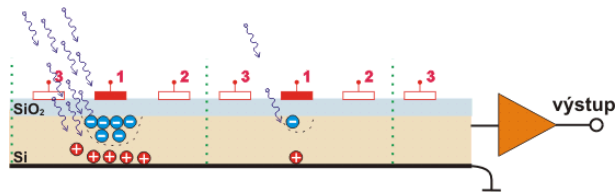
3.2 Princip činnosti

CCD využívá podobně jako všechny ostatní světlocitlivé součástky fyzikálního jevu známého jako fotoefekt. Tento jev spočívá v tom, že foton při nárazu do atomu dokáže vybudit některý z jeho elektronů ze základního do excitovaného stavu. Odevzdá mu přitom energii $E = \nu \cdot h$.

V polovodiči se takto uvolněný elektron může podílet na elektrické vodivosti, respektive je možno ho z polovodiče odvést pomocí přiložených elektrod tak, jak se to děje například u běžné fotodiody. Ta proto po dopadu světla vyrábí elektrický proud. Stejně fungují i fotočlánky, které se používají jako zdroj elektrické energie. U CCD je ovšem elektroda od polovodiče izolována tenoučkou vrstvičkou oxidu křemičitého SiO_2 , který se chová jako dokonalý izolant, takže fotoefektem uvolněné elektrony nemohou být odvedeny pryč. Činnost CCD se skládá ze tří fází (1):

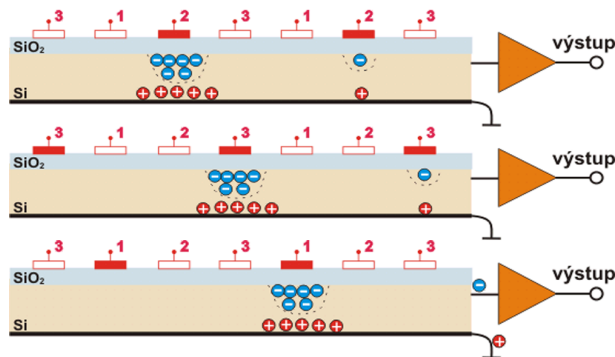
- **Příprava CCD** – Během této fáze jsou z CCD bez přístupu světla odebrány všechny volné elektrony, čímž je z něj smazán jakýkoliv zbytek předchozího nasnímaného obrazu (1).
- **Expozice obrazu** – Na elektrody označené na obrázku 3.2 číslem 1 se přivede kladné napětí a na CCD se nechá působit světlo (například ve fotoaparátu se

otevře závěrka). Dopadající fotony excitují v polovodiči elektrony, které jsou pak přitahovány ke kladně nabitým elektrodám. Po elektronech zbudou v polovodiči tzv. díry, které vůči svému okolí vykazují kladný náboj a ty jsou naopak přitahovány elektrodou ve spodní části CCD. Hranice pixelů jsou na obrázku znázorněny svislými tečkovanými čarami. Protože na pixel vlevo dopadlo více fotonů, je u jeho elektrody shromážděno více elektronů než u pixelu vpravo (1).



Obrázek 3.2: Expozice obrazu na CCD – převzato (1)

- **Vyčítání obrazu** – Po uzavření závěrky se začne na množiny elektrod 1, 2 a 3 přivádět trojfázový hodinový signál. To znamená, že na elektrodách 2 se začne pozvolna zvyšovat napětí, zatímco na elektrodách 1 se snižuje. Díky tomu jsou shluky elektronů přitahovány pod elektrody 2. To se opakuje mezi elektrodami 2 a 3, dále mezi 3 a 1 a tak stále dokola. Shluky elektronů z jednotlivých pixelů se tak posouvají přes sousední pixely směrem k výstupnímu zesilovači. Tento zesilovač pak zesílí malý proud odpovídající počtu nachytnaných elektronů v jednotlivých pixelech na napěťové úrovni vhodné pro další zpracování obrazu (1).



Obrázek 3.3: Vyčítání obrazu z CCD – převzato (1)

3.3 Vlastnosti a vady CCD

3.3.1 Dynamický rozsah

Dynamický rozsah udává rozsah odstínů od nejčernější černé k nejbělejší bílé, kterou je ještě CCD snímač schopen rozlišit. Dynamický rozsah je z jedné strany limitován kapacitou každé buňky CCD, tedy kolik elektronů vzniklých interakcí fotonů je schopna pojmout. A z druhé strany hladinou vlastního šumu buňky (1).

3.3.2 Šum

Šum vzniká z mnoha různých příčin, ale tou základní je tepelný pohyb krystalové mřížky polovodiče. Při něm se občas uvolní elektron bez jakéhokoliv působení fotonu. Takový elektron je pochopitelně přitažen k expoziční elektrodě, a přičítá se tak k hodnotě světelné expozice buňky. Protože okamžitá hodnota šumu se liší buňku od buňky a expozici od expozice, proto je nemožné z obrázků tento šum stoprocentně odstranit. K dosažení velkého dynamického rozsahu při přijatelné šumové úrovni je potřeba aby buňky snímače byly co největší. Dosáhne se tak velké kapacity buňky a tím i zvětšení odstupu signálu od šumu. Proto malé formáty snímačů nebo snímače s vysokým rozlišením mají vždy výrazně horší šumové vlastnosti než snímače větší a s nižším rozlišením. Šum CCD je možné snižovat chlazením prvku, čehož se využívá hlavně u vědeckých přístrojů (1).

3.3.3 Vinětace

Protože jednotlivé buňky CCD jsou vybaveny čočkami, dopadá na ně maximum světla pouze ze směru kolmého k rovině snímače. Jakmile dopadají paprsky jen mírně šikmo, je jejich účinnost zmenšená. Bohužel u běžného objektivu dopadají paprsky kolmo jen v prostředku obrazu a směrem ke krajům obrázku se jejich úhel zvětšuje. To se projeví jako postupné ztmavování obrazu směrem k okrajům (1).

3.3.4 Blooming

K tomuto jevu dochází, pokud na některé pixely dopadne tolik světla, že přeteče jejich kapacita. Přebytečné elektrony se pak roztečou do okolních pixelů v řadě, takže okolo silného světla vzniknou na snímcích rovnoběžné čárky nepravidelných délek (1).

Kapitola 4

Teorie chyb

Žádné měření fyzikálních veličin není možné považovat za naprosto přesné. Vždy se projevují různé druhy chyb, se kterými je nutné počítat. Reálně je možné nalézt pouze jakýsi interval, ve kterém se nachází hledaná hodnota a velikost tohoto intervalu je dána přesností měření. Teorie chyb výrazně přesahuje rámec této práce, a proto budou zmíněny jen základní vztahy a zákonitosti, které byly využity i během zpracování výsledku práce.

4.1 Absolutní a relativní chyby

Pokud opakovaně měříme tutéž fyzikální veličinu při stejných podmínkách, obdržíme soubor různých hodnot. Měřené veličině ale náleží pouze jedna správná hodnota x a odchylky změřených hodnot x' od této hodnoty pak označujeme jako chyby měření. Chybu měření Δx tedy definujeme vztahem 4.1.

$$\Delta x = x - x', \quad (4.1)$$

Chyby mohou být kladné i záporné. Pokud jako chybu uvádíme rozdíl skutečné a naměřené veličiny, nazýváme ji chybou absolutní. Absolutní chyba má stejný rozměr a jednotky jako měřená veličina. Dále se zavádí relativní chyba δx , pro kterou platí vztah 4.2. Relativní chyba vyjadřuje poměr velikosti chyby a měřené veličiny a je možné s její pomocí porovnávat přesnosti měření veličin s různými fyzikálními rozměry. Často se uvádí v procentech (10).

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x}, \quad (4.2)$$

4.2 Aritmetický průměr

Výsledek fyzikálního měření tedy lze pokládat za náhodnou veličinu, která se řídí normálním rozdělením. Těchto vlastností náhodných chyb je možné využít při hledání nejpravděpodobnější hodnoty měřené veličiny. Správnou hodnotu výsledku měření pak můžeme vypočítat jako aritmetický průměr, pro který platí vztah 4.3, kde n je počet měření. Chybu v takovém případě vyjádříme jako střední kvadratickou odchylku aritmetického průměru a tedy vztah 4.4.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.3)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}, \quad (4.4)$$

Se znalostí střední kvadratické odchylky můžeme jednoduše určit pravděpodobnou chybu, která zajišťuje určitý interval spolehlivosti výsledku. Pravděpodobnou chybu vyjadřuje vztah 4.5, kde ν je tzv. studentův koeficient, který určuje zvolenou pravděpodobnost výskytu v daném intervalu. Výsledek celého měření poté uvádíme ve tvaru 4.6 (10).

$$\vartheta_x = \nu \sigma_x, \quad (4.5)$$

$$(\bar{x} \pm \vartheta_x), \quad (4.6)$$

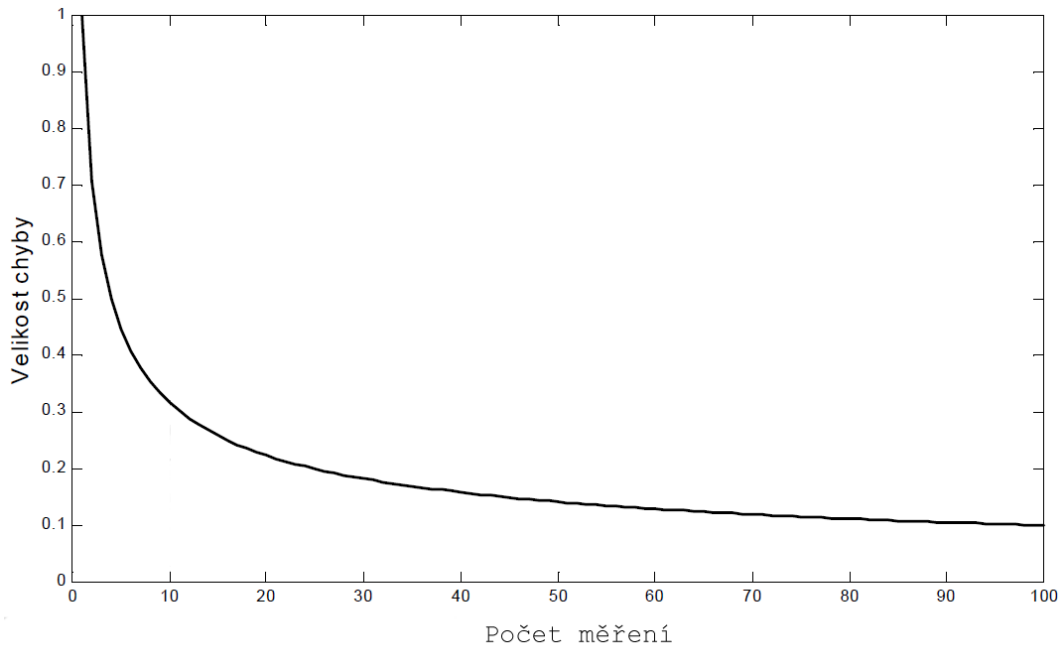
4.3 Zákon šíření chyb

Při zjišťování mnoha fyzikálních veličin se používá nepřímých metod. Tedy, že hledaná veličina není ta, kterou měříme, ale dostaneme ji až výpočtem z jiné přímo změřené veličiny. Protože měřená veličina vždy podléhá chybám, tak ani hodnoty podle ní vypočítané nebudou naprosto přesné. Chyby se vždy nějakým způsobem přenášejí. Pokud uvažujeme, že hledaná hodnota y je nějakou funkční závislostí x_i , jak ukazuje 4.7, budou se chyby přenášet. Střední kvadratickou odchylku σ_y^2 vypočteme ze zákona šíření chyb podle výrazu 4.8.

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (4.7)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2, \quad (4.8)$$

kde σ_i^2 jsou střední kvadratické odchylky přímo měřených veličin, které určujeme výpočtem z aritmetického průměru a jejich odchylky pak jako příslušné chyby aritmetického průměru. Podle zákona šíření chyb lze určit přenesené chyby pro jakýkoliv vztah výpočtu. Určíme první parciální derivace výpočetního vztahu podle jednotlivých přímo měřených veličin a výpočet je pak se znalostí jejich středních kvadratických odchylek velmi jednoduchý. Během výpočtu je dobré uvažovat nad relativní velikostí těchto chyb. Pokud například výsledek měření budeme uvádět s přesností na tři desetinná místa a některé přenesené chyby vystupující v zákonu šíření chyb jsou v řádu desetitisícin, je možné tyto chyby z výpočtu vypustit, protože po zaokrouhlení nemají na výslednou chybu vliv. Obrázek 4.1 dále demonsturuje závislost velikosti chyby na počtu měření.



Obrázek 4.1: Závislost velikosti chyby na počtu měření – upraveno (10)

Kapitola 5

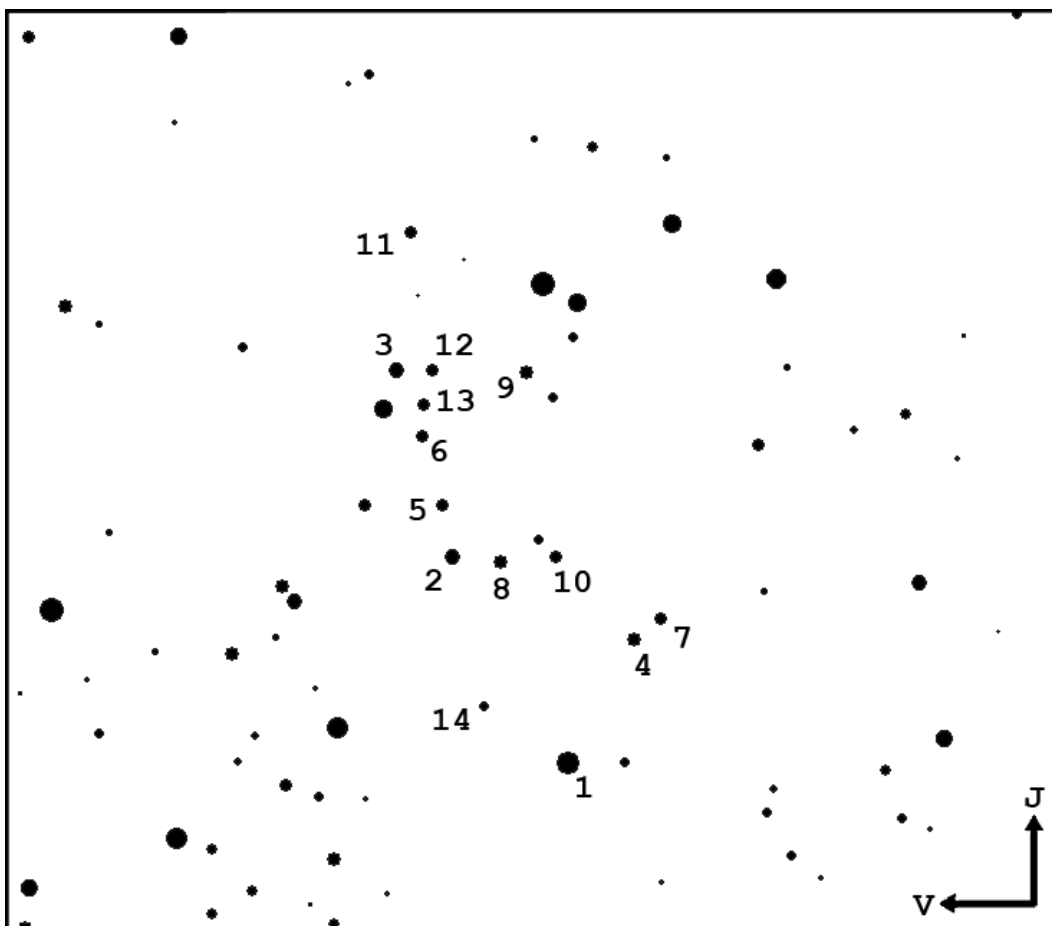
Hledání transformačních koeficientů

Hledání transformačních koeficientů fotometrického systému je vhodné provádět na větším počtu standardních hvězd. K tomuto účelu jsem vybral otevřenou hvězdokupu M67 a během zpracování dat jsem vycházel z článku „VRI Photometry of M67 for CCD Standardization at 2.3m VBT“ (4). Jeho autoři prováděli v roce 1990 pozorování otevřené hvězdokupy M67 za účelem učení transformačních koeficientů a také použití pozorovaných hvězd jako standardních.

Vybral jsem z nich 14 hvězd, se známými vněatmosférickými hvězdnými velikostmi ve filtrech BVRI a ty jsem považoval za standardní. Mapka na obrázku 5.1 ukazuje jejich rozmístění v rámci M67. Proto aby mapka odpovídala mnou pořízeným snímkům, jsem záměrně určil jižní směr vzhůru.

V původním článku jsou uvedeny pouze hodnoty pro filtry VRI, a proto jsem standardní hodnoty ve filtru B získal z internetové databáze SIMBAD. Tabulka 5.1 obsahuje standardní hodnoty ve filtrech BVRI, které jsou očíslovány tak jak, je zobrazuje mapka na obrázku 5.1. Kromě filtru B jsou přepočítány do podoby barevných indexů $(B - V)$, $(V - R)$ a $(R - I)$. Barevné indexy jsou pro potřeby analýzy a výpočtů vhodnější než přímé hodnoty, protože i transformační vztahy obsahují barevné indexy a nikoli samostatné hodnoty V , R a I .

Analýzu jsem provedl dvěma způsoby, protože mým cílem bylo určit, který způsob nalezení transformačních koeficientů je vhodnější a přesnější, a také jak je přesnost těchto analýz závislá na expozičním čase použitých snímků. Prvním z nich je regresní analýza, tedy zjednodušeně řečeno proložení naměřených dat vhodnou funkční závislostí. Tím druhým je iterační analýza, čili postupné dosazování různých hodnot do transformačních vztahů a testování rovnosti v těchto vztazích. Iterační analýzu je nutné provádět s použitím počítače, protože objem dat a požadovaná přesnost vyžaduje až miliony pokusů k dosažení rovnosti.



Obrázek 5.1: Mapa standardních hvězd M67

5.1 Pozorování a fotometrické zpracování

Snímky použité při analýzách jsme s vedoucím bakalářské práce panem RNDr. Janem Janíkem, Ph.D., pořídili během dvou pozorovacích nocí. Konkrétně 28.února a 3.března 2011 na univerzitní hvězdárně na Kraví hoře.

V první noci byly pořízeny snímky s expozičními časy 10, 20, 30, 40, 50 a 60 sekund ve filtrech BVRI. Ve druhé noci byli pořízeny snímky už pouze pro časy 10, 20, 30 a 40 sekund, opět ve filtrech BVRI. Druhá noc měla relativně lepší pozorovací podmínky, a proto jsem snímky z druhé noci používal k přesnějšimu určování koeficientů a různým pokusným výpočtům.

Hvězda	B	B-V	V-R	R-I
1	11,570	1,269	0,641	0,570
2	12,590	0,466	0,283	0,273
3	12,850	0,603	0,347	0,326
4	13,180	0,509	0,293	0,304
5	13,330	0,565	0,329	0,320
6	13,450	0,566	0,275	0,279
7	13,380	0,560	0,329	0,322
8	13,380	0,744	0,461	0,431
9	13,300	0,576	0,336	0,349
10	13,650	0,573	0,329	0,313
11	13,760	0,664	0,356	0,347
12	13,728	0,581	0,337	0,317
13	13,770	0,596	0,343	0,332
14	14,260	0,590	0,339	0,353

Tabulka 5.1: Zvolené standardní hvězdy

Univerzitní hvězdárna na Kraví hoře je vybavena reflektorem o průměru zrcadla 62 cm s CCD kamerou SBIG ST-8. Snímky jsou v rozlišení 765x510 pixelů a ve standardním astronomickém formátu FITS.

Fotometrii jsem na pořízených snímcích provedl s použitím programu Muniwin, který je grafickou nadstavbou balíku Munipack pro operační systém Windows. Výstupem fotometrického zpracování jsou textové soubory. Příklad takového souboru je na obrázku 5.2.

První dvě řádky jsou popisky sloupců, informace o použitém filtru a čase pozorování. Samotné hodnoty začínají na třetím řádku, přičemž první sloupec je juliánské datum pořízení snímku, druhý sloupec je hodnota hvězdné velikosti dané hvězdy a třetí sloupec je absolutní chyba hodnoty v předchozím sloupci. V následujících sloupcích se pak stejným způsobem střídají hodnoty a jejich chyby. Poslední sloupec, který není na obrázku viditelný, obsahuje vzdušnou hmotu pro daný snímek. Jeden řádek vždy reprezentuje jeden snímek a jeden sloupec, vždy hodnoty pro jednu hvězdu.

```

JDHEL MAG0 ERRO MAG1 ERR1 MAG2 ERR2 MAG3 ERR3 MAG4 ERR4
Aperture: 4, Filter: B, JD: heliocentric
2455621.32548 13.6762 0.0059 14.8485 0.0168 14.9931 0.0167
2455621.34185 13.3639 0.0047 14.5059 0.0118 14.6822 0.0123
2455621.35762 13.4925 0.0051 14.6334 0.0129 14.8439 0.0144
2455621.37235 13.4095 0.0048 14.5401 0.0112 14.7390 0.0127
2455621.38786 13.4252 0.0048 14.5717 0.0115 14.7646 0.0126
2455621.40090 13.4500 0.0048 14.5898 0.0114 14.7928 0.0133
2455621.41369 13.3573 0.0044 14.5055 0.0109 14.7133 0.0120
2455621.42648 13.4336 0.0045 14.5785 0.0114 14.7417 0.0116
2455621.43882 13.3801 0.0044 14.5151 0.0105 14.6867 0.0114
2455621.45070 13.2583 0.0040 14.4050 0.0092 14.6098 0.0099
2455621.46252 13.2456 0.0040 14.3971 0.0091 14.6016 0.0103
2455621.47712 13.3871 0.0044 14.5159 0.0099 14.7479 0.0115
2455621.49165 13.6472 0.0052 14.7983 0.0124 14.9984 0.0134
2455621.50594 13.8293 0.0057 14.9827 0.0143 15.1766 0.0159

```

Obrázek 5.2: Textový výstup fotometrického zpracování v programu Muniwin

5.2 Transformační vztahy

Důležitou otázkou během zpracování hodnot je, jaké transformační vztahy zvolit? V zásadě je možné zvolit buď lineární závislosti, nebo závislosti polynomicke. U polynomickech závislostí je pravděpodobně zbytečné používat vyšší řád polynomu než druhý. Je také možné, že pro některé barevné indexy se kvůli velikosti transformačních koeficientů hodí vztahy polynomicke, ale u jiných indexů může být velikost transformačního koeficientu ve druhém řádu zanedbatelná ve srovnání s prvním řádem a je tedy možné jej zanedbat. Takovým postupem dostaneme vztahy smíšené, které budou obsahovat závislosti prvního i druhého řádu pro různé barevné indexy.

Abych určil vhodnou kombinaci transformačních vztahů, provedl jsem regresní analýzu pro jednu sadu dat s použitím jak lineárních, tak i kvadratickech závislostí. Tímto způsobem jsem určil vhodnou sadu transformačních vztahů. Regrese s lineárními vztahy je popsána v části 5.2.1, s kvadratickými pak v části 5.2.2.

5.2.1 Lineární vztahy

Lineární transformační vztahy, které jsem použil mají tvar 5.1 až 5.4. Velkými písmeny B , V , R a I jsou označeny standardní hodnoty hvězdných velikostí v jednotlivých filtrech. Malými písmeny b_i , v_i , r_i a i_i pak jejich instrumentální hodnoty. V těchto transformačních vztazích vystupují transformační koeficienty H_1 až H_8 .

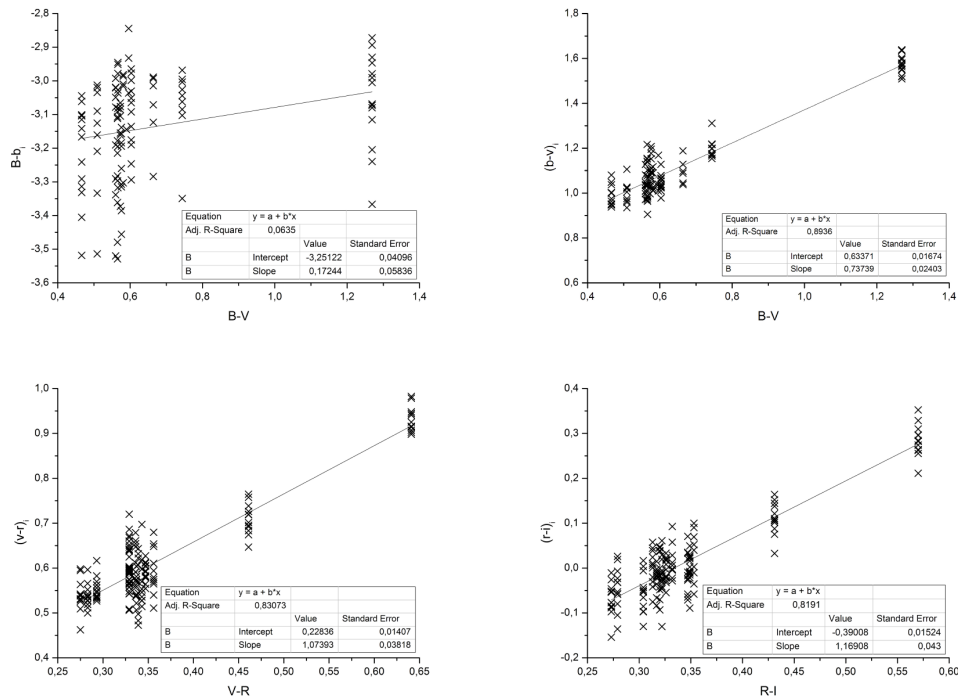
$$B - b_i = H_1(B - V) + H_2, \quad (5.1)$$

$$(b - v)_i = H_3(B - V) + H_4, \quad (5.2)$$

$$(v - r)_i = H_5(V - R) + H_6, \quad (5.3)$$

$$(r - i)_i = H_7(R - I) + H_8, \quad (5.4)$$

Výsledky regrese s lineárními vztahy reprezentuje obrázek 5.3, který obsahuje čtveřici grafů. Legendy těchto grafů zobrazují výsledné transformační koeficienty s příslušnými absolutními chybami.



Obrázek 5.3: Regresní analýza s použitím lineárních transformačních vztahů

5.2.2 Kvadratické vztahy

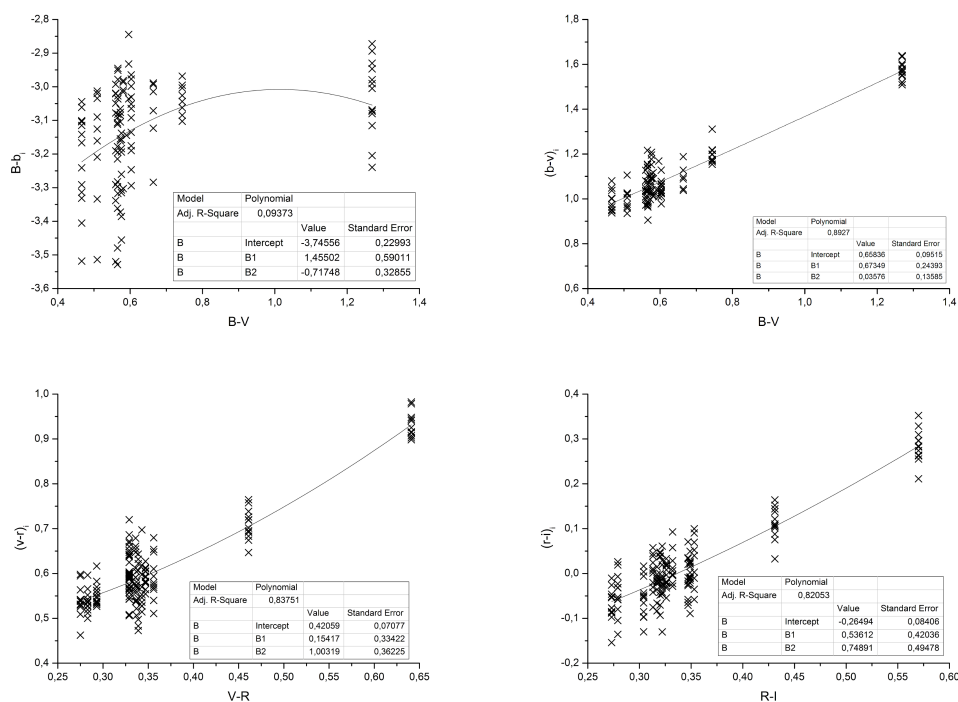
Kvadratické transformační vztahy, které jsem použil, mají tvar 5.5 až 5.8, označení proměnných je stejné jako v případě lineárních a vystupují zde transformační koeficienty H_1 až H_{12} . Výsledky regrese s kvadratickými vztahy reprezentuje obrázek 5.4.

$$B - b_i = H_1(B - V)^2 + H_2(B - V) + H_3, \quad (5.5)$$

$$(b - v)_i = H_4(B - V)^2 + H_5(B - V) + H_6, \quad (5.6)$$

$$(v - r)_i = H_7(V - R)^2 + H_8(V - R) + H_9, \quad (5.7)$$

$$(r - i)_i = H_{10}(R - I)^2 + H_{11}(R - I) + H_{12}, \quad (5.8)$$



Obrázek 5.4: Regresní analýza s použitím kvadratických transformačních vztahů

5.2.3 Výsledné transformační vztahy

K výběru vhodných transformačních vztahů jsem si určil relativní chyby jejich transformačních koeficientů kvůli srovnání přesnosti. Ze srovnávací tabulky 5.2 se ukazuje, že u transformačních vztahů není nutné použití polynomu druhého řádu, ale bohatě si vystačíme s lineární závislostí. Lineární vztahy navíc dávají většinou mnohem přesnější výsledky, jak je vidět nejlépe při srovnání relativních chyb u třetího a čtvrtého vztahu. Výsledné transformační vztahy jsou tedy pouze lineární vztahy 5.1 až 5.4.

Kvadratické vztahy				Lineární vztahy			
Koef.	Hodnota	σ_H	δ_H [%]	Koef.	Hodnota	σ_H	δ_H [%]
H1	-0,717	0,329	45,792	H1	0,172	0,058	33,844
H2	1,455	0,590	40,557	H2	-3,251	0,041	1,260
H3	-3,746	0,230	6,139	H3	0,737	0,024	3,259
H4	0,036	0,136	379,894	H4	0,634	0,017	2,642
H5	0,673	0,244	36,219	H5	1,074	0,038	3,555
H6	0,658	0,095	14,453	H6	0,228	0,014	6,161
H7	1,003	0,362	36,110	H7	1,169	0,043	3,678
H8	0,154	0,334	216,787	H8	-0,390	0,015	3,907
H9	0,421	0,071	16,826				
H10	0,749	0,495	66,067				
H11	0,536	0,420	78,408				
H12	-0,265	0,084	31,728				

Tabulka 5.2: Srovnání přesnosti transformačních koeficientů

Kapitola 6

Regresní analýza

Pomocí transformačních vztahů, které jsem určil, jsem provedl regresní analýzu získaných dat. Pracoval jsem v rozsahu expozičních časů 10 až 60 sekund. Úplné výsledky regresní analýzy zobrazují grafy 9.1 až 9.6 v kapitole „Přílohy“. Tabulka 6.1 ukazuje vývoj velikosti transformačních koeficientů a jejich absolutních chyb v závislosti na čase a tabulka 6.2 vývoj transformačních koeficientů a jejich relativních chyb v závislosti na čase.

Regresní analýzou získaných dat jsem zjistil, že u většiny transformačních koeficientů nedochází ke znatelným změnám v závislosti na expozičních dobách snímků, jak ukazuje graf 6.1. Pouze u transformačního koeficientu H_2 , který vystupuje v prvním transformačním vztahu, dochází k výraznějším změnám jeho velikosti v čase, protože zde porovnáváme standardní hodnotu B , která je konstantní, a instrumentální hodnotou b_i , která se se změnou expozičního času mění. U ostatních koeficientů se porovnávají vzájemně hodnoty instrumentální, jejichž rozdíl je stálý. Navíc je časová změna velikosti v intervalu jejich absolutní chyby, a proto nelze rozhodnout zda dochází časovým změnám.

Graf 6.2 ukazuje závislost velikosti absolutních chyb určení transformačních koeficientů na čase a graf 6.3 pak závislost chyb relativních na čase. Z obou grafů je patrné, že velikost chyb transformačních koeficientů nepodléhá časové závislosti a chyby jsou víceméně náhodné. Přesto je možné říci, že v tomto případě jsem dosáhl lepších a stabilnějších výsledků pro expoziční časy v intervalu 30 až 50 sekund, ale opět se jedná o spíše náhodné rozložení chyb měření, které mimo jiné souvisí s množstvím použitých snímků v daném expozičním čase. Nebylo totiž možné použít pro všechny expoziční časy stejný počet snímků, protože některé snímky byly nekvalitní například rozmazané a ne na všech snímcích se tak dala fotometrie provést pro všechny standardní hvězdy, což je hlavně v expozičním čase 60 sekund způsobeno špatnou montáží dalekohledu.

$t[s]$	H_1	σH_1	H_2	σH_2	H_3	σH_3	H_4	σH_4
10	0,172	0,058	-3,251	0,041	0,737	0,024	0,634	0,017
20	0,149	0,046	-2,447	0,031	0,750	0,026	0,600	0,018
30	0,132	0,043	-1,972	0,029	0,826	0,026	0,541	0,018
40	0,110	0,041	-1,654	0,027	0,793	0,037	0,531	0,025
50	0,142	0,038	-1,449	0,025	0,803	0,027	0,531	0,018
60	0,116	0,076	-1,270	0,050	0,787	0,055	0,601	0,036

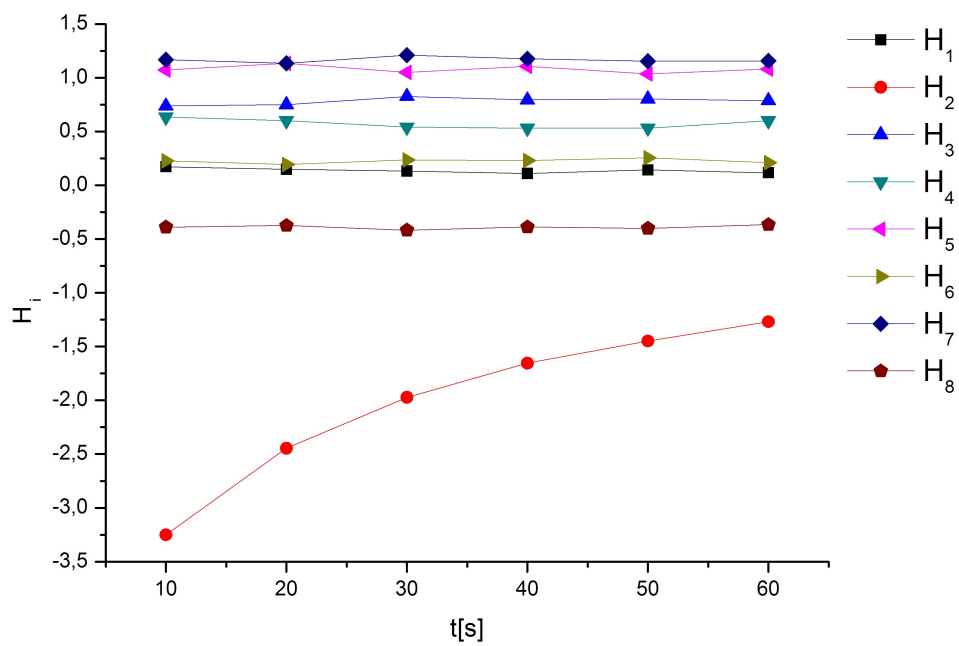
$t[s]$	H_5	σH_5	H_6	σH_6	H_7	σH_7	H_8	σH_8
10	1,074	0,038	0,228	0,014	1,169	0,043	-0,390	0,015
20	1,135	0,044	0,193	0,016	1,134	0,051	-0,374	0,018
30	1,049	0,043	0,236	0,016	1,211	0,041	-0,418	0,015
40	1,105	0,048	0,231	0,018	1,175	0,044	-0,388	0,016
50	1,037	0,030	0,255	0,011	1,155	0,064	-0,401	0,023
60	1,081	0,041	0,210	0,015	1,158	0,054	-0,366	0,019

Tabulka 6.1: Vývoj transformačních koeficientů a jejich absolutních chyb v čase

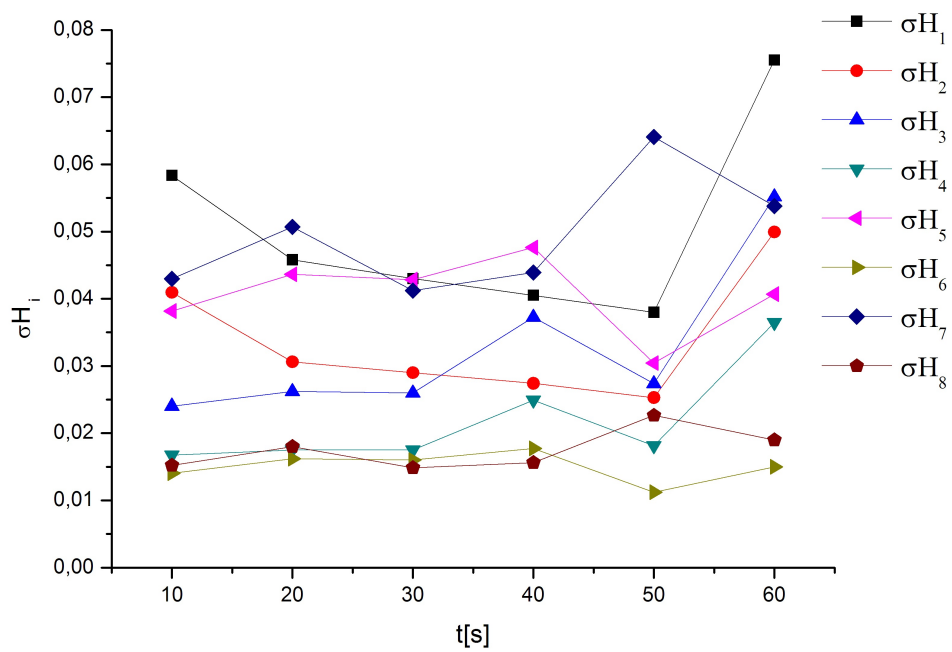
$t[s]$	H_1	$\delta H_1[\%]$	H_2	$\delta H_2[\%]$	H_3	$\delta H_3[\%]$	H_4	$\delta H_4[\%]$
10	0,172	33,844	-3,251	1,260	0,737	3,259	0,634	2,642
20	0,149	30,665	-2,447	1,251	0,750	3,497	0,600	2,918
30	0,132	32,630	-1,972	1,471	0,826	3,144	0,541	3,236
40	0,110	36,988	-1,654	1,658	0,793	4,696	0,531	4,700
50	0,142	26,744	-1,449	1,746	0,803	3,406	0,531	3,415
60	0,116	65,095	-1,270	3,933	0,787	7,009	0,601	6,074

$t[s]$	H_5	$\delta H_5[\%]$	H_6	$\delta H_6[\%]$	H_7	$\delta H_7[\%]$	H_8	$\delta H_8[\%]$
10	1,074	3,555	0,228	6,161	1,169	3,678	-0,390	3,907
20	1,135	3,845	0,193	8,385	1,134	4,468	-0,374	4,815
30	1,049	4,087	0,236	6,783	1,211	3,406	-0,418	3,556
40	1,105	4,309	0,231	7,690	1,175	3,735	-0,388	4,030
50	1,037	2,935	0,255	4,410	1,155	5,547	-0,401	5,643
60	1,081	3,766	0,210	7,153	1,158	4,643	-0,366	5,198

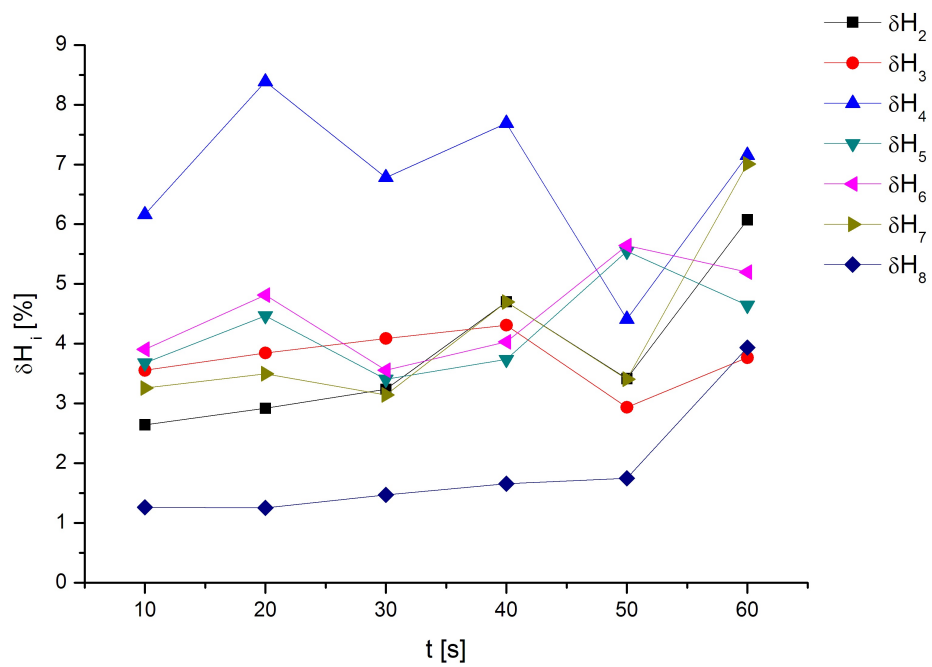
Tabulka 6.2: Vývoj transformačních koeficientů a jejich relativních chyb v čase



Obrázek 6.1: Velikost transformačních koeficientů v závislosti na expozičním čase



Obrázek 6.2: Velikost absolutních chyb v závislosti na expozičním čase



Obrázek 6.3: Velikost relativních chyb v závislosti na expozičním čase

Kapitola 7

Iterační analýza

Experimentoval jsem s možností určit transformační koeficienty s použitím iterační analýzy, ale dospěl jsem k závěru, že pro potřeby těchto výpočtů není vhodná. Důvodem je v první řadě to, že se jedná o soustavu čtyř rovnic o osmi neznámých, takže má velké množství různých řešení. To se potvrdilo i při mých pokusech se zpracováním dat pomocí mnou napsaného iteračního programu.

Postupoval jsem tak, že jsem vyházel z výsledků regresní analýzy abych zúžil intervaly výpočtů. Přesto jsem ale zjistil, že i rozšíření intervalu o malé hodnoty, v mém případě jsem testoval změny po 0, 1, dává jiná řešení, která jsou o 10% až 20% rozdílná.

Předpokládám, že mnohem sofistikovanější program než ten, který jsem napsal já, by mohl nalézt správná řešení, ale napsání takového programu je daleko nad rámec mé bakalářské práce.

Kapitola 8

Závěr

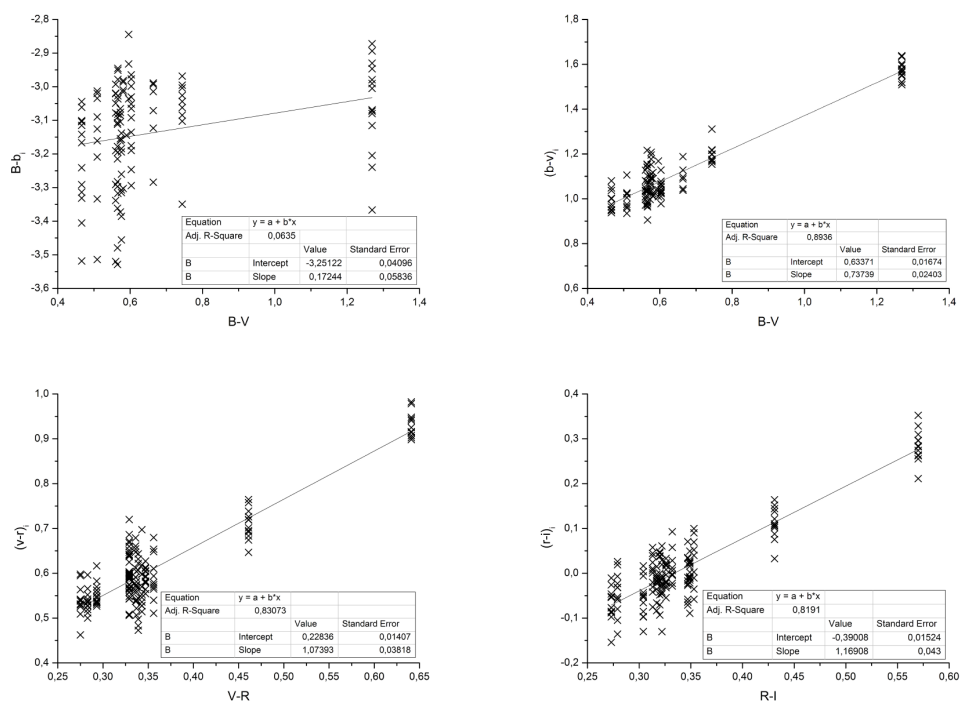
Za výsledek této práce považuji zjištění, že chyby určení transformačních koeficientů nejsou ve většině případů příliš závislé na expozičním čase použitých snímků. Výrazněji závislé na expozičním čase jsou tehdy, pokud v transformačním vztahu vystupuje rozdíl standardní veličiny a instrumentální veličiny. Je také možné doporučit používat k určení koeficientů snímky buď se stejnou expoziční dobou jako ty, které pomocí transformačních vztahů budeme zpracovávat, což vyplývá z časových změn transformačních koeficientů v prvním vztahu, nebo používat snímky s expozičními časy od 30 do 50 sekund, kde byly výsledky nejstabilnější a víceméně nejpřesnější. Další důležité doporučení je použít k analýze co největší počet standardních hvězd na co nejvíce snímcích v co největším rozsahu barevných indexů, aby proložená závislost v regresní analýze byla přesnější.

Také jsem porovnával regresní metodu a iterační metodu abych zjistil, která z obou zmíněných je k určení koeficientů vhodnější a přesnější. V tomto případě jsem dospěl k závěru, že regresní analýza je vhodnější, jednodušší a méně náročná na čas i prostředky. Samozřejmě beru v úvahu, že jsem program, s jehož použitím jsem iterace prováděl, musel sám psát. Pokud člověk získá ke zpracování dat už hotový software, pak samozřejmě je výhodnější jej použít, než provádět samostatně regresní analýzu. Na druhou stranu regresní analýza je metoda relativně velmi přesná a jednoduchá a proto ji považuji za vhodnou.

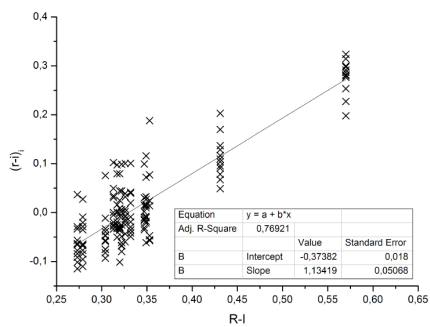
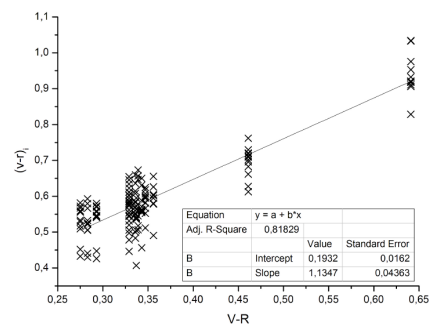
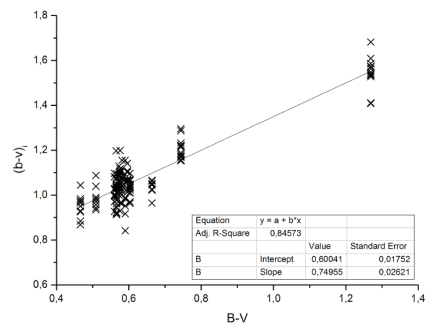
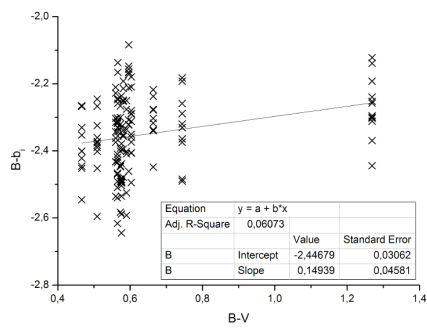
Kapitola 9

Přílohy

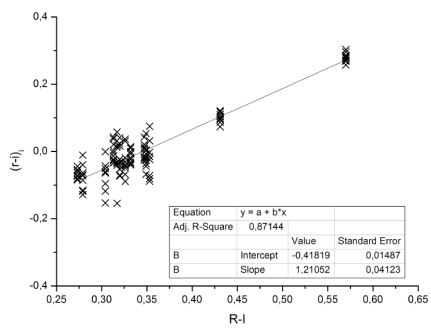
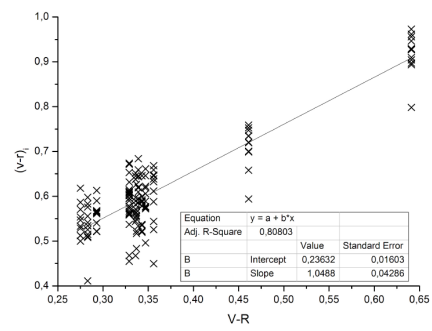
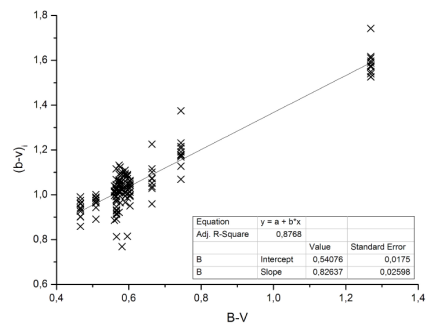
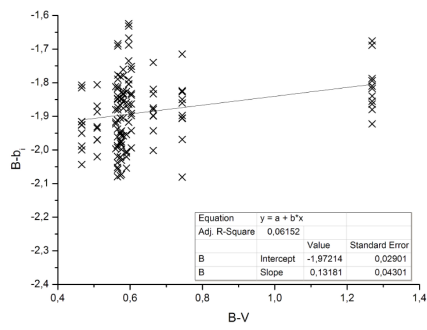
9.1 Výsledky regresní analýzy



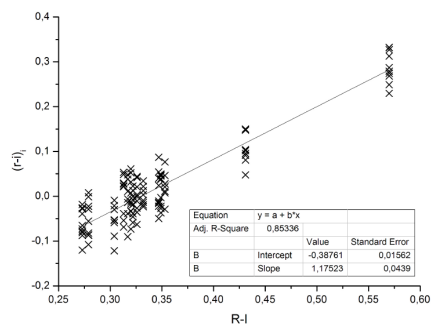
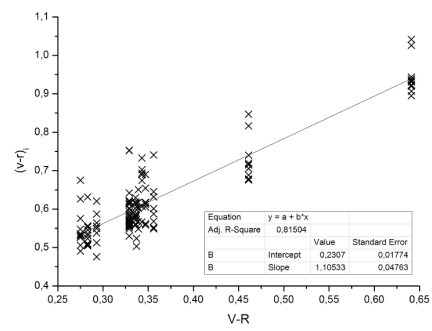
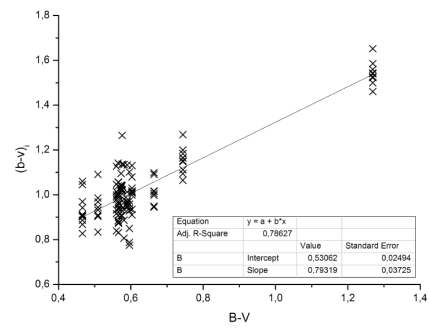
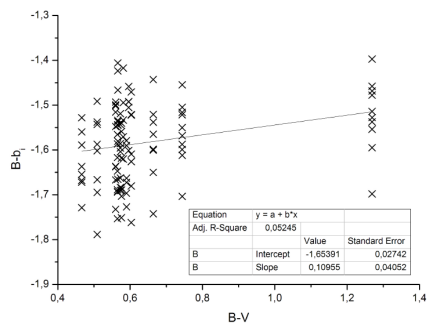
Obrázek 9.1: Regresní analýza v expozičním čase 10 sekund



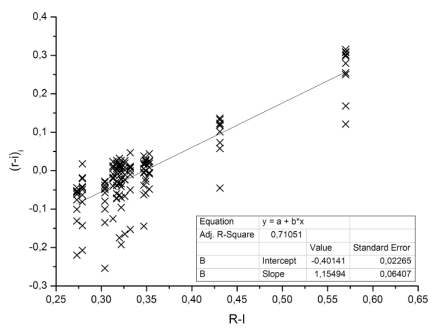
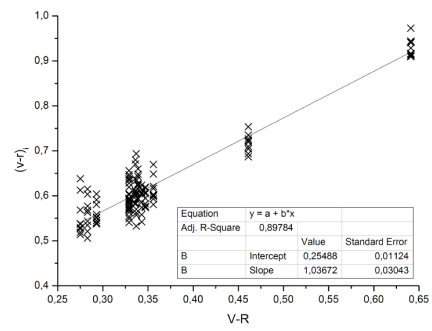
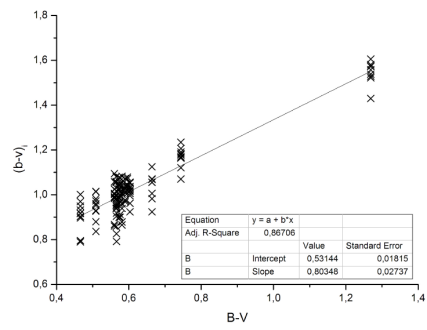
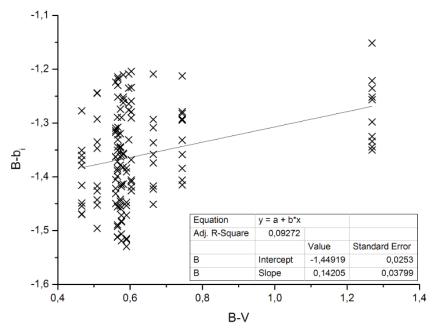
Obrázek 9.2: Regresní analýza v expozičním čase 20 sekund



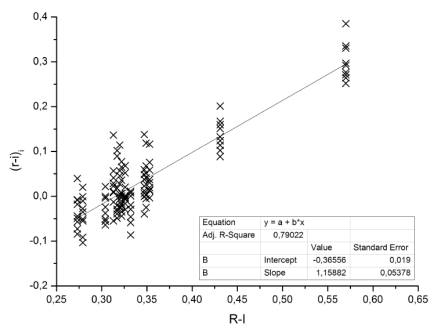
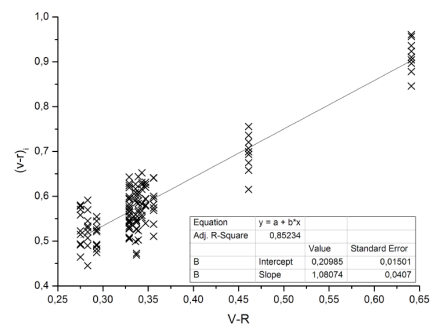
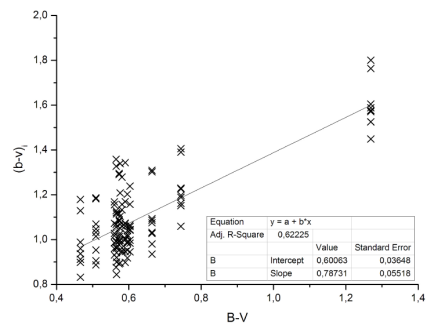
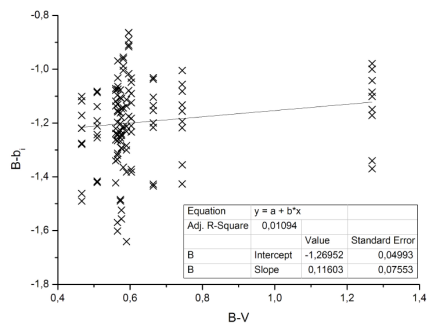
Obrázek 9.3: Regresní analýza v expozičním čase 30 sekund



Obrázek 9.4: Regresní analýza v expozičním čase 40 sekund

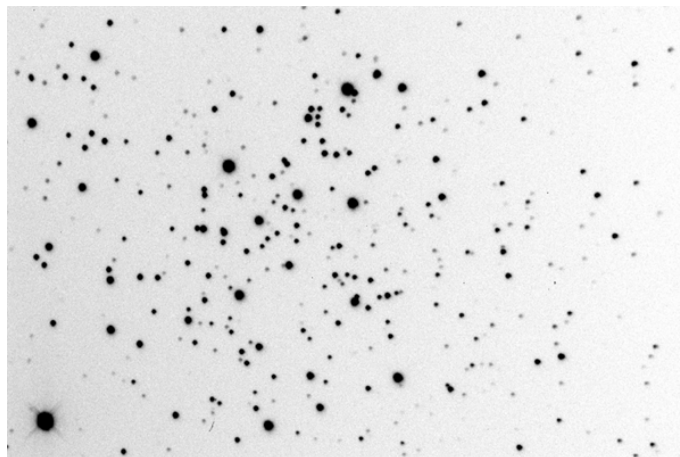


Obrázek 9.5: Regresní analýza v expozičním čase 50 sekund

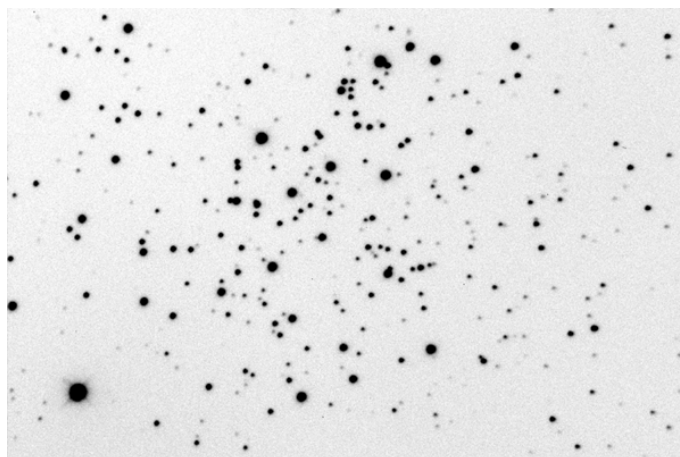


Obrázek 9.6: Regresní analýza v expozičním čase 60 sekund

9.2 Ukázkové snímky



Obrázek 9.7: M67 ve filtru I s expoziční dobou 30 sekund



Obrázek 9.8: M67 ve filtru R s expoziční dobou 40 sekund

Literatura

- [1] CCD.
URL <http://cs.wikipedia.org/wiki/CCD>
- [2] uvby filters.
URL http://www.aanda.org/index.php?option=com_image&format=raw&url=/articles/aa/full_html/2009/17/aa10786-08/img36.gif
- [3] BERRY, R.; BURNELL, J.: *The Handbook of Astronomical Image Processing*. Richmond: Willmann-Bell, Inc., 2005, ISBN 0-943396-82-4, 684 s.
- [4] BHAT, P. N.; SINGH, K. P.; PRABHU, T. P.; aj.: VRI Photometry of M67 for CCD Standardization at 2.3m VBT. ročník 13, Listopad 1992: s. 293–305.
- [5] HAADE: Solid Angle.
URL http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3e/Solid_Angle.png?uselang=fr
- [6] HARMANEC, P.: *Základy Astronomie a Astrofyziky II*. Praha: Astronomický ústav Univerzity Karlovy, 2006, 72 s.
- [7] HAVELKA, B.; KEPRT, E.; HANSA, M.: *Spektrální Analýsa*. Praha: Nakladatelství československé akademie věd, 1957, 665 s.
- [8] HAWLEY, J. F.: UBV filters.
URL <http://www.astro.bas.bg/~petrov/hawley99.html>
- [9] HROCH, F.: *Astronomické praktikum*. Brno: Přírodovědecká fakulta Masarykovy univezity, 2006, 108 s.
- [10] NOVÁK, J.: *Základy teorie chyb a zpracování fyzikálních měření*. Praha: České Vysoké Učení technické, 22 s.

- [11] SCHILD, R. E.: CCD photometry of M67 stars useful as BVRI standards. ročník 95, Prosinec 1983: str. 1021.