

MASARYKOVA UNIVERZITA

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

METODY MĚŘENÍ INDEXU LOMU VZDUCHU

PETR ŠAFAŘÍK

BRNO 2008

Filipovi, Ondrovi,  
Zdeňkovi, Radkovi  
a všem, kdo byli ve správný čas  
na správném místě  
patří mé díky.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne

Petr Šafařík

Abstrakt:

Předložená práce se zabývá metodami měření indexu lomu vzduchu. Obsahuje všeobecné informace o tomto fyzikálně důležitém parametru vzduchu. Je věnovaná historii a různým přístupům k měření indexu lomu vzduchu, především metodě s Fabry-Perotovým rezonátorem. Dále se zabývá výsledky praktického měření pomocí všech v této práci zmíněných metod. Na závěr jsou uvedeny možnosti dalšího postupu v zpřesňování měření či zdokonalením některé již existující metody.

Klíčová slova: index lomu vzduchu, rezonátor, He-Ne laser, rezonanční řád, záznějová frekvence.

Abstract:

In the presented work, we study methods for measuring of the refractive index of the air. The refractive index is introduced by the physical characteristics, a historical background. The description is focused to the Fabry-Perot interferometer. This theses includes a theoretical proposal of the new method for measuring of the index of the refraction of air measured by a laser and the Fabry-Perot interferometer. The result of theoretical and the experimental work is a new method for measurement of the refractive index of the air. The refractive index is introduced by the physical characteristics, a historical background. The description is focused to the Fabry-Perot interferometer.

Keywords: Refractive index of air, resonator, He-Ne laser, order of resonance, beat frequency

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
Struktura této práce . . . . .	2
<b>2 Index lomu, interference, Fabry-Perot</b>	<b>3</b>
2.1 Index lomu . . . . .	3
2.1.1 Indexu lomu elektromagnetického vlnění . . . . .	3
2.2 Interference . . . . .	6
2.3 Interferometr typu Fabry-Perot . . . . .	9
2.4 Metody měření délky . . . . .	12
<b>3 Měřicí metody indexu lomu vzduchu</b>	<b>14</b>
3.1 Nepřímá metoda – Edlénova formule . . . . .	14
3.2 Přímé metody . . . . .	17
3.2.1 Michelsonův interferometr . . . . .	17
3.2.2 Diferenční vícesvazkový Michelsonův interferometr . . . . .	18
3.2.3 Fabry-Perot interferometr . . . . .	21
3.2.4 Metoda měření indexu lomu s FP . . . . .	23
3.2.5 Názorný příklad . . . . .	26
<b>4 Výsledky měření</b>	<b>27</b>
4.1 Popis aparatury . . . . .	27
4.2 Výsledky dlouhodobého měření . . . . .	30
<b>5 Závěr</b>	<b>36</b>
<b>Literatura</b>	<b>37</b>

# Kapitola 1

## Úvod

Současné metody laserového měření délky dosahují rozlišení blížíící se atomárním vzdálenostem. Určování geometrických rozměrů těles s takto extrémním rozlišením se provádí v podmínkách běžné atmosféry, a proto klíčovým zdrojem nepřesnosti měřených hodnot je časová nestálost hodnoty indexu lomu vzduchu. Je tedy nutné znát jeho okamžitou hodnotu s maximální přesností.

V současnosti se index lomu vzduchu určuje pomocí laserových interferometrů a měřících kyvet s vakuovým čerpáním, což s sebou přináší především nevýhodu v nutnosti opakovaného použití vakuové aparatury. Tato práce se proto zabývá studiem laserových měřících metod, které umožňují stanovit index lomu vzduchu přímým měřením bez nutnosti čerpání.

Tato práce vznikla na Ústavu přístrojové techniky Akademi věd České republiky (ÚPT AV ČR), který byl založen roku 1957 jako instituce zajišťující přístrojová vybavení pro další ústavy Akademie věd v mnoha oblastech. Oddělení Koherenční optiky vzniklo krátce po objevu laserů přejmenováním oddělení infračervené spektroskopie. V roce 1963 zde byl jako první v bývalém ČSSR spuštěn laser (v roce 1963 třetí He-Ne laser na světě a v roce 1964 pulzní laser). Od roku 1967 je nosnou problematikou měření geometrických veličin interferenčními metodami. V současné době se výzkum zaměřuje na vývoj He-Ne laserů stabilizovaných pomocí saturované absorpce v parách jódu, zvyšování přesnosti interferometrických systémů, dvoubarevnou a absolutní interferometrii.

## Struktura této práce

V této práci jsou uvedeny základní principy, možnosti a fyzikální pozadí několika nejpoužívanějších metod ke stanovení hodnoty indexu lomu vzduchu.

Důvodů k měření indexu lomu vzduchu je několik. V metrologii patří laserové měření délek k nejpřesnějším [1]. Bohužel ne vždy je měření prováděno ve vakuu, ale běžně se odehrává ve vzduchu, což s sebou nese řadu nevýhod. Konkrétně je to konstrukční náročnost a citlivost na vnější vlivy (vibrace, změny teploty a další). Proto existují silné požadavky znalosti hodnoty indexu lomu s maximální možnou přesností, neboť bez ní není možné kompenzovat vliv změn atmosférických veličin na přesnost těchto měření.

Index lomu vzduchu je možné určovat pomocí dvou obecných postupů. První je nepřímý, kdy zjišťujeme parametry vzduchu, které mají na hodnotu indexu lomu vzduchu nejpodstatnější vliv. Tyto veličiny jsou teplota, tlak, vzdušná vlhkost a koncentrace  $\text{CO}_2$ . Můžeme je následně použít v empiricky získaném vzorci, tzv. Edlénově formuli, kterou v roce 1966 uveřejnil Edlén [2] ke zjištění hodnoty indexu lomu vzduchu.

Druhou možností je využití laserového refraktometru monitorujícího rozdíl optické dráhy ve vzduchu a ve vakuu. Na tomto obecném principu je založeno několik metod.

První metoda pomocí Michelsonova interferometru sleduje rozdíl optické dráhy mezi paprskem procházejícím vakuem (referenční větev) a pak vzduchem (měřící větev). Podíl optické dráhy (dráhy v měřící větvi) vůči geometrické dráze paprsku (reprezentovanou v našem uspořádání referenční větvi) nám přímo určuje index lomu vzduchu.

Druhou metodu, využívající Fabry-Perotova rezonátoru, je nutné kombinovat s Edlénovou formulí. V tomto případě se sleduje posuv zánějové frekvence dvou laserů, která se mění v přímé závislosti na indexu lomu vzduchu.

## Kapitola 2

# Index lomu, interference, Fabry-Perot

### 2.1 Index lomu

Vlnová délka elektromagnetického vlnění je na rozdíl od frekvence závislá na optické hustotě prostředí, ve kterém se šíří. Poměr mezi rychlostí, kterou se elektromagnetické vlnění šíří ve vakuu a rychlostí šíření v transparentním prostředí (voda, vzduch atd.), se nazývá index lomu. Jedná se o bezrozměrnou veličinu, jejíž hodnota závisí na prostředí a na vlnové délce  $\lambda$ . Z fyzikálního pohledu jde o interakci elektromagnetického pole (světelné vlny) s atomy a molekulami prostředí jako zdroji elektromagnetického pole.

Index lomu zavedeme obvykle vztahem

$$n = \frac{c_0}{c}, \quad (2.1)$$

kde  $n$  je index lomu,  $c_0$  rychlost šíření elektromagnetické vlny ve vakuu a  $c$  je rychlost šíření této vlny v prostředí. Pro další úvahy je podstatný ještě vztah mezi vlnovou délkou  $\lambda$  a frekvencí  $\nu$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (2.2)$$

Frekvence  $\nu$  je na prostředí nezávislá, proto ze vztahu (2.2) plyne, že vlnová délka se bude měnit přechodem do jiného prostředí ve stejném poměru, jako rychlost vlny. Vztahy (2.1) a (2.2) tak můžeme přepsat do vztahu

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad (2.3)$$

přičemž  $\lambda_0$  je vlnová délka elektromagnetické vlny ve vakuu.

V metrologických aplikacích je nutné znát vlnovou délku laserového světla ve vzduchu s maximální přesností. Vlnová délka se mění s hodnotou indexu lomu tak, je napsáno výše (rovnice (2.1) či (2.3)).

#### 2.1.1 Indexu lomu elektromagnetického vlnění

Index lomu, jakožto podíl rychlosti šíření vlny ve vakuu k rychlosti šíření v prostředí, vystupuje jako fundamentální konstanta ve vlnové rovnici. Elektromagnetické pole je popsáno dvěma spolu souvisejícími vektorovými veličinami: intenzitou elektrického pole



$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  a intenzitou magnetického pole  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ . Obě jsou vektorové funkce polohy a času. Obecně je tedy k popisu světla ve volném prostoru třeba šesti skalárních funkcí prostoru a času. Naštěstí nejsou tyto funkce navzájem nezávislé, ale jsou svázány přes soustavu Maxwellových rovnic:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},\end{aligned}\tag{2.4}$$

popisující chování elektromagnetické vlny ve vakuu.

Pro optiku je ovšem výhodnější užití intenzity magnetického pole  $\mathbf{H}$  místo  $\mathbf{B}$ . Veličina intenzity magnetického pole  $\mathbf{H}$  souvisí s veličinou magnetické indukce  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ . Pro lineární, homogenní, izotropní, nedisperzní prostředí bez zdrojů je možné upravit Maxwellovy rovnice do tvaru:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} &= \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0,\end{aligned}\tag{2.5}$$

kde se konstanta  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  nazývá permitivitou, přičemž  $\epsilon_0 \approx 1/(36\pi) \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  je permitivita vakua a  $\epsilon_r$  – relativní permitivita – popisuje prostředí, ve kterém se elektromagnetická vlna šíří, a obdobně  $\mu = \mu_r \mu_0$ , kde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}$  je permeabilitou vakua a  $\mu_r$  popisuje prostředí<sup>1</sup>.

Podmínkou, aby  $\mathbf{H}$  a  $\mathbf{E}$  splňovaly Maxwellovy rovnice je, aby každá z jejich složek ( $\mathbf{H}$  a  $\mathbf{E}$  jsou vektorové veličiny) vyhovovala vlnové rovnici

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\tag{2.6}$$

kde  $c$  je rychlost šíření světla v prostředí

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}.\tag{2.7}$$

Funkce  $u$  představuje některou ze složek jednoho z vektorů  $\mathbf{H}$  nebo  $\mathbf{E}$ .

Odvození vlnové rovnice se provede tak, že na druhou Maxwellovu rovnici (2.5)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

aplikujeme vektorovou identitu

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}.$$

<sup>1</sup>Hodnota  $\mu_r$  je pro většinu nemagnetických materiálů v optické oblasti blízká jedné, proto je možné v literatuře také najít vztah, kde se tato vůbec nevyskytuje, ovšem poté vztah platí pouze pro optickou oblast elektromagnetického vlnění a je tak nepoužitelný pro obecné výpočty.

Na tuto se následně použije první a třetí Maxwellovu rovnici

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0,\end{aligned}$$

čímž se dokáže, že každá složka vektoru  $\mathbf{E}$  vyhovuje vlnové rovnici. Analogicky se provede důkaz i pro  $\mathbf{H}$ .

Různé složky elektrického a magnetického pole se šíří ve formě vln o rychlosti

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad (2.8)$$

kde

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (2.9)$$

je rychlost světla ve vakuu.

Z rovnice (2.8) vyjádříme index lomu  $n$

$$n = \frac{c_0}{c}. \quad (2.10)$$

Nyní dosazením rovnic (2.9) a (2.7) do rovnice (2.10) a vyčíslením získáme konečný vzorec

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}. \quad (2.11)$$

Protože Maxwellovy rovnice (2.5) a vlnová rovnice (2.6) jsou lineární, platí princip superpozice, tedy jsou-li dvě elektromagnetická pole řešeními těchto rovnic, je řešením i jejich součet, což je základem interference.

Je nutné dále poznamenat, že pokud rychlost vlny v prostředí závisí na frekvenci postupující vlny, hovoří se o disperzi prostředí. Index lomu disperzního prostředí je poté funkcí frekvence elektromagnetické vlny.

Všechny hodnoty indexu lomu vzduchu v této práci, pokud není uvedeno jinak, jsou uvedené pro He-Ne laser, jehož vlnová délka ve vakuu je  $\lambda_0 \approx 633 \text{ nm}$ .

## 2.2 Interference

Isaac Newton a Robert Hooke nezávisle na sobě pozorovali fenomén interference na tenké vrstvě mýdla či mezi dvěma skly<sup>2</sup>, tedy fenoménem interference se fyzikové zabývají již dlouho.

Šíření světla (či libovolné elektromagnetické vlny) v prostoru, se dá popsat pomocí dvou vzájemně kolmých vektorů  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{E}$ .

V místě, kde se setkávají dvě koherentní vlny, se jejich intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$  sečtou pomocí principu superpozice. Optická interference tedy odpovídá interakci dvou nebo více světelných vln mající za následek změnu hustoty záření, které je odlišné od prostého součtu jednotlivých komponent [3].

Celý zde popsaný postup je totožný i pro interferenci magnetické části vlny.

Princip superpozice určuje, že

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots \quad (2.12)$$

Fakt, že intenzita elektrického pole je vlnové povahy, dovoluje napsat vlnový tvar intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$ :

$$\begin{aligned} \text{Pro první vlnu: } \quad \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_1) . \\ \text{Pro druhou vlnu: } \quad \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_2) . \\ &\vdots \\ \text{Pro } i\text{-tou vlnu: } \quad \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_{0i} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_i) , \end{aligned} \quad (2.13)$$

kde  $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  a počáteční fáze  $\varphi = 0$ .

Intenzita záření v bodě  $P$  na stínítku (nebo detektoru) je definován

$$I = \langle \mathbf{E}_i^2(P) \rangle_T , \quad (2.14)$$

tedy střední hodnota kvadrátu intenzity přes čas  $T$ .

Výraz  $\mathbf{E}^2$  je představuje

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} .$$

Pro případ dvou interferujících vln platí

$$\mathbf{E}^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) .$$

A tedy po roznásobení platí, že

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 . \quad (2.15)$$

---

<sup>2</sup>Sám Newton ve své knize Optika píše: „I took two Object-glasses, the one a Planoconvex for a fourteen Foot Telescope, and the other a large double convex for one of about fifty Foot; and upon this, laying the other with its plane side downwards, I pressed them slowly together to make the Colours successfully emerge in the middle of the Circles.“[3]

Po převedení vztahu (2.15) na intenzity získáme rovnici

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}, \quad (2.16)$$

přičemž

$$\begin{aligned} I_1 &= \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle_T, \\ I_2 &= \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle_T, \\ I_{12} &= 2 \langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle_T. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Kde  $I_{12}$  bývá označováno jako „interferenční člen“ [4]. Úprava vede k

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 &= \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cdot \\ &\cdot [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) \sin \omega t] \times \\ &\times [\cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \sin \omega t]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

K roznásobení rovnice (2.18) na tvar

$$\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle_T = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \varphi_2)$$

využijeme faktu [3, str. 49], že

$$\begin{aligned} \langle \cos^2 \omega t \rangle_T &= \frac{1}{2}, \\ \langle \sin^2 \omega t \rangle_T &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

a

$$\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle_T = 0.$$

Interferenční člen  $I_{12}$  je tedy možné napsat v podobě rovnice

$$I_{12} = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos \delta, \quad (2.19)$$

kde  $\delta = (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \varphi_2)$  je fázový posuv vznikající kombinací dráhového rozdílu a rozdílu počáteční fáze.

V nejčastějším případě jsou vektory  $\mathbf{E}_{01}$  a  $\mathbf{E}_{02}$  paralelní. V tomto případě je možné volit bez ztrát obecnosti vztahnou soustavu, kde  $\mathbf{E}_{01} = (E_{01}, 0, 0)$  a  $\mathbf{E}_{02} = (E_{02}, 0, 0)$

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos \delta.$$

Spolu s tím je možné přepsat i veličiny  $I_1$ ,  $I_2$  do skalárních a veličinu  $I_{12}$  vyjádřit pomocí  $I_1$ ,  $I_2$  a fázového posuvu  $\delta$

$$\begin{aligned} I_1 &= \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle_T = \frac{E_{01}^2}{2}, \\ I_2 &= \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle_T = \frac{E_{02}^2}{2}, \\ I_{12} &= 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \end{aligned}$$

Výslednou intenzitu  $I$  je tedy možné přepsat do ještě vhodnějšího tvaru<sup>3</sup>

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (2.20)$$

Na různých místech v prostoru může být tedy výsledná intenzita větší či menší než  $I_1 + I_2$  v závislosti na  $\delta$ .

Mezi limitní případy interference patří

**A) Totálně konstruktivní interference,** která nastává v takovém místě prostoru, kde

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots,$$

tedy v místech, kde  $\cos \delta = 1$ . Maximální intenzita  $I_{\max}$  tedy bude

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (2.21)$$

Pokud bude  $\delta$  náležet do intervalu  $0 < \delta < \pi$  tak výsledná intenzita  $I$  bude v intervalu  $I_1 + I_2 < I < I_{\max}$ . V tomto případě se jedná o konstruktivní interferenci.

**B) Totálně destruktivní interference,** která nastává, je-li  $\delta$  rovna lichému celočíselnému násobku  $\pm\pi$ , tedy

$$\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$$

V tomto případě bude nastávat interferenční minimum, tedy

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}. \quad (2.22)$$

Analogicky s konstruktivní interferencí je možné definovat i interferenci destruktivní, bude-li  $\delta$  v intervalu  $\pi < \delta < 2\pi$ . Výsledná intenzita  $I$  se tedy v tomto případě bude nacházet v intervalu  $I_{\min} < I < I_1 + I_2$ .

Je vhodné popsat ještě jeden zvláštní případ a to když amplitudy obou vln, které dosáhnou bodu  $P$ , budou stejné (tedy  $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_{02}$ ). Budou si tedy rovny hodnoty intenzit  $I_1 = I_2 = I_0$ . Rovnici (2.20) tedy je pak možné upravit do tvaru

$$I = 2I_0 (1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (2.23)$$

odkud plynou i hodnoty pro maximální a minimální intenzitu

$$I_{\max} = 4I_0,$$

$$I_{\min} = 0.$$

---

<sup>3</sup>Ve skutečnosti je interferenční rovnice

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |g_{12}| \cos \delta,$$

kde člen

$$|g_{12}| = \frac{\langle E_1 E_2 \rangle}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

odpovídá normované funkci popisující křížovou korelaci mezi  $I_1$  a  $I_2$  [5]. Výraznost interference se měří viditelností (také nazývanou hloubkou modulace či kontrastem interferenčního obrazu)  $\mathcal{V}$

$$\mathcal{V} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |g_{12}|.$$

## 2.3 Interferometr typu Fabry-Perot

Sčítá-li se  $N$  monochromatických vln o amplitudách elektických intenzit  $E_1, E_2, \dots, E_N$  je výsledkem monochromatická vlna o amplitudě

$$E = \sum_{i=1}^N E_i. \quad (2.24)$$

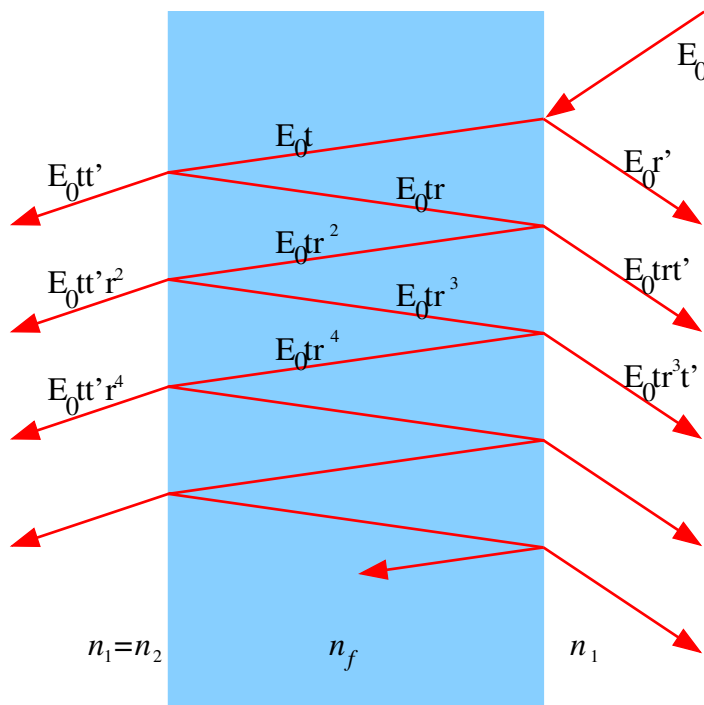
Velikost intenzity elektrického pole světelné vlny není obvykle přímo měřitelná veličina. Ovšem znalost intenzit jednotlivých vln  $I_1, I_2, \dots, I_N$  nestačí k tomu, aby bylo možno určit celkovou intenzitu

$$I = \langle E \rangle^2,$$

protože nejsou známy vzájemné fázové rozdíly. Velmi specifický případ je interference nekonečného počtu vln s amplitudami klesajícími geometrickou řadou a se stejnými fázovými rozdíly, který problém značně zjednoduší.

Tyto podmínky (interferenci nekonečného počtu vln se stejnými fázovými rozdíly a s amplitudami klesajícími geometrickou řadou) splňuje vícesvazkový interferometr složený ze dvou planparalelních zrcadel, poprvé zkonstruovali Charles Fabry a Alfred Perot v 18. století.

Pro vysvětlení vícesvazkové interference, jenž je podstatou ve Fabry-Perotově interferometru, použijeme nejvyšší možnou aproximaci. Na obrázku 2.1 je znázorněn průchod elektromagnetické vlny s počáteční amplitudou  $E_0$  tenkou planparalelní vrstvou o indexu lomu  $n_f$ . Pro jednoduchost se bude předpokládat, že  $n_f \neq n_1 = n_2$  a že se jedná o neabsorbující prostředí.



Obrázek 2.1: Vícesvazková interference na tenké paralelní vrstvě

Definujeme dále vnější a vnitřní odrazivost a vnitřní a vnější propustnost takto:

**Vnější odrazivost**  $r'$  je odraz světelné vlny, která vstupuje do vrstvy o indexu lomu  $n_f$ .  
Vnější odrazivost se tedy projeví pouze pro první odražený svazek.

**Vnitřní odrazivost**  $r$  je odraz světelné vlny šířící se v prostředí s indexem lomu  $n_f$  od rozhraní s jiným prostředím.

**Vnější propustnost**  $t$  se projeví při vstupu světelné vlny do prostředí s indexem lomu  $n_f$ .

**Vnitřní propustnost**  $t'$  se projeví, pokud světelná vlna opouští prostředí na rozhraní.

Výsledné intenzity  $E$  jednotlivých vystupujících svazků budou závislé na koeficientech  $r$ ,  $r'$ ,  $t$  a  $t'$  a následně na počtu vnitřních odrazů tak, že amplituda vystupující vlny bude<sup>4</sup>

$$E = E_0 t t' r^n, \quad (2.25)$$

kde  $n$  odpovídá celkovému počtu vnitřních odrazů uvnitř rezonátoru (dle obrázku 2.1).

Pro intenzitu nekonečného počtu vln v takto definovaném rezonátoru platí vztah [5]

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + \left[ \left( \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right]}, \quad (2.26)$$

kde

$$I_{\max} = \frac{I_0}{(1-r)^2}.$$

Veličina  $\mathcal{F}$  ve vztahu (2.26) se nazývá jemnost, přičemž tato úzce souvisí s odrazivostí zrcadel, z nichž je rezonátor vyroben

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}. \quad (2.27)$$

Je-li jemnost  $\mathcal{F}$  velká, tj. odrazivost  $r$  je blízká jedné, přejde funkce intenzity  $I$  ve funkci  $\varphi$  s ostrými maximy (vliv velikosti veličiny jemnost na FWHM<sup>5</sup> je ilustrován na obrázku 2.2), poté pro  $\varphi \ll 1$  je možno vztah (2.26) upravit

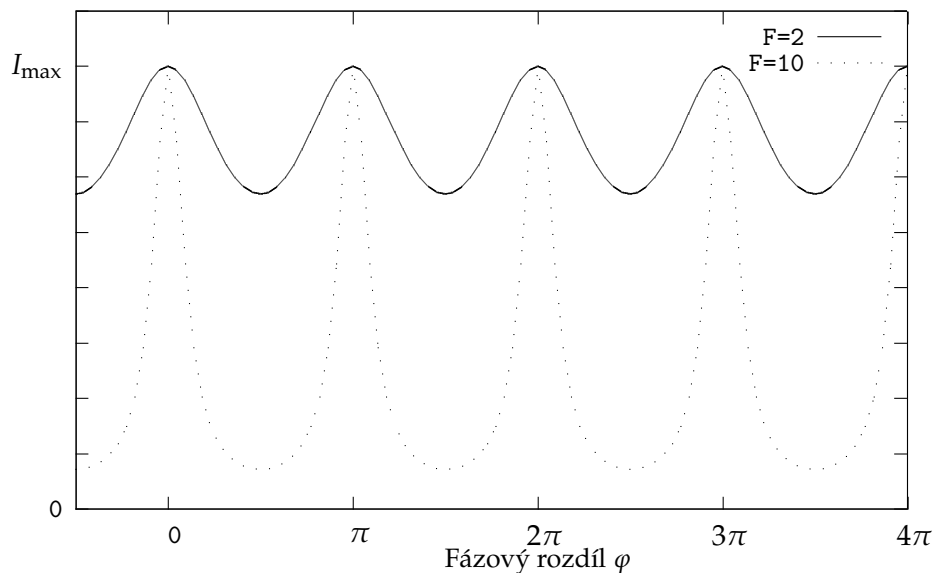
$$I = \frac{I_{\max}}{1 + \left( \frac{\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \varphi^2}. \quad (2.28)$$

<sup>4</sup>platí pro takovou vlnu, co vystupuje z rezonátoru. Vlna, jenž do rezonátoru ani nevstoupila, bude mít amplitudu

$$E = E_0 r'.$$

<sup>5</sup>Full Width at Half Maximum – veličina popisující šířku spektrální čáry v polovině maxima spektrální čáry. Vztah FWHM a standardní odchylky je

$$\text{FWHM} = 2,355\sigma.$$

Obrázek 2.2: Závislost šířky spektrální čáry na velikosti jemnosti  $\mathcal{F}$ 

Intenzita klesne na polovinu, když  $\varphi = \pi/\mathcal{F}$ , takže šířka v polovině interferenčního maxima bude  $\Delta\varphi = 2\pi/\mathcal{F}$ .

Analogicky se dá určit, že spektrální šířka rezonátorových modů je

$$\Delta\nu = \frac{\nu_{FSR}}{\mathcal{F}}, \quad (2.29)$$

kde  $\nu_{FSR}$  je frekvenční vzdálenost mezi jednotlivými rezonančními maximy v rezonančním spektru rezonátoru.

S jemností  $\mathcal{F}$  souvisí kromě intenzity  $I$  ještě jedna veličina zvaná kvalita rezonátoru  $Q$  (nebo také činitel kvality nebo činitel jakosti). Činitel kvality  $Q$  se definuje

$$Q = \frac{2\pi \cdot (\text{počáteční energie})}{\text{ztráta energie během jedné periody}}. \quad (2.30)$$

Přímo z definice je možné určit závislost kvality optického rezonátoru  $Q$  na rezonanční frekvenci  $\nu_0$ : rychlost relativního poklesu energie v rezonátoru za jednotku času je  $c\alpha_\tau$ , což za jednu periodu odpovídá  $c\alpha_\tau/\nu_0$ , takže

$$Q = 2\pi \frac{1}{\frac{c\alpha_\tau}{\nu_0}} = \frac{2\pi\nu_0}{c\alpha_\tau},$$

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}. \quad (2.31)$$

Kvalita souvisí s dobou života fotonu v rezonátoru  $\tau_p = 1/(c\alpha_\tau)$  vztahem

$$Q = 2\pi\nu_0\tau_p.$$

Pomocí vztahu (2.29) nalezneme vztah mezi  $Q$  a jemností rezonátoru  $\mathcal{F}$

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_{FSR}} \mathcal{F}. \quad (2.32)$$



## 2.4 Metody měření délky

Podle platné definice [6] je jeden metr v SI definován jako vzdálenost, kterou světlo urazí ve vakuu přesně za  $1 / 299\,792\,458$  s. Rychlost světla ve vakuu je

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Realizace měření jednoho metru je možná různě přesnými metodami:

**Pravítko** Pomůcka, která se pro měření vzdáleností používá nejčasteji. Její přesnost měření se pohybuje v milimetrech, v nejlepší případě v desetínách milimetrů; přesnost záleží na provedení toho kterého měřidla a na vzdálenosti, kterou chceme měřit.

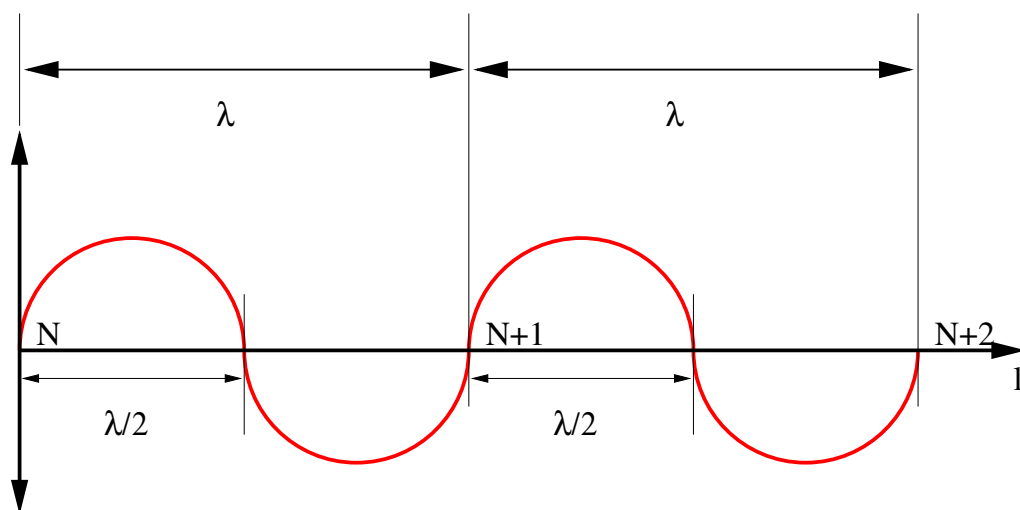
**Mikrometr** Mikrometr je měřící zařízení s možností měření s přesností až na setiny milimetru. Bohužel má již značně omezený rozsah, který se obvykle pohybuje 15–17 cm.

**Indukčnostní snímače** Jedná se o zařízení pracující na principu magnetické indukce proudu v cívce v proměnném magnetickém poli, kde se měřka pohybuje po vodící liště, přičemž její hrot se pohybuje po povrchu. Na druhé straně od hrotu je upevněn magnet, který je v cívce. Pohybem magnetu se v cívce indukuje proud, jehož měřením lze velice přesně zjistit posuvu délky měřícího hrotu. Opět se jedná o velice přesnou měřící techniku s rozsahem až 15 cm.

**Kapacitní snímače** Tyto snímače využívají vlastností kondenzátoru a skutečnosti, že rozdíly napětí se dají měřit velice přesně. Jedna deska deskového kondenzátoru je pevná a nepohyblivá, zatímco druhá je ve formě pružné blány. K této bláně je pak mechanicky připevněn hrot. Vlastní měření poté probíhá tak, že zatímco se snímač pohybuje v rovině nad měřeným povrchem, hrot přesně kopíruje reliéf povrchu, což zapříčiňuje deformaci blány. Toto se projeví ve změně kapacity deskového kondenzátoru. Zpětně je tedy možné podle znalosti průběhu změny kapacity kondenzátoru v závislosti na souřadnicích dopočítat výšku nerovnosti povrchu. Nejběžněji se využívá pro měření tlaku, ale i vzdáleností v malém rozsahu.

**Měření laserovými metodami** V dnešní době nejpřesnější způsob měření vzdáleností. Laserová vlna se díky svým vlastnostem (koherence a monochromaticnost) na vzdálenost koherenční délky<sup>6</sup> dá považovat za naprosto rovnou, dokonale přesné pravítko s dokonale přesnými ryskami, které jsou od sebe vzdáleny přesně o  $\lambda/2$ , jak je znázorněno na obrázku 2.3. Použijeme-li laser, který svítí pouze na jediné vlnové délce, tak díky znalosti tohoto principu jsme schopni vypočítat hodnotu  $\lambda$  s vysokou přesností. Co se dá vytknout tomuto pravítku, jehož přesnost se díky pokročilým technikám zpracování signálu, potlačení šumu a digitalizaci s velkým dynamickým rozsahem, pohybuje na úrovni zlomků vlnové délky? Světelná vlna bohužel s sebou nikde nenesení informaci o tom, jakou vzdálenost již uletěla, nikde nenajdeme, kolikátý násobek vlnové délky  $\lambda/2$  jsme již naměřili. Tato skutečnost má za následek, že drtivá většina interferometrů pro měření vzdáleností odměřuje polohu inkrementálně, tedy vyhodnocuje pouze změnu vzdálenosti.

<sup>6</sup>Vzdálenost, po kterou můžeme laserový svazek považovat za koherentní. U měřících laserů (He-Ne) se uvádí koherenční délka asi dva kilometry.



Obrázek 2.3: Vlna jako pravitko

## Kapitola 3

# Měřicí metody indexu lomu vzduchu

### 3.1 Nepřímá metoda – Edlénova formule

Edlénova formule je v praxi běžně používaná metoda určení indexu lomu vzduchu a to v případě, že stačí znát hodnotu indexu lomu vzduchu nižší s přesností.

V roce 1966 publikoval B. Edlén [2] empiricky odvozený vzorec pro určení hodnoty indexu lomu vzduchu. Veličiny, které nejvíce ovlivňují hodnotu indexu lomu jsou tlak, teplota a rekativní vlhkost vzduchu. Pro zpřesnění je dále možné použít parametr koncentrace  $\text{CO}_2$ . Pro hodnotu  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$  či  $\text{Ar}$  se předpokládá klasické složení vzduchu (hmotnostní složení normální atmosféry [7]  $\text{N}_2$ : 78,09 %,  $\text{O}_2$ : 20,95 %,  $\text{Ar}$ : 0,93 %,  $\text{CO}_2$ : 0,03 %). Je zajímavé, že fluktuace koncentrace dominantních plynů pro vzduch ( $\text{N}_2$  či  $\text{O}_2$ ) ovlivní hodnotu indexu lomu méně, než menší fluktuace koncentrace mnohem méně zastoupených těžších sloučenin, především pak aromatických uhlovodíků. Toto je dáno zejména silnější interakcí světla a atomů zmíněných těžších sloučenin.

Dá se předpokládat, že v čisté laboratoři není třeba proměřovat koncentrace těchto těžkých sloučenin, ale v oblastech se silně zastoupeným průmyslem bude nutné jejich obsah proměřit. Pokud bychom pracovali v čistém prostředí, tak chyba tohoto určení hodnoty indexu lomu vzduchu je v řádu  $10^{-8}$  a je dána především neurčitostí námi měřených hodnot. Pokud bychom spoléhali jen na numerický výpočet bez zahrnutí úprav právě o složení vzduchu, tak by se přesnost snížila o dva řády, asi na  $10^{-6}$ .

Edlén svou práci publikoval v odborném časopise *Métrologia* v roce 1966 [2]. Byl určen pro tehdy standardní suchý vzduch s hmotnostním obsahem  $\text{N}_2$ : 78,09 %,  $\text{O}_2$ : 20,95 %,  $\text{Ar}$ : 0,93 %,  $\text{CO}_2$ : 0,03 %. Bohužel v tomto vzorci byl užit disperzní člen a tlak vodních par, čili veličiny, které se špatně měří přímo.

Postupem času byl tento vzorec upraven [7, 8, 9, 10] pro nynější podmínky složení vzduchu. Byl také odstaněn disperzní člen tím, že byl vzorec normován pro vlnovou délku červeného HeNe laseru ( $\lambda \approx 633 \text{ nm}$ ), který se v metrologii používá nejběžněji pro realizaci délkového etalonu. Takto upravený vzorec má tvar

$$(n - 1) \cdot 10^{-6} = 2,87782 \cdot p \cdot \frac{[1 + p \cdot (6,01 - 0,0972 \cdot t) \cdot 10^{-6}]}{1 + 0,003661 \cdot t} - 6,49 \cdot H \cdot (1,00050 + 2,3 \cdot t + 3,1 \cdot p) \left( \frac{-532}{t + 273,15} \right), \quad (3.1)$$

kde  $n$  je index lomu vzduchu,  $p$  je tlak v jednotkách [Pa],  $H$  je relativní vlhkost [%] a  $t$  je teplota ve [°C] – jsou to tedy všechno veličiny, které je možné měřit přímo a relativně snadno.

Hodnoty indexu lomu vzduchu získané upraveným Edlénovým vztahem [11] pro různé hodnoty teplot, tlaku a relativní vlhkosti, jsou uvedeny v tabulkách 3.1 až 3.4. V tabulce 3.5 je vidět vliv disperze na hodnotu indexu lomu vzduchu pro podmínky:  $t = 20\text{ °C}$ ,  $H = 50\%$ ,  $p = 100\text{ kPa}$ . V poslední tabulce 3.6 je zřejmá závislost indexu lomu vzduchu na tlaku jiném, než jen atmosférickém.

Z tabulek vyplývá, že vyšší teplota hodnotu indexu lomu vzduchu snižuje. Index lomu vzduchu dále snižuje větší podíl vodních par v jeho složení. Pro rostoucí vlnovou délku klesá rovněž. Naopak zvyšování tlaku vede k dramatickému zvýšení hodnoty indexu lomu vzduchu. Dá se soudit, že největší vliv na kolísání hodnoty indexu lomu vzduchu mají na svědomí změny tlaku a teploty v běžných měřítkách.

Tabulka 3.1: Index lomu vzduchu při teplotě:  $t = 10^\circ\text{C}$  pro  $\lambda \approx 633\text{ nm}$ 

$p$ [kPa]	$H = 20\%$	$H = 40\%$	$H = 60\%$	$H = 80\%$
90	1,000249865	1,000249772	1,000249680	1,000249588
95	1,000263758	1,000263665	1,000263573	1,000263481
100	1,000277652	1,000277559	1,000277467	1,000277375
105	1,000291546	1,000291454	1,000291361	1,000291269

Tabulka 3.2: Index lomu vzduchu při teplotě:  $t = 15^\circ\text{C}$  pro  $\lambda \approx 633\text{ nm}$ 

$p$ [kPa]	$H = 20\%$	$H = 40\%$	$H = 60\%$	$H = 80\%$
90	1,000245483	1,000245357	1,000245231	1,000245105
95	1,000259134	1,000259008	1,000258882	1,000258756
100	1,000272785	1,000272659	1,000272533	1,000272407
105	1,000286437	1,000286311	1,000286185	1,000286059

Tabulka 3.3: Index lomu vzduchu při teplotě:  $t = 20^\circ\text{C}$  pro  $\lambda \approx 633\text{ nm}$ 

$p$ [kPa]	$H = 20\%$	$H = 40\%$	$H = 60\%$	$H = 80\%$
90	1,000241239	1,000241070	1,000240900	1,000240730
95	1,000254656	1,000254486	1,000254317	1,000254147
100	1,000268073	1,000267904	1,000267734	1,000267564
105	1,000281491	1,000281322	1,000281152	1,000280982

Tabulka 3.4: Index lomu vzduchu při teplotě:  $t = 25^\circ\text{C}$  pro  $\lambda \approx 633\text{ nm}$ 

$p$ [kPa]	$H = 20\%$	$H = 40\%$	$H = 60\%$	$H = 80\%$
90	1,000237124	1,000236898	1,000236672	1,000236445
95	1,000250315	1,000250088	1,000249862	1,000249636
100	1,000263506	1,00026328	1,000263053	1,000262827
105	1,000276697	1,000276471	1,000276245	1,000276019

Tabulka 3.5: Index lomu vzduchu při  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $H = 50\%$ ,  $p = 100\text{ kPa}$  a proměnné vlnové délce

$\lambda = 300\text{ nm}$	$\lambda = 450\text{ nm}$	$\lambda \approx 633\text{ nm}$	$\lambda = 1000\text{ nm}$	$\lambda = 1500\text{ nm}$
1,000282446	1,000271712	1,000267819	1,000265521	1,000264683

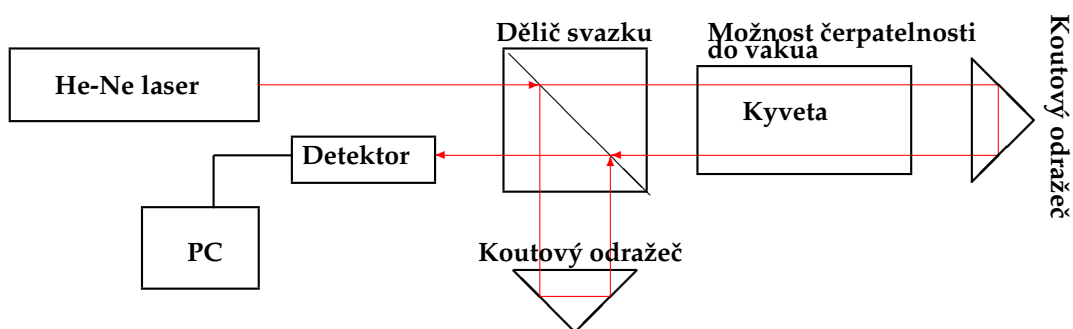
Tabulka 3.6: Index lomu vzduchu při  $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $H = 50\%$ ,  $\lambda = 633\text{ nm}$  a proměnném tlaku

$p = 10\text{ kPa}$	$p = 40\text{ kPa}$	$p = 70\text{ kPa}$	$p = 120\text{ kPa}$	$p = 140\text{ kPa}$
1,00002639	1,000106847	1,000187323	1,0003214940	1,000375177

## 3.2 Přímé metody

### 3.2.1 Metoda měření s využitím Michelsonova interferometru

Přímé metody jsou založeny na užití laserového interferometru, který sleduje změny optické dráhy v prostoru, jímž prochází laserový svazek. V této části je popsána první ze dvou aparatur, které se používají k měření indexu lomu vzduchu přímými metodami. Schéma aparatury je na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Blokové schéma experimentální sestavy pro měření indexu lomu vzduchu s čerpatelnou kyvetou

Oproti optickému Michelsonovu interferometru nebylo použito polopropustné zrcadlo, ale polarizační dělič svazku. Laserový svazek prochází přes dělič, kde se rozdělí do měřicí a referenční větve. Referenční větev je přístupná atmosférickému proudění, ovšem měřicí větev prochází přes čerpatelnou kyvetu.

Odčerpání vzduchu z kyvety má přímý vliv na délku optické dráhy svazku v měřicí větvi. Právě vlivem indexu lomu vzduchu je optická dráha ve vakuu odlišná od optické dráhy v libovolném prostředí s indexem lomu vzduchu  $n > 1$ . Čerpáním se tlak vzduchu v kyvetě snižuje, což má za důsledek zkrácení optické dráhy laserového svazku v měřicí větvi.

Detekční řetězec snímá a vyhodnocuje interferogram vzniklý interferencí laserového svazku z referenční a měřicí větve. Změna optické dráhy svazku v měřicí větvi má za následek změnu vzájemného fázového posuvu interferujících svazků, která se projevuje změnou struktury interferogramu – střídání světlých a tmavých interferenčních proužků. Přechod od světlého k tmavému proužku představuje v refraktometru podle obrázku 3.1 změnu optické dráhy svazku v měřicí větvi o  $\lambda/2$ . Tato hodnota představuje základní rozlišení refraktometru. Výsledná rozlišovací schopnost je pak otázkou použitého A/D převodníku a zpracování digitalizovaného signálu. Přesnost zpracování díky výpočetní technice dosahuje až osmého řádu [1].

### 3.2.2 Diferenční vícesvazkový Michelsonův interferometr

Pro zvýšení rozlišení měření indexu lomu vzduchu Michelsonovým interferometrem lze použít vícepřechodové uspořádání svazku v měřicí větvi.

Tento čtyřpřechodový interferometr (viz obrázek 3.2) byl vyvinut na ÚPT AV ČR, kde tato práce z převážné části vznikla.

Zařízení využívá polarizace laserového záření. Lineárně polarizovaný laserový svazek vstupuje do interferometru pod úhlem  $45^\circ$ . Na rozhraní se rozdělí a jedna část, polarizovaná vertikálně, prochází přímo a druhá, která je polarizovaná horizontálně, se odrazí. Tyto dvě části svazku jsou rozlišeny barevně – část, která na prvním rozhraní prošla přímo, patří referenční větvi (zelená) a část, která se odrazila, měřicí větvi (modrá).

Vlastní interferometr se skládá ze 3 pravoúhlých hranolů slepených k sobě, jak je vidět na obrázku 3.2, čtyř čtvrtvlnných destiček a dvou koutových odražečů. První koutový odražeč (označený A) posouvá svazek v rovině papíru, na kterém je obrázek nakreslen. Druhý koutový odražeč (označený B) posouvá svazky do druhé úrovně, kde opět postupují stejnou trasu, jaká je nakreslena.

Detailně bude popsána cesta jednoho – a to referenčního (zeleného) – svazku v interferometru. Poté, co vlna laserového svazku vstoupí do interferometru, má díky své polarizaci  $45^\circ$  stejnou šanci projít přímo nebo se odrazit. Popisovaný referenční svazek projde na rozhraní přímo, je polarizovaný svisle – vertikálně. Na čtvrtvlnné desce se rovinně polarizovaná vlna mění na kruhově polarizovanou (např. pravotočivou). Po odrazu se ovšem směr polarizace mění, tedy na čtvrtvlnnou desku vlna vstupuje s obráceným směrem polarizace (levotočivá). Čtvrtvlnná deska tuto kruhovou polarizaci opět změnila na rovinnou, ovšem horizontální, takže na rozhraní nám vstupuje tento svazek polarizovaný horizontálně – na rozhraní se tedy odrazí do koutového odražeče A. Při vstupu a výstupu z odražeče A nám svazek znovu prochází přes dvě čtvrtvlnné desky, tudíž při druhém vstupu na rozhraní je svazek polarizován svisle a prochází přímo. To již podruhé vstupuje do měřicí části interferometru a otáčí se o dalších  $90$  stupňů. Po odrazu na rozhraní svazek vstupuje do druhého koutového odražeče B, který nám svazek přesune do druhé spodní roviny interferometru, kde svazek prochází stejným způsobem.

Trasa měřicí – modré – větve je analogická s referenční – zelenou – větví.

#### Princip měření indexu lomu

Na počátku měření jsou v kyvetě stejné podmínky jako vně kyvety. Čítač proběhlých interferenčních proužků se před měřením nastaví na nulu. Pomalým odčerpáváním vzduchu z kyvety se mění optická dráha svazku v měřicí větvi, čímž se mění hodnota čítače proužků.

Obě větve (referenční i měřicí) v oblasti délky kyvety jsou geometricky přesně stejně dlouhé. Tedy ve vakuu jsou rovny geometrické délce kyvety  $l_{\text{geom}}$

$$l_{\text{mer}} = l_{\text{ref}} = l_{\text{geom}}, \quad (3.2)$$

kde  $l_{\text{mer}}$  je optická dráha referenční části a  $l_{\text{ref}}$  je optická dráha v měřicí části. Pro optickou dráhu svazku v části s kyvetou platí

$$l_{\text{ref}} = \frac{l_{\text{geom}}}{n}. \quad (3.3)$$

Vyjádřením změny optické dráhy  $\Delta l = l_{\text{ref}} - l_{\text{geom}}$  snadno získáme index lomu vzduchu  $n$  vyjádřením z

$$\Delta l_{\text{mer}} = l_{\text{geom}} - \frac{l_{\text{geom}}}{n}, \quad (3.4)$$

$$n = \frac{l + \Delta l_{\text{mer}}}{l_{\text{geom}}} = 1 + \frac{\Delta l_{\text{mer}}}{l_{\text{ref}}}. \quad (3.5)$$

Index lomu se tedy v případě, že je kyveta evakuovaná, dá přepsat jako poměr optické dráhy v měřící větvi k optické dráze v referenční větvi

$$n = \frac{l_{\text{ref}}}{l_{\text{mer}}}$$

a zároveň platí, že

$$l_{\text{ref}} = l_{\text{mer}} + \Delta l_{\text{mer}}.$$

Délka kyvety, resp. prostor s rozdílným prostředím, je shodná s délkou referenční větve a to se rovná  $l_0 = l_{\text{ref}}$ .

Optická dráha paprsku v kyvetě se vypočte

$$\begin{aligned} l_{\text{mer}} &= l_{\text{geom}} - \Delta l_{\text{mer}}, \\ \Delta l_{\text{mer}} &= \frac{m}{1024} \cdot \lambda_0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

kde  $m$  je hodnota zobrazená čítačem, tedy celkový počet interferenčních maxim (či minim).

Převrácená hodnota indexu lomu tedy bude

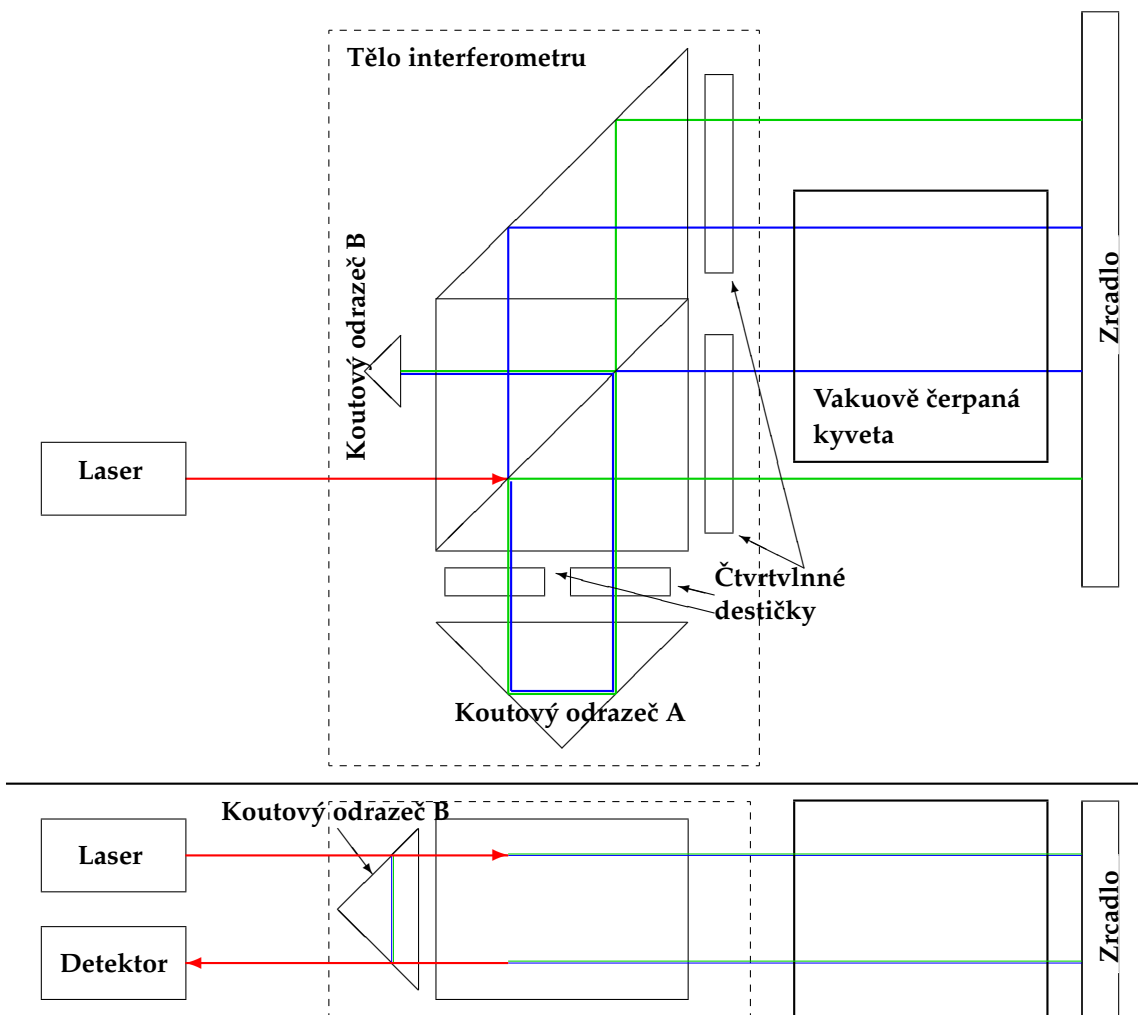
$$\frac{1}{n} = 1 - \frac{m}{1024} \cdot \frac{\lambda_0}{l_{\text{geom}}}. \quad (3.7)$$

Hodnota konstanty 1024 souvisí s rozlišovací schopností A/D převodníku v detekčním řetězci.

### Výhody a nevýhody tohoto uspořádání

Nutnost čerpání kyvety znevýhodňuje tuto metodu v nasazení do technického nebo komerčního provozu.





Obrázek 3.2: Schématický pohled na diferenční interferometr vyvinutý na ÚPT AV ČR, kde modré čáry představují svazek měřící větve, zelené čáry patří referenční větvi. Na horní části obrázku je schéma průchodu při pohledu z vrchu. Je zde názorně zobrazen průchod paprsku v první – horní – rovině interferometru. Ve druhé části obrázku je interferometr při pohledu z boku, kde jsou schématicky zachyceny dvě roviny interferometru

### 3.2.3 Měření s interferometrem typu Fabry-Perot

Druhá metoda, která je zde popisována, se zabývá systémem, který je schopen měřit index lomu vzduchu bez nutnosti vakuového čerpání.

Představme si, že máme klasický rezonátor tvořený dvěma planparalelními zrcadly ve vzájemné vzdálenosti  $d$ , jak je uvedeno v obrázku 3.3.

V rezonátoru o vzdálenosti zrcadel  $d$  se může vytvořit pouze určité spektrum stojatého vlnění. Největší vlnová délka takového vlnění bude

$$\lambda = 2d,$$

následně budou vyššími harmonickými frekvencemi. Vyberme si pro ilustraci jednu z vyšších harmonických frekvencí – např. řádu  $N$  o vlnové délce

$$\lambda = 2d/N.$$

Nyní mějme schopnost jedním ze zrcadel spojitě posouvat. Posune-li se jedním ze zrcadel o délku  $\Delta d$ , posune se i sledovaná vlnová délka rezonančního modu na novou hodnotu  $\lambda'$

$$\lambda' = \frac{2(d + \Delta d)}{N}.$$

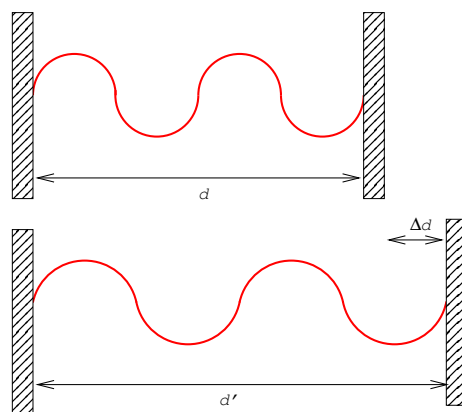
Abychom docílili rezonance laserového světla uvnitř rezonátoru, je třeba přeladit laser. Zavedením poměru  $n$  mezi novou hodnotou délky rezonátoru a hodnotou původní

$$n = \frac{d + \Delta d}{d} = 1 + \frac{\Delta d}{d}$$

se získá závislost vlnové délky sledované vyšší harmonické vlny na původní délce a poměru, o který byla tato délka změněna

$$\lambda = \frac{2nd}{N}. \quad (3.8)$$

Stejný vliv na optickou dráhu světla, jakým je posunutí jedné strany zrcadla v rezonátoru, má i index lomu vzduchu, jehož fluktuace různě prodlužují optickou dráhu (optická dráha bude vždy stejná nebo delší, než-li je dráha geometrická).



Obrázek 3.3: Demonstrace stojaté vlny v závislosti na délce rezonátoru

Stačí tedy soustavně sledovat změnu vlnové délky této  $N$ -té vyšší harmonické vlny. Nyní již jen zbývá otázka – jak určit řád rezonančního maxima.

Z rovnice (3.8) je patrné, že pro délku rezonátoru  $d$  je platí

$$d = \frac{\lambda_0}{2n} N, \quad (3.9)$$

přičemž  $\lambda_0$  je vlnová délka laserového světla ve vakuu,  $n$  je index lomu prostředí v dutině rezonátoru a  $N$  je řád vyšší harmonické vlny, kterou sledujeme.

### Spektrum rezonátoru

Vzdálenost mezi dvěma rezonančními maximy je označována jako FSR (z anglického Free Spectral Range), což je parametr Fabry-Perotova rezonátoru s přímou souvislostí na jeho velikost  $d$ . Její schématické znázornění ve spektru rezonátoru je na obrázku 3.4. Tato vzdálenost závisí na velikosti rezonátoru  $d$  a prostředí s indexem lomu  $n$  uvnitř rezonátoru. Ve vakuu, kde  $n = 1$ , platí tedy vztah

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{2d}. \quad (3.10)$$

Index lomu prodlužuje délku rezonátoru  $d$  přes koeficient  $n$ , takže v libovolném prostředí platí vztah (3.11)

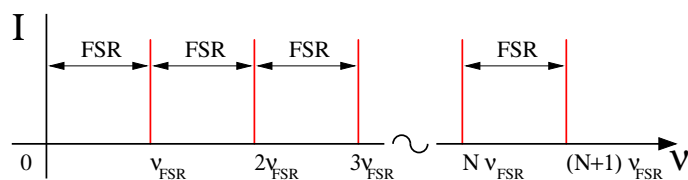
$$\nu'_{FSR} = \frac{c}{2nd}, \quad (3.11)$$

kde index lomu vždy změní hodnotu  $\nu_{FSR}$ . Hodnota rezonanční frekvence řádu  $N$ -tého řádu vyšší harmonické frekvence je ovšem s vyšším  $N$  větší a větší. Ve vakuu je tedy frekvence  $N$ -tého řádu rovna

$$\nu_N = N \cdot \nu_{FSR}$$

a v prostředí, kde  $n \neq 1$  platí

$$\nu_N = N \cdot \nu'_{FSR}.$$



Obrázek 3.4: Znázornění vzdálenosti mezi jednotlivými maximy propustnosti v rezonančním spektru se nazývá FSR

### 3.2.4 Metoda měření indexu lomu vzduchu interferometrem typu Fabry-Perot

Měření indexu lomu vzduchu pomocí Fabry-Perotova interferometru spočívá v určení indexu lomu vzduchu pomocí Edlénovy formule (rovnice (3.1)) a jejím následném zpřesnění prostřednictvím Fabry-Perotova interferometru. Tato metoda je označována jako přímá metoda určení hodnoty indexu lomu vzduchu a přesnost získaného výsledku je v osmém řádu ( $10^{-8}$ ).

#### Odvození metody s Fabry-Perotovým interferometrem

Fabry-Perotův interferometr je optický rezonátor se dvěma planparalelními zrcadly. Je-li v rezonátoru stojatá vlna (obrázek 3.3), pro vzdálenost mezi zrcadly platí podmínka

$$2nd = \lambda_0 (m + e), \quad (3.12)$$

kde  $n$  je index lomu prostředí vyplňující Fabry-Perotův rezonátor,  $d$  je vzdálenost zrcadel,  $\lambda_0$  je vlnová délka laserového světla ve vakuu,  $m$  je celistvý počet půlvln mezi zrcadly,  $e$  je zlomek rezonančního řádu, pohybuje se v rozmezí  $\langle 0; 1 \rangle$ .

Zlomek rezonančního řádu (anglicky „fraction order of the resonance“ [12]) se projeví tehdy, pokud frekvence laseru není přesně shodná s rezonanční frekvencí rezonátoru. Je-li laser naladěn na rezonanční maximum, jsou  $e = 0$ . V případě, že  $e \neq 0$ , tak popisuje míru rozladění rezonátoru. Zatímco  $m$  jsou celá čísla udávající počet půlvln v rezonátoru, tak  $e$  udává část půlvlny nad zmíněný celistvý počet půlvln.

Interferometr použitý pro ověření této metody, se skládá ze dvou planparalelních kruhových zrcadel, mezi něž je vložena kyveta. Ta rozděluje rezonátor na dvě části – vnitřní a vnější, přičemž celý interferometr zůstává válcově symetrický (obrázek 3.5).

Vnitřní část je permanentně vakuově vyčerpána, zatímco vnější je vystavena běžným atmosférickým podmínkám.

Vzorec (3.12) je tedy nutné použít pro vnější a pro vnitřní část samostatně.

$$\text{Vnitřní část:} \quad d = \frac{\lambda_0}{2} (m_1 + e_1) . \quad (3.13)$$

$$\text{Vnější část:} \quad d = \frac{\lambda_0}{2n} (m_2 + e_2) , \quad (3.14)$$

kde  $m_1$  je počet půlvln ve vnitřní části,  $e_1$  je zlomek rezonančního řádu ve vnitřní části,  $m_2$  je počet půlvln ve vnější části a  $e_2$  je počet půlvln ve vnější části interferometru.

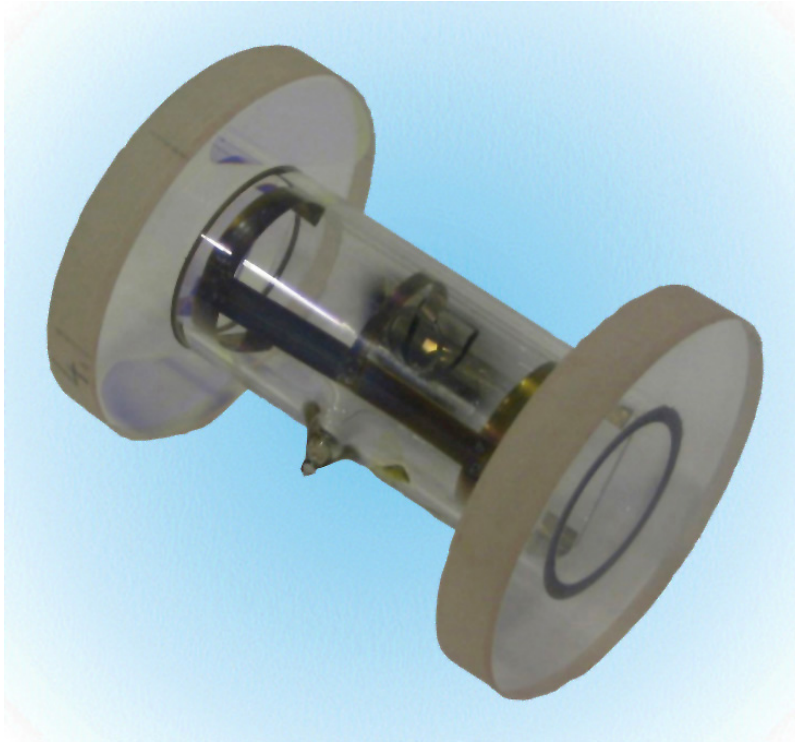
Obě části jsou přesně stejně dlouhé, tedy platí vztah

$$\frac{\lambda_0}{2} (m_1 + e_1) = \frac{\lambda_0}{2n} (m_2 + e_2) . \quad (3.15)$$

Z rovnice (3.15) pro index lomu vzduchu  $n$  platí

$$\frac{1}{n} = \frac{m_1 + e_1}{m_2 + e_2} . \quad (3.16)$$

Aby platila rovnice (3.15) je nezbytně nutné, aby obě části rezonátoru byly stejně dlouhé. Toto se řeší použitým materiálem, jehož koeficient teplotní roztažnosti je roven  $\alpha = 5,1 \cdot 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{K}^{-1}$ , takže teplotní změny neovlivní velikost rezonátoru.



Obrázek 3.5: Fotografie rezonátorové kyvety [13]

Je ovšem nezbytně nutné určit interval, ve kterém se index lomu vzduchu  $n$  nachází. K tomuto se užívá Edlénova formule. Tato hodnota se zpřesňuje použitím Fabry-Perotova interferometru.

Rovnici (3.14) pro vnější část je možné přepsat pomocí rozdílu  $\Delta m = m_2 - m_1$  na rovnici pro vnitřní část

$$d = \frac{\lambda_0}{2n} (m_1 + \Delta m + e_2) , \quad (3.17)$$

odtud pak

$$e_2 = \frac{2nd}{\lambda_0} - m_1 - \Delta m . \quad (3.18)$$

Velikost intervalu hodnot v němž se nachází hledaná hodnota indexu lomu vzduchu určuje vztah

$$n_2 - n_1 = \frac{\lambda_0}{2d} [(m_2 - m_1) + (e_2 - e_1)] , \quad (3.19)$$

$$n_2 - n_1 = \frac{\lambda_0}{2d} (\Delta m - \Delta e) . \quad (3.20)$$

Budou-li oba lasery naladěny přesně na rezonanční frekvenci příslušné části interferometru (tedy  $e_1 = e_2 = \Delta e = 0$ ), bude hledaný rozsah hodnoty indexu lomu vzduchu daný pouze podmínkou, že se počet půlvln laserového záření v příslušných částech interferometru může lišit maximálně o jednu

$$m_2 - m_1 \leq 1 . \quad (3.21)$$

Při respektování podmínky (3.21) je možné vyjádřit rovnici (3.20) v rovnici (3.22), kde  $n_2 - n_1$  odpovídá intervalu hodnoty indexu lomu vzduchu, který byl získán měřením atmosférických veličin dosazených do Fírovy formule (viz. vzorec (3.1)).

$$n_2 - n_1 \leq \frac{\lambda_0}{2d} = \frac{1}{2d} \cdot \frac{c}{\nu_0} = \frac{\nu_{FSR}}{\nu_0}, \quad (3.22)$$

kde  $\nu_{FSR}$  je frekvenční vzdálenost mezi rezonančními mody.

Odvozením [13, str. 9] z rovnic (3.13) a (3.14) je možné rozdíly indexů lomu vzduchu  $\Delta n$  vyjádřit rovnicí

$$\Delta n = \frac{\Delta m - e_1 + e_2}{m_1 + e_1}. \quad (3.23)$$

Roznásobením a dalšími úpravami rovnice (3.23) získáme tvar

$$\Delta n \cdot m_1 = \Delta m - e_1 (\Delta n + 1) + e_2. \quad (3.24)$$

Pravou část této rovnice je přitom možno rozdělit na dvě části:  $\Delta m$ , což odpovídá rozdílu celých čísel  $m_1$  a  $m_2$  mezi vnitřní a vnější částí rezonátoru, a

$$\Delta e_{Edlen} = -e_1 \cdot (\Delta n + 1) + e_2,$$

odpovídající zlomku řádu rezonance. Tato je přitom vypočtena na základě Edlénovy (Fírovy) formule. Očekávaná frekvence zázněje  $\Delta \nu_{calc}$  se získá ze znalosti hodnoty  $\Delta e_{Edlen}$  a znalosti frekvence  $\nu_{FSR}$  podle vztahu

$$\Delta \nu_{calc} = \Delta e_{Edlen} \cdot \nu_{FSR}. \quad (3.25)$$

Frekvence zázněje mezi lasery ( $\nu_{mer}$ ) je měřena s přesností v řádu  $10^4$  Hz. Je možné tedy provést zpřesnění hodnoty rozdílu zlomků rezonančního řádu z  $10^{-6}$  na  $10^{-8}$  pomocí vztahu

$$e_2 - e_1 = \frac{\Delta \nu_{mer}}{\Delta \nu_{calc}} \cdot \Delta e_{Edlen}. \quad (3.26)$$

Dosazení hodnoty rozdílu celých čísel rezonančních řádů i zlomků těchto čísel rovnice (3.23) zpřesní Edlénovou formulí získanou hodnotu indexu lomu vzduchu o další dva řády (až na  $10^{-8}$ ). Přesnost  $10^{-8}$  je v dána šířkou rezonanční čáry použitého rezonátoru (viz. obrázek 2.2).

### 3.2.5 Názorný příklad

Ze znalosti indexu lomu vzduchu  $\Delta n$  s přesností na  $10^{-6}$  z měření atmosférických veličin a jejich dosazení do Edlénovy formule, velikosti rezonátoru  $d$  a vakuové vlnové délky laserového světla, je možné určit součet  $m_1 + e_1$  podle vztahu (3.27).

Tento příklad je vypočítán s hodnotou indexu lomu vzduchu<sup>1</sup> určenou Edlénovou (Fírovou) formulí rovnou

$$n = 1,000\,259 \Rightarrow \Delta n = 0,000\,259 ,$$

délkou rezonátoru  $d = 0,121\,0149$  m.

$$m_1 + e_1 = \frac{2d}{\lambda_0} = \frac{2 \cdot 0,121\,0149}{632,990\,796 \cdot 10^{-9}} = 382\,359,1141 , \quad (3.27)$$

přičemž celé číslo je  $m_1 = 382\,359$  a zlomek je  $e_1 = 0,1141$ .

Dosazením do vztahu (3.24) se vyjádří  $\Delta m$  a  $\Delta e$

$$\begin{aligned} \Delta n \cdot m_1 &= \Delta m - e_1 (\Delta n + 1) + e_2 , \\ m_2 + e_2 &= (m_1 + e_1) \cdot n , \\ \Delta n \cdot m_1 &= (m_1 + e_1) n - (m_1 + e_1) , \\ \Delta n \cdot m_1 &= \Delta m - \Delta e_{\text{Edlén}} = 99,030\,981 , \end{aligned} \quad (3.28)$$

tedy  $\Delta m = 99$  a  $\Delta e_{\text{Edlén}} = 0,030\,981$ .

Vynásobením  $\Delta e_{\text{Edlén}}$  velikostí frekvence  $\nu_{\text{FSR}} = 528,95$  MHz dá hodnotu očekávané velikosti  $\nu_{\text{calc}}$ , podle rovnice (3.25)

$$\Delta \nu_{\text{calc}} = \Delta e_{\text{Edlén}} \cdot \nu_{\text{FSR}} = 0,030\,981 \cdot 528,95 = 16,387 \text{ MHz} \quad (3.29)$$

Podle rovnice (3.26) se zpřesní hodnota  $e_2 - e_1$ . Měřená frekvence zázněje v rovnici (3.30) je  $\nu_{\text{mer}} = 24,25$  MHz

$$e_2 - e_1 = \frac{\Delta \nu_{\text{mer}}}{\Delta \nu_{\text{calc}}} \cdot \Delta e_{\text{Edlén}} = \frac{24,25}{16,387} \cdot 0,030\,981 = 0,045\,846\,66 \quad (3.30)$$

Posledním krokem je dosazení nyní již známých hodnot  $\Delta m$ ,  $e_1$ ,  $m_1$  a přesné hodnoty  $e_2 - e_1$  do vzorce (3.23). Při číselném vyjádření tedy vychází rozdíl indexu lomu vzduchu od vakua jako

$$\Delta n = \frac{\Delta m - e_1 + e_2}{m_1 + e_1} = \frac{99 + 0,045\,846\,66}{382\,359 + 0,1141} = 0,000\,259\,04 \pm (0,000\,000\,01) . \quad (3.31)$$

<sup>1</sup>Složení vzduchu je následující: Teplota  $t = 20^\circ \text{C}$ , tlak  $p = 103 \text{ kPa}$  a relativní vlhkost  $H = 40\%$ .

## Kapitola 4

# Výsledky měření

### 4.1 Popis aparatury

Praktické měření probíhalo v laboratořích Koherenční optiky na ÚPT AV ČR.

Hlavní částí sestavy pro měření indexu lomu vzduchu byly dva přeladitelné He-Ne lasery a Fabry-Perotův rezonátor rozdělený na dvě části. Vnitřní část, jenž byla permanentně vyčerpána na tlak  $10^{-3}$  Pa až  $10^{-5}$  Pa, a vnější, která byla vystavena atmosférickému proudění.

Blokové schéma je na obrázku 4.2. V sestavě jsou zapojeny dva He-Ne lasery zářící na vlnové délce  $\lambda_0 = 632,990\,796 \cdot 10^{-9}$  m.

Popis jednotlivých částí experimentu:

- Oba laserové svazky jsou na polarizačních děličích (na obrázku 4.2 označené PD) rozděleny na dva, vzájemně kolmo polarizované, svazky. Vzájemnou interferenci prvních částí z obou laserových svazků zaznamenává lavinová fotodioda (LPD), jejíž signál je následně přepočítán a digitálně zpracován čítačem s vysokou rozlišovací schopností [1].

Druhá část prochází přes Fabry-Perotův rezonátor, kde je detekována fotodetekto-rem D1, resp. D2. Mezi laserem a děličem je půlvlnná deska označená  $\lambda/2$ , která stáčí vektor polarizace laserového světla, čímž se docílí správného poměru rozdělení světla na polarizačním děliči.

- Faradayovy izolátory (FI) zabraňují zpětným odrazům od jednotlivých optických elementů proniknout zpět do laseru. Na obrázku 4.1 je schéma optického izolátoru. Celý izolátor využívá tzv. Faradayova jevu<sup>1</sup>.

Izolátor se skládá ze skleněné tyče s velkou Verdeovou konstantou a dvou polarizátorů, vzájemně otočených o úhel  $\Phi = 45^\circ$ . Polarizátor P1 umožňuje rovině polarizovaného monochromatického světla projít sklem, umístěným podél osy solenoidu.

<sup>1</sup>Faradayův jev [14] – otáčení roviny polarizace elektromagnetického záření šířícího se látkou a nevykazující přirozenou optickou aktivitu, způsobené vnějším magnetickým polem působícím ve směru šíření záření.

Je-li opticky neaktivní látka umístěna do silného magnetického pole, stává se *opticky aktivní* a indexy lomu látky ( $n^+$  a  $n^-$ ) pro kruhově pravotočivé a levotočivé polarizované záření se stávají rozdílnými. Důsledkem toho je, že se směr polarizace lin. polarizovaného monochromatického záření o vlnové délce  $\lambda$  šířícího se látkou ve směru pole otočí o úhel  $\Phi = [\pi l (n^+ - n^-)] / \lambda$ , kde  $l$  je délka prošlé dráhy záření v látce.

Na rozdíl od přirozeně opticky aktivních látek dochází v případě Faradayova jevu při zpětném průchodu (např. po odrazu od zrcadla) k dalšímu otáčení roviny polarizace *ve stejném smyslu*.





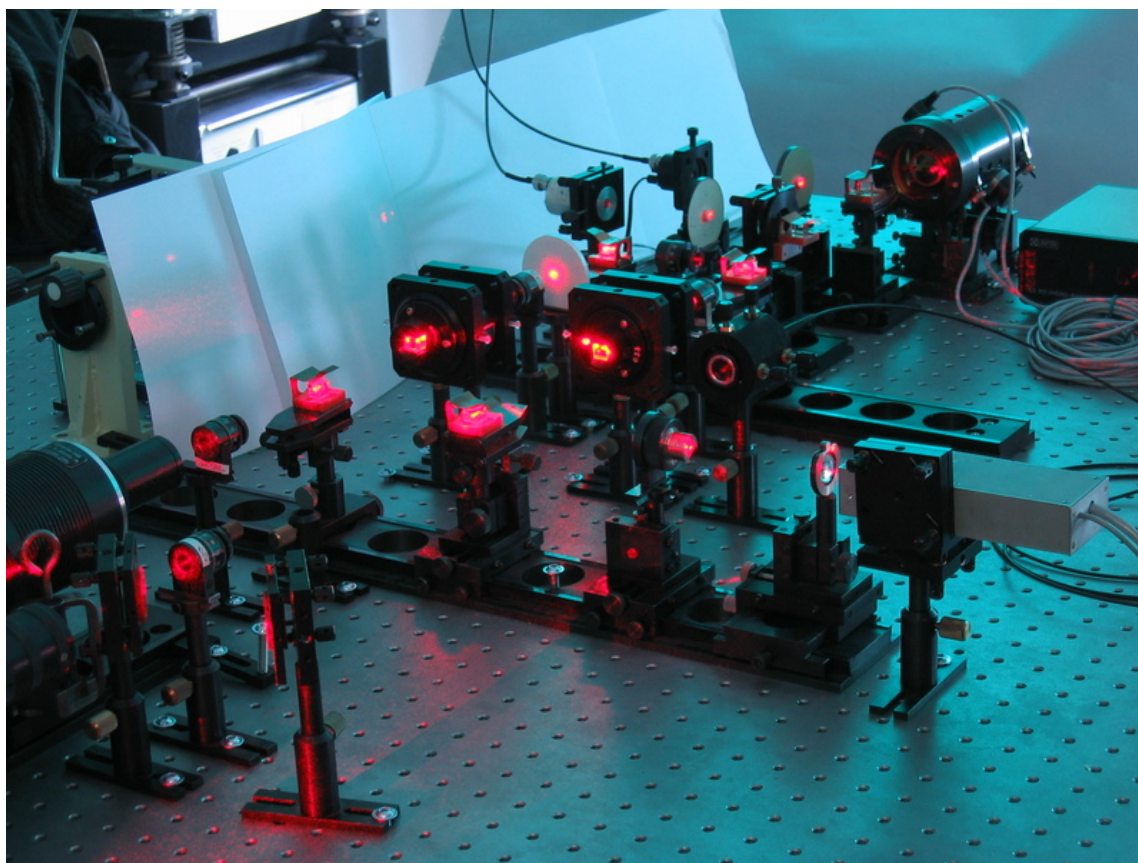
Proud v solenoidu indukuje magnetické pole takové intenzity, aby se rovina polarizace procházejícího záření otočila při průchodu sklem o úhel  $45^\circ$ . Světlo s rovinou polarizace otočenou o úhel  $45^\circ$  projde polarizátorem P2 nezeslabené. Světelné elektromagnetické záření projde sklem a jeho rovina polarizace bude otočena opět o  $45^\circ$ , tzn. že v bodě A otočena o  $90^\circ$  vzhledem k rovině polarizace vstupujícího záření. Proto tento svazek neprojde polarizátorem P1 zpět.

- Pro automatizaci celého systému je velice podstatná elektronika pro řízení laserů (označená EL 1 a EL 2) a počítače PC. Software pro frekvenční stabilizaci laserů na základě signálu z detektorů D1 a D2 počítá velikost posunutí piezo krystalů v rezonátorech laserů tak, aby lasery byly stále naladěny na dané rezonanční peaky v rezonátoru. Výpočty jsou poté předány řídicí elektronice laserů, která provede odpovídající změny. K vnitřní komunikaci se používá sériová komunikační sběrnice CAN (Controller Area Network). Tímto systémem je docílená plná automatizace měření bez nutnosti zásahu, protože je vytvořena řídicí smyčka, která hlídá naladění laserů na příslušné rezonanční módy Fabry-Perotova rezonátoru.
- Lavinová fotodioda LPD zaznamenává záznejový signál mezi optickými frekvencemi laserů. Tento signál zpracovává řídicí počítač, který spolu s daty z měření atmosférických veličin, počítá okamžitou hodnotu indexu lomu vzduchu.
- Měření hodnot atmosférických veličin se provádí přímo ve Fabry-Perotově interferometru. Měřicí jednotky na měření teploty vzduchu, tlaku vzduchu a relativní vlhkosti jsou připojeny k digitalizační kartě k tomuto účelu navržené. Všechna data jsou posléze posílána po sběrnici CAN do řídicího počítače, který provádí veškeré výpočty.

## 4.2 Výsledky dlouhodobého měření

Ověření výše popsané metody proběhlo na ÚPT AV ČR pod vedením Ondřeje Čípa a Zdeňka Buchty. Fotografie používané aparatury je na obrázku 4.3. V levé části jsou dva He-Ne lasery. Laserový svazek se poté šíří přes optické členy až do rezonátoru (v horní části je vidět jako velký tmavý válec) a dále do detektorů (v horní části obrázku jsou kabely vedeny nahoru na závěsnou síť nad laboratorním stolem). V popisu aparatury a měření je dále velmi důležitá frekvence zázněje mezi oběma lasery měřená lavinovou fotodiodou a následně data zpracovávající elektronika - tato je na fotografii v pravé dolní části snímku jako světlé zařízení.

K zjištění hodnoty indexu lomu vzduchu pomocí Edlénovy formule se užívá jednotky zvané „weather bureau“, která sdružuje čidla s vysokou přesností pro měření tlaku, teploty a relativní vlhkosti. Na fotografii je vidět úplně v pravo nahoře, přičemž čidla teploty jsou připevněny na tělo Fabry-Perotova rezonátoru.



Obrázek 4.3: Fotografie měřicí aparatury

V rámci této bakalářské práce byla provedena série dlouhodobých experimentálních měření indexu lomu vzduchu v laboratoři. Celkem bylo provedeno na patnáct měření v časovém rozsahu od dvouhodinového záznamu až do po desetihodinová měření a cílem bylo ověření metody stanovení indexu lomu vzduchu pomocí Fabry-Perotova rezonátoru. Do této práce byla vybrána ukázka hodinového záznamu, jednoho z mnoha provedených měření z noci z 15. na 16. května 2007.

Čas na horizontálních osách je v hodinách, kde počátek odpovídá okamžiku spuštění experimentu. Vybraný úsek v čase 7–8 hodin od počátku odpovídá chvíli, kdy se již v laboratoři ustálily atmosférické podmínky vhodné pro měření. Měření probíhalo v noci v uzamčené laboratoři, aby výsledky nebyly ovlivněny pohybem osob po místnosti a proudění vzduchu, které by jejich pohyb vyvolal. Použité vztahy počítají s předem odhadnutou koncentrací jednotlivých plynů.

Na obrázku 4.4 jsou vyneseny průběhy měřených hodnot atmosférických veličin potřebných pro určení hodnoty indexu lomu vzduchu pomocí Edlénovy formule. Takto vypočtený index lomu je v poslední části grafu 4.4.

Praktická část této bakalářské práce spočívala v sestavení optické trasy a přesném seřízení všech jejích členů, provedení všech potřebných měření a následném zpracování a vyhodnocení výsledků.

Jak je vidět na obrázku 4.5, jsou rozdíly mezi hodnotami stanovenými pomocí Fabry-Perotova interferometru a Edlénovy formule proti nezávislé metodě s Michelsonovým interferometrem minimální.

Přesnost přímé metody měření indexu lomu vzduchu je také dána Fabry-Perotovým interferometrem. Je nutné zaprvé určit přesně vzdálenost zrcadel v interferometru k přesnému zjištění frekvenční vzdálenosti  $\nu_{FSR}$  (viz strana 22), která se užívá ve výpočtu (rovnice (3.25) na straně 25; tato byla v našem případě  $d = 0,1210149$  m) a zajistit její stálost zejména s ohledem na teplotní změny použitím materiálu s co nejmenší konstantou teplotní roztažnosti (materiál Zerodur). Na přesnost má také vysoký vliv volba zrcadel na Fabry-Perotův rezonátor z pohledu odrazivosti. Vliv odrazivosti je rozebrán v kapitole 2.3, především pak s odrazivostí spjatá veličina jemnost  $\mathcal{F}$  určující šířku rezonanční čáry ve spektru rezonátoru, jak je ukázáno na obrázku 2.2. Vzhledem k tomu, že je šířka rezonanční čáry úzce spjatá s přesností měření zlomků rezonančního řádu (v práci označováno jako  $e_1$  a  $e_2$ , definováno na straně 23), a potažmo i přesnost celého měření, je třeba kvalitě rezonátoru věnovat velkou pozornost.

Pro měření byly použity dva He-Ne lasery s přeladitelností asi jeden GHz, což se ukázalo nedostatečné – tento rozsah pokryje pouze změnu indexu lomu odpovídající teplotě asi půl stupně, a proto v současné době probíhají pokusy s lasery polovodičovými, které mají větší přeladitelnost a tím pádem pokryjí větší rozsah indexu lomu vzduchu, přičemž dosud provedené experimenty nasvědčují tomu, že by zmíněná náhrada byla v budoucnu možná.

Na grafu 4.6 je šestiminutový záznam (výřez z grafu 4.5), na kterém je vidět několik výše popsaných vlastností metody.

1. První z nich je menší směrodatná odchylka (nižší šum) interferometrických měření oproti měřením atmosférických veličin a následné určení hodnoty indexu lomu vzduchu. Tato se u metody s Fabry-Perotovým interferometrem pohybuje v osmém řádu, zatímco u metody využívající empiricky získanou Edlénovu formuli je přesná do šestého řádu.

2. Další informací, kterou z grafu 4.6 získáme, je ověření, že až do šestého řádu se obě metody shodují a rozdíl nastává až v řádu sedmém – zpřesnění o dva řády existující hodnoty indexu lomu vzduchu získanou Edlénovou formulí.

Ověření metody proběhlo srovnáním s nezávislou metodou – v tomto případě s Michelsonovým interferometrem s čerpatelnou kyvetou, jak je popsáno v části 3.2.1 na straně 17. Srovnání přesnosti obou metod je na obrázku 4.7. Na tomto šestiminutovém záznamu je zřetelně vidět, že se metody rozcházejí nejvýše na poslední platné číslici maximálně o jednu – v místě, kde je hraniční rozlišovací schopnost metod.

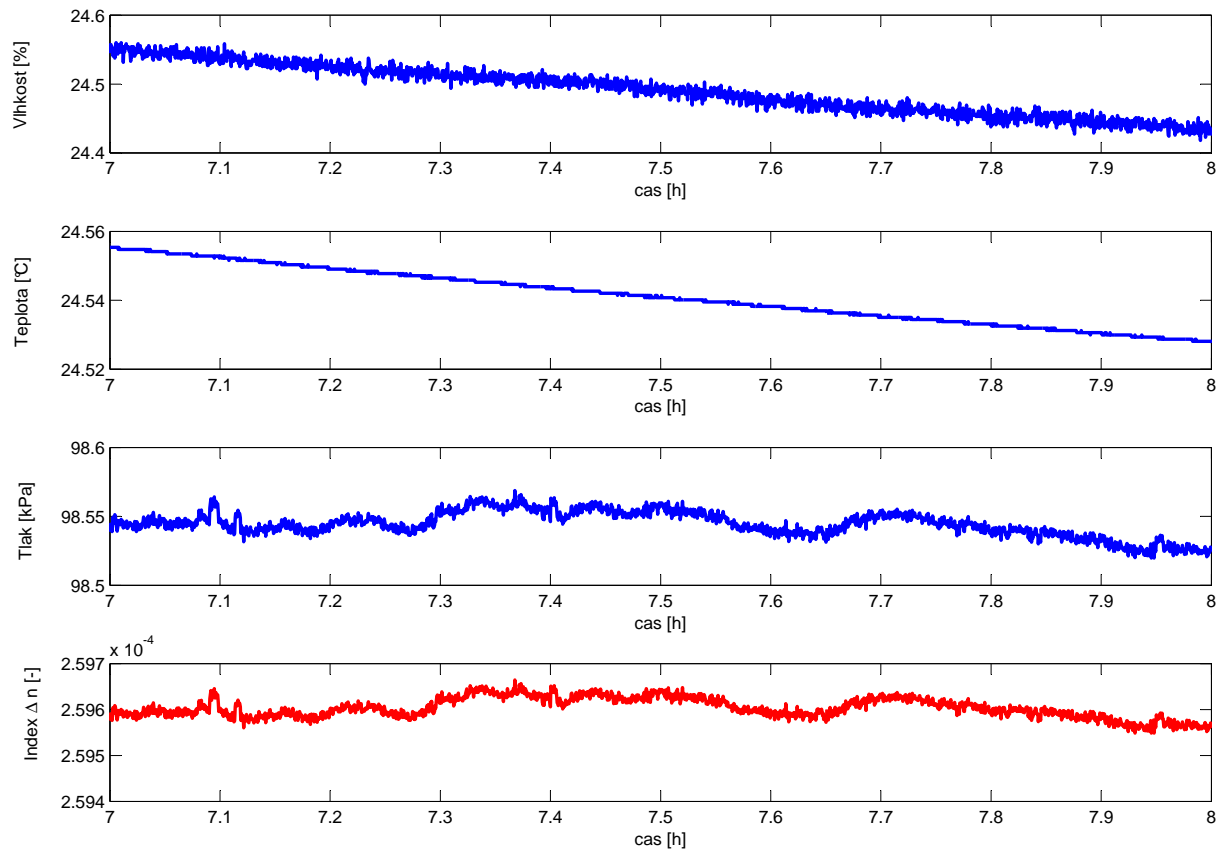
V tabulce 4.1 jsou uvedeny všechny tři metody pro určení hodnoty indexu lomu vzduchu. Ze tří minut záznamu byly následně vypočteny průměrné hodnoty indexu lomu vzduchu a jejich chyby. Přesnost Edlénovy formule souvisí s přesností jednotlivých měření atmosferických veličin, které se podle zákona o šíření chyb šíří až do výsledku indexu lomu vzduchu. Z tohoto zákona je také možné odhalit vliv změn jednotlivých atmosferických veličin: tlaku, teploty a relativní vlhkosti. Tímto vlivem se ve své práci zabýval Vít Matoušek [13].

Z posledního sloupce plyne, že šum metody pro určení indexu lomu vzduchu s využitím Fabry-Perotova rezonátoru je přesnější, než klasická metoda s Michelsonovým refraktometrem. Při použití laseru, jehož emisní čára je velice úzká, a se zrcadly s vyšší odrazivostí do Fabry-Perotova rezonátoru, čili s užšími maximy ve spektru propustnosti, bylo by možné přesnost této metody ještě zvýšit.

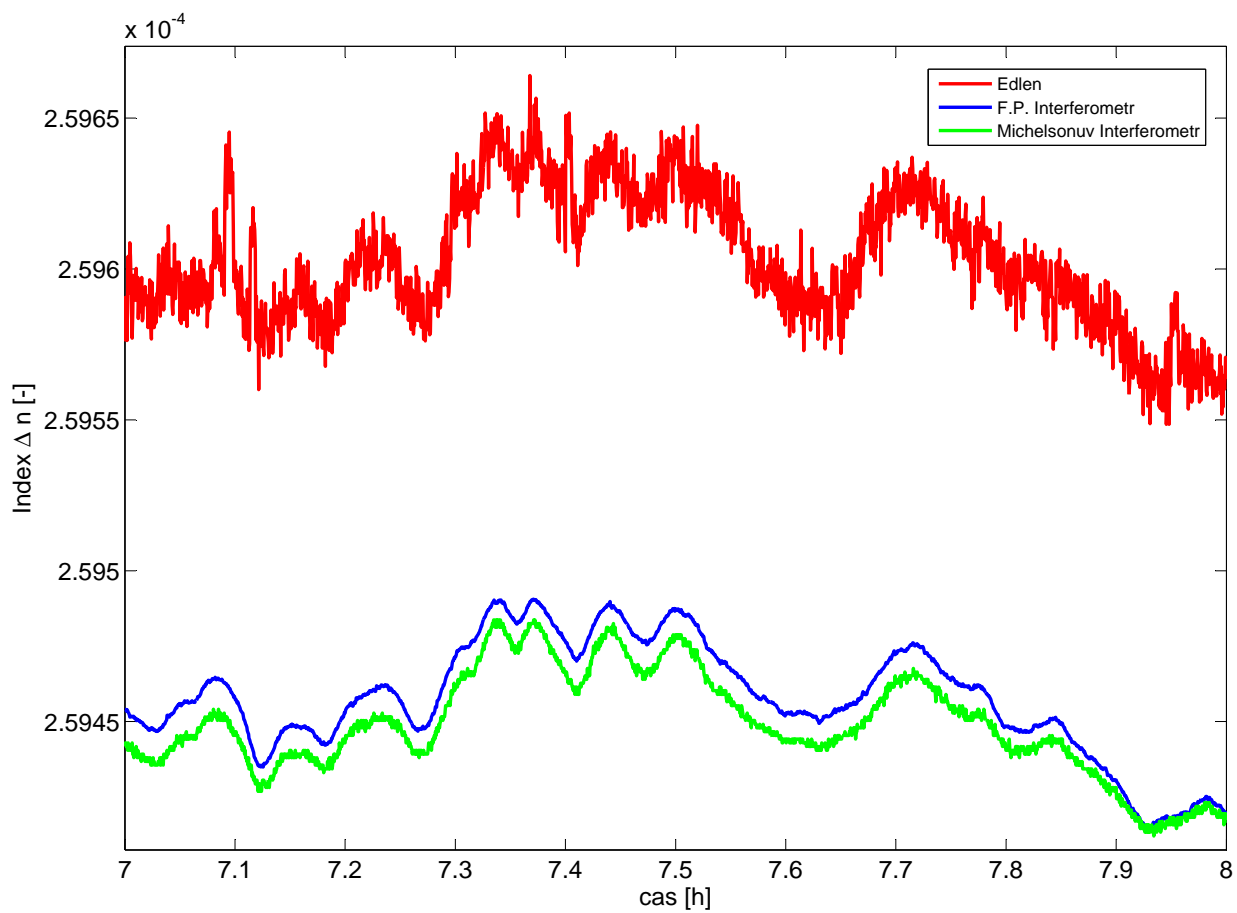
V našem případě bylo užito rezonátoru s odrazivostí  $r = 97,6\%$ . Podle výše uvedených vztahů je jemnost  $\mathcal{F}$  tohoto rezonátoru  $\mathcal{F} = 129,3$  a spektrální šířka rezonátorových modů tedy je 4,8 MHz. Všechny tyto veličiny následně mají vliv na přesnost metody s Fabry-Perotovým interferometrem.

Tabulka 4.1: Metody pro určení hodnoty indexu lomu vzduchu se vypočtenou průměrnou hodnotou pro index lomu vzduchu a střední kvadratická odchylka vypočtené ze tříminutového záznamu

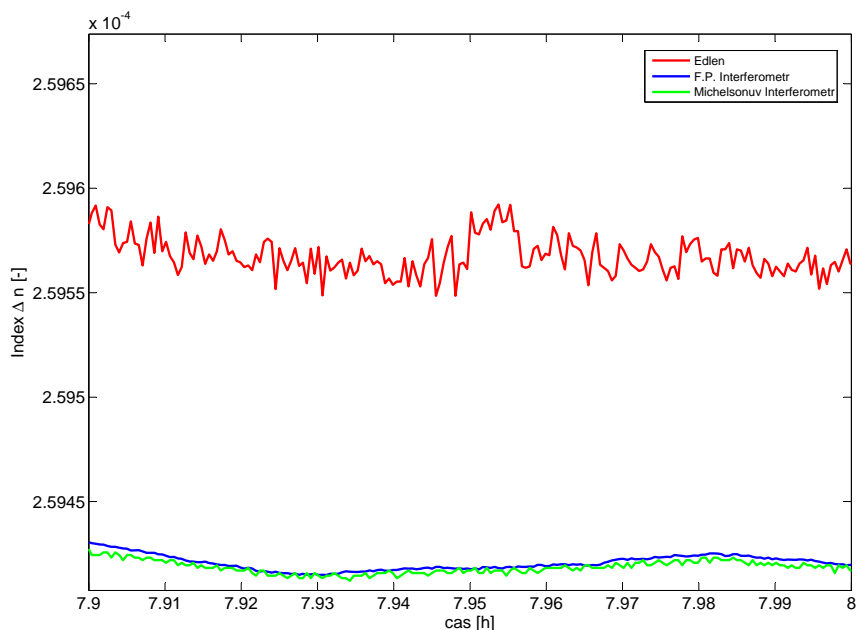
Metoda	Střední hodnota indexu lomu vzduchu	Směrodatná odchylka
Nepřímá metoda Edlénova formule	1,000 259 681	$6,4 \cdot 10^{-9}$
Interferometrické měření Michelsonovým interferometrem	1,000 259 535	$1,7 \cdot 10^{-9}$
Metoda s využitím Fabry-Perotova rezonátoru	1,000 259 541	$1,3 \cdot 10^{-9}$



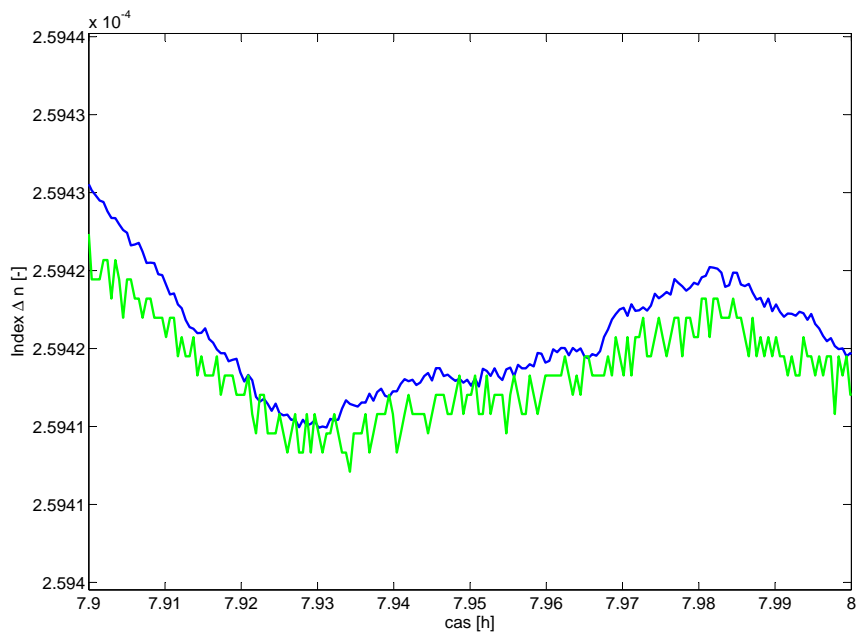
Obrázek 4.4: Atmosférické veličiny (vlhkost, teplota a tlak) a z nich Edlénovou formulí (viz. rovnice (3.1)) vypočtený rozdíl indexu lomu vzduchu od indexu lomu vakua



Obrázek 4.5: Hodnota indexu lomu v závislosti na čase měření (viz. graf 4.4 na předchozí straně)



Obrázek 4.6: Fluktuace hodnoty indexu lomu vzduchu měřené s metodou s Fabry-Perotovým rezonátorem a metodou s užitím Edlénovy formule



Obrázek 4.7: Zobrazení srovnání metody s Fabry-Perotovým interferometrem a metodou užívající Michelsonův interferometr



## Kapitola 5

### Závěr

Tato práce se zabývala možnostmi měření indexu lomu vzduchu přímými laserovými metodami s vysokou přesností. Hlavní váha práce spočívala v porozumnění jednotlivým metodám k určení hodnoty indexu lomu vzduchu a na následném užití získaných poznatků k praktickému ověření nové experimentální metody. Toto zahrnovalo sestavení jednotlivých komponent do optické sestavy, její seřízení a následné pořízení série výsledků.

Mezi hlavní výhody zkoumané metody patří vysoká přesnost změřené hodnoty indexu lomu vzduchu (s přesností až  $10^{-8}$ ) bez nutnosti opětovného čerpání, jak je nutné u tradičních metod (Michelsonův interferometr). Užitý Fabry-Perotův interferometr se tak ukázal jako vhodnou volbou pro měření indexu lomu vzduchu vzhledem k nízkému šumu naměřených dat.

Nová metoda byla ověřena sérií nezávislých měření prováděných souběžně s metodou novou, jmenovitě užitím Michelsonova interferometru s jednou vakuovatelnou měřicí větví, jehož přesnost dosahuje téměř stejné hodnoty, jako přesnost nové popisované metody. Ověřená přesnost nové metody byla předem odhadnuta na základě použitých materiálů a moderních metod zpracování digitálního signálu.

Další směr výzkumu v této oblasti povede na osamostatnění metody od nutnosti měření atmosférických podmínek s užitím laserů s široce přeladitelným rozsahem vlnové délky, která poskytuje mnohem větší rozsah měření indexu lomu vzduchu než použité He-Ne lasery.

# Literatura

- [1] Petrů F. a Číp O. Problems regarding linearity of data of a laser interferometer with a single-frequency laser. *Precision engineering*, 23:39–50, 1999.
- [2] Edlén B. The refractive index of air. *Metrologia*, 2:71–80, 1966.
- [3] Hecht E. *Optics*. Pearson Education, 2002.
- [4] Liao S., Dourmashkin P. a Belcher J. W. *Massachusetts Institute of Technology: "Fyzika 8.02: Elektřina a magnetismus"*. Sdružení Aldebaran, 2006. <http://www.aldebaran.cz/elmg/index.html>.
- [5] Saleh B. E. A., Teich M. C. *Základy fotoniky*. Matfyzpress, 1980.
- [6] Quinn T. J. Mise en pratique de definition du metre. *Metrologia*, 30:523–541, 1993/94.
- [7] Fíra R. Index lomu vzduchu. *JMO*, 7–8, 1996.
- [8] Birch K. P. a Downs M. J. An updated Edlén's equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 30:155–162, 1993.
- [9] Birch K. P. a Downs M. J. Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 31:315–316, 1994.
- [10] Bönsch G. a Potulski E. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén's formulae. *Metrologia*, 35:133–139, 1998.
- [11] Stone J. A., a Zimmerman J. H. <http://emtoolbox.nist.gov>.
- [12] Khelifa N., Fang H., Xu J., Juncar P. a M. Himbert. Refractometer for tracking changes in the refractive index of air near 780 nm. *Applied Optics*, 37:154–161, 1998.
- [13] Matoušek V. *New method for direct measurement of the refraction index of air with an optical resonator*. PhD thesis, VUT Brno, Czech rep., 2002.
- [14] Havelka B. *Optical Resonators*. Springer, 1997.
- [15] Kopka H., Daly P. W. *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X – Komplettní průvodce*. Computer press, 2004.

Tato práce byla vysázena v sázecím systému L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> [15].