

MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vícenásobná spirální struktura v galaxiích

Magdalena Špoková

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Bruno Jungwiert, Ph.D.

2015

Bibliografický záznam

Autor: Magdalena Špoková
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Název práce: Vícenásobná spirální struktura v galaxiích

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astrofyzika

Vedoucí práce: RNDr. Bruno Jungwiert, Ph.D.

Akademický rok: 2014/15

Počet stran: 46

Klíčová slova: spirální struktura, dráhy hvězd, logaritmický potenciál, potenciál spirálních ramen

Bibliographic entry

Author: Magdalena Špoková
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of thesis: Multiple spiral structure in galaxies

Degree Programme: Physics

Field of Study: Astrohysics

Supervisor: RNDr. Bruno Jungwiert, Ph.D.

Academic Year: 2014/15

Number of Pages: 46

Keywords: spiral structure, orbits of star, logarithmic potential, gravitational potential of spiral arms

Děkuji RNDr. Brunu Jungwiertovi Ph.D. za veškerou pomoc s touto prací, projevenou ochotu, trpělivost a věnovaný čas. Také děkuji rodině a přátelům za psychickou podporu.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne:

Magdalena Špoková

.....

.....

Abstrakt:

Cílem této práce je seznámení se se spirálními galaxiemi, jejich strukturou, potenciálem a simulací pohybu částice v jejich potenciálu. K tomuto účelu byly napsány programy pro integraci drah částic, konkrétně pro logaritmický potenciál, potenciál galaxie s jedním a dvěma systémy spirálních ramen. Pomocí nich jsme zkoumali dráhy hvězd v těchto potenciálech.

Klíčová slova: spirální struktura, dráhy hvězd, logaritmický potenciál, potenciál spirálních ramen

Abstract:

The aim of this thesis is to introduce the reader to spiral galaxies, their structure and their potential as well as to the simulation of particle movements within this potential. Programs have been written as part of this project for the integration of particle trajectories: one for the logarithmic potential and for the potential of galaxy with one spiral arm system and one for the potential of galaxy with two spiral arm systems. These programs were used to examine trajectories of stars within the galaxies

Keywords: spiral structure, orbits of star, logarithmic potential, gravitational potential of spiral arms



MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Akademický rok: 2014/2015

Ústav: Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Studentka: Magdalena Špoková

Program: Fyzika

Obor: Astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PŘF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s tématem:

Téma práce: Vícenásobná spirální struktura v galaxiích

Téma práce anglicky: Multiple spiral structure in galaxies

Oficiální zadání:

Práce se zaměří na studium vícenásobné spirální struktury v galaxiích (superpozice několika systémů spirálních ramen s různými úhlovými rychlostmi) a s ní související radiální migrace hvězd. Student/ka se seznámí se základy teorie spirálních hustotních vln a jednoduchými počítačovými simulacemi spirální struktury. Hlavním úkolem bude studium změny momentu hybnosti hvězd a s tím spojené radiální migrace v galaktickém disku. Student/ka provede srovnání vývoje momentu hybnosti a galaktocentrické vzdálenosti hvězd ve třech typech galaktických disků: 1) osově symetrické disky (bez spirální struktury), 2) disky s jedním systémem spirálních ramen; 3) disky se dvěma systémy spirálních ramen. Literatura: A. učebnice: Binney J., Tremaine S., 2008, Galactic Dynamics, Princeton University Press; B. odborné články: Sellwood and Binney 2002, <http://adsabs.harvard.edu/abs/2002MNRAS.336..785S>; Minchev et al. 2011, <http://adsabs.harvard.edu/abs/2011A%26A...527A.147M>; Minchev et al. 2012, <http://adsabs.harvard.edu/abs/2012A%26A...548A.126M>; a další dle pokynů školitele.

Jazyk závěrečné práce: čeština

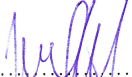
Vedoucí práce: RNDr. Bruno Jungwiert, Ph.D.


Datum zadání práce: 14. 10. 2014

V Brně dne: 16. 1. 2015

Souhlasím se zadáním (podpis, datum):


Magdalena Špoková
studentka


RNDr. Bruno Jungwiert, Ph.D.
vedoucí práce

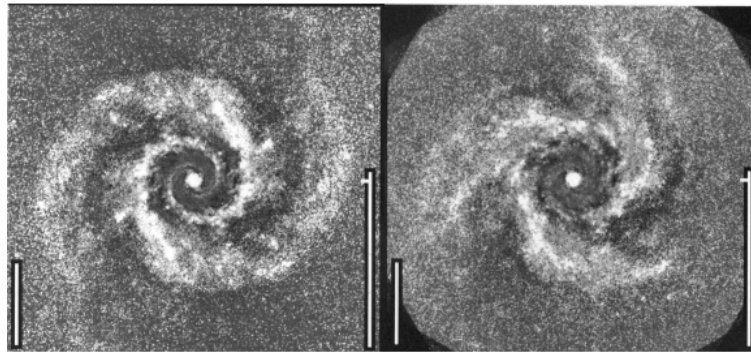

prof. Rikard von Unge, Ph.D.
ředitel Ústavu teoretické fyziky a
astrofyziky

Obsah

Úvod	7
1 Galaxie	9
1.1 Trocha historie	9
1.2 Klasifikace galaxií	9
1.3 Spirální galaxie a jejich struktura	11
1.3.1 Spirální ramena	11
1.3.2 Rotační křivka	14
2 Gravitační potenciál galaxie	16
2.1 Logaritmický potenciál	16
2.2 Potenciál spirálních ramen	17
2.3 Lindbladovy rezonance	20
2.4 Výpočet parametrů drah	22
3 Dráhy hvězd v potenciálu diskové galaxie	25
3.1 Osově symetrický potenciál	25
3.2 Potenciál s jedním systémem ramen, $m=2$	27
3.3 Potenciál s jedním systémem ramen, $m=4$	34
3.4 Potenciál se dvěma systémy ramen, $m=2$ a $m=4$	40
Literatura	44
Přílohy	46

Úvod

Při podrobnějším rozboru snímků spirálních galaxií se ukazuje, že mnohé z nich vykazují multispirální strukturu, mají tedy více systémů spirálních ramen. Tyto systémy se pak mohou lišit počtem ramen, relativní silou, úhlovou rychlostí či sklonem viz [5]. Předpokládáme, že nejčastější kombinací je dominantní dvouramenná spirála spolu se slabší tří nebo čtyř ramennou spirálou.



Obrázek 1: Výňatek z rozboru spirální struktury z [5]. Na obou obrázcích vidíme spirální systémy galaxie NGC 628.

Spirální ramena se v galaktickém potenciálu projevují jako osově nesymetrické poruchy. Ty mění moment hybnosti hvězd či mračen a způsobují změnu jejich vzdálenosti, a to buď systematicky (střední vzdálenost se po každém oběhu mění), nebo dočasně. Migraci způsobují kupříkladu nestacionární či přechodná (tranzientní) spirální ramena. Stacionární ramena (která budeme v práci uvažovat) způsobují migraci pouze v okolí Lindbladových rezonancí, mimo ně způsobují tzv. rozmazávání drah (blurring), při kterém roste excentricita dráhy, ale střední vzdálenost se nemění. Pokud ovšem máme dva stacionární systémy ramen, ukazuje se, že je zde migrace způsobená překryvy rezonancí viz [12].

Cílem této práce bylo vytvoření programu na integraci pohybových rovnic v galaktických potenciálech a jeho použití na vybraných příkladech. Pro vícenásobnou strukturu modelové galaxie jsme vybrali systém s dominantními dvěma a slabšími čtyřmi rameny, který se předpokládá pro naši Galaxii.

Kapitola 1

Galaxie

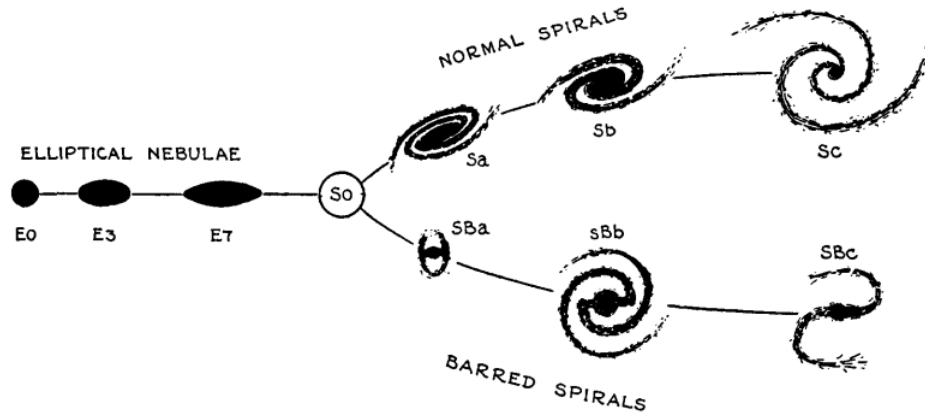
1.1 Trocha historie

Galaxie byly po mnohá staletí skryty zraku člověka. Lidé sice shromáždili spoustu znalostí o svém okolí a světě, ve kterém žili, ale o věcech tak vzdálených neměli tušení. Velkou změnou v tomto směru byl vynález dalekohledu, díky němuž byli astronomové schopni zpozorovat to, co prostým okem ne. Zprvu se věnovali výzkumu planet, komet a hvězd, s lepšími dalekohledy byli schopni rozlišit různé mlžné objekty, jejichž původ nedokázali blíže určit (jednalo se jak o galaxie, tak o hvězdokupy a mlhoviny). Později byly galaxie označovány jako tzv. extragalaktické mlhoviny. Jejich výzkumu se věnoval například V. Slipher, který studoval spektra těchto objektů a zjistil, že se od nás vzdalují velkými rychlostmi. Hlavní postavou v objasnění jejich podstaty byl E. Hubble, který při svém pozorování galaxie v Andromedě (v Messierově katalogu mlžný objekt M31) našel cefeidu a byl schopen určit její vzdálenost na 300 kpc. Jeho objev pomohl rozřešit jak problém povahy těchto mlhovin, tak i tehdejší pohled na vesmír. Tedy potvrdil, že naše Galaxie je jedna z mnoha galaxií. Zpracováno na základě [9].

1.2 Klasifikace galaxií

S přibývajícím počtem objevených galaxií vyvstala potřeba jejich klasifikace, kteréžto úlohy se zhostil Hubble. Ten je začal třídit podle pozorovaného vzhledu na eliptické (E), spirální (bez příčky S, s příčkou SB) a nepravidelné (Irr). Vypracoval schema pro třídění, tzv. Hubbleovu ladičku (viz Obrázek 1.1.), ačkoliv toto schema není vývojové, galaxie v levé části Hubbleovy ladičky jsou často označovány jako raného

(early-type) a v pravé jako pozdního (late-type) typu. Původní Hubbleovo schema od doby svého vzniku bylo upraveno de Vaucoulosem, který použil pro značení typu S označení SA a upravil klasifikaci nepravidelných galaxií.



Obrázek 1.1: Hubbleovo původní klasifikační schema. Převzato z [7]

Eliptické galaxie, jak napovídá název, jsou galaxie eliptického tvaru bez spirální struktury. Označují se písmenem E, k označení se přidává číslo 0–7, a to E0 pro galaxii kruhového tvaru a E7 pro velmi zploštělou. V těchto galaxiích je jen málo prachu a plynu, proto zde nepozorujeme tvorbu hvězd nových.

Spirální galaxie označené S či SA jsou galaxie diskové se spirální strukturou. Při pohledu na ně můžeme rozlišit jádro (bulge) a spirální ramena, obzvláště v nich můžeme sledovat tvorbu nových hvězd. K označení těchto galaxií se přidávají písmena a, b, c a d, která vyjadřují jak velké je jádro a jak těsně jsou vázána ramena (typ Sa má největší jádro a ramena vázána nejtěsněji). Jsou-li spirální ramena napojena na příčku s jádrem, řídíme se při klasifikaci stejně jako u galaxií bez příčky. Ke spirálním galaxiím s příčkou řadíme i naši Galaxii.

Nerozlišíme-li u diskové galaxie spirální strukturu, ale vidíme-li jádro, jedná se o typ S0, vidíme-li v ní příčku, označíme ji SB0, a takovou galaxii nazýváme lenticulární.

V případě, že se galaxie nedá do žádné z těchto skupin zařadit, řadíme ji mezi nepravidelné. V původní Hubbleově klasifikaci byly označeny Irr a roztrženy na skupinu Irr I pro galaxie vykazující alespoň slabou symetrii či náznak spirálních ramen a Irr II pro ty, které jsou zcela nesymetrické. Tato klasifikace byla upravena de Vaucoulosem, jenž přidružil typ Irr I ke větvi spirálních galaxií jako typ Sm (SBm)

za skupinu Sd. Skupinu Irr II pak přeznačil jako Im. Například naše sousední galaxie Malé Magellanovo mračno spadá do skupiny Im, Velké Magellanovo mračno pak patří do skupiny SBm. Podkapitola zpracována na základě [2], [17].

1.3 Spirální galaxie a jejich struktura

Jak už bylo zmíněno v předchozí kapitole, u spirálních galaxií můžeme pozorovat jasné jádro, v jehož středu se pravděpodobně nachází supermasivní černá díra, a systém spirálních ramen. V následujících podkapitolách se podíváme na spirální galaxie o něco podrobněji.



Obrázek 1.2: Vlevo flokulová galaxie M33 , převzato z [6], vpravo grand-design galaxie NCG 1330 převzato a upraveno podle [8].

1.3.1 Spirální ramena

Ramena se mohou v jednotlivých galaxiích velmi lišit. Menší část galaxií má dvě dlouhá velmi symetrická ramena (grand-design), většina pozorovaných galaxií má ramen více, případně má ramena menší, různorodější, tzv. flokulová (flocculent). Příčina vzniku ramen ale není dosud zcela objasněna.

Má se za to, že grand-design ramena můžeme vysvětlit buďto jako důsledek interakce s blízkou galaxií, nebo za pomoci teorie hustotních vln. Teorie předpokládá, že spirální ramena jsou hustotní vlny šířící se diskem. Blíží-li se hvězda k této vlně, je k ní přitahována. Po průchodu touto oblastí na ni stále působí přitažlivá síla hustší oblasti a je ve svém pohybu od ní zpomalena. Prochází-li vlnou molekulový oblak, je stlačen a dojde v něm ke tvorbě mladých zářivých hvězd. Díky nim jsou

ramena dobře viditelná. Rychle se vyvíjející hvězdy s velkou hmotností spirální rameno za dobu svého života nestihnou opustit. Hvězdy s delší životní dobou rameno opustit stihnou, případně jím projít znovu.

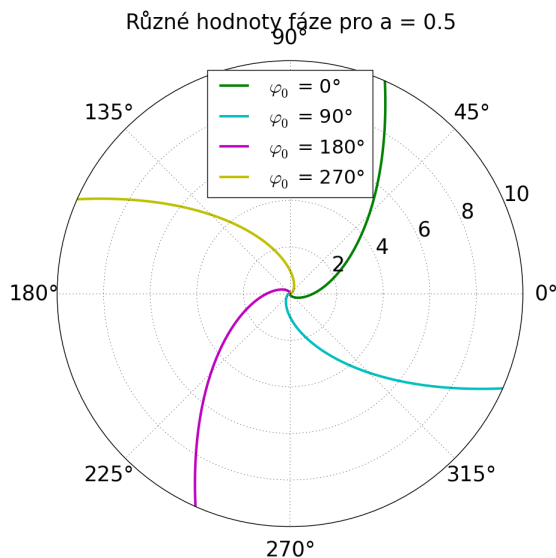
Druhá teorie, tzv. Self-propagating star formation, by mohla vysvětlovat ramena flokulová. Ta by podle této teorie měla vznikat díky výbuchům supernov. Po explozi hvězdy se diskem šíří rázová vlna, a narazí-li na molekulový oblak spustí tvorbu hvězd. Zde opět může dojít k vytvoření další hmotné hvězdy, která vybuchne jako supernova a celý proces se dále opakuje. Díky diferenciální rotaci pak tyto oblasti tvořících se hvězd vytvářejí tvar spirálního ramena.

Ať už spirální ramena vznikají podle kterékoli z těchto teorií, jejich kombinací, či teorií zcela jinou, můžeme se pokusit popsat jejich geometrické vlastnosti.

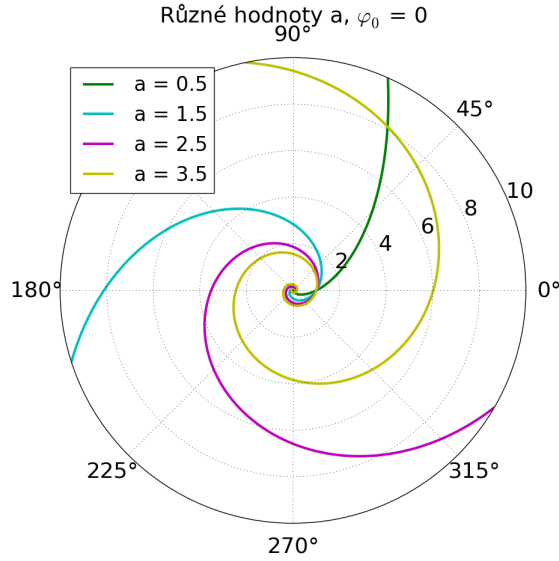
Začněme tvarem ramene. Vzhledem k tomu, že se zabýváme spirálními galaxiemi, nebude překvapením, že k popisu ramene využijeme matematický popis spirály. Nejčastěji se používá spirála logaritmická, kterou můžeme vyjádřit rovnicí

$$\varphi = a \cdot \ln R + \varphi_0. \quad (1.1)$$

Zde φ a R jsou cylindrické souřadnice, φ_0 fáze a a konstanta vyjadřující míru navinutí ramena okolo pólu křivky, viz Obrázek 1.3 a 1.4.



Obrázek 1.3: Zobrazení různých hodnot fáze pro hodnotu $a = 0,5$.



Obrázek 1.4: Zobrazení různých hodnot parametru a pro nulovou hodnotu fáze.

Samotné a závisí na tečném úhlu i (pitch angle), což je úhel, který svírá tečna ke spirále s kružnicí v daném R , vztahem

$$a = \cot i. \quad (1.2)$$

Logaritmická spirála má navíc tu vlastnost, že tečný úhel zůstává ve všech bodech spirály stále stejný. Ve skutečné galaxii se rameno od logaritmické spirály liší a úhel se se vzdáleností různě mění.

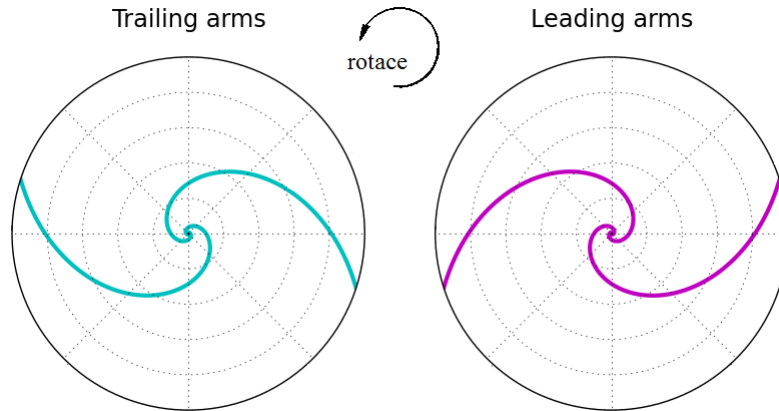
Můžeme se také podívat na to, jak jsou ramena orientována v galaxii. Jestli jsou otevřena (leading arms) nebo zavřena (trailing arms) ve směru rotace, viz Obrázek 1.5. Má se za to, že většina galaxií má spirální ramena typu trailing. Z pozorování se tato vlastnost určuje obtížně, ovšem pokud chceme namodelovat ramena konkrétního typu, můžeme využít tvarové funkce F (viz kapitola 2.2), kde platí

$$\frac{dF}{dR} > 0 \quad (1.3)$$

pro ramena typu leading a

$$\frac{dF}{dR} < 0 \quad (1.4)$$

pro ramena trailing. Podkapitola zpracována na základě [1], [16], [4], [17], [11].



Obrázek 1.5: Leading a trailing ramena.

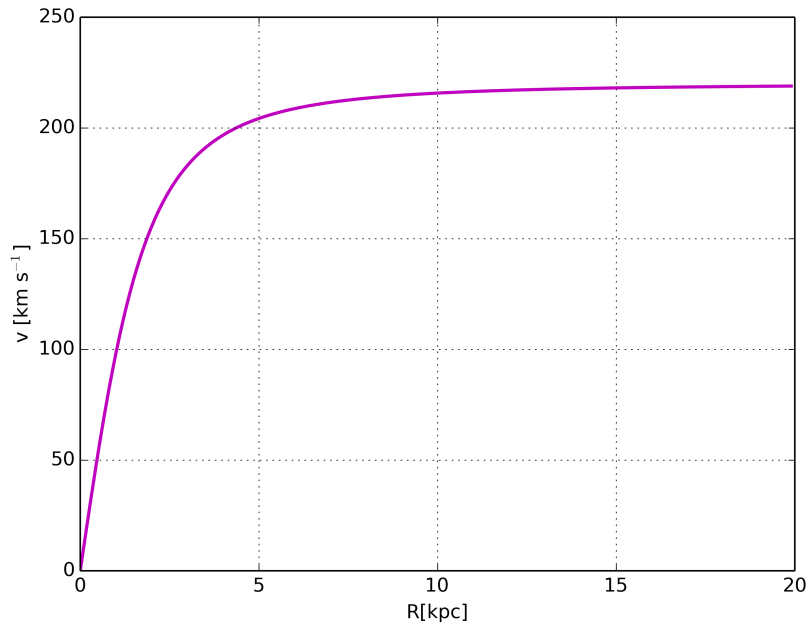
1.3.2 Rotační křivka

Pokud chceme u spirálních galaxií zjistit rozložení hmotnosti, zajímá nás rotační křivka galaxie. Předpokládáme-li, že dráhy plynu a hvězd v disku jsou přibližně kruhové a rozložení hmoty sféricky symetrické, pak platí vztah pro hmotnost

$$M(R) = \frac{v(R)^2 R}{G}. \quad (1.5)$$

Kde v je oběžná rychlost, R vzdálenost od centra a G gravitační konstanta. Vidíme, že k určení průběhu hmotnosti potřebujeme vědět, jak se mění oběžná rychlost s rostoucí vzdáleností.

Pokud předpokládáme, že v okolí svého středu má galaxie konstantní hustotu, rotační rychlost roste přímo úměrně se vzdáleností $v \propto R$. Ve větších vzdálenostech můžeme předpokládat, že téměř veškerá hmota galaxie je soustředěna uvnitř dráhy objektu. Pro rotační rychlost v této oblasti platí $v \propto R^{-1/2}$, proto dál od centra očekáváme tzv. keplerovský pokles.



Obrázek 1.6: Příklad průběhu rotační křivky.

Nárůst rychlosti s rostoucí vzdáleností pro centrální část pozorujeme, ovšem keplerovský pokles nikoliv. To znamená, že ve vzdálených oblastech musí být nějaká nepozorovaná (temná) hmota, způsobující tento jev. Tato hmota by mohla být obsažena v množství planet, či hnědých a bílých trpaslíků, má se však za to, že větší část této nepozorované hmoty není baryonové povahy. Podkapitola zpracována na základě [11], [17].

Kapitola 2

Gravitační potenciál galaxie

Potenciál spirální galaxie můžeme rozepsat do Fourierovy řady jako součet osově symetrického potenciálu galaxie a potenciálu spirálních ramen. V následující kapitole se seznámíme s logaritmickým potenciálem a tvarem potenciálu spirálních ramen. Následně si rozebereme specifika pohybu v soustavě rotující s jedním (a více) systémem ramen a programem pro výpočet drah v těchto soustavách.

2.1 Logaritmický potenciál

Chceme-li vytvořit model galaxie, potřebujeme, aby potenciál Φ vystihoval již zmíněnou skutečnost, že s rostoucí vzdáleností hodnota kruhové rychlosti zůstává konstantní na určité hodnotě v_0 . Vyjádřeno rovnicí:

$$\frac{d\Phi}{dR} = \frac{v_0^2}{R}. \quad (2.1)$$

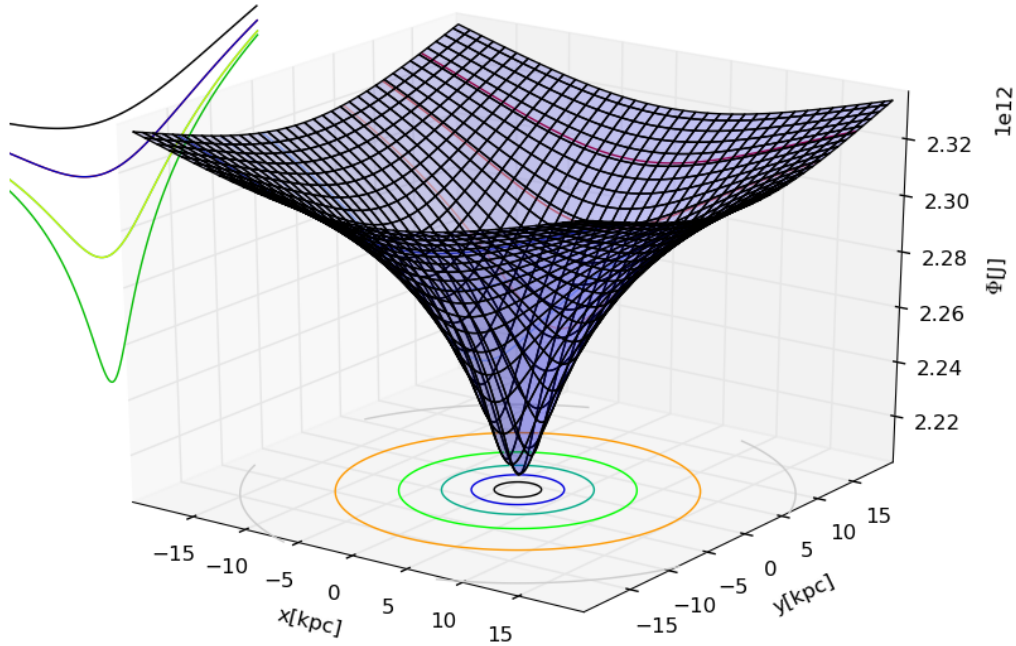
Její integrací dostaneme pro potenciál vztah

$$\Phi = \frac{v_0^2}{2} \ln R^2. \quad (2.2)$$

Tento potenciál nazýváme logaritmický a dále jej budeme značit Φ_L . V uvedeném tvaru je však hustota v centru galaxie nekonečná. Této vlastnosti se zbavíme přidáním konstanty R_c . Omezíme-li se na pohyb v rovině disku $z = 0$, dostaneme potenciál ve tvaru

$$\Phi_L = \frac{v_0^2}{2} \ln(R_c^2 + R^2), \quad (2.3)$$

kde $R^2 = x^2 + y^2$, x a y jsou kartézské souřadnice. Potenciál si můžeme znázornit viz Obrázek 2.1, také se můžeme podívat na průběh rotační křivky příslušící různým hodnotám R_c viz Obrázek 2.2.



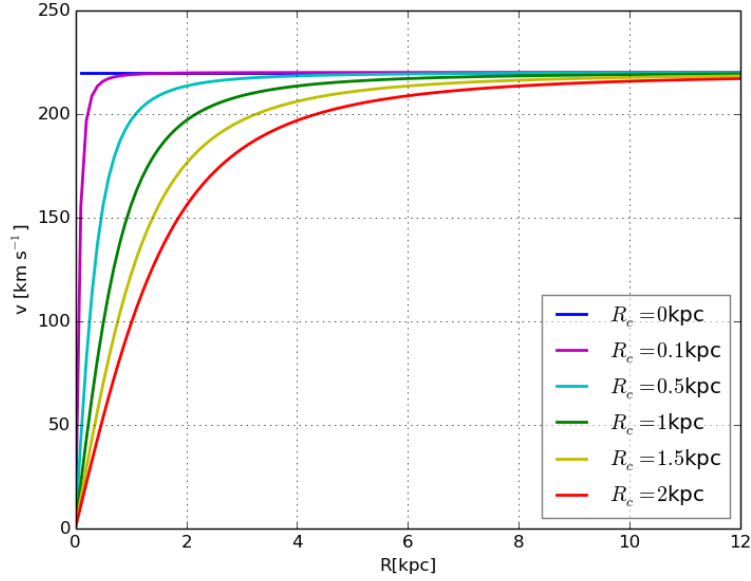
Obrázek 2.1: Prostorové zobrazení průběhu logaritmického potenciálu pro $v_0 = 220 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, $R_c = 2 \text{ kpc}$.

Podkapitola zpracována na základě [1].

2.2 Potenciál spirálních ramen

Je faktem, že spirální galaxie rotují. Můžeme tedy pozorovat potenciál z pohledu soustavy inerciální, či soustavy rotující s potenciálem (úhlovou rychlostí Ω_p). Pro převod mezi těmito soustavami platí vztahy $\varphi^i = \varphi^r + \Omega_p t$ a $R^i = R^r$. Uveďme zde dva tvary pro popis potenciálu spirálních ramen, se kterými se můžeme setkat. Je to

$$\Phi_S = \Phi_m(R) \cdot \cos(m\Omega_p t - m\varphi^i + F(R)) \quad (2.4)$$



Obrázek 2.2: Vzhled rotační křivky pro různé hodnoty parametru R_c pro logaritmický potenciál.

pro soustavu inerciální, pro soustavu rotující pak

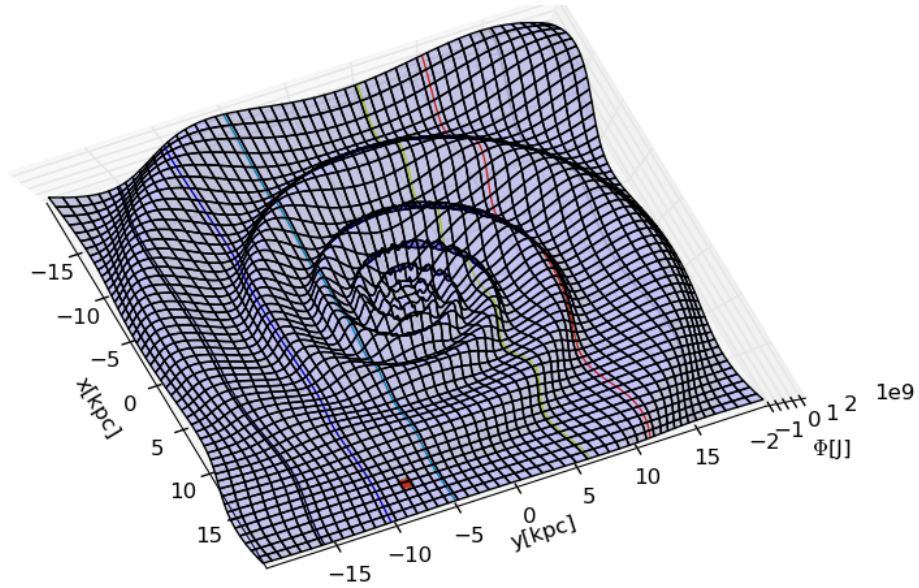
$$\Phi_S = \Phi_m(R) \cdot \cos m(\varphi^r - \varphi_m(R)). \quad (2.5)$$

Kde $F(R) = m\varphi_m$ je tvarová funkce, φ_m určuje tvar spirály (viz rovnice 1.1), m počet ramen. Amplituda $\Phi_m(R)$ má tvar

$$\Phi_m(R) = \frac{-A_{rel}v_0^2}{m} \frac{R^2}{R_c^2 + R^2}, \quad (2.6)$$

kde v_0 a R_c jsou konstanty, R souřadnice a A_{rel} je člen vyjadřující poměr tangenciální a radiální síly potenciálu. Pokud zvolíme jednu z možností vyjádření, můžeme potenciál znázornit viz Obrázek 2.2, který jsme vykreslili užitím tvaru pro rotující soustavu. Sečteme-li logaritmický potenciál a potenciál ramen, obdržíme potenciál galaxie s jedním m -ramenným systémem

$$\Phi = \Phi_L + \Phi_{S1} = \frac{v_0^2}{2} \ln(R^2 + R_c^2) - \frac{A_{rel}v_0^2}{m} \frac{R^2}{R_c^2 + R^2} \cdot \cos m(\varphi - \varphi_m(R)). \quad (2.7)$$



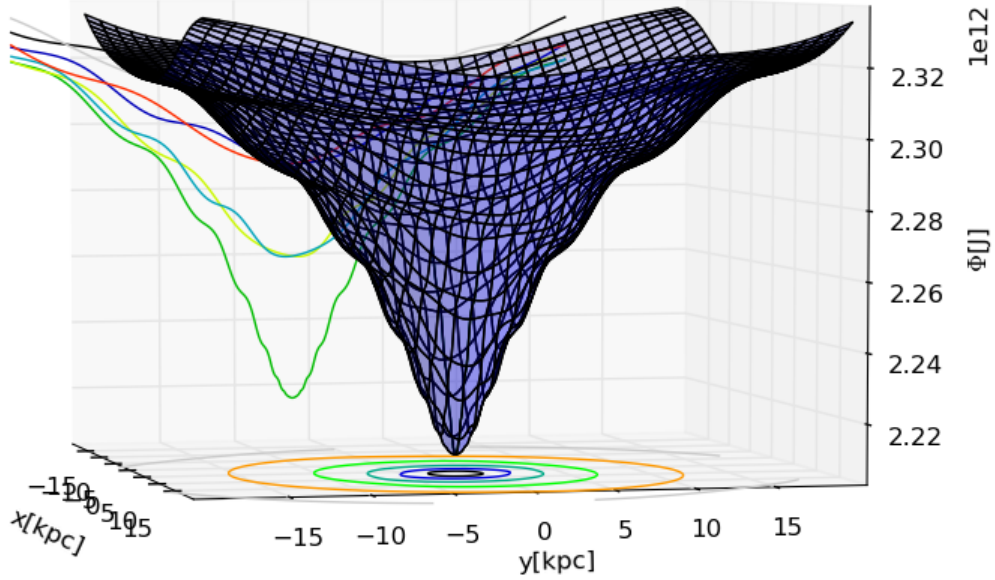
Obrázek 2.3: Prostorové zobrazení průběhu potenciálu ramen pro $v_0 = 220 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, $R_c = 2 \text{ kpc}$, $A_{rel} = 0,1$, $m = 2$, $i = 10^\circ$ a $\varphi_0 = 0$.

Průběh celkového potenciálu opět můžeme znázornit graficky pro konkrétní hodnoty viz Obrázek 2.4. V rámci práce budeme popisovat i galaxii s více (dvěma) systémy ramen, celkový potenciál takovéto galaxie je opět součtem jednotlivých potenciálů. Pro více systémů s různými Ω_p a m je třeba k popisu užít tvar v inerciální soustavě

$$\Phi = \frac{v_0^2}{2} \ln(R^2 + R_c^2) - \frac{A_{rel,1}v_0^2}{m_1} \frac{R^2}{R_c^2 + R^2} \cdot \cos(m_1\Omega_{p,2}t - m_1\varphi + F(R))$$

(2.8)

$$- \frac{A_{rel,2}v_0^2}{m_2} \frac{R^2}{R_c^2 + R^2} \cdot \cos(m_2\Omega_{p,2}t - m_2\varphi + F(R)).$$



Obrázek 2.4: Prostorové zobrazení průběhu potenciálu galaxie pro $A_{rel} = 0,1$, $m = 2$, $v_0 = 220 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, $\varphi_0 = 0$, $R_c = 2 \text{ kpc}$, $i = 10^\circ$.

2.3 Lindbladovy rezonance

Pohyb hvězd v galaktickém disku můžeme popsat jako složení pohybu po kružnici a po epicyklu. Tedy hvězda obíhá po kružnici s frekvencí Ω a po epicyklu s frekvencí κ . Výsledkem takového oběhu je buď dráha uzavřená nebo neuzavřená (rozeta).

Jestliže se hvězda pohybuje v soustavě rotující s frekvencí Ω_p typicky se stejnou frekvencí jako systém ramen (či jeden ze systémů), mohou na určitých vzdálenostech vzniknout rezonance. Jmenovitě vnitřní Lindbladova rezonance (ILR), vnější Lindbladova rezonance (OLR) a korotační rezonance (CR). Pokud bychom se podívali na průběh frekvence Ω , zjistili bychom, že její hodnota klesá se vzdáleností úměrně R^{-1} . Díky tomu na určité hodnotě vzdálenosti dojde k rovnosti frekvencí $\Omega = \Omega_p$, tedy ke korotační rezonanci. Dále se může stát, že hvězda na své dráze potkává ramena v určitém násobku své epicyklické frekvence (hvězda potká rameno vždy ve stejné fázi svého oběhu po epicyklu). Pro

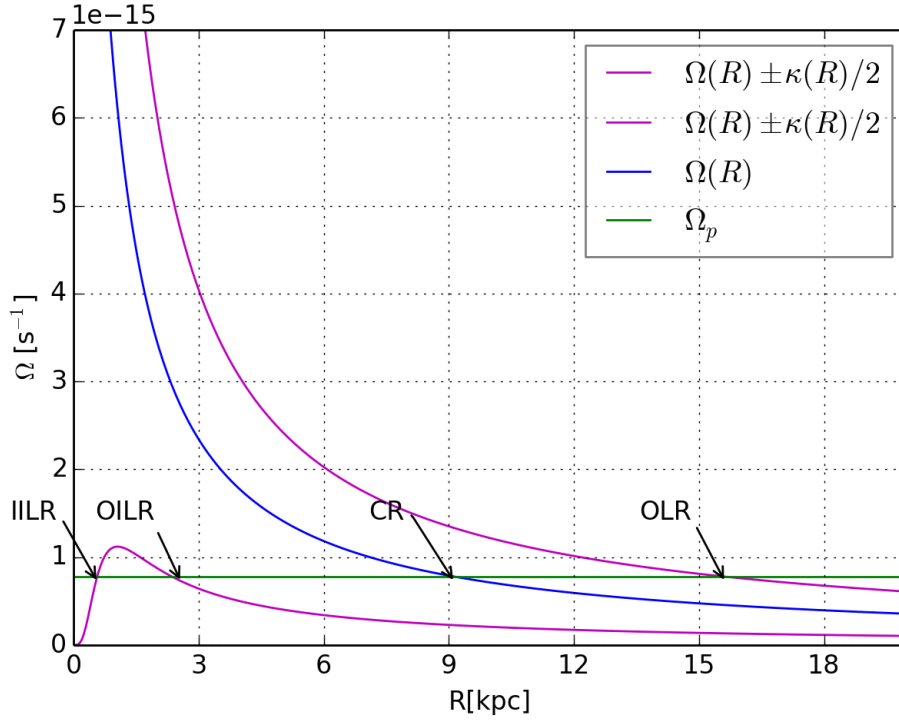
$$\Omega_p = \Omega - \frac{\kappa}{m} \quad (2.9)$$

dojde k vnitřní Lindbladově rezonanci. Galaxie může mít jednu, dvě, případně žádnou

vnitřní rezonanci. Má-li dvě značíme jednu jako vnitřní a druhou jako vnější, tedy IILR a OILR. Pokud platí

$$\Omega_p = \Omega + \frac{\kappa}{m}, \quad (2.10)$$

dojde k vnější Linbladově rezonanci.



Obrázek 2.5: Linbladovy rezonance pro potenciál s parametry $A_{rel} = 0, 1$, $m = 2$, $v_0 = 220 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, $\varphi_0 = 0$, $R_c = 0,5 \text{ kpc}$, $i = 10^\circ$. Fialová křivka vpravo od $\Omega(R)$ je průběh $\Omega(R) + \kappa(R)/2$, vlevo průběh $\Omega(R) - \kappa(R)/2$.

Polohy jednotlivých rezonancí buďto můžeme zjistit z grafu nebo výpočtem. K tomu je třeba znát tvar κ , Ω a velikost Ω_p . Pro Ω platí následující rovnice

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{R} \frac{\partial \Phi_L}{\partial R}} = \frac{v_c}{R} = \frac{\frac{v_0 R}{\sqrt{R^2 + R_c^2}}}{R}, \quad (2.11)$$

kde v_c je kruhová rychlost. Pro κ platí

$$\kappa = \sqrt{3\Omega^2 + \frac{\partial^2 \Phi_L}{\partial R^2}} = \sqrt{4\Omega^2 - \frac{2v_0^2 R^2}{(R^2 + R_c^2)^2}}. \quad (2.12)$$

Pokud $R_c \ll R$, můžeme předpokládat $v_0 \approx v_c$ a $\kappa \approx \sqrt{2}\Omega$. Potom pro polohy rezonancí lze odvodit vztahy

$$R_{CR} = \frac{v_c}{\Omega_p} \quad (2.13)$$

a

$$R = \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{m}\right) R_{CR}, \quad (2.14)$$

kde rovnice s plusem určuje R_{OLR} a druhý případ R_{ILR} .

Rezonancemi se zabýváme, protože v jejich blízkosti může dojít k výrazným změnám momentu hybnosti a v důsledku toho může dojít ke změně dráhy hvězdy (migraci). V potenciálu rotujícím s rameny se totiž nezachovává moment hybnosti a v rámci pohybu hvězdy dochází k výměně momentu a energie se spirálními rameny. I když se v systému nezachovávají tyto veličiny zvlášť, zachovává se jejich kombinace, tzv. Jacobiho konstanta E_J ve tvaru

$$E_J = E - \Omega_p L, \quad (2.15)$$

kde E a L jsou energie a moment hybnosti v inerciální soustavě. Právě tuto konstantu později využijeme při kontrole námi spočítaných drah. Zpracováno na základě [1], [3], [10].

2.4 Výpočet parametrů drah

Abychom získali informace o dráhách, je třeba vyřešit příslušné pohybové rovnice k zjištění změn poloh, rychlostí a zrychlení v čase. K tomuto účelu jsme vypracovali program v jazyce C v prostředí NetBeans IDE (viz [13]).

Nejprve si nastíníme obecný postup výpočtů pohybových rovnic. Předpokládáme, že částice má jednotkovou hmotnost a známe její počáteční polohu a rychlost v kartézských souřadnicích x , y , v_x a v_y , a známe tvar potenciálu Φ , v němž se bude pohybovat. Pak z něj můžeme spočítat složky zrychlení a_x , a_y díky vztahu $-\nabla\Phi = \mathbf{a}$. Toto zrychlení použijeme k výpočtu nových složek rychlostí a tyto rychlosti pak k vý-

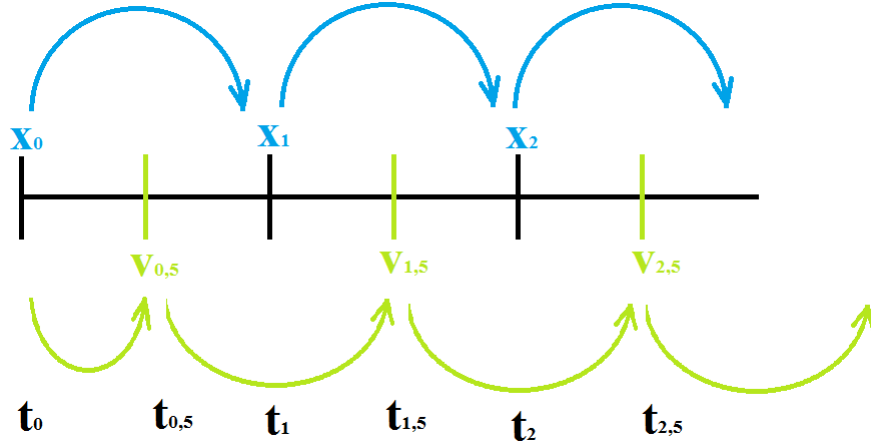
počtu nových poloh, nové polohy k výpočtu zrychlení a proces opakujeme znovu a znovu.

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = a_{x,i} \quad (2.16)$$

$$v_{x,i+1} = v_{x,i} + \Delta t \cdot a_{x,i}, \quad (2.17)$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot v_{x,i}. \quad (2.18)$$

My budeme používat při výpočtech metodu leap-frog, při které budeme počítat s rychlostí vždy o půl kroku před polohou. Schematicky viz Obrázek 2.6.



Obrázek 2.6: Schematické znázornění algoritmu.

V programech pro rotující soustavy používáme rovnice podle [14]. Algoritmus pro výpočty poloh, rychlostí a zrychlení v rotující soustavě je nestabilní, proto si vypomáháme zavedením okamžitých inerciálních soustav. Označíme rychlost v okamžité inerciální soustavě jako p_x, p_y , zrychlení jako \dot{p}_x, \dot{p}_y . Pro p_x platí $p_x = v_x - \Omega y$ a $p_y = v_y + \Omega x$, kde v_x a v_y jsou rychlosti v rotující soustavě. Pohybové rovnice v soustavě rotující rychlostí Ω pak vypadají následovně:

$$p_{x,i+1} = p_{x,i} + \Delta t \cdot \left\{ -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{2} \Omega (p_{y,i+1} + p_{y,i}) \right\}, \quad (2.19)$$

$$p_{y,i+1} = p_{y,i} + \Delta t \cdot \left\{ -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{1}{2} \Omega (p_{x,i+1} + p_{x,i}) \right\}, \quad (2.20)$$

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot \left\{ p_{x,i+1} + \frac{1}{2} \Omega(y_{i+1} + y_i) \right\}, \quad (2.21)$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot \left\{ p_{y,i+1} - \frac{1}{2} \Omega(x_{i+1} + x_i) \right\}. \quad (2.22)$$

Je zjevné, že k výpočtu nové složky souřadnice resp. rychlosti, kupříkladu x_{i+1} , se vyžaduje znalost ještě nespočtené y_{i+1} a naopak. Jedná se však o dvě rovnice o dvou neznámých, tudíž není problém neznámé získat jejich řešením. Dráhy pro konkrétní potenciály rozebereme v další kapitole.

Kapitola 3

Dráhy hvězd v potenciálu diskové galaxie

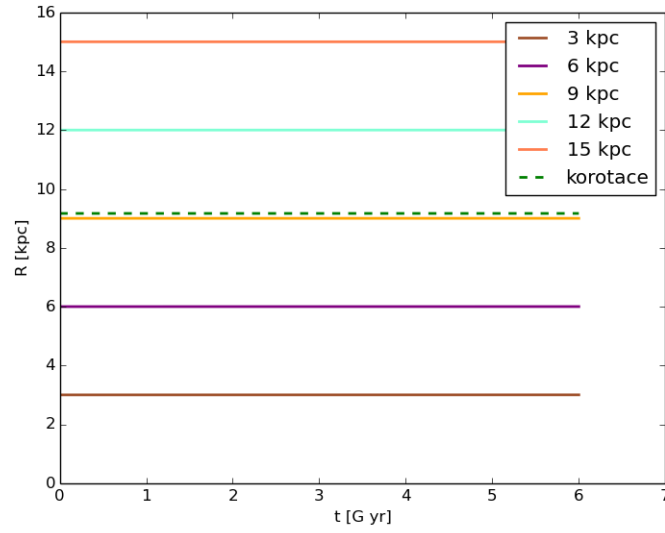
V této kapitole provedeme rozbor drah v rotujících potenciálech, a to nejprve pro logaritmický potenciál, dále pro dva potenciály s jedním systémem ramen, a nakonec pro potenciál se dvěma systémy. Počáteční rychlost částice budeme volit kruhovou ($v_x = 0, v_y = v_c$). Pro počáteční polohy budeme volit několik hodnot (např. $x = 6$ kpc, $y = 0$ kpc) od ILR po OLR a podíváme se na vývoj jejich galaktocentrické vzdálenosti a momentu hybnosti. K rozboru využijeme námi napsaných programů pro simulaci pohybu částice v daném potenciálu, viz Přílohy. Data zpracovávána pomocí Python IDE.

3.1 Osově symetrický potenciál

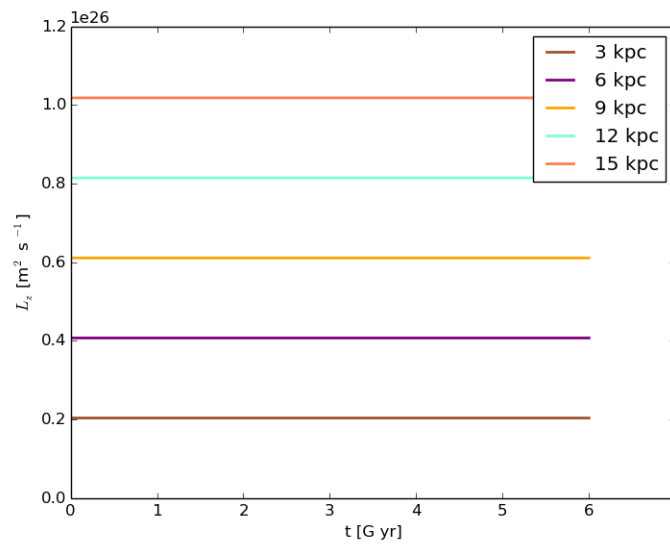
Nejprve budeme zkoumat vývoj kruhových drah hvězd v potenciálu

$$\Phi_L = \frac{v_0^2}{2} \ln(R_c^2 + x^2 + y^2), \quad (3.1)$$

kde zvolíme $v_0 = 220 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, $R_c = 0,1$ kpc a necháme rotovat soustavu s $\Omega_p = 24 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{kpc}^{-1}$. Pro tento potenciál má smysl uvažovat pouze o korotaci. Vzdálenost, na které dojde k $\Omega = \Omega_p$, můžeme určit pomocí rovnice 2.13 jako hodnotu $R_{CR} = 9,17$ kpc. Potenciál je ovšem bez ramen, tudíž by se moment hybnosti měl zachovávat a vzdálenost by se neměla měnit. Výsledné grafy pro pohyb v logaritmickém potenciálu bez ramen viz Obrázek 3.1, 3.2.

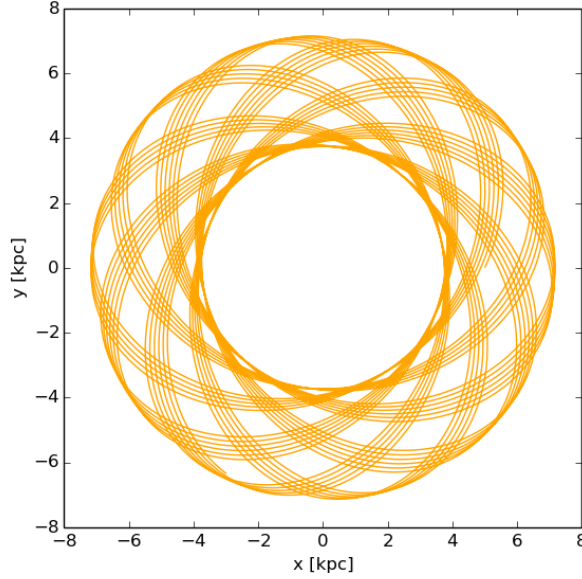


Obrázek 3.1: Vývoj vzdálenosti kruhové dráhy v soustavě bez ramen.



Obrázek 3.2: Vývoj momentu hybnosti kruhové dráhy v soustavě bez ramen.

Vidíme, že částice zůstávají na kružnicích a že se v soustavě zachovává moment hybnosti. Můžeme si zkusit vykreslit dráhu pro částici, která na začátku nemá kruhovou rychlost. I zde se bude moment zachovávat, avšak bude se měnit vzdálenost od centra, při pohledu z inerciální soustavy tedy uvidíme rozetu.



Obrázek 3.3: Dráha částice s počátečními hodnotami $x = 5$ kpc, $y = 0$ kpc, $v_x = 100$ km s⁻¹ a $v_y = 220$ km s⁻¹.

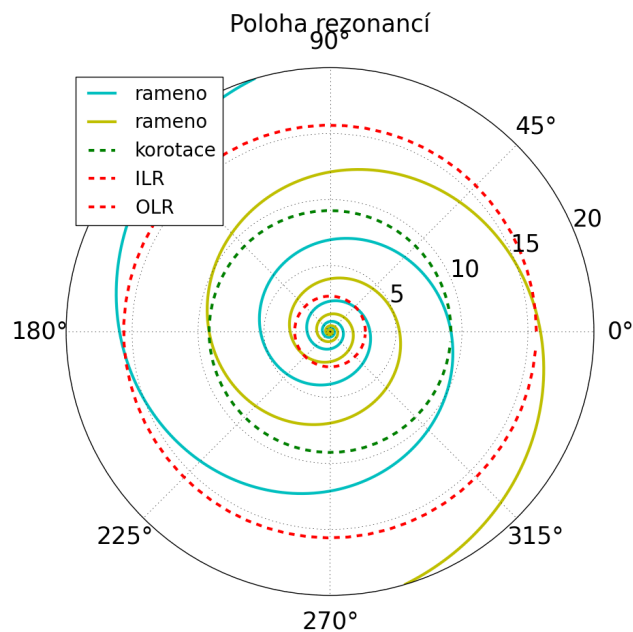
3.2 Potenciál s jedním systémem ramen, $m=2$

Zde použijeme potenciál z rovnice 2.7, konkrétně pro trailing ramena, tzn. $F(R) < 0$. Výsledný potenciál tedy vypadá takto

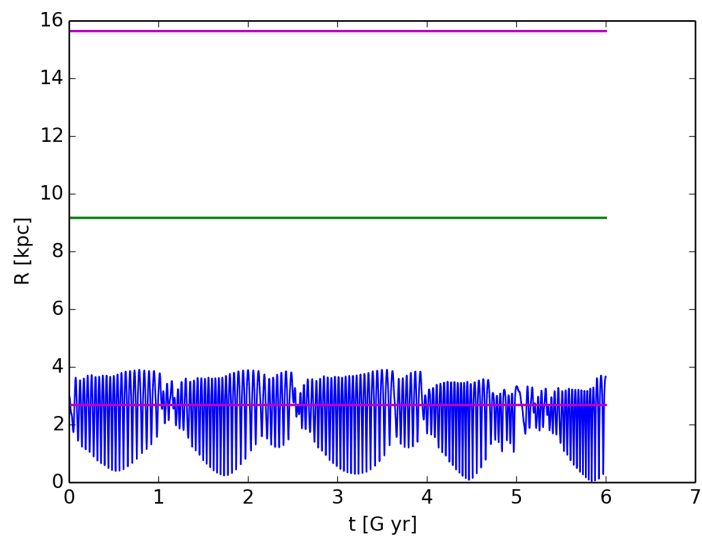
$$\Phi = \frac{v_0^2}{2} \ln(R^2 + R_c^2) - \frac{A_{rel} v_0^2}{m} \frac{R^2}{R_c^2 + R^2} \cdot \cos m(\Omega t_p - \varphi + (\cot i \cdot \ln R)). \quad (3.2)$$

Pro logaritmický potenciál uijeme stejných hodnot jako v předchozí podkapitole a pro ramena zvolíme hodnoty $A_{rel} = 0,1$, $m = 2$, $i = 10^\circ$ a $\varphi_0 = 0$ a necháme je rotovat s frekvencí $\Omega_p = 24$ km·s⁻¹kpc⁻¹. Hodnoty poloh rezonancí jsme určili

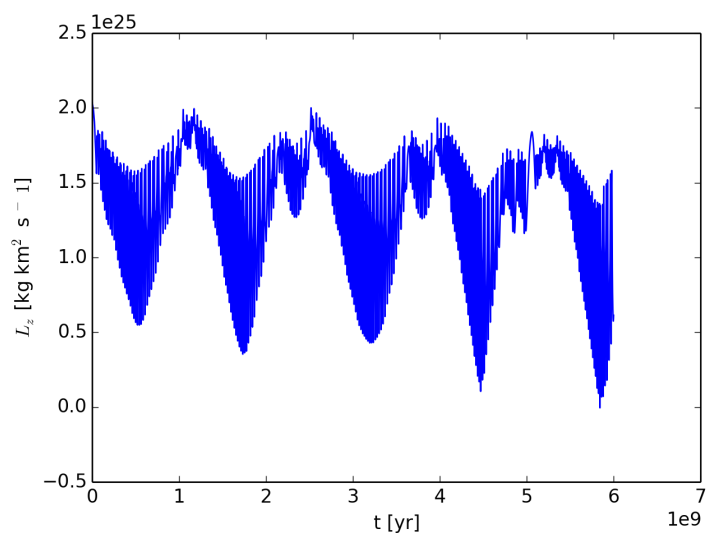
jako $R_{CR} = 9,17$ kpc, $R_{IRL} = 2,68$ kpc a $R_{ORL} = 15,64$ kpc. Grafické znázornění viz Obrázek 3.2. Vybereme opět několik drah v potenciálu a vyneseme vývoj vzdálenosti a momentu hybnosti v čase. Tentokrát neočekáváme, že by se dráhy nebo momenty hybnosti chovaly stejně jednotvárně jako v případě logaritmického potenciálu. Do grafu se vzdáleností vyneseme také polohy rezonancí a to růžovou barvou ILR a OLR, zelenou CR.



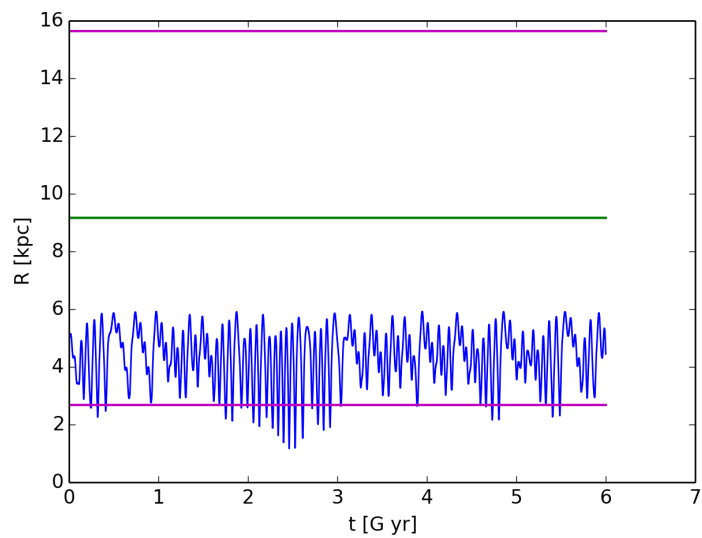
Obrázek 3.4: Znázornění poloh rezonancí potenciálu s $m = 2$.



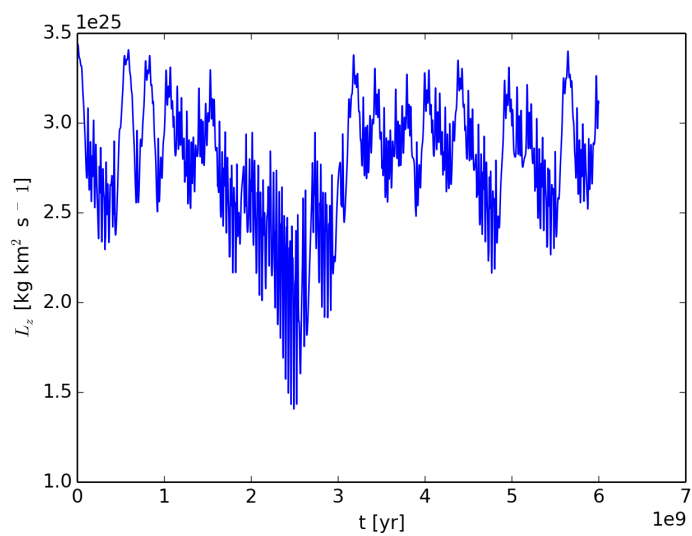
Obrázek 3.5: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 3$ kpc.



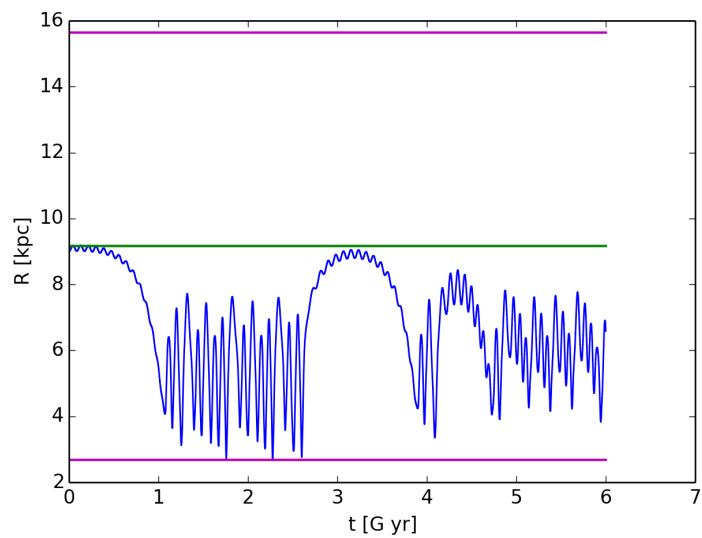
Obrázek 3.6: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 3$ kpc.



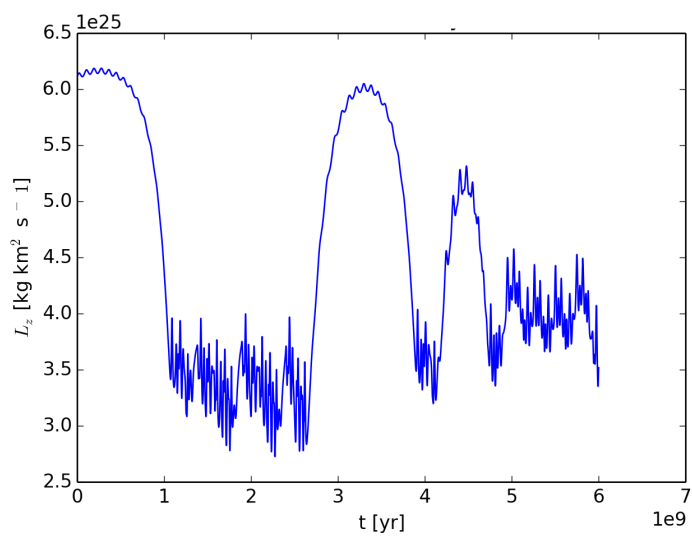
Obrázek 3.7: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 5$ kpc.



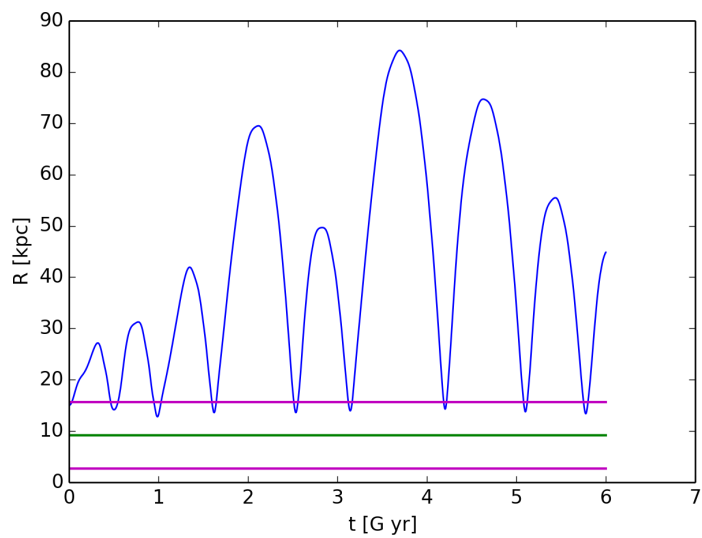
Obrázek 3.8: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 5$ kpc.



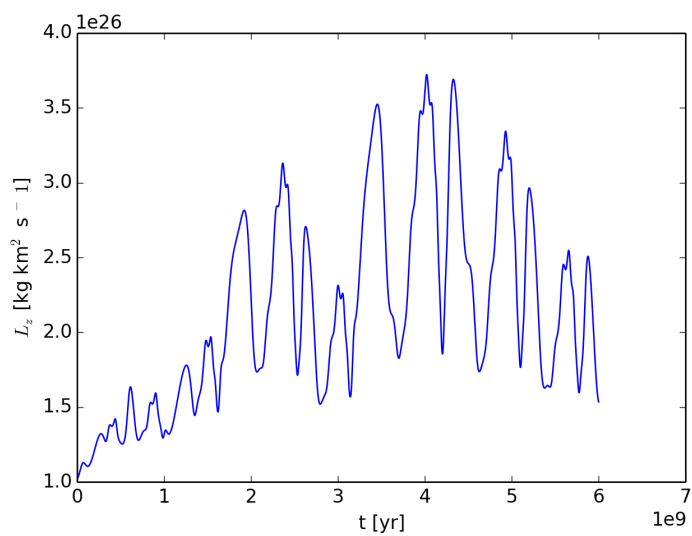
Obrázek 3.9: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 9$ kpc.



Obrázek 3.10: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 9$ kpc.

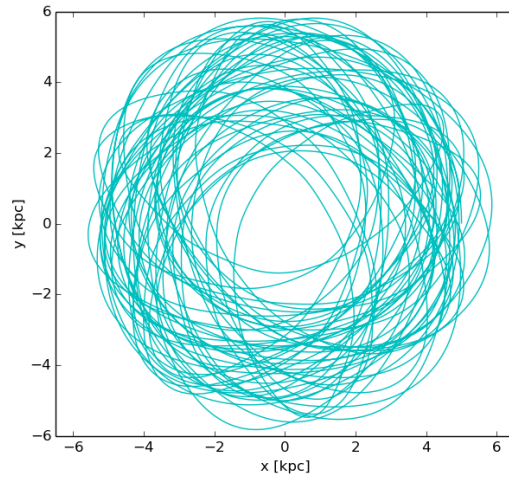


Obrázek 3.11: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.



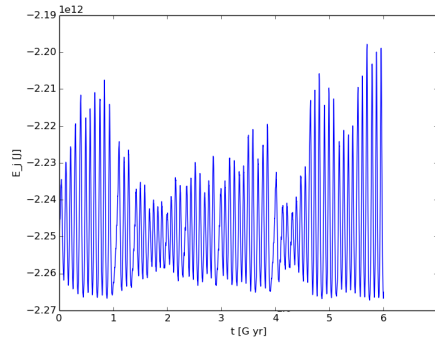
Obrázek 3.12: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.

Vidíme, že k nejvýraznějším změnám dráhy došlo v okolí CR a OLR. Pro částici mezi rezonancemi nedošlo k výrazným změnám vzdálenosti. Částice u ILR se v rámci svého pohybu opakovaně přibližovala a vzdalovala vůči středu. Opět si můžeme znázornit jak vypadá dráha některé z částic.



Obrázek 3.13: Dráha částice s počátečními hodnotami $R = 5$ kpc.

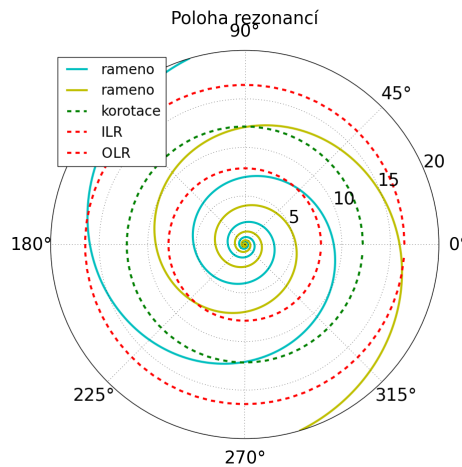
Jak jsme se zmiňovali v podkapitole 2.4, měla by se v této soustavě zachovávat Jacobiho konstanta. Vynesli jsme průběh této konstanty v čase (viz Obrázek 3.14), podobně vypadá průběh i pro ostatní dráhy. Odchylka okamžitých hodnot $E_J(t)$ od počáteční hodnoty $E_J(t = 0)$ pro tyto grafy nepřesáhla 4 %.



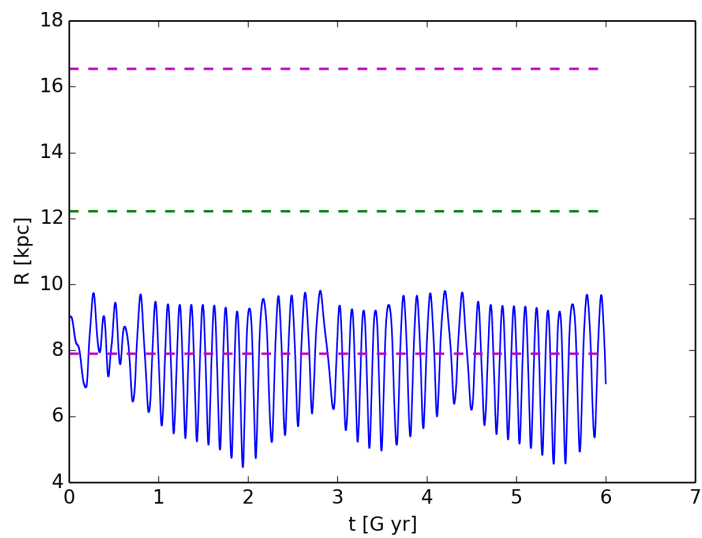
Obrázek 3.14: Hodnoty Jacobiho konstanty pro počáteční hodnotu $R = 5$.

3.3 Potenciál s jedním systémem ramen, $m=4$

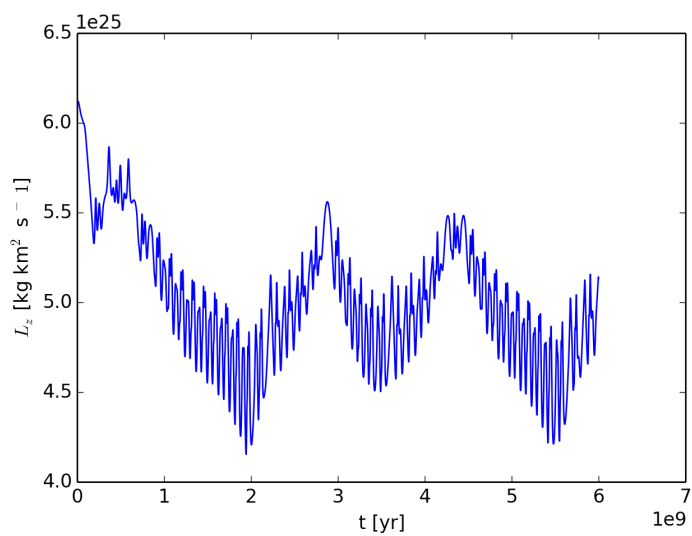
V této podkapitole použijeme potenciál se spirálními rameny s parametry $A_{rel} = 0,05$, $m = 4$, $i = 10^\circ$ a $\varphi_0 = 0$. Ramena necháme rotovat s frekvencí $\Omega_p = 18 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{kpc}^{-1}$. Hodnoty poloh rezonancí jsme určili jako $R_{CR} = 12,16 \text{ kpc}$, $R_{ILR} = 7,86 \text{ kpc}$ a $R_{OLR} = 16,45 \text{ kpc}$. Grafické znázornění viz Obrázek 3.15. Do grafů jsme vynesli polohy rezonancí, opět růžovou barvou pro OLR a ILR, zelenou pro CR.



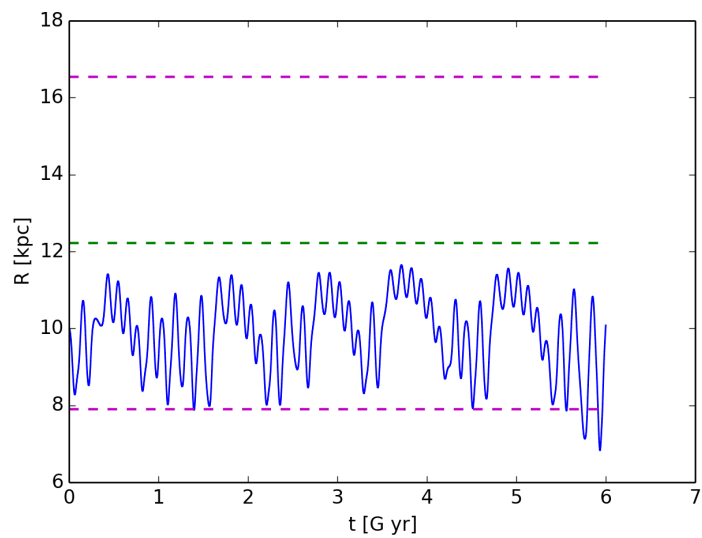
Obrázek 3.15: Znázornění poloh rezonancí potenciálu s $m = 4$.



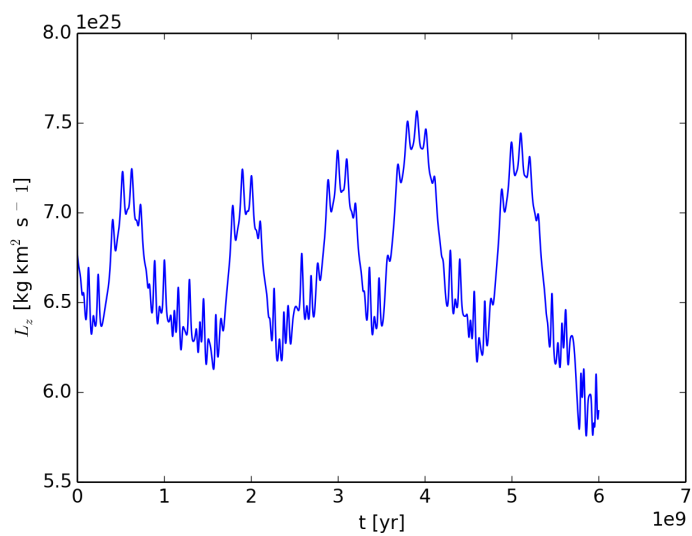
Obrázek 3.16: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 9$ kpc.



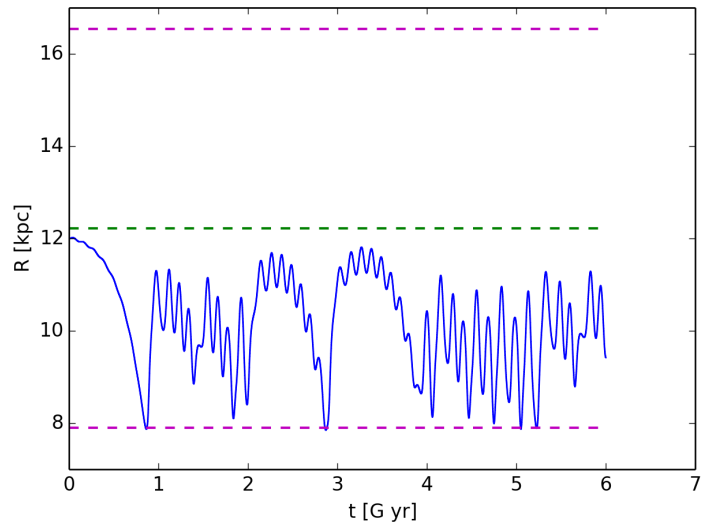
Obrázek 3.17: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 9$ kpc.



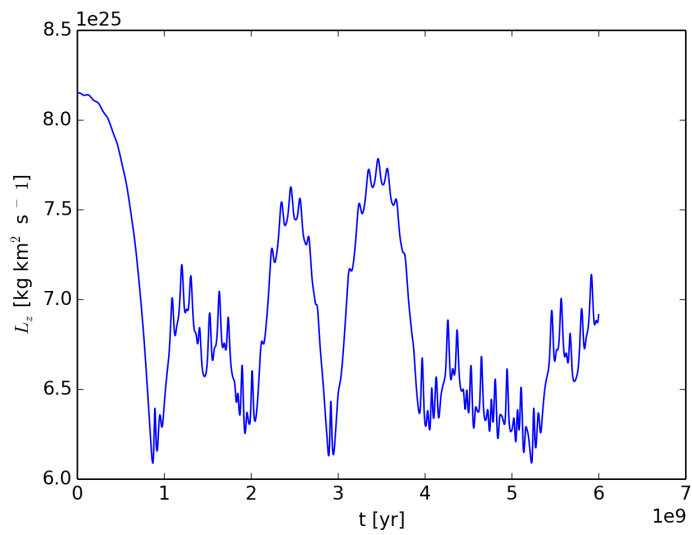
Obrázek 3.18: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 10$ kpc.



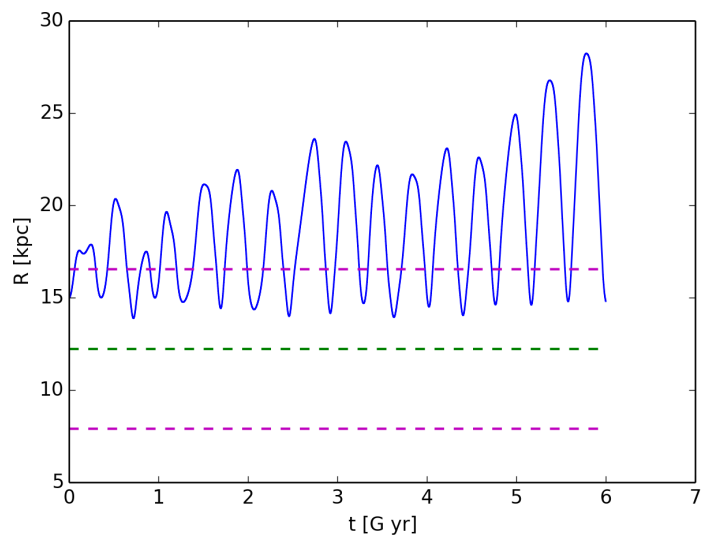
Obrázek 3.19: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 10$ kpc.



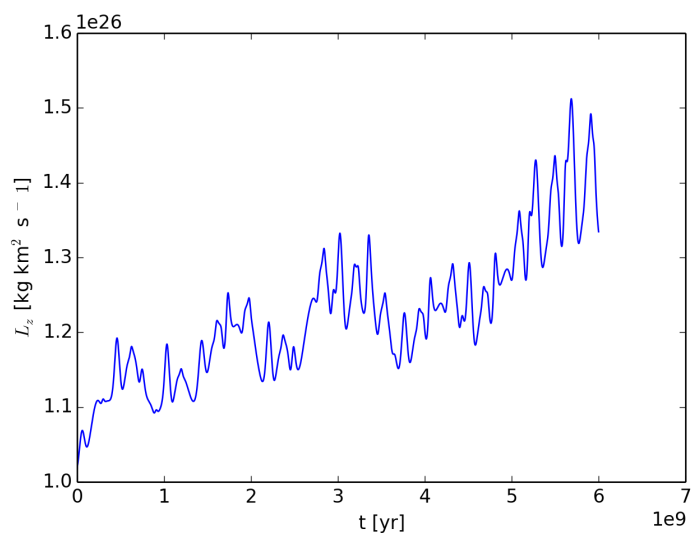
Obrázek 3.20: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 12$ kpc.



Obrázek 3.21: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 12$ kpc.

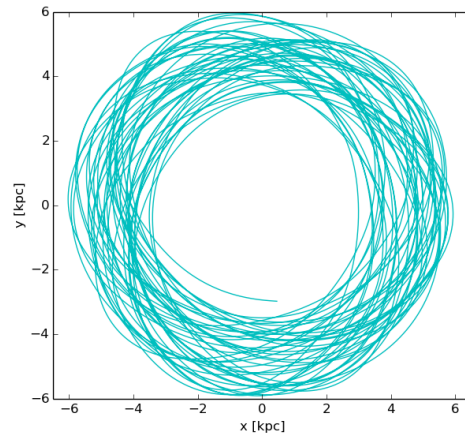


Obrázek 3.22: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.

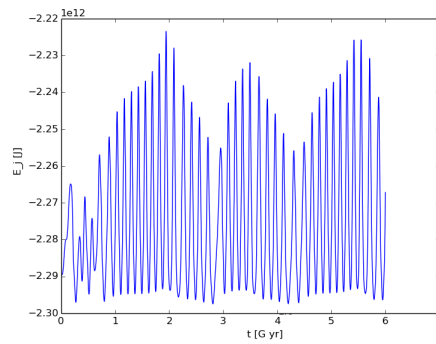


Obrázek 3.23: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.

Stejně jako v minulé podkapitole můžeme vidět výrazné změny v okolí CR a OLR. Mezi rezonancemi je dráha opět rozmazána ovšem vzdálenost se příliš nemění a částice v okolí ILR se na své dráze pravidelně přibližuje ke středu. Můžeme znázornit jednu z drah, viz 3.24. Jacobiho konstanta se i se čtyř ramenu spirálou dobře zachovává viz Obrázek 3.25.



Obrázek 3.24: Dráha částice s počáteční vzdáleností $R = 9$ kpc.

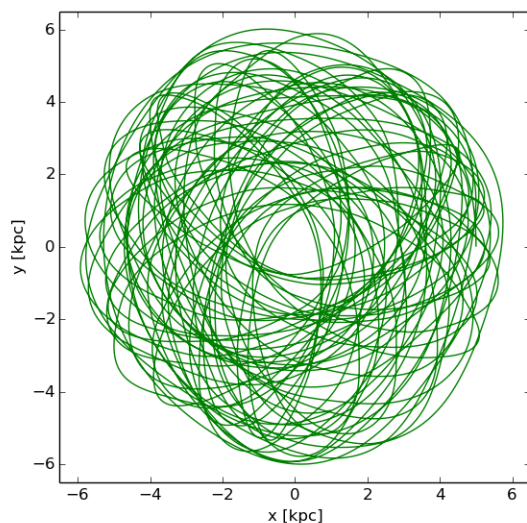


Obrázek 3.25: Okamžité hodnoty Jacobiho konstanty pro dráhu $R = 9$ kpc.

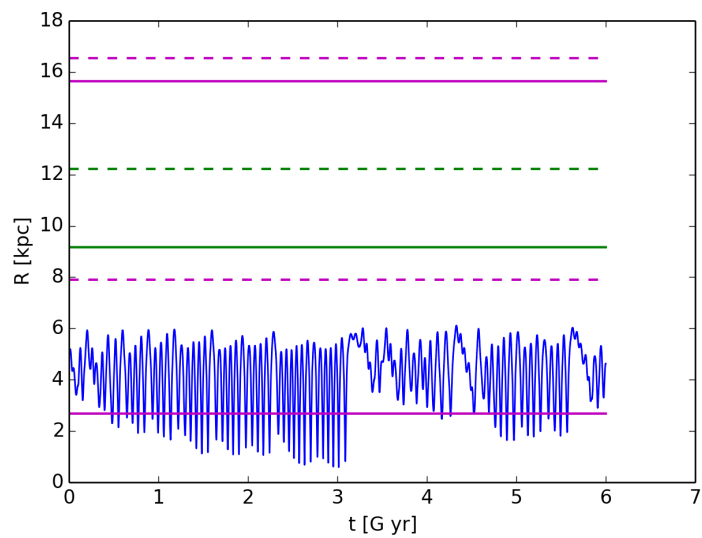
3.4 Potenciál se dvěma systémy ramen, $m=2$ a $m=4$

V této podkapitole spojíme systémy ramen z podkapitol 3.2 a 3.3 a podíváme se jak se změni vlastnosti drah oproti situaci, kdy byl systém ramen jeden. V grafech jsme znázornili polohy rezonancí obou systémů přerušovanou čarou pro systém s $m = 4$ a $\Omega_p = 18 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{kpc}^{-1}$, pro systém $m = 2$ a $\Omega_p = 24 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{kpc}^{-1}$ plnou čarou.

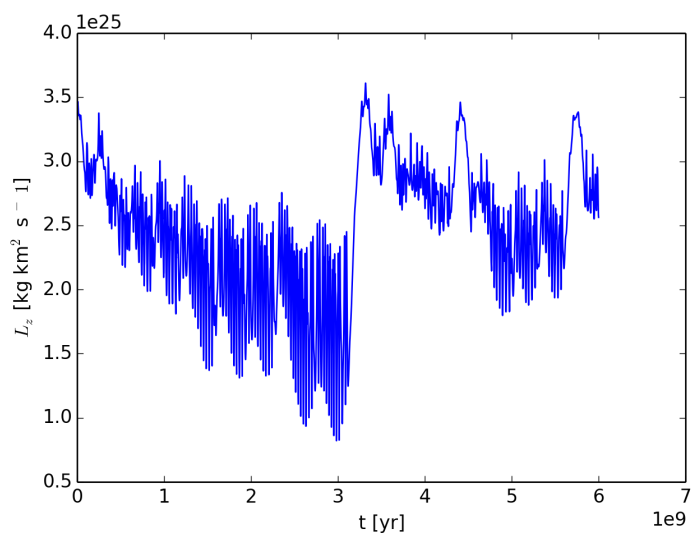
Nyní si rozebereme vzniklé grafy. Na Částice s počáteční polohou mezi vnitřními rezonancemi systémů se od své počáteční pozice výrazně nevzdálila, ovšem dráha je rozmazanější a můžeme si také všimnout, že v čase $t = 3 \text{ Gyr}$ došlo ke změně průběhu. Částice s počáteční polohou $R = 15 \text{ kpc}$ se vzdálila více než pro uvedený případ jednoho systému se dvěma rameny. Pro znázornění pohybu částice v rovině xy jsme opět vykreslili jednu dráhu viz Obrázek 3.26. V soustavě se dvěma systémy spirálních ramen se Jacobiho konstanta nezachovává.



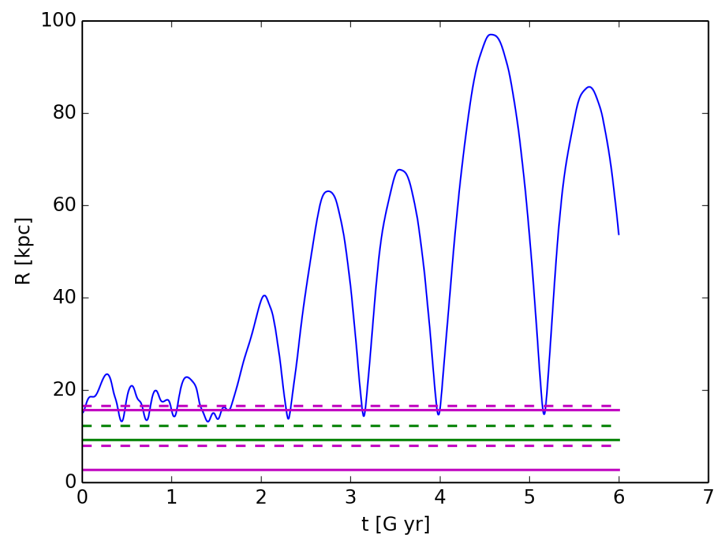
Obrázek 3.26: Dráha částice s počátečními hodnotami $R = 5 \text{ kpc}$.



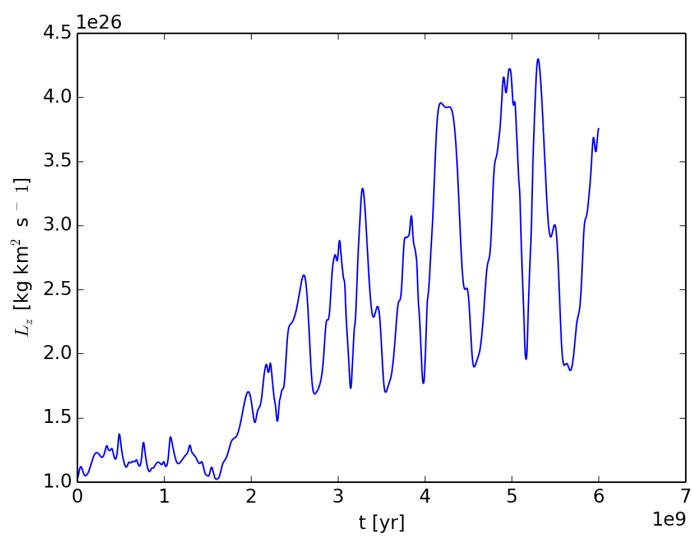
Obrázek 3.27: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 5$ kpc.



Obrázek 3.28: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 5$ kpc.



Obrázek 3.29: Vývoj vzdálenosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.



Obrázek 3.30: Vývoj momentu hybnosti pro částici s počáteční vzdáleností $R = 15$ kpc.

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo rozšíření vlastních programovacích schopností za účelem vytvoření programu pro integraci drah částic v diskových galaxiích. V průběhu práce jsem se seznámila s vlastnostmi spirálních galaxií, geometrickými vlastnostmi ramen a s tvary potenciálů. K vytvoření programu bylo třeba se také obeznámit s integrační metodou leap-frog a její úpravou pro rotující soustavy. Následně jsem vypracovala programy pro integraci drah v osově symetrickém potenciálu a v potenciálu s jedním systémem ramen a také se dvěma systémy spirálních ramen. Tyto programy jsem využila ke zjišťování změn galaktocentrické vzdálenosti a momentu hybnosti částic s kruhovou počáteční rychlostí. Správnost výpočtů jsem ověřovala pomocí zachovávaných se veličin, v případě osově symetrického potenciálu momentu hybnosti, v případě jednoho systému ramen pomocí zachování Jacobiho konstanty.

Pro osově symetrický potenciál částice zůstávaly na kruhových drahách. S přidáním jednoho systému ramen docházelo pro částice na rezonancích (především v okolí korotační rezonance a vnější Lindbladovy rezonance) ke zřetelným změnám oproti počáteční vzdálenosti. Částice v okolí vnitřní Lindbladovy rezonance opakovaně ztrácely a získávaly moment hybnosti, avšak jejich vzdálenost se neměnila tak výrazně jako u výše zmíněných. V případě potenciálu se dvěma systémy se částice, které v systému s jedním ramenem vykazovaly větší vzdálení od počáteční polohy vzdálily ještě o něco více. Částice, jejichž vzdálení se od počáteční polohy bylo nevýrazné, změnily své dráhy jenom málo.

Literatura

- [1] BINNEY J., TREMAINE S., *Galactic Dynamics*. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press, 2008. ISBN 978-0-691-13027-9.
- [2] BINNEY J., MERRIFIELD M., *Galactic Astronomy*. Princeton. NJ: Princeton University Press, 1998. ISBN 0-691-00402-1.
- [3] BINNEY J., SELLWOOD J. A., *Radial mixing in galactic discs*. [online]. (<http://adsabs.harvard.edu/abs/2002MNRAS.336..785S>).
- [4] Cosmos: The swinburne astronomy online encyclopedia, <http://astronomy.swin.edu.au/cosmos>
- [5] ELMEGREEN B. G., ELMEGREEN D. M., MONTENEGRO L., *Oprical traces of spiral wave resonance in galaxies II. Hidden three-arm spiral in sample of 18 galaxies*. [online]. <http://adsabs.harvard.edu/abs/1992ApJS...79...37E>
- [6] GENDLER R., Subaru Telescope. (<http://www.robgendlerastropics.com/M33-Subaru-Gendler.html>).
- [7] HUBBLE E., *Realm of the Nebulae*. [online]. London: Oxford University Press, 1936, s. 45. ISBN 0-691-00402-1. (<https://archive.org/details/TheRealmOfTheNebulae>).
- [8] Hubble site, HST. <http://hubblesite.org/gallery/>
- [9] KRTIČKA J., ŠTEFL V., *Historie astronomie*. [online]. (<http://www.physics.muni.cz/astrohistorie/index.html>).
- [10] JUNQUEIRA T. C., CHIAPPINI C., LÉPINE J. R. D., MINCHEV I., SANTIAGO B.X., *A new method for estimating the pattern speed of spiral structure in Milky Way*.

- [11] MIKULÁŠEK Z., KRTIČKA J., *Základy fyziky hvězd*. Brno, Masarykova univerzita, 2005. s. 408–412.
- [12] MINCHEV I., QUILLEN A. C., *Radial heating of a galactic disc by multiple spiral density waves*. [online]. (<http://adsabs.harvard.edu/abs/2006MNRAS.368.623M>).
- [13] NetBeans, <https://netbeans.org/>
- [14] PFENNIGER D., FRIEDLI D., *Computational issues connected with 3D N-body simulations*.
- [15] ROŠKAR R., DEBATTISTA V. P., *Radial migration in spiral galaxies*. [online]. (<http://arxiv.org/pdf/1406.4515v1.pdf>).
- [16] SAVCHENKO S. S., RESHETNIKOV V. P., *Pitch angle variations in spiral galaxies*. [online]. (<http://arxiv.org/abs/1309.4308>).
- [17] STROBEL N., *Astronomy Notes*. [online]. (<http://www.astronomynotes.com/>).

Přílohy

Protože přiložení plného textu programů na toto místo by zabralo zbytečně mnoho listů, uvedeme zde odkazy na internetové stránky, kde jsou uloženy. Programy jsou okomentovány pro snazší orientaci v nich.

Pro integrace drah bez ramen:

(http://www.physics.muni.cz/~spokova/Prilohy_bp/vypocty_bez_ramen.c).

Pro integrace drah s jedním systémem ramen:

(http://www.physics.muni.cz/~spokova/Prilohy_bp/jeden_sys_ramen.c).

Pro integrace drah se dvěma systémy ramen:

(http://www.physics.muni.cz/~spokova/Prilohy_bp/dva_sys_ramen.c).