

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY
A ASTROFYZIKY



DIPLOMOVÁ PRÁCE
SELFKONZISTENTNÍ SIMULACE
ELIPTICKÝCH GALAXIÍ
KATEŘINA BARTOŠKOVÁ

BRNO 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně, za použití uvedené literatury a podle pokynů vedoucího diplomové práce.

.....
Kateřina Bartošková
V Brně dne 18. května 2010

Za velkou ochotu, toleranci a užitečné rady děkuji vedoucímu diplomové práce Filipu Hrochovi. Taktéž mu děkuji za propůjčení výpočetního výkonu pracovní stanice. Členům Pídiskupiny děkuji za podnětné diskuze, ochotu a poskytnutí cílového tématu této práce, jmenovitě: Brunovi Jungwiertovi, Mirkovi Křížkovi, Lucii Jílkové, Ivaně Ebrové, Ivaně Orlitové a Tereze Bartákové. Marii Plchotové jsem velmi vděčná za jazykovou korekci a celkově všem svým blízkým za podporu a porozumění.

V neposlední řadě bych chtěla obzvláště poděkovat Oldřichu Plchotovi, jež mi byl oporou snad na všech pomyslných frontách, a také mi propůjčil výpočetní čas svého osobního počítače.

This research has made use of NASA's Astrophysics Data System Bibliographic Services.

This research has made use of the SIMBAD database, operated at CDS, Strasbourg, France

This research has made use of the NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) which is operated by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration.

We acknowledge the usage of the HyperLeda database (<http://leda.univ-lyon1.fr>)

Abstrakt Cílem této diplomové práce je studium vývoje N-částicové realizace teoretických analytických modelů aproximujících reálné eliptické galaxie. S ohledem na problematiku temné hmoty jsou porovnávány jednodílné hvězdné modely s modely dvoudílnými, které zahrnují hvězdnou a temnou složku galaxie. N-částicové simulace vybraných systémů jsou počítány pomocí volně dostupného programu GADGET2. Jako příklad srážkové interakce eliptických galaxií byla vybrána a testována teorie srážkového původu slupkových galaxií. Numerické simulace radiální srážky dvou rozdílně hmotných galaxií ukazují plně selfkonzistentní vývoj slupkové struktury. Výsledky ze studia vývoje izolovaných galaxií též indikují, že N-částicové simulace stabilních systémů odpovídají teoretickým předpovědím.

Abstract The aim of this diploma thesis is a study of developing N-body realization of theoretical analytical models, which approximate real elliptical galaxies. With the topic of dark matter in mind, the one-component stellar models are compared to two-component models, which include stellar and dark matter component of galaxy. N-body simulations of selected systems are computed using freely available tool – GADGET2. As an example of colliding interaction of elliptical galaxies, the theory of merger origin of shell galaxies was chosen and tested. The numerical simulations of a head-on collision of two galaxies with different masses show a process of full self-consistent shell structure creation. These simulations were conducted for different initial condition parameters of bigger primary galaxy. The results of examining the evolution of isolated galaxies also indicate that the N-body simulations of stable systems fulfill theoretical assumptions.

Obsah

Úvod	3
1 Eliptické galaxie	4
1.1 Úvod do eliptických galaxií	4
1.1.1 Korelace parametrů a pozorovatelné charakteristiky	6
1.1.2 Fundamentální rovina	9
1.1.3 Shrnující klasifikace	11
2 Dynamika eliptických galaxií	15
2.1 Bezkolizní mnohačasticové systémy	15
2.1.1 Bezkolizní aproximace	16
2.1.2 Bezkolizní Boltzmannova rovnice	17
2.1.3 Momenty Boltzmannovy bezkolizní rovnice	18
2.1.4 Jeansovy teorémy	18
2.2 Distribuční funkce eliptických galaxií	20
2.2.1 Distribuční funkce	20
2.2.2 Křivočaré souřadnice	21
2.2.3 Stabilita bezkolizních systémů	22
2.3 Jednokomponentní rovnovážné modely	24
2.3.1 Plummerova sféra	24
2.3.2 Hernquistova sféra	25
2.3.3 Další často používané modely	27
3 Multikomponentní modely	29
3.1 Temná strana galaxie	30
3.1.1 Fyzikální konzistence	31
3.1.2 Stabilita vícekomponentních modelů	31
3.2 Plummerův dvoukomponentní model	32
3.3 Hernquistův dvoukomponentní model	35
4 Simulace mnohačasticových systémů	37
4.1 Problém N těles	37
4.1.1 Příímá metoda	38
4.1.2 Tree metody	39
4.1.3 Metoda sítě	40
4.1.4 Další metody	40
4.1.5 GADGET2	41

4.2	N-částicové simulace izolovaných galaxií	42
4.2.1	Počáteční konfigurace	42
4.2.2	Softening vybraných modelů	43
4.2.3	Výsledné simulace	46
5	Simulace srážky eliptických galaxií	49
5.1	Slupkové galaxie	49
5.1.1	Srážkový původ	50
5.1.2	Rozložení hmoty v eliptických galaxiích	52
5.1.3	NGC 3923	52
5.2	Volba konfigurace srážky	54
5.2.1	Vybrané počáteční podmínky	55
5.3	Selfkonzistentní simulace srážky	57
	Závěr	59
	A Generování počátečních podmínek	61
	B Grafická příloha	65
	Literatura	77

Úvod

Eliptické galaxie tvoří různorodou skupinu objektů s mnoha společnými i rozdílnými rysy. Pro pochopení komplexní problematiky, jakou je podstata eliptických galaxií, je důležitá správná interpretace dat, získaných z pozorování těchto objektů. Jedním z hlavních cílů galaktické astrofyziky je právě propojení údajů z pozorování s teoretickými fyzikálními předpověďmi, učiněnými na základě určitých předpokladů. Numerické simulace gravitačního vývoje N-částicových systémů mají zásadní vliv na dnešní chápání dynamiky vesmírných objektů, od planetární a stelární dynamiky, přes simulace galaktických systémů, až po kosmologické struktury.

Předložená diplomová práce se zabývá aproximativním N-částicovým modelováním reálných eliptických galaxií pomocí bezkolizní aproximace, a to jak jednodílných hvězdných systémů, tak systémů dvoudílných, které kromě původní hvězdné složky obsahují i často diskutované temné halo.

Problematika N-částicových simulací je rozebírána v souvislosti se stabilitou mnohačásticové realizace odvozených teoretických modelů. Zvláštní rozbor je věnován optimálnímu využití softeningu ve zvolených simulacích. Jako programové vybavení pro řešení časového vývoje selfkonzistentních mnohačásticových systémů se používá volně dostupný program GADGET2.

Poslední část práce se zabývá jedním z aktuálních témat dynamiky galaktických objektů. Zkušenosti z teoretických a praktických rozborů jsou využity v N-částicových simulacích radiální srážky dvou rozdílně hmotných eliptických galaxií. Principem vybraných konfigurací je pokus o plně selfkonzistentní modelování vzniku pravidelné slupkové struktury, pozorované v mnohých eliptických galaxiích a předpovězené teorií srážkového původu a souvisejícími simulacemi s testovacími částicemi.

Kapitola 1

Eliptické galaxie

První kapitola si bere za cíl uvést čtenáře do problematiky skupiny extragalaktických objektů, souhrnně nazývanými eliptické galaxie (EG). Zdaleka se však nejedná o ucelený souhrn informací, ale jen o střípky poznatků, které se vztahují k náplni práce, jejíž snahou je přiblížit se reálným galaktickým systémům při současném zachování zjednodušující aproximace. Více informací se dá nalézt například v Binney a Merrifield (1996), Kormendy a Djorgovski (1989), Dressler aj. (1987), Kormendy aj. (2009), de Zeeuw a Franx (1991), Coppola (2008), Cappellari aj. (2006), Graham a Guzmán (2003) a Lauer aj. (2005).

1.1 Úvod do eliptických galaxií

Mezi eliptické galaxie se řadí velká skupina komplexních a celkově různorodých, extragalaktických objektů, které spojují a nakonec i odlišují různé pozorovatelné charakteristiky. První dělení eliptických galaxií (ostatně všech galaxií vůbec) určil Edwin Hubble na základě optického pozorování. Jeho klasifikace se také v rozšířené podobě používá dodnes. Posloupnost od eliptických galaxií po spirální druhy se původně považovala za vývojovou, a tak se pro eliptické galaxie vžilo označení „rané typy“ galaxií (rané galaxie, early type), spirální se pak považují za tzv. „pozdní typy“ galaxií. Od spirálních se v této klasifikaci liší eliptické galaxie převážně svým celkovým vzhledem. Jedná se o objekty obecně připomínající tvar trojosého elipsoidu.

Často se podle preference rotace kolem konkrétní osy popisují rotačními elipsoidy, a to buď jako zploštělé, rotující kolem hlavní osy objektu, nebo jako protáhle sféroidy vzniklé rotací kolem osy vedlejší. Jednotlivé objekty mohou obsahovat i více rotačních stupňů. Ačkoliv eliptické galaxie nejsou v podstatě objekty kulového tvaru, nehraje v jejich životě rotace tak velkou roli. Oproti spirálním objektům, které se vyznačují výraznou rotací disku v hlavní rovině galaxie, dominuje obecně u eliptických galaxií náhodnější složka pohybu hvězd. U mnohých z nich je mírná nesféricnost způsobena spíše anizotropií ve hvězdných rychlostech.

Při projekci elipsoidu na rovinu pozorujeme elipsu, která může v závislosti na natočení galaxie směrem k pozorovateli, nabývat mnoha různých tvarů (elipticity) a sklonů. Pro výpočet elipticity platí vztah $\epsilon = 1 - b/a$, kde a je hlavní a b vedlejší poloosa pozorované elipsy. Podle Hubbleovy klasifikace se eliptické galaxie značí písmenem „E“ a poddruhové číselné označení se pak určí jako celá část z $10 \times \epsilon$. Tímto způsobem se dělí do osmi podskupin (E0–E7).

Eliptické galaxie, neboli rané typy, se v průběhu doby začaly rozdělovat do dvou hlavních skupin. Jedná se o *klasické eliptické galaxie* a *trpasličí eliptické galaxie*¹. Často se studují odděleně, a to z důvodu předpokládaných odlišných vlastností.

Z dynamického hlediska je však jejich galaktický život často propojený. Galaxie se sdružují do skupin a galaktických kup, kde spoluvytvářejí prostředí, ve kterém následně vzájemně interagují. Dnes se má za to, že mnoho pozorovaných extragalaktických objektů má ve svém rejstříku srážkovou minulost, či se jí právě dopouští nebo hodlá dopustit. Podle nejvíce přijímaného kosmologického modelu CDM (cold dark matter, tedy kinematically chladné temné hmoty), se život galaxií řídí dle hierarchického scénáře, kde vzájemné slučování menších celků vytváří větší struktury. Takový názor ale nepřevládá po celou dobu. S rozvojem pozorovací techniky a spektrálního rozsahu, kosmologických teorií a N-částicových simulací, se měnily představy o vzniku a vývoji galaxií, kde se eliptické galaxie změnily z dynamicky nezajímavých a starých objektů bez vnitřního života na důležité členy aktivní galaktické rodiny.

Eliptické galaxie mají velmi málo mezihvězdného materiálu, ze kterého se obvykle vytvářejí nové hvězdy. Jsou tedy dost chudé na počet mladých hvězd a obsahují převážně starší hvězdy II. populace. Mezi obry v eliptických galaxiích dominují červení obři, zatímco výskyt modrých obrů je téměř mizivý. To způsobuje celkově mírně červenější nádech, než mají spirální typy galaxií. S malým počtem mladých hvězd se spojuje i malý výskyt otevřených hvězdokup. Na druhou stranu klasické eliptické galaxie mají obvykle rozsáhlý systém hvězdokup kulových, kde převládá starší populace hvězd. Zajímavým spektroskopickým poznatkem je také vnitřní gradient kovů (nebo-li barevný gradient), kde abundance těžších prvků v centrálních oblastech je vyšší (jsou pak červenější) než v okrajových částech galaxií.

Novější poznatky ze studia struktury eliptických galaxií naznačují, že většina klasických eliptických galaxií obsahuje mnohem více mezihvězdného prachu a plynu, než se na první pohled jeví z optického pozorování. Avšak plyn se převážně vyskytuje buď ve velice horkých formách ionizovaného či dvakrát excitovaného vodíku, nebo v chladné formě H I, a tudíž jej můžeme detekovat nejvíce ve spektrálních oborech, které jsou lidské zvědavosti k dispozici relativně krátkou dobu (rentgenový a rádiový obor).

Eliptické galaxie obsahují i mezihvězdný prach, často situovaný v centrálních oblastech², uspořádaný ve volně natočených pruzích nebo prstencích či prachových mračnách. Podle Kormendy a Djorgovski (1989) má natočení prachových prstenců vztah k osám galaktického elipsoidu, a je tedy možné, že by jejich studium mohlo být užitečné z hlediska měření prostorového tvaru vybrané galaxie. Stále je ale množství prachu a plynu v průměrné eliptické galaxii poměrově menší než v běžné galaktické výduti spirálních objektů.

V této práci v následných galaktických modelech se výskyt a vliv mezihvězdné hmoty a rozdílných populací hvězd zanedbává, nebudeme se jimi proto již dále podrobněji zabývat. Neznamená to však, že se jedná o zcela zanedbatelnou stránku života eliptických galaxií.

¹Můžeme se také setkat s označením eliptické, či rané galaxie ve smyslu klasicky eliptických galaxií. Trpasličí galaxie se pro změnu někdy oddělují jako celá skupina obecně, tedy nejde jen o dE objekty.

²Přibližně 80 % klasických eliptických galaxií obsahuje prachové útvary do vzdáleností ~ 1 kpc od centra objektu. K prachovým oblastem jsou také přidruženy plynná mračna s hmotnostmi kolem $10^4 - 10^7 M_{\odot}$ (jedná se i o ionizovaný vodík), viz Mathews a Brighenti (2003).

1.1.1 Korelace parametrů a pozorovatelné charakteristiky

Spektroskopie a fotometrie z různých pozorování v kombinaci s teoretickými předpoklady vytváří dohromady mozaiku dnešních znalostí o životě extragalaktických objektů.

Plošná fotometrie

Dostatečně blízké a velké galaxie (podle technických možností) nepozorujeme jako bodové objekty, nýbrž jako plošně rozložené obrazce. Popisem dvoudimenzionální fotometrické struktury extragalaktických objektů se zabývá plošná fotometrie. Pozorovaný tvar eliptických galaxií se dá popsat souborem isofot (v prvním přiblížení se jedná o elipsy) spojujících místa se stejnou intenzitou. Kromě elipticity a sklonu lze získat také radiální průběh poklesu jasu pozorovaného objektu.³

V padesátých letech přišel Gérard de Vaucouleurs s dnes již obecně přijímaným poznatkem, že eliptické galaxie mají vzájemně podobné fotometrické profily a definoval tzv. empirický $R^{1/4}$ zákon

$$I(R) = I_e e^{-b[(R/R_e)^{1/4}-1]}, \quad (1.1)$$

kde R odpovídá projektované radiální vzdálenosti⁴ na ploše pozorovaného obrazu galaxie a R_e je efektivní poloměr, $I_e = I(R_e)$. Polovina celkového zářivého toku objektu se nachází právě pod tímto poloměrem. Z definice pak vyplývá, že $b \simeq 7.76$. Místo plošné intenzity se často používá plošná magnituda, tedy

$$\mu = \mu_e - 2.5 \log_{10}(I/I_e) = \mu_e + 8.325 \cdot \left[\left(\frac{R}{R_e} \right)^{1/4} - 1 \right]. \quad (1.2)$$

Později, s nástupem přesnějších pozorování i méně jasných objektů a statisticky většího vzorku, se ukázalo, že jejich fotometrickým profilům odpovídá spíše zobecněný tvar de Vaucouleursova zákona, a to tzv. *Sérsicův zákon*

$$I(R) = I_e e^{-b_n[(R/R_e)^{1/n}-1]}, \quad (1.3)$$

kde I_e a R_e jsou opět efektivní intenzita a poloměr. Třetím parametrem je mocnina n . Podle Kormendy a Djorgovski (1989) je extrapolace pomocí $R^{1/4}$ zákona nejpřesnější u objektů s absolutní magnitudou $M_B \simeq -21$ mag. U méně jasných a převážně trpasličích galaxií je patrná větší odchylka, mají obvykle $n < 4$ a méně strmý luminozní profil. Další skupinu z hlediska plošné fotometrie definují naopak velmi jasné objekty, často obří galaxie s difúznějším, centrálně koncentrovanějším, průběhem jasu. Pro ně platí naopak aproximace, kde $n > 4$. Dané zjištění tedy definuje vztah mezi veličinami $n - M_B$ (Filtr B se v této souvislosti používá nejčastěji). Jasnější velké galaxie mají tendenci mít větší Sérsicův parametr n , a naopak.

Dalším fotometricky významným zákonem je tzv. Nukerův zákon, zavedený a používaný (Lauer aj., 2005) na fitování průběhů jasností center galaxií, jejichž snímky byly pořízeny Hubblovým vesmírným dalekohledem. Už první pozorování blízkých galaxií mimo

³Podrobněji viz například Kormendy a Djorgovski (1989), Jílková (2008), Bartošková (2007) a další.

⁴Veličina R zde pak představuje geometrický průměr z hlavní a a vedlejší b poloosy elipsy, $R = \sqrt{ab}$.

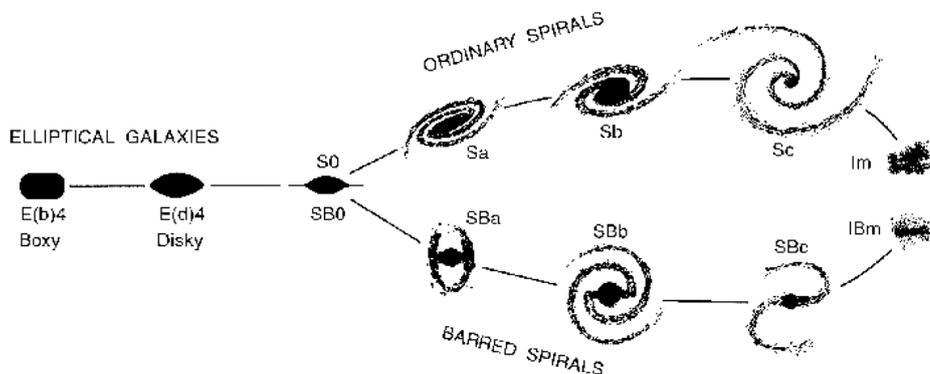
atmosféru Země odhalila složitější struktury v centrálních oblastech. Průběh jasů také neodpovídal původním pozorováním, zkrusleným zemskou atmosférou (seeingem). Nukerův zákon má více volných parametrů

$$I(R) = 2^{(\beta-\gamma)/\alpha} I_b \left(\frac{R_b}{R} \right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{R}{R_b} \right)^\alpha \right]^{(\gamma-\beta)/\alpha}, \quad (1.4)$$

kde R_b odpovídá „zlomovému“ poloměru v průběhu intenzity.⁵

Isofotální tvar 2D projekce eliptických galaxií neopisuje vždy ideální elipsu. Podle tvaru odchylky se dají galaxie rozlišovat na „boxy“ (hranaté) a „disky“ (diskovité), což odráží fyzikálnější smysl. Kormendy aj. (2009) dělí klasické eliptické galaxie do dvou kategorií, které se mimo jiné liší i touto charakteristikou.

První z nich, EG s diskovitějšími isofotami a Sérsicovým parametrem $n \sim 3 \pm 1$, rotují převážně kolem některé z hlavních os a vyznačují se více izotropním rozdělením rychlostí. Objekty s hranatějšími elipsami mají oproti tomu mnohem nižší velikost rychlosti rotace. Rotují častěji kolem vedlejší osy, a usuzuje se, že odpovídají předpokládaným minimálně rotujícím triaxiálním nebo protáhlým elipsoidům s výraznou anizotropií hvězdných rychlostí. Do této druhé skupiny se řadí jasnější galaxie s $n > 4$ a jejich centra se vyznačují výrazným zvýšením jasů. Kormendy a Bender (1996) navrhli další alternativní schematickou úpravu Hubbleovy klasifikace, kde jsou eliptické galaxie sice stále seřazeny podle pozorovaných tvarů, ale znázorňují také posloupnost rostoucí míry rotace a izotropie objektu na úkor náhodného pohybu, viz schéma na obrázku 1.1.

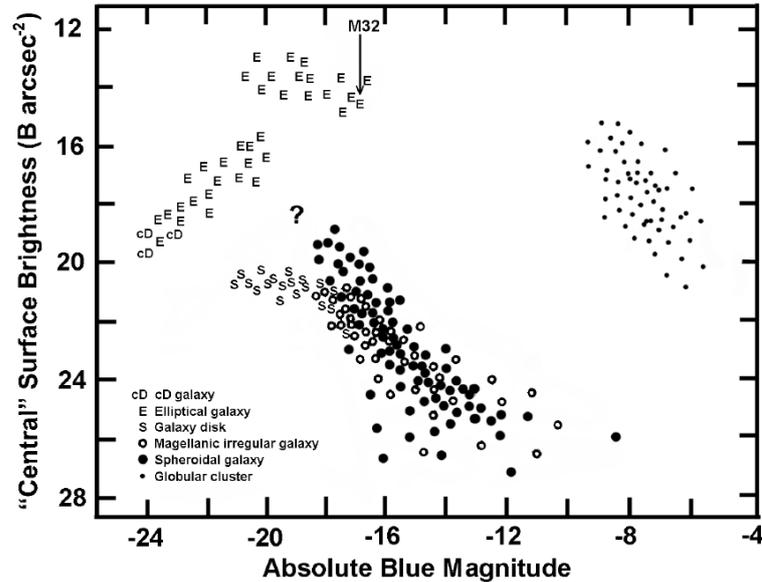


Obrázek 1.1: Návrh nové Hubbleovy klasifikace galaxií. (zdroj: Kormendy a Bender (1996))

Kormendiho diagram

Další fotometricky významným zákonem eliptických galaxií je tzv. Kormendiho vztah (Kormendy, 1977) mezi střední plošnou hvězdnou velikostí uvnitř efektivního fotometrického

⁵V tomto zápise Nukerova zákona odpovídá radiální vzdálenost R hlavní poloose isofotální elipsy, $R = a$.



Obrázek 1.2: Rozložení pozorovaných galaxií podle celkové absolutní hvězdné velikosti a střední plošné jasnosti centrálních oblastí galaxií ve filtru B. Znak „E“ odpovídá klasickým eliptickým galaxiím, „•“ pak sféroidním trpasličím galaxiím, zdroj: Kormendy aj. (2009). Klasické eliptické galaxie vytvářejí dvě skupiny jasných a méně jasných galaxií, v tomto případě je zde vidět jejich mírná odlišnost z hlediska fotometrických vlastností center.

poloměru a tímto poloměrem

$$\log R_e \propto \kappa \langle \mu \rangle_e, \quad (1.5)$$

kde konstanta κ závisí mimo jiné na spektrálním oboru a vybraném vzorku objektů. V jiném vyjádření se také často používá jako vztah mezi střední plošnou hvězdnou velikostí a absolutní hvězdnou velikostí objektu, např. $M_B - \langle \mu \rangle_e$.

Rozložení galaxií podle Kormendioho zákona znázorňuje graf na obrázku 1.2, kde je mimo jiné vidět odlišný průběh $M_B(\langle \mu \rangle_e)$ mezi sféroidními trpasličími a klasickými eliptickými galaxiemi. Občas se mu také přezdívá „Hertzsprunglův–Russellův diagram galaxií“.

Faberův-Jacksonův vztah

Spektroskopie eliptických galaxií podhaluje další důležité informace. Kromě chemického rozboru spekter a měření rudého posuvu je také důležitá kinematika. Z rozšíření spektrálních čar se dá odhadnout pozorovaná projekce disperze rychlostí⁶, neboli rozptyl rychlostí ve směru k pozorovateli σ_p . Dříve se měřila převážně jen jako centrální hodnota, dnes je již díky technickému rozvoji možné mapovat i kinematické údaje napříč 2D obrazem pozorovaných galaxií.

⁶U objektů s detekovatelnou rotací se zjišťuje i rotační rychlost.

Ukázalo se, že mezi centrální disperzí rychlostí a jasností objektu je jistá vzájemná spojitost, označovaná jako Faberův-Jacksonův vztah (Faber a Jackson, 1976), např. ve filtru B vztah $\log \sigma_0 - M_B$. Často se vyjadřuje také skrze zářivý výkon jako závislost

$$L \propto \sigma_p^\gamma, \quad (1.6)$$

kde konstanta γ závisí taktéž na pozorování a vybraném vzorku, přibližně se však pohybuje v okolí hodnoty $\gamma \simeq 4$.

1.1.2 Fundamentální rovina

Díky statisticky významějšímu množství údajů je stále více zřejmá vzájemná spojitost fyzikálních parametrů těchto objektů. Výše uvedené vztahy mezi fyzikálními veličinami dávají do souvislosti *Fundamentální rovina* („Fundamental Plane“, dále FP). Nezávisle na sobě ji formulovali Djorgovski a Davis (1987) a Dressler aj. (1987).

Jedná se o empiricky definovanou rovinu, jejíž parametry jsou získány na základě fotometrických a spektroskopických pozorování extragalaktických objektů. Tato rovina může být popsána například vztahem mezi třemi observačními parametry: efektivním poloměrem R_e , střední plošnou hvězdnou velikostí pod tímto poloměrem $\langle \mu \rangle_e$ a projekcí centrální disperze rychlostí podél zorného paprsku σ_0 .

$$\log R_e = a \langle \mu_e \rangle + b \log \sigma_0 + \text{konst.}, \quad (1.7)$$

kde konstanty a , b obecně závisí na fotometrickém filtru, vybraném vzorku a na fitovací proceduře. Obvykle leží v rozsahu $a \in (0.3, 0.36)$, $b \in (1.2, 1.6)$ (Evstigneeva aj., 2002).

Tyto parametry generují 3D prostor, který však není zaplněn náhodně, nýbrž většina klasických eliptických galaxií se zde nalézá na relativně tenké rovině. Na obrázku 1.3 je FP zobrazena v několika významných projekcích.

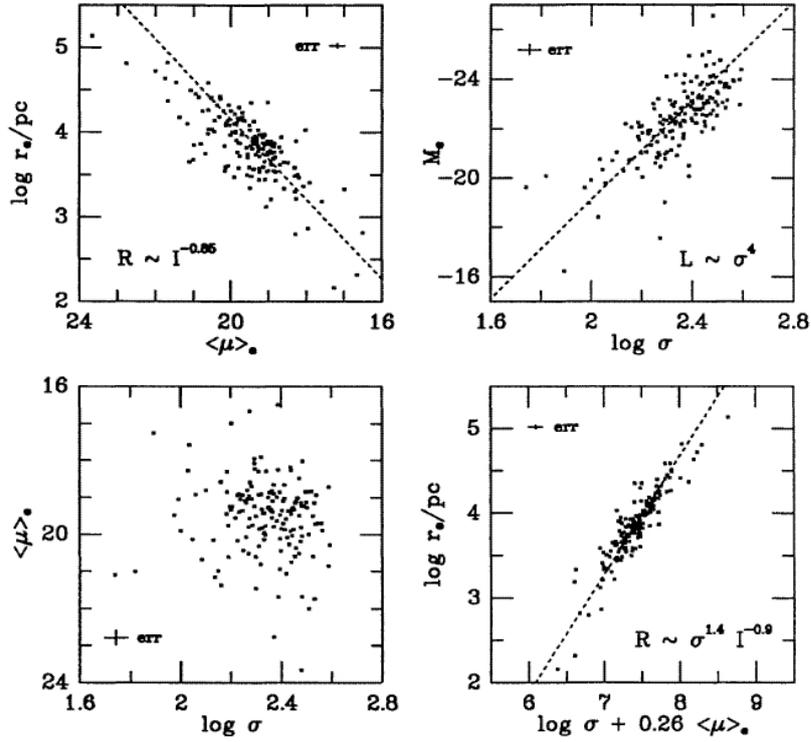
Mimo uvedené parametry se často používají i další související veličiny, jako například zářivý výkon v určitém filtru a absolutní hvězdná velikost, poměr M/L , hmotnost systému nebo jeho složek, rotační parametry (často se uvádí poměr V/σ), různé barevné indexy (např. $(B - V)$), celkový červený posuv apod.

Právě propojení na vzdálenosti závislých a na vzdálenosti nezávislých proměnných, skrze specificky danou FP, nám umožňuje využití eliptických galaxií jako tzv. *standardních svíček*⁸. Pokud například pozorujeme vzdálenou kupu galaxií, zaneseme zjištěné údaje o jejích členech do grafů fundamentální roviny. Pomocí uvedených vztahů pak odečteme například absolutní hvězdnou velikost a z ní již snadno stanovíme přibližnou vzdálenost dané skupiny.

Záležet ale může též na „prostředí“, ve kterém se galaxie nacházejí. Nicméně právě poznatky z N-částicových simulací srážek galaxií, kde jsou výslednými produkty, či původci, eliptické objekty, jsou v dobrém souladu s fundamentální rovinou, viz např. závěry z (Evstigneeva aj., 2002) a (Graham a Guzmán, 2003).

⁷Podle (Kormendy a Djorgovski, 1989) tolik nezávisí na definici fundamentálních parametrů. Výše uvedené údaje by se mohly vztáhnout například na konkrétní centrální charakteristiky (r_0 a $\langle \mu \rangle_0$) a měli bychom dojít k obdobné fundamentální rovině. Veličiny také nejsou bolometrické, měří se v určitých filtrech.

⁸Fundamentální rovina nemusí být pro svůj rozptyl, nemusí být příliš přesná oproti některým dalším standardním svíčkám. Její výhody jsou však ve využití pro měření ve velkých vzdálenostech.



Obrázek 1.3: Grafy různých projekcí Fundamentální roviny, data odpovídají skupině normálních eliptických galaxií a galaktických výduťů, zdroj: Kormendy a Djorgovski (1989).

Předmětem různých dohadů je původ odchylky sklonu FP (v angličtině tzv. „tilt“) od předpovědi, získané na základě virializované skupiny homogenní modelů s konstantním poměrem M/L . Z viriálové věty, za použití pozorovatelných veličin a za předpokladu homogenní izotropní sférické symetrie ($\langle v^2 \rangle = \sigma_0^2 = \text{konst.}$), vyplývá, že

$$\left(\frac{M}{L}\right)_{\text{vir}} \propto \frac{\sigma_0^2}{2\pi G R_e \langle I_e \rangle}. \quad (1.8)$$

Při konstantním podílu M/L pak dojdeme k předpovědi

$$\log R_e = 0.4 \langle \mu_e \rangle + 2 \log \sigma_0 + \text{konst.} \quad (1.9)$$

Ve skutečnosti však FP definuje jiné mocniny veličin σ_0 a $\langle \mu_e \rangle$, viz (1.7). Reálné galaxie nejsou homogenní, ani striktně sférické a nemají obecně izotropní rozdělení rychlostí. Dále se skládají z různých hvězdných populací, tedy předpoklad konstantní M/L také není realistický. Avšak podle podrobnějších studií (např. Busarello aj. (1998)) má nehomogenní a anizotropní popis objektu příliš malý vliv na výsledný vztah (1.9). Důležitá je tedy právě variace M/L (dá vyjádřit jako mocninný vztah $M/L \sim L^\gamma$) podél FP. Nicméně ani přesnější fitování populačních funkcí (např. SAURON projekt: Cappellari aj. (2006) a další) stále ještě nemusí podat rozumné vysvětlení pozorované odchylky FP od teoretické roviny.⁹

⁹Mezihvězdného materiálu v podobě prachu a plynu je v eliptických galaxiích obecně malé množství, aby ovlivnilo globální průběh podílu M/L .

Tato skutečnost vnáší do problému nutnost zavedení dalšího mechanismu pro popis reálných eliptických galaxií a tím se nejčastěji stává gravitačně působící temná hmota. Při započítání vlivu temné hmoty se následně vynoří další otázky spojené s jejím původem a rozložením. Mnohdy se temným halům přisuzuje celkově větší hmotnost než celé zářivé části galaxie, jindy zase může být vliv temné hmoty zanedbatelný. Cappellari aj. (2006) odhadli na vzorku 25 raných galaxií průměrný podíl temné hmoty kolem 30% z celkové hmotnosti, která se nachází v oblasti pod efektivním poloměrem R_e , přičemž eliptické galaxie s výraznější rotací jí obsahují méně než velké, takřka nerotující galaxie.

Dalším předpokladem je výskyt velmi hmotných objektů v centrech galaxií. Z tohoto důvodu se často studuje vliv centrální černé díry na okolní disperzi rychlostí, vztah $M_{BH} - \sigma$, a souvislost tohoto objektu¹⁰ s mateřskou galaxií celkově (např. Di Matteo aj. (2005)).

1.1.3 Shrnující klasifikace

Budeme-li se držet původního nastínění v úvodní části kapitoly, můžeme eliptické galaxie rozdělit do dvou hlavních sekvencí: do klasické eliptické větve a trpasličí větve. Použijeme-li další dělení podle koncepce v Binney a Merrifield (1996, kap. 4)¹¹, pak mezi klasické eliptické galaxie patří tzv. cD galaxie (cD), normální eliptické (E) a někdy také větvenovité galaxie (S0). Mezi trpasličí se řadí převážně trpasličí eliptické (dE), trpasličí sféroidní (dSph), modré kompaktní trpasličí galaxie (BCD). V tabulce 1.1.3 jsou uvedeny některé přibližné číselné charakteristiky uvedených typů.

V předešlé části, týkající se vlastností eliptických galaxií získaných z pozorování, bylo z několika úhlů nastíněno rozdělení klasických eliptických galaxií do dvou skupin. Z tohoto důvodu je vhodné uvést jejich stručnou rekapitulaci:

A) Jasně eliptické galaxie

- Jsou to často jasnější a hmotnější galaxie ($M_B \gtrsim -21$ mag).
- Jedná se o pomaleji rotující objekty s anizotropním rychlostním polem.
- Některé z nich ve svých centrech vykazují kinematically rozlišitelné struktury.
- Z hlediska pozorování mají jejich centra výrazný fotometrický vrchol, často se pak označují jako „jaderné“ (core) galaxie.
- Velký podíl temné hmoty na celkové hmotnosti galaxie je pro tuto skupinu význačný, největší podíl M/L mají nejméně rotující objekty.
- Pozorovaný fotometrický obraz galaxie je spíše kulatější, má nižší elipticitu.
- Fotometrické isofoty jsou spíše hranatější (boxy), Sérsicův index $n > 4$.
- Inklinují spíše k červenějšímu celkovému zabarvení, jsou bohaté na kovy.
- Často jsou klasifikovány jako galaxie cD, gE a E.

B) Méně jasné klasické eliptické galaxie

- Jsou to méně hmotné a jasné ($M_B \lesssim -21$ mag) galaxie než předešlá skupina.

¹⁰Důležité může být také propojení vývoje galaxie s aktivitou galaktického jádra (AGN).

¹¹Uvedené dělení eliptických galaxií je též převzato z Bartošková (2007).

- Rotace hvězd kolem osy elipsoidu je výraznější, rozdělení rychlostí je více izotropní.
- U některých koreluje rotační osa s vedlejší fotometrickou osou elipsy.
- Fotometrická centra vykazují mocninný nárůst plošné jasnosti, odtud se pro tuto skupinu také vžilo označení „mocinné“ (power-law) galaxie.
- Obsahují nejspíše menší množství temné hmoty než velké jasné galaxie.
- Některé z nich vykazují známky subpopulací různého stáří, tedy obsahují i mladší hvězdy, a s tím souvisí „modřejší“ zabarvení než u jiných E galaxií.
- Pozorované fotometrické obrazy mohou nabývat i velmi protáhlých elips.
- Isofoty jsou spíše diskovitější (disky), Sérsicův index $n \simeq 3 \pm 1$.
- Často jsou klasifikovány jako galaxie E, cE a S0.

druh:	abs. magnituda [mag]	$M [M_{\odot}]$	r [kpc]	$M/L_B [M_{\odot}/L_{\odot}]$
S0	-17 až -22	10^{10} až 10^{12}	10 až 100	~ 10
cD	-22 až -25	10^{13} až 10^{14}	300 až 1000	> 100
E	-15 až -23	10^8 až 10^{13}	1 až 200	10 až 100
dE	-13 až -19	10^7 až 10^9	1 až 10	~ 10
dSph	-8 až -15	10^7 až 10^8	0.1 až 0.5	5 až 100
BCD	-14 až -17	$\sim 10^9$	< 3	0.1 až 10

Tabulka 1.1: Charakteristické vlastnosti galaxií uvedených typů, zdroj Binney a Merrifield (1996). V tabulce se uvádí zleva absolutní magnituda objektu ve filtru B, hmotnost v hmotnostech slunečních (M), přibližný průměr viditelné galaxie (r), a poměr hmotnosti k zářivému výkonu (M/L_B), taktéž ve slunečních jednotkách.

V současné době probíhá revize rozdílu mezi dE a méně jasnými E galaxiemi. Ačkoliv jsou nejspíše trpasličí galaxie ve vesmíru nejvíce zastoupeny, jejich „trpasličí“ podstata je umožňuje detekovat pouze do menších vzdáleností. S rozvojem pozorovací techniky zájem o tyto galaxie roste. Podle Graham a Guzmán (2003) jsou běžné dE galaxie spíše prodloužením luminozitní posloupnosti méně jasných eliptických galaxií a vykazují větší příbuznost, než se předpokládalo. Uvedení autoři také poukazují na nutnost předpokladu, že galaktickou rodinu tvoří objekty s různým Sérsicovým indexem n , který souvisí s absolutní magnitudou. Tudíž je nestačí popsat jen například de Vacouleursovým zákonem, který pak může zapříčinit méně realistické výsledky. Méně jasné eliptické galaxie a dE objekty pak mohou mít i podobnou minulost. Nicméně početná skupina sféroidních trpasličích galaxií nejspíše opravdu tvoří skupinu odlišující se i od ostatních dE galaxií.

cD galaxie Mezi objekty tohoto typu patří největší a nejzářivější galaxie vůbec. Nalézají se v centrech velkých galaktických kup s vysokou koncentrací členů. Písmeno „D“ v názvu označuje difuzní (rozptýlené) objekty, zatímco „c“ pochází ze staršího spektroskopického označení pro hvězdné veleobry. Obsahují rozsáhlá hvězdná hala s velkým množstvím kulových hvězdokup. Poměr hmotnosti a zářivého toku celé cD galaxie nabývá velmi vysokých hodnot (v řádu stovek), což nejspíše svědčí o přítomnosti ještě značnějšího hala temného. Pro svou vysokou zářivost s relativně úzkým rozsahem jasností a obrovským počtem

kulových hvězdokup se používají k určování mezigalaktických vzdáleností. Značná hmotnost a zvláštní postavení mezi galaxiemi poskytuje cenné podněty pro teorie zabývající se dynamikou galaktických skupin. Tyto objekty často rostou *galaktickým kanibalismem*, tedy postupným pohlcováním mnohem menších satelitních galaxií.

Normální eliptické galaxie Mezi normální eliptické galaxie se řadí skupina objektů s rozsáhlou škálou charakteristik, které však z klasické eliptické větve definované FP nevybočují. Většina výše uvedených poznatků o eliptických galaxiích se týká právě těchto objektů. Všechny vykazují několik společných rysů. Jedná se o centrálně zhuštěné objekty s relativně vysokou plošnou jasností. Obsahují celkem velký počet kulových hvězdokup a převážně starší populaci hvězd. Podle velikosti (nebo také zářivosti) se dále mohou dělit na obří eliptické (giant ellipticals, gE), středně zářivé eliptické (intermediate-luminosity ellipticals, E) a na méně jasné kompaktní eliptické galaxie (compact ellipticals, cE).

Vřetenovité galaxie Vřetenovité galaxie se obecně označují jako S0 (nebo SB0). Vyskytují se na hranici mezi eliptickými a spirálními skupinami. Je u nich patrný zploštělý disk a galaktická centrální výduť, nemají ale spirální strukturu a ani neobsahují významnější množství mezihvězdné hmoty. U některých z nich se ale detekují nevýrazné galaktické příčky, nebo další zajímavé struktury, například prstence. Skládají se převážně ze starších hvězd II. populace. Když je k nám natočena čelem, nedá se při pozorování mnohdy s určitostí říci, zda je typu E s velkou elipticitou nebo již S0. Význam mezihvězdného materiálu je u těchto galaxií také na hranici mezi eliptickou a spirální větví. Podobně jako u eliptických galaxií, je u skupiny S0 často pozorován velmi horký plyn a atomární vodík. Dále se vřetenovité galaxie někdy rozdělují podle výskytu emise HII.

Trpasličí eliptické galaxie Jak již název napovídá, jsou to relativně malé extragalaktické objekty. Některé jsou však i velikostně srovnatelné s kompaktními cE galaxiemi. Průběh profilu plošné jasnosti je ale často odlišný, při stejné absolutní hvězdné velikosti. Většina pozorovaných objektů trpasličí větve jsou členové místní skupiny galaxií. Mnohé trpasličí galaxie mají výraznější centrální jádra, přibližně 1 % přispívající k celkové jasnosti objektu (Graham a Guzmán, 2003). Jsou obvykle chudé na mezihvězdný prach a plyn. Dřívější domněnka, že eliptické skupiny obsahují málo nebo žádné plynné a prachové oblasti, platí tedy spíše na trpasličí větev. Pokud chceme nalézt zástupce této skupiny, budeme mít nejspíše štěstí, když budeme hledat v blízkosti velkých eliptických a spirálních galaxií. Jsou totiž jejich neodlučitelnými společníky a často se také stávají obětmi galaktických interakcí. To platí i o specifických skupinách uvedených níže.

Trpasličí sféroidní galaxie Trpasličí sféroidní galaxie vykazují ještě mnohem menší plošnou jasnost a nižší celkový tok záření, než průměrní trpasličí představitelé. Jedná se o málo rozměrné objekty bez galaktického jádra, jsou spíše kulovitějšího tvaru. Často se srovnávají se také usuzujekulovými hvězdokupami. Liší se od nich však v několika ohledech. Větší poměr M/L galaxie by mohl ukazovat na větší množství temné hmoty. Platí také, na rozdíl od kulových hvězdokup, že s nižší jasností galaxie tento poměr stoupá, což může vést až k nepoměrně „temné“ trpasličí galaxii. Z dalších pozorování se také vusuzuje, že s rostoucí jasností objektu se zvyšuje jeho střední metalicita $[Fe/H]$. Tyto galaxie se skládají ze dvou základních hvězdných populací, z velmi starých na kovy chudých hvězd a ze středně staré

populace (stáří kolem 1 – 10 miliard let). To ukazuje na několik etap hvězdných formování. V dnešní době jsou však obvykle chudé na oblasti mezihvězdného prachu a plynu.

Modré kompaktní trpasličí galaxie Velmi zajímavé jsou také menší trpasličí galaxie s modravým nádechem. Ten získaly díky přítomnosti velmi hmotných horkých hvězd a ionizovaného plynu zářícího převážně v ultrafialové oblasti. Mezihvězdného plynu obsahují na trpasličí podskupinu až nadbytek (přibližně 15% hmotnosti celé galaxie), jedná se převážně o plyn ve formě H I a H II. Malé stáří a velká hmotnost hvězdné populace indikuje nedávné prudce vyvolané utváření hvězd. To by mohlo být způsobeno obrovským výbuchem supernovy, který pak otřásl celou galaxií. Někdy natolik silným, že byl schopen rozrušit strukturu celého objektu, který se pak řadí spíše k nepravidelným skupinám trpasličích galaxií.

Kapitola 2

Dynamika eliptických galaxií

Galaxie si můžeme představit jako komplexní gravitačně vázané uskupení statisticky početných poměrově menších celků. Pokud bychom například popisovali hvězdný systém s velkým množstvím členů sledováním trajektorie každé jednotlivé hvězdy zvlášť, byli bychom postaveni před značný soubor pohybových rovnic. Naštěstí se ale chování mnohačástečného systému dá popsat pomocí aparátu statistické fyziky.

Tato část práce stručně popisuje problematiku gravitačně vázaných bezkolizních mnohačástečkových systémů a blíže představuje dva vybrané modely použité jako aproximace reálných galaktických hvězdných systémů. Teoretický rozbor vychází převážně z Binney a Tremaine (2008, kap. 4 a 5), kde je daná problematika podrobněji rozvedena. Dalšími podstatnými referencemi jsou Aarseth aj. (2008), Jílková (2008), Bradly (2008), Plummer (1911), Hernquist (1990) a další.

2.1 Bezkolizní mnohačástečkové systémy

Máme-li mnohačástečkový systém stejně hmotných aproximativně bodových částic¹, jsou tyto jednotlivě v konkrétním čase určeny šesticí nezávislých proměnných, zobečněnými souřadnicemi a hybnostmi,

$$(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t)), \quad (2.1)$$

a společně pak vytváří tzv. *hvězdnou tekutinu*.² Rozložení částic ve fázovém prostoru popisuje distribuční funkce $f(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t), t)$ (DF), která může být definována jako pravděpodobnost nalezení částice v určitém čase v určitém objemovém elementu fázového prostoru $(\mathbf{q} + d^3\mathbf{q}) \times (\mathbf{p} + d^3\mathbf{p})$, nebo také jako diskretní koncentrace částic (či hustota hmoty) ve fázovém prostoru. Distribuční funkce nabývá podle fyzikální konzistence reálných kladných hodnot. V této kapitole se používá její hustotní definice, spojitě „rozmazaná“ díky velkého

¹Reálně se při práci s N-částečkovými systémy používají spíše tzv. superčástice (nebo také superhvězdy), které dále reprezentují uskupení určitého množství reálných hvězd, jejich velikost pak záleží také na možnostech výpočetního výkonu a na velikosti popisovaného systému.

²Galaxie neobsahují pouze hvězdy. Uvedený postup však platí obecně pro bezkolizní aproximaci gravitačního mnohačástečkového systému. Pojem hvězdná tekutina se používá pro názornost a pro svoji analogii k fyzice kapalin

počtu částic, a tak můžeme napsat, že

$$\rho(\mathbf{q}, t) = \int f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) d^3\mathbf{p}, \quad (2.2a)$$

$$M(t) = \int \rho(\mathbf{q}, t) d^3\mathbf{q} = \iint f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) d^3\mathbf{p} d^3\mathbf{q}. \quad (2.2b)$$

V souvislosti se statistickou fyzikou je užitečné také definovat střední hodnotu obecné veličiny $X(\mathbf{q}, t)$ jako

$$\langle X \rangle = \frac{\int f \cdot X d^3\mathbf{p}}{\int f d^3\mathbf{p}} = \frac{1}{\rho} \int f \cdot X d^3\mathbf{p}. \quad (2.3)$$

2.1.1 Bezkolizní aproximace

Hvězdná kapalina se vyznačuje tím, že se gravitační působení mezi částicemi děje v relativně velkých vzdálenostech (dají se pak aproximovat hmotnými body). Je tedy na místě se zabývat možností bezsrážkové aproximace. V n -částicovém bezkolizním systému se příliš nebude lišit trajektorie vybrané částice pod vlivem všech jednotlivě gravitačně působících hvězd od pohybu v gravitačním poli spojitě rozmazané distribuce hmoty tohoto systému. V případě systému s častými kolizemi, by však srážkové příspěvky ke změně trajektorie byly příliš skokové.

Bezkolizní aproximace se obecně může uvažovat u většiny reálných hvězdných systémů³, nicméně se liší časová škála, po kterou je použitelná. To nás přivádí k definici pojmu *Relaxační čas*, t_{relax} , jakožto doby, po jejímž uplynutí jsou již změny trajektorií v systému vlivem dvoučásticových srážek nezanedbatelné.

$$t_{\text{relax}} = n_{\text{relax}} t_{\text{cross}}, \quad (2.4)$$

kde t_{cross} odpovídá časové době průchodu („crossing time“) typické hvězdy celým systémem⁴ a dá se vyjádřit jako $t_{\text{cross}} = r/v$, kde r je průměr galaxie (uvažujme např. sférickou aproximaci homogenní koule o ploměru R) a $v \approx GNm/R$ odpovídá kruhové rychlosti částice v systému s N identickými částicemi o hmotnosti m . Parametr n_{relax} pak určuje počet průchodů systémem, po kterých se již rychlost částice od počáteční významně změní, tedy $n_{\text{relax}} \simeq v_2^2/\Delta v^2 \approx (0.1 - 10)N/\ln \Lambda$, kde $\Lambda \approx Rv^2/(Gm) \simeq N$. Podrobnější rozbor viz Binney a Tremaine (2008, kap. 1, str. 34). Odhad relaxační doby pak přejde do tvaru

$$t_{\text{relax}} \simeq \frac{0.1 N}{\ln N} \cdot t_{\text{cross}}. \quad (2.5)$$

U běžných galaxií s počtem více než $N \gtrsim 10^9$ hvězd bývá $t_{\text{relax}} \gtrsim 10^{14}$ let, což je mnohem více než je Hubbleova doba. Z dynamického hlediska tedy můžeme galaxie popisovat na časových škálách $< t_{\text{relax}}$, jako bezkolizní hvězdnou tekutinu⁵.

³Systém s nezanedbatelnou dvoučásticovou relaxací, například mezihvězdná hmota v podobě plynných mračen, se ale už pomocí bezkolizní aproximace na velkých časových škálách popisovat nedá. Mezihvězdný prach a plyn ale tato práce nebere v potaz a zaměřuje se pouze na popis bezkolizních složek, hvězdného systému a temné hmoty.

⁴Nebo se dá vyjádřit jako $t_{\text{cross}} \sim t_{\text{dyn}} \simeq 1/\sqrt{G\rho_{1/2}}$. Veličina $\rho_{1/2}$ pak odpovídá průměrné hustotě na poloměru $r_{1/2}$, pod kterým leží polovina hmoty celého systému.

⁵Je však nutné poznamenat, že při uvažování takové aproximace je, jako vždy, důležitá podstata problému,

2.1.2 Bezkolizní Boltzmannova rovnice

Boltzmannovu rovnici lze vyjádřit ve tvaru

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{kolize} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial q_i}(f \dot{q}_i) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i}(f \dot{p}_i), \quad (2.6)$$

kde člen na pravé straně vyjadřuje proudění distribuční funkce fázovým prostorem a levá strana rovnice odpovídá časovým změnám tohoto toku, způsobeným vlivem vzájemných srážek částic.⁶ Distribuční funkce se obecně mění s časem, ale díky předpokladu bezkoliznosti systému se takový pravděpodobnostní tok zachovává a člen na levé straně zanikne. Podobně jako v případě tekutin mluvíme o rovnici kontinuity. Analogicky u hvězdné kapaliny vyjadřuje kontinuitu ve fázovém prostoru *Boltzmannova bezkolizní rovnice*⁷

$$0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial q_i}(f \dot{q}_i) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i}(f \dot{p}_i) = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial q_i} \dot{q}_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial p_i} \dot{p}_i, \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} [f(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t), t)] = 0. \quad (2.8)$$

Z toho vyplývá, že distribuční funkce bezsrážkového systému (tok pravděpodobnosti fázovým prostorem) se podél dráhy $(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))$ zachovává. Jinými slovy, zachovává se fázový objem systému, což také znamená, že

„Hvězdná tekutina je ve fázovém prostoru nestlačitelná.“

Liouvilleův teorém

Jelikož $(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))$ jsou zobecněné veličiny, nabízí se využití Hamiltonových rovnic

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} = \frac{\partial f}{\partial t} + [f, H]. \quad (2.9)$$

V inerciálních kartézských souřadnicích s jednotkovými hmotnostmi částic je $H = \mathbf{p}^2/2 + \Phi(\mathbf{q}, t)$, a tedy

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial q_i} p_i - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} = 0. \quad (2.10)$$

který nás zajímá. Bezkolizní aproximace snižuje „rozlišení“, kde se pro popis realistického systému nemůžeme pohybovat v příliš malých škálách. Například pokud má galaxie velmi husté centrum, pak globální bezkolizní předpoklad na dané časové škále nemusí být v této oblasti už vůbec platný. Následné N-částicové simulace mohou snížit realistické rozlišení ještě více, viz kapitola 4.1.

⁶Kromě srážek ovlivňují levou stranu této rovnice také další mechanismy, jako je tvorba nových hvězd nebo naopak jejich zánik (silný hvězdný vítr nebo výbuch supernovy apod.). Budeme ale pro jednoduchost předpokládat, že jsou tyto mechanismy ve vzájemné rovnováze.

⁷Můžeme se s ní často setkat také pod názvem *Vlasovova rovnice*.

2.1.3 Momenty Boltzmannovy bezkolizní rovnice

Ne vždy je nutné na problém nahlížet v šesti dimenzích, zvláště pokud nás zajímá chování systému v 3D prostoru. Jak je dále patrné, momenty bezkolizní Boltzmannovy rovnice jsou užitečným nástrojem k popisu distribuce částic. Integrací přes rychlostní prostor získáme první dva momenty této rovnice, které též popisují chování hvězdné tekutiny, stále však nezaručují nalezení realistického řešení.

Rovnici (2.10) tedy integrujeme přes všechny rychlosti a s využitím středních hodnot dle definice (2.3) a Gaussovy věty dostáváme rovnici kontinuity hvězdné tekutiny

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial(\rho \langle p_i \rangle)}{\partial q_i} = 0. \quad (2.11)$$

Další moment Boltzmannovy rovnice získáme vynásobením j -tou složkou rychlosti a opět integrováním přes trojrozměrný rychlostní prostor

$$\frac{\partial(\rho \langle p_j \rangle)}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial(\rho \langle p_i p_j \rangle)}{\partial q_i} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} = 0, \quad \text{pro } j = 1, 2, 3, \quad (2.12)$$

Zavedeme-li tenzor disperze rychlostí

$$\sigma_{ij}^2 \equiv \langle (p_i - \langle p_i \rangle)(p_j - \langle p_j \rangle) \rangle = \langle p_i p_j \rangle - \langle p_i \rangle \langle p_j \rangle, \quad (2.13)$$

a využijeme-li odvozenou rovnici kontinuity (2.11), obdržíme nakonec množinu tří rovnic

$$\frac{\partial \langle p_j \rangle}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \langle p_i \rangle \frac{\partial \langle p_j \rangle}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Phi}{\partial q_j} - \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial q_i} (\rho \sigma_{ij}), \quad \text{pro } j = 1, 2, 3, \quad (2.14)$$

známých jako *Jeansovy rovnice*.

2.1.4 Jeansovy teorémy

Veličinám $I(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))$, zachovávajícím se podél dráhy pohybu,

$$\frac{d}{dt} [I(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))] = 0, \quad (2.15)$$

se říká integrály nebo také konstanty pohybu. Jsou řešeními bezkolizní Boltzmannovy rovnice, a taktéž každá funkce kombinace n -tice integrálů pohybu je jejím řešením, neboť

$$\frac{d}{dt} f [I_1(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t)), \dots, I_n(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial I_i} \frac{dI_i}{dt} = 0. \quad (2.16)$$

Taková funkce je na čase explicitně nezávislá, což nás přivádí k *Jeansovu teorému*:

„Libovolné rovnovážné řešení bezkolizní Boltzmannovy rovnice závisí na proměnných fázového prostoru pouze prostřednictvím integrálů pohybu v daném potenciálu, a každá funkce těchto integrálů pohybu vede na rovnovážné řešení bezkolizní Boltzmannovy rovnice.“ (Binney a Merrifield, 1996, str. 283)

Distribuční funkce takového systému je pak plně vyjadřitelná prostřednictvím konstant pohybu

$$f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \rightarrow f(I_1(\mathbf{q}, \mathbf{p}), \dots, I_n(\mathbf{q}, \mathbf{p})). \quad (2.17)$$

Kolik členů má však kompletní množina izolovaných (nezávislých) integrálů pohybu? Podle teorému Noetherové o tom rozhodují symetrie. Izolovaný integrál pohybu

$$I(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \text{konst.}, \quad (2.18)$$

definuje ve fázovém prostoru hladkou pětidimenzionální nadplochu. Minimálně existuje vždy jedna taková konstanta pohybu, a tou je energie $E(\mathbf{q}, \mathbf{p})$, maximální počet nezávislých integrálů pohybu je pak pět. Některé však nejsou známé či numericky vyjadřitelné, a tím se vnáší nejistota do popisu chování částic ve fázovém prostoru. Na druhou stranu podle druhého *Jeansova teorému* stačí obvykle nalézt pouze tři:

„Distribuční funkce hvězdného systému, který se nachází v rovnováze, a ve kterém je většina drah pravidelných bez rezonančních frekvencí, se může považovat za funkci pouze tří nezávislých izolovaných integrálů, kterými mohou být veličiny akce.“

(Binney a Merrifield, 1996, str. 284)

U dvou a více integrálů pohybu jsou pravidelné dráhy částic tzv. kvaziperiodické dráhy, které se dají aproximovat pomocí Fourierovy řady. Další možné dráhy jsou nepravidelné, nebo-li stochastické, a nemohou být popsány kombinací pouze tří integrálů pohybu. Takové chaotické chování systému zde ale neuvažujeme.

Poissonova rovnice

Gravitační síla působící na částici hvězdné tekutiny o jednotkové hmotnosti, nacházející se v čase t na místě \mathbf{q} , je generována působením spojitě rozmazané distribuce hmoty, a podle Newtonova principu klesá se čtvercem vzdálenosti tedy

$$\ddot{\mathbf{q}}(\mathbf{q}, t) = G \int \frac{\mathbf{q} - \mathbf{q}'}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|^3} \rho(\mathbf{q}', t) d^3 \mathbf{q}'. \quad (2.19)$$

Definujeme-li gravitační potenciál jako

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = -G \int \frac{\rho(\mathbf{q}', t)}{|\mathbf{q} - \mathbf{q}'|} d^3 \mathbf{q}', \quad (2.20)$$

kde je zřejmé, že $\mathbf{g}(\mathbf{q}, t) = -\nabla \Phi(\mathbf{q}, t)$. Potenciál gravitačního pole je pak generován hustotním rozložením hmoty skze *Poissonovu rovnici*

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho = 4\pi G \cdot \int f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) d^3 \mathbf{p}. \quad (2.21)$$

Jako diferenciální rovnice může mít obecně pro konkrétní hustotní distribuci nekonečně mnoho řešení. Z fyzikálního hlediska je ale důležité určit okrajové podmínky, které by mělo výsledné řešení splnit. Pro izolovaný systém je podmínkou například požadavek, aby pro $|\mathbf{q}| \rightarrow \infty$ platilo, že $\Phi \rightarrow 0$.

2.2 Distribuční funkce eliptických galaxií

Jelikož se tato práce zabývá problematikou eliptických galaxií, popisuje jen taková řešení, která jsou v této souvislosti užitečná. Mnohé klasické eliptické galaxie se dnes jako celek považují za bezkolizní a dynamicky neměnné. Předpokládejme tedy, že popisujeme systém, který se momentálně nachází v rovnováze (viz 2.1.4). Dále pro jednoduchost předpokládejme sféricky symetrický případ, čímž, z hlediska eliptických galaxií, vyřadíme většinu elipsoidních řešení. Posledním důležitým předpokladem, který zužuje skupinu možných řešení, je předpoklad izotropie. Opět se ale ochudíme o reálné systémy, neboť u sférickějších takřka nerotujících galaxií (dle závěru z první kapitoly), se dá očekávat také obecně anizotropní rychlostní pole.

2.2.1 Distribuční funkce

Pro jednoduchost předpokládejme, že se studovaný systém skládá ze stejných částic o jednotkové hmotnosti, $m_i = 1$. Podle Jeansova teoremu závisí distribuční funkce na integrálech pohybu,

$$f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \rightarrow f(I_1(\mathbf{q}, \mathbf{p}), \dots, I_5(\mathbf{q}, \mathbf{p})). \quad (2.22)$$

U sféricky symetrického systému ji můžeme vyjádřit jako funkci, záviselou na energii systému, $H = p^2/2 + \Phi$, a na velikosti momentu hybnosti, $\mathcal{L} = |\mathbf{q} \times \mathbf{p}|$,

$$f \rightarrow f(H, \mathcal{L}). \quad (2.23)$$

Předpokládáme-li izotropii, pak navíc $f(H, \mathcal{L}) \rightarrow f(H)$, čímž jsme si situaci zjednodušili.⁸

Místo klasické energie lze použít substituci, tzv. *vázanou energii* systému na jednotku hmoty

$$\mathcal{E} = \Phi_0 - H = \Psi - \frac{p^2}{2}, \quad (2.24)$$

kde $\Psi \equiv -\Phi + \Phi_0$ je relativní potenciál. Zavedení těchto zástupných veličin má své opodstatnění, umožňuje totiž lepší rozlišení a kontrolu fyzikálního řešení. Energie vázaného systému není libovolná. Konstantní Φ_0 se obvykle vybírá tak, aby byla $\mathcal{E} \geq 0$ pro všechny možné reálné hodnoty vázaného systému. U monotónních potenciálů s klesající hodnotou v nekonečnu, $\Phi(|q| \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, je tím právě $\Phi_0 = \Phi(\infty)$. To nám umožní jednoduše vyjádřit podmínku realističnosti distribuční funkce

$$f(\mathcal{E}) = \begin{cases} f_0 \cdot f(\mathcal{E}) > 0, & \text{pro } \mathcal{E} > 0, \\ 0, & \text{pro } \mathcal{E} \leq 0, \end{cases} \quad (2.25)$$

neboli podmínku *fyzikální konzistence*.

⁸Existují ale různé způsoby, jak započítat anizotropii systému, užitečná je například Osikova-Merritova metoda která ji do jisté míry umožňuje zavést do původně sférických izotropních modelů. Definuje se veličina $Q \equiv \mathcal{E} - \mathcal{L}^2/2r_a^2$, kde \mathcal{L} je moment hybnosti a r_a tzv. anizotropní poloměr, a pak platí, že $f \rightarrow f(Q)$. Avšak v této práci se dále, opět pro jednoduchost, předpokládá pouze izotropní rychlostní spektrum.

Hustotu sféricky symetrického izotropního systému lze vypočítat integrací distribuční funkce přes rychlostní spektrum,

$$\rho(\mathbf{q}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{q}, \mathbf{p}) d^3\mathbf{p} = 4\pi \int_0^{\sqrt{2\Psi}} p^2 \cdot f\left(\Psi - \frac{1}{2}p^2\right) dp, \quad (2.26)$$

kde horní mez integrálu odpovídá únikové rychlosti, $v_{\text{esc}} = \sqrt{2\Psi}$, maximální možné rychlosti jakou může částice pod vlivem gravitačního pole, generovaného potenciálem Φ , dosáhnout. Je-li potenciál monotónní funkcí vzdálenosti, dá se hustota vyjádřit jako funkce relativního potenciálu a rovnice (2.26) přejde do tvaru

$$\rho(\Psi) = 4\pi\sqrt{2} \int_0^{\Psi} f(\mathcal{E}) \sqrt{\Psi - \mathcal{E}} d\mathcal{E}. \quad (2.27)$$

Derivováním podle Ψ a pomocí Abelovy transformace přejdeme k inverznímu vyjádření

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \frac{d}{d\mathcal{E}} \int_0^{\mathcal{E}} \frac{d\rho}{d\Psi} \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}}, \quad (2.28)$$

které může být také vyjádřeno jako

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left[\int_0^{\mathcal{E}} \frac{d^2\rho}{d\Psi^2} \frac{d\Psi}{\sqrt{\mathcal{E} - \Psi}} - \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}} \left(\frac{d\rho}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} \right]. \quad (2.29)$$

U nekonečných modelů ($\rho \rightarrow 0$ pro $|q| \rightarrow \infty$) s konečnou hmotností ($M(r \rightarrow \infty) = M$) vychází druhý člen v rovnici (2.29) roven nule.

2.2.2 Křivočaré souřadnice

Zkoumáme-li sféricky symetrický systém v rovnováze, je užitečné převést vyjádření Boltzmannovy a Poissonovy rovnice i rovnic Jeansových přímo do sférických souřadnic,

$$(q_1, q_2, q_3) \rightarrow (r, \varphi, \theta), \quad (p_1, p_2, p_3) \rightarrow (v_r, v_\varphi, v_\theta). \quad (2.30)$$

Můžeme využít vlastností celkového uspořádání. Částice jednak nerotují kolem konkrétní osy, a tak $\langle v_\phi \rangle = \langle v_\theta \rangle = 0$. Pak také systém neexpanduje ani nekontrahuje, tedy i $\langle v_r \rangle = 0$. Tenzor disperze rychlostí bude mít nenulové pouze diagonální prvky, $\sigma_{ij} = 0$ pro $i \neq j$. V takové případě se používá zjednodušeného zápisu $\sigma_{ii} = \sigma_i$. Díky statičnosti a sférické symetrii přechází další veličiny, jako je hustota, potenciál a distribuční funkce na radiální závislost, $\rho(\mathbf{q}, t) \rightarrow \rho(r)$, $\Phi(\mathbf{q}, t) \rightarrow \Phi(r)$ a $f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) \rightarrow f(r, \mathbf{v})$.

Boltzmannova rovnice ve sférických souřadnicích se pak vyjádří jako

$$\left(v_\varphi^2 \cot \theta - v_\theta v_r \right) \frac{\partial f}{\partial v_\theta} - v_\varphi \left(v_\theta \cot \theta + v_r \right) \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} \quad (2.31)$$

$$+ \left(v_\theta^2 + v_\varphi^2 - r \frac{d\Phi}{dr} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + r v_r \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad (2.32)$$

Při odvození Jeansových rovnic se postupuje podobně jako v části 2.1.3, přičemž větší význam má ta z nich, která odpovídá radiální souřadnici r . Po vynásobení v_r , integraci přes celý prostor rychlostí, se může vyjádřit jako

$$\frac{\partial(\rho \sigma_r^2)}{\partial r} + \frac{\rho}{r} (2\sigma_r^2 - \sigma_\varphi^2 - \sigma_\theta^2) = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (2.33)$$

Ma-li ještě systém izotropní rozdělení rychlostí, pak $\sigma_\theta^2 = \sigma_\varphi^2 = \sigma_r^2$, a předešlá rovnice se zjednoduší na

$$\frac{\partial(\rho \sigma_r^2)}{\partial r} = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (2.34)$$

2.2.3 Stabilita bezkolizních systémů

Selfkonzistentní modely v podkapitole 4.2.1 jsou řešeními Boltzmannovy bezkolizní rovnice. Takové systémy se nacházejí v rovnováze, neznamená to však, že by automaticky byly i stabilní. Studium stability systému se zabývá tím, jak systém reaguje na malé odchylky od rovnováhy, nebo jinými slovy, jaká je jeho odezva na působení externích sil. Reakce stabilního systému se postupně ztlumí a přejde do další stabilní rovnovážné konfigurace. Nestabilní systém (systém ve vratké rovnováze) oproti tomu reaguje i na malé odchylky velkou změnou. Galaxie jsou neustále pod různým vnějším i vnitřním vlivem, který je časem proměnný. Nemá smysl tedy předpokládat, že by realistickým systémům odpovídaly modely s vratkou rovnováhou.

Obvykle se vyšetření stability dá popsat pomocí teorie lineární odezvy systému reagujícího na malou hustotní (potenciálovou) poruchu. Nicméně komplexní vyšetření stability pro obecně nehomogenní systémy je složitější úlohou, tato práce se jím však již nezabývá a využívá výsledků z podrobnější analýzy v Binney a Tremaine (2008).

Stabilita sféricky symetrických izotropních systémů

Distribuční funkce sféricky symetrického systému s izotropním rozdělením rychlostí závisí na energii⁹, $f(\mathcal{E}) = \Psi - p^2/2$.

Systém v rovnováze může popisovat velká množina modelů, které se od sebe odlišují tvarem distribuční funkce. Pokud však požadujeme stabilní chování systému, je třeba z množiny modelů vybrat takovou podmnožinu, jejíž jednotlivé prvky budou splňovat i kritéria stability. Jedno z fyzikálně nejdůležitějších kritérií je právě dáno odezvou systému na změnou celkové energie. Energetický požadavek stability říká, že systém je stabilní, pokud všechny okolní dosažitelné¹⁰ energetické stavy mají vyšší energii.

Hvězdná kapalina je podobným systémem jako klasická selfgravitující fyzikální kapalina. V Binney a Tremaine (2008) se této analogie využívá a zavádí se tzv. „barotropická hvězda“ se stejným hustotním profilem pomocí níž se může stabilita sféricky symetrického systému studovat. *První Antonův zákon* říká, že

„Hvězdný systém mající ergodickou DF $f(\mathcal{E})$, přičemž je $f'(\mathcal{E}) > 0$, je stabilní, v případě, že je stabilní barotropická hvězda se stejným rovnovážným hustotním rozdělením.“

(Binney a Tremaine (2008), str. 431)

⁹Pro zjednodušené předpoklady této práce se zde vyšetřuje pouze stabilita sféricky symetrických systémů s izotropním rozdělením rychlostí, jiné případy jsou popsány např. v Binney a Tremaine (2008, kap. 5)

¹⁰Ne všechny okolní energetické hladiny mohou být pro systém dynamicky dosažitelné. Taková stabilita se často označuje jako stabilita dynamická.

Následné vyšetření stability v uvedené literatuře pro radiální a neradiální poruchy, dochází k závěru, že všechny sféricky symetrické izotropní systémy v rovnováze, pro něž platí

$$\boxed{\frac{df(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} > 0}, \quad (2.35)$$

jsou také stabilní. Distribuční funkce je tedy rostoucí funkcí energie. Pro $f'(\mathcal{E}) > 0$ pak musí být $d\rho/dr < 0$, a s monotónně klesající hodnotou potenciálu platí $d\Phi/dr > 0$. V případě konkrétních modelů rovnovážných systémů, uvedených v podkapitole 4.2.1, pak lze již jednoduchým výpočtem dokázat, že takové kritérium stability splňují.

Polytropy

Jednoduchá skupina řešení rovnice (2.28) jsou například tzv. *polytropy*

$$f(\mathcal{E}) = \begin{cases} f_0 (-\mathcal{E})^{n-3/2}, & \text{pro } \mathcal{E} < 0, \\ 0, & \text{pro } \mathcal{E} \geq 0. \end{cases} \quad (2.36)$$

Hustota hmoty ve vzdálenosti r je pak z definice (2.27) a požadavku (2.25) rovna

$$\rho(r) = 4\pi f_0 \int_0^{\sqrt{2\Psi}} \left(\Psi(r) - \frac{1}{2}v^2 \right)^{n-3/2} v^2 dv = \begin{cases} c_n \Psi^n, & \text{pro } \Psi > 0, \\ 0, & \text{pro } \Psi \leq 0, \end{cases} \quad (2.37)$$

kde $v_{\text{esc}}(r) = \sqrt{2\Psi(r)}$ odpovídá maximální, tzv. *únikové rychlosti* do nekonečna. Pro konečnou hodnotu konstanty

$$c_n = \frac{(2\pi)^{3/2} (n-3/2)! f_0}{n!}, \quad (2.38)$$

musí být $n > 1/2$, což vylučuje homogenní řešení ($\rho = \text{konst.}$).

Přirozené hraniční podmínky požadují, aby se v centru takového sféricky symetrického selfkonzistentního systému vyrušila gravitační síla. Pro potenciál systému bude tedy platit

$$\left. \frac{d\Psi}{ds} \right|_{s=0} = 0, \quad \Psi(0) = \Psi_0 = \text{konst.} \quad (2.39)$$

Uvažujeme-li závislost $\rho \propto r^{-\alpha}$, pak podle (2.37) je $\Psi \propto r^{-\alpha/n}$ a z Poissonovy rovnice pro sféricky symetrický případ vychází, že

$$\alpha = \frac{2n}{n-1}, \quad \Psi \propto r^{-2/(n-1)}, \quad (2.40)$$

pro kladné α musí být $n > 1$. Jelikož Keplerovský potenciál hmotného bodu odpovídá závislosti $\Psi \propto r^{-1}$, přicházejí v úvahu jen mírnější průběhy potenciálu, tedy se volí řešení s vlastností $n \geq 3$.

Dosažením do sféricky symetrické Poissonovy rovnice a zavedením bezrozměrných veličin $s \equiv r/b$ a $\psi \equiv \Psi/\Psi_0$, kde $b = (4/3\pi G c_n \Psi_0^{n-1})^{-1/2}$ je škálovací faktor, získáme *Lane-Emdenovu rovnici*

$$\frac{1}{s^2} \frac{d}{ds} \left(s^2 \frac{d\psi}{ds} \right) = \begin{cases} -3\psi^n, & \text{pro } \psi > 0, \\ 0, & \text{pro } \psi \leq 0. \end{cases} \quad (2.41)$$

2.3 Jednokomponentní rovnovážné modely

2.3.1 Plummerova sféra

Jedním z nejjednodušších selfkonzistentních modelů hvězdné kapaliny je analytické řešení Lane-Emdenovy rovnice (2.41) s mocninným parametrem $n = 5$, tzv. Plummerův model (Plummer, 1911), který má uplatnění především při studiu kulových hvězdokup. Pro své jednoduché analytické vyjádření je také často používán k edukativním účelům.

Distribuční funkce Plummerovy sféry nabývá tvaru

$$f(\mathcal{E}) = \begin{cases} f_0 \cdot \mathcal{E}^{7/2}, & \text{pro } \mathcal{E} > 0, \\ 0, & \text{pro } \mathcal{E} \leq 0, \end{cases} \quad \text{kde} \quad f_0 = \left(\frac{\sqrt{2}}{7} \frac{24b^2}{\pi^3 G^5 M^4} \right). \quad (2.42)$$

Jedná se o konzistentní a obecně stabilní model sféricky symetrických izotropních systémů. Potenciál Plummerova modelu se uvažuje jako závislost $\Phi \propto -(r^2 + b^2)^{-1/2}$, což je vlastně modifikace potenciálu hmotného bodu o škálovací parametr b ,

$$\Phi(s) = - \left(\frac{GM}{b} \right) \frac{1}{[1 + s^2]^{1/2}} = - \frac{\Phi_0}{[1 + s^2]^{1/2}}, \quad (2.43)$$

kde M odpovídá celkové hmotnosti Plummerova modelu. Je zde také použita bezrozměrná veličina radiální vzdálenosti $s = r/b$. Podle (2.27) a Lane-Emdenovy rovnice (2.41) odpovídá takové distribuční funkci hustotní radiální průběh

$$\rho(s) = \left(\frac{3M}{4\pi b^3} \right) \frac{1}{[1 + s^2]^{5/2}} = \frac{\rho_0}{[1 + s^2]^{5/2}}. \quad (2.44)$$

Jak potenciál (což je přirozený předpoklad), tak i hustota, konvergují v centrální části systému ke konstantní hodnotě, Φ_0 a ρ_0 . Plummerův model má také konečnou hmotnost, neboť

$$M(s) = 4\pi b^3 \int_0^s \rho(s') s'^2 ds' = \frac{M s^3}{[1 + s^2]^{3/2}}, \quad \Rightarrow \quad M(\infty) = M. \quad (2.45)$$

Jedná se tedy o nekonečný (nebo-li „neuseknutý“) systém s konečnou celkovou hmotností. Podle hmotnostního profilu leží pod škálovací poloměrem Plummerova modelu b přibližně 35% celkové hmotnosti. Poloměr, pod nímž se nachází polovina hmoty celého systému, má pak hodnotu $r_{1/2} = (2^{2/3} - 1)^{-1/2} \cdot b$.

Pokud chceme takový model srovnávat s pozorováním, je užitečné si vyjádřit plošnou projekci několika veličin. Za předpokladu, že má hvězdný systém konstantní poměr $\Upsilon = M_*/L_*$, můžeme plošnou jasnost Plummerova modelu vyjádřit integrací prostorové hustoty podél zorného paprsku

$$I(R) = \frac{2}{\Upsilon} \int \frac{r \rho(r) dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \frac{M}{\pi \Upsilon b^2} \frac{1}{(P^2 + 1)^2}, \quad \text{kde } P = R/b. \quad (2.46)$$

Kumulativní plošná intenzita (zářivý tok) objektu pod poloměrem R je definována jako

$$S(R) = 2\pi \int_0^R I(R) R dR = \frac{M}{\Upsilon} \frac{P^2}{P^2 + 1}. \quad (2.47)$$

Z rovnice (2.47) a definice efektivního poloměru R_e jakožto poloměru, pod kterým se nachází polovina celkové jasnosti objektu, vyplývá, že $(R_e) = S(\infty)/2 = M/2 \Upsilon$, což implikuje rovnost $b = R_e$. Pro střední hodnotu efektivní plošné intenzity pak platí

$$\langle I \rangle_e = \frac{S(\infty)/2}{\pi R_e^2} = \frac{M}{2\pi \Upsilon R_e^2}. \quad (2.48)$$

Dalším důležitou veličinou je disperze rychlostí hvězd v uvažovaném systému. Z izotropní Jeansovy rovnice (2.34) platí pro radiální disperzi rychlostí

$$\sigma_r^2(r) = -\frac{1}{\rho} \int_r^\infty \rho(r') \frac{d\Phi}{dr'} dr' = \frac{1}{6} \frac{\Phi_0}{\sqrt{1+s^2}}. \quad (2.49)$$

Její projekce do roviny pozorování se určí pro sféricky nerotující systém jako

$$\sigma_p^2(R) = \frac{2}{\Upsilon I(R)} \int_R^\infty \left(1 - \beta \frac{R^2}{r^2}\right) \frac{\rho \sigma_r^2 r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \frac{\pi}{8} \frac{\Phi_0}{\sqrt{1+P^2}}, \quad (2.50)$$

kde jsme uvažovali izotropii celého systému, tudíž anizotropní parametr $\beta = 0$.

2.3.2 Hernquistova sféra

Ze zkušeností z pozorování galaxií vznikl požadavek na analytické vyjádření jejich fotometrických empirických zákonů, de Vaucouleursova profilu a později také zobecněného Sérsicova zákona. Jedním z takových modelů, který se snaží aproximovat průběh de Vaucouleursova zákona pomocí analytického vyjádření dynamických veličin, je Hernquistův model (Hernquist (1990)). Jedná se o člena obecnější rodiny tzv. γ -modelů, s divergentním chováním v centrální oblasti: $\rho(r \rightarrow 0) \propto r^{-\gamma}$. Z praktických pozorování průběhu jasu eliptických galaxií vyplývá přibližné omezení $1 \leq \gamma \leq 2.5$ (Ciotti (1996)).

V kontextu svého určení, se obvykle Hernquistův model používá pro analytický popis hvězdné složky galaxií. Podle Navarro aj. (1996) je ale také vhodný při modelování průběhu hustoty temných hal, které vyplývají z N-částicových kosmologických CDM simulací.

Hernquist navrhl hustotní profil ve tvaru

$$\rho(r) = \frac{M}{2\pi a^3} \frac{1}{s(s+1)^3} = \frac{3}{2} \frac{\rho_0}{s(s+1)^3}, \quad s = r/a, \quad (2.51)$$

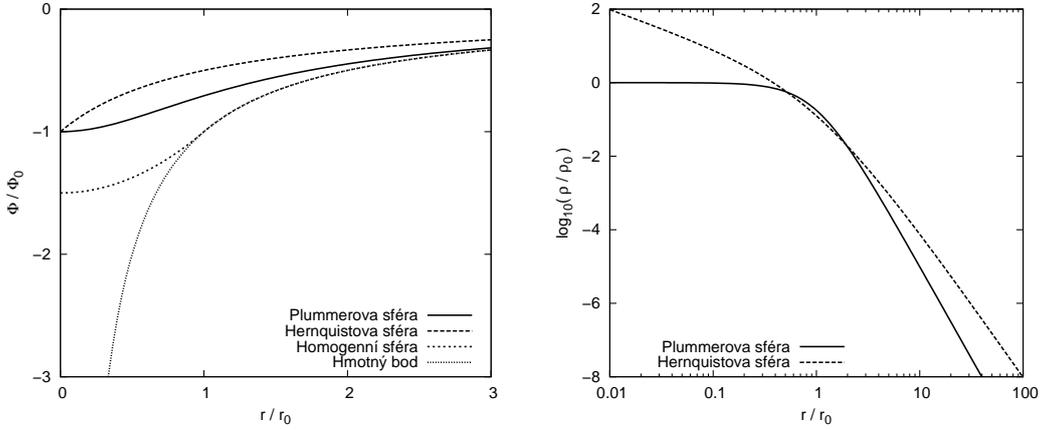
kde veličina a je opět škálovacím parametrem, určující centrální zahuštění systému. V centrální části tedy hustota diverguje, sleduje závislost $\rho(r \rightarrow 0) \sim r^{-1}$. Průběh potenciálu se odvodí z Poissonovy rovnice

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{a} \frac{1}{s+1} = -\frac{\Phi_0}{s+1}, \quad (2.52)$$

kde Φ_0 odpovídá centrální konečné hodnotě, model tedy splňuje okrajovou podmínku (2.39). Hustota je opět jednoduše vyjádřitelná jako funkce $\rho(\Phi)$, což je velice dobrá vlastnost z hlediska analytických výpočtů.

Kumulativní hmota systému

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = M \frac{s^2}{[1+s]^2}, \quad \Rightarrow \quad M(\infty) = M, \quad (2.53)$$



Obrázek 2.1: Porovnání dynamických veličin obou vybraných modelů. Levý graf: Potenciál Plummerova a Hernquistova modelu, se stejnými škálovacími poloměry $a = b = r_0$ a hmotnostmi. Pro porovnání je zde vykreslen také průběh potenciálu hmotného bodu a homogenní sféry. Pravý graf: Logaritmus hustoty stejných modelů.

je také konečná a pod poloměrem $r = a$ leží právě její čtvrtina, $M(a) = M/4$. Polovina celkové hmoty se pak nalézá pod poloměrem $r_{1/2} = (1 + \sqrt{2}) \cdot a$.

Definujeme-li bezrozměrný relativní potenciál $Y = \Psi/\Psi_0$ a bezrozměrnou relativní energii $q = \mathcal{E}/\Psi_0$, můžeme pak distribuční funkci Hernquistova modelu, podle rovnice (2.28), přepsat do tvaru

$$f(q) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0^{3/2}} \frac{d}{dq} \int_0^q \frac{d\rho}{dY} \frac{dY}{\sqrt{q-Y}} = \frac{\rho_0}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0^{3/2}} \frac{d}{dq} \int_0^q \frac{Y^3 \cdot (4-3Y)}{(1-Y)^2} \frac{dY}{\sqrt{q-Y}}. \quad (2.54)$$

Řešení je opět analytické

$$f(q) = \frac{\rho_0}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0^{3/2}} \frac{1}{(1-q)^{5/2}} \cdot \left[\sqrt{q(1-q)}(1-2q)(8q^2-8q-3) + 3 \arcsin(\sqrt{q}) \right], \quad (2.55)$$

a konzistentní, neboť $f(q) \geq 0$ pro $\mathcal{E} \geq 0$. Průběh distribuční funkce též splňuje podmínku stability.

Můžeme si opět vyjádřit i odpovídající projekci svítivé hmoty. Za konstantního poměru $\Upsilon = M/L$ je plošná hustota jasu pozorované Hernquistovy sféry rovna

$$I(R) = \frac{M}{2\pi a^2 \Upsilon (1-P^2)^2} [(2+P^2)X(P) - 3], \quad (2.56)$$

$$X(P) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-P^2}} \operatorname{arcsech}(P), & \text{pro } 0 \leq P \leq 1, \\ \frac{1}{\sqrt{P^2-1}} \operatorname{arcsec}(P), & \text{pro } 1 \leq P \leq \infty. \end{cases} \quad (2.57)$$

kde $P = R/a$. Kumulativní jasnost pak vychází jako

$$S(R) = \frac{M}{\Upsilon} \frac{P^2(X(P) - 1)}{1 - P^2}, \quad S(R_e) = \frac{S(\infty)}{2} = \frac{M}{\Upsilon}, \quad (2.58)$$

z čehož vyplývá, že mezi Hernquistovým parametrem a efektivním poloměrem platí přibližný vztah $a \approx 0.55087R_e$.

Radiální distribuce rychlostí Hernquistovy sféry je z definice rovna

$$\sigma_r^2(r) = \frac{\Phi_0}{12} \left[12s(1+s)^3 \ln(1+1/s) - \frac{s}{1+s} (25 + 52s + 42s^2 + 12s^3) \right]. \quad (2.59)$$

Její izotropní 2D projekce má tedy následující tvar

$$\sigma_p^2(R) = \frac{\Phi_0 M}{12\pi a^2 \Upsilon I(R)} \left[\frac{1}{2(1-P^2)^3} \cdot (-3P^2 X(P)(8P^6 - 28P^4 + 35P^2 - 20) + \right. \\ \left. - 24P^6 + 68P^4 - 65P^2 + 6) - 6\pi P \right]. \quad (2.60)$$

Na obrázku 2.1 je vykresleno srovnání hustotního a potenciálového profilu obou studovaných modelů. Dále v příloze, v grafu na obrázku B.1 je vidět další srovnání, tentokrát se jedná o průběh radiální závislosti plošné intenzity systému. Pro porovnání s pozorovanými vlastnostmi eliptických galaxií je do grafu vnesen i empirický Sérsicův zákon.

2.3.3 Další často používané modely

Singulární isothermální sféra Díky podobnosti hvězdné a klasické kapaliny je logické uvažovat Maxwellovu distribuční funkci systému

$$f(\mathcal{E}) = \frac{\rho_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{\mathcal{E}/\sigma^2}, \quad \text{pro } \mathcal{E} > 0. \quad (2.61)$$

Hvězdný systém s takovou distribuční funkcí by právě odpovídal isothermální selfgravitující plynné kouli. Potenciál singulární isothermální sféry má tvar $\Phi \propto \ln r$, hustota odpovídá závislosti $\rho \propto r^{-2}$, přičemž $M(r) \propto r$. Ukazuje se, že rychlostní pole hvězdné tekutiny je celkem podobné Maxwellově rozdělení rychlostí, nicméně nekonečná hmotnost a logaritmický průběh potenciálu ji jako model realistického systému vylučují.

Kingův model Kingův model (King, 1966) je podobný isothermální sféře, netrpí však jejími neduhy. Průběh distribuční funkce je mírně odlišný

$$f(\mathcal{E}) \propto e^{\mathcal{E}/\sigma^2} - 1. \quad (2.62)$$

Díky konečné centrální hustotě platí již pro potenciál podmínka (2.39) a i celková hmotnost takového systému má konečnou hodnotu. Kingův model se často používá při studiu kulových hvězdokup, jejichž radiální profil jasu velice dobře popisuje. Používá se i na fitování pozorovaných galaxií. Centrální oblasti, získané z mimozemských pozorování, mají ale strmější průběh jasu a Kingově modelu tedy příliš neodpovídají (Jílková, 2008).

Sérsicovo zobecnění Dnes asi nejpřesněji popisuje luminózní profil eliptických galaxií Sérsicův model (viz rovnice (1.3)). Používá se tedy v případech, kdy jde o realističtější vyjádření hvězdných extragalaktických uskupení. Stejně jako de Vacouleursův zákon, není bohužel analyticky vyjádřitelný. Ačkoliv byl původně zaměřen na aproximaci svítivé složky galaxií, v dnešní době se také často používá na modelování temných hal. Podle Merritt aj. (2006) je dokonce průměrně úspěšnější než některé další modely, které jsou na popis temné hmoty přímo určené.

Jaffeův model Další z analytických modelů, aproximujících $R^{1/4}$ zákon, je Jaffeův model (Jaffe, 1983) s hustotním průběhem

$$\rho \propto r^{-2} (r_J + r)^{-2}. \quad (2.63)$$

Pro aproximaci hvězdných systémů galaxií se používal ještě před zavedením Hernquistova modelu a patří taktéž do rodiny γ modelů, tentokrát s centrální závislostí $\rho \propto r^{-2}$.

NFW halo Odhadnout distribuci temné hmoty je obtížnější, než-li rozložení svítivé složky galaxií. Kromě studia gravitačního vlivu na kinematiku elektromagneticky vyzářujícího okolí a výsledků z pozorování gravitačního čočkování, se temná hala studují také v kosmologických N-částicových simulacích. NFW model (Navarro, Frenk a White, 1996) vznikl na základě výsledků ze simulací s kinematically chladnou temnou hmotou (CMD simulace), která předpokládá hierarchický scénář vzniku galaxií. Autoři se snaží popsat tvar vzniklých temných hal pomocí hustotního profilu

$$\rho \propto 1/[r \cdot (r_{\text{NFW}} + r)^2]. \quad (2.64)$$

TIS halo TIS model (Shapiro aj., 1999, „Truncated Isothermal Sphere“) je dalším modelem na popis rozložení hmoty temných hal. Odpovídá taktéž výsledkům CMD simulací a zdá se být ve shodě i se studiem gravitačního čočkování. Jedná se o modifikaci modelu isothermální sféry s nesingulárním řešením. Hustotní profil je tvaru

$$\rho \propto K \cdot (a^2 r_0^2 + r^2)^{-1} - (b^2 r_0^2 + r^2)^{-1}, \quad (2.65)$$

kde K, a, b jsou konstanty a r_0 centrální poloměr. Tento model dobře fituje temná hala trpasličích galaxií a podle Shapiro aj. (1999) také lépe odpovídá projekci centrální disperze rychlostí pozorovaných galaxií, kde NFW model predikuje příliš velké hodnoty.

Kapitola 3

Multikomponentní modely

Ačkoliv je popis eliptických galaxií pomocí jednoduchého jednokomponentního modelu velice názorný, od reálných objektů však může být velmi vzdálený. Z pozorování vyplývá, že nezanedbatelnou část hmoty galaxií a galaktických uskupení tvoří právě hmota temná, jejíž hustotní profil se od svítivé složky obecně liší.¹ Poměr temné a svítivé hmoty pak není v rámci studovaného objektu konstantní a chceme-li, aby byl galaktický model realističtější, je třeba vývoj tohoto podílu započítat. Podle Ciotti (1996) je „nultou aproximací realistických galaxií“ konstrukce analytického, sféricky symetrického, dvoukomponentního modelu. Modely nulté aproximace tak přibližují radiální průběh podílu M/L pozorovaných eliptických galaxií.

Jak již bylo zmíněno v první kapitole, eliptické galaxie jsou vícekomponentními systémy, které kromě temné hmoty a hvězd² obsahují také prach a plyn různého složení a rozložení a mnohé se vyznačují i působením aktivního galaktického jádra s centrálním hmotným objektem. Tato práce všechny uvedené komponenty a jejich vlivy, kromě neměnné hmoty temné a svítivé složky, zanedbává.

Teoretické vícekomponentní modely pro popis realističtějších systémů se mohou vytvářet různým způsobem. Záleží na účelu dané aproximace či simulace. Co se N-částicových simulací týče, pokud nás zajímá pouze vývoj některého z objektů či komponent, můžeme popisovat převážně jeho chování a vliv zbylých částí dále aproximovat podle určitých předpokladů. Příkladem může být právě v této práci zmiňovaná problematika srážky obří galaxie, která se díky své velké hmotnosti dá aproximovat stabilním gravitačním polem, s trpasličím objektem, reprezentovaným testovacími částicemi, viz oddíl 5.2. Nicméně podle Hernquist (1993) tyto simulace neumožňují plně selfkonzistentní interakce mezi různými komponentami. Důležitý je přenos momentu hybnosti a energie mezi temnou a svítivou hmotou, mezi kolizním plynem a bezkolizními částmi a u složitějších galaxií mezi dalšími strukturami, například u spirálních skupin mezi diskem a galaktickou výdutí.

Oproti tomu je také možné N-částicově popisovat všechny relevantní komponenty problému, tedy ty, které jsme plně nezanedbali, což je ale vzhledem k simulacím mnohem výpočetně náročnější. Tato kapitola se dále zabývá popisem dvou plně selfkonzistentních modelů s temnou a svítivou složkou a diskutuje také jisté fyzikální předpoklady, které musí

¹ Viz například Fundamentální rovina v oddíle 1.1.2 a související literatura, např. Cappellari aj. (2006).

² Nehledě na to, že i hvězdy vytvářejí složitější struktury a skládají se z populací různé metalicity a stáří. V průběhu času dále dochází k hustotním změnám v důsledku úbytku hmoty nebo vzniku nových hvězd. V této práci se ale pro jednoduchost předpokládá, že jsou takové změny v rovnováze, hvězdná složka je populačně jednokomponentní a její celková hmota je konstantní.

vybrané modely splňovat, aby mohly být například použity pro konstrukci počátečních podmínek v simulacích realistických galaxií. Referencemi k této části práce jsou především Ciotti (1996), Hernquist (1993), Coppola (2008), Bradly (2008) a opět Binney a Tremaine (2008).

3.1 Temná strana galaxie

Celkové gravitační pole mnohačasticového systému je dáno součtem příspěvků od jednotlivých částic náležících tomuto systému. Pokud se systém navíc skládá z různých „druhů“ částic, nebo-li komponent, vždy se pak mohou rozdělit podle této příslušnosti a sečíst jednotlivé příspěvky zvlášť. Celkové gravitační pole systému je pak součtem všech subsystémů

$$\Psi_T = \sum_i \Psi_i, \quad (3.1)$$

kde Ψ_i odpovídá jednotlivým příspěvkům k celkovému relativnímu potenciálu Ψ_T .

Jelikož je Laplaceův operátor lineární, pak i hustotní funkce celého systému ρ_T je aditivní,

$$\nabla^2 \Phi_T = 4\pi G \cdot \rho_T = \sum_i \nabla^2 \Phi_i = 4\pi G \cdot \sum_i \rho_i, \quad (3.2)$$

což je patrné i bez Poissonovy rovnice, vzhledem k tomu, že taková hustota odpovídá rozložení rozmazané hmoty, získané součtem jednotlivých částic.

Vázaná energie částice i -té komponenty mnohačasticového systému se liší od izolovaného jednodokomponentního modelu s odpovídající energií \mathcal{E}_0 o gravitační příspěvek ostatních subsystémů. Můžeme si ji vyjádřit jako

$$\mathcal{E}_i \equiv \mathcal{E}_{i0} + \sum_{j \neq i} \Psi_j = \sum_i \Psi_i - \frac{1}{2} v_i^2. \quad (3.3)$$

Distribuční funkce vícekomponentního sférického a izotropního modelu je pak funkcí této vázané energie. A podle vztahu mezi f_T a ρ_T , určeného rovnicemi (2.27, 2.28 a 2.29), je zřejmé, že i celková distribuční funkce se dá napsat jako součet distribučních funkcí jednotlivých komponent

$$f_T = \sum_i f_i, \quad (3.4)$$

kteřé jsou taktéž funkcí vázané energie, definované v (3.3). Pro distribuční funkci i -té komponenty modelu pak platí vztah

$$f_i(\mathcal{E}_i) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \frac{d}{d\mathcal{E}_i} \int_0^{\mathcal{E}_i} \frac{d\rho_i}{d\Psi_T} \frac{d\Psi_T}{\sqrt{\mathcal{E}_i - \Psi_T}}, \quad (3.5a)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left[\int_0^{\mathcal{E}_i} \frac{d^2 \rho_i}{d\Psi_T^2} \frac{d\Psi_T}{\sqrt{\mathcal{E}_i - \Psi_T}} + \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_i}} \left(\frac{d\rho_i}{d\Psi_T} \right)_{\Psi_T=0} \right]. \quad (3.5b)$$

Druhá část rovnice (3.5b), $(d\rho_i/d\Psi_T)_{\Psi_T=0}$, je pro uvedené nekonečné modely s konečnou celkovou hmotností rovna nule.

3.1.1 Fyzikální konzistence

Výpočet integrálu (3.5) nezaručuje konzistenci daného řešení. Jinými slovy nezaručuje, že distribuční funkce vychází pro všechny možné reálné energetické stavy pozitivní. U dvoukomponentních modelů je fyzikální realističnost systému méně viditelná na první pohled, nicméně vychází ze stejných předpokladů jako všechny ostatní mnohačasticové selfgravitující systémy. Požadujeme tedy opět, aby

$$f_i(\mathcal{E}_i) = \begin{cases} f_0 \cdot f_i(\mathcal{E}_i) > 0, & \text{pro } \mathcal{E}_i > 0, \\ 0, & \text{pro } \mathcal{E}_i \leq 0. \end{cases} \quad (3.6)$$

Integrál z rovnice (3.5) musí být tedy rostoucí funkcí.

Pokud se dá celkový potenciál vyjádřit jako funkce monotónního potenciálu jediné složky systému, pak se může využít substituce $\Psi_T(\Psi_i)$. Ciotti (1996) shrnuje vyšetření konzistence takové distribuční funkce i -té komponenty do několika podmínek:

1. Nutná podmínka fyzikální konzistence distribuční funkce je

$$\frac{d\rho_i}{d\Psi_i} \geq 0, \quad 0 \geq \Psi_i \geq \Psi_i(0). \quad (3.7)$$

2. Silná postačující podmínka positivity distribuční funkce,

$$\frac{d}{d\Psi_i} \left[\frac{d\rho_i}{d\Psi_i} \left(\frac{d\Psi_T}{d\Psi_i} \right)^{-1} \sqrt{\Psi_T} \right] \geq 0, \quad 0 \geq \Psi_i \geq \Psi_i(0), \quad (3.8)$$

po splnění nutné podmínky již zaručuje konzistenci řešení. Důkaz viz Ciotti a Pellegrini (1992).

3. Slabá postačující podmínka positivity distribuční funkce,

$$\frac{d}{d\Psi_i} \left[\frac{d\rho_i}{d\Psi_i} \left(\frac{d\Psi_T}{d\Psi_i} \right)^{-1} \right] \geq 0, \quad 0 \geq \Psi_i \geq \Psi_i(0), \quad (3.9)$$

je méně silnou alternativou k předešlé. Podle Ciotti (1996) má jednodušší vlastnosti při analytickém vyšetřování konzistence, jelikož neobsahuje odmocninu z celkového potenciálu, ale na druhou stranu bývá (zejména v hraničních případech), méně přesně stanovena.

3.1.2 Stabilita vícekomponentních modelů

Poznatky z oddílu 2.2.3 se týkají i vícekomponentních modelů, nicméně uvedené požadavky musí platit pro celý model souhrnně. Co se týče toho nejjednoduššího předpokladu, pokud nás zajímá jen globálně sféricky symetrický a izotropní systém³, platí stejným způsobem, že je stabilita zachována, pokud je distribuční funkce systému rostoucí funkcí vázané energie

$$\frac{d}{d\mathcal{E}} \sum_i^n f_i(\mathcal{E}) = \sum_i^n \frac{d}{d\mathcal{E}} f_i(\mathcal{E}) > 0. \quad (3.10)$$

³V případě složitějších anizotropních a také nesférických modelů je problém poněkud komplexnější a mnohdy je pro vyšetření stability potřebná i N-časticová simulace.

3.2 Plummerův dvoukomponentní model

V této části je popsán použitý postup při konstrukci modelu eliptické galaxie, kde obě komponenty mají profil Plummerovy sféry s obecně různými parametry. Předpokládejme, že známe hustotní profil obou Plummerových sfér. Pak můžeme vzhledem k učiněným předpokladům odvodit i distribuční funkce příslušné jednotlivým komponentám.⁴ Jelikož se používají stejné hustotní průběhy pro svítivou i temnou hmotu, stačí dynamické veličiny spočítat pouze pro jednu, tzv. *referenční* složku a výpočet pro druhou komponentu modelu vychází již analogicky.

Samozřejmě nemusíme vůbec předpokládat stejný tvar hustotního profilu pro temnou a svítivou hmotu (Bradly, 2008). Bereme-li ale v potaz, že je Plummerova sféra jen nepřesným galaktickým přiblížením sama o sobě, nemusí být takové zjednodušení situace už tolik na škodu. Při popisu reálných galaxií se dnes často používají modely, které více korelují s pozorovanými daty a výsledky z kosmologických N-částicových simulací, jako jsou například de Vaucouleursův, nebo Sérsicův model pro svítivou složku galaxií. V případě temné hmoty se můžeme setkat například s NFW, TIS a znovu také Sérsicovým profilem. Plummerova sféra má opět výhodu ve své jednoduché názornosti a analytickému vyjádření většiny dynamických veličin.

Zavedeme tedy referenční (například hvězdnou) složku dvoukomponentního modelu s předpokládaným průběhem hustoty a relativního potenciálu

$$\rho_i \equiv \frac{\rho_0}{(1 + s^2)^{5/2}}, \quad \Psi_i = \frac{\Psi_0}{\sqrt{1 + s^2}}, \quad (3.11)$$

kde $s = r/b_i$, $\Psi_0 = GM_i/b_i$ a $\rho_0 = 3M_i/4\pi b_i^3$. Druhá složka (například temné halo) s první souvisí skrze konstanty Plummerova modelu, a to poměrem celkových hmotností $\mu = M_j/M_i$ a škálovacích parametrů $\beta = b_j/b_i$. S jejich použitím se vyjádří jako

$$\rho_j \equiv \frac{\rho_0 \cdot \mu \beta^2}{(\beta^2 + s^2)^{5/2}}, \quad \Psi_j = \frac{\Psi_0 \mu}{\sqrt{\beta^2 + s^2}}. \quad (3.12)$$

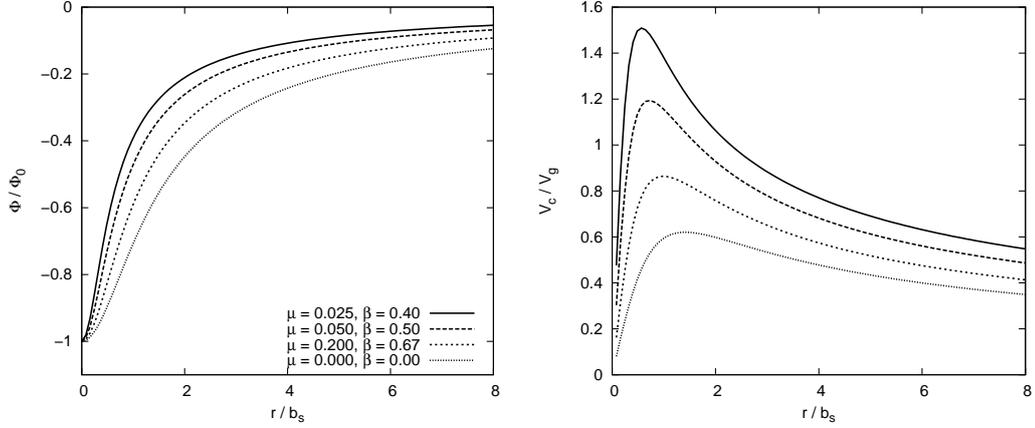
Celkový potenciál systému se pak může napsat čistě jako funkce referenčního modelu

$$\frac{\Psi_T}{\Psi_0} = \psi_T = \psi \cdot \left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{\psi^2 \cdot (\beta^2 - 1) + 1}} \right), \quad (3.13)$$

kde $\psi = \Psi_i/\Psi_0$ je relativní potenciál normovaný na centrální hodnotu, leží tedy v intervalu (0, 1). Inverzní funkce, $\Psi_i(\Psi_T)$, už není tak snadno analyticky popsatelná. Jelikož se ale referenční hustota dá jednoduše vyjádřit jako funkce referenčního potenciálu, tedy $\rho_i(\psi) = \rho_0\psi^5$, můžeme psát, že

$$\frac{d^2\rho_i}{d\Psi_T^2} d\Psi_T = \frac{1}{\Psi_0} \left(\frac{d\Psi_T}{d\psi} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{d^2\rho_i}{d\psi^2} \frac{d\Psi_T}{d\psi} - \frac{d\rho_i}{d\psi} \frac{d^2\Psi_T}{d\psi^2} \right) d\psi = \frac{F(\psi)}{\Psi_0} d\psi. \quad (3.14)$$

⁴Je zřejmé, že nemusíme znát přesný hustotní profil reálné galaxie, a už vůbec ne v analytické podobě. K sestavení stabilního dvoukomponentního modelu vede více cest. Například můžeme použít dva oddělené modely (jednotlivě v rovnováze a stabilní) temné a svítivé složky a uvažovat, jak se změní jejich hustotní rozložení pod vlivem vzájemného gravitačního působení. Je to jistá analogie k poruchové teorii, nastíněné v kapitole 2.2.3. Počáteční systém se dá „zrelaxovat“ například pomocí N-částicové simulace. Obě složky se dohromady vyvíjejí až do stabilní konfigurace, která se už většinou od té původní odlišuje.



Obrázek 3.1: Průběh potenciálu a kruhové rychlosti několika dvoukomponentních modelů s tožnou hvězdnou složkou, která má jednotkovou hmotnost $M_s = 1$ a škálovací parametr $b_s = 1$, přičemž se mění parametry hala, tedy $\mu = M_s/M_h$ a $\beta = b_s/b_h$. Poslední model je pouze jedno-komponentní. Potenciál je normován na centrální hodnotu, $\Phi_0 = \Phi_{s_0} + \Phi_{h_0}$, a $V_g = \sqrt{-\Phi_0}$.

Dále zbývá ještě odvodit distribuční funkci vybrané referenční komponenty. Možností může být více, zde je ale využito výše uvedeného vyjádření pomocí referenčního potenciálu. Kombinace rovnic (3.14) a (3.5b) přejde do tvaru

$$f_i(\mathcal{E}_i) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0} \int_0^q \frac{F(\psi) d\psi}{\sqrt{\mathcal{E}_i(q) - \Psi_T(\psi)}}, \quad (3.15)$$

kde změna integrační veličiny zavedla nový parametr q , definovaný jako

$$\frac{\mathcal{E}_i}{\Psi_0} \equiv q \cdot \left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{q^2 \cdot (\beta^2 - 1) + 1}} \right), \quad (3.16)$$

odpovídá tedy horní mezi integrálu (3.15), kdy $\Psi_T = \mathcal{E}_i$, a nachází se v rozsahu $0 \leq q \leq 1$. V případě jednodokomponentního modelu ($\mu = 0$) to znamená, že $q = \mathcal{E}_i$.

Dále je užitečné si zavést substituci $t = \sqrt{\psi^2(\beta^2 - 1) + 1}$, a $s = \sqrt{q^2(\beta^2 - 1) + 1}$, čímž se rovnice (3.15) změní na

$$f_i(s) = \frac{f_{i_0}}{(\beta^2 - 1)} \int_1^s \mathcal{R}_i(t) [\mathcal{U}_i(t)]^{-1/2} dt, \quad f_{i_0} = \frac{5 \rho_0}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0^{3/2}}, \quad (3.17)$$

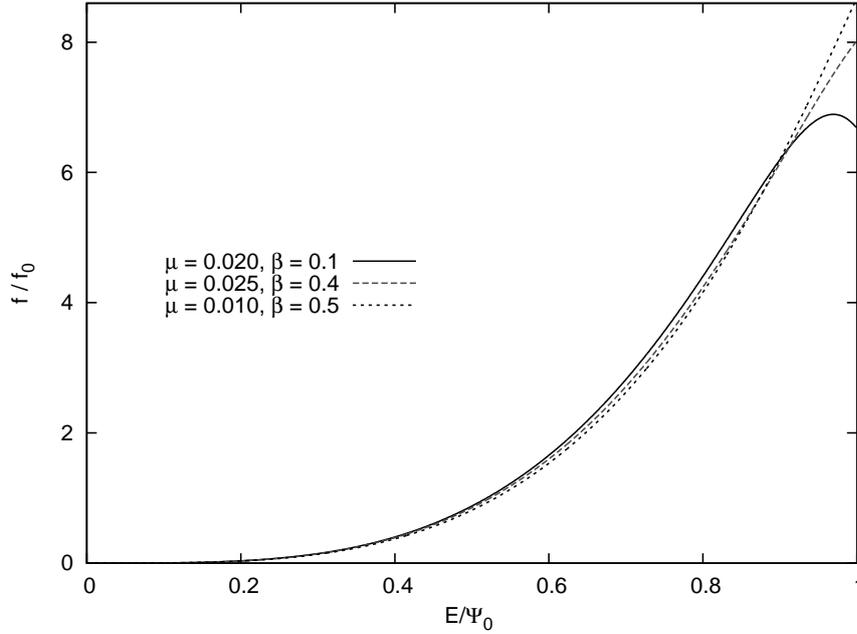
kde

$$\mathcal{U}_i(t) = \sqrt{\frac{s^2 - 1}{\beta^2 - 1}} \left(1 + \frac{\mu}{s} \right) - \sqrt{\frac{t^2 - 1}{\beta^2 - 1}} \left(1 + \frac{\mu}{t} \right), \quad (3.18)$$

$$\mathcal{R}_i(t) = \left(\frac{t^2}{\mu + t^3} \right) \left(\frac{t^2 - 1}{\beta^2 - 1} \right) \left[4t^2 + 3\mu \left(\frac{t^2 - 1}{\beta^2 - 1} \right) \frac{\beta^2 - 1}{\mu + t^3} \right]. \quad (3.19)$$

Pokud vypustíme druhou složku galaxie ($\mu = 0$), vychází podle předpokladu, distribuční funkce jednodokomponentní Plummerovy sféry (2.42).

Analýza fyzikální konzistence dle oddílu 3.1.1 ukazuje, že dvoukomponentní Plummerova sféra není konzistentní pro všechny kombinace parametrů μ a β . Totéž platí pro podmínku stability. Tím vzniká jisté omezení při konstrukci dvoukomponentního modelu. Na obrázku 3.2 jsou vykresleny distribuční funkce pro několik různých výsledků. Je zde vidět příklad rozdílného chování konzistentní a nekonzistentní konfigurace.



Obrázek 3.2: Graf vykresluje průběh distribuční funkce PP modelu (součet distribučních funkcí obou komponent) jako funkce bezrozměrné vázané energie $f/f_0(E/\Psi_0)$ pro několik kombinací parametrů temné a svítivé složky, přičemž $\mu = M_*/M_h$ a $\beta = b_*/b_h$. První model na první pohled nespĺňuje podmínku stability (3.10) (jedná se převážně o distribuční funkci temného hala), další dva představují již stabilní a konzistentní systémy.

Z pozadí Jeansových rovnic vyplývá⁵, že pro radiální disperzi rychlostí vybrané složky sférického izotropního vícekomponentního systému platí

$$\sigma_{s_i}^2(s) = \frac{1}{\rho_i(s)} \int_s^\infty \rho_i(s') \frac{d\Phi_T}{ds} ds' = \frac{1}{b_i \rho_i(s)} \int_s^\infty \rho_i(s') \frac{G M_T(s')}{s'^2} ds', \quad (3.20)$$

$$(3.21)$$

a pro dvoukomponentní Plummerovu sféru je

$$\sigma_{s_i}^2(s) = \sigma_{s_0}^2(s) + \frac{G M_j}{\beta^2 b_i} \frac{1}{[1 + s^2]^{5/2}} \int_s^\infty \frac{1}{[1 + s'^2]^{5/2}} \frac{(s'/\beta)}{[1 + (s'/\beta)^2]^{5/2}} ds', \quad (3.22)$$

kde σ_{s_0} odpovídá řešení pro jednokomponentní případ.

⁵Potenciál v Jeansových rovnicích odpovídá celkovému potenciálu působícímu na vybranou komponentu. Jeansovy rovnice se pak využívají i v komplexnějších modelech, které uvažují Maxwellovu distribuci rychlostí, viz např. Hernquist (1993).

3.3 Hernquistův dvoukomponentní model

U jednoduchého jednodokomponentního případu jsme základní Plummerův model pro popis hvězdné tekutiny doplnili o druhý realističtější popis, Hernquistovu sféru. Ne jinak tomu bude i u dvoukomponentního modelu. Tato podkapitola tedy přináší dvoukomponentní model Hernquistovy sféry, který se v následných N-částicových simulacích používá stejným způsobem jako Plummerův model.

Postup výpočtu je zcela analogický, jelikož se taktéž jedná o analytický model, dokonce v tomto případě jednodušeji vyjádřitelný než dvoukomponentní Plummerova sféra. Opět tedy uvažujeme referenční komponentu nyní odpovídající Hernquistově hustotním průběhu

$$\rho_i \equiv \frac{\rho_0}{s(1+s)^3} \quad \Psi_i = \frac{\Psi_0}{\sqrt{1+s}}, \quad (3.23)$$

kde tentokrát je $s = r/a_i$, $\Psi_0 = GM_i/a_i$ a $\rho_0 = M_i/2\pi a_i^3$. Druhou komponentu, též s Hernquistovým profilem⁶, lze opět vyjádřit pomocí poměru hmotností $\mu = M_j/M_i$ a škálovacích parametrů $\beta = a_j/a_i$

$$\rho_j \equiv \frac{\rho_0 \cdot \mu \beta}{s(\beta+s)^3} \quad \Psi_j = \frac{\Psi_0 \mu}{\sqrt{\beta^2 + s^2}}. \quad (3.24)$$

Celkový potenciál lze vyjádřit jako funkce referenčního potenciálu

$$\frac{\Psi_T}{\Psi_0} = \psi_T = \psi \cdot \left(1 + \frac{\mu}{1 + \psi \cdot (\beta - 1) + 1} \right), \quad (3.25)$$

kde jsme taktéž zavedli normovaný potenciál $\psi = \Psi/\Psi_0$. Hustota je analyticky vyjádřitelná jako funkce potenciálu $\rho_i = \rho_0 \psi^4 (1 - \psi)^{-1}$ a přirozeně platí (3.14), čímž se dá distribuční funkce vyjádřit jako

$$f_i(\mathcal{E}_i) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2} \Psi_0} \int_0^q \frac{F(\psi) d\psi}{\sqrt{\mathcal{E}_i(q) - \Psi_T(\psi)}}, \quad (3.26)$$

kde tentokrát platí, že

$$\frac{\mathcal{E}_i}{\Psi_0} \equiv q \cdot \left(1 + \frac{\mu}{q \cdot (\beta - 1) + 1} \right). \quad (3.27)$$

Zde se hodí použít podobné substituce jako u Plummerova modelu, $t = (\psi(\beta - 1) + 1)$, a $h = (q(\beta - 1) + 1)$ a tak distribuční funkce referenční složky dvoukomponentního Hernquistova modelu se vyjádří jako

$$f_i(s) = \frac{f_{i_0}}{(\beta - 1)^2} \int_1^s \mathcal{R}_i(t) [\mathcal{U}_i(t)]^{-1/2} dt, \quad f_{i_0} = \frac{2\rho_0}{\sqrt{2\pi^2} \Psi_0^{3/2}}, \quad (3.28)$$

⁶Možností je ovšem více, dají se například zkombinovat Hernquistova a Plummerova sféra, nebo se též často používají i jiné zde neuvažované modely. Například kombinace Hernquistova a Kingova modelu (Bradly, 2008) apod. V případě dvou různých hustotních modelů dvoukomponentního systému by se jednoduše odvodila distribuční funkce pro každou složku zvlášť. Nicméně z hlediska Plummerova a Hernquistova modelu není jejich kombinace nijak fyzikálně hodnotnější a tak také není důvod dělat tuto situaci dále složitější. Mohlo by však jít o zajímavé výpočetní cvičení.

kde

$$\mathcal{U}_i(t) = \left[\left(\frac{h-1}{\beta-1} \right) (1 + \mu/h) - \left(\frac{t-1}{\beta-1} \right) (1 + \mu/t) \right], \quad (3.29a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_i(t) = & \left(\frac{1-t}{t-\beta} \right)^2 \left(\frac{t^2}{\mu+t^2} \right) \left[6 \left(\frac{t-1}{\beta-t} \right) + 3(\beta-t) \left(\frac{\beta-t}{\beta-t} \right) \right. \\ & \left. - 8 \frac{x-t}{\beta-t} + \frac{\mu}{t} \left(\frac{t-1}{\beta-1} \right) \left(\frac{4\beta-3t-1}{\mu+t^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.29b)$$

Distribuční funkce Hernquistovy sféry se dá vypočítat analyticky pomocí rodiny eliptických integrálů. Podrobněji řešení rozvádí například Ciotti (1996), a to i s asymptotickým chováním. Nicméně zde analytické řešení není vypisováno, jelikož v následných výpočtech použito nebylo⁷. Jeho vyjádření je natolik složité, že by v následné numerické implementaci, při generování počátečních podmínek N-částicových simulací, zavádělo větší zaokrouhlovací chyby než řešení pomocí numerické integrace rovnice 3.28.

Tento model má tu pěknou vlastnost, že je konzistentní (uvažujeme-li izotropii) pro všechny kombinace hmotností a škálovacích parametrů obou složek systému, na rozdíl od Plummerova dvoukomponentního modelu. Uvažujeme-li systém s anizotropií v rychlostním spektru, je situace komplikovanější. Například Ciotti (1996) použil aproximativní Osikovu-Merritovu metodu pro její započítání, kde výsledná konzistence již závisela na velikosti parametru míry anizotropie. V této práci se však pro jednoduchost uvažují jen izotropní modely.

⁷Distribuční funkce obou dvoukomponentních modelů byla tedy vypočítána pomocí numerického řešení integrálu v rovnici 3.28.

Kapitola 4

Simulace mnohačasticových systémů

Velká část dnešních poznatků o vzniku a vývoji galaxií je založena na závěrech ze studia gravitačních N-časticových simulací aproximujících fyzikální situace. Je tedy klíčové pochopení toho, jak moc se N-časticové simulace liší od fyzikální reality a jak podstatné informace přinášejí.

Tato kapitola je letným úvodem do problematiky mnohačasticových simulací, představuje použité programové vybavení pro praktickou část práce a diskutuje výsledky selfkonzistentních simulací vybraných bezkolizních izolovaných systémů. Nejdůležitějšími použitými referencemi jsou Aarseth aj. (2008), Aarseth (2001), Press aj. (1992), Binney a Tremaine (2008), Springel (2005), Springel aj. (2001), Springel (1999), Dehnen (2001).

4.1 Problém N těles

V předešlých dvou kapitolách byly odvozeny aproximativní analytické modely pro popis eliptických galaxií nacházejících se v rovnováze. Abychom tyto modely mohli použít v selfkonzistentních N-časticových simulacích, postupujeme tentokrát opačným směrem a ze spojitého rozložení hmoty se vygenerujeme diskretní soubor částic (Monte Carlo metoda¹). Způsobem sestavení počátečních podmínek vybraných modelů se zabývá příloha A.

Pokud se následně chystáme sledovat časový vývoj takového mnohačasticového systému, budeme postaveni před tzv. *problém N těles*. Zadání problému je následující: Při znalosti počátečních podmínek, hmotností, souřadnic a rychlostí N-tice částic, určit stav systému, nebo-li trajektorii těchto částic v libovolném dalším čase.

Uvažujeme-li pouze gravitační působení hmotných bodů mezi sebou v izolovaném systému, síla působící na i-tou částici systému je pak součtem

$$m_i \ddot{\mathbf{q}}_i = -G \sum_{j=1; j \neq i}^N \frac{m_i m_j (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)}{|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j|^3}. \quad (4.1)$$

Řešením je soustava obyčejných diferenciálních rovnic

$$\frac{d\dot{\mathbf{q}}_i}{dt} = \ddot{\mathbf{q}}_i, \quad \frac{d^2\mathbf{q}_i}{dt^2} = \ddot{\mathbf{q}}_i, \quad (4.2)$$

¹Odchylka navzorkované distribuce od předpokládaného spojitého rozložení je pak úměrná $\sim 1/\sqrt{N}$, kde N je počet vygenerovaných částic.

kteřá předpovídá pozici a rychlost částice po uplynutí určitého časového intervalu.

Uvedený problém byl analyticky vyřešen pro systém dvou těles a redukovaný problém těles tří, avšak v případě systému s $N > 3$ částicemi se již začíná nabízet použití numerických metod pro integraci pohybových rovnic. Mezi prakticky často používané metody patří například Runge-Kuttovy metody², metody typu prediktor-korektor, Hermitovo integrační schéma nebo Leapfrog integrátor, viz Press aj. (1992, str. 707), Binney a Tremaine (2008, str. 196). Použití konkrétních integračních metod pak závisí i na typu fyzikálního problému, kterým se zabýváme a na způsobu řešení Poissonovy rovnice (výpočet sumy (4.1)).

4.1.1 Přímá metoda

Přímá metoda sčítá pro každou částici gravitační příspěvky od všech ostatních hmotných bodů. Je to nejpřesnější způsob řešení Poissonovy rovnice, leč za cenu značné výpočetní náročnosti, neboť složitost algoritmu je přibližně typu $\mathcal{O}(N^2)$, pro $N \gg 1$. Je tedy vhodná na simulace fyzikálních problémů, kde figuruje menší počet částic. V dnešní době se horní hranice běžné simulace přímé metody pohybuje řádově kolem $N \approx 10^5$. Díky jednoduchosti algoritmu vznikly i různé specializované procesorové jednotky, které jsou optimalizovány na výpočet přímých gravitačních interakcí. Příkladem může být systém GRAPE (Makino aj., 2003), který zvládá i simulace s $N \sim 10^6$ částicemi.

Rovnice pohybu i -té částice se obvykle používá ve tvaru

$$\ddot{\mathbf{q}}_i = -G \sum_{j=1; j \neq i}^N \frac{m_j (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)}{(|q_i - q_j|^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \quad (4.3)$$

kde parametr $\epsilon > 0$ představuje velikost tzv. *softeningu*, který brání nefyzikálním singularitám gravitační síly v případě, že by se k sobě jednotlivé částice příliš přiblížily, $|q_i - q_j| \rightarrow 0$. Takové divergentní chování není v bezkolizním systému reálné a vzniklo právě v důsledku numerického navzorkování spojité hustoty hmoty do systému hmotných bodů. Mechanismus softeningu tedy zavádí jisté rozmazání potenciálu jednotlivých částic a ovlivňuje tím i tvar výsledného gravitačního pole.³

Výše uvedený Plummerův softening není jediným způsobem zavedení softeningu do N -částicových simulací. Rovnici (4.3) bychom mohli přepsat do tvaru

$$\ddot{\mathbf{q}}_i = -G \sum_{j=1; j \neq i}^N \frac{m_j}{\epsilon^2} F_s \left[\frac{|q_i - q_j|}{\epsilon} \right] \frac{\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j}{|q_i - q_j|}, \quad (4.4)$$

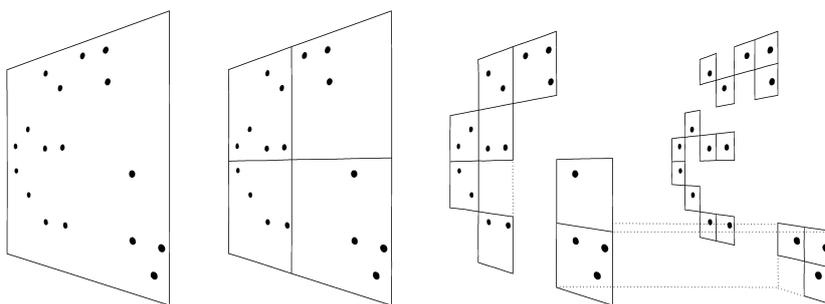
kde F_s představuje kernel softeningu pro gravitační sílu. Optimální funkční zápis kernelu pak též závisí na typu simulace a řešeném fyzikálním problému (Dehnen, 2001).

²Runge-Kuttova metoda se používá spíše jen pro názornost. Z uvedených metod bývá obvykle pro N -částicové simulace nejméně výhodná.

³Důležitá je relativní velikost parametru softeningu. Při příliš nízké hodnotě by se musel snížit časový krok integrace, a tím pádem navýšit výpočetní čas, aby se zachovala dostatečná přesnost a kolize nezaváděly do systému nechtěné artefakty. Na druhou stranu příliš velký softening zase modifikuje gravitační pole na větších škálách a zvyšuje odchylku od předpokládaného analytického potenciálu, viz oddíl 4.2.2. Dvoučásticovou relaxaci, která se děje na všech škálách, softening pouze redukuje.

4.1.2 Tree metody

Díky výpočetní náročnosti přímé metody se pro fyzikální situace, kdy je potřebný větší počet částic, začaly používat různé aproximace s nižší výpočetní složitostí \mathcal{O} . Jednou z možností pro zvýšení rychlosti simulace je použití metod typu Tree, které se hodí pro simulaci systémů s různým rozložením bezkolizních částic. Výpočetní čas této metody je úměrný složitosti $\mathcal{O}(N \log(N))$. Tree algoritmus hierarchicky rozřadí částice postupně do menších skupin. Způsob rozdělení mnohačásticového systému může být různý. Často používaný je například klasický BH algoritmus (Barnes a Hut, 1986), viz obrázek 4.1.2. Další možností může být také párování blízkých částic a následných skupin.



Obrázek 4.1: Schematické znázornění hierarchického seskupení částic ve 2D prostoru podle BH metody. Jednotlivé skupiny částic se postupně dělí do maximálně čtyř podskupin až do situace, kdy nejnižší skupinu „větvě stromu“ tvoří jednotlivé částice. V 3D prostoru se pak zavádí krychle, které se postupně dělí do devíti podkrychlí. Zdroj: Springel aj. (2001)

Síla působící na vybranou částici se vypočítá postupných procházením stromové struktury od největších skupin částic a aproximuje se multipólovým rozvojem gravitačního pole jejich těžiště, přičemž na blízkých škálách se zachází až k jednotlivým částicím a pole se chová klasicky jako u přímé metody pod vlivem softeningu. U vzdálenějších oblastí se postupně sčítá rozvoj větších skupin částic. Jedná se ovšem o aproximaci zavádějící do problému další odchylky od předpokládaného gravitačního pole.

Míru aproximace určuje kritérium rozhodující o otevření skupiny částic do dalších podskupin. Příkladem může být klasická podmínka, která říká, že je možné použít multipólový rozvoj gravitačního pole skupiny částic o velikosti l , pokud platí, že

$$r > \frac{l}{\theta}, \quad (4.5)$$

kde r je vzdálenost dané částice od těžiště uvažované skupiny a parametr θ (opening angle) pak rozhoduje o míře aproximace. Pokud není podmínka splněna, uvažovaná skupina expanduje do svých podskupin a ty se znovu testují. Nižší hodnota θ tedy přináší větší přesnost, ale také navyšuje potřebný výpočetní čas.

Tree metody mají tu výhodu, že v podstatě nezávisí na rozložení částic v simulovaném systému, mohou pak pojmout velký rozsah hustot. Jsou vhodné například při simulaci srážek galaxií. Na druhou stranu zavádí do systému nové nepřesnosti, a to vlivem aproximace vzdáleněji působících gravitačních sil. Mnohé Tree implementace mají též problém se zachováním momentu hybnosti. Časem se může měnit umístění částic do různých skupin a z tohoto důvodu je též potřebná pravidelná aktualizace předdefinovaného stromu, nemusí to být ale nutné u každého časového kroku.

4.1.3 Metoda sítě

Metodou sítě se obecně myslí PM (Particle-Mesh) metoda, která přináší další možnost urychlení simulací N-částicového problému. Prostor obsahující uvažovaný systém je rozdělen diskrétně sítí o určité velikosti a hustotě bodů. Gravitační potenciál určený Poissonovou rovnicí je pak vypočítán na jednotlivých bodech sítě a síla působící na každou částici je dále interpolována podle blízkosti k těmto uzlům. Jedná se o složitost typu $\mathcal{O}(N + N_g \log(N_g))$, kde $N_g \ll N$ odpovídá počtu uzlů.⁴ Tato metoda pak nakonec při velkém počtu částic může přinášet nejrychlejší způsob řešení Poissonovy rovnice.

PM metoda v podstatě rozmazává gravitační interakci a tím snižuje rozlišení na menších škálách, než je velikost okna (cell) mezi uzly sítě. Dostatečný počet uzlů a přesná interpolační metoda jsou v této souvislosti důležitými činiteli. Interpolační schémata, pro rozřazení hmoty uvnitř sítě, mohou být různá. Mezi nejpoužívanější patří například schémata CIC („Cloud-in-Cell“) nebo TSC („Triangular-Shaped-Cloud“).

První z nich rozloží hmotu každé částice například do homogenní krychle o určitém průměru r (velikosti okna) a rozdělí ji poměrově mezi nejbližší body PM sítě podle vzdálenosti k jednotlivým elementům interpolované částice. Hmota na jednotlivých uzlech se při pohybu částice prostorem mění spojitě. Druhá uvedená metoda, TSC, aproximuje jednotlivé bodové částice sférou s nekonstantní radiální hustotou hmoty, která se vzdáleností od centra částice klesá lineárně, a to obvykle s hraniční podmínkou $\rho(1.5r) = 0$. Oproti prvnímu způsobu má TSC spojitou i derivaci hmoty.

Jednou z možností, jak zvýšit rozlišení na malých škálách, jsou tzv. P³M (Particle-particle-particle-Mesh) metody. Zatímco příspěvek k potenciálu ze vzdálenějších částí systému se aproximuje PM metodou, síla působící mezi částicemi uvnitř jednotlivých oken se vypočítá metodou přímou.

Kromě obecně nižšího rozlišení je další nevýhodou geometrické uspořádání. Tvar sítě většinou nemusí odpovídat rozložení hmoty v systému. Velice husté oblasti bez dostatečného počtu uzlů jsou pak aproximovány nepřesně (nebo v případě P³M jsou výpočetně náročnější). Naopak jiné uzly se mohou počítat zbytečně, neboť v jejich okolí se již žádná částice nenachází. Minimalizací tohoto problému může být například použití různých tvarů sítě podle typu simulace (například polární). Dále se nabízí zavedení adaptabilní velikosti oken a počtu uzlů. Nicméně takové úpravy pak vyžadují dodatečný výpočetní výkon.

Zajímavá je též kombinace principů obou hlavních aproximativních přístupů, TreePM metoda. Jednou z možností je podobné řešení jako v případě P³M. Vzdálenějších gravitačních interakce se vypočítají pomocí PM sítě a bližší síly působící na částici se aproximují Tree metodou. Je to tedy výpočetně efektivní způsob řešení Poissonovy rovnice, který zároveň zachovává většinu výhod obou metod. Působení vzdálenějších gravitačních sil není díky použití PM sítě zatíženo chybou multipólového rozvoje a malé škály a geometrie systému se též nestávají problémem, a to pro změnu díky Tree aproximaci.

4.1.4 Další metody

Výše uvedený nástin metod není zdaleka úplný, a ani podrobný. Existuje větší skupina možností, jak popisovat časový vývoj selfgravitujícího systému. Jejich použití závisí na charakteru fyzikální situace, na počtu a typu částic a také na dostupném výpočetním výkonu.

⁴Princip PM metody nabízí využití Fourierovy transformace, kdy se například k rovnici (4.3) přistupuje jako ke konvoluci dvou funkcí, což přináší další zjednodušení výpočtu.

Dynamiku gravitačně působících tekutin například popisují aproximativní metody SPH (Smoothed-particle hydrodynamics), které se hodí především na studium chování plynu v mezihvězdném a mezigalaktickém prostředí. Nicméně v této práci je plynná složka galaxií plně zanedbána, tudíž zde není uveden ani popis příslušných základních metod.

4.1.5 GADGET2

Cílem této práce jsou selfkonzistentní simulace aproximativních modelů eliptických galaxií a jejich interakce. Pro tyto účely byl zvolen komplexní simulační kód GADGET2 (Springel, 2005, GALaxies with Dark matter and Gas intERacT), jenž je volně dostupný pod GNU GPL licencí na stránkách: <http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget/>. Autorem je Volker Springel, z Max-Planckova Institutu pro Astrofyziku (MPA) v Garchingu, v Německu.

Program je určen na široký rozsah simulací od izolovaných galaxií na malých škálách, s Newtonovskou fyzikou, až po simulace kosmologických struktur. V rámci uvažovaných škál a pro jednoduchost byl GADGET2 přeložen pro Newtonovský prostor, kosmologická část kódu se tedy nepoužívá.

N-částicové simulace jsou typickými příkladem na distribuované výpočty. Kód uvedeného programu z tohoto důvodu počítá s multiprocessorovou paralelizací prostřednictvím MPI rozhraní. Je tedy nejvýhodnější jej použít v kombinaci s různými výpočetními clustery, multiprocessorovými blade servery apod. Komplexní kosmologické simulace dnes obsáhnou i více než 10^{10} částic temné hmoty (Springel aj., 2005).

GADGET2⁵ implementuje bezkolizní Tree a TreePM metody a také SPH metodu pro plynné systémy. Výsledné simulace se v této práci počítají pomocí TreePM implementace. Z hlediska Tree algoritmu se zde používá pro expanzi skupiny částic relativní kritérium, které se snaží minimalizovat chybu v aproximaci gravitační síly. Skupina částic o souhrnné hmotnosti M , průměru l a vzdálenosti r od dané částice, se již nebude dále expandovat do podskupin a použije se její multipólový (v tomto případě monopólový) rozvoj, pokud

$$\frac{GM}{r^2} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \leq \alpha |\ddot{\mathbf{q}}|, \quad (4.6)$$

kde $|\ddot{\mathbf{q}}|$ je velikost zrychlení částice z minulého časového kroku⁶ a konstanta α odpovídá parametru míry aproximace. PM síť používá pro interpolaci hmoty schéma CIC (Cloud-in-Cell) a pro numerickou integraci je implementován Leapfrog algoritmus.

Pro bezkolizní self-gravitující simulace program GADGET2 používá adaptabilní časový krok, který se stanoví jako minimum

$$\Delta t_{\text{grav}} = \min \left[\Delta t_{\text{max}}, \left(\frac{2\eta\epsilon}{|\ddot{\mathbf{q}}|} \right)^{1/2} \right], \quad (4.7)$$

kde t_{max} představuje pevně daný maximální časový krok, jehož velikost se podle autora obvykle volí jako malý podíl t_{dyn} (v řádu jednotek až desítek procent). Druhá možnost odpovídá adaptaci na velikost zrychlení částice v předešlém časovém kroku $|\ddot{\mathbf{q}}|$, přičemž výslednou hodnotu určuje též parametr přesnosti η a velikost softeningu ϵ .

⁵ Pro I/O operace nad částicovými daty používá GADGET2 z důvodu efektivity vlastní binární formát, umožňuje však též použití flexibilního HDF5 (Hierarchical Data Format) formátu.

⁶ Zrychlení částice ale není známo na začátku, a tak první průchod stromem skupin částic se děje pomocí klasického kritéria (4.5), které je z hlediska minimalizace chyby Tree metody méně úspěšné.

4.2 N-částicové simulace izolovaných galaxií

V rámci této práce bylo provedeno několik selfkonzistentních simulací statických modelů eliptických galaxií. Cílem je nejen studium stability a N-částicové aproximace těchto modelů, ale též studium celkové konzistence N-částicových simulací galaktických objektů a jejich chybovosti z hlediska předpokládané fyzikální realističnosti.

Vybrané izolované modely jsou posléze použity při studiu komplexnějšího případu srážky dvou eliptických galaxií, viz následující 5. kapitola.

4.2.1 Počáteční konfigurace

Pro simulaci self-konzistentních eliptických galaxií pomocí programu GADGET2, byly zvoleny dvě základní konfigurace:

- A) Jednokomponentní model s celkovou hmotností M_s , efektivním poloměrem R_{e_s} a počtem částic N_s

$$M_s = 2 \cdot 10^{11} M_\odot, \quad R_{e_s} = 5 \text{ kpc}, \quad N_s = 1 \cdot 10^5, \quad (4.8)$$

- B) Dvoukomponentní model, jenž se skládá z kombinace hvězdné složky (s) a temného hala (h) a má parametry

$$M_s = 2 \cdot 10^{11} M_\odot, \quad R_{e_s} = 8 \text{ kpc}, \quad N_s = 6 \cdot 10^4, \quad (4.9a)$$

$$M_h = 8 \cdot 10^{12} M_\odot, \quad R_{e_h} = 20 \text{ kpc}, \quad N_h = 4 \cdot 10^4, \quad (4.9b)$$

kde uvedené hodnoty byly zvoleny též s ohledem na fyzikální konzistenci a stabilitu Plummerovy sféry.

V obou případech byla simulace provedena jednou za předpokladu rozložení hmoty pole Plummerova modelu (jednokomponentní případ se dále značí P, dvoukomponentní PP) a podruhé za předpokladu Hernquistova sféry (jednokomponentní H, dvoukomponentní HH), přičemž pro škálovací parametry platí úměra $R_e = b \simeq 1.815 a$, viz podkapitola . Podle vybraných modelů se vygeneruje systém (v dvoukomponentním případě dva subsystemy) s uvedeným počtem částic o totožných hmotnostech, $m_s = M_s/N_s$, $m_h = M_h/N_h$. Konkrétní způsob vygenerování počátečních podmínek je popsán v příloze A.

Při simulacích s programem GADGET2 je nutné v konfiguračním souboru nastavit hodnoty několika důležitých parametrů, jež mohou mít na průběh simulace značný vliv. Kromě parametru pro alokaci paměti, výpočetního limitu, specifikace cílového adresáře, formátu dat, jmen výstupních souborů, počátečního a koncového času a periody výpisu dat apod., jsou v případě bezkolizní N-částicové simulace používající TreePM metodou též podstatné některé další parametry uvedené níže i s přibližnými zde používanými rozsahy hodnot:

- Maximální a minimální velikost časového kroku $\Delta t_{\max} \in (0.001, 0.01)$ a $\Delta t_{\min} = 0$ v mld. letech (MaxSizeTimestep, MinSizeTimestep), viz (4.7).
- Parametr přesnosti časového kroku $\eta \in (0.001, 0.01)$ (ErrTolIntAccuracy), viz použití (4.7).

- Dodatečný parametr pro nastavení velikosti časového kroku pomocí disperze rychlostí v systému, který určuje časový krok PM metody, ≈ 0.15 (`MaxRMSDisplacementFac`).
- Četnost aktualizování Tree konstrukce ≈ 0.01 , (`TreeDomainUpdateFrequency`).
- Parametr počátečního odhadu Tree přesnosti $\theta \approx 0.01$, (`ErrTolTheta`), viz (4.5).
- Parametr přesnosti Tree metody $\alpha \in (0.001, 0.01)$, (`ErrTolForceAcc`), viz (4.6).

Dalším důležitým parametrem je velikost softeningu pro jednotlivé typy částic v simulaci. Rozborem jeho optimální hodnoty se zabývá celá níže uvedená sekce 4.2.2.

Následné řešení N-částicového problému bylo programem GADGET2 simulováno po dobu 5 mld. let. Celkový počet částic všech simulací izolovaných galaxií $N = 10^5$, byl zvolen s ohledem na náročnost výpočtu⁷ a dostupné výpočetní možnosti.

Dvoukomponentní modely, z důvodu náročnosti, obsahují v jednotlivých složkách méně částic (celkově však stejně jako u jednodokomponentních modelů). Interagují zde dva druhy částic s rozdílnými hmotnostmi a softeningem⁸.

4.2.2 Softening vybraných modelů

V oddíle 4.1.1 byla nastíněna potřeba softeningu v N-částicových simulacích. Další otázkou je také jeho optimální využití. Softening brání příliš velkým fluktuacím gravitačního pole a zároveň ho mírně modifikuje. Podmínkou je tedy, aby odchylka od požadované fyzikální situace byla co nejmenší. Níže uvedený odhad optimálního softeningu pro konkrétní počáteční podmínky, použité v následných simulacích, byl stanoven na základě aproximačních závěrů z podrobnějšího rozboru této problematiky (Dehnen, 2001). Výsledky jsou validní pro statické bezkolizní N-částicové systémy, u nichž známe předpokládané hustotní rozložení hmoty.

Způsob zavedení softeningu do N-částicových simulací určuje funkční zápis jeho kernelu φ , který se tentokrát může vyjádřit skrze potenciál

$$\hat{\Phi} = -G \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\epsilon} \varphi \left[\frac{|\mathbf{q} - \mathbf{q}_i|}{\epsilon} \right]. \quad (4.10)$$

Znak stříšky „ $\hat{\cdot}$ “ zde označuje veličinu studovaného systému, jehož gravitační pole je modifikováno působením softeningu. Síla působící na jednotku hmoty, $\mathbf{F} = \ddot{\mathbf{q}}$, v bodě \mathbf{q} poté odpovídá $\mathbf{F}(\mathbf{q}) = -\nabla \Phi(\mathbf{q})$. Síla modifikovaná softeningem se tedy může vyjádřit jako

$$\hat{\mathbf{F}} = -G \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\epsilon^2} \varphi' \left[\frac{|\mathbf{q} - \mathbf{q}_i|}{\epsilon} \right] \frac{\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j}{|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j|}. \quad (4.11)$$

⁷U nižší přesnosti (snížení parametrů přesnosti Tree metody a časového kroku, ale i zvýšení softeningu) je samozřejmě možné navýšit počet částic při stejném výpočetním čase. Nicméně to má logicky za následek navýšení nepřesnosti výpočtu, což už větší počet částic nemusí vyvážit, protože se zde kumulují mimo jiné i chyby, které na počtu částic přímo nezávisí.

⁸Interakce částic s různým softeningem se v programu GADGET2 řeší v podstatě použitím maximální hodnoty, $\epsilon = \max(\epsilon_1, \epsilon_2)$.

Optimální softening závisí na vybraném kernelu, na systému, který definuje počáteční podmínky simulace, a v neposlední řadě, na počtu částic. GADGET2 používá spline softening, jehož kernel potenciálu má tvar

$$\varphi(r) = \begin{cases} -(16/3)r^2 + (48/5)r^4 - (32/5)r^5 + (14/5), & r < 1/2, \\ -(1/15)r^{-1} - (32/3)r^2 + 16r^3 - (48/5)r^4 \\ \quad + (32/15)r^5 + (16/5), & 1/2 \leq r < 1, \\ r^{-1}, & r \geq 1, \end{cases} \quad (4.12)$$

kde $r = |\mathbf{q} - \mathbf{q}_i|/h$ a $h = 2.8\epsilon$. Na hranici 2.8ϵ přechází působící síla ke klasické Newtonovské síle (4.1). U konkrétních simulací se pak nastavuje velikost jeho parametru, pro jednotlivé typy částic (maximálně 6 druhů). Následující odstavce se zabývají optimální hodnotou v souvislosti s těmito předdefinovanými podmínkami.

Střední kvadratická odchylka (MSE, mean square error) veličiny modifikovaného gravitačního pole $\hat{a}(\mathbf{q})$, realizovaného systémem N částic pod vlivem softeningu, od téže veličiny $a(\mathbf{q})$, předpokládaného spojitého gravitačního pole, je v bodě \mathbf{q} definována jako

$$\text{MSE}_{\mathbf{q}}(\hat{a}) \equiv \left\langle [\hat{a}(\mathbf{q}) - a(\mathbf{q})]^2 \right\rangle = [\text{bias}_{\mathbf{q}}(\hat{a})]^2 + \text{var}_{\mathbf{q}}(\hat{a}), \quad (4.13)$$

kde

$$\text{bias}_{\mathbf{q}}(\hat{a}) = \langle \hat{a}(\mathbf{q}) \rangle - a(\mathbf{q}), \quad (4.14)$$

je odchylka (bias) střední hodnoty pole od původního předpokladu v místě \mathbf{q} . Softening tuto odchylku zvyšuje, a to převážně v hustějších oblastech systému. Na druhou stranu střední kvadratická variance (jinými slovy rozptyl, či disperze),

$$\text{var}_{\mathbf{q}}(\hat{a}) = \left\langle [\hat{a}(\mathbf{q}) - \langle \hat{a}(\mathbf{q}) \rangle]^2 \right\rangle = \langle \hat{a}^2(\mathbf{q}) \rangle - \langle \hat{a}(\mathbf{q}) \rangle^2, \quad (4.15)$$

odpovídá míře náhodných fluktuací v systému s N částicemi. Amplituda fluktuací je pod vlivem softeningu redukována. Takové rozdělení problému do dvou efektů je z hlediska působení mechanismu softeningu užitečné.

Dehnen (2001) podobně jako ostatní (Merriitt, 1996, a další), definuje optimální softening skrze celkovou zintegrovanou střední kvadratickou odchylku (MISE, mean integrated square error) N -částicového systému

$$\text{MISE}(\hat{a}(\mathbf{q})) = \frac{1}{M} \int \text{MSE}_{\mathbf{q}}(\hat{a}) \rho(\mathbf{q}) d^3\mathbf{q} = \text{ISB} + \text{IV}, \quad (4.16)$$

kde analogicky

$$\text{ISB} = \frac{1}{M} \int [\text{bias}_{\mathbf{q}}(\hat{a})]^2 \rho(\mathbf{q}) d^3\mathbf{q}, \quad \text{IV} = \frac{1}{M} \int \text{var}_{\mathbf{q}}(\hat{a}) \rho(\mathbf{q}) d^3\mathbf{q}. \quad (4.17)$$

Z asymptotické limity dostatečně malého parametru ϵ (vůči charakteristickým škálám v systému) a velkého počtu částic N se dají rovnice (4.14 a 4.15) pro jednotlivé dynamické veličiny (např. potenciál, hustota, síla) aproximovat skrze Taylorův rozvoj hustotního profilu $\rho(\mathbf{q} - \epsilon\mathbf{x})$ kolem bodu \mathbf{q} . Následnou integrací bychom došli k aproximativnímu odhadu celkové střední kvadratické odchylky síly

$$\text{MISE}(\hat{\mathbf{F}}) \approx A a_0^2 \epsilon^4 + B b_F N^{-1} \epsilon^{-1}, \quad (4.18)$$

kde parametry a_0 a b_f souvisí s vybraným tvarem kernelu, viz Dehnen (2001),

$$a_0 = 4\pi \int_0^\infty r^2 \left(\frac{1}{r} - \varphi(r) \right) dr, \quad (4.19a)$$

$$b_F = (4\pi)^2 \int_0^\infty r^2 \left(\frac{d\varphi}{dr} \right) dr, \quad (4.19b)$$

pro uvedený spline softening je $a_0 = 3\pi/20$, $b_F = 140032\pi/17325$. Konstanty A a B pak závisí na původním spojitém systému

$$A = G^2 M^{-1} \int \rho(\mathbf{q}) [\nabla \rho(\mathbf{q})]^2 d^3 \mathbf{q}, \quad (4.20a)$$

$$B = G^2 \int \rho^2(\mathbf{q}) d^3 \mathbf{q}. \quad (4.20b)$$

Softening, minimalizující rovnici (4.18), pak odpovídá hledané optimální hodnotě

$$\epsilon_{\text{opt}} \approx (4N)^{-1/5} (B/A)^{1/5} (b_f/a_0)^{1/5}. \quad (4.21)$$

V případě Plummerova modelu vychází, že $(B/A) = \pi^2 b^5 \cdot (14017/65536)$. Takový odhad optimálního softeningu je pak poměrně přímočarý.

Pro Hernquistovu sféru je situace poněkud složitější. Hustota modelu je v centru divergentní, a tudíž gravitační pole N -částicového systému pod vlivem libovolného softeningu bude generovat v centru $r \rightarrow 0$ až 100% bias. Integrál (4.20a) s limitou $\mathbf{q} \rightarrow 0$ diverguje. Dehnen (2001) též doporučuje neuvažovat při studiu N -částicových simulací a jejich chybivosti centrální oblasti nacházející se pod poloměrem $r < \epsilon$ (v našem případě i $r < 2.8 \epsilon$).

Nicméně dle Dehnen (2001) vychází, z praktických numerických experimentů, odhad optimální hodnoty softeningu Hernquistovy sféry s počtem částic řádově $N \approx 10^5$, přibližně kolem

$$\epsilon_{\text{opt}} \approx 0.051 \cdot N_5^{-1/5}, \quad (4.22)$$

kde $N_5 = N \cdot 10^{-5}$ a $M = G = a = 1$. Vyjádření rovnice (4.22) odpovídá použití podobného softeningu, jako je uvažovaný spline softening. Tato hodnota odhadu byla tedy použita pro počáteční podmínky Hernquistovy sféry v následných simulacích.

Výše uvedený odhad optimálního softeningu se zakládá na celkových zprůměrovaných vlastnostech systému. Jelikož můžeme předpokládat, že se v něm vyskytuje velká škála hustot, bude taková aproximace v odlišných oblastech různě přesná. Je pak otázkou, zda vybraný optimální softening je v souladu s principem studovaného problému. Pokud by například byly důležité vlastnosti centrálních oblastí galaxie, je nasnadě použít nižší hodnotu softeningu (u Hernquistovy sféry by šlo o celkem velké rozdíly), aby nebyla v centru chybivost simulace příliš vysoká, což ale zvýší odchylku v periferních oblastech.⁹

Je též nutno podotknout, že takový odhad se zakládá na předpokladu, že uvažovaná hustotní škála systému je platná během celé simulace, což se dá u statických systémů uvažovat. Při simulaci galaktických srážek se však situace mnohdy značně mění a zde použitý odhad softeningu již nemusí být časem příliš optimální. V souvislosti s tím se nabízí možnost zavedení adaptivního softeningu závislého na lokálních vlastnostech hustoty. To kromě zvýšení

⁹V případě verze programu GADGET2 s TreePM metodou se jedná o mírně odlišnou situaci, jelikož méně husté oblasti systému jsou obvykle silně aproximovány PM sítí, která má své vlastní parametry.

složitosti problému navyšuje i potřebný čas výpočtu, neboť velikost parametru softeningu by se musela u nestatických simulací přepočítávat za běhu.

Platnost přibližného odhadu ideálního parametru softeningu byla pro konkrétní použití s N-částicových kódem GADGET2 testována na jedné konfiguraci Plummerova a Hernquistova modelu. Počáteční podmínky odpovídají studovanému jednokomponentnímu modelu (4.8), s počtem částic $N = 10^5$. Testovací běhy programu jsou téměř totožné, liší se pouze stanovenou velikostí parametru softeningu. Jedná se vždy o násobky odhadu optimální hodnoty: ϵ_{opt} , $2 \epsilon_{\text{opt}}$, $0.5 \epsilon_{\text{opt}}$ a $0.2 \epsilon_{\text{opt}}$. První možnost by tedy měla odpovídat ideální velikosti. Jde o přibližné mapování chování okolí stanovené optimální hodnoty, avšak k přesnějšímu odhadu by bylo potřeba vyšetřit mnohem větší prostor hodnot parametru softeningu, a to i pro různé počty částic a použité modely.

Výsledky jsou pak zaneseny do grafů B.2. Jedná se o vyšetření průběhu chyby velikosti gravitační síly, působící na částici s určitou radiální vzdáleností od centra systému. Shora je vykreslen radiální průběh síly, relativní fluktuace její hodnoty, relativní odchylka od teoretického modelu a nakonec jejich kombinace, střední kvadratická chyba velikosti síly, viz (4.13).

Vyšší hodnoty softeningu zvyšují bias v celém systému a u Hernquistova modelu v centrální části zřetelněji, na druhou stranu však výrazněji potlačují fluktuace (střední kvadratickou varianci) N-částicového systému, než v případě hodnot nižších.

	ϵ_{opt}	$2 \epsilon_{\text{opt}}$	$0.5 \epsilon_{\text{opt}}$	$0.2 \epsilon_{\text{opt}}$
Plummerův model	0.0122	0.0186	0.0136	0.0140
Hernquistův model	0.0105	0.0116	0.0113	0.0127

Tabulka 4.1: Přibližná velikost relativní střední kvadratické chyby působící síly $\text{MISE}(\hat{\mathbf{F}})/\langle \mathbf{F}^2 \rangle$ pro jednotlivé velikosti softeningu. Uvedená veličina byla získána jako střední hodnota z vyšetřovaných dat vykreslených v grafech B.2. Dle uvedeného rozboru opravdu vychází nejlépe hodnota pro optimální softening, nicméně simulace pro všechny uvažované hodnoty softeningu generují podobnou chybovost kolem 1 – 2%.

4.2.3 Výsledné simulace

Jak již bylo nastíněno v oddíle 4.2.1, byl realizován soubor čtyř simulací izolovaných galaxií. Některé vlastnosti simulovaných systémů jsou vykresleny v následujících grafech:

B.3: Grafy radiálního průběhu hustoty a disperze jednokomponentních modelů Plummerovy (nahore) a Hernquistovy sféry (graf dole), vykreslené vždy po miliardě let až do konce simulace (5 mld.let). Spodní část grafu jednotlivých veličin vždy odpovídá relativní odchylce systému od uvažovaného teoretického modelu. Zahrnuje v sobě jak chyby vzniklé generováním N-částicových počátečních podmínek, tak i chyby N-částicového kódu.

B.4: V těchto grafech jsou vykresleny stejné údaje jako v předešlém případě, ovšem nyní jde o hustotní průběh odpovídající dvoukomponentním modelům, Plummerově (nahore) a Hernquistově sféře (dole). A radiální průběh disperze rychlostí pak odpovídá hvězdné složce dvoukomponentních modelů.

B.5: Energetický rozbor všech čtyř simulací: vlevo je vykreslena relativní změna celkové energie systému od počátku simulace, vpravo je zachycen časový vývoj podílu kinetické a potenciální energie systému. Z hlediska energetického rozboru lze říci, že uvedené systémy v podstatě zachovávají viriálový poměr kinetické a potenciální energie, a relativní změna celkové energie po dobu simulace nepřekročila 1 % u tří systémů: P, PP a H. V případě dvoukomponentního Hernquistova modelu (HH) vykazuje celková energie výraznější pokles (relativní odchylka se pohybuje do 3 %), což může být způsobeno mírným přerozdělením hmoty v centrální oblasti, které je však výraznější než v případě ostatních modelů.

4.2: Graf zobrazuje velikost pohybu těžiště systému jak v prostorových souřadnicích tak v rychlostech.

Výsledné systémy (v 5 mld. letech) v podstatě dodržují stabilní konfiguraci. V průběhu simulace oscilují odchylky zkoumaných veličin kolem předpokládané hodnoty teoretického modelu.

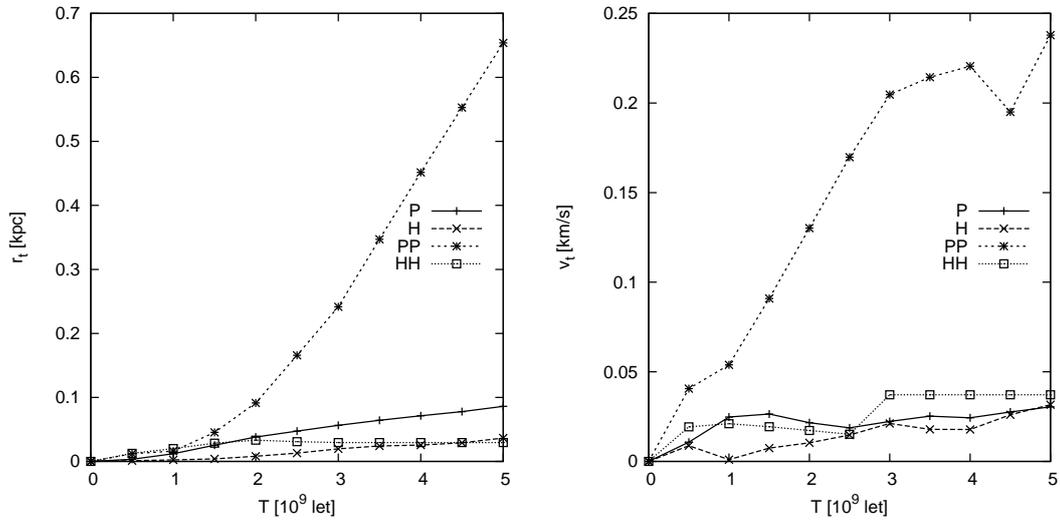
Centrální oblasti v uskutečněných simulacích se mírně roztáhly a přeskupily. Při uvážení Hernquistových sfér je tento efekt mnohem výraznější, globálně se však systém neměnil. Dále se u uvedených simulací izolovaných systémů projevuje tzv. „cestování“, kdy systém zůstává ve stejné stabilní konfiguraci, ale pohybuje se celkové těžiště soustavy, a tento pohyb je většinou narůstajícího charakteru. Z tohoto důvodu bylo také nutné zvýšit přesnost Tree kódu, aby se efekt co nejvíce minimalizoval. Velikost pohybu těžiště ve výsledných simulacích zobrazují grafy na obrázku 4.2.

Důvodem obou výše uvedených jevů může být změna potenciálu vlivem použité aproximace a velikosti softeningu¹⁰ v simulaci, ale též nepřesnost generování počátečních podmínek s relativně malým počtem částic. Tree metoda má pak tendenci navyšovat vzniklou odchylku (Springel, 2005).

Uvedené modely ale neodpovídají reálným galaxiím, u kterých se mnohdy předpokládá, že mají rychlostní rozdělení blízké Maxwellově. Často se tedy vytvářejí modifikované modely, podobné jako jsou zde uvedené selfkonzistentní sféry, u kterých se však požaduje Maxwellovo rozdělení rychlostí, viz příloha A. U komplexnějších systémů jde dokonce o jednodušší způsob vytváření počátečních podmínek¹¹. Nicméně tato kombinace způsobí přerozdělení systému v důsledku toho, že Maxwellova distribuce neodpovídá distribuční funkci zvoleného modelu. Na malé časové škále dojde k relaxaci do nové stabilní konfigurace, kterou reprezentuje již odlišné gravitační pole. Výhodou uvedených stabilních selfkonzistentních konfigurací oproti tomu je, že mohou být rovnou použity v dalších simulacích bez přílišné počáteční relaxace.

¹⁰Jak je patrné z vyšetření vlivu softeningu na simulovaný systém v oddíle 4.2.2 a graficky z obrázku B.2, navyšuje použitý softening v centrálních oblastech bias systému celkem výrazně. Systémy se tedy nové situaci přizpůsobují a dochází k mírné relaxaci. Částečným řešením by mohlo být použití potenciálu s totožným softeningem při generování počátečních podmínek, nicméně odlišnému gravitačnímu poli odpovídá i odlišný průběh hustoty. Výsledný N-částicový systém je pak numerickou softeningovou modifikací uvažovaného modelu (v tomto případě se jedná o analytické modely). Požadavek na N-částicové simulace stabilních systémů je ale takový, aby odchylky od původních systémů byly co nejmenší, tudíž aby taková modifikace nebyla potřebná.

¹¹Příkladem může být systém, skládající se z elipsoidního hala, galaktického disku a centrální výdutě (Hernquist, 1993).



Obrázek 4.2: Velikost pohybu prostorového a rychlostního těžiště jednotlivých simulací izolovaného systému. Plummerovy sféry (P PP) mají méně koncentrovanou hmotu v centrální oblasti než Hernquistovy modely (H a HH). Tři simulace se do 5 mld. let dostanou do vzdálenosti $r_t < 0.1$ kpc, čtvrtá (PP) navýšila svůj pohyb výrazněji, což může být dáno menší nastavenou přesností TreePM algoritmu a menším množstvím hmoty v centrální oblasti, než má odpovídající Hernquistův model.

Centrální problém

Centrální oblast galaxií je z hlediska N-částicových simulací obecně těžko popsitelná. Pozorované klasické eliptické galaxie vykazují výrazné centrální zjasnění, které někdy může pokračovat až za hranici rozlišení detektoru. Velké množství hvězdné hmoty se tedy kumuluje pod relativně malým poloměrem. To spíše upřednostňuje modely podobného hustotního profilu, jako je Hernquistova sféra. Na druhou stranu její centrální divergence hustoty je značnou komplikací pro N-částicovou aproximaci. Při tak velkých hustotních škálách nemusí již po dobu simulace platit ani uvažovaná bezkolizní aproximace, což je problémem center galaxií obecně.

Kapitola 5

Simulace srážky eliptických galaxií

Eliptické galaxie nejsou mnohdy izolované systémy a sdružují se do různých gravitačně vázaných uskupení, kde běžně dochází ke vzájemným kolizím. Gravitační interakce mezi jednotlivými galaxiemi bývá často nevyvážená a poznamenaná minulostí interagujících objektů. Pozorované galaxie poté vykazují různé doznívající následky aktivního života.

Simulace srážek idealizovaných N -částicových systémů se používají pro napodobení reálné mezigalaktické interakce a stávají se tak jedním z nástrojů pro studium dynamiky galaxií. Už základní případ simulace srážky dvojice bezkolizních hvězdných systémů přináší zajímavé informace o možných následných situacích. N -částicové simulace pak přispívají k pochopení mnohých pozorovaných přírodních fenoménů.

Zajímavým fenoménem pozorovaných objektů je například výskyt fotometricky rozlišitelné slupkové struktury v některých klasických eliptických galaxiích. Jedno z možných vysvětlení těchto objektů je založeno na principu srážky rozdílně hmotných systémů, jejímž produktem se stává slupková galaxie.

Konečným cílem práce je tedy selfkonzistentní simulace kolize dvou eliptických galaxií, a to konkrétně takové konfigurace, jež vede ke vzniku pravidelné slupkové struktury a přibližuje se reálným pozorovaným situacím. Kapitola začíná stručným úvodem do problematiky slupkových galaxií, pokračuje diskuzí volby počátečních podmínek N -částicové simulace a vrcholí praktickou ukázkou selfkonzistentního řešení časového vývoje zvoleného problému. Podstatnými referencemi jsou převážně Ebrová (2007), Hernquist a Quinn (1987), González-García a van Albada (2005a,b), Heisler a White (1990), Prieur (1988), Quinn (1984), Jungwiert (2010), Ebrová (2010), Jílková (2010), Kormendy a Djorgovski (1989), Malin a Carter (1983), Binney a Merrifield (1996).

5.1 Slupkové galaxie

Slupkové galaxie vymezují podskupinu extragalaktických objektů, u nichž jsou detekovány tzv. fotometrické slupky. Pod pojmem slupky se zde rozumí méně jasné obloukovité struktury (v závislosti na směru k pozorovateli) se středem pomyslné obloukovité výseče v centru mateřské galaxie. Vyznačují se obecně různou vzdáleností od centra, délkou oblouku a i úhlem natočení k význačné ose galaxie.¹ Jsou tvořeny převážně hvězdným systémem,

¹Jelikož slupky vyzařují v podobných oblastech spektra jako hvězdy mateřské galaxie na pozadí, pozorují se jako velice slabé útvary. Mnohdy je pro jejich detekci nutné další zpracování obrazového materiálu. Napří-

ovšem někdy je v okolí slupek detekováno větší množství mezihvězdného prachu, než predikuje průměrná koncentrace v mateřské galaxii (Colbert aj., 2001).

Ze statistického pohledu se z dostupných pozorování soudí, že kolem 10 % klasických eliptických galaxií se může označovat za slupkové galaxie, přičemž nejspíše existuje trend preferující izolované umístěné galaxie než v hustěji zabydlených galaktických kupách. Mimo rané typy galaxií se slupková struktura detekuje i u několika spirálních galaxií. Vzhledem k celkově nezanedbatelnému počtu slupkových galaxií vznikl i katalog těchto objektů, *A catalog of elliptical galaxies with shells* (Malin a Carter, 1983), který v obsahuje 137 objektů. Slupkové galaxie se mohou dále dělit podle pozorované struktury do tří skupin:

Typ I představuje téměř osově symetricky rozložený slupkový systém, připomínající tvar kužele, obvykle situovaný podél hlavní osy galaxie, která se mnohdy vyznačuje mírně nesférickým elipsoidním tvarem.

Typ II odpovídá galaxiím s více náhodně rozmístěnými obloukovitými slupkami okolo hostitelské galaxie, jež je naopak často sférickějšího tvaru.

Typ III pro změnu sdružuje nepravidelné galaxie s obtížněji definovatelnou, či nejistou, slupkovou strukturou.

Prostorové rozložení slupek zřejmě souvisí s pozorovanou elipticitou objektu. U galaxií blíže typu E0 jsou slupky rozmístěny spíše náhodně pod různým úhlem natočení, kdežto u objektů fotometrického typu \gtrsim E3 je slupkový systém výrazněji situován podél hlavní osy pozorované elipsy. Samotné slupky jsou většinou sférickějšího charakteru, podle Dupraz a Combes (1986) vykazují u protáhlejších galaxií jen mírnou elipticitu. V grafické příloze práce jsou na ukázkou přiloženy obrázky pod označením B.6, které odhalují slupkovou strukturu typu I u galaxie NGC 3923.

5.1.1 Srážkový původ

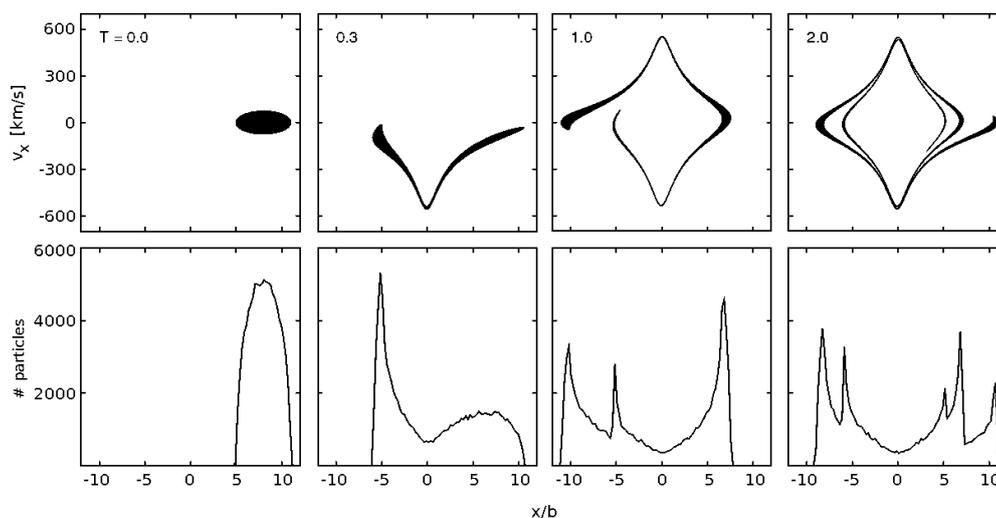
Jelikož slupkové galaxie tvoří specifickou skupinu extragalaktických objektů, nabízí se otázka, kde se jejich charakteristická vlastnost vzala. Existuje několik různých teorií vzniku slupek, jež se nemusí nutně vylučovat, podrobnější rozbor těchto teorií je uveden například v práci Ebrová (2007). Zde se budeme v souvislosti se zaměřením této práce zabývat pouze jedním scénářem, a to dnes nejčastěji přijímaným *Srážkovým modelem*.

Ukazuje se, že při vhodně zvolené konfiguraci je možné pomocí N-částicové simulace srážek galaxií² vytvořit strukturu připomínající slupkové galaxie. Z praktických zkušeností vyplývá, že slupková galaxie vzniká většinou při interakci objektů s rozdílnými hmotnostmi, přičemž slupkovou strukturu vytváří ten méně hmotnější. Uvažujme tedy interakci dvou galaxií, hmotnějšího primárního objektu a méně hmotné galaxie sekundární.

klad se používají různé metody zvyšující kontrast, či odečítající předpokládanou mateřskou galaxii (například se hodí použití mediánu obrazu, ale může jít i o fyzikálnější modely), algoritmy na detekci hran, další gradientní metody, či jiné vhodné postupy z teorie digitálního zpracování obrazu. Jedná se však většinou o ztrátové zpracování a je nutné k němu přistupovat opatrně, ne jen kvůli ztrátě důležitých informací, ale i z důvodu možného zavedení nových nefyzikálních obrazových artefaktů.

²Obecně se často uvažuje o srážkové interakci dvou galaxií, není to však vždy nutný předpoklad. Problematika slupkových galaxií zahrnuje velký rozsah slupkových struktur. Například u objektů s nepravidelným rozmístěním a velkým počtem slupek, by mohlo docházet k opakovaným srážkám velké primární galaxie s menšími satelitními objekty.

Při samotné kolizi pak hvězdy sekundárního objektu oscilují v gravitačním potenciálu primární galaxie a nejvíce času stráví v místě obratu, kde dosáhnou nejnižší velikosti rychlosti. Vytváří tak zdání hrany slupkové či obloukovité struktury. U čistě radiálních oscilací se následující slupka vytváří podél směru osy srážky na opačné straně od centra mateřské galaxie. Postupně bodu obratu dosahují hvězdy s vyššími energiemi³, a tak se původní slupka časem pohybuje do vzdálenějších oblastí systému. Na obrázku 5.1 je schématicky znázorněn vývoj sekundární galaxie během popisované srážky v jednodimenzionálním přiblížení.



Obrázek 5.1: Časový vývoj sekundární galaxie v případě srážky s jednodimenzionální Plummerovou sférou, zdroj L. Jílková, Seminář ÚTFA, 20. listopadu 2009. Spodní grafy vykreslují rozdělení částic podél prostorové souřadnice, slupky jsou v tomto případě snadno rozlišitelné. Vrchní grafy znázorňují fázový prostor systému, jež nabývá při tvorbě slupek charakteristického tvaru, který se při postupném zapojení částic s vyššími energiemi dále vyvíjí, což se často označuje jako fázové nabalování.

Možný srážkový původ slupkových galaxií zavedl podnět ke studiu problematiky pomocí N-částicových simulací aproximujících kolize galaktických objektů. Je pak přirozené, že inspirací pro N-částicové simulace se stávají pozorované reálné galaxie. Níže v oddíle 5.1.3 se tedy uvádí přibližný rozbor vlastností typické slupkové galaxie NGC 3923, jež se stala předlohou mnohých simulací. Ideálním případem by byla simulace srážky, která takový systém dokáže reprodukovat, ovšem vzhledem k uskutečněným aproximacím jde opravdu jen o inspiraci.

³Podle Merrifield a Kuijken (1998) to souvisí s počátečním energetickým rozdělením částic v sekundární galaxii, pevněji gravitačně vázané částice formují slupku jako první a naopak.

5.1.2 Rozložení hmoty v eliptických galaxiích

Mapování potenciálu v eliptických galaxiích je obtížný úkol.⁴ V centrálních částech je ještě možné se pokoušet o stanovení rozložení hmoty například různými modely, popisujícími naměřená data (např. Cappellari aj. (2006)). Ve vnějších oblastech těchto galaxií bychom se však potýkali s málo dostupnými informacemi.

Jelikož se slupky často nacházejí i ve větších vzdálenostech, kde mohou být dokonce jasnější než mateřská galaxie, nabízí se jejich využití právě na mapování gravitačního potenciálu ve vzdálenějších oblastech eliptických galaxií. Kombinace kinematických pozorování vnitřních a vnějších oblastí nám pak může pomoci odhadnout rozložení celkové tedy i temné hmoty napříč objektem. Mezi další metody mapování potenciálu ve vzdálenějších oblastech eliptických galaxií patří:

1. Studium kinematiky kulových hvězdokup v odlehlém halo.
2. Měření pomocí gravitačního čočkování, kde gravitační pole hmotných extragalaktických objektů má velký vliv na zakřivení dráhy světla, přicházejícího ze vzdálenějšího zdroje.
3. Mapování rozložení horkého plynu v rentgenové oblasti.

Dupraz a Combes (1987) sice ukázali, že není možné rozhodnout o rozložení hmoty mateřské galaxie pomocí vzdálenosti hran pozorovaných slupek, nicméně Merrifield a Kuijken (1998) navrhli mapování potenciálu vzdálenějších oblastí pomocí kinematického studia těchto útvarů. Uvedení autoři uvažují radiální srážku obří galaxie s malým objektem a používají aproximaci monoenergetické slupky. Podrobnější rozbor uvádí Jílková aj. (2009). Ukazuje se, že realističtější popis kinematiky slupek je složitější, ovšem to z principu uvedenou domněnku o propojení s potenciálem nevyvrací.⁵

5.1.3 NGC 3923

NGC 3923 je obří eliptická galaxie, nalézající se v souhvězdí Hydry. Optický obraz zaujímá na obloze velikost přibližně kolem $5.9' \times 3.9'$. Fotometricky patří mezi E4-5 galaxie, bude mít tedy minimálně dvě různě velké osy třídimenzionálního hustotního elipsoidu.⁶ Některé další základní údaje jsou uvedeny v tabulce 5.1.

NGC 3923 je jednou z nejstudovanějších slupkových galaxií, tudíž se díky množství dostupných dat nabízí jako typický představitel. Řadí se mezi slupkové galaxie typu I, pozorované fotometrické slupky jsou symetricky seřazeny podél hlavní optické osy galaxie. Díky specifické symetrii se o ní předpokládá, že je výsledkem radiální srážky velké galaxie s méně hmotnou eliptickou galaxií (Hernquist a Quinn, 1987).

Prieur (1988) provedl rozsáhlý výzkum slupkové struktury z fotometrických pozorování. Celkově detekoval 22 slupek, jejichž rozložení je schematicky znázorněna na obrázku B.6. Pozorovaný slupkový systém podle uvedené studie představuje přibližně $(5 \pm 1) \%$ z celkové jasnosti obrazu galaxie, přičemž nejjasnější jsou slupky vnější⁷. Nejvnitřnější

⁴Diskové galaxie na sebe prozrazují mnohem více informací díky výrazné rotaci a specifickým dráhám hvězd, nicméně to platí převážně pro oblast pozorovaného galaktického disku.

⁵Slupkové galaxie by se tedy mohly stát dalšími důležitými „iděciemi“ mapování temné hmoty.

⁶Spektroskopie však neodhalila zřetelnější rotaci kolem některé z os, což potvrzuje představu o tom, že nesférický tvar klasických eliptických galaxií je ovlivněn převážně anizotropií ve hvězdných rychlostech.

⁷Čtyři nejvzdálenější slupky představují 85% z celkové slupkové jasnosti (Prieur, 1988).

abs. magnituda ve filtru B	-21.15
vzdálenost [Mpc]	20.9 ± 3.5
$\langle \mu \rangle_e$ [mag/arcsec ²]	21.60 ± 0.45
σ_0 [km/s]	256.6 ± 6.2
redshift	0.005801 ± 0.000030

Tabulka 5.1: Některé další známé informace o galaxii NGC 3923 získané z databáze HyperLeda (Paturel aj., 2003), The NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) a databáze SIMBAD.

slupka (nejbližší centru) byla detekována přibližně ve vzdálenosti ~ 1.7 kpc od centra galaxie, nejvzdálenější vnější slupka zase ~ 100 kpc. Autor vyvozuje závěry z různých, též spektroskopických pozorování. Například ze spekter rádiových oblastí určuje přibližnou hmotnost ionizovaného vodíku v galaxii $M_{\text{HI}} < 6.5 \times 10^8 M_{\odot}$, což je poměrově oproti předpokládané hmotě pozorovaného hvězdnému systému celkem malé číslo.

Co se týče mapování rozložení temné hmoty v této galaxii, existuje několik nepřímých pozorování a následných modelování jejího gravitačního vlivu.⁸

Například Buote a Canizares (1998) odhadli z rentgenových dat napozorovaných družicí ROSAT a z fitování dvou hustotních modelů pro celkovou hmotnost v několika přibližných vzdálenostech od centra galaxie hodnoty

$$M(7 \text{ kpc}) \simeq (16 - 46)10^{10} M_{\odot}, \quad (5.1)$$

$$M(14 \text{ kpc}) \simeq (34 - 100)10^{10} M_{\odot}, \quad (5.2)$$

$$M(70 \text{ kpc}) \simeq (85 - 400)10^{10} M_{\odot}. \quad (5.3)$$

Nagino a Matsushita (2009) mapovali z rentgenových pozorování družic Chandra a XMM-Newton hmotnosti 22 raných galaxií⁹, mezi nimi NGC 3923, u které odhadli podíl M/L ve filtru B

$$M/L_{\text{B}}(0.5R_e) \simeq 8.2 M_{\odot}/L_{\odot}, \quad (5.4)$$

$$M/L_{\text{B}}(3R_e) \simeq 13.7 M_{\odot}/L_{\odot}, \quad (5.5)$$

$$M/L_{\text{B}}(6R_e) \simeq 20.4 M_{\odot}/L_{\odot}. \quad (5.6)$$

Nejsou zde uvedeny zdaleka všechny podrobné informace o této galaxii, a není to ani záměrem, vzhledem k nejistotě počáteční konfigurace a nepřesnosti použité aproximace. Galaxie NGC 3923 není jednoduše popsatelná sféricky symetrickým systémem, nebereme-li v potaz všechna další zjednodušení, jež byla učiněna. Navíc ji nepozorujeme v „počáteční“ konfiguraci, nýbrž po nějaké době od předpokládané kolize. Následující počáteční podmínky galaktické srážky jsou tedy jen velice hrubou aproximací předpokládaného reálného systému a neodpovídají galaxii NGC 3923.

⁸Pokud samozřejmě platí předpoklad, že galaxie hmotné temné halo obsahuje.

⁹Dospěli mimo jiné k závěru, že hmota hvězdné složky studovaného vzorku galaxií je dominantní pod poměrem $< R_e$, dále pak poměr M/L více narůstá. Předpokládaná temná hmota se vyznačuje větší rozlohou než hvězdná část galaxie. To je v dobrém souladu s informacemi z další literatury, například Cappellari aj. (2006).

5.2 Volba konfigurace srážky

Součástí této části práce je simulace vzniku slupkové struktury pozorovaných eliptických galaxií za předpokladu srážkového původu. Problémem takové simulace je to, že se snaží odhadnout minulost systému, aby dospěla k pozorované současnosti. Stanovení správných fyzikálních počátečních podmínek je nakonec důležitým aspektem celého řešení.

Ideální by bylo systematické studium galaktických kolizí¹⁰ s různými počátečními konfiguracemi, jež by mapovalo vztah mezi těmito počátečními podmínkami a výslednými produkty srážek. Pro plně selfkonzistentní N -částicové simulace se však jedná o poměrně výpočetně náročný úkol. V každém případě vždy je možné stavět na již uskutečněných simulacích v dostupné literatuře.

Konkrétně nás zajímá konfigurace simulací, která vede ke vzniku slupkových galaxií typu I. Pro tento účel jsou obvykle neúspěšnější radiální srážky obří eliptické galaxie se znatelně méně hmotným objektem, často malou spirální nebo eliptickou galaxií. V takovém případě je totiž do určité míry možné použít aproximaci popisující pohyb malé sekundární galaxie ve vnějším statickém gravitačním poli primární obří eliptické galaxie, u které se předpokládá, že je po dobu srážky neporušena. Další míra zjednodušení popisuje vývoj sledovaného systému pomocí restriktivního dvoučásticového řešení, kdy je studován pohyb nehmotných testovacích částic sekundární galaxie ve vnějším gravitačním poli generovaném oběma galaxiemi, (Quinn, 1984; Hernquist a Quinn, 1987; Dupraz a Combes, 1986). Takové aproximace výrazně sníží náročnost numerického řešení N -částicového problému na složitost typu $\mathcal{O}(N)$.¹¹

Z hlediska vybrané základní konfigurace systému (velký rozdíl v hmotnostech, radiální srážka) může taková aproximace znamenat větší zisk v podobě značného urychlení N -částicového výpočtu než ztrátu v podobě odchylky aproximace od reálné fyzikální situace. Další rozbor však ukazuje, že při nezanedbání energetické výměny mezi částicemi je možné dojít k jiným výsledným simulacím (Dupraz a Combes, 1987). Důležitý je efekt dynamického tření a postupný rozpad sekundární galaxie během probíhající srážky.

Diplomová práce Ebrová (2007) přináší obsáhlý souhrn dosavadního (2007) studia slupkových galaxií. Praktická část se zaměřuje na simulaci radiální srážky analytické primární galaxie s testovacími částicemi a do průběhu simulace započítává vliv dynamického tření na testovací částice skrze analytickou Chandrasekharovu rovnici. Podstatným poznatkem je mapování důležitosti vlivu dynamického tření na výsledné simulace, v závislosti na konfiguraci systému.

V současné době s rozvojem výpočetní techniky je však tendencí upřesňovat a porovnávat dřívější poznatky pomocí selfkonzistentní realizací.

González-García a van Albada (2005a,b) uvádí výsledky z rozsáhlého souboru selfkonzistentních simulací srážek sféricky symetrických galaktických párů s různými počátečními podmínkami. V prvním článku vyšetřují srážky jednodílných systémů a ve druhém uvedeném článku se již zabývají srážkami galaxií, které obsahují i temné halo. Neměli přímo v úmyslu se zbývat slupkovými galaxiemi, nicméně i tak se autorům podařilo u radiálních typů srážek vytvořit slupkovou strukturu, a to i s poměrem hmotností 1/3 mezi srážejícími se galaxiemi. Slupky pak vždy vytváří méně hmotná galaxie.

¹⁰Vzhledem k nedostatku analytického řešení N -částicového problému je dnes takový numerický přístup vytváření parametrické sítě řešení běžným způsobem výzkumu.

¹¹Tyto simulace také slupkovým galaxiím predikovaly rozsáhlá temná hala.

5.2.1 Vybrané počáteční podmínky

Výsledná slupková struktura závisí mimo jiné na rozložení hmoty v primární galaxii. N-částicové simulace přirozeně predikují rozdílný průběh srážky při započítání temné hmoty a bez ní. Ta má mnohdy i jiný hustotní průběh než hvězdná složka. Primární galaxie byla tedy modelována ve čtyřech konfiguracích, lišících se výskytem temného hala a použitým hustotním profilem. Jedná se o tytéž modely selfkonzistentních rovnovážných systémů, jaké byly použity v předešlé kapitole. Ty byly ve skutečnosti zvoleny právě pro tuto úlohu a zároveň se použily pro simulace izolovaných galaxií.

Původním záměrem byla též simulace podobných systémů jaké se používá v současných N-částicových simulacích s testovacími částicemi Jílková aj. (2009); Ebrová aj. (2009), a posléze porovnání výsledků z uvedené literatury se selfkonzistentním řešením. Bohužel však nebylo možné sestavit konzistentní dvoukomponentní model Plummerovy sféry pro stejné parametry obou složek (viz podkapitola 3.2).

Počáteční podmínky byly tedy opět uskutečněny ve čtyřech variantách lišících se modelem primární galaxie¹². Jde o kombinace: jednokomponentní primární galaxie modelované Plummerovou sférou s uvedenou sekundární galaxií (Pp), jednokomponentní realizace Hernquistovy sféry primární galaxie (Hp), a dále obě dvoukomponentní realizace primární galaxie, Plummerova (PPp) a Hernquistova (HHp).

Konfigurace modelů byly následující:

A) Jednokomponentní primární a sekundární galaxie, Pp a Hp:

$$M_s = 2 \cdot 10^{11} M_\odot, \quad R_{e_s} = 5 \text{ kpc}, \quad N_s = 5 \cdot 10^4, \quad (5.7a)$$

$$M_{\text{sec}} = 2 \cdot 10^{10} M_\odot, \quad R_{e_{\text{sec}}} = 2 \text{ kpc}, \quad N_{\text{sec}} = 1 \cdot 10^5, \quad (5.7b)$$

B) Dvoukomponentní primární galaxie s totožnou sekundární galaxií, PPp a HHp:

$$M_s = 2 \cdot 10^{11} M_\odot, \quad R_{e_s} = 8 \text{ kpc}, \quad N_s = 6 \cdot 10^4, \quad (5.8a)$$

$$M_h = 8 \cdot 10^{12} M_\odot, \quad R_{e_h} = 20 \text{ kpc}, \quad N_h = 4 \cdot 10^4, \quad (5.8b)$$

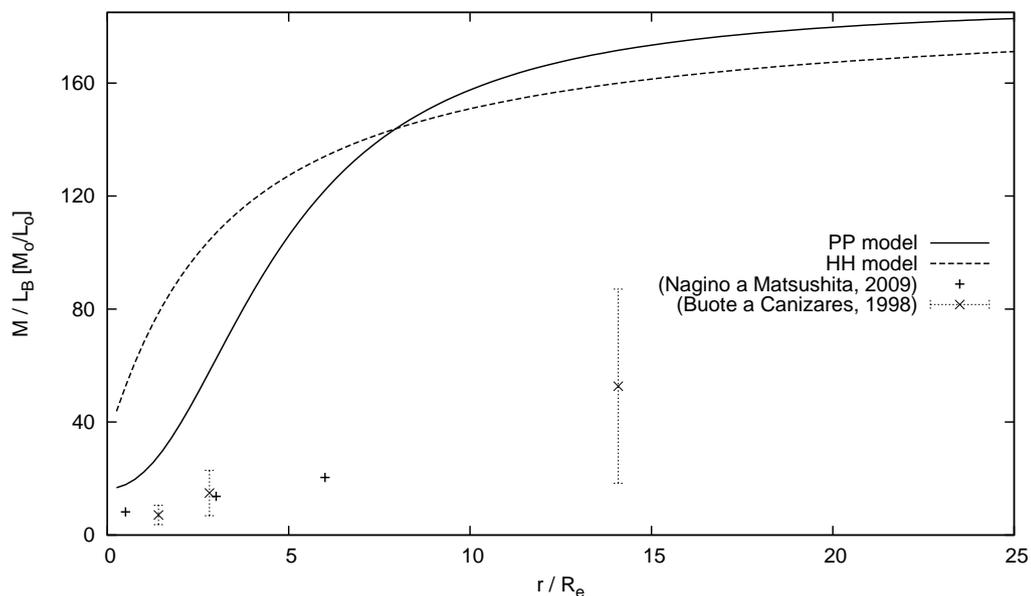
$$M_{\text{sec}} = 2 \cdot 10^{10} M_\odot, \quad R_{e_{\text{sec}}} = 2 \text{ kpc}, \quad N_{\text{sec}} = 1 \cdot 10^5, \quad (5.8c)$$

Konečné nastavení srážek je stejné pro všechny simulace: Počáteční vzájemná vzdálenost je nastavena na $\Delta x = 200 \text{ kpc}$ a počáteční rychlost¹³ sekundární galaxie ve směru primárního objektu je $v_{\text{init}} = -102 \text{ km/s}$.

V následných simulacích bylo použito přibližně stejné nastavení programu GADGET2 jako u simulací izolovaných galaxií. Ze začátku se však dodržovala větší přesnost Tree metody, aby nebyla centra obou galaxií při prvním průletu sekundární galaxie centrem primární galaxie příliš vychýlená od předpokládaného radiálního směru.

¹²Všechna ostatní nastavení, jako je model sekundární galaxie, počáteční vzdálenost a počáteční vzájemná rychlost jsou ve všech případech stejné.

¹³Z důvodu časové náročnosti výpočtu nebylo možné vyzkoušet větší množství simulací pro mapování počátečních rychlostí. Nicméně na začátku byly numericky spočítány tři menší selfkonzistentní simulace (s počtem částic 2×10^4) pro každou základní konfiguraci a to pouze za použití Plummerova modelu. Simulace se lišily počáteční rychlostí sekundární galaxie, která byla volena jako $v_{\text{init}} = 0 \text{ km/s}$, $v_{\text{init}} = v_{\text{esc}}/2$ a $v_{\text{init}} = v_{\text{esc}}$, při jednoduché aproximaci hmotného bodu. Počet částic byl poměrně nízký a přesto se dá říci, že byly detekovány náznaky slupkové struktury u všech pokusných simulací. Uvedená počáteční rychlost hlavních simulací odpovídá aproximativní únikové rychlosti z konfigurace (5.7). Toto nastavení parametru však zde nemá žádné opodstatnění kromě toho, aby se u všech simulací do slupkové struktury zachytil dostatečný počet částic.



Obrázek 5.2: Radiální průběh podílu celkové hmoty a zářivého výkonu M/L (ve slunečních jednotkách) vybraného modelu za použití dvoukomponentní Plummerovy (PP) a Hernquistovy (HH) sféry a předpokladu absolutní magnitudy NGC 3923, uvedené v tabulce 5.1. Dále jsou do grafu zaneseny hodnoty odhadu M/L reálných systémů z různých pozorování galaxie NGC 3924. Použitý model těmto údajům příliš neodpovídá. Ovšem podobný trend průběhu M/L jako u NGC 3923 vykazují i další eliptické galaxie (Cappellari aj., 2006; Merritt aj., 2006; Nagino a Matsushita, 2009; Mathews a Brighenti, 2003, apod.). Dalo by se tedy říci obecně, že dvoukomponentní Plummerův model, který z důvodu fyzikální konzistentnosti vyžaduje větší centrální zahuštění temné komponenty, není pro popis reálných eliptických galaxií vhodným kandidátem. Hernquistův dvoukomponentní model, pro porovnání simulací zvolený se stejným efektivním poloměrem hala jako Plummerův model, neodpovídá galaxii NGC 3923 už vůbec, ovšem u izotropního modelu nejsou hodnoty jeho parametrů nijak omezené.

Softening byl pro každou skupinu částic (hvězdná primární galaxie, případně částice hala a částice sekundární galaxie) zvolen jednotlivě dle vyšetření odhadu ideální velikosti softeningu v oddíle 4.2.2. Ten byl založen na předpokladu statického systému. Simulace gravitační interakce galaxií jsou poněkud složitější. Obecně pro ně neplatí stejné zjednodušené předpoklady, neboť se vlastnosti interagujících systémů často mění a většinou ani nejsou předem známe. Konkrétně u simulací srážek uvedených konfigurací se převážně mění hustotní podmínky v centru primární galaxie a v celé sekundární trpasličí galaxii. Tato problematika by si jistě zasloužila samostatné studium a zavedení adaptabilního softeningu, nicméně kvůli omezení výpočetního času a programu GADGET se pro dané simulace srážek musíme spokojit se stejnou hodnotou, jako pro izolované statické systémy.

5.3 Selfkonzistentní simulace srážky

Uvedené srážky galaxií byly numericky počítány přibližně po dobu 4 mld. let. Dle předpokladu tvoří slupkovou strukturu částice sekundární galaxie, primární objekt zůstává po dobu simulace relativně v rovnováze, nicméně dochází k přenosu energie mezi primární a sekundární galaxií.

Výsledky simulačního experimentu nejlépe dokládají obrazová data:

Soubory obrázků B.7 a B.8 pro Pp a Hp simulace:

Vykreslují snapshoty sekundární galaxie ve vybraných časech během kolize s jednokomponentní primární galaxií. Vykreslená časová posloupnost (klasicky zleva doprava a shora dolů) začíná v době 1.3 mld. let po startu simulace a pokračuje v intervalu 100 milionů let, až do 2.7 mld. let.

Každému snapshotu v jednotlivém čase odpovídá trojice grafů:

- Hustotní projekce koncentrace částic do fázovém prostoru osy srážky x a odpovídající x -ové složky rychlosti částic, $(-100, 100)$ kpc \times $(-550, 550)$ km/s (horní graf),
- Projekce hustotního rozložení částic v prostoru při pohledu kolmém na osu srážky, $(-100, 100)$ kpc \times $(-100, 100)$ kpc (prostřední graf),
- V půl mezisférách posčítaný radiální průběh hustoty hmoty (spodní graf).

U všech grafů je stejná x -ová osa, odpovídá ose srážky v rozmezí $(-100, 100)$ kpc. Kvůli nevýrazným slupkovým strukturám jsou hustotní barevné mapy na obrázcích a y -ová osa ve třetím grafu vykresleny v logaritmické škále.

Mírné slupkové struktury vznikají u obou simulací a jsou detekovatelné na všech třech vykreslených obrázcích N-částicového řešení. Fázový diagram srážkové souřadnice je velice názorný co se vzniku hrany slupky týče a jejího následného cestování do vzdálenějších oblastí směrem od centra galaxie.

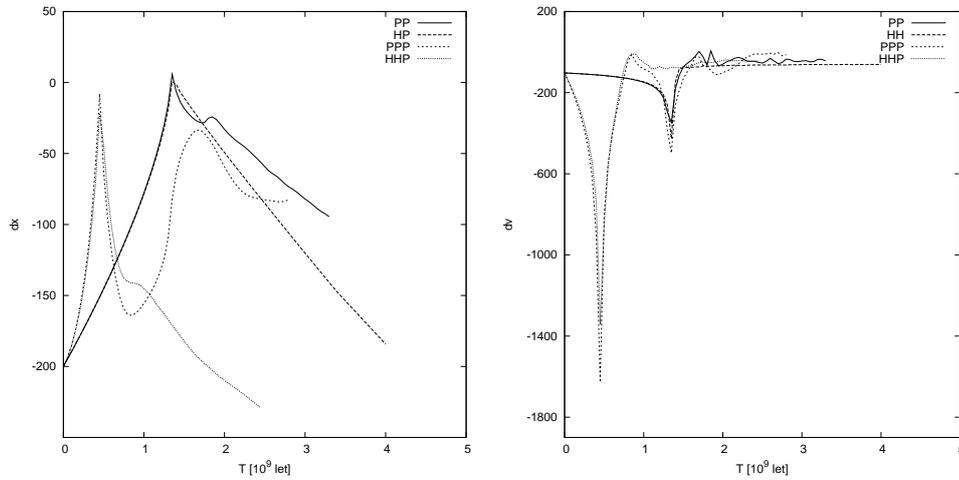
Soubory obrázků B.9 a B.10 pro simulace PpP a HHp:

Jedná se o tytéž grafy, jako u předešlých dvou simulací. Vzhledem k jiným počátečním podmínkám se ale některé důležité aspekty srážky liší. Primární galaxie má mnohem větší hmotu, sekundární objekt je výrazněji urychlen a první průlet centrální částí galaxie se uskuteční tedy dříve. Uvedená časová posloupnost vývoje sekundární galaxie začíná na 0.7 mld. letech a zobrazuje data do 2.1 mld. let. Hustotní škála tentokrát vykresluje oblast 400×400 kpc. Vykreslené rychlosti částic podél osy srážky nabývají přibližně hodnot v rozmezí $(-1600, 1600)$ km/s.

Na první pohled je pak zřejmé odlišné chování sekundární galaxie od simulací s jednokomponentní primární galaxií.

Při použití Hernquistova modelu je značný počet částic rozptýlen v rychlostním i prostorovém objemu, kdežto s Plummerovým modelem se většina zachycených částic sdružuje převážně ve slupkovém kuželu, který vykazuje menší úhel rozevření.

V závislosti na vybrané konfiguraci srážky, pokud není zbylé sekundární jádro příliš urychleno, je postupný rozpad sekundární galaxie důležitým činitelem tvorby a vývoje slupkové struktury. Zajímavý je například zobrazený vývoj simulace srážky PpP (primární galaxie modelována jako dvoukomponentní Plummerova sféra) v hustotních grafech na obrázku



Obrázek 5.3: Pohyb rychlostního a prostorového těžiště sekundární galaxie vůči galaxii primární. Zkratky pak odpovídají jednotlivým vybraným simulacím.

B.9. Při prvním průletu sekundární galaxie centrem primárního systému se začne tvořit očekávaná slupková struktura, následně se zbytkové jádro sekundární galaxie navrací a po druhém průletu začínají nově uvolněné částice vytvářet druhotnou slupkovou strukturu¹⁴. Je zřejmé, že se v tomto případě jedná o důležitý efekt.¹⁵

Pro odhad vlivu dynamického tření by byla zajímavá kombinace testovacích simulací s a bez započítání vlivu teoretického odhadu dynamického tření s plně selfkonzistentní simulací stejného systému. Podobným rozbořením problematiky se zabývají již Heisler a White (1990), kde je selfkonzistentním způsobem v průběhu srážky modelována sekundární galaxie, nicméně gravitační působení primárního objektu je nadále popisováno statickou analytickou aproximací.

Je pravděpodobné, že mnohé slabé slupky, převážně ty vznikající blízko centra, nejsou při tak nízkém rozlišení (počtu částic) příliš rozlišitelné. Simulace s větší počet částic sekundární galaxie by jistě přinesly přesnější a podrobnější pohled na vznik a vývoj slupkové struktury během srážkového procesu.

¹⁴První slupka vzniká přesně na opačné straně než předtím.

¹⁵Uvedený jev by se teoreticky mohl namodelovat v testovacích simulacích jako dvě časově oddělené srážky primární galaxie s menším objektem, prvně s původní sekundární galaxií a na následně se zbytkovým jádrem přilétajícím tentokrát z opačné strany srážkové osy.

Závěr

Úkolem této práce bylo prohloubení znalostí o eliptických galaxiích s ohledem na současné poznatky a možnosti studia jejich různorodého galaktického života.

Z hlediska pochopení podstaty eliptických galaxií může být klíčové teoretické vysvětlení Fundamentální roviny, empirického zákona, který sdružuje do jedné skupiny objekty s celkem rozsáhlou škálou charakteristik. Pozorovaným vlastnostem eliptických galaxií se věnuje převážně podkapitola 1.1.1.

Tato práce se pokouší aproximovat reálné galaktické hvězdné systémy pomocí dvou sféricky symetrických izotropních modelů, Plummerovy a Hernquistovy sféry, viz podkapitola 4.2.1. Výhody obou jsou v jednoduchém analytickém vyjádření a díky tomu i v jejich rozšířeném používání v literatuře zabývající se rozdílnými okruhy témat. Empirickým zákonům získaným z pozorování eliptických galaxií, de Vaucouleursově a Sérsicově profilu, se více přibližuje Hernquistův model, nicméně jeho divergentní chování hustoty v centrální části systému může přinášet v následném studiu zvolené problematiky nemalé komplikace. V obou případech se ovšem jedná jen o přibližnou aproximaci.

Dle převládajícího předpokladu, že eliptické galaxie mnohdy obsahují rozsáhlá hmotná temná hala, která interagují gravitačně, nikoliv však elektromagneticky, byly v kapitole 3 odvozeny odpovídající dvoukomponentní realizace uvedených modelů, jež popisují hvězdnou a temnou složku galaxie odděleně a zároveň dohromady tvoří selfkonzistentní systém.

Následně se v práci diskutuje vývoj N-částicové realizace vybraných modelů izolovaných systémů, viz kapitola 4.1. N-částicové simulace byly počítány pomocí volně dostupného programu GADGET2, který mimo jiné implementuje metodu TreePM a umožňuje paralelizaci výpočtů. Při aproximativních numerických simulacích je třeba mít na paměti vlastnosti používaných nástrojů a související nastavení některých důležitých parametrů. Tím je například softening rozebíraný v oddíle 4.2.2. Optimální hodnota softeningu byla odhadnuta na základě rozboru variance a odchylky od teoretického modelu gravitačního pole statického systému. Následné vyšetření pak potvrzuje přibližnou validitu výsledku. Avšak u simulací srážek galaxií uvedený rozbor už obecně neplatí.

Konečným cílem práce byla simulace vzniku fenoménu eliptických galaxií, a to slupkové galaxie typu I, viz závěrečná kapitola 5. Jednou z teorií vzniku takové slupkové struktury je radiální srážka dvou rozdílně hmotných objektů. Na základě rozboru informací, získaných z pozorování a další literatury zabývající se danou problematikou, byla dle omezení modelů stanovena počáteční konfigurace srážky, viz příslušný oddíl 5.2.1.

Byly realizovány čtyři plně selfkonzistentní simulace srážkové konfigurace lišící se použitým modelem pro popis primární obří galaxie, viz oddíly 5.2 a 5.3. Slupková struktura vznikla ve všech případech, nicméně časový vývoj vykazuje jisté odlišnosti. Nejpodstatnější rozdíl je v započítání hmotného temného hala a zjevně je podstatné i centrálního zahuštění systému. Uskutečněné simulace mají celkem nízké rozlišení (počet částic) pro vyvozování

závěru o počtu a přesném umístění slupek. Nicméně fakt, že je možné efekt vzniku slupkových galaxií realizovat selfkonzistentní simulací již při tak velké aproximaci je podnětným popudem pro další studium rozsáhlé problematiky splupkových galaxií. Tím by mohlo být například porovnání selfkonzistentních a testovacích N-částicových simulací.

Zkoumanou aproximativní problematiku v této práci lze rozšířit a zpřesnit v mnoha dalších ohledech. Dnešní podrobnější poznatky z pozorování eliptických galaxií si žádají realističtější popis hvězdných systémů, například použití empirických zákonů jako je Sérsicův model. Další přiblížení reálným galaxiím přináší kombinace s elipsoidním popisem rozložení hmoty (i co se týče temných hal) a zavedení anizotropie rychlostí do systémů nerotujících galaxií. Použití konkrétního modelu ale jistě závisí na povaze zkoumaného problému. Podstatnou podmínkou realističnosti systému je také dostatečně velký počet částic. Za zmínku také stojí možné započítání mezihvězdného plynu do galaktických modelů a i související vylepšení simulací pro zahrnutí mechanismů ztráty hmoty hvězd a vzniku hvězd nových.

Dodatek A

Generování počátečních podmínek

Tato příloha se zabývá generováním počátečních podmínek sféricky symetrických systémů. Postup je obdobný jako v Aarseth aj. (1974), Aarseth aj. (2008, str. 202), Hut a Makino (2007) a Hernquist (1993).

Při diskretizaci spojitých modelů se obvykle používají generátory pseudonáhodných čísel¹. Výsledný systém obsahuje N částic, jež jsou definovány svými souřadnicemi ve fázo-
vém prostoru, $(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i)$. Ve sféricky symetrickém systému s izotropním rozdělením rychlostí jsou v souvislosti se symetrií podstatné jen velikost vzdálenosti částice od centra r a velikost její rychlosti v . Jednotlivé složky pak mohou být libovolné.

Kumulativní hmota pod poloměrem závisí na vzdálenosti od centra systému a pro oba používané modely vychází jako

$$M(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr' = \begin{cases} \frac{M \gamma_p^3}{[1 + \gamma_p^2]^{3/2}}, \\ \frac{M \gamma_h^2}{[1 + \gamma_h]^2}, \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

kde je $\gamma_p \equiv r/b$ pro Plummerovu sféru a $\gamma_h \equiv r/a$ v případě Hernquistova modelu. V nekonečnu je tedy rovna celkové hmotnosti systému M , poměr $X_1(r) = M(r)/M$ nabývá hodnot od 0 do 1 v závislosti na poloměru. Jelikož se zabýváme jednoduchými analytickými modely, je vyjádření (A.1) lehce přepsatelné do inverzního tvaru

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma_p = (X_1^{-2/3} - 1)^{-1/2}, \\ \gamma_h = (X_1^{-1/2} - 1)^{-1}. \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Pro získání pozice diskrétní částice se $X_1 \in (0, 1)$ jednoduše vygeneruje jako náhodné číslo z uniformního rozdělení, pomocí vybraného generátoru. Částice se pak umístí na sféru o vypočítaném poloměru $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, například

$$z = r - 2 \cdot r_i X_2, \quad \theta_i = 2\pi X_3, \quad (\text{A.3})$$

$$x = \sqrt{r^2 - z^2} \sin \theta_i, \quad y = \sqrt{r^2 - z^2} \cos \theta_i, \quad (\text{A.4})$$

¹Nejedná se o skutečné náhodné veličiny, ve smyslu definice skrze náhodné fyzikální procesy (např. termální šum, fotoelektrický jev, apod.), ale o tzv. „pseudonáhodná“ čísla, vygenerovaná vybraným počítačovým algoritmem, který vytváří posloupnost zdánlivě náhodných čísel do určité přesnosti. Ideální generátor náhodných čísel by při počtu částic $N \rightarrow \infty$ měl vygenerovat přesně uniformní rozdělení.

kde X_2 a X_3 jsou opět náhodné hodnoty od 0 do 1. U dvousložkových modelů jsme předpokládali, že známe hustotní rozložení jednotlivých komponent, které odpovídá právě vybranému jednoduchému modelu. Při generování počátečních pozic částic se pak používá stejný postup u každé komponenty zvlášť, jako v jednosložkovém případě.

Informace o rychlostním profilu vybraného modelu se dá získat díky znalosti distribuční funkce, viz (2.42) a (2.55), případně (3.15). Maximální rychlostí částice, vázané v izolovaném systému, ve vzdálenosti r od centra sféry je únikovou rychlostí, jelikož pro všechny uvažované modely platí $\Phi_T(\infty) \rightarrow 0$, úniková rychlost je pak dána

$$v_{\text{esc}}(r) = \sqrt{2|\Phi_T(r) - \Phi_T(\infty)|} = \sqrt{2|\Phi_T(r)|}, \quad (\text{A.5})$$

kde Φ_T odpovídá celkovému potenciálu systému. Počet částic daného poloměru r v intervalu rychlostí $v + dv$ je roven

$$dN(r) = 4\pi v^2 f(\mathcal{E}) dv = g(\xi) d\xi \quad (\text{A.6})$$

kde $\xi \equiv v/v_{\text{esc}} \in (0, 1)$. Pravděpodobnostní rozdělení ξ je tedy úměrné

$$g(\xi) = g_0 f(\mathcal{E}) \xi^2 \quad (\text{A.7})$$

kde g_0 normuje rozdělení, aby $\int_0^1 g(\xi') d\xi' = 1$. Analogicky tedy, jako u poloh částic, se dá vyjádřit náhodný poměr $N(\xi)/N(1)$. V případě jednokomponentního Plummerova modelu platí

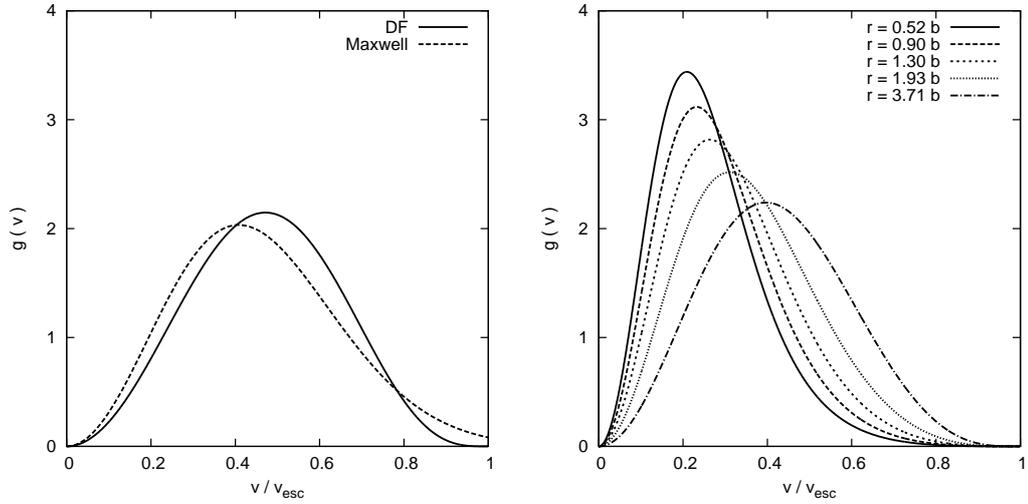
$$X(\xi) = \frac{N(\xi)}{N(1)} = \frac{\int_0^\xi g(\xi') d\xi'}{\int_0^1 g(\xi') d\xi'} = \left(\frac{512}{7\pi}\right) \left[\frac{7 \arcsin \xi}{256} - \frac{\xi(1-\xi^2)^{9/2}}{10} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$+ \frac{\xi(1-\xi^2)^{7/2}}{80} + \frac{7\xi(1-\xi^2)^{5/2}}{480} + \frac{7\xi(1-\xi^2)^{3/2}}{384} + \frac{7\xi(1-\xi^2)^{1/2}}{256} \Big]. \quad (\text{A.9})$$

K inverznímu vyjádření $\xi(X)$ je vhodné využití dalších numerických metod. Díky znalosti pravděpodobnostní funkce rozložení rychlostí se nabízí vyřazovací metoda (Press aj., 1992, str. 290). Náhodné číslo X se navzorkuje podle distribuce (A.7). To se uskuteční například tím, že se neustále generují dvě uniformě rozdělená náhodná čísla $0 < X_4$ a $X_5 < 1$, dokud neplatí, že

$$g_{\text{max}} \cdot X_5 > g(X_4), \quad \Rightarrow \quad \xi = X_4, \quad (\text{A.10})$$

kde $g_{\text{max}} > g(X_4)$ pro $\forall X_4 \in (0, 1)$. Při dostatečném počtu náhodných čísel pak získáme pravděpodobnostní rozdělení rychlostního spektra na daném poloměru sféricky symetrického N -částicového systému. Mohou se samozřejmě použít i jiné numerické metody pro řešení inverzního problému. Jednotlivé kartézské složky rychlosti se posléze vygenerují stejným způsobem jako v případě polohy částice.



Obrázek A.1: Vlevo je vykreslen graf pravděpodobnostního rozdělení rychlostí jednokomponentní Plummerovy sféry, plná čára je podle distribuční funkce a čárkovaná z Maxwellova rozdělení. Vpravo: Pravděpodobnostní rozdělení rychlostí hvězdné složky z distribuční funkce dvoukomponentního modelu, konkrétně s parametry $\mu = M_s/M_h = 0.0025$ a $\beta = b_s/b_h = 0.4$. Tentokrát průběh funkce $g(v)$ závisí také na vzdálenosti od centra (uvedené vzdálenosti jsou v násobcích škálovacího parametru b_s).

Maxwellova distribuce rychlostí

Uvažujeme-li, obdobně jako u tekutin, že má hvězdná kapalina spíše Maxwellovo rozdělení rychlostí², můžeme použít rozdělení rychlostí

$$g(v) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \sigma_r^3} v^2 e^{-v^2/2\sigma_r^2}, \quad (\text{A.11})$$

kde $\sigma_r(r)$ je disperzí, a $v = |\mathbf{v}|$ rychlost. Uvedené rozdělení je normované, a tak $\int_0^1 g(\xi') d\xi' = 1$. Pro izotropii je $\sigma_r^2 = \sigma_\phi^2 = \sigma_\theta^2$. Disperze rychlostí se odvodí z Jeansových rovnic

$$\sigma_r^2 = \sigma_r^2(r) = \frac{1}{\rho(r)} \int_r^\infty \rho(r') \frac{G M_T(r')}{r'^2} dr'. \quad (\text{A.12})$$

Jednotlivé složky rychlosti jsou pak vygenerovány náhodně pomocí Gaussova rozdělení s disperzí $\sigma = \sigma_r$. Často se celková velikost rychlosti ještě ošetřuje podmínkou, aby platilo, že

$$v \leq \kappa v_{\text{esc}}, \quad (\text{A.13})$$

kde $\kappa \in (0, 1)$ určuje maximální podíl únikové rychlosti, který může částice dosáhnout. V praxi se obvykle používá hodnota kolem $\kappa = 0.95$ (Hernquist, 1993).

²V případě, že neznáme celou distribuční funkci systému nebo je její vyjádření příliš komplikované, je to často používaný předpoklad.

Quiet start a symetrie

Jelikož simulovaný hvězdný systém je obvykle reprezentován menším počtem částic než jeho fyzikální předloha (galaxie), je v počátečních podmínkách přítomna určitá nejistota, nebo-li N -částicový šum. Pokud z důvodu výpočetních omezení již nelze dále navyšovat počet částic, je možné využít několika předpokladů o původním modelu a přizpůsobit tomu náhodně generovaný soubor částic. Algoritmu, snižujícímu N -částicový šum počátečních podmínek, se obvykle říká *Quiet start*. Ten je užitečný zejména pro systémy s nižším N , kdy je odchylka od požadovaného rozdělení více patrná³.

Kromě náhodného generování částic a následného naškálování do prostoru, může být jejich radiální poloha omezena hustotními vrstvami, odpovídajícími isofotám hustotního profilu. Částice se generují postupně od nejnižšího poloměru a umístění mezi jednotlivé vrstvy se děje již náhodně, nebo také přímo, s pevně danou polohou.

V prvním případě, při uniformním rozdělení od 0 do 1, by měla i -tá sférická vrstva poloměr $(i + X_1)/N$. Pro uvedenou distribuční funkci, stačí pak v rovnici (A.2) modifikovat X_1 na

$$X_1 = \frac{i + X_1}{N}. \quad (\text{A.14})$$

Druhý případ může odpovídat například použití střední vzdálenosti mezi vrstvami

$$X_1 = \frac{i + 0.5}{N}. \quad (\text{A.15})$$

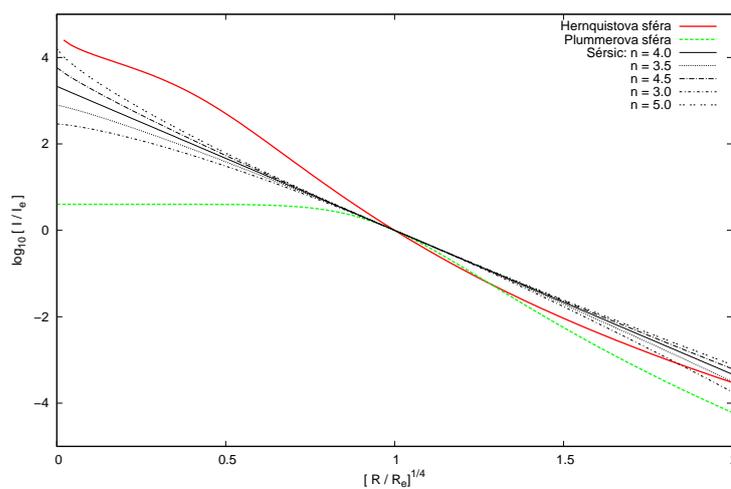
Při konečném počtu náhodně generovaných částic se nezachovává poloha těžiště v očekávaném centru sférického modelu. Celkový moment hybnosti taktéž nevychází přesně nulový. Uvedené nepřesnosti se mohou ošetřit pomocí symetrizace poloh částic ve fázovém prostoru.

Například pokud se generují částice po dvojicích s totožnou velikostí rychlosti a radiální vzdálenosti od centra, avšak s opačnými znaménky jednotlivých složek těchto vektorů, vynuluje se odchylka počátečního těžiště poloh a rychlostí. Pro nulový počáteční moment hybnosti je již nutné generovat částice alespoň po čtveřicích.

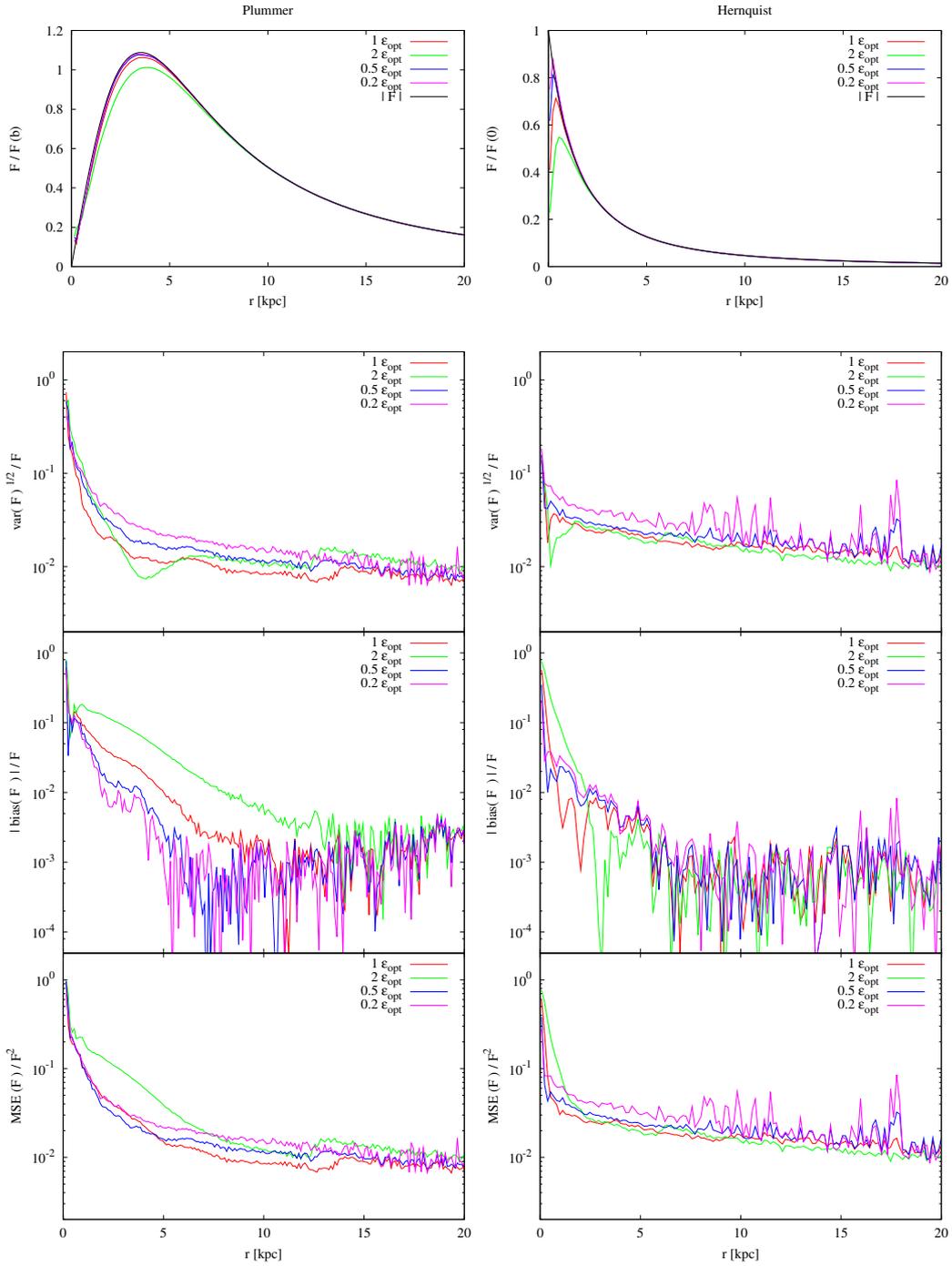
³Quiet start přispívá (v počátečních podmínkách simulace) ke snížení amplitudy střední kvadratické odchylky systému, jež je mimo jiné závislá na N^{-1} .

Dodatek B

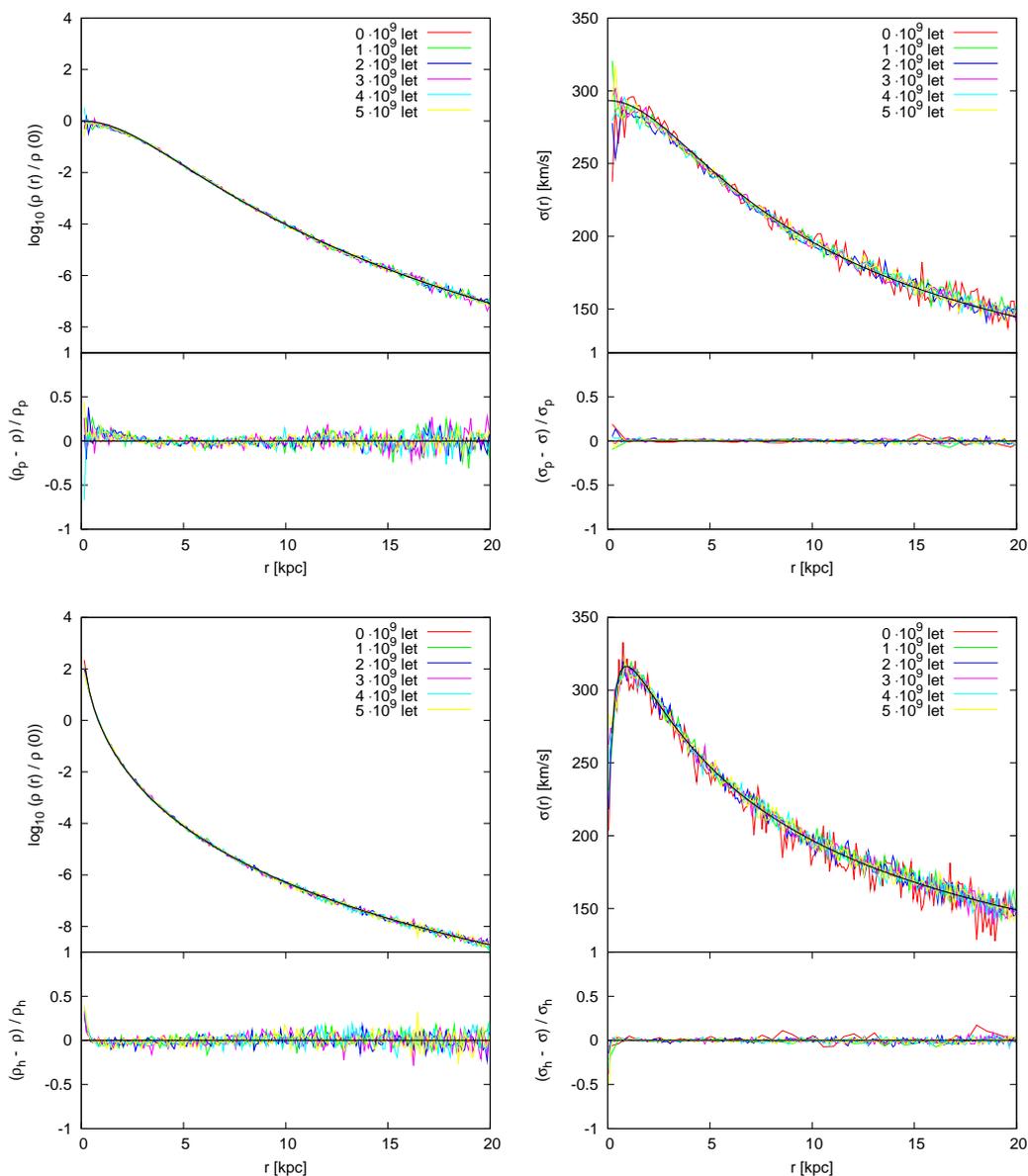
Grafická příloha



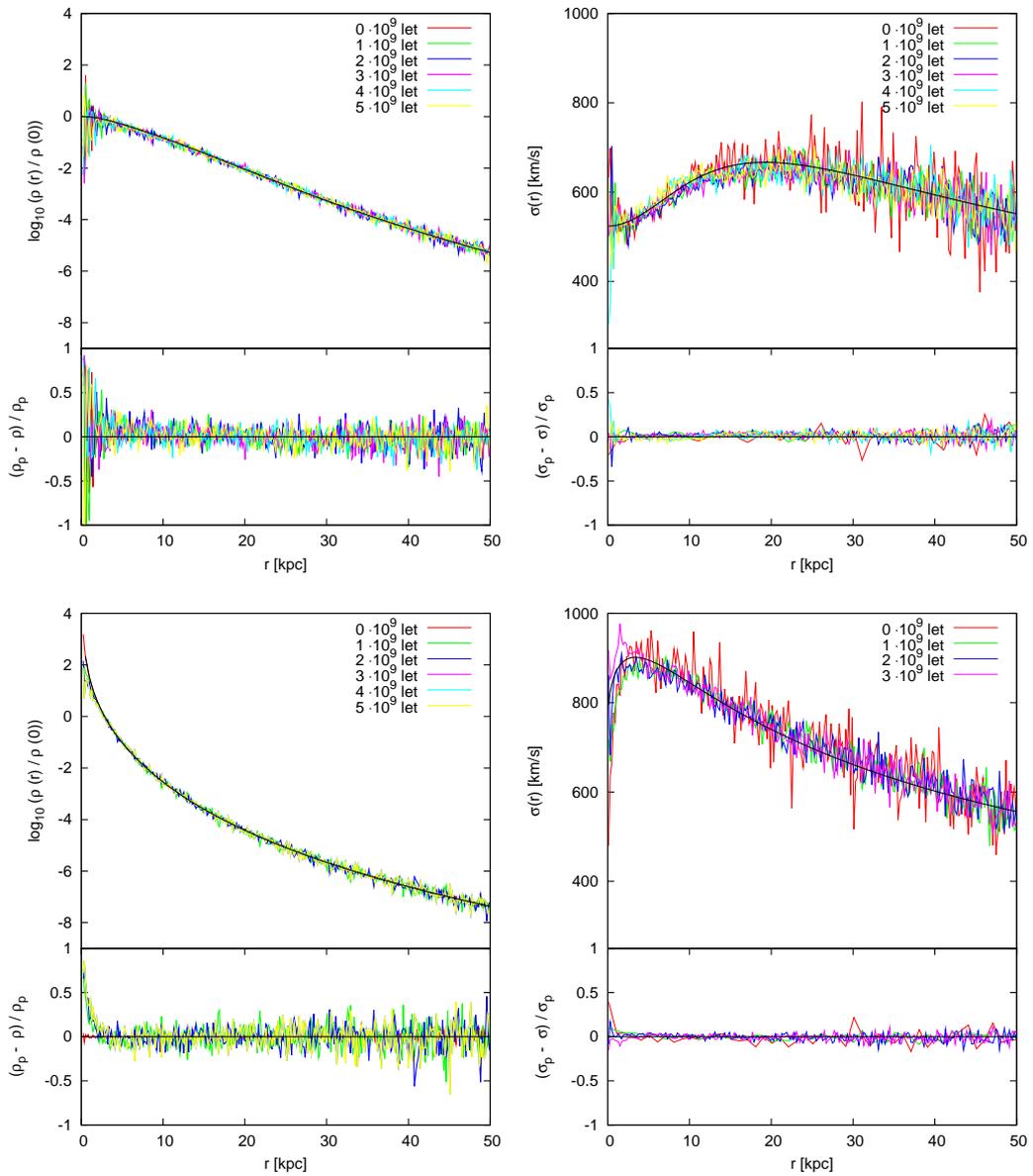
Obrázek B.1: Radiální průběh projekce plošné jasnosti modelů Plummerovy a Hernquistovy sféry ve srovnání s empirickým Sérsicovým profilem s několika možnými mocnými parametry, přičemž $n = 4$ odpovídá de Vacouleurově zákonu.



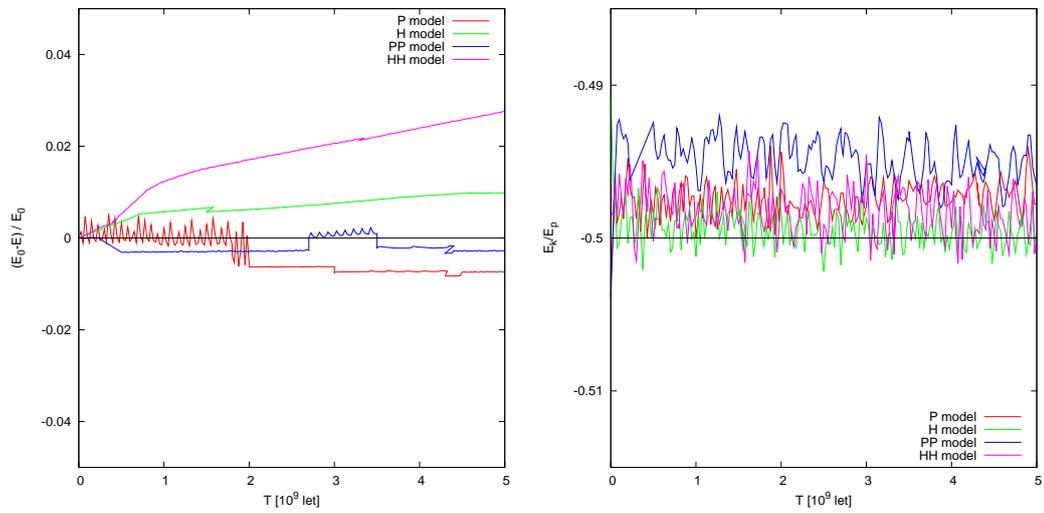
Obrázek B.2: Vliv softeningu na gravitační pole vybraných jednokomponentních modelů v simulaci s programem GADGET2 (situace odpovídá 10 mil. let po spuštění). Jednotlivé barvy odpovídají výsledkům z různými násobky odhadu optimálního softeningu. Odshora je vykreslen radiální průběh velikosti síly v simulovaném systému a v původním modelu. Další graf odpovídá průběhu relativního středního kvadratického rozptylu, $\text{var}(\hat{F})$, odpovídající zápisu (4.15). Níže je vykreslen průběh relativní odchylky systému od uvažovaného modelu, $\text{bias}(\hat{F})$ definovaný v (4.14). A na posledním grafu je výsledná relativní střední kvadratická odchylka $\text{MSE}(\hat{F})$, viz (4.13), podle které se vyšetřuje optimální velikost softeningu.



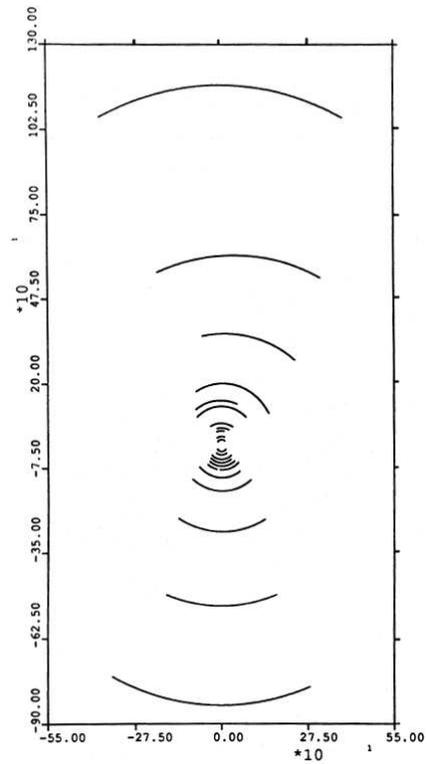
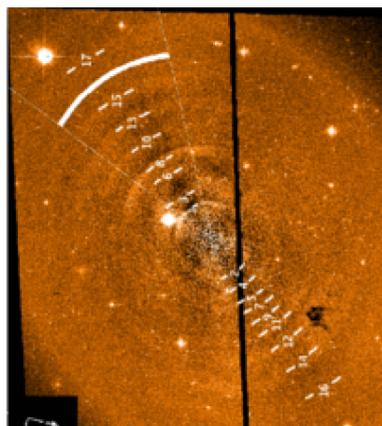
Obrázek B.3: Průběh hustoty (vlevo) a celkové disperze (vpravo), a jejich relativní odchylky od původního modelu (bias), selfkonzistentních N-částicových simulací izolovaných galaxií, s rozestupem 1 mld. let. Horní graf odpovídá jednodimenzionální Plummerově sféře a dolní jednodimenzionální sféře Hernquistově. Viz 4.2.3.



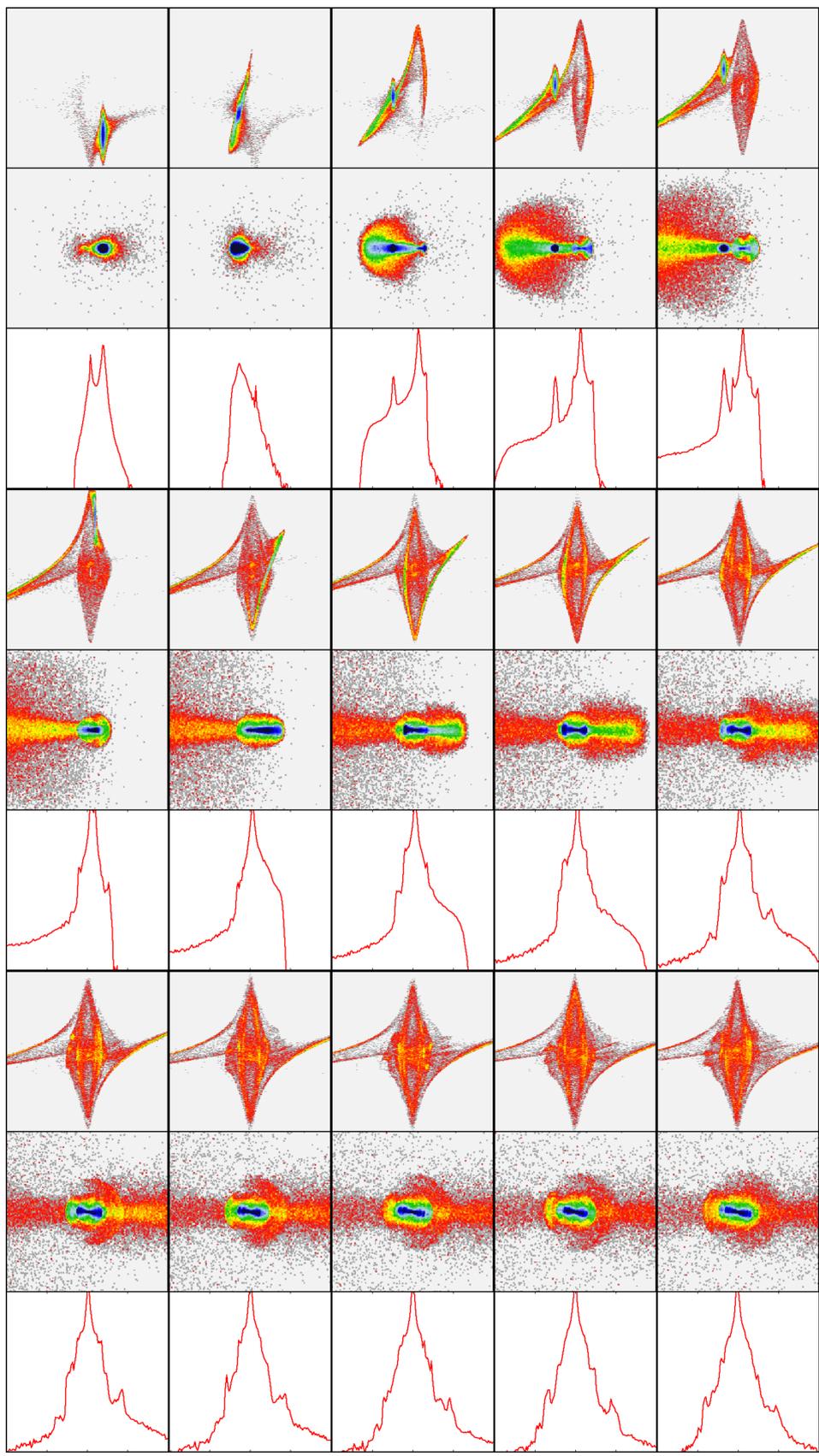
Obrázek B.4: Průběh hustoty (vlevo) a celkové disperze (vpravo) hvězdné složky, a jejich relativní odchylky od původního modelu (bias), selfkonzistentních N -částicových simulací izolovaných galaxií, s rozestupem 1 mld. let. Horní dvojice grafů odpovídá dvoukomponentnímu Plummerovu modelu a dolní dvoukomponentnímu modelu dvou Hernquistových sfér. U průběhu disperze rychlostí je též patrné, jak jsou počáteční podmínky (červená linka) rychlostního spektra N -částicového systému zatíženy větší nejistotou, v důsledku konečného počtu částic ($N \sim 10^5$) a aproximativním metod pro řešení inverzního problému. V průběhu simulace se však odchylky stabilizují a daný model se dokonce upřesní. Viz 4.2.3.



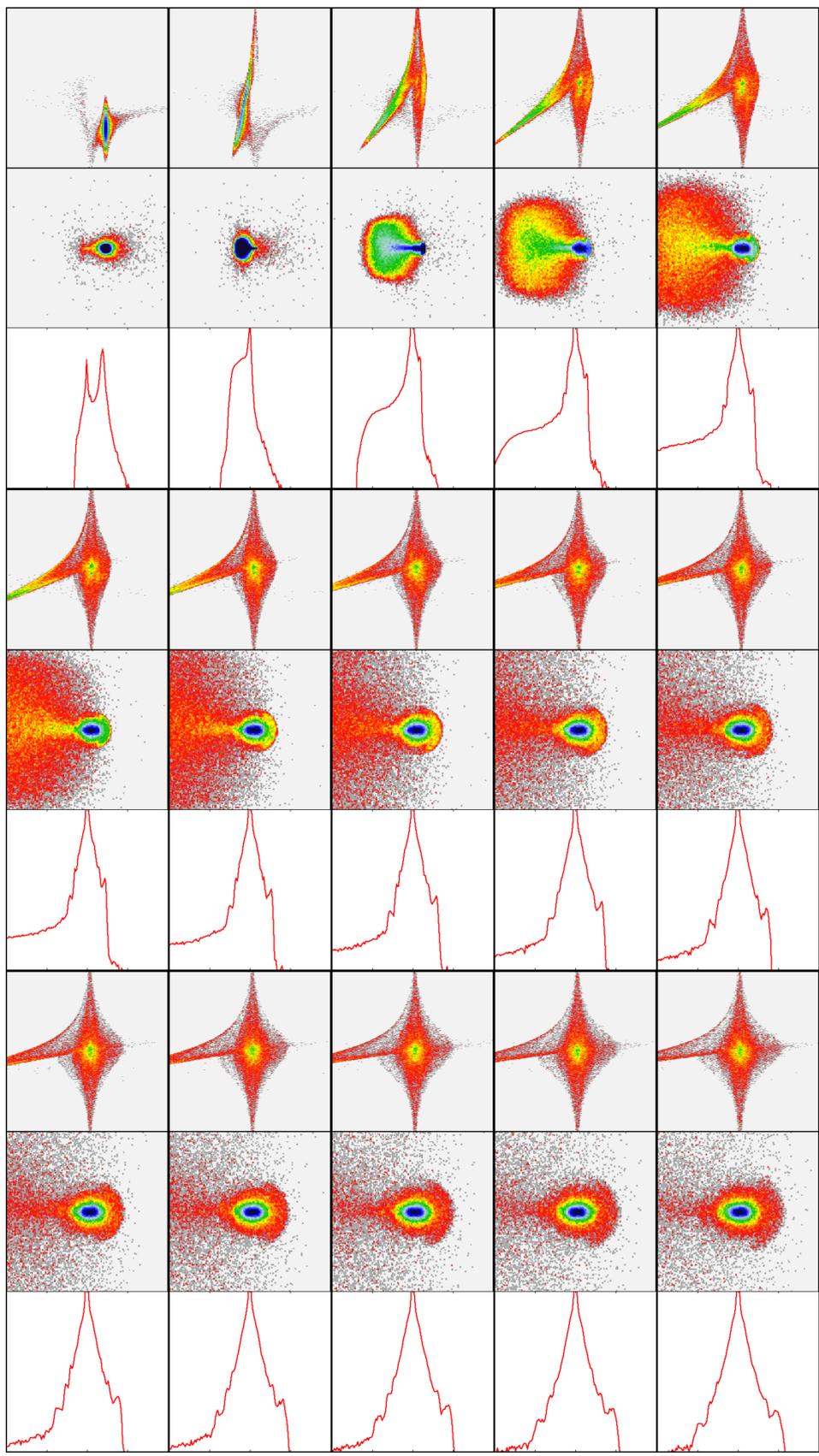
Obrázek B.5: Vlevo je vykreslen časový průběh relativní změny celkové energie systému vůči energii počáteční. Pravý graf znázorňuje průběh podílu celkové kinetické a potenciální energie. Jedná se o simulace, uvedené v oddíle 4.2.3.



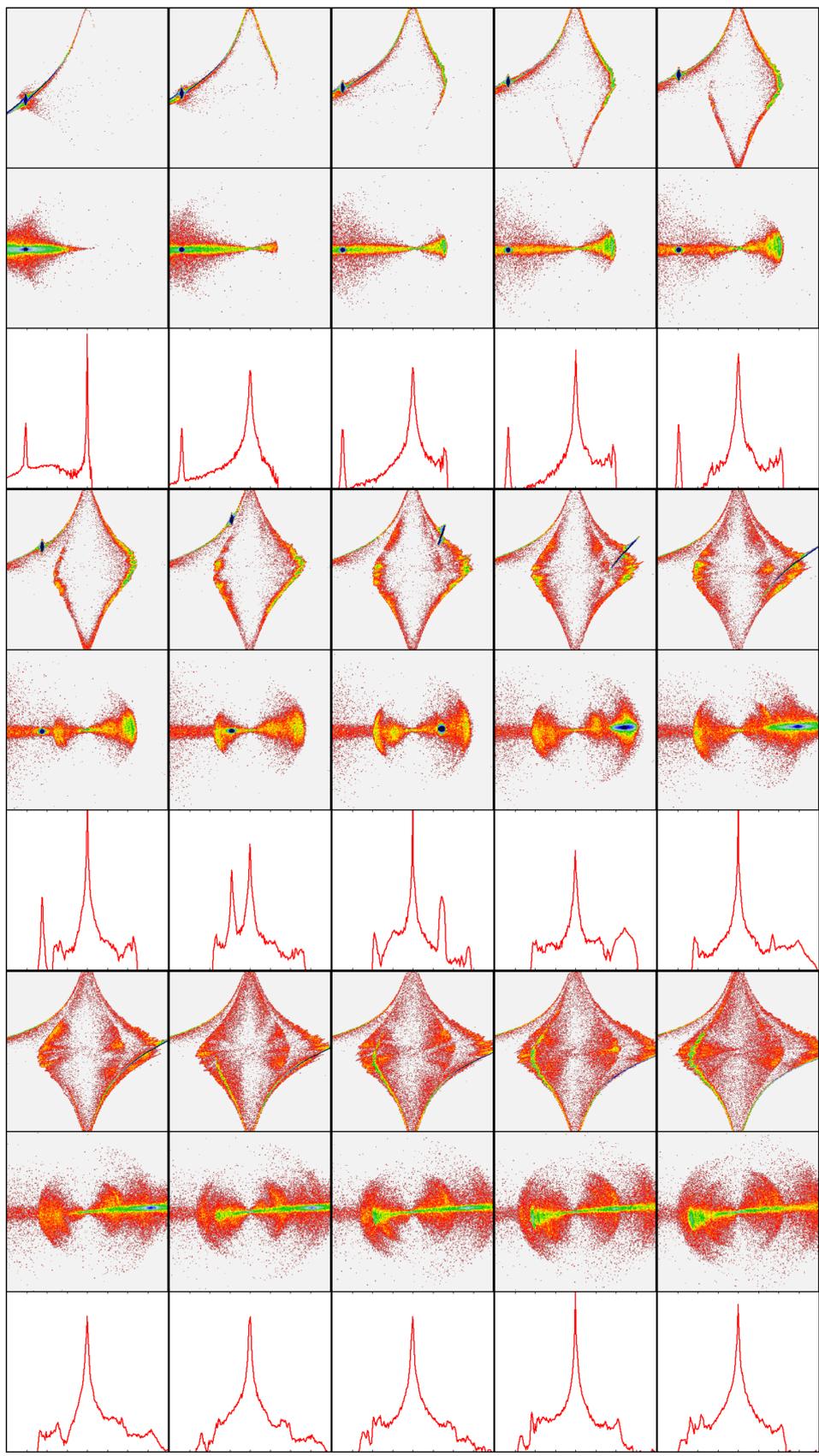
Obrázek B.6: Vpravo je zobrazeno schématické znázornění struktury systému slupek galaxie NGC 3923, zdroj: Prieur (1988). Údaje jsou v úhlových vteřinách, přičemž y -ová osa je orientovaná stejně jako hlavní osa eliptického obrazu galaxie. Druhý obrázek odpovídá napozorovanému a zpracovanému obrazu téže galaxie, zdroj: Sikkema aj. (2007)



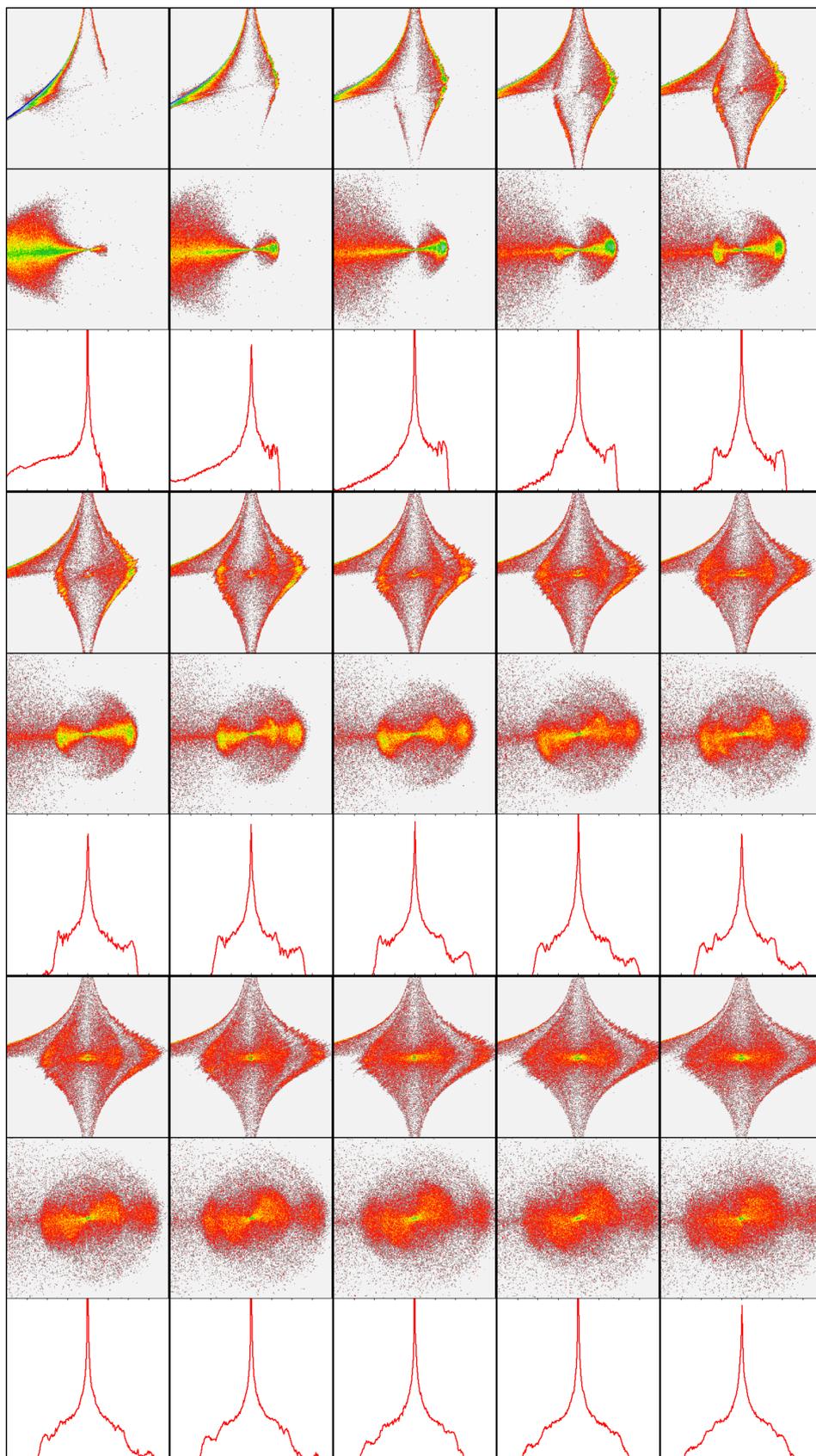
Obrázek B.7: Vývoj koncentrace rychlostí, hustoty a radiální koncentrace sekundární galaxie podél osy srážky. Primární galaxií je jednokomponentní Plummerova sféra, podrobněji viz 5.2.1 a 5.3.



Obrázek B.8: Vývoj koncentrace rychlostí, hustoty a radiální koncentrace sekundární galaxie podél osy srážky. Primární galaxií v této srážce představuje jednokomponentní Hernquistova sféra, viz 5.2.1 a 5.3.



Obrázek B.9: Vývoj koncentrace rychlostí, hustoty a radiální koncentrace sekundární galaxie podél osy srážky. Primární galaxií zde představuje dvoukomponentní Plummerův model, viz 5.2.1 a 5.3.



Obrázek B.10: Vývoj koncentrace rychlostí, hustoty a radiální koncentrace sekundární galaxie podél osy srážky. Primární galaxií zde představuje dvoukomponentní Hernquistův model, podrobněji v oddílech 5.2.1 a 5.3.

Literatura

- Aarseth, S. J., NBODY2: A direct N-body integration code. *New Astronomy*, 2001: s. 277–291.
- Aarseth, S. J., Henon, M., Wielen, R., A comparison of numerical methods for the study of star cluster dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 1974: s. 183–187.
- Aarseth, S. J., Tout, C. A., Mardling, R. A., *The Cambridge N-Body Lectures*. Lecture Notes in Physics, Springer, 2008, ISBN 978-1-4020-8431-7.
- Barnes, J., Hut, P., A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature*, 1986: s. 446–449.
- Bartošková, K., Plošná fotometrie eliptických galaxií. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. 2007.
- Binney, J., Merrifield, M., *Galactic Astronomy*. Princeton series in astrophysics, Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1996, ISBN 0-201-54730-9.
- Binney, J., Tremaine, S., *Galactic Dynamics*. Princeton series in astrophysics, Princeton University Press, 2008, ISBN 978-0-691-13027-9.
- Bradly, C., *A New Two-Component Model of Spherical Galaxies with Dark Matter Halos*. Diplomová práce, The University of Western Australia, 2008.
- Buote, D. A., Canizares, C. R., X-ray isophote shapes and the mass of NGC 3923. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1998: s. 811–823.
- Busarello, G., Lanzoni, B., Capaccioli, M., aj., The M/L vs M Relation and the Tilt of the Fundamental Plane. *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 1998: s. 217–223.
- Cappellari, M., Bacon, R., Bureau, M., aj., The SAURON project - IV. The mass-to-light ratio, the virial mass estimator and the Fundamental Plane of elliptical and lenticular galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006: s. 1126–1150.
- Carroll, B. W., Ostlie, D. A., *An Introduction to Modern Astrophysics*. Weber Stat University, Addison-Wesley Publishing Company, INC., 1996, ISBN 0-201-54730-9.
- Ciotti, L., The Analytical Distribution Function of Anisotropic Two-Component Hernquist Models. *Astrophysical Journal*, 1996: s. 68–81.
- Ciotti, L., Pellegrini, S., Self-consistent two-component models of elliptical galaxies. *Royal Astronomical Society, Monthly Notices*, 1992: s. 561–571.

- Colbert, J. W., Mulchaey, J. S., Zabludoff, A. I., The Optical and Near-Infrared Morphologies of Isolated Early-Type Galaxies. *The Astronomical Journal*, 2001: s. 808–819.
- Coppola, G., *Secondary evolution of galaxies investigated by N-body simulations*. Dizertační práce, University of Naples "Federico II", Faculty of Mathematical and Physical Sciences, 2008.
- de Zeeuw, T., Franx, M., Structure and dynamics of elliptical galaxies. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 1991: s. 239–274.
- Dehnen, W., Towards optimal softening in 3D N-body codes: I. Minimizing the force error. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2001: s. 273–291.
- Di Matteo, T., Springel, V., Hernquist, L., Energy input from quasars regulates the growth and activity of black holes and their host galaxies. *Nature*, 2005: s. 604–607.
- Djorgovski, S., Davis, M., Fundamental properties of elliptical galaxies. *Astrophysical Journal*, 1987: s. 59 – 68.
- Dressler, A., Lynden-Bell, D., Burstein, D., aj., Spectroscopy and photometry of elliptical galaxies. I - A new distance estimator. *Astrophysical Journal*, 1987: s. 47 – 58.
- Dupraz, C., Combes, F., Shells around galaxies - Testing the mass distribution and the 3-D shape of ellipticals. *Astronomy and Astrophysics*, 1986: s. 53–74.
- Dupraz, C., Combes, F., Dynamical friction and shells around elliptical galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 1987: s. L1–L4.
- Ebrová, I., *N-body simulations of shell galaxies*. Diplomová práce, Karlova univerzita, 2007.
- Ebrová, I., osobní sdelenı. 2010.
- Ebrová, I., Jungwiert, B., Canalizo, G., aj., Shell Galaxies: Dynamical Friction, Gradual Satellite Decay and Merger Dating. *eprint arXiv:0908.3742*, 2009.
- Evstigneeva, E. A., Reshetnikov, V. P., Sotnikova, N. Y., Effect of the environment on the fundamental plane of elliptical galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 2002: s. 6–12.
- Faber, S. M., Jackson, R. E., Velocity dispersions and mass-to-light ratios for elliptical galaxies. *Astrophysical Journal*, 1976: s. 668–683.
- González-García, A. C., van Albada, T. S., Encounters between spherical galaxies - I. Systems without a dark halo. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2005a: s. 1030–1042.
- González-García, A. C., van Albada, T. S., Encounters between spherical galaxies - II. Systems with a dark halo. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2005b: s. 1043–1054.
- Graham, A. W., Guzmán, R., HST Photometry of Dwarf Elliptical Galaxies in Coma, and an Explanation for the Alleged Structural Dichotomy between Dwarf and Bright Elliptical Galaxies. *The Astronomical Journal*, 2003: s. 2936 – 2950.

- Heisler, J., White, S. D. M., Satellite disruption and shell formation in galaxies. *Royal Astronomical Society, Monthly Notices*, 1990: s. 199–208.
- Hernquist, L., An analytical model for spherical galaxies and bulges. *Astrophysical Journal*, 1990: s. 359–364.
- Hernquist, L., N-body realizations of compound galaxies. *Astrophysical Journal*, 1993: s. 389–400.
- Hernquist, L., Quinn, P. J., Shells and dark matter in elliptical galaxies. *Astrophysical Journal*, 1987: s. 1–16.
- Hut, P., Makino, J., Initial Conditions: Plummer's model
<http://www.artcompsci.org/kali/vol/plummer/title.html>. online, 2007.
- Jaffe, W., A simple model for the distribution of light in spherical galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1983: s. 995–999.
- Jungwiert, B., osobní sdělení. 2010.
- Jílková, L., *Kinematika a dynamika galaxií*. Diplomová práce, Masarykova univerzita, 2008.
- Jílková, L., osobní sdělení. 2010.
- Jílková, L., Jungwiert, B., Křížek, M., aj., Simulations of Line Profile Structure in Shell Galaxies. *eprint arXiv:0908.2962*, 2009.
- King, I., The structure of star clusters. III. Some simple dynamical models. *Astronomical Journal*, 1966: s. 64F–75.
- Kormendy, J., Brightness distributions in compact and normal galaxies. II - Structure parameters of the spheroidal component. *Astrophysical Journal*, 1977: s. 333–346.
- Kormendy, J., Bender, R., A Proposed Revision of the Hubble Sequence for Elliptical Galaxies. *Astrophysical Journal*, 1996.
- Kormendy, J., Djorgovski, D., Surface Photometry and the Structure of Elliptical Galaxies. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 1989: s. 235–77.
- Kormendy, J., Fisher, D. B., Cornell, M. E., Bender, R., Structure and Fomation of Elliptical and Spheroidal Galaxies. *Astrophysical Journal*, 2009: s. 216–309.
- Lauer, T. R., Faber, S. M., Gebhardt, K., aj., The Centers of Early-Type Galaxies with HST. V. New WFPC2 Photometry. *Astrophysical Journal*, 2005: s. 2138–2185.
- Makino, J., Fukushige, T., Koga, M., Namura, K., GRAPE-6: Massively-Parallel Special-Purpose Computer for Astrophysical Particle Simulations. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 2003: s. 1163–1187.
- Malin, D. F., Carter, D., A catalog of elliptical galaxies with shells. *Astrophysical Journal*, 1983: s. 534–540.

- Mathews, W. G., Brighenti, F., Hot Gas in and around Elliptical Galaxies. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 2003: s. 191–239.
- Merrifield, M. R., Kuijken, K., Measuring galaxy potentials using shell kinematics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1998: s. 1292–1296.
- Merritt, D., Optimal Smoothing for N-Body Codes. *Astronomical Journal*, 1996: s. 2462–2465.
- Merritt, D., Graham, A. W., Moore, B., aj., Empirical Models for Dark Matter Halos. I. Nonparametric Construction of Density Profiles and Comparison with Parametric Models. *The Astronomical Journal*, 2006: s. 2685–2700.
- Nagino, R., Matsushita, K., Gravitational potential and X-ray luminosities of early-type galaxies observed with XMM-Newton and Chandra. *Astronomy and Astrophysics*, 2009: s. 157–169.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., White, S. D. M., The Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophysical Journal*, 1996: s. 563–575.
- Paturel, G., Petit, C., Prugniel, P., aj., HYPERLEDA. I. Identification and designation of galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 2003: s. 45–55.
- Plummer, H. C., On the problem of distribution in globular star clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1911: s. 460–470.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1992, ISBN 0-521-43108-5.
- Prieur, J., The shell system around NGC 3923 and its implications for the potential of the galaxy. *Astrophysical Journal*, 1988: s. 596–615.
- Quinn, P. J., On the formation and dynamics of shells around elliptical galaxies. *Astrophysical Journal*, 1984: s. 596–609.
- Shapiro, P. R., Iliev, I. T., Raga, A. C., A model for the post-collapse equilibrium of cosmological structure: truncated isothermal spheres from top-hat density perturbations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1999: s. 203–224.
- Sikkema, G., Carter, D., Peletier, R. F., aj., HST/ACS observations of shell galaxies: inner shells, shell colours and dust. *Astronomy and Astrophysics*, 2007: s. 1011–1024.
- Springel, V., *On the Formation and Evolution of Galaxies*. Dizertační práce, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1999.
- Springel, V., The cosmological simulation code GADGET-2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2005: s. 1105–1134.
- Springel, V., Yoshida, N., White, S. D. M., GADGET: A code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astronomy*, 2001: s. 79–117.
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., aj., Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 2005: s. 629–636.