Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity Katedra teoretické fyziky a astrofyziky

# Diplomová práce

Michal Ceniga

Spektroskopické studium lithiových hvězd

Brno 2004

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem jen literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 27.5.2004

Děkuji vedoucímu své diplomové práce, doc. RNDr. V. Šteflovi, CSc., za vedení diplomové práce, za pomoc a trpělivost. Děkuji také Mgr. J. Krtičkovi, PhD., za pomoc při praktických výpočtech. Rovněž děkuji všem svým blízkým za podporu. Děkuji i Pánu Bohu.

## Obsah

1 Úvod	4
2 Úvod do spektroskopie	5
2.1 Historie	5
2.2 Spektrum atomu vodíku	6
2.3 Spektrum alkalických kovů	7
2.4 Klasifikace spekter, harvardská klasifikace	9
3 Lithium	13
3.1 Fyzikální vlastnosti	13
3.2 Vznik vesmíru a zastoupení lithia	13
3.3 Hvězdy před příchodem na hlavní posloupnost	16
3.4 Vliv konvekce	
3.5 Hnědí trpaslíci	19
3.6 Hvězdy na hlavní posloupnosti	
3.7 Hvězdy po odchodu z hlavní posloupnosti	23
3.8 Příčiny chemické anomálie	
3.8.1 Mikroskopická difúze	24
3.8.2 Ztráta hmoty	
3.8.3 Rotace	
3.8.4 Pohlcení tělesa	
3.8.5 Modely hluboké cirkulace	26
4 Hvězdná atmosféra	28
4.1 Základní veličiny	
4.2 Rovnice přenosu záření	

4.4 Stav zářivé rovnováhy	31
4.5 Difúzní přiblížení	32

5 Popis astrofyzikálního plazmatu	33
5.1 LTE a základní vztahy	33
5.1.1 Excitační rovnováha – Boltzmannova rovnice	
5.1.2 Ionizační rovnováha – Sahova rovnice	34
5.1.3 Zákon zachování náboje	35
5.2 NLTE a základní vztahy	35
5.2.1 Odvození rovnic statistické rovnováhy	
5.2.2 Procesy ovlivňující obsazení hladin	
5.2.3 Soustava rovnic statistické rovnováhy	

6 Hvězda HD 39853	
6.1 Charakteristika hvězdy	
6.2 Vývojová fáze	
6.3 Chemické složení	
6.4 Původ lithia ve hvězdě HD 39853	40
6.4.1 Původní obsah	
6.4.2 Znečištění výbuchem novy	
6.4.3 Pohlcení objektu	41
6.4.4 Nukleosyntéza	

7 Výpočty a diskuse	43
7.1 Spektrogram	43
7.2 Výpočet modelu atmosfér	44
7.3 Identifikace spektrálních čar	45
7.4 Výsledky z programu SYNSPEC	45
7.5 Chemické složení z programu WIDTH	55
7.6 Lithiová čára 6707 Å, model atomu Li	57
8 Závěr	60

Literatura	,		6
Literatura	,	••••••	6

Přílohy	64
Příloha 1	
Příloha 2	

## 1 Úvod

Tato práce se skládá ze dvou základních celků. V prvním, teoretickém, podávám stručný nástin současného stavu problematiky lithia a spektroskopického výzkumu lithiových hvězd. Druhá část, praktická, obsahuje zpracování spektrogramu lithiové hvězdy HD 39853 a studium fyzikálních a chemických vlastností její atmosféry.

## 2 Úvod do spektroskopie

#### 2.1 Historie

Fyzikální základy spektroskopie položili v polovině 19.století Robert W. Bunsen a Gustav R. Kirchhoff [1,2]. První pokusy a objevy se uskutečnily mnohem dříve.

Již v roce 1666 Isaac Newton prováděl pokusy s hranolem. Pomocí něj rozložil bílé sluneční světlo na duhový pás dále nedělitelných barev (nazval je přirozenými barvami, celkem jich bylo 8), tedy spektrum, a ty opět pomocí hranolu složil v bílé světlo. Na základě svých pokusů vysvětlil vznik duhy. Na jeho pokusy navázal v roce 1802 další anglický fyzik William H. Wollaston. Místo dírky použil úzkou štěrbinu, díky tomu došlo k zjasnění barev a ve spektru se navíc objevily temné čáry, které považoval za hranice mezi tzv. přirozenými barvami.

Svou zásluhu ke spektroskopii má také německý fyzik Joseph Fraunhoffer. Ve svých pokusech s hranoly objevil ve slunečním spektru množství tmavých čar s různými šířkami a intenzitami. Aniž věděl, co tyto čáry znamenají, sestavil v roce 1817 jejich katalog s 320 položkami, na jeho počest se nazývají Fraunhofferovy čáry. V roce 1832 si David Brewster ve slunečním spektru všiml, že při západu Slunce dochází k zesílení některých čar. Z toho usoudil, že jde o čáry vznikající v zemské atmosféře, analogicky pak předpokládal, že ostatní čáry vznikají v atmosféře Slunce.

V polovině 19. století R. W. Bunsen a G. R. Kirchhoff systematicky studovali spektra pozemských látek. Z jejich pokusů vyplynulo, že kapaliny a pevné látky vysílají spojité spektrum, zatímco plyny čarové. Prokázali také jedinečnost spektra pro každý prvek, což umožňovalo jeho bezespornou identifikaci i ve spektrech hvězd. Tito fyzikové jsou tak právem považováni za zakladatele hvězdné spektroskopie. O její postupný rozvoj se zasloužilo mnoho dalších vědců: William Huggins jako průkopník detailní spektrální analýzy, Joseph N. Lockyer spolu s Edwardem Franklandou prokázali souvislost vzhledu spektra s hustotou a teplotou zářícího materiálu, a později např. A. Schuster, K. Schwarzschild, kteří přispěli k teorii hvězdných atmosfér.

Koncem 19. století byla situace v astrofyzice taková, že již byly položeny základy fyzikální spektroskopie. G. R. Kirchhoff, studující záření pevných a plynných látek zjistil, že každý plyn má své charakteristické spektrum a bylo známo, že se mění intenzity čar prvků s teplotou. Rakouský fyzik Josef Stefan nalezl vztah pro zářivý výkon absolutně černého tělesa. V roce 1900 poskytl Max Planck správný vztah pro rozdělení energie ve spektru. Jeho teorie se opírá o předpoklad, že energie není přenášena spojitě, ale po kvantech.

K dalšímu porozumění spekter přispělo objasnění stavby atomu. Zde má svou zásluhu Ernest Rutherford. Ze svých experimentů se zlatou fólií ostřelovanou svazkem α-částic usoudil, že atom se skládá z kladně nabitého jádra nepatrných rozměrů, nesoucího převážnou část hmotnosti, a záporně nabitého obalu obklopující jádro a udávající rozměry celého atomu. Na Rutherfordovy výsledky navázal v roce 1912 Niels Bohr, jenž vytvořil model atomu opírající se o dva známé základní postuláty. Bohrovy výsledky zpřesnil Sommerfeld. Wolfgang Pauli objasnil existenci povolených drah na základě vylučovacího principu.

#### 2.2 Spektrum atomu vodíku

Čarové spektrum záření vodíku vzniká v důsledku povolených přechodů mezi vázanými stavy s různými energiemi, tzv. vázaně-vázané přechody, kdy dochází k pohlcení (vyzáření) energetického kvanta s energií odpovídající rozdílu energií daných energetických hladin [1,3,12].

Ve spektru pozorujeme několik spektrálních sérií, což jsou množiny čar vznikající při přeskoku z libovolné vyšší hladiny do hladiny zvolené. Jedná se např. o Lymanovu sérii, kdy spektrální čáry vznikají při přechodu na první, neboli základní energetickou hladinu a pozorujeme ji v ultrafialové oblasti spektra, Balmerovu sérii (přechody do druhé energetické hladiny, viditelná oblast spektra), Paschenovu sérii (přechody do třetí energetické hladiny, infračervená oblast spektra), atd.

Vlnové délky čar můžeme spočítat, pokud známe hodnoty energie povolených energetických hladin. Pro atom vodíku platí v prvním přiblížení:

$$E(n) = \frac{E_1}{n^2},$$

kde  $E_I$  je energie základní hladiny,  $E_I = -13,6$  eV (1 eV = 1,602.10<sup>-19</sup> J). Tuto energii označujeme jako ionizační potenciál, což je minimální energie, kterou je nutno dodat atomu v základním stavu, aby došlo k odtržení jeho elektronu. Pro vlnové délky čar jednotlivých sérií můžeme potom psát:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

kde *R* se nazývá Rydbergova konstanta,  $R = 1,097.10^{-7} \text{ m}^{-1}$ . Pro každou sérii existuje minimální vlnová délka  $\lambda_H$ , kterou nazýváme hranou série a které odpovídá přechod  $\infty \rightarrow n_2$ :

$$\lambda_H = \frac{n_1^2}{R}$$

#### 2.3 Spektrum alkalických kovů

Bohrův model atomu úspěšně vysvětlil problematiku atomových spekter vodíku a jemu podobných atomů, tzn. izotopů atomů s jedním elektronem v elektronovém obalu. Tento model ovšem selhává, pokud bychom se zabývali např. spektry neutrálního helia.

Spektra atomů vodíkového typu se budou lišit v závislosti na svém protonovém čísle Z. Vlnočet spektrální čáry můžeme vyjádřit analogicky jako v případě atomu vodíku:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 \cdot R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Pokud bychom se zabývali např. atomem jednou ionizovaného helia, pak náboj jádra je dvojnásobný oproti atomu vodíku, a elektron je k jádru přitahován větší silou. Spektrální čáry budou tedy posunuty ke kratším vlnovým délkám než tomu bylo u atomu vodíku. Podobně tomu bude i pro atom dvakrát ionizovaného lithia, třikrát ionizovaného berylia, atd.

Nyní se budeme zabývat spektrem alkalických kovů [2]. Jsou to prvky, které ve valenční slupce mají pouze jeden elektron. Pokud odtrhneme tento elektron, pak elektronový obal atomového zbytku částečně kompenzuje navenek kladný náboj jádra +Ze. Ve větších vzdálenostech je elektrické pole v okolí atomového zbytku

stejné jako pole bodového náboje o velikosti +e. V tomto směru se podobají tyto atomy atomu vodíku. Na místě jádra vodíku s nábojem +e je atomový zbytek se stejným nábojem a okolo něj obíhá jediný elektron. Proto mají alkalické kovy podobné spektrum jako vodík. Pokud se elektron přiblíží k atomovému zbytku, pak je jeho dráha rušena záporným nábojem ostatních elektronů. Při stejném hlavním kvantovém čísle *n* bude rušení dráhy tím větší, čím bude trajektorie elektronu plošší, tzn. že bude záviset na vedlejším kvantovém čísle *l*. Energetické hladiny můžeme vyjádřit výrazem

$$E=\frac{-Z^{*2}\cdot R\cdot hc}{n^{*2}},$$

kde  $Z^*$  značí počet záporných elementárních nábojů ve výsledném náboji atomového zbytku a  $n^*$  je tzv. efektivní kvantové číslo a platí:

$$n^* = n + a$$
,

kde *a* korekce, která přihlíží k rušení dráhy a závisí na vedlejším kvantovém čísle.

Ve spektrech alkalických kovů byly zjištěny série, které se podobají sériím ve spektru atomu vodíku. Jejich vlnočty se dají vyjádřit souborným vztahem

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \frac{1}{(m+a)^2} - \frac{1}{(n+b)^2}$$

kde a, b < 1 jsou konstanty závisející na vlastnostech daného prvku a pro určitý prvek nabývají jen několika hodnot. Ve spektroskopii se označují písmeny s, p, d, f, atd. Tento vzorec můžeme přepsat pomocí termů, které zavádíme výrazy

$$T = \frac{R}{\left(n+a\right)^2}$$

Každý vlnočet je udán rozdílem dvou termů a každý term je charakterizován dvěma čísly - pořadovým číslem n a opravou a. Ve spektroskopii se termy značí zkráceně právě těmito dvěma čísly (např. n = 1, a = 3 se označuje 1S, atd.).

Z rozboru spektra alkalických kovů vyplývá, že neexistují všechny čáry, které by odpovídaly libovolným kombinacím termů. Platí zde výběrové pravidlo, podle kterého lze kombinovat pouze ty termy, jejichž konstanty s, p, d, f, … leží v tomto pořadí vedle sebe (např. s - p, p - d, p - s, d - f).

Ve spektrech alkalických kovů byly zjištěny tyto 4 série:

 hlavní série – skládá se z jemných dubletů, jejichž vzdálenost se s rostoucím n zmenšuje.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{(1+s)^2} - \frac{R}{(n+p)^2}, \ (n=2, 3, ..).$$

• II. vedlejší série (ostrá) – kombinací termů P a S při m = 2.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n+s)^2}, \ (n=2, 3, ..).$$

• I. vedlejší série (difusní) – kombinací termů P a D při m = 2.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(n+d)^2}, \ (n=3, 4, ..).$$

• základní série (Bergmanova) – kombinací termů D a F při m = 3.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{(3+d)^2} - \frac{R}{(n+f)^2}, \ (n = 4, 5, ..).$$

#### 2.4 Klasifikace spekter, harvardská klasifikace

První rozsáhlejší pokus o roztřídění hvězdných spekter náleží do roku 1868, kdy Angelo Secchi publikoval katalog hvězdných spekter, která rozdělil do čtyř skupin, jak ukazuje tabulka 1 [1,4].

sp. třída	charakteristika	
Ι	bílé hvězdy s čarami vodíku	
II	nažloutlé hvězdy slunečního typu, čáry kovů	
III	oranžové hvězdy s absorpčními pásy	
IV	červené hvězdy s absorpčními pásy	
IV	červené hvězdy s absorpčními pásy	

Tabulka 1: Secchiho spektrální třídy

S postupujícím vývojem přístrojové techniky byly získávány stále přesnější obrazy hvězd, na které již Secchiho klasifikace pro svou hrubost nestačila. Díky tomu se

objevily snahy tento systém zjemnit a rozšířit, aby vyhovoval přesnosti naměřených spekter. Spektra byla fotografována dalekohledem s objektivním hranolem, který umožňoval zkoumat velké hvězdné pole v rozsahu vlnových délek 390-500 nm. S různými vylepšeními bylo takto klasifikováno téměř 400 tisíc hvězd. Princip klasifikace se opírá o přítomnost (nebo nepřítomnost) důležitých čar (ve většině případů absorpčních) ve hvězdném spektru a o jejich intenzitu. Jsou to hlavně čáry Balmerovy série vodíku, čáry vápníku, dále čáry kovů a u chladných hvězd též molekulární pásy.

To se podařilo roku 1890 Williamu H. Pickeringovi z Harvardské observatoře. Klasifikaci rozšířil a číselnou stupnici nahradil stupnici písmenovou. První podoba této klasifikace pocházející od W. P. Flemingové představovala abecední pořadí písmen, od A odpovídající nejteplejším bílým hvězdám až po Q, které odpovídá nejchladnějším červeným hvězdám. Po dalších úpravách A. C. Murayové a A. J. Cannonové dostala spektrální klasifikace tento tvar:

#### $\mathbf{O} - \mathbf{B} - \mathbf{A} - \mathbf{F} - \mathbf{G} - \mathbf{K} - \mathbf{M},$

kde třída O odpovídá hvězdám nejteplejším a třída M hvězdám nejchladnějším.

Princip klasifikace je takový, že je především vystižen vliv teploty atmosfér hvězd na výskyt čar prvků s různým excitačním, resp. ionizačním potenciálem. Je-li ve hvězdách pozorovatelný tentýž prvek jak v ionizovaném, tak v neutrálním stavu, pak od třídy O k třídě M směrem dolů se vyskytují nejdříve čáry ionizovaného atomu, a potom atomu neutrálního. Také platí, že čím vyšší je excitační energie, tím dříve dochází k maximální intenzitě čar ve spektrální sérii. Odtud vyplývá, že excitační energie se zmenšuje od třídy O k třídě M. Na základě harvardské klasifikace byl sestaven fundamentální katalog hvězdných spekter Henryho Drapera, tzv. HD katalog. Zde je v harvardské klasifikaci zařazeno kolem půl milionu hvězd, používané označení: HD+šestimístné číslo.

V současné době rozdělujeme hvězdy do 9 základních spektrálních typů:

#### W-O-B-A-F-G-K-M-L-T,

jejichž přehled je uveden v tabulce 2 (teplota udává přibližně horní hranici). Existuje několik variant zápisu Harvardské spektrální klasifikace:

Posloupnost spektrálních tříd vyjadřuje teplotu klesající od písmene W k písmenu T. Tato harvardská klasifikace je jednoparametrová, spojená s teplotou těch vrstev hvězdné atmosféry, kde vznikají spektrální čáry.

Třída P je rezervována pro plynné mlhoviny, třída Q je charakteristická pro novy. Písmenu W přísluší Wolfovy-Rayetovy hvězdy (objevené v roce 1876 těmito astronomy), které se od ostatních odlišují přítomností širokých a intenzivních emisních čar, mezi nimiž se nalézají čáry ionizovaného helia. Tyto se dělí na další dvě skupiny: WC s nadměrným zastoupením uhlíku, a WN s nadměrným zastoupením dusíku. Spektra chladných hvězd typu S připomínají spektra hvězd typu K a M, obsahují navíc značné množství molekulárních pásů.

Třída	teplota [K]	charakteristika třídy	
W	60000	široké emisní čáry H, He	
0	35000	He II, He I, H I, O III, N III, C III, Si IV	
В	21000	He I, H I, C II, O II, N II, F III, Mg III	
А	10000	H I, ionizované kovy	
F	7200	H I, Ca II, Ti II, Fe II	
G	6000	Ca II, neutrální kovy, jednoduché molekuly	
Κ	4700	Ca I, neutrální kovy, molekuly	
Μ	3300	pásy molekul TiO, čáry Ca I	
L	< 2500	pásy TiO, VO, FeH, CrH, H <sub>2</sub> O, CO <sub>2</sub>	
Т	~ 1500	silné pásy CH <sub>4</sub>	

Tabulka 2: Spektrální třídy a jejich charakteristika

Spektrální třída L je novou spektrální třídou (byla přidána v roce 1998) [1,13]. Její zařazení způsobil objev značného množství chladných hvězd zářících v infračervené oblasti spektra (odpovídající teplota je 1300 K – 2500 K). Většinou se jedná o hnědé trpaslíky. Ve spektrech nacházíme pásy molekul TiO, VO, FeH, CrH, H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, pro třídu T jsou charakteristické čáry metanu.

Hvězdy typu R a N se často označují společným písmenem C, vyznačují se výraznými pásy sloučenin uhlíku, proto se také označují jako uhlíkové hvězdy. Hvězdám O až F se říká hvězdy raného spektrálního typu, hvězdy spadající pod třídy G, K, M hvězdy pozdního spektrálního typu. Každá spektrální třída se ještě dále dělí na 10 podtříd, jež jsou označeny číslicemi 0 až 9, které se klade za velké písmeno označující třídu. Jako upozornění na zvláštnosti spektra se spektrální třídy doplňují předponami a příponami. Používá se následujících předpon: c - čáry jsou jemné a vykazují úzký profil - veleobři, g - obři, sg - podobři, d - trpaslíci, wd - bílí trpaslíci. Používané přípony: n - označuje široké a difúzní čáry, s - označuje čáry s ostrým profilem, e - označuje přítomnost emisních čar ve třídě, kde se pravidelně nevyskytují, v - proměnné hvězdy, k - čáry mezihvězdného prostředí.

V současnosti nejvíce se používá zdokonalené, dvouparametrické Morganovy-Keenanovy klasifikace (tabulka 3), v níž se ke spektrálnímu typu harvardské spektrální klasifikace připojuje tzv. luminozitní třída, která zhruba lokalizuje polohu obrazu hvězdy v H-R diagramu. Známe-li spektrální klasifikaci hvězdy v této klasifikaci, můžeme přibližně stanovit její efektivní teplotu, absolutní hvězdnou velikost (a tedy i vzdálenost) a nakonec i poloměr hvězdy a fázi vývoje, ve které se právě nachází.

Ia	jasní veleobři	
Ib	veleobři	
II	nadobři	
III	obři	
IV	podobři	
V	hvězdy hlavní posloupnosti	
VI	podtrpaslíci	
VII	bílí trpaslíci	

Tabulka 3: Morgenova-Keenanova klasifikace

### **3** Lithium

#### 3.1 Fyzikální a chemické vlastnosti

Lithium bylo objeveno v roce 1817 Arvedsonem [3,5]. Je to nejlehčí kov, jeho hustota je ve srovnání s hustotou vody poloviční. Patří mezi alkalické kovy, což jsou prvky s jedním valenčním elektronem. Ten je k jádru velice slabě vázán, proto jsou tyto prvky velmi reaktivní. Ionizační potenciál lithia je 5,39 eV. Používá se např. ve speciálních sklech, jako baterie pro peacemakery, atd.

#### 3.2 Vznik vesmíru a zastoupení lithia

V roce 1972 ukázali britští fyzikové Roger Penrose a Stephen Hawking, že pokud platí obecná teorie relativity, musel existovat počáteční singulární stav, kdy měl vesmír nulový objem a nekonečně velkou hustotu. Stručný přehled historie vesmíru ukazuje tabulka 4 [6,7,8,9,10].

Od okamžiku Velkého třesku až po časový okamžik  $t = 10^{-43}$  s není možné v rámci současných fyzikálních teorií tento vesmír popsat. Hovoříme o Planckově éře v historii vesmíru. Podle současných teorií v tomto čase dosahovala teplota hodnoty  $T = 10^{32}$  K a všechny čtyři základní interakce byly spojené v jednu.

Po tomto časovém okamžiku došlo k oddělení gravitační interakce, zbylé tři interakce – silná, elektromagnetická a slabá jaderná byly nadále sloučeny (teorie popisující sloučení těchto interakcí se nazývá teorie velkého sjednocení – grand unified theories, GUT). Podle toho se časový interval mezi ( $10^{-43} - 10^{-35}$ ) s označuje jako GUT éra v historii vesmíru. Částice hmoty a antihmoty se vyskytovaly ve stejném množství. Docházelo jak k anihilaci páru částice-antičástice za vzniku  $\gamma$ -záření, tak také k produkci páru částice-antičástice ze záření.

V čase  $t = 10^{-35}$  s dosáhla teplota vesmíru hodnoty  $T = 10^{27}$  K, skončila éra tzv. velkého sjednocení (GUT) a začala tzv. hadronová éra. Došlo k oddělení silné jaderné interakce. Vzhledem k vysoké energii záření ještě nedocházelo k vytváření protonů a neutronů z kvarků. Hmota se nacházela ve formě kvark-gluonového plazmatu. V této době též dochází k mohutnému rozepnutí vesmíru, nazývaného inflace (vesmír během  $10^{-33}$  s zvětšil svoji velikost  $10^{25}$ krát). Zároveň existoval velmi malý přebytek hmoty nad antihmotou (po anihilaci miliardy párů zůstala jedna částice hmoty). Dochází také k oddělení elektromagnetické a slabé interakce. Protože teplota poklesla k hodnotě  $10^{12}$  K, nedocházelo již k vytváření párů protonantiproton, částice antihmoty začaly mizet. Kvarky se začaly spojovat v protony a neutrony. Kdyby byl počet částic a antičástic stejný, veškerá hmota vesmíru by se změnila v zářivou energii, ale díky velice malé převaze částic zůstaly na konci hadronové éry fotony s lehkými částicemi hmoty - leptony.

	éra	čas interval [s]	teplota [K]
	Planckova	$0 - 10^{-43}$	$\infty - 10^{32}$
	GUT	$10^{-43} - 10^{-35}$	$10^{32} - 10^{27}$
Éra záření	hadronová	$10^{-35} - 10^{-4}$	$10^{27}$ - $10^{12}$
	leptonová	$10^{-4} - 10^2$	$10^{12} - 10^9$
	jaderná	$10^2 - 10^{10}$	$10^9 - 6.10^4$
	atomová	$10^3 - 10^6 r$	$6.10^4 - 10^3$
Éra látky	galaktická	$10^6 - 10^9 r$	$10^3 - 10$
	hvězdná	$> 10^9 r$	< 3

Tabulka 4: Hlavní vývojové etapy vesmíru.

Vesmír byl starý  $10^{-4}$  s a teplota dosahovala hodnoty  $10^{12}$  K a stále klesala. Toto období nazýváme leptonovou érou. Zatímco z hadronové éry nezůstalo ve vesmíru vůbec nic (všechny částice a kvanta záření se mnohokrát od té doby přeměnily), z této éry nám zůstala neutrina. Kvarky se stále slučovaly v protony a neutrony, které existovaly ve stejném množství. V čase t = 1 s dosahuje vesmír teploty  $10^{10}$  K a obsahuje množství elementárních částic jako jsou elektrony, pozitrony, fotony a neutrina, a také malé množství protonů a neutronů v poměru 7:1. To je dáno tím, že hmotnost neutronů je o něco větší než hmotnost protonů, a proto je lehčí vytvářet

protony z neutronů než aby probíhal opačný proces. V dalších sto vteřinách klesla teplota pod  $10^9$  K. Přestávaly se vytvářet páry pozitron-elektron a začaly mizet ve formě záření, přičemž z jedné miliardy párů zůstal jeden elektron. Tím končí leptonová éra.

Vývoj vesmíru dále pokračuje érou jadernou. Teplota byla již dost nízká na to, aby docházelo ke slučování protonů s neutrony, vznikaly deuterony:

$${}_{1}^{1}p + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{2}H + foton$$

Následovaly reakce, při nichž deuterony zachytávaly volné neutrony a protony a výsledkem bylo helium:

$${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{3}_{2}He + foton$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{4}_{2}He + foton$$

$${}^{2}_{1}H + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{3}_{1}H + foton$$

$${}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{4}_{2}He + foton$$

Vzniklo též nepatrné množství lithia a berylia:

 ${}^{4}_{2}He + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{7}_{3}Li ,$  ${}^{7}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{9}_{4}Be .$ 

Elektrony stále zůstávaly volné. Do té doby se stihla přeměnit čtvrtina baryonové hmoty vesmíru na helium, část na lithium a zbytek zůstává jako jádra atomu vodíku. Tím končila éra záření a nastalo období, které nazýváme érou látky.

Teplota vesmíru po 10<sup>10</sup> s klesla na několik tisíc Kelvinů. Hustota záření byla již tak nízká, že se vesmír stal průhledný. Jádra atomů se začaly spojovat s elektrony a vznikaly první atomy. Začalo tak dlouhé období éry látky. Vznikly první galaxie, první hvězdy, z nichž ty hmotnější ukončily svůj vývoj jako supernovy, které obohacovaly vesmír a tedy i nově vznikající hvězdy o těžší prvky.

Důkazem tohoto scénáře vývoje vesmíru je objev z roku 1965 [8]. Tehdy výzkumníci Bellových laboratoří v USA Arno Penzias a Robert Wilson hledali nejvhodnější frekvenční pásmo pro rádiové spojení pomocí umělých družic typu Echo. Z teorie vyplývalo, že pro spojení by měly být nejvhodnější centimetrové vlny, ale v tomto pásmu se nacházel silný šum. Nakonec se ukázalo, že se jedná o šum přicházející z vesmíru, a to stejnoměrně ze všech stran. Ukázalo se, že záření má tepelný původ a jeho teplota je necelé 3 K. Scénář horkého vesmíru jako první navrhl

G. Gamow v roce 1948. O 20 let později dospěl k závěru, že vesmír musí být vyplněn spojitým a velmi chladným rádiovým zářením, tzv. reliktní záření, které je pozůstatkem po éře záření.

Spolu s vodíkem a heliem (hlavní prvky vzniklé těsně po Velkém třesku) vznikl i těžší izotop lithia, a to ze syntézy jednoho jádra tritia a dvou jader deuteria. Obsah lithia byl však v počátečních fázích oproti vodíku a heliu zanedbatelný – bylo ho vytvořeno méně než 0,001%. Nicméně právě určení množství těchto lehkých prvků je klíčové k určení univerzální baryonové hustoty přes parametr  $\eta$  vyjadřující poměr baryonů k fotonům. Suzuki a spol. (2000) [14] určili původní obsah lithia ve vesmíru na hodnotu  $A(\text{Li}) = (2,07 \pm 0,16)$ , tedy s přesností lepší než 10%. Využili přesné znalosti obsahu tohoto prvku ve hvězdách chudých na kovy a současný model chemického vývoje raného vesmíru. Dnešní obsah lithia ve vesmíru je již ovlivněn hvězdným vývojem.

#### 3.3 Hvězdy před příchodem na hlavní posloupnost

Hvězdy jsou stabilní útvary o hmotnostech od 0,01 do 100 hmotností slunečních udržované pohromadě vlastní gravitací [1,15].

Vznikají nejčastěji ve skupinách v oblaku relativně chladné a husté mezihvězdné látky. Převážně se jedná o molekulová mračna, což jsou souvislé, gravitačně vázané objekty složené z plynu a prachu s hmotnostmi v rozpětí od 10<sup>5</sup> do 10<sup>6</sup> hmotností Slunce a rozměry řádově 10<sup>2</sup> parseků udržovaná pohromadě vnitřním magnetickým polem. Obsahují především molekulární vodík, dále neutrální vodík, helium a někdy mohou být obohacena i o těžší prvky. Nezbytnou složkou jsou též zrníčka hvězdného prachu.

Aby se náhodná fluktuace počala samovolně smršťovat, musí být hmotnost náhodného zhuštění větší než tzv. Jeansova hmotnost. Vhodné podmínky pro smršťování nastanou pro mračno s nízkou teplotou a velkou hustotou. Dodatečným impulsem pro hroucení mračna je např. výbuch blízké supernovy nebo průchod mračna hustotní vlnou galaxie. Při hroucení mračna se vytváří protohvězdy s akreačním diskem, kam se ukládá moment hybnosti. Zpočátku kontrakce probíhá volným pádem, mluvíme o fázi rychlé kontrakce. Centrální oblast protohvězdy se zahušťuje a zahřívá na úkor potenciální energie. S rostoucí teplotou dochází nejprve k disociaci, potom i k ionizaci atomů a hvězda se stává neprůhlednou pro vlastní záření. Kontrakci zpočátku nebrání nic, tlak je zanedbatelný. Nicméně nakonec naroste gradient tlaku tak, že se ve hvězdě ustanoví hydrostatická rovnováha a hvězda přechází do fáze pomalé kontrakce.

V této fázi nacházíme hvězdy typu T Tauri. Jsou to tedy mladé hvězdy, poměrně rychle rotující a tudíž i velmi aktivní. Světelné změny těchto hvězd jsou nepravidelné, chaotické, v rozmezí od 1 mag do 4 mag. V okolí těchto hvězd se nachází plynoprachová látka vypuzená z formujících se hvězd v důsledku intenzivního hvězdného větru, při kterém hvězda může ztrácet až  $10^{-7}$  M<sub>S</sub>/rok.

Vhodné kriterium pro rozpoznání hvězdy typu T Tauri je současná přítomnost emisní  $H_{\alpha}$  čáry a absorpční čáry lithia (670,7nm). Ve studii J.Gregorio-Hetema a spol. (1992) [16] bylo ze 100 objektů nalezeno 33 nových T Tauri hvězd. Umožnila jim to nová spektroskopická měření s velkou rozlišovací schopností, která dávala přesnější určení ekvivalentní šířky lithiové čáry. Nicméně pokud je ve spektru pouze  $H_{\alpha}$ , a není zde lithiová čára, může se i tak jednat o T Tauri hvězdu (může být zahalena v obálce).

Ve spektrech těchto hvězd je silně zastoupeno lithium. Jelikož lithium nalezneme tam, kde teploty nedosahují více než 2.10<sup>6</sup> K, můžeme i na základě tohoto poznatku usuzovat, že se jedná o velmi mladé hvězdy. Pokud bychom zastoupení lithia v těchto hvězdách porovnali s jinými objekty, pak je srovnatelné s množstvím lithia obsaženého v chondritech, které žádným termojaderným vývojem neprošly.

Problémem obsahu lithia se zabýval též Soderblom a spol. (1999) [19]. Studoval spektra 35 objektů z NGC 2264 (stáří 2 miliony let) nacházející se ve fázi před vstupem na hlavní posloupnost.

Protože víme, že k destrukci lithia dochází při teplotách kolem 2,5 milionů kelvinů, je lithium vhodným indikátorem procesů souvisejících s konvekcí, protože právě tato teplota existuje ve spodní části konvektivní obálky hvězd slunečního typu. Během této fáze méně hmotné hvězdy podstupují proces úbytku lithia ve vnějších obálkách, pokud se zde ustanoví teplota nutná k jeho zapálení. Standardní model (bez rotace a difúze) naznačuje, že úbytek by měl být rostoucí funkcí s klesající hmotností hvězdy. Z jeho analýzy vyplývá, že klesající obsah lithia je doprovázen klesající hmotností. Pro hvězdy studované hvězdokupy (NGC 2264) vychází

logN(Li) = 3,2. Tato hodnota je konzistentní s předpokladem, že v těchto hvězdách se mechanismus destrukce lithia v povrchových vrstvách ještě neodehrává.

Při dalším smršťování se hvězda stále více zahřívá. Pokud teplota v nitru hvězdy dosáhne hodnoty 10<sup>6</sup> K, dojde k zapálení prvních termonukleárních reakcí, při nichž se mění lehčí prvky jako je Li, Be, B na He:

$${}^{6}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{3}_{2}He$$

$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2 {}^{4}_{2}He$$

$${}^{9}_{4}Be + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2 {}^{4}_{2}He + {}^{2}_{1}H$$

$${}^{9}_{4}Be + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{6}_{3}Li + {}^{4}_{2}He$$

$${}^{11}_{5}B + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}^{4}He.$$

Vzhledem k malému obsahu těchto prvků i nižší energetické vydatnosti těchto reakcí, představuje jejich energetický výkon poměrně malý přínos k celkové energetické bilanci hvězdy, a projeví se tím, že se během hoření těchto lehčích prvků tempo smršťování zpomalí. Ovšem po jejich spotřebování pokračuje smršťování hvězdy stejným tempem jako předtím.

#### 3.4 Vliv konvekce

Důležitou roli pro obsah lithia při hvězdném vývoji hraje konvektivní zóna zajišťující přenos tepla z vnitřních částí hvězdy a promíchávání hvězdného materiálu [20]. Pokud má daná oblast plynu vyšší teplotu než její okolí, nachází se u horní hranice konvektivní zóny, kde se již uplatňuje přenos tepla zářením v důsledku menší opacity. Plyn se tímto ochlazuje, zvětšuje svou hustotu a klesá do míst, kde dojde k vyrovnání teploty plynu na teplotu okolí. Přitom se může stát, že se materiál na dně konvektivní zóny začne promíchávat s materiálem ležícím pod touto zónou. V případě, že tento klesající materiál obsahuje lithium, dojde k jeho spalování. Tento proces je závislý na teplotě jednotlivých vrstev hvězdy. Izotop <sup>6</sup>Li hoří při teplotě 2.10<sup>6</sup> K touto reakcí:

$${}_{3}^{6}Li + {}_{1}^{1}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{2}^{3}He$$

Izotop <sup>7</sup>Li hoří při teplotě o málo větší, 2,4.10<sup>6</sup> K reakcí:

$$_{3}^{7}Li+_{1}^{1}H \rightarrow 2_{2}^{4}He$$

Pokud tedy teplota vrstvy překročí teplotu 2.10<sup>6</sup> K, pak se zde lithium nenalézá a v případě kontaktu materiálu s touto vrstvou dojde k jeho spalování. Pro <sup>6</sup>Li je doba, za kterou dojde k jeho vyčerpání velmi krátká ve srovnání s dobou, jakou hvězda slunečního typu stráví na hlavní posloupnosti. Jelikož tento izotop ve slunečním spektru chybí, pak konvektivní zóna u Slunce musí zasahovat do oblastí s teplotami minimálně 2.10<sup>6</sup> K. Jiná je situace u izotopu <sup>7</sup>Li. Jeho teplota hoření je asi 2,4.10<sup>6</sup> K, ve slunečním spektru se jeho čáry nacházejí. To ovšem neznamená, že nedochází k jeho spalování, jehož délka trvání se pohybuje v řádu 10<sup>9</sup> roků. Je též možné, že tento izotop nedosahuje do potřebné hloubky s kritickou teplotou, nicméně můžeme tvrdit, že spodní hranice konvektivní zóny neleží níž než by odpovídalo teplotě 2,4.10<sup>6</sup> K. Obecně můžeme tedy říct, že izotop <sup>6</sup>Li se na rozdíl od izotopu <sup>7</sup>Li ve spektrech hvězd slunečního týpu nevyskytuje. Dále ze studií plyne, že hvězdy chladnějších spektrálních tříd než F0 spalují izotop <sup>7</sup>Li v dlouhých časových škalách, přičemž se tato doba zkracuje pro chladnější hvězdy v důsledku zvětšování hloubky konvektivní zóny.

#### 3.5 Hnědí trpaslíci

Jestliže hmotnost hvězdného objektu je menší než 0,07 hmotnosti sluneční, pak se tento objekt nikdy nestane hvězdou hlavní posloupnosti [1]. Tuto podmínku splňují hnědí trpaslíci. Již v průběhu celkového smršťování, které předchází vstupu na hlavní posloupnost, je tempo vodíkových reakcí příliš malé na to, aby se díky němu uvolňovala energie nezbytná k pokrytí energetických ztrát způsobených vyzařováním z povrchu. V centrálních oblastech těchto málo hmotných hvězd se zvýší hustota natolik, že jádro objektu elektronově zdegeneruje. Dále se již nesmršťuje, a tedy neroste ani jeho teplota.

Další vývoj spočívá v tom, že vnější vrstvy tvořené nedegenerovaným materiálem se dále hroutí, houstnou a postupně též degenerují. Ke konci této aktivní fáze bude většina látky ve stavu elektronové degenerace. Hvězda postupně vychladne a stane se z ní degenerovaný černý trpaslík.

#### 3.6 Hvězdy hlavní posloupnosti

Ve chvíli, kdy teplota v nitru hvězdy dosáhne 8 milionů kelvinů, začnou zde probíhat vodíkové reakce [1,15]. Proces smršťování se zvolňuje, přičemž teplota a hustota v nitru hvězdy stále rostou.V okamžiku, kdy je schopen výkon z termonukleárních reakcí plně hradit veškeré energetické ztráty hvězdy dané vyzařováním, kontrakce hvězdy ustane. Hvězda se stává hvězdou hlavní posloupnosti. Zpočátku mají standardní chemické složení (70% vodíku, 28% hélia, 2% těžší prvky), avšak vlivem termonukleárních reakcí se toto složení mění.

Termonukleární syntéza vodíku na helium se uskutečňuje řadou řetězců jaderných reakcí. Ve hvězdách s hmotností menší než 2 sluneční hmotnosti a teplotami od 7 do 17 milionů kelvinů se hoření uskutečňuje prostřednictvím protonově-protonového řetězce:

$${}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}D + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{2}_{1}D + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{2}_{1}H .$$

Toto je jedna z možností p-p řetězce (na Slunci takto probíhá 69% reakcí). Ostatní se realizují komplikovaněji:

$${}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}D + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{2}_{1}D + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{7}_{4}Be + \gamma$$

$${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e^{-} \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2{}^{4}_{2}He.$$

Rychlost těchto reakcí je určena tempem první reakce, při výše uvedených teplotách závisí na 4. až 6. mocnině teploty. Přenos energie se uskutečňuje zářivou difúzí.

Pokud v centrálních oblastech hvězdy přesahuje teplota hodnotu 17 milionů kelvinů, je energeticky významnější uhlíko-dusíko-kyslíkový (CNO) cyklus. Ionty uhlíku, dusíku, kyslíku zde působí jako katalyzátory. Závislost energetické vydatnosti je mnohem strmější než v předchozím případě, udává se 16. až 18. mocnina teploty. Ke spalování vodíku tak dochází pouze v malé oblasti lokalizované v centru. Zde zářivá difúze není schopna veškerou energii přenášet a nastupuje tedy

konvekce. Ta jednak odvádí účinně teplo z dané oblasti, ale také do nitra dopravuje čerstvý jaderný materiál. Jedna z variant může být tato:

$${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma$$

$${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma$$

$${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{15}_{8}O + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}v_{e}$$

$${}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He.$$

V centrálních oblastech hvězdy se postupně zvětšuje obsah helia. Centrální části hvězdy se pozvolna hroutí a zvyšuje se hustota. Při tomto procesu se uvolňuje energie, která z části odchází z hvězdy, zčásti v ní zůstává a způsobuje, že se vnitřek hvězdy pomalu zahřívá. Roste tak i teplota, tempo jaderných reakcí a tedy zářivý výkon jádra. Dochází k expanzi vnějších vrstev hvězdy a ke změně efektivní teploty. U hvězd hmotnosti Slunce teplota stále mírně roste, ale u hvězd s hmotností větší než 1,8 hmotnosti sluneční dochází k mírnému poklesu. V okamžiku, kdy se v centrálních částech vyčerpá veškerá zásoba vodíku, hvězda opouští hlavní posloupnost.

Randich a spol. (2000) ve své studii [17] uvádí 14 hvězd slunečního typu průměrného stáří 2 miliardy let nacházející se převážně v hvězdokupách IC 4651 a NGC 3680 s vysokým obsahem lithia. Závislost obsahu tohoto prvku na efektivní teplotě srovnává s podobně starou hvězdokupou NGC 752, mladší hvězdokupou Hyády (stáří 600 milionů let) a starší hvězdokupou M 67 (4,5 miliard let) a NGC 188 (6 – 7 miliard let). Množství Li se pohybuje v rozmezí logN(Li) = 2, 1 - 2, 8.

Podle této studie mají IC 4651, NGC 3680 a NGC 752 (stáří 2 miliardy let) velmi podobné závislosti obsahu lithia na efektivní teplotě. Tato závislost leží pod závislostí, kterou vykazují Hyády. Navíc sem spadají i hvězdy z M 67, u kterých mechanismus destrukce lithia není plně rozvinut. Žádná ze studovaných hvězdokup neukazuje zřetelnou závislost pro hvězdy teplejší než 5800 K. Dále je známo, že velká část hvězd z M67 má silně rozvinutý proces destrukce lithia než hvězdy nacházející se na hranicích této hvězdokupy. Z toho by mohlo vyplývat, že destrukce tohoto prvku mezi hvězdami slunečního typu je lineární funkcí stáří až do (1,5 - 2) miliardy let a teploty asi 5800 K. Dále mechanismus vedoucí k destrukci lithia ve

stáří mezi 600 miliony let a 2 miliard let jakoby vymizí až do stáří 2 miliard let. Pokud by mechanismus pokračoval v uvedeném období, očekávalo by se maximum obsahu lithia, v intervalu povrchových teplot (5800 – 6100) K, pro hvězdy stáří M 67  $logN(Li) \sim 2,1$  a pro hvězdy stáří NGC 188  $logN(Li) \sim 1,95$ . Jenže v obou hvězdokupách pozorujeme hvězdy s vyšším obsahem lithia. Vysvětlení může být takové, že proces destrukce lithia probíhá v těchto hvězdách pomaleji než je tomu u mladších. Nakonec, pouze zlomek hvězd vykazuje zvolnění nebo vymizení mechanismu destrukce tohoto prvku, zatímco u ostatních pozorujeme výraznější projev. Toto by mohlo nastávat pro hvězdy mladší než 2 miliardy let a chladnější než 5800 K. Je nakonec možné, že Slunce mělo v uvedeném stáří obsah lithia 10krát větší než je současná hodnota. Ovšem pro potvrzení takových úvah by bylo třeba použít větší a rozsáhlejší vzorek, upozorňují autoři studie.

Umezu a Saio (2000) [18] studovali úbytek obsahu lithia na povrchu hvězd hlavní posloupnosti s hmotnostmi v intervalu 0,8 až 1,2 hmotnosti sluneční. Srovnávali svůj nestandardní vývojový model s pozorováním G a K trpaslíků v mladých otevřených hvězdokupách (převážně Hyády a Plejády).

Srovnáním výsledků ze standardního modelu s pozorováním obsahu lithia pro Plejády vyšla teoretická hodnota menší než pozorovaná. To by znamenalo, že většina G a K trpaslíků má tenčí konvektivní obálku ve fázi před vstupem na hlavní posloupnost než model předpovídá. Nesouhlas by se mohl vysvětlit neúčinností konvekce způsobené rychlou rotací nebo silným magnetickým polem ve fázi před vstupem na hlavní posloupnost, protože konvektivní obálka je tenčí, pokud je konvekce málo účinná. Při použití modelu obsahující překročení ze spodní hranice konvektivní obálky a také promíchávání v důsledku rotace během vývoje na hlavní posloupnosti, byl nalezen dobrý souhlas s pozorovaným obsahem lithia v otevřených hvězdokupách v různých fázích vývoje a také ve Slunci. Nicméně musí být potlačen úbytek obsahu lithia během vývoje hvězdy před vstupem na hlavní posloupnost, což není nereálné podle výše uvedeného. Definitivní odpověď by dala studie zabývající se vztahem rotace a tloušťkou konvektivní zóny.

#### 3.7 Hvězdy po odchodu z hlavní posloupnosti

Jestliže v centrálních oblastech hvězdy klesne obsah vodíku na 5%, přestane energie uvolňovaná v centrálních oblastech stačit na úhradu zářivého výkonu hvězdy [15]. Nitro hvězdy se gravitačně smrští, což vede k jeho zahuštění a zahřátí. Na povrchu heliového jádra se zažehnou vodíkové reakce. Dochází tak k mírnému zvětšení výkonu hvězdy a expanzi vnějších obálky. Hvězda se stává obrem, případně veleobrem.

U hvězd s hmotností menší než 2 hmotnosti sluneční dochází k elektronové degeneraci héliového jádra. Uvolňování energie vodíkovými reakcemi stále roste a hvězda se mění v červeného obra, přičemž dochází k masivnímu úniku látky z hvězdy. Nakonec dojde k prudkému zažehnutí héliových reakcí, které potlačí degeneraci jádra.

Pro hvězdy hmotnější než 2 hmotnosti sluneční degenerace jádra nenastává a proto zapálení héliových reakcí je klidné.

Po zažehnutí héliových reakcí nastává zpočátku klidná etapa hvězdného vývoje, kdy se z hvězdy stává žlutý obr či veleobr. V případě, že u hvězdy působí dostatečně intenzivní hvězdný vítr, může se z ní stát horká hvězda.

Vzhledem k vysoké teplotě aktivního héliového jádra a malé vydatnosti héliových reakcí, fáze hoření tohoto prvku brzy končí a v centru se vytváří uhlíkokyslíkové vyhořelé jádro.

Pro hvězdy s počáteční hmotností do 11 hmotností Slunce jádro elektronově degeneruje. Hvězda se stává hvězdou asymptotické větve obrů. V důsledku silného hvězdného větru dochází k obnažení degenerovaného jádra. Po odhození posledních zbytků obalu hvězdy, které pozorujeme jako planetární mlhovinu, je horké jádro dokonale obnaženo a postupně chladne a mění se v bílého trpaslíka.

V řídkých a horkých hvězdách s hmotností přesahující 11 hmotností slunečních se zapalují další reakce těžších prvků až po termonukleárně neaktivní železo. Roste tak i hmotnost jádra, které se začne hroutit na neutronovou hvězdu, posléze končící výbuchem supernovy II.typu.

I v těchto vývojových stádiích nacházíme hvězdy, jejichž obsah lithia je oproti Slunci  $(\log N(\text{Li}) = 1,1 \text{ [21]})$  vysoký a v některých případech dosahuje hodnoty mezihvězdné látky  $(\log N(\text{Li}) \sim 3,3 \text{ [22]})$ . Zde jsou uvedeny některé případy: hvězda HD 39853,  $\log N(\text{Li}) = 2,8$  [23], HD 112127,  $\log N(\text{Li}) = 3,2$  (4750 K) [24], WZ Cas,  $\log N(\text{Li}) = 4,7$ , WX Cyg,  $\log N(\text{Li}) = 4,5$  [25], IV 101 (v M 3),  $\log N(\text{Li}) = 3,0$  [27], HD 172481,  $\log N(\text{Li}) = 3,31$  [29]. Další případy nabízí tabulka 5 [22,26,28]. Podle práce Charbonela a spol. (2000) [22] pouze 1% G a K obrů vykazuje silné lithiové čáry. Ve své studii mimo jiné upozorňují na nesprávné označení tzv. lithiových obrů u hvězd, ve kterých se teprve nedávno spustil mechanismus způsobující úbytek lithia. Více o obrech v následující kapitole.

HD	$T_{eff}[K]$	sp.třída	logN(Li)
787	4180	K4III	$1.80 \pm 0.30$
9746	4420	gK1	2.70
19745	4990	K1III	$4.08 \pm 0.10$
31993	4500	K2III	$1.40 \pm 0.20$
39853	3900	K5III	$2.80\pm0.20$
95799	4800	G8III	$3.22\pm0.20$
112127	4340	K2III	2.70

Tabulka 5: Lithioví obři

#### 3.8 Příčiny chemické anomálie

Rozpory teorie a pozorování zvýšeného obsahu lithia ve hvězdách jak na hlavní posloupnosti, tak při odchodu z hlavní posloupnosti, se vysvětlují různými způsoby. Jednak jsou navrhovány vnější příčiny, jako je pohlcení zbytků novy nebo planety, nebo příčiny vnitřní, např. syntéza čerstvého lithia Cameronovým-Fowlerovým mechanismem. Jednotlivé hypotézy jsou probírány níže. Je třeba ještě poznamenat, že příčiny vedoucí k nezvykle vysokému obsahu lithia nejsou dosud přesně známy.

#### 3.8.1 Mikroskopická difuse

Difúze je velmi pomalý proces vzlínání atomů s velkým účinným průřezem vůči prostupujícímu záření a sedimentace opticky neaktivních atomů [15]. Podmínkou

prosazení tohoto děje jsou velmi stabilní a nepohyblivé podpovrchové vrstvy. To ovšem vyžaduje, aby v povrchových vrstvách hvězd nedocházelo ke konvekci. Zároveň to vyžaduje velmi pomalou rotaci. Pokud se navíc vyskytuje i globální magnetické pole (brání neuspořádaným pohybům elektricky nabitých částic), pak je stabilizace ještě větší.

Randich a spol. (2000) [17] diskutují tento případ pro hvězdy hlavní posloupnosti. V principu by difúze mohla vysvětlit hladký pokles maxima obsahu lithia mezi stářím Hyád a hvězdokup ve stáří 2 miliard let. Difúze byla schopna vysvětlit obsah lithia na Slunci, kde difúze helia byla potvrzena helioseismologií. Nicméně difúze je příliš pomalý proces: modelové výpočty ukazují, že při zvětšení hloubky konvektivní zóny je pak při teplotách menších než 6400 K časová škála difúze velmi velká. Je srovnatelná s vývojovou časovou škálou, a tedy dokud hvězda nedosáhne úplného konce hlavní posloupnosti, nemůže probíhat žádný mechanismus vedoucí k výraznému poklesu lithia. Navíc by bylo obtížné vysvětlit vymizení procesu úbytku lithia, který, jak se zdá, nastává pro hvězdokupy starší než 2 miliardy let.

#### 3.8.2 Ztráta hmoty

De la Reza a spol. (1996) [30] navrhli, že všechny méně hmotné hvězdy prochází jedním (možná několika) episodami obohacování lithiem, přičemž každá z nich je doprovázená odvržením části hmoty. Tuto hypotézu založili na zjištění, že většina lithiových obrů má barevný exces v daleké infračervené oblasti. Z analýzy Charbonela a spol. (2000) [22] ovšem vychází, že toto není pravidlem. Některé hvězdy jsou totiž lithiové a nemají barevný exces, naproti tomu jsou i hvězdy, které barevný exces vykazují, ale lithiové nejsou.

Randich a spol. (2000) [17] poukazují na to, že ztrátou hmoty není možné reprodukovat závislost obsahu lithia na efektivní teplotě [31]. Navíc, oproti difúzi, je tento proces příliš rychlý na to, aby vysvětlil pomalý pokles maximálního obsahu lithia.

#### **3.8.3 Rotace**

Rotace byla pokládaná za základní mechanismus extrapromíchávání, díky ní mohl být v období vzniku hvězdy z jejího nitra vyplavován materiál bohatý na lithium. Pokud bychom srovnali jednotlivé případy, nenajdeme obecný vztah, který by dával do souvislosti rotaci hvězdy a její obsah lithia [22]. Např. HD 219025 (logN(Li) =3.0) –  $v.sin i = 25 \text{ km.s}^{-1}$ , HD 233517 (4.22) –  $v.sin i = 18 \text{ km.s}^{-1}$ , HD 9746 (3.75) –  $v.sin i = 9 \text{ km.s}^{-1}$ , HD 112127 (2.7) –  $v.sin i = 2 \text{ km.s}^{-1}$ .

Ovšem z práce de Medeirosa a spol. (2000) [32] vyplývá, že zastoupení lithia s rotací hvězdného obra souvisí, alespoň částečně. Jedná se o samostatné hvězdy spektrální třídy G0III. Čím více obsahuje hvězda lithia, tím rychlejší je její rotace. Toto platí také pro ranější typy než G0III. Pro pozdější typy sledujeme nižší rotační rychlost a též nižší zastoupení lithia. Obzvláště přesně je toto splněno pro hvězdy s hmotností v intervalu 1,5 až 2,5 hmotnosti slunečních. Pro ostatní hmotnosti se do vztahu zastoupení lithia v závislosti na rychlosti rotace projevuje i závislost na hmotnosti.

#### 3.8.4 Pohlcení tělesa

Jedná se o pohlcení planety nebo hnědého trpaslíka [22]. Ale i tento scénář obsahuje několik problémů. Tímto způsobem nelze zvýšit zastoupení lithia na hodnotu větší než  $\log N(\text{Li}) > 2,8$ . Kromě nárůstu lithia by se mělo zvýšit i zastoupení jeho isotopů a také berylia, což ale není pozorováno ve všech případech. Navíc pohlcení planety by mělo být jednodušší v pozdější fázi vývoje, kdy má hvězda větší poloměr. V této fázi se dosud žádnou hvězdu nepodařilo najít. Z toho se dá usoudit, že i tento mechanismus jako ostatní předchozí je nepravděpodobný nebo nastává velmi vzácně.

#### 3.8.5 Modely hluboké cirkulace

Nejstarším zástupcem této kategorie je tzv. Cameronův-Fowlerův mechanismus z roku 1971. Množství vyprodukovaného lithia pak může dosáhnout log  $\varepsilon$ (Li) ~ 4, ovšem kriticky závisí na detailech tohoto procesu (geometrie, rychlost promíchávání, četnost) [33]. Na základně konvektivní obálky vzniká berylium:

$$_{2}^{3}He+_{2}^{4}He\rightarrow_{4}^{7}Be+\gamma$$
,

které se mění na lithium:

$${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e^{-} \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{0}_{0}V$$
.

Aby lithium mohlo přežít, musí být berylium dostatečně rychle transportováno do chladnějších oblastí. Právě poslední verze tohoto mechanismu byly podporovány pozorovaným úbytkem berylia v atmosférách lithiových obrů. Paralaxy určené sondou Hipparcos umožnily přesně určit krátkou epizodu produkce lithia ve fázi maximálního zářivého výkonu těchto hvězd nacházejících se na větvi červených obrů. Z toho bylo vyvozeno, že tato fáze je prekurzorem k procesu míchání, který vede k dalším anomáliím. To ovšem přináší velmi omezené podmínky na proces podpovrchového míchání a především na jeho extrémní rychlost, což přineslo další potíže, protože vysoké hodnoty zastoupení lithia může být dosaženo kdekoliv na větvi obrů.

## 4 Hvězdná atmosféra

V podstatě všechny informace, které o hvězdě máme, získáváme studiem jejího elektromagnetického záření. Znalost přesného fyzikálního stavu oblasti, ze které k nám toto záření přichází, je tak klíčová k pochopení dějů, které ve hvězdě probíhají. Oblast, z níž záření hvězdy pozorujeme, se nazývá hvězdná atmosféra.

Tuto kapitolu jsem převzal z diplomové práce Jiřího Krtičky [34], kde hlavním zdrojem byla Mihalasova monografie [35]. Uvedené je i v [15,36].

#### 4.1 Základní veličiny

Jednou z nejdůležitějších veličin používaných pro popis hvězdných atmosfér je specifická intenzita záření  $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, v, t)$ . Ta se definuje pomocí množství energie dE prošlé jednotkovou plochou dS v bodě  $\mathbf{r}$  ve směru  $\mathbf{n}$  do prostorového úhlu  $d\omega$  v intervalu frekvencí (v, v+dv) v čase t za čas dt:

$$dE = I(\mathbf{r}, \mathbf{n}, v, t) \, dS \cos\theta \, d\omega \, dv \, dt, \tag{1}$$

kde  $\theta$  je úhel mezi směrem **n** a normálou k ploše *dS*. V dalším budeme uvažovat stacionární planparalelní horizontálně homogenní atmosféru, což modely počítající atmosféry hvězd běžně užívají. Střední intenzitu  $J(\mathbf{r},v)$  můžeme vyjádřit pro stacionární případ běžně užívaným vztahem

$$J(z,v) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} I(z,\mu,v) d\mu, \qquad (2)$$

kde proměnná  $\mu$  je v astrofyzice běžně užívaná a zavádí se vztahem  $\mu = cos\theta$ . Definujeme dále astrofyzikální tok záření:

$$F(z,v) \equiv 2 \int_{-1}^{1} I(z,\mu,v)\mu d\mu$$
(3)

a podobně i Eddingtonův tok

$$H(z,v) \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} I(z,\mu,v) \mu d\mu .$$
 (4)

Pro střední intenzitu (2) se užívá označení nulový moment intenzity, pro tok (3), (4) se užívá první moment intenzity. Analogicky se definuje 2.moment intenzity:

$$K(z,v) \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} I(z,\mu,v) \mu^2 d\mu.$$
 (5)

Běžně se ještě zavádí proměnný Eddingtonův faktor:

$$f(z,v) \equiv K(z,v) / J(z,v) .$$
(6)

#### 4.2 Rovnice přenosu záření

Během průchodu fotonů hvězdnou atmosférou dochází k jejich několikanásobnému pohlcování a opětovnému vyzařování. Tyto procesy se jako celek označují jako přenos záření. Je vhodné procesy vedoucí k pohlcování záření a k emisi záření popisovat odděleně. Zavádí se tedy absorpční koeficient  $\chi(z,\mathbf{n},v)$  a emisní koeficient  $\eta(z,\mathbf{n},v)$ . Budeme sledovat elementární objem, omezený plochou *dS* a tloušťkou *ds*. Část energie *dE* pohlcené tímto elementem za čas *dt* ze záření o intenzitě  $I(z,\mathbf{n},v)$ v intervalu frekvencí *dv*, dopadajícího ve směru normály k *dS* v elementu tělesného úhlu *d* $\omega$  je rovna

$$dE = \chi(z, \mathbf{n}, v) I(z, \mathbf{n}, v) dS \, ds \, d\omega \, dv \, dt. \tag{7}$$

Dále tento element vyzařuje energii dE v intervalu frekvencí dv do tělesného úhlu  $d\omega$  ve směru **n** za čas dt, pro kterou platí:

$$dE = \eta(z, \mathbf{n}, v) \, dS \, ds \, d\omega \, dv \, dt. \tag{8}$$

Obecně jsou tyto koeficienty závislé na směru, ale v případě statického prostředí jsou koeficienty  $\chi$ ,  $\eta$  izotropní.

V tomto případě lze rovnici přenosu záření zapsat tímto způsobem:

$$\mu \frac{\partial I(z,\mu,\nu)}{\partial z} = \eta(z,\nu) - \chi(z,\nu)I(z,\mu,\nu).$$
(9)

Nyní zavedeme optickou hloubku  $\tau(z, v)$  vztahem

$$\tau(z,v) = \int_{z}^{\infty} \chi(z',v) dz'$$
(10)

a dále zdrojovou funkci S(z, v) jako poměr absorpčního a emisního koeficientu

$$S(z,v) = \eta(z,v) / \chi(z,v).$$
<sup>(11)</sup>

Pomocí výrazů (10) a (11) můžeme rovnici přenosu záření (9) zapsat v následujícím tvaru:

$$\mu \frac{\partial I(z,\mu,\nu)}{\partial \tau(z,\nu)} = I(z,\mu,\nu) - S(z,\nu).$$
(12)

V astrofyzice je běžné při psaní těchto vzorců vynechávat závislost proměnných na z a  $\mu$  a frekvenční závislost zapisovat do dolního indexu, např.  $I(z,\mu,v) \equiv I_v$ .

V případě LTE (kapitola 5.1) se zdrojová funkce zapisuje pomocí koeficientu pravé absorpce  $k_{\nu}$  (foton je pouze pohlcen) a koeficientu rozptylu  $\sigma_{\nu}$  (foton je pohlcen, následně je vyzářen). Za předpokladu

$$\chi_{\nu} = k_{\nu} + \sigma_{\nu} \tag{13}$$

lze tedy vyjádřit zdrojovou funkci jako

$$S_{\nu} = (k_{\nu}B_{\nu} + \sigma_{\nu}J_{\nu})/(k_{\nu} + \sigma_{\nu}).$$
(14)

Zderivuje-li se vztah (4) podle  $\tau_v$ , dostane se s použitím rovnice přenosu (12) první momentová rovnice, svazující tok  $H_v$  s intenzitou  $I_v$  a zdrojovou funkcí  $S_v$ 

$$\frac{\partial H_{\nu}}{\partial \tau_{\nu}} = J_{\nu} - S_{\nu} \,. \tag{15}$$

Podobně stejnou derivací rovnice (5) se získá vztah spojující derivaci druhého momentu s prvním:

$$\frac{\partial K_{\nu}}{\partial \tau_{\nu}} = H_{\nu}. \tag{16}$$

#### 4.3 Přesné řešení rovnice přenosu

Je možné nalézt přesné řešení rovnice (12). Tuto rovnici vynásobíme integračním faktorem exp  $(-\tau_{\nu}/\mu)$  a dostáváme

$$I(\tau_1, \mu, \nu) = I(\tau_2, \mu, \nu) e^{-(\tau_2 - \tau_1)/\mu} + \frac{1}{\mu} \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_{\nu}(t) e^{-(t - \tau_1)/\mu} dt .$$
(17)

Zajímavá řešení rovnice přenosu se dostanou pro  $\tau_1 \equiv \tau_v$ ,  $\tau_2 = \infty$ . Potom pro  $\mu \ge 0$  platí:

$$\lim_{\tau_{\nu}\to\infty} I(\tau_{\nu},\mu,\nu)e^{-\tau_{\nu}/\mu} = 0.$$
(18)

Přesné řešení rovnice (12) je možno zapsat ve tvaru

$$I(\tau_{v}, \mu, v) = \frac{1}{\mu} \int_{\tau_{v}}^{\infty} S_{v}(t) \exp(-(t - \tau_{v})/\mu) dt, \ 0 \le \mu \le 1.$$
(19)

Dále pro  $\mu \le 0$  předpokládáme, že při  $\tau = 0$  je  $I(\tau_{\nu,\mu}) = 0$  a tedy položíme  $\tau_2 = 0$ , což vede k řešení

$$I(\tau_{v}, \mu, v) = -\frac{1}{\mu} \int_{v}^{\tau_{v}} S_{v}(t) \exp(-(t - \tau_{v})/\mu) dt, \quad -1 \le \mu \le 0.$$
(20)

Pomocí těchto vzorců je možné zjednodušit výpočet střední intenzity  $J_v$  ( $\tau_v$ ). Dosadíme-li do (2) vzorce (19) a (20), obdržíme po substituci  $w = \pm 1/\mu$ 

$$J_{v}(\tau_{v}) = \frac{1}{2} \int_{\tau_{v}}^{\infty} dt S_{v}(t) \int^{\infty} dw \exp(-w(t - \tau_{v})) / w + \int_{0}^{\tau_{v}} dt S_{v}(t) \int^{\infty} dw \exp(-w(\tau_{v} - t)) / w.$$
(21)

Zavedeme-li exponenciální integrální funkce

$$E_n(x) \equiv \int^{\infty} t^{-n} e^{-xt} dt , \qquad (22)$$

pak je možné vzorec (21) jednoduše přepsat:

$$J_{\nu}(\tau_{\nu}) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} S_{\nu}(t_{\nu}) E_{1}(|t_{\nu} - \tau_{n}|) dt_{\nu} .$$
<sup>(23)</sup>

Protože se integrál vystupující v tomto vzorci často vyskytuje v teorii přenosu záření, zavádí se nový operátor  $\Lambda_{\tau}$  definicí

$$\Lambda_{\tau}[f(t)] \equiv \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} f(t) E_{1}(|t-\tau|) dt .$$
(24)

S pomocí tohoto operátoru lze rovnici (23) elegantně přepsat na tvar

$$J_{\nu}(\tau_{\nu}) = \Lambda_{\tau}[S_{\nu}].$$
<sup>(25)</sup>

## 4.4 Stav zářivé rovnováhy

V atmosférách běžných hvězd neexistují zdroje energie. Musí tedy platit, že tok energie je ve všech místech atmosféry stejný. Navíc, pokud dominuje přenos energie zářením, můžeme využít vybudovaného matematického popisu atmosféry k zapsání zákona zachování energie. Ve stavu zářivé rovnováhy musí být celková energie pohlcená látkou opět látkou vyzářena. Celkovou pohlcenou energii lze zapsat jako

$$\int_{0}^{\infty} dv \oint d\omega \chi(z, v) I(z, \mu, v) = 4\pi \int_{0}^{\infty} \chi(z, v) J(z, v) dv .$$
<sup>(26)</sup>

Celkovou vyzářenou energii lze zapsat takto:

$$\int_{0}^{\infty} dv \oint d\omega \eta(z, v) = 4\pi \int_{0}^{\infty} \chi(z, v) S(z, v) dv.$$
<sup>(27)</sup>

Spojením těchto dvou vztahů lze pro stav zářivé rovnováhy napsat

$$\int_{0}^{\infty} \chi_{v} (S_{v} - J_{v}) dv = 0.$$
(28)

## 4.5 Difúzní přiblížení

V nejhlubších vrstvách atmosféry stav látky přechází ke stavu termodynamické rovnováhy, kdy se  $S_v$  blíží k Planckovu rozdělení  $B_v$ . Vybere se bod  $\tau_v >>1$  a rozvine se  $S_v$  v řadu:

$$S_{\nu}(t_{\nu}) \approx B_{\nu}(t_{\nu}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{n} B_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{n}} (t_{\nu} - \tau_{\nu})^{n} .$$
(29)

Potom z přesného řešení (19) dostáváme vzorec popisující úhlovou závislost  $I_{\nu}(\tau_{\nu},\mu)$ pro  $0 \le \mu \le 1$ :

$$I_{\nu}(\tau_{\nu},\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu^{n} \frac{d^{n} B_{\nu}}{d\tau_{\nu}^{n}}.$$
(30)

Pro hloubkové vrstvy atmosféry se  $\tau_v$  mění mnohem rychleji než  $B_v$  a proto je možné ponechat v řadě pouze první členy a ostatní zanedbat:

$$I_{\nu}(\tau_{\nu},\mu) = B_{\nu}(\tau_{\nu}) + \mu \frac{dB_{\nu}}{d\tau_{\nu}}.$$
(31)

## 5 Popis astrofyzikálního plazmatu

Při určování stavu plazmatu je nutné vzít v úvahu velké množství procesů excitace a ionizace. Pro popis těchto procesů obecně existují dva přístupy. Za předpokladu, že se plazma v malém okolí uvažovaného bodu nachází ve stavu termodynamické rovnováhy, tedy hodnoty teploty a hustoty jsou dány lokálně, hovoříme o stavu tzv. lokální termodynamické rovnováhy (LTE). Naopak v opačném případě, označovaném jako NLTE, je nutné počítat s detailní statistickou rovnováhou a tedy vzít do úvahy všechny procesy, které mohou ovlivnit obsazení daných hladin a ionizačních stupňů. V obou těchto případech se předpokládá, že v zákonech popisujících jednotlivé fyzikální procesy vystupuje jediná teplota a že rozdělení rychlostí hmotných částic je maxwellovské.

#### 5.1 LTE a základní vztahy

Jestliže má platit LTE, musí být v plazmatu splněna detailní rovnováha, tedy rychlost každého procesu je rovna rychlosti inverzního procesu. Procesem nastolení rovnováhy jsou srážky. Naopak zářivé procesy (absorpce, emise) rovnováhu narušují. Pokud by však bylo pole záření izotropní, pak také zářivé procesy jsou v rovnováze. Tedy LTE je dobře splněno v hlubokých vrstvách atmosféry.

#### 5.1.1 Excitační rovnováha – Boltzmannova rovnice

Pro rozdělení hladin v atomu platí Boltzmannova distribuční funkce. Označíme  $n_{ijk}$  koncentraci atomů prvku *k* na excitované hladině *i* ve stupni ionizace *j* (*j* = 0 značí neutrální atomy),  $g_{ijk}$  příslušnou statistickou váhu a  $\chi_{ijk}$  excitační energii, pak tato fukce má tvar
$$\left(\frac{n_{ijk}}{n_{0jk}}\right)^* = \frac{g_{ijk}}{g_{0jk}} e^{-\chi_{ijk}/kT}.$$
(32)

Vzorec je možné přepsat tak, aby obsahoval celkovou koncentraci atomů v daném stupni ionizace  $(N_{jk})^*$  (hvězdička značí hodnoty veličin v případě LTE):

$$\left(\frac{n_{ijk}}{N_{jk}}\right)^* = \frac{g_{ijk}}{U_{jk}(T)} e^{-\chi_{ijk}/kT},$$
(33)

kde  $U_{jk}(T)$  je partiční funkce (stavová suma). Díky tomu, že se atom nachází v sousedství ostatních atomů, chybí nejvyšší hladiny. Snížení ionizační energie vede k tomu, že partiční funkce není divergetní, a proto je možné psát (33).

#### 5.1.2 Ionizační rovnováha – Sahova rovnice

Sahova ionizační rovnice určuje počet iontů v ionizačním stupni. Se zachováním předchozího značení ji můžeme zapsat ve tvaru

$$\left(\frac{n_{0jk}}{n_{0,j+1,k}}\right)^* = n_e^* \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T}\right)^{3/2} \frac{g_{0jk}}{g_{0,j+1,k}} e^{\chi_{ijk}/kT}, \qquad (34)$$

kde  $\chi_{ljk}$  značí ionizační potenciál, *m* klidovou hmotnost elektronu,  $(n_e)^*$  koncentraci elektronů. S použitím Sahovy rovnice lze vypočítat poměr počtu atomů prvku *k* stupně ionizace *j*  $N_{jk}$  k celkovému počtu atomů daného typu  $N_k$ , tedy vyjádřit ionizační podíl  $f_{jk}$  ( $n_e, T$ ):

$$f_{jk}(n_{e},T) = \left(\frac{N_{jk}}{N_{k}}\right)^{*} = \frac{\prod_{l=j}^{J_{k}-1} n_{e}^{*} \tilde{\Phi}_{lk}(T)}{\sum_{m=0}^{J_{k}} \prod_{l=m}^{J_{k}-1} n_{e}^{*} \tilde{\Phi}_{lk}(T)},$$
(35)

kde  $J_k$  je číslo posledního stadia ionizace daného prvku a  $\Phi_{lk}(T)$  nazýváme Sahovými-Boltzmannovými faktory a definujeme jako

$$\tilde{\Phi}_{lk}(T) = \frac{1}{2} \frac{U_{l,k}(T)}{U_{l+1,k}(T)} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T}\right)^{3/2} e^{\chi_{llk}/kT}.$$
(36)

Pro koncentraci n<sub>ijk</sub> je možno napsat obdobný vzorec

$$n_{ijk}^{*} = N_{j+1,k}^{*} n_{e}^{*} \Phi_{ijk}(T), \qquad (37)$$

kde faktor  $\Phi_{ijk}(T)$  je definován jako

$$\tilde{\Phi}_{lk}(T) \equiv \frac{1}{2} \frac{g_{ijk}}{U_{j+1,k}(T)} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T}\right)^{3/2} \exp\left[\left(\chi_{ljk} - \chi_{ijk}\right)/kT\right].$$
(38)

Navíc, v případě LTE platí, že poměr koeficientů emise a absorpce (11) je roven Planckově funkci:

$$S_{\nu} = B_{\nu} = \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)} - 1.$$
 (39)

#### 5.1.3 Zákon zachování elektrického náboje

Označíme-li  $\alpha_k$  (relativní abundance) podíl počtu atomů prvku *k* ku celkovému počtu atomů, pak vztah mezi koncentrací částic daného atomu  $N_k$  a celkovým počtem částic v jednotce objemu *N* lze napsat ve tvaru

$$N_k = \alpha_k (N - n_e) \,. \tag{39}$$

Protože plazma je jako celek elektricky neutrální, je koncentrace elektronů  $n_e$  dána

$$n_{e} = \sum_{k} \sum_{j=1}^{J} j N_{jk} = (N - n_{e}) \sum_{k} \alpha_{k} \sum_{j=1}^{J_{k}} j f_{jk}(n_{e}, T).$$
(40)

## 5.2 NLTE a základní vztahy

Pro mnohé hvězdy předpoklad LTE nestačí. Pokud je ionizační nebo excitační rovnováha určena spíše zářivými procesy než procesy srážkovými (nepružnými srážkami mezi atomy a ionty), pak je nutné použít předpoklad tzv. statistické (dynamické) rovnováhy, často označované jako NLTE. To se nejčastěji týká horkých hvězd, jejichž intenzivní pole záření podstatně ovlivňuje procesy ionizace a excitace. Při zápisu rovnic statistické rovnováhy je nutné pro každou studovanou hladinu započítat četnosti všech procesů, které ovlivňují obsazení dané hladiny. Lze ukázat, že pokud jsou obsazení jednotlivých hladin určována především srážkovými procesy, pak rovnice statistické rovnováhy vedou k týmž výsledkům jako rovnice popisující LTE.

### 5.2.1 Odvození rovnic statistické rovnováhy

Vycházíme z rovnice popisující časovou změnu obsazení i-té hladiny *n<sub>i</sub>* pro prvek *k*:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \left( n_i \cdot \stackrel{\rightarrow}{v} \right) = \sum_{j \neq i} \left( n_j P_{ji} - n_i P_{ij} \right), \tag{41}$$

kde čísla  $P_{ij}$  odpovídají pravděpodobnosti přechodu z *i*-té do *j*-té hladiny (tzv. rate) a součin  $n_i P_{ij}$  počtu atomů, které přejdou ze stavu *i* do stavu *j*.

Jestliže provedeme součet přes všechny hladiny, vynásobíme hmotností atomů  $m_k$  a sečteme přes všechna k, dostaneme hydrodynamickou rovnici kontinuity:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left( \rho \cdot \vec{v} \right) = 0.$$
(42)

Pro stacionární stav a statický případ (nelze zanedbat, pokud studujeme např. rychlé procesy) získáme hledané rovnice statistické rovnováhy:

$$\sum_{j \neq i} (n_j P_{ji} - n_i P_{ij}) = 0.$$
(43)

#### 5.2.2 Procesy ovlivňující obsazení hladin

Obsazení hladin ovlivňují dva základní procesy:

- zářivé jedná se o vázaně-vázané přechody (absorpce, emise stimulovaná a spontánní) a vázaně-volné přechody (fotoionizace, rekombinace stimulovaná a spontánní), popisujeme koeficienty *R<sub>ij</sub>*, které vyjadřují pravděpodobnost přechodu z *i*-té do *j*-té hladiny vlivem záření, tzv. zářivý rat.
- srážkové srážková excitace a deexcitace, srážková ionizace a rekombinace, popisujeme pomocí koeficientů C<sub>ij</sub> (podobně jako u zářivého ratu, ale vlivem srážky), tzv. srážkový rat.

#### 5.2.3 Soustava rovnic statistické rovnováhy

Pro každou hladinu platí:

$$n_{i}\sum_{j} \left(R_{ij} + C_{ij}\right) - \sum_{j} n_{j} \left(R_{ji} + C_{ji}\right) = 0, \qquad (44)$$

kde n<sub>i</sub>, n<sub>j</sub> značí obsazení *i*-té, *j*-té hladiny.

Tyto rovnice jsou lineárně závislé, proto jednu z rovnic nahrazujeme doplňující rovnicí, např. zákonem zachování náboje:

$$\sum_{k} \sum_{m} m N_{mk} = n_e , \qquad (45)$$

kde  $N_{mk}$  odpovídá počtu atomů prvku k v ionizovaném stavu, nebo rovnicí vyjadřující zachování počtu částic:

$$\sum_{k} \sum_{m} N_{mk} = N_N .$$
(46)

Protože pro každý atom máme nezávislý systém a chceme zachovat většinou poměr H ku He, doplňujeme tuto soustavu abundanční rovnicí:

$$\sum_{m} N_{mk} = \frac{\alpha_k}{\alpha_{(ref)}} \sum_{m} N_{m(ref)} , \qquad (47)$$

kde (ref) značí referenční atom (většinou vodík). Řešením této soustavy získáme hledané obsazení energetických hladin.

# 6 Hvězda HD 39853

## 6.1 Charakteristiky hvězdy

Hvězda HD 39853 pochází z populace starých diskových hvězd s vysokou radiální rychlostí a sníženým obsahem kovů. Jedná se o hvězdu spektrálního typu K5III, tedy červeného obra. Hvězda je výjimečná vzhledem k velmi silným čarám lithia ve spektru.

První podrobné studium hvězdy provedl Gratton (1989) [23], odkud je převzata většina údajů.

Efektivní teplota hvězdy byla určena z excitační rovnováhy pro Fe I čáry s ekvivalentními šířkami menšími než  $log(EW/\lambda) < -4,7$ . Tato hodnota byla srovnána se spektroskopicky získanými teplotami, přičemž závěrem analýzy byla hodnota (3900 ± 100) K.

Vzdálenost a zčervenání hvězdy byly určeny iteračně. K prvnímu odhadu byly využiti obři ve hvězdokupě 47 Tucanae se stejným B-V indexem a stejnou absolutní hvězdnou velikostí. Z tohoto prvního odhadu pro modul vzdálenosti bylo odhadnuto zčervenání, které zpětně sloužilo pro korekci B-V indexu. Absolutní hvězdná velikost vyšla  $M_v = -1,3$  mag a vzdálenost 250 pc. Po dalších korekcích byla přijata hodnota absolutní hvězdné velikosti  $M_v = -0,7$  mag a vzdálenost 190 pc. Novější hodnota [26] z katalogu Hipparcos je 0,00437", čemuž odpovídá vzdálenost 229 pc.

Na základě Grattonových (1989) měření byla též určena hodnota radiální rychlosti (79,9  $\pm$  0,5) km.s<sup>-1</sup>.

Povrchové gravitační zrychlení bylo určené z relace

$$\log g = \log \left( \frac{M}{M_s} \right) - \log \left( \frac{L}{L_s} \right) + 4 \log T_{eff} - 10,61, \qquad (48)$$

kde *M* je hmotnost hvězdy, *L* zářivý výkon,  $T_{eff}$  efektivní teplota (index s značí sluneční hodnoty), přičemž hodnota zářivého výkonu pro hvězdu vychází vzhledem ke Slunci log( $L/L_S$ ) = (2,5 ± 0,2) a hmotnost (0,8 ± 0,2) M<sub>s</sub>. Určení hmotnosti je nejisté, protože není známo, zda hvězda vstupuje na větev obrů poprvé nebo

podruhé. Pro výše uvedenou teplotu je hodnota gravitačního zrychlení log  $g = (1,16 \pm 0,25)$ .

Hodnota mikroturbulentní rychlosti byla určená ze srovnání s křivkami růstu pro čáry Fe I, které měly excitační potenciál větší než 3 eV,  $\xi_{\mu} = (1,0 \pm 0,2)$  km.s<sup>-1</sup>.

## 6.2 Vývojová fáze

Vzhledem k povrchové teplotě (3900 K) a zářivému výkonu ( $\log(L/L_S) = (2,5 \pm 0,2)$ ) existují tři možné fáze vývoje, ve kterých by se hvězda mohla nacházet:

- první vstup na větev obrů, což znamená že dochází ke slupkovému hoření vodíku
- asymptotická větev obrů, buď směřující k fázi termalních pulzů anebo se již v této fázi nachází
- hoření hélia v jádře, ačkoliv je tato fáze velmi krátkodobá (modely naznačují, že méně hmotní obři nedosahují okamžitě stacionární fáze hoření hélia po zapálení héliových reakcí, mohou strávit nezanedbatelnou dobu ve fázi procházející několika héliovými záblesky, dokud není jádro kompletně zbaveno degenerace)

## 6.3 Chemické složení

Chemické složení atmosféry odpovídá hvězdám chudých na kovy ([Fe/H] = -0,5 ± 0,1), obohacených o kyslík ([O/Fe] = 0,29 ± 0,15) a další lehké prvky (11  $\leq Z \leq 22$ ), s velkým poměrem C/N (8 ± 2) a malým poměrem izotopů uhlíku <sup>12</sup>C/<sup>13</sup>C (6,6 ± 1,2). Pozorované s-prvky (Zr a La) nebyly zaznamenány ve zvýšené míře. Ve spektru hvězdy jsou velmi silné čáry Li (log*N*(Li) = 2,8 ± 0,2), což je neobvyklé u K-obrů. Pravděpodobnost, že by se jednalo o původní lithium, je velmi malá, protože malý poměr <sup>12</sup>C/<sup>13</sup>C naznačuje, že již nastalo promíchávání povrchového materiálu s oblastí hoření vodíku.

### 6.4 Původ lithia ve hvězdě HD 39853

Existuje několik hypotéz, proč má hvězda HD 39853 tak vysoký obsah lithia. Avšak není úplně jasné, jak k tomuto jevu skutečně dochází.

#### 6.4.1 Původní obsah

Chemické složení této hvězdy je obdobné jako u trpaslíků s podobným obsahem kovů. Poměr izotopů uhlíku však naznačuje, že konvekce již přinesla k povrchu materiál náchylný k nekompletnímu CN hoření. A v teplotách, při kterých vzniká izotop <sup>13</sup>C, by původní lithium dávno shořelo.

### 6.4.2 Znečištění výbuchem novy

Jestliže budeme předpokládat, že hvězda měla průvodce (bílého trpaslíka), pak existuje domněnka, která vysvětluje zvýšený obsah lithia ve hvězdě tím, že v soustavě došlo k explozi novy. K tomu je zapotřebí, aby soustava tvořila těsnou dvojhvězdu, složkami jsou bílý trpaslík a normální hvězda hlavní posloupnosti nebo obr. V průběhu vývoje soustavy dochází k tomu, že materiál z normální složky přetéká na bílého trpaslíka, což má za následek růst jeho hmotnosti. Jejím zvyšováním dochází ke smršťování bílého trpaslíka, čímž se uvolňuje gravitační potenciální energie. Postupně narůstá teplota až do té doby, než se zapálí reakce CNO-cyklu. Reakce probíhají velice rychle a mají explozivní charakter. Při výbuchu novy je produkce lithia úměrná množství <sup>3</sup>He, které se přenese na bílého trpaslíka.

V případě soustavy HD 39853 by mohla explodující obálka novy ( $10^{-4}$  M<sub>s</sub>) obsahovat  $10^{-8}$  M<sub>s</sub> lithia. Odhaduje se, že 1/20 z celkového množství lithia byla zachycena obalem hvězdy. Úvahy opírající se o tuto teorii vedou k výsledkům, že v tomto případě by bylo log*N*(Li) = (2,6 - 3,3), což je hodnota v dobrém souhlasu s pozorováním.

Abychom mohli tyto úvahy potvrdit, je třeba zvážit, zda je splněno několik předpokladů nutných k uskutečnění této události. Bílý trpaslík by musel existovat ve vzdálenosti o málo větší než Rocheův lalok. Při rekonstrukci vzniku soustavy vyšlo najevo, že rozdělení na dvě složky je nepravděpodobné. Pro reprezentativní hodnoty

vzdálenosti mezi složkami  $r = 150 \text{ R}_{\text{S}}$  a hmotnostech odpovídající hmotnosti Slunce, vychází perioda 150 dní a průměrná rychlost 50 km.s<sup>-1</sup>. Pozorování ukazují, že změny hodnoty radiální rychlosti nejsou větší než 1 km.s<sup>-1</sup>. Pravděpodobnost, že bílý trpaslík jako průvodce hvězdy HD 39853 existuje ve vzdálenosti, pro kterou je možné tyto úvahy provádět, je menší než 10<sup>-3</sup>.

#### 6.4.3 Pohlcení objektu

Na hvězdu HD 39853 byla též aplikována hypotéza obohacení lithiem pohlcením tělesa. V úvahu přicházejí jen tři možné typy těles, které by se mohly v blízkosti hvězdy nacházet – terestrická planeta, planeta typu Jupiter a hnědý trpaslík. Myšlenku pohlcení terestrické planety rozpracoval J. B. Alexander [40] v roce 1967. Horní hranice obsahu lithia v takové planetě může být dána předpokladem, že planeta má složení typické pro planetu ze slunečního okolí bez obsahu H, He, C, N, O, Ne, Ar. Tento předpoklad pak dává hmotnost lithia menší než 6.10<sup>-12</sup> M<sub>S</sub>. Pro případ pohlcení terestrické planety je tato hodnota velmi malá a tento typ tělesa je vyloučen.

Planeta typu Jupitera má jádro o hmotnosti 20  $M_Z$  podobného složení jako terestrické planety a dále plynný obal o hmotnosti 300  $M_Z$ . Odhady obsahu lithia v těchto planetách se pohybují kolem  $10^{-10}$   $M_S$ , jenže ani tato hodnota neodpovídá obsahu lithia ve hvězdě HD 39853.

Podle povahy tělesa podobného hnědým trpaslíkům (hmotnost až 80 M<sub>J</sub>) se usuzuje, že maximální obsahy lithia mají právě tato tělesa. Množství lithia v povrchových vrstvách hvězdy HD 39853 při pohlcení hnědého trpaslíka je dáno relací  $N_{Li}$ (HD39853)  $\leq 0,3.N_{Li}$ (HT). Hmotnost obálky této hvězdy se odhaduje na  $0,2 M_{S}$ .

Uvažujeme-li teorii pohlcení hnědého trpaslíka, pak podle obsahu lithia stanoveného na hodnotu 2,8 musí být spodní hranice obsahu lithia v hnědém trpaslíkovi  $\geq$  3,3. V problematice obsahu lithia ve hvězdách se také můžeme setkat se srovnáním s prostorovou rychlostí daného objektu. Z měření provedenými A. M. Boesgaard a M. Tripicco [41] vyplývá, že žádný objekt s prostorovou rychlostí 100 km.s<sup>-1</sup> nemá obsah lithia větší než log*N*(Li) = 2,5. Proto je podle tohoto uvážení

nepravděpodobné, že by zvýšený obsah ve hvězdě způsobilo pohlcení hnědého trpaslíka.

# 6.4.4 Nukleosyntéza

Tato možnost byla již probírána v kapitole 3.8.5. Vzhledem k evoluční fázi hvězdy a nedostatečného zastoupení s-prvků autor tento mechanismus též vylučuje.

# 7 Výpočty a diskuse

V této kapitole se zabývám praktickou částí diplomové práce. K dispozici jsem měl intenzitní záznam hvězdy HD 39853 pořízený v Ondřejově a z něj jsem měl určit fyzikální a chemické vlastnosti atmosféry studovaného objektu. K tomuto účelu jsem využil jednak program SYNSPEC, jehož výstupem je syntetické spektrum hvězdy pro vypočtený model atmosféry, které jsem poté srovnával s intenzitním záznamem a také program WIDTH, počítající na základě příslušného modelu atmosféry a ekvivalentních šířek vybraných prvků jejich obsah v atmosféře.

## 7.1 Spektrogram

Intenzitní záznam hvězdy HD 39853 byl získán na 2m dalekohledu AsÚ ČSAV Ondřejov v lednu roku 2002. Údaje týkající se získání intenzitního záznamu shrnuje tabulka 6. Více informací o 2m dalekohledu jsou k dispozici na [37]. Záznam byl pořízen v intervalu vlnových délek (6259 – 6771) Å.

	5 1	
parametr	Hodnota	
datum expozice	29.1.2002	
začátek expozice	19:52:56	
konec expozice	21:15:06	
doba expozice	4930 s	
spektrograf	COUDE 700'	
detektor	SITe 2000x800	
tlak	972 hPa	
venkovní teplota	8,0 °C	
venkovní vlhkost	59,50 %	

Tabulka 6: Parametry expozice

### 7.2 Výpočet modelu atmosfér

Modely hvězdných atmosfér využívají rovnice přenosu záření spolu s rovnicemi popisujícími obsazení hladin, rovnice hydrostatické rovnováhy a případně rovnice popisující tok energie prostřednictvím konvekce [15]. Modelem atmosféry se rozumí průběh různých fyzikálních veličin a parametrů (např. hustota látky a elektronů, elektronová teplota) v atmosféře hvězdy. Parametry pro výpočet modelů hvězdných atmosfér jsou efektivní teplota, velikost gravitačního zrychlení na povrchu hvězdy a obsah těžších prvků.

Pro výpočty modelů hvězdných atmosfér jsem používal program ATLAS9 [42] vyvinutý Robertem L. Kuruzem. Při výpočtech používá LTE, dále předpokládá planparalelní atmosféru v hydrostatické rovnováze a zahrnuje opacity s použitím opacitní distribuční funkce, pro jejíž výpočet se využívá přibližně 58 milionů atomárních a molekulárních čar.

Při výpočtu modelů atmosfér je obtížné přesné zahrnutí čárové absorpce miliónů čar [34]. To by znamenalo počítat modely atmosfér řádově v desítkách miliónů frekvencí. Zjednodušení nabízí právě opacitní distribuční funkce. Ty jsou definovány na zadaném intervalu frekvencí jako funkce parametru X. Pro zadané X je P(X)definováno jako podíl celkové délky intervalu, kde je opacita menší než X ku celkové délce intervalu. Tímto způsobem je možné aproximovat složitý průběh funkce  $\chi_v$ monotónní závislostí P(X).

Tento program zahrnuje též konvekci, a to pomocí teorie délky promíchávání. Jedná se o charakteristickou délku promíchávání, na které dochází k výměně energie konvekcí.

Výchozí modelové parametry hvězdy HD 39853 jsou:  $T_{eff}$  = 3900 K, log g = 1,16,  $\xi_{\mu}$  = 1,0 km.s<sup>-1</sup>. Modely jsem počítal pro efektivní teploty 3800 K, 3900 K, 4000 K. Povrchové gravitační zrychlení: 1,0, 1,16, 1,50. Ve všech modelech je započítán vliv molekul. Délka promíchávání byla zvolena 1,5. Model byl počítán ve 40 hloubkových bodech.

## 7.3 Identifikace spektrálních čar

Ve spektru chladných hvězd nacházíme obrovské množství čar. Znamená to, že při těchto nízkých teplotách existuje mnoho prvků ve hvězdné atmosféře v neutrálním či excitovaném stavu. V získaném spektru jsem prováděl identifikaci těch čar, jejichž ekvivalentní šířka byla řádově v desítkách mÅ, přičemž jsem používal katalogy [38,39]. Ve spektru byly nejvíce zastoupeny čáry železa, titanu, vanadu, niklu, vápníku. Velmi nápadná je absorpční čára lithia (6709,8 Å), která je druhou nejvýraznější čarou ve sledovaném rozsahu spektra. V příloze 2 jsou pro názornost zobrazeny tři úseky spektra.

# 7.4 Výsledky z programu Synspec

Program SYNSPEC [11] slouží k výpočtu syntetického spektra. Načítá seznam čar a dynamicky vybírá čáry, které přispívají k celkové opacitě. Program započítává fotoionizace z explicitních hladin, volně-volnou opacitu explicitních iontů, rozptyl na volných elektronech, opacitu H<sup>-</sup> a opacitu H<sub>2</sub><sup>+</sup>, založené na fyzikálních parametrech aktuální atmosféry. SYNSPEC řeší rovnici přenosu záření ve vlnových délkách určených vstupním intervalem. Vlnové délky pro výpočet spektra program určuje automaticky tak, aby dostatečně přesně popsal průběh čarové opacity. Výpočet spektra lze provést za předpokladu LTE i NLTE.

Syntetické spektrum jsem počítal v intervalu vlnových délek (6300 - 6770) Å. Do výpočtu se zahrnuje též rychlost rotace hvězdy a instrumentální profil (způsobený nedostatečnou rozlišovací schopností přístroje, aberací a difrakcí). Rotační rychlost hvězdy jsem převzal z [22], tedy *v*.sin *i* = 3,1 km.s<sup>-1</sup>. Obrázek 1 ukazuje, jaký vliv má instrumentální profil na výsledné syntetické spektrum. Obrázek 2 a obrázek 3 ukazují srovnání syntetického a pozorovaného spektra.



Obrázek 1: Vliv instrumentálního profilu na tvar spektrální čáry. Modře je hodnota 1,0, černě 0,6, červená odpovídá pozorovanému spektru.



Obrázek 2: Srovnání syntetického (červeně) a pozorovaného (černě) spektra v oblasti (6380-6420) Å.



Dále jsem porovnával syntetické spektrum s pozorovaným při změnách atmosférických parametrů, přičemž za abundanci lithia jsem dosadil hodnotu logN(Li) = 2,8 a ostatní prvky jsem ponechal ve slunečním složení. Obrázek 4 ukazuje závislost změny efektivní teploty na spektru, obrázek 5 závislost při změně povrchového gravitačního zrychlení, obrázek 6 změnu při různých hodnotách rychlosti mikroturbulence.

Z obrázku 4 vyplývá, že se zvyšující se teplotou lithiová čára zmenšuje svou hloubku. Je to dáno tím, že čím teplejší má hvězda atmosféru, tím více se v atmosféře nachází atomy v ionizovaném stavu a na úkor atomů ve stavu neutrálním.

Mnohem méně nápadná je změna intenzity čáry při proměnném povrchovém gravitačním zrychlení (obrázek 5), viz. vztah (48).

Observed spectrum vs. Teff



Obrázek 4: Srovnání pozorovaného spektra (černě) se spektrem syntetickým pro  $T_{eff}$  = 3800 K (modře),  $T_{eff}$  = 3900 K (zeleně) a  $T_{eff}$  = 4000 K (červeně).



Obrázek 5: Srovnání pozorovaného spektra (černě) se spektrem syntetickým pro log  $g = 1,0 \pmod{e}$ , log  $g = 1,16 \pmod{e}$  a log  $g = 1,5 \pmod{e}$ .



Obrázek 6: Srovnání pozorovaného spektra (černě) se spektrem syntetickým pro  $\xi_{\mu} = 0.5 \text{ km.s}^{-1} \text{ (modře)}, \xi_{\mu} = 1.0 \text{ km.s}^{-1} \text{ (zeleně)} a \xi_{\mu} = 1.5 \text{ km.s}^{-1} \text{ (červeně)}.$ 

Z obrázku 6 je vidět, že mikroturbulence se uplatňuje mnohem více v čáře železa (kolem 6706,3 Å) než v čáře lithia, přičemž teplota obě čáry ovlivňuje stejně.

Dále je na první pohled vidět u čáry lithia zleva blend. Při zvýšení zastoupení některého z kovových prvků (Fe, Si, Al,..) se profil čáry nijak nezměnil.

Pro velikost radiální rychlosti uvažuji hodnotu 80 km.s<sup>-1</sup>. Čára lithia vypadá, jakoby přiléhala k modrému křídlu pozorované čáry a tedy by se mohlo zdát, že radiální rychlost neodpovídá. Nicméně ve spektru je přibližně stejný počet čar, které leží na červeném křídle, nebo které jsou přímo uprostřed. Tento efekt by mohl být dán nízkou rozlišovací schopností spektrografu.

Na obrázku 7 je čára lithia s měnící se abundancí. Dno čáry pro logN(Li) = 3 by mohlo být maximální hodnotou obsahu tohoto prvku.



Obrázek 7: Srovnání pozorovaného spektra (černě) se spektrem syntetickým pro log*N*(Li) = 2,0 (modře), log*N*(Li) = 2,5 (zeleně), log*N*(Li) = 3,0 (červeně).

Porovnání spektra pozorovaného a spektra syntetického pro různé abundance vybraného prvku (Fe, Ti,..) potvrdilo, že se jedná o hvězdu chudou na kovy, viz obrázek (8 – 16).



Obrázek 8: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Fe I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 9: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Fe I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 10: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáry Fe I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 11: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Ni I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 12: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Ni I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 13: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Ca I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 14: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Ca I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 15: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Ti I (sol značí abundanci železa na Slunci).



Obrázek 16: Srovnání pozorovaného spektra se syntetickým pro čáru Cr I (sol značí abundanci železa na Slunci).

## 7.5 Chemické složení z programu WIDTH

Program WIDTH [42], jehož autorem je Kurucz, počítá obsah daného prvku metodou křivek růstu při zadaném modelu atmosféry. Jako vstup se používají ekvivalentní šířky čar a fyzikální konstanty, popisující přechod odpovídající dané čáře. Program je obecně použitelný pro větší počty čar.

K určování ekvivalentních šířek čar jsem vytvořil program v jazyce PASCAL, který využívá k jejich výpočtu obdélníkové pravidlo, viz. příloha 1. Jako vstup slouží dva soubory, jednak je to intenzitní záznam, a dále potom soubor, který obsahuje přibližnou vlnovou délku středu čáry a možný blend. Výstup programu je na obrázku 17.

Index	Cara [A]	Blend	Ekvivalentni sirka	[mA] Nazev
1	6709.80	n	475.0	Li
2	6326.90	1	161.5	Ti
3	6556.10	1	188.0	Ti
4	6601.00	1	232.3	Ti
5	6745.00	r	190.3	Ti
6	6360.50	1	244.0	Fe
7	6395.40	1	254.6	Fe
8	6413.40	r	185.8	Fe
9	6423.20	r	282.9	Fe
10	6432.60	1	314.0	Fe
11	6583.00	1	207.3	Fe
12	6340.75	r	109.6	Ni
13	6368.20	1	183.1	Ni
14	6588.20	n	122.9	Ni
15	6645.30	r	226.0	Ni
16	6440.90	n	269.4	Ca
17	6466.50	1	87.6	Ca
18	6473.40	n	191.7	Ca
19	6719.60	r	231.6	Ca
20	6351.30	n	59.3	V
21	6506.00	1	112.3	V
22	6533.20	r	124.1	V
23	6545.30	1	119.4	V
24	6580.60	r	68.5	V
25	6768.25	r	117.3	V
26	6564.50	n	1276.8	H
27	6698.00	r	146.7	Al
28	6266.80	r	233.2	Fe
29	6712.10	r	114.1	Fe
30	6705.40	n	99.3	Fe

Obrázek 17: Výstup programu počítající ekvivalentní šířky čar. Vstup uvažuje i blendy čar zleva (index l), zprava (index r) nebo žádný (index n).

Hodnota ekvivalentní šířky čáry lithia vyšla 475 mÅ. Gratton [23] uvádí hodnotu ekvivalentní šířky pro tuto čáru 474 mÅ, což je v dobrém souhlasu. Nicméně ekvivalentní šířky většiny čar vychází nadhodnocené. Příčinou je pravděpodobně nepřesné proložení kontinua.

Výpočet chemického složení atmosféry jsem počítal pouze pro  $T_{eff}$  = 3900 K a povrchové gravitační zrychlení log g = 1,16. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 7.

prvek	HD 39853	Gratton [23]	Slunce
Fe I	$7.87\pm0.29$	7.23	7.50
Ca I	$6.92\pm0.87$	6.24	6.36
Ti I	$5.56\pm0.43$	4.96	5.02

Tabulka 7: Výpočet obsahu vybraných prvků programem WIDTH a srovnání výsledků se slunečním obsahem [21] a hodnotami vypočtenými Grattonem [23]. Pro doplnění zde uvádím sluneční hodnoty.

Pro výpočet abundance lze využít dvou nejběžněji užívaných možností [15]. První způsob je vyjádření obsahu prvku A pomocí slunečního chemického složení:

$$\begin{bmatrix} A/H \end{bmatrix} = \log\left(\frac{N(A)}{N(H)}\right) - \log\left(\frac{N(A)}{N(H)}\right)_{Slunce}.$$
(49)

Pokud je veličina [A/H] kladná, pak abundance daného prvku je ve hvězdné atmosféře větší než abundance sluneční, v opačném případě je obsah daného prvku v atmosféře hvězdy menší než abundance sluneční.

Druhou často používanou možností je vyjádření abundance v logaritmické škále vzhledem k vodíku:

$$\log \varepsilon(A) = \log\left(\frac{N(A)}{N(H)}\right) + 12, \qquad (50)$$

přičemž platí, že log  $\varepsilon(H) = 12$ .

Program WIDTH vyžaduje pro výpočet minimálně tři čáry pro daný prvek. Běžně se program používá při mnohem větším počtu čar, než bylo použito v mém případě (čar Fe bylo použito šest, ostatních prvků 3 čáry). Vzhledem k tomu, že hodnoty ekvivalentních šířek většiny čar vyšly nadhodnocené, pak také obsah prvků vychází větší, než ve skutečnosti.

# 7.6 Lithiová čára 6707 Å, model atomu Li

De la Reza a spol. [43] se zabývali vlivem záření a obsahu lithia na profil čáry. Ke studiu použily model atomu lithia se čtyřmi hladinami plus kontinuum se třemi neutrálními čarami: 6707,8 Å (2s-2p), 8126,44 Å (2p-3d) a 6103,6 Å (2p-3d). Poslední dvě čáry vznikají ve hlubších vrstvách atmosféry, rezonanční dublet vzniká

ve vnějších vrstvách. Z jejich výsledků plyne, že v uhlíkových hvězdách s efektivními teplotami (3500 – 3800) K je lithium kompletně ionizované, fotoionizační procesy jsou mnohem důležitější než ionizace srážkami. S výjimkou čáry na 6708 Å je zdrojová funkce převážně konstantní nebo větší než Planckova funkce v oblastech, kde je čára opticky tenká. Pouze v oblastech vzniku rezonanční čáry je zdrojová funkce menší. Profil čáry je velmi citlivý na množství obsahu tohoto prvku, méně citlivý je na teplotu chromosféry. Není ovlivněn odchylkami zdrojové funkce od Planckovy v kontinuu. Ekvivalentní šířky a profily čar, které jsou nezávislé na abundanci, mohou být použité k rozlišení horkých a chladných chromosfér.



Obrázek 18: Model atomu lithia (vlnové délky jsou uvedeny v Å).

Obsah lithia ve hvězdách se velmi často určuje z rezonančního dubletu na vlnové délce 6707 Å, vlnové délky jsou 6707,761 Å a 6707,912 Å [44]. Tento rezonanční dublet je vhodným kandidátem pro studování NLTE efektů, protože ve většině hvězd jsou čáry opticky tenké a lithium má nízkou hodnotu ionizačního potenciálu (5,4

eV). Pouze malé množství lithia zůstává neutrální, proto vznik rezonančních čar je posunuto do svrchních vrstev fotosféry, které jsou chladnější. Steenbock a spol. ukázali, že pro pro výpočet v NLTE je nutné počítat s modelem atomu lithia s osmi hladinami plus kontinuum se zahrnutím osmi vázaně-vázaných přechodů, jak ukazuje obrázek 18.

Dále je nutné zahrnout ionizující pole UV záření. Ionizační rovnováha lithia je řízena polem záření s vlnovými délkami kratšími než 3500 Å, ve kterých nastává fotoionizace ze dvou nejnižších stavů. Je zřejmé, že záření ve vrstvách chladných hvězd, kde dochází k formování čar, je silně ovlivněno absorpcí a pravděpodobně i re-emisí v těchto čarách.

De la Reza a spol. [45] prováděli analýzu LTE a NLTE lithiových K obrů. Pro NLTE výpočty použili osmihladinový atom lithia plus kontinuum. Explicitní výpočty provedli pro vázaně-vázané přechody (2s-2p. 2p-3d, 2p-3s) a vázaně volné přechody z hladin 2s, 3d, 3s.

Pozorování kontinua v oblasti vlnových délek (2000 – 3300) Å použili pro výpoče ionizujícího pole záření z hladin 2s a 2p, protože pole záření s vlnovými délkami kratšími než 3500 Å dominuje fotoionizačním procesům ze dvou nejnižších hladin. Zjistili, že UV kontinuum dobře souhlasí s teplotou absolutně černého tělesa pro hvězdu, HD 39853 je to 3700 K. Protože tato teplota je menší než hvězdě odpovídá, můžeme v první aproximaci zanedbat záření chromosféry, které by ovlivňovalo vznik lithiové čáry.

## 8 Závěr

Ačkoliv jsou lithiové hvězdy vzácné, nacházíme je v různých fázích hvězdného vývoje. Na otázku, proč některé hvězdy vykazují silné čáry lithia, neexistuje obecně uznávaná odpověď. V práci jsem zmínil základní procesy, o kterých uvažuje současná astrofyzika.

V praktické části diplomové práce jsem zpracoval spektrogram lithiové hvězdy HD 39853 spektrálního typu K5III. Jedná se o chladnou hvězdu. Důkazem může být množství absorpčních čar v jejím spektru, viz. příloha 2. Pomocí dvou různých postupů jsem se snažil zjistit chemické složení atmosféry.

Výpočty syntetického spektra pomocí programu SYNSPEC ukazují, že studovaná hvězda má vzhledem ke Slunci menší obsah kovů, tedy jedná se o hvězdu chudou na kovy (obrázky 8-16). Ve sledovaném úseku spektra se nachází výrazná čára lithia. Ve skutečnosti se jedná o lithiový dublet, který vzhledem k rozlišovací schopnosti spektrografu nelze rozlišit. Uváděnou hodnotu obsahu lithia v atmosféře hvězdy,  $logN(Li) = (2,8 \pm 0,2)$  [23], mohu potvrdit porovnáním pozorovaného a syntetického spektra, viz. obrázek 7. Dále je možno ukázat vliv povrchové teploty na změnu obsahu tohoto prvku v atmosféře hvězdy, obrázek 4. Je zřetelné, že se zvyšující se teplotou obsah lithia v atmosféře hvězdy klesá.

Chemické složení atmosféry hvězdy jsem se pokusil určit také programem WIDTH, který obsah daného prvku počítá metodou křivek růstu při zadaném modelu atmosféry. Program je totiž obecně použitelný při znalosti většího počtu čar. Také pravděpodobně nepřesné proložení kontinua vedlo k větším hodnotám ekvivalentních šířek čar, což mělo za následek nadhodnocený obsah vybraných prvků.

Studium lithia ve hvězdách pomáhá k lepšímu pochopení procesů probíhajících v konvektivních zónách hvězd hlavní posloupnosti, vzhledem k teplotě hoření lithia. Rovněž je důležité při studiu procesů odehrávajících se v raném vesmíru.

# Literatura

- [1] Mikulášek Z., Úvod do fyziky hvězd, Brno, 1999
- [2] Drška L., Klimeš B., Slavík B.J., Základy atomové fysiky, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1958
- [3] Macháček M., Encyklopedie fyziky, Mladá fronta, Praha, 1995
- [4] Vanýsek V., Základy astronomie a astrofyziky, Academia, Praha, 1980
- [5] http://pearl1.lanl.gov/periodic/elements/3.html
- [6] http://www.worldhistory-poster.com/en/timeline\_frame.html?screenshots/ origin\_of\_universe.html
- [7] http://outreach.web.cern.ch/outreach/public/cern/PicturePacks/BigBang/captions. html
- [8] http://www.physics.fsu.edu/courses/spring98/ast1002/Cosmology/
- [9] http://instruct1.cit.cornell.edu/courses/astro101/lec32.htm
- [10] http://blueox.uoregon.edu/~jimbrau/astr123/Notes/Chapter27.html
- [11] http://tlusty.gsfc.nasa.gov
- [12] Špolskij E.V., Atomová fysika I, Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1957
- [13] http://www.astronomy.ohio-state.edu/~pogge/Ast162/Unit1/sptypes.html
- [14] Suzuki K.T., Yoshii Y., Beers T.C., 2000, ApJ 540, 99
- [15] Mikulášek Z., Krtička J., Fyzika horkých hvězd, Brno, 2003
- [16] Gregorio-Hetem J., Lépine J.R.D., Quast G.R., Torres C.A.O., de la Reza R., 1992, AJ 103, 549

- [17] Randich S., Pasquini L., Pallavicini R., 2000, AA 356, L25
- [18] Umezu M., Saio H., 2000, MNRAS 316, 307
- [19] Soderblom D.R., King J.R., Siess L., Jones B.F., Fischer D., 1999, AJ 118, 1301
- [20] Botoš P., bakalářská práce, PřF MU, Brno 2002
- [21] Grevesse, Sauval, 1998, Space Sci. Rev. 85, 161
- [22] Charbonnel C., Balachandran S.C., 2000, AA 359, 563
- [23] Gratton R.G., D'Antona F., 1989, AA 215, 66
- [24] Wallerstein G., Sneden C., 1982, ApJ 255, 577
- [25] Yakovina L.A., Pavlenko Y.V., Abia C., 2002, astro-ph/0208525 v1
- [26] Castilho B.V., Gregorio-Hetem J., Spite F., Barbuy B., Spite M., 2000, AA 364, 674
- [27] Kraft R.P., Peterson R.C., Guhathakurta P., Sneden C., Fulbright J.P., Langer G.E., 1999, ApJ 518, L53
- [28] Pilachowski C.A., Sneden C., Hudek D., 1990, AJ 99, 1225
- [29] Giridhar S., Ferro A.A., Mathias P., 2001, Bull. Astr. Soc. India 29, 289
- [30] de la Reza R., Drake N.A., da Silva L., 1996, ApJ 456, L115
- [31] Swenson F.J., Faulkner J., 1992, ApJ 395, 654
- [32] de Medeiros J.R., do Nascimento Jr. J.D., Sankarankutty S., Costa J.M., Maia M.R.G., 2000, AA 363, 239
- [33] Sackmann I.J., Boothroyd A.I., 1999, ApJ 510, 217
- [34] Krtička J., diplomová práce, PřF MU, Brno 1998
- [35] Mihalas D., Stellar Atmospheres, San Francisko, Freeman & Co., 1978 (ruský překlad Moskva 1982)
- [36] Rutten R.J., Radiative Transfer In Stellar Atmospheres, Sterrekundig Instituut Utrecht, Institute of Theoretical Astrophysics Oslo, 2003

http://www.astro.uu.nl/~rutten)

- [37] http://stelweb.asu.cas.cz
- [38] Moore C.E., Minnaert M.G.J., Houtgast J., The Solar Spectrum 2935A to 8770A, 1996, National Bureau of Standards
- [39] Štefl V., Spectra of K type giants alfa Arietis and alfa Cassiopeiae, Folia FAC.SCI. NAT. UNIV. PURK. BRUN., PHYSICA 43, 1985, vol XXVI, 43
- [40] Alexander J.B., 1967, Obs.87, 238
- [41] Boesgaard A.M., Tripicco M.J., 1986, ApJ 303, 724
- [42] Kurucz R.L., CD-ROM No. 18: ATLAS9 Stellar Atmosphere Programs and 2km/s Grid, Cambridge, Smithsonian Astrophys. Obs., 1993
- [43] de la Reza R., Querci F., 1978, AA 67, 7
- [44] Steenbock W., Holweger H., 1984, AA 130, 319
- [45] de la Reza R., da Silva L., 1995, AJ 439, 917

# Přílohy

## Příloha 1

```
program eqwidth;
{$F+}
{$N+}
uses WinDos, crt;
const
 maxDim=2500;
label
 1,2;
var inname,outname,incary:string;
    n,nleft,nright,nmax,carmax,maxinten,i,ncol,xcol,ycol:integer;
    f,g,h,r:text;
    a,b,u:real;
    x,y:array [1..maxDim] of real;
    cara,eqw:array [1..35] of real;
    nazev:array [1..35] of string;
    blend:array [1..35] of string[2];
    v:string;
    q:string[2];
begin
  write('Zadejte jmeno souboru se sloupci dat: ');
  readln(inname);
  write('Zadejte pocet sloupcu ve vstupnim souboru : ');
  readln(ncol);
  write('Zadejte poradi sloupce s x-ovymi hodnotami: ');
  readln(xcol);
  write('Zadejte poradi sloupce s y-ovymi hodnotami: ');
  readln(ycol);
  write('Zadejte jmeno vystupniho souboru: ');
  readln(outname);
                       {nacita soubor s vlnovymi delkami a
  assign(f, inname);
                                              intenzitami }
  reset(f);
  n := 0;
  nmax:=0;
  while not eof(f) do begin
    i:=0;
    inc(n);
    while not eof(f) and (i<ncol) do begin
      inc(i);
      Read(f, u);
      if i = xcol then x[n]:=u;
      if i = ycol then y[n]:=u;
    end;
  end;
  nmax:=n;
  close(f);
  write('Zadej jmeno souboru s merenymi carami: ');
```

```
readln(incary);
  assign(h,incary);
                        {nacita soubor s carami ktere chceme
                                                     promerit }
  reset(h);
  n:=0;
  while not eof(h) do begin
    i:=0;
    inc(n);
    while not eof(h) and (i<3) do begin
      inc(i);
      if i=1 then begin Read(h, u); cara[n]:=u; end;
      if i=3 then begin Read(h, v); nazev[n]:=v; end;
      if i=2 then begin Read(h, q); blend[n]:=q[2]; end;
    end;
  end;
  carmax:=n;
  close(h);
  assign(r,'smazat.dat');
  rewrite(r);
  for i:=1 to carmax do
                           {pro kazdou caru pocita ekv.sirku}
    begin
    n := 0;
    repeat
      inc(n);
    until cara[i] <= x[n];</pre>
    while y[n+1] < y[n] do inc(n);</pre>
                                    {hled minimum intenzity}
    while y[n-1] < y[n] do dec(n);
    maxinten:=n;
                          {hled n; intervalu, ve kterem se cara
nachazi}
    while y[n-1] \ge y[n] do
                           {levy interval}
    begin
      dec(n);
      a:=0;
      a:=(-1)*(y[n-1]-y[n])/(x[n-1]-x[n]);
      a:=arctan(a);
      a:=a*180/3.1415926;
      writeln('hodnota a: ',a:3:1);
      if a<5 then goto 1;
    end;
1: nleft:=n;
    n:=maxinten;
    while y[n+1]>=y[n] do {pravy interval}
    begin
      inc(n);
      b := 0;
      b := (y[n+1] - y[n]) / (x[n+1] - x[n]);
      b:=arctan(b);
      b:=b*180/3.1415926;
      writeln('hodnota b: ',b:3:1);
      if b<10 then goto 2;
    end;
2: nright:=n;
    eqw[i]:=0;
    if i=2 then nright:=nright+1;
    if i=4 then
    begin
      eqw[i]:=1000*(x[maxinten]-(x[maxinten]+x[maxinten-1])*0.5)*(1-
y[maxinten]);
    end:
    if i=5 then nleft:=nleft-1;
    if i=7 then nright:=nright+1;
```

```
if i=10 then nright:=nright+1;
   if i=11 then nright:=nright+1;
   if i=13 then nright:=nright+1;
    if i=15 then
   begin
      eqw[i]:=1000*((x[maxinten]+x[maxinten+1])*0.5-x[maxinten])*(1-
y[maxinten]);
    end;
    if i=16 then nright:=nright+1;
    if i=29 then nleft:=nleft+1;
   write(r,i,' ',nazev[i],' ',blend[i]);
   write(r, ' L: ', x[nleft]:9:4);
    write(r,' S: ',x[maxinten]:9:4);
   write(r, ' P: ',x[nright]:9:4);
   writeln('Pocet bodu
                         : ',nright-nleft+1);
    if blend[i]='n' then
   begin
      writeln('Stred: ',x[maxinten]:8:4);
      for n:=nleft to (nright-1) do
     begin
        eqw[i] := eqw[i] + 1000*(x[n+1] - x[n])*((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5;
        write('bod1: ',x[n]:9:4);
        write(' bod2: ',x[n+1]:9:4);
        write(' yps1: ',(1-y[n]):5:4);
        writeln(' yps2: ',(1-y[n+1]):5:4);
        write(' ystred: ', (((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5):5:4);
        writeln('
                  ',eqw[i]:5:1);
      end:
   end:
    if blend[i]='l' then
   begin
      writeln('Stred: ',x[maxinten]:8:4);
      for n:=maxinten to (nright-1) do
     begin
        eqw[i]:=eqw[i]+1000*(x[n+1]-x[n])*((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5;
        write('bod1: ',x[n]:9:4);
       write(' bod2: ',x[n+1]:9:4);
       write(' yps1: ',(1-y[n]):5:4);
       writeln(' yps2: ',(1-y[n+1]):5:4);
       write(' ystred: ',((((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5):5:4);
        writeln('
                  ',eqw[i]:5:1);
      end;
      eqw[i]:=2*eqw[i];
    end;
    if blend[i]='r' then
   begin
      writeln('Stred: ',x[maxinten]:8:4);
      for n:=nleft to (maxinten-1) do
     begin
        eqw[i]:=eqw[i]+1000*(x[n+1]-x[n])*((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5;
       write('bod1: ',x[n]:9:4);
       write(' bod2: ',x[n+1]:9:4);
       write(' yps1: ',(1-y[n]):5:4);
       writeln(' yps2: ',(1-y[n+1]):5:4);
       write(' ystred: ',(((1-y[n+1])+(1-y[n]))*0.5):5:4);
       writeln('
                  ',eqw[i]:5:1);
      end;
      eqw[i]:=2*eqw[i];
    end;
    writeln('
               Ekvivalentni sirka: ',eqw[i]:7:1);
   writeln(r,(1-y[maxinten]):8:4,eqw[i]:7:1);
```

```
end;
 close(r);
 assign(g,outname); {ulozeni vysledku do souboru}
 rewrite(g);
 writeln(g,'
          Index Cara [A] Blend Ekvivalentni sirka [mA]
Nazev '); {angstrom = alt+143}
writeln(g, '-----
----');
 for i:=1 to carmax do
 begin
',nazev[i])
                                ',nazev[i]);
 end;
 close(g);
 repeat until keypressed;
end.
```

# Příloha 2


