

MASARYKOVA UNIVERZITA  
Přírodovědecká fakulta  
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



**DIPLOMOVÁ PRÁCE**  
**Analýza spekter horkých hvězd s pomocí programu VO-Korel**

Šárka Dvořáková

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Viktor Votruba, Ph.D.

BRNO 2013

# Bibliografický záznam

**Autorka:** Bc. Šárka Dvořáková  
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita  
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

**Název práce:** Analýza spekter horkých hvězd s pomocí programu VO-Korel

**Studijní program:** Fyzika

**Studijní obor:** Teoretická fyzika a astrofyzika

**Vedoucí práce:** Mgr. Viktor Votruba Ph.D.

**Akademický rok:** 2013

**Počet stran:** 65

**Klíčová slova:** *b* Persei, disentangling, radiální rychlost, redukce , VO-KOREL

# Bibliographic entry

**Author:** Bc. Šárka Dvořáková  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

**Title of Thesis:** Spectral analysis of the hot stars with the help of VO-Korel

**Degree Programme:** Physics

**Field of study:** Theoretical physics and astrophysics

**Supervisor:** Mgr. Viktor Votruba Ph.D.

**Akademic Year:** 2013

**Number of Pages:** 65

**Keywords:** *b* Persei, disentangling, radial velocity, reduction , VO-KOREL



Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta



## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Student** : Bc. Šárka Dvořáková, učo 323985  
**Studijní program** : Fyzika  
**Studijní obor** : Teoretická fyzika a astrofyzika

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PŘF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s tématem:

### **Analýza spekter horkých hvězd s pomocí programu VO-Korel** Spectral analysis of the hot stars with the help of VO-Korel

Zásady pro vypracování: Úkolem studenta bude analyzovat spektra vybraných horkých hvězd s programem stelárního oddělení. V první části se zapojí do pozorovacího programu a pořídí spektra vybraných hvězd s pomocí 2M dalekohledu. Následně pořízená spektra zredukuje a spolu s celou sadou dostupných spektroskopických pozorování se pokusit rozplést kombinovaná spektra s pomocí interaktivního programu VO-Korel, určit resp. zpřesnit základní parametry soustavy a s použitím dalších programů jako je SHELLSPEC upřesnit fyzikální představu o těchto hvězdách. Výsledky by měli být prezentovány kromě diplomové práce také v recenzovaném článku. Práce navazuje na předchozí bakalářskou studii.


Po domluvě s vedoucím DP může být DP napsána v českém, slovenském a anglickém jazyce.

*Vedoucí diplomové práce* : Mgr. Viktor Votruba, Ph.D.  
*Datum zadání diplomové práce* : prosinec 2011  
*Datum odevzdání diplomové práce* : dle harmonogramu ak. roku 2012/2013

V Brně prosinec 2011

  
Rikard von Unge  
ředitel ÚTFA

Zadání diplomové práce převzal dne:

  
Podpis studenta

Na tomto místě chci poděkovat svému vedoucímu Viktoru Votrubovi a Pavlovi Koubskému za cenné rady a velkou trpělivost. Dále Kláře Šejnové za pomoc s programem SHELLSPEC. A samozřejmě také svým rodičům za podporu v průběhu celé práce. Nakonec chci poděkovat dalším zaměstnancům stelárního oddělení za poskytnuté konzultace.

Prohlašuji, že jsem svou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných zdrojů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne 17.5.2013

Šárka Dvořáková

# Abstrakt:

Cílem práce je zlepšení odhadu orbitálních parametrů a nalezení spekter jednotlivých složek trojhvězdného systému *b* Persei. Práce též obsahuje popis zisku dat, jejich zpracování a následné použití programu VO-KOREL. Zmíněn je též program SHELLSPEC, pomocí kterého jsme se pokusili ověřit model pro systém *b* Persei. Závěrem práce je hrubý odhad spektrálního typu komponent, orbitální parametry, spektra jednotlivých komponent v čáře železa, hořčíku a  $H_\alpha$ .

# Abstract:

The goal of the thesis is better estimate of orbital parameters and finding of spectra of components of the triple system *b* Persei. Thesis include part about observation, reduction of spectra and section about VO-KOREL. Software SHELLSPEC is also described in this thesis and we use it for confirmation of model of the *b* Persei system. The elemental guess of spectral types of the components, orbital parameters and spectra of single components in Fe, Mg and  $H_\alpha$  line are in the conclusion.

# Obsah

<b>1 ANALÝZA SPEKTER HORKÝCH HVĚZD</b>	<b>9</b>
1.1 ÚVOD . . . . .	9
1.2 SPEKTRÁLNÍ KLASIFIKACE . . . . .	9
1.3 HVĚZDNÉ SYSTÉMY A JEJICH VÝZNAM . . . . .	11
1.3.1 SPEKTROSKOPICKÉ HVĚZDNÉ SYSTÉMY . . . . .	11
<b>2 POHYB VE DVOJHVĚZDĚ</b>	<b>13</b>
2.1 KEPLEROVY ZÁKONY . . . . .	13
2.2 POPIS ORBITÁLNÍ DRÁHY . . . . .	15
2.3 DOPPLERŮV JEV A JEHO DŮSLEDKY . . . . .	15
2.4 KŘIVKA RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ . . . . .	17
2.4.1 VELIČINY VYSTUPUJÍCÍ V KŘIVCE RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ . . . . .	19
2.5 KEPLEROVA ROVNICE . . . . .	19
2.6 URČENÍ PARAMETRŮ POMOCÍ KŘIVKY RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ . . . . .	21
2.6.1 SOUVISLOST K-RYCHLOSTI A HMOTNOSTI . . . . .	22
<b>3 KOREL</b>	<b>24</b>
3.1 METODA DISENTANGLINGU . . . . .	24
3.2 SOUBORY VSTUPUJÍCÍ DO PROGRAMU KOREL . . . . .	25
3.2.1 ZADÁNÍ VSTUPNÍCH PARAMETRŮ . . . . .	26
3.2.2 PŘÍPRAVA DAT . . . . .	28
3.3 VO-KOREL . . . . .	30
3.3.1 VLIV ŠUMU . . . . .	30
3.3.2 URČOVÁNÍ CHYB HODNOT VYPOČTENÝCH VO-KORELEM . . . . .	32
<b>4 POZOROVÁNÍ</b>	<b>34</b>
4.1 POŘÍZENÍ SPEKTRA . . . . .	34
4.1.1 ZÁZNAM POZOROVACÍ NOCI . . . . .	35
4.1.2 EXPOZICE . . . . .	38
4.2 TECHNICKÉ ZÁZEMÍ . . . . .	38
4.2.1 DALEKOHLED . . . . .	38
4.2.2 SPEKTROGRAF . . . . .	41
4.2.3 CCD . . . . .	42

<b>5</b>	<b>REDUKCE SPEKTER</b>	<b>44</b>
5.1	KOREKČNÍ A KALIBRAČNÍ SNÍMKY . . . . .	44
5.2	IRAF . . . . .	46
5.2.1	TRASOVÁNÍ A ODEČÍTÁNÍ POZADÍ . . . . .	47
5.2.2	DISPERZNÍ RELACE . . . . .	48
5.2.3	HELIOCENTRICKÁ KOREKCE . . . . .	48
5.3	REKTIFIKACE SPEKTER . . . . .	49
5.4	TELURICKÉ ČÁRY . . . . .	49
5.4.1	POZITIVA A NEGATIVA . . . . .	50
5.4.2	ODSTRANĚNÍ TELURICKÝCH ČAR POMOCÍ A-HVĚZD . . . . .	50
5.4.3	ODSTRANĚNÍ TELURICKÝCH ČAR POMOCÍ VO-KOREL . . . . .	51
<b>6</b>	<b>HVĚZDNÝ SYSTÉM B PERSEI</b>	<b>54</b>
6.1	CO O NÍ VÍME . . . . .	54
6.2	B PERSEI POD DROBNOHLEDEM . . . . .	55
6.3	SHELLSPEC . . . . .	61
<b>7</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>63</b>



# Kapitola 1

## ANALÝZA SPEKTER HORKÝCH HVĚZD

### 1.1 ÚVOD

Rozbor záření hvězd je jedinou možností, jak dnes můžeme tyto objekty zkoumat.<sup>1</sup> Já jsem svá pozorování prováděla pomocí Perkova dalekohledu v Ondřejově, kde je k dispozici vysokodisperzní spektrograf. Obsahem této diplomové práce je tedy spektroskopická analýza systémů horkých hvězd za účelem určení orbitálních parametrů. K práci jsem používala především software vyvinutý P. Hadravou a v současnosti modifikovaný pro webové rozhraní P. Škodou VO-KOREL, jehož nejnovější a stále vyvíjená verze nyní běží na serveru VO-CLOUD<sup>2</sup>.

Součástí práce je též základní redukce spekter, ke které jsem využila robustní postupy programu IRAF<sup>3</sup> (Image Reduction and Analysis Facility) vyvinutého ke zpracovávání astronomických dat skupinou pracující na Národní optické astronomické observatoři (NOAO) v Arizoně. Na konci své práce jsem uvedla nástin využití softwaru SHELLSPEC. Jelikož práce s tímto programem není hlavním cílem, zabývám se jím pouze okrajově a uvádím jen základní postupy a výsledky.

Diplomová práce samozřejmě obsahuje též teoretický úvod do problematiky křivek radiálních rychlostí v kapitole 2 a metody disentanglingu, kapitola 3.1. Vlastní výsledky a závěry jsou uvedeny v kapitole 6.2.

Celá práce navazuje na bakalářskou studii *Studium spektroskopických dvojhvězd*.

### 1.2 SPEKTRÁLNÍ KLASIFIKACE

W. Flemingová a E. Pickering pečlivým zkoumáním hvězdných spekter přišli na charakteristické podobnosti a začali tedy hvězdy podle těchto charakteristických vlastností třídit. Tato klasifikace se nazývá Harvardská. Postupem doby byla doplněna a je používána dodnes.

Harvardská spektrální klasifikace třídí hvězdy do skupin označovaných jednotlivými písmeny: O, B, A, F, G, K, M. Tato klasifikace byla s rostoucími pozorovatelskými možnostmi

---

<sup>1</sup>Samozřejmě mimo Slunce. To je k nám velmi blízko, čímž umožňuje například detekci a zkoumání částic slunečního větru.

<sup>2</sup><http://vocloud.asu.cas.cz/app/>

<sup>3</sup><http://iraf.noao.edu/>

dále zjemněna, a to pomocí čísel u každé třídy v rozsahu 0 - 9. Dále byla doplněna speciálními třídami pro chladné hvězdy L, T, Y. K přesnější charakterizaci hvězdy byly zavedeny luminositní třídy uváděné za hlavní spektrální klasifikací. Luminositní třídu lze též odvodit ze spektra, odpovídá stupni vývoje hvězdy a je označována římskými číslicemi. Pro ilustraci: Slunce má jako chladnější hvězda hlavní posloupnosti spektrální klasifikaci G2V.

Harvardská klasifikace je úzce spojena s teplotou atmosfér hvězd. Excitace nebo ionizace prvků v určitém objemu totiž závisí na teplotě plazmy v tomto objemu. A to podle Boltzmanovy rovnice excitační rovnováhy či Sahovy rovnice ionizační rovnováhy.

Hvězdy se sice skládají převážně z vodíku a helia, nicméně i z malého množství těžších prvků, souhrnně nazývaných kovy. Z Boltzmanovy (Sahovy) rovnice plyne, že stupeň excitace (ionizace) závisí na teplotě okolní plazmy a frekvenci záření. S různou teplotou se však nemění pouze množství excitovaných atomů, ale jsou excitovány (ionizovány) atomy různých prvků<sup>4</sup>. U chladných hvězd pozorujeme změň čar kovů a molekulové pásy, u hvězd horkých se spektra pročišťují a roste síla vodíkových čar, např.: čáry  $H_\alpha$  (6563 Å), která nabývá maxima pro spektrální třídu A ( $T \sim 10\,000\text{K}$ ). Hvězdy spektrálních tříd O až A jsou tedy obecně považovány za horké, kdežto hvězdy od třídy F dále za chladné.

Pro většinu astronomických pozorování jsou stěžejní právě spektrální čáry a jejich profily. Bylo by vhodné se tedy alespoň stručně zmínit o jejich vzniku.

## VZNIK SPEKTRÁLNÍCH ČAR

Chceme-li tomuto tématu řádně porozumět, je třeba detailní popis struktury atomů za pomoci kvantové teorie. V této práci pouze nastíním princip vzniku spektrálních čar, rigórní přístup lze nalézt ve většině učebnic kvantové mechaniky. Situaci popíšu pro atom vodíku, jako základního kamene chemického složení hvězd.

Atom vodíku obsahuje pouze jeden elektron ve svém elektronovém obalu. Představme si elektronový obal jako sérii hladin z nichž ta nejnižší (nejblíže k jádru) má energii -13,6 eV. Je-li atom v základním stavu, elektron se nachází právě na této hladině. Mezi jednotlivými energetickými hladinami je oblast široká  $\Delta E = h\nu$  a elektron se zde nemůže nacházet. Plyne to z kvantovací podmínky, kterou zavádí už Bohr ve svém planetárním modelu atomu. V situaci, kdy se s neutrálním atomem vodíku „srazí“ foton, může nastat několik scénářů:

1. foton nemá dostatečnou energii k excitování elektronu na vyšší hladinu; ve spektru nepozorujeme žádnou změnu,
2. foton má energii rovnu, případně větší, rozdílu dvou hladin (nemusí nutně jít o hladiny sousední) a excituje elektron; jedná se o vázaně-vázaný přechod a ve spektru pozorujeme spektrální čáru příslušné frekvence,
3. foton má tak vysokou energii, že nastane vázaně-volný přechod a atom bude ionizován; ztráta energie se projeví v kontinuu spektra.

Po excitaci bývá foton zpětně vyzářen, nemusí to však být ve stejném směru ze kterého přiletěl nebo na stejné frekvenci (může dojít k postupnému vyzáření, např.: elektron je excitován na třetí hladinu, vzápětí je deexcitován na druhou, a pak teprve na první hladinu), případně

<sup>4</sup>Různé atomy mají různé energie energetických hladin, tudíž jsou excitovány (ionizovány) fotony o jiných energiích.

může být deexcitován srážkou s jiným atomem. Díky těmto faktorům pozorujeme ve spektrech absorpční spektrální čáry. Procesy opačnými, tedy při vyzáření fotonu, vznikají čáry emisní. [14]

### 1.3 HVĚZDNÉ SYSTÉMY A JEJICH VÝZNAM

Jak již bylo zmíněno, práce se zabývá hvězdnými systémy. Obecně jde o dvojhvězdy, trojhvězdy a případně systémy skládající se z většího počtu hvězd. Moje práce se zabývá trojhvězdným systémem, většinu teorie však lze s výhodou odvozovat pro dvojhvězdy. Naši trojhvězdu si můžeme představit jako vnitřní dvojhvězdu (systém A-B) a vnější dvojhvězdu (systém AB-C). Budu tedy v teoretické rovině mluvit o dvojhvězdách.

Pro hvězdné systémy se během let zkoumání vytvořil systém klasifikací, a to z různých hledisek. Systém lze zařadit podle počtu složek, jak již bylo naznačeno výše. Dále je možné je dělit podle možnosti pozorovatelnosti jejich složek v závislosti na zvolené metodě:

- Vizualní – složky systému můžeme přímo vizuálně pozorovat (s pomocí dalekohledů, ve vyjimečných případech i bez něj).
- Astrometrické – pozorujeme projev gravitačního působení neviditelné složky na měření polohy na hvězdné obloze, tzv. astrometrii.
- Zákrytové – tato skupina je sice pojmenována po mechanismu pozorované proměnnosti, nicméně jde o systémy pozorovatelné fotometricky.
- Spektroskopické – systémy, u kterých se na vícesložkovost přišlo rozbořením hvězdných spekter. Tyto systémy nás budou zajímat, a proto jim věnuji samostatnou kapitolu.

Hvězdný systém často nelze zařadit jen do jedné skupiny. Spektroskopické dvojhvězdy mohou být samozřejmě současně i zákrytové a podobně.

#### 1.3.1 SPEKTROSKOPICKÉ HVĚZDNÉ SYSTÉMY

Spektroskopická pozorování některých hvězd považovaných za samostatné odhalilo, že jejich spektrální čáry se ve spektrogramu pohybují o jisté  $\Delta\lambda$ , nebo jsou deformovány. Obě tyto změny se přitom dějí s časem, případně se opakují s nějakou periodou. Dnes již víme, že tyto změny ve spektru jsou způsobeny přítomností další složky v systému, která není vizuálně pozorovatelná.

Spektroskopické dvojhvězdy můžeme dělit na dva typy:

- SB1 – tzv. single line binary. Jedná se o dvojhvězdy, u kterých se ve spektru nevyskytují spektrální čáry slabší složky. Pozorujeme pouze gravitační projevy formou posunu čar způsobeného Dopplerovým jevem.
- SB2 – tzv. double line binary. Jedná se o dvojhvězdy, u kterých se ve spektru objevují spektrální čáry primární i sekundární složky. Většinou dochází k blendování čar, tedy k deformaci profilu čáry jejím splynutím s jinou spektrální čarou.

Ze spektra lze zjišťovat velké množství informací. Díky Dopplerovu jevu můžeme určovat parametry systému, což je uvedeno v kapitole 2. Zkoumáme-li profily čar (neblendovaných), můžeme usuzovat na vlastnosti atmosfér hvězd, jako jsou teplota  $T$ ,  $\log g$ , rychlost rovníkové rotace hvězdy a podobně.

Díky možnostem, které v sobě skrývá spektroskopie, a zájmu o dynamiku hvězdných systémů jsem si zvolila téma *Analýza spekter horkých hvězd pomocí programu VO-KOREL* jako téma své diplomové práce.

## Kapitola 2

# POHYB VE DVOJHVĚZDĚ

### 2.1 KEPLEROVY ZÁKONY

Johannes Kepler odvodil na začátku 17. století tři zákony pro pohyb planet kolem Slunce. Jeho přístup lze však velmi efektivně aplikovat i na mnoho dalších systémů ve vesmíru, kde obíhají dvě tělesa kolem společného těžiště. Tyto Keplerovy zákony jsou stěžejní pro popis dynamiky dvojhvězd.

**První Keplerův zákon** je pro dvojhvězdu trochu odlišný, než pro planety ve Sluneční soustavě. Pro planety zní současná verze zákona následovně:

*Planeta se pohybuje po elipse, nepříliš odlišné od kružnice, v jejímž jednom ohnisku se nachází Slunce.*

Pro dvojhvězdy platí obdobný zákon, jen s tím rozdílem, že dráhy mohou být v některých případech dost excentrické (mladá dvojhvězda, třetí těleso v systému), nebo naopak kruhové (výsledek působení slapových sil v systému). Jednotlivé hvězdné komponenty obíhají po eliptických orbitách, v jejichž společném ohnisku je střed hmotnosti soustavy. Pro velikost poloos elips, po kterých dané hvězdné komponenty obíhají, platí

$$a_1 m_1 = a_2 m_2 . \quad (2.1)$$

**Druhý Keplerův zákon** hovoří o „zachování“ plochy. Slovní vyjádření je následující:

*Průvodič, jedná se o spojnicí ohnisko - hvězdná komponenta systému, opíše za stejnou dobu vždy stejnou plochu.*

Použitím matematického aparátu vypadá 2. Keplerův zákon velmi jednoduše. V čase  $t$  má hvězdná komponenta polární souřadnice  $(r, \theta)$ , po uplynutí krátké doby  $dt$  se souřadnice změní na  $(r + dr, \theta + d\theta)$ , viz. obr.2.1.

Druhý Keplerův zákon odvodíme pomocí Lagrangeova formalismu. Předpokládejme, že jedno těleso obíhá v centrálním gravitačním poli druhého tělesa (jedná se o problém dvou těles), můžeme lagrangián  $L$  zapsat v polárních souřadnicích  $\theta$  a  $r$ , kde  $r$  značí velikost polohového vektoru.

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - U(r) \quad (2.2)$$

Lagrangián explicitně nezávisí na souřadnici  $\theta$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (2.3)$$

Souřadnice  $\theta$  je tedy cyklickou souřadnicí a její příslušná zobecněná rychlost se zachovává. Pro její vyjádření použijeme Lagrangeovu rovnici

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (2.4)$$

Platí

$$p_{\theta} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = mr^2 \dot{\theta} = \text{konst} \quad (2.5)$$

Dokázali jsme si zákon zachování momentu hybnosti  $M^1$ , neboť  $p_{\theta} = mr^2 \dot{\theta} = M$ .

Jestliže si nyní plochu, kterou opíše průvodič, označíme  $df$  a vyjádříme  $df = \frac{1}{2}r \cdot rd\theta$ , můžeme psát moment hybnosti jako

$$M = 2m\dot{f}, \quad (2.6)$$

kde  $\dot{f}$  má význam plošné rychlosti. Ze zákona zachování momentu hybnosti, odvozeného výše, plyne druhý Keplerův zákon. [12]

Celkovou plochu elipsy lze také vyjádřit jako  $df = \pi ab$ , kde  $a$  je hlavní poloosa elipsy a  $b$  vedlejší poloosa elipsy. Časová změna  $dt$ , za kterou dokončí svůj oběh, bude rovna periodě  $P$ . Pro moment hybnosti vztažený na jednotku hmotnosti dostáváme

$$M = r^2 \dot{\theta} = 2\pi ab/P \quad (2.7)$$

Víme, že  $b = a\sqrt{1-e^2}$ , a zavedeme veličinu  $l = a(1-e^2)$ , což je délka kolmice vedené z ohniska k orbitě. Pro kvadrát momentu hybnosti dostáváme vztah

$$M^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2} l \quad (2.8)$$

Z třetího Keplerova zákona nastíněného níže plyne, že  $M^2 = \mathcal{M}l$ , kde  $\mathcal{M}$  je hmotnost ve zvolené vztažné soustavě, viz. kapitola 2.2. [6]

**Třetí Keplerův zákon** vychází z řešení Newtonovy gravitační rovnice. Pohyb tělesa  $m$  nacházejícího se v centrálním gravitačním poli tělesa  $M$  je popsán pohybovou rovnicí (2.9)

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3} \vec{r} \quad (2.9)$$

Obíhá-li těleso  $m$  po kruhové orbitě s poloměrem  $a$ , lze rovnici (2.9) přepsat

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{a^3} \vec{r}; \quad a = |\vec{r}| \quad (2.10)$$

Řešením rovnice (2.10) dostáváme

$$\omega^2 = \frac{GM}{a^3}, \quad (2.11)$$

kde  $\omega = 2\pi/P$  je úhlová rychlost pohybu po kružnici. Získali jsme tak třetí Keplerův zákon ve známém tvaru

$$\frac{4\pi^2}{P^2} = \frac{GM}{a^3} \quad (2.12)$$

Takto jednoduše jsme odvodili třetí Keplerův zákon pro kružnici. Rigorózním řešením pohybových rovnic bychom se dostali k eliptickým integrálům a odvodili tak, že stejný zákon platí též pro dráhy eliptické. [15]

---

<sup>1</sup>Z praktických důvodů jsem nyní označila moment hybnosti  $M$ , aby nedocházelo ke zmatkům v označení.

## 2.2 POPIS ORBITÁLNÍ DRÁHY

Obr.2.2 znázorňuje geometrické parametry, které popisují orbitální dráhu. Je vidět, že vůči rovině oblohy (znázorněno šedou barvou) je elipsa skloněná o úhel  $i$ , který se nazývá inklinací systému. Díky sklonění dráhy se nám mohou jako eliptické dráhy jevit i kružnice. Ve většině případů nejsme schopni určit inklinaci systému a určíme pouze hodnotu  $a \sin i$ . Dalšími důležitými geometrickými parametry orbity jsou dva body, tzv. periastron a apastron. Periastron je bod na orbitální dráze, kdy je hvězda (obíhající těleso) nejbližší centru hmotnosti umístěnému v ohnisku dráhy. V tomto bodě má také hvězda nejvyšší rychlost, jak plyne z druhého Keplerova zákona. Apastron je naopak bod, kdy je hvězda nejdále od centra hmotnosti a pohybuje se nejpomaleji. Přímka spojující periastron s apastronem se nazývá přímka apsid a prochází středem elipsy i oběma ohnisky. V obr.2.2 je zakreslena ještě jiná přímka, která je společná pro rovinu orbity i rovinu oblohy. Jedná se o tzv. uzlovou přímku, od které měříme polohu periastra  $\omega$  na orbitě.

Pro popis orbitální dráhy rozlišujeme dvě základní vztažné soustavy: relativní a barycentrickou.

**Relativní soustava:** V relativní soustavě obíhá lehčí složka okolo těžší umístěné v ohnisku soustavy. Vztah pro hmotnost je následující

$$\mathcal{M} = G(m_1 + m_2) \quad (2.13)$$

**Barycentrická soustava:** V této soustavě obíhají obě hvězdy kolem společného centra hmotnosti. Pro parametry orbity a hmotnosti potom platí:

pro hlavní poloosy

$$a = a_1 + a_2 \quad (2.14)$$

pro excentricity

$$e = e_1 = e_2 \quad (2.15)$$

postupně pro hmotnosti  $m_1$  a  $m_2$

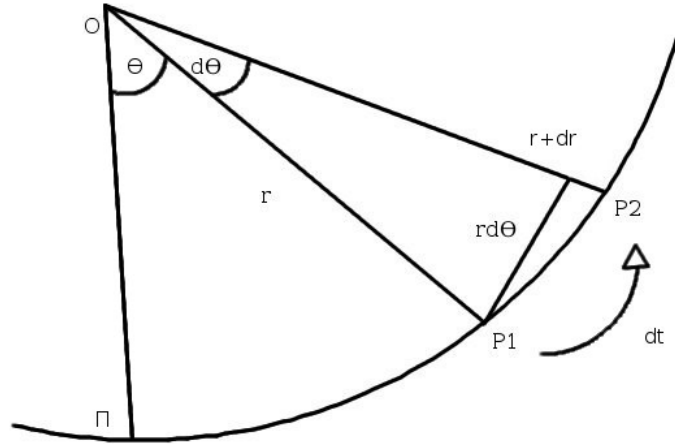
$$\mathcal{M} = \frac{Gm_2^3}{(m_1 + m_2)^2}, \quad \mathcal{M} = \frac{Gm_1^3}{(m_1 + m_2)^2} \quad (2.16)$$

Čerpáno z [6].

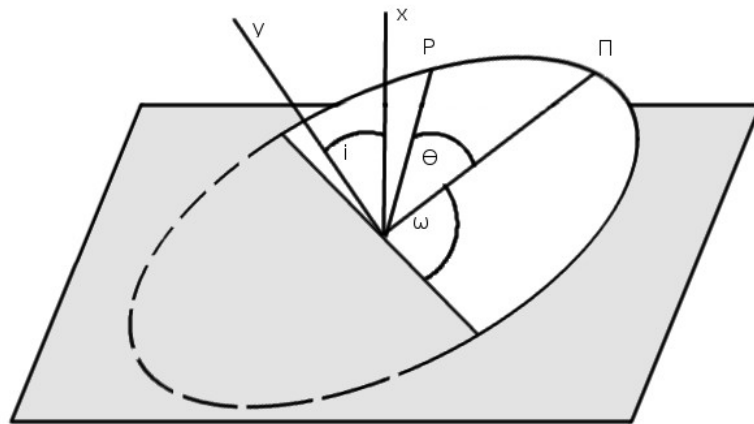
## 2.3 DOPPLERŮV JEV A JEHO DŮSLEDKY

Jak je možné se dočíst v kapitole 5 o zpracování surových spekter, naměřila jsem spektrum hvězdy, které jsem okalibrovala na vlnové délky a provedla heliocentrickou korekci. Pokud bychom si vynesli do stejného obrázku zpracované spektrum a laboratorní spektra jednotlivých prvků obsažených ve hvězdném spektru, zjistili bychom, že mezi laboratorní vlnovou délkou a vlnovou délkou ve spektru hvězdy je rozdíl  $\Delta\lambda$ .<sup>2</sup> Tento posun je způsoben pohybem hvězdné složky, kterou ve spektru pozorujeme, směrem ke Slunci či od Slunce (heliocentrická korekce

<sup>2</sup>Pro znázornění problému budeme nyní uvažovat dvojhvězdu typu SB1. V případě dvojhvězd typu SB2 by mohlo stejným efektem dojít pouze k rozšíření nebo deformaci čar.



Obrázek 2.1: Symbol  $O$  označuje pomyslný střed a  $\Pi$  periastron. Posune-li se hvězda z bodu  $P1$  do bodu  $P2$  na své dráze, je změna polohového vektoru rovna  $\vec{dr}$  a úhel, o který se hvězda posune, označíme  $d\theta$ .



Obrázek 2.2: Bod  $\Pi$  označuje periastron, bod  $P$  potom místo, kde se na orbitě nachází hvězda. Osa  $x$  je kolmice k rovině oblohy, osa  $y$  je kolmice k rovině orbity.



z naměřených spekter odstraňuje vliv rotace Země okolo Slunce, proto pohyb ve dvojhvězdě vztahujeme ke Slunci).

Tento jev byl popsán v 19. století Christianem Dopplerem a je nazýván podle svého objevitele Dopplerův jev. Přibližuje-li se zdroj světla (hvězda) ke Slunci, pozorujeme posun spektrálních čar do modré oblasti spektra, vzdaluje-li se od Slunce, pozorujeme posun do červené oblasti. Dopplerův jev lze pro světelný zdroj pohybující se směrem od pozorovatele zapsat následujícím způsobem

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v_r^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c}}, \quad (2.17)$$

kde  $\lambda$  je pozorovaná vlnová délka a  $\lambda_0$  je skutečná (laboratorní) vlnová délka zdroje,  $v_r$  označuje rychlost, se kterou se zdroj světla přibližuje či vzdaluje a jedná se přitom pouze o složku rychlosti ve směru pozorovatele,  $c$  je rychlost světla. V našem případě pohybu hvězdy je však rychlost  $v_r$  mnohem menší, než rychlost světla. Platí tedy  $v_r^2/c^2 \rightarrow 0$  a celý výraz je možné dost výrazně zjednodušit

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda} = 1 \quad (2.18)$$

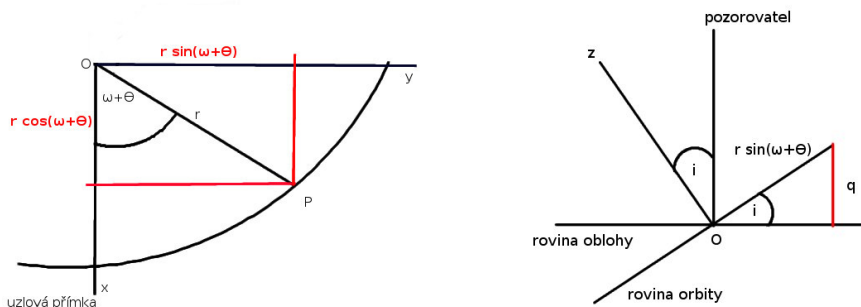
$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \frac{\lambda}{\lambda_0}, \quad (2.19)$$

a pokud označíme  $\lambda_0 - \lambda = \Delta\lambda$ , dostáváme Dopplerův jev ve tvaru

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (2.20)$$

Z toho, co je napsané výše, vyplývá, že Dopplerův jev je vyvoláván pouze složkou rychlosti jejíž vektor leží v rovině pozorovatele, tzv. radiální rychlost. [3]

## 2.4 KŘIVKA RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ



Obrázek 2.3: Osa  $x$  leží v rovině orbity a je pro zjednodušení totožná s uzlovou přímkou, osa  $y$  je na ni kolmá a osa  $z$  míří nad rovinu orbity. Se směrem k pozorovateli svírá osa  $z$  úhel  $i$ . Bod  $O$  je střed a v bodě  $P$  se nachází hvězda. Symbol  $q$  označuje hledaný průmět.

Zapíšeme-li polohu hvězdy v polárních souřadnicích, dostaneme pro souřadnici rovnoběžnou s uzlovou přímkou vyjádření  $r \cos(\theta + \omega)$  a pro souřadnici kolmou k uzlové přímce  $r \sin(\theta + \omega)$ , viz. obr.2.3. Nyní promítněme kolmou složku do směru k pozorovateli

$$q = r \sin(\theta + \omega) \sin i \quad (2.21)$$

Radiální rychlost potom můžeme vyjádřit jako

$$V_r = V_{r0} + \dot{q} = V_{r0} + \sin i [\dot{r} \sin(\theta + \omega) + r \cos(\theta + \omega) \dot{\theta}], \quad (2.22)$$

kde  $V_{r0}$  značí radiální rychlost středu hmotnosti systému.

Rovnici (2.22) je vhodné dále upravit. Využijeme polární rovnice elipsy

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e \cos \theta)} \quad (2.23)$$

a druhého Keplerova zákona

$$r^2 \dot{\theta} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{P} \quad (2.24)$$

Získáme tak rovnici pro  $\dot{r}$  ve tvaru

$$\dot{r} = \frac{e \sin \theta}{1 + e \cos \theta} \cdot \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{Pr} \quad (2.25)$$

a dosadíme do rovnice (2.22) za  $\dot{r}$ ,  $r\dot{\theta}$  a  $r$ :

$$V_r = V_{r0} + \frac{2\pi a^2 \sin i \sqrt{1 - e^2}}{P} \cdot \left[ \frac{e \sin \theta \sin(\theta + \omega)}{a(1 - e^2)} + \frac{\cos(\theta + \omega)(1 + e \cos \theta)}{a(1 - e^2)} \right] \quad (2.26)$$

K získání výsledného výrazu pro radiální rychlost  $V_r$  využijeme součtový vzorec

$$\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma = \cos(\alpha - \gamma),$$

jehož aplikací dostaneme

$$V_r = V_{r0} + \frac{2\pi a \sin i}{P\sqrt{1 - e^2}} \cdot \left[ e \cos \omega + \cos(\theta + \omega) \right] \quad (2.27)$$

Přičemž zlomek  $(2\pi a \sin i)/(P\sqrt{1 - e^2})$ , označovaný jako funkce  $K$ , má rozměr rychlosti a nazývá se K-rychlost.

Za předpokladu, že parametry  $V_{r0}$ ,  $K$ ,  $\omega$  a  $e$  jsou konstantní, získáme maximum radiální rychlosti  $A$  v případě  $(\theta + \omega) = 0$

$$A = V_{r0} + Ke \cos \omega + K \quad (2.28)$$

a minimum  $B$  pro  $(\theta + \omega) = \pi$

$$B = V_{r0} + Ke \cos \omega - K \quad (2.29)$$

Nakonec lze vyjádřit  $K$  jako funkci  $A$  a  $B$ .

$$K = \frac{A - B}{2} \quad (2.30)$$

Čerpáno z [6], [20].

### 2.4.1 VELIČINY VYSTUPUJÍCÍ V KŘIVCE RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ

Shrneme parametry popisující pohyb hvězdy okolo centra hmotnosti, které budeme později zadávat do parametrického souboru pro rozplétání vícenásobných systémů programem VOKOREL.

- Perioda – Vznikne-li podezření na nějakou proměnnost, perioda je prvním parametrem, který je nutné určit. V astronomii je její hledání ztíženo možnostmi pozorování. Pozorujeme-li hvězdu (hvězdný systém) stále v pravidelnou dobu, například vždy, když je nejvýše nad obzorem, či pouze v určitém ročním období (třeba kvůli pozorovatelnosti), může se, v případě že perioda pozorování se blíží vlastní periodě hvězdy (hvězdného systému), stát, že periodu určíme špatně. Jedná se o tzv. stroboskopický efekt, při kterém získáme periodu falešnou. Ta je obvykle mnohem delší, než vlastní perioda hvězdy (hvězdného systému). Perioda se v astronomii udává ve dnech. [20]
- Průchod periastrum – Jedná se o časový údaj, kdy hvězda projde periastrum. Udává se v Juliánských datech a označujeme ji  $T$ . Průchod periastrum souvisí s úhlem  $\theta$ . Závislost úhlu  $\theta$  na čase, a tedy i na parametru  $T$ , je dán Keplerovou rovnicí.
- Excentricita – Jde o bezrozměrné číslo, udávající, jak moc se orbita liší od kruhu.
- Délka periastra – Úhel v obr.2.2 označovaný jako  $\omega$ , tedy úhel mezi spojnicí ohniska s periastrum a uzlovou přímkou. Udává se ve stupních.
- K-rychlost – K-rychlost souvisí podle své definice z kapitoly 2.4 s periodou, excentricitou, a také dvěma dalšími parametry popisujícími orbitu, a to hlavní poloosou eliptické dráhy  $a$  a inklinací  $i$

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P\sqrt{1-e^2}} \quad (2.31)$$

Udává se většinou v km/s a je různá pro různé složky systému, což je vidět ze závislosti na hlavní poloose, která je též pro různé složky odlišná.

- Poměr hmotností – Poměrem hmotností se myslí vztah  $q = m_2/m_1$ , kde  $m_2 < m_1$ . Tento parametr souvisí s K-rychlostmi jednotlivých složek systému, viz. 2.6.1.

## 2.5 KEPLEROVA ROVNICE

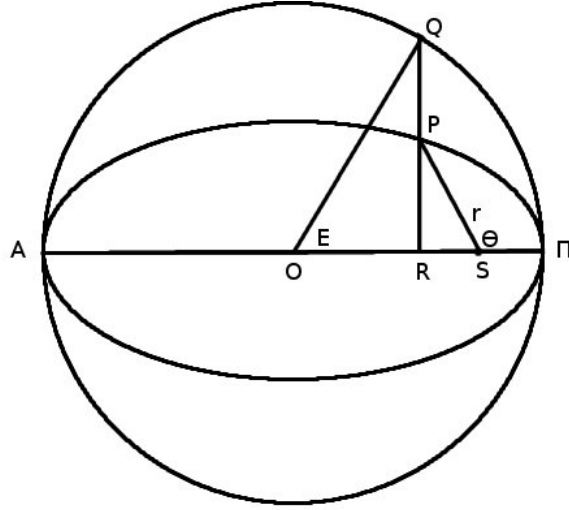
V případě sestrojování křivky radiálních rychlostí nás však zajímá závislost  $V_r$  na čase. K určení  $V_r(t)$  je nutné nejprve zjistit, jak závisí na čase úhel  $\theta$ , který podle obr.2.2 určuje polohu hvězdy na orbitě. Obr.2.4 zobrazuje elipsu (orbitu), po které obíhá hvězda, a její pomocnou kružnici, která má stejný střed jako elipsa, poloměr  $a$  a dotýká se jí v periastru a apastru. Plynou z něj následující vztahy:

$$OR = a \cos E, OS = ae, \quad (2.32)$$

$$OS - OR = RS = r \cos(\pi - \theta) = -r \cos \theta \Rightarrow r \cos \theta = a(\cos E - e), \quad (2.33)$$

$$PR = r \sin(\pi - \theta) = r \sin \theta, QR = a \sin E \quad (2.34)$$

$$PR/QR = b/a \Rightarrow PR = b \sin E \quad (2.35)$$



Obrázek 2.4: Symbolem  $O$  označíme střed, který je totožný pro elipsu i pomocnou kružnici,  $S$  je ohnisko elipsy (ve kterém se nachází centrum gravitační síly).  $A$  označuje apastron a  $\Pi$  periastron. V bodě  $P$  se nachází naše hvězda a symboly  $E$  a  $\theta$  označují příslušné úhly. Přejato z [6]

a pro elipsu dále platí  $b^2 = a^2(1 - e^2)$ . Dostáváme tedy následující

$$\begin{aligned} r &= [r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta]^{1/2} = [a^2(\cos E - e)^2 + PR^2]^{1/2} = \\ &= [a^2(\cos E - e)^2 + b^2 \sin^2 E]^{1/2} \end{aligned}$$

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (2.36)$$

Pro odvození závislosti  $\theta(t)$  využijeme rovnice  $r^2 d\theta = Ldt$  pro moment hybnosti. Víme, že

$$\frac{PR}{QR} = \frac{r \sin \theta}{a \sin E} = \frac{b}{a}$$

a tedy s využitím rovnice (2.36)

$$\sin \theta = \frac{b \sin E}{a(1 - e \cos E)} \quad (2.37)$$

Abychom mohli dosadit do rovnice pro moment hybnosti, rovnici (2.37) zderivujeme

$$\cos \theta d\theta = \frac{b}{a} \cdot \frac{\cos E - e}{(1 - e \cos E)^2} dE \quad (2.38)$$

přičemž z rovnic (2.33) a (2.36) platí

$$\cos \theta = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad (2.39)$$

Z posledních dvou rovnic plyne

$$d\theta = \frac{bdE}{a(1 - e \cos E)} \quad (2.40)$$

Nyní dosadíme do rovnice momentu hybnosti a dostáváme

$$ab(1 - \cos E)dE = Ldt, \quad (2.41)$$

nakonec provedeme integraci

$$E - e \sin E = \frac{L}{ab}t + k \quad (2.42)$$

kde  $k$  je integrační konstanta.

K určení integrační konstanty použijeme okrajovou podmínku pro hvězdu nacházející se v periastru

$$\theta = 0 \text{ a } E = 0 \quad (2.43)$$

a čas průchodu periastrum označíme jako  $T$ . Získáme tak hodnotu konstanty  $k$

$$k = -\frac{L}{ab}T \quad (2.44)$$

Dále víme, že platí  $b = a(1 - e^2)^{1/2}$  a  $L = (Ml)^{1/2} = [Ma(1 - e^2)]^{1/2}$ , dosadíme a dostáváme

$$\frac{L}{ab} = \left(\frac{M}{a^3}\right)^{1/2} \quad (2.45)$$

což z třetího Keplerova zákona je rovno  $2\pi/P$ . Získali jsme Keplerovu rovnici ve tvaru

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{P}(t - T) \quad (2.46)$$

Keplerova rovnice určuje závislost úhlu  $\theta$  na čase, neboť platí rovnice (2.39). Tuto rovnici nelze řešit analyticky. S jednoduchou iterativní metodou přišli Newton a Raphson<sup>3</sup>, po nichž je též tato metoda pojmenovaná. [6]

## 2.6 URČENÍ PARAMETRŮ POMOCÍ KŘIVKY RADIÁLNÍCH RYCHLOSTÍ

V praxi se však většinou setkáváme s opačným problémem. Změříme křivku radiálních rychlostí a chceme určit parametry systému. Řešení tohoto problému se většinou dělí na dva kroky:

1. Zhruba určíme hodnotu parametrů, a to způsobem zdánlivě primitivním. Vygenerujeme mnoho různých křivek radiálních rychlostí pro různé hodnoty parametrů a porovnáme je s naměřenou křivkou. Najdeme nejlepší shodu a získáme tak první odhad parametrů. Dále by bylo možné pokračovat stejným způsobem, tedy vytvořit křivky radiálních rychlostí okolo již nalezených hodnot parametrů a opět je porovnávat; získali bychom tak lepší odhad parametrů.

<sup>3</sup>[http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_tečen](http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_tečen)

2. Máme-li již nějaký hrubý odhad hodnot parametrů, je vhodné přejít k automatickému zpracování, a to pomocí iterativní lineární metody nejmenších čtverců; metoda je známá jako diferenciální korekce (differential correction).

Malá změna  $\Delta V$  implikuje malé změny všech parametrů, na kterých křivka radiálních rychlostí závisí, tedy  $K, e, \omega, T, P, T_0$ . Rozvedeme-li hodnotu  $\Delta V$  pomocí Taylorova rozvoje, dostáváme pro první řády

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial K} \Delta K + \frac{\partial V}{\partial e} \Delta e + \frac{\partial V}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial V}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial V}{\partial P} \Delta P + \frac{\partial V}{\partial V_0} \Delta V_0 \quad (2.47)$$

Nyní provedeme derivace funkce  $V$ , která je zadána rovnicí (2.27)

$$\begin{aligned} \Delta V &= [\cos(\theta + \omega) + e \cos \omega] \Delta K \\ &+ K \left[ \cos \omega - \frac{\sin(\theta + \omega) \sin \theta (2 + e \cos \theta)}{1 - e^2} \right] \Delta e \\ &- K [\sin(\theta + \omega) + e \sin \omega] \Delta \omega \\ &+ \left[ \sin(\theta + \omega) (1 + e \cos \theta)^2 \frac{2\pi K}{P(1 - e^2)^{3/2}} \right] \Delta T \\ &+ \left[ \sin(\theta + \omega) (1 + e \cos \theta)^2 \frac{2\pi K(t - T)}{P^2(1 - e^2)^{3/2}} \right] \Delta P \\ &+ \Delta V_0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

přičemž jako  $\Delta V$  si označíme  $V_{OBS} - V_{CALC}$  ( $V_{OBS}$  označuje pozorovanou radiální rychlost a  $V_{CALC}$  vypočtenou radiální rychlost). Jediné, co v rovnici (2.48) neznáme, jsou ony diferenciální členy. Stejnou rovnici můžeme napsat pro  $n$  různých pozorování v různých časech  $t_n$ , a každá obsahuje 6 neznámých diferenciálních členů. Tato soustava rovnic je řešitelná v případě, že  $n > 6$ .

Celé řešení probíhá iterativně, kdy výsledek první iterace použijeme jako vstup do dalších iterativních kroků. [6], [20]

### 2.6.1 SOUVISLOST K-RYCHLOSTI A HMOTNOSTI

Definice  $K$  z kapitoly 2.4 je

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P\sqrt{1 - e^2}}$$

Z třetího Keplerova zákona lze vyjádřit  $a$  jako

$$a_1 = \frac{P^2 G m_2^3 / (m_1 + m_2)^2}{4\pi^2 a_1^2} \quad (2.49)$$

(index 1 označuje parametry pro hvězdu 1 a index 2 pro hvězdu 2, kde  $m_1 > m_2$ ). Nyní dosadíme do rovnice (2.31) a vynásobíme výrazem  $\sin^2 i / \sin^2 i$ . Pro zjednodušení označíme  $n = 2\pi/P$  a dostaneme

$$K_1 = \frac{G}{n a_1^2 \sin^2 i \sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} \quad (2.50)$$

Výraz

$$f(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} \quad (2.51)$$

nazýváme funkcí hmotnosti. Dále můžeme vyjádřit  $na_1 \sin i = K_1 \sqrt{1 - e^2}$  a rovnici (2.50) ještě upravit

$$K_1^2 = \frac{G}{a_1 \sin i (1 - e^2)} \cdot f(m) \quad (2.52)$$

Pro druhou složku jsou vzorce analogické:

$$K_2^2 = \frac{G}{a_2 \sin i (1 - e^2)} \cdot f(m), \quad f(m) = \frac{m_1^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} \quad (2.53)$$

Pro dvojhvězdu typu SB2 můžeme též nalézt vztah mezi poměrem hmotností  $q = m_2/m_1$  a K-rychlostmi. Vyjádříme si poměr  $K_1^2/K_2^2$ , upravíme a dostáváme

$$\frac{K_1^2}{K_2^2} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{m_2^3}{m_1^3} \quad (2.54)$$

Z kapitoly 2.1 víme, že platí

$$a_1 m_1 = a_2 m_2$$

a tedy

$$\frac{K_1^2}{K_2^2} = \frac{m_2^2}{m_1^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = q \quad (2.55)$$

Čerpáno z [20].

# Kapitola 3

## KOREL

### 3.1 METODA DISENTANGLINGU

Dřívější metody byly schopné nalézt křivku radiálních rychlostí (orbitální parametry systému) z naměřeného kompozitního spektra za znalosti spekter jednotlivých komponent<sup>1</sup>, nebo naopak nalézt spektra jednotlivých komponent systému ze znalosti křivek radiálních rychlostí<sup>2</sup>. Nejčastěji se však setkáváme s problémem, kdy nevíme, jak vypadají spektra jednotlivých komponent a máme pouze odhad orbitálních parametrů systému z dřívějších studií. S řešením tohoto problému přišli Simon a Sturm v roce 1994 a pojmenovali jej metoda disentanglingu<sup>3</sup>.

Abychom mohli tuto metodu použít, systém i samotné pořizování dat musí splňovat vstupní předpoklady:

- Spektra obou komponent a poměr intenzit světla emitovaného oběma komponentami se nemění s fází systému, tzn.: data musí být naměřena mimo zákryt.
- Mít spektra kvalitně normalizovaná<sup>4</sup>. Metoda disentanglingu je totiž schopná odhalit i drobné difference mezi jednotlivými spektry.
- Nasnímat kompozitní spektra systému v různých fázích a to minimálně tolikrát, kolik je v systému komponent.
- Použít pouze data s přijatelným poměrem signálu k šumu (S/N).

Označme normalizované kompozitní spektrum jako vektor  $\vec{c}_i$ , kde každá komponenta vektoru ( $i = 1, \dots, n$ ) charakterizuje jeden pixel. Spektrum komponenty A zapíšeme jako vektor  $\vec{x}_A$  a komponenty B jako vektor  $\vec{x}_B$ . Nyní uvažujme vektor  $\vec{c}$  jako výsledek spojení všech kompozitních spekter a vektor  $\vec{x}$  jako spojení vektorů  $\vec{x}_A$  a  $\vec{x}_B$ . Vektor  $\vec{c}$  můžeme považovat za výsledek lineárních transformací  $\vec{x}$ , ty jsou dány obdélníkovou maticí  $\mathbf{M}$ , která je určena rozsahem vlnových délek v kompozitním spektru, rychlostí komponent a zvolenou spojovací

---

<sup>1</sup>Např.: metoda cross-korelace.

<sup>2</sup>Např.: metoda tomografické separace.

<sup>3</sup>Do češtiny lze přeložit jako metoda rozmotávání, ale většinou se nepřekládá.

<sup>4</sup>Normalizace zahrnuje rektifikaci spekter, odstranění špatných bodů a opravu o heliocentrickou korekci, viz. kapitola 5.



transformací obou vektorů. Matice  $\mathbf{M}$  má blokovou strukturu a je velice řídká. Rovnice, která popisuje vznik kompozitního spektra, vypadá následovně

$$\mathbf{M}\vec{x} = \vec{c} \quad \text{tedy} \quad \begin{pmatrix} N_{A1} & N_{B1} \\ \vdots & \vdots \\ N_{An} & N_{Bn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Jedná se o systém lineárních rovnic, řešitelný například metodou singular value decomposition (SVD) (Forsythe et al. 1977). Tato metoda řešení nejmenších reziduí  $r = \|\mathbf{M}\mathbf{x} - \mathbf{c}\|$  má podobné charakteristiky, jako prokládání metodou nejmenších čtverců.

Abychom matici  $\mathbf{M}$  co nejvíce zjednodušili, převedeme spektra ze stupnice vlnových délek na ekvidistantní stupnici logaritmických vlnových délek. To lze provést za předpokladu, že naměřená spektra pokrývají stejný úsek vlnových délek.

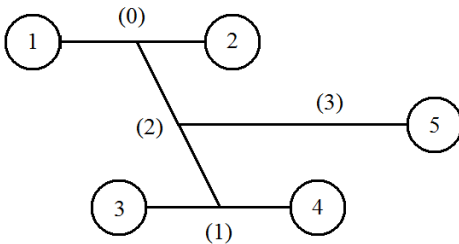
Hodnoty reziduí závisí na předpokládaných radiálních rychlostech systému. Ukázalo se, že řešení konverguje rychleji a k lepšímu výsledku, nahradíme-li jednu z radiálních rychlostí parametrem  $q$  (poměr hmotností) a zahrneme-li parametr  $V_0$ . V případě, že známe odhady některých orbitálních parametrů (např. periody, excentricity, K-rychlosti), je snazší hledat řešení orbitálních parametrů, než křivky radiálních rychlostí. [18]

Program KOREL vytvořený P.Hadravou převádí metodu disentanglinu do Fourierova prostoru, a to z jednoduchého důvodu. Matice  $\mathbf{M}$  je sice jednoduchá, ale má velký rozměr, a převodem do Fourierova prostoru P.Hadrava docílil rozpadu systému rovnic na více menších, snadněji řešitelných, celků.

## 3.2 SOUBORY VSTUPUJÍCÍ DO PROGRAMU KOREL

V této kapitole jsem čerpala z [4].

Program KOREL je schopen rozplétat spektra na základě Dopplerova jevu (posunu čar hvězdy ve spektru v závislosti na fázi systému) u vícenásobných hvězdných systémů až o 5 komponentách (pátá komponenta však většinou charakterizuje telurické čáry). A to v rozložení, které uvádí následující obrázek.



Obrázek 3.1: Číslování orbit a komponent v programu KOREL. Obrázek přejat z [4].

Jednotlivé komponenty a orbity mají přiřazena jedinečná čísla způsobem, který je také uveden na obr.3.1.

### 3.2.1 ZADÁNÍ VSTUPNÍCH PARAMETRŮ

Pro správnou funkčnost KORELu je nutné připravit soubor obsahující parametry námi zkoumaného systému a informaci o předpokládané struktuře systému, typu výstupu, a pod. Jedná se o soubor s pracovním názvem *korel.par*.

Příprava souboru *korel.par* není nijak složitá, jednoduše jej napíšeme v jakémkoli textovém editoru. Důležitá je však jeho struktura:

#### A. KONTROLNÍ KLÍČ

První řádek tvoří klíč a má od řádků popisujících jednotlivé parametry systému odlišnou strukturu:

$$KEJ(j), K_0, IFIL, KR, KPR$$

kde  $j$  označuje příslušnou komponentu systému a probíhá tedy od 1 do 5. Hodnota symbolu  $KEJ(j)$  může nabývat pouze celých čísel a primárně určuje, zda je spektrum komponenty  $j$  obsaženo ve spektru kompozitním ( $KEJ(j) > 0$ ). Ve struktuře souboru je symbolem  $KEJ(j)$ , myšleno prvních 5 pozic prvního řádku (první pozice = první komponenta, atd.,  $j$  tedy označuje příslušnou pozici). Korektně se hodnota  $KEJ(j)$  vypočte následovně

$$KEJ(j) = 10 \times K_1 + K_0$$

KOREL nám umožňuje několik voleb parametrů  $K_0$  a  $K_1$ :

- $K_0 = 1$  znamená, že síla čar komponenty  $j$  je konstantní
- $K_0 = 2$ , intenzita (síla) čar komponenty  $j$  je proměnná a je vypočtena programem
- $K_1 = 0$ , radiální rychlost komponenty  $j$  je závislá na fázi systému
- $K_1 = 1$ , radiální rychlosti jsou volné parametry

Dalším symbolem prvního řádku souboru *korel.par* je  $K_0$ , který určuje s jakými daty se má pracovat.

- $K_0 > 0$ , KOREL bude pracovat s daty ze souboru *korel.dat*
- $K_0 = 0$ , výpočty budou prováděny s daty předchozími
- $K_0 < 0$ , spektrum komponenty ( $-K_0$ ) bude simulováno

V případě VO-KORELu se prakticky vždy pracuje s daty ze souboru *korel.dat*, kterým se budeme zabývat v podkapitole 3.2.2 .

Hodnota symbolu IFIL určuje filtr, odstraňující příslušné harmonické módy.

Symbolem, který popisuje typ grafického výstupu *phg.out*, je hodnota  $KR$ :

- 0, grafický výstup *phg.out* nebude vůbec vytvářen
- 1, výstup bude ve formátu PCX<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup><http://en.wikipedia.org/wiki/PCX>

- a nakonec  $KR = 2$  znamená, že výstup bude ve formátu PostScript

Posledním symbolem prvního řádku je  $KPR$ . Ten určuje typ textového výstupu a jeho charakteristika je následující:

$$KPR = 10 \times KPR_1 + KPR_0$$

- $KPR_0 > 0$  implikuje, že výsledek konvergence parametrů bude vepsán do souboru *korel.res*
- $KPR_1 > 0$  zajistí vytvoření souboru *korel.o-c*, kde budou zapsány hodnoty O-C v závislosti na vlnové délce komponenty číslo  $KPR_1$ , v případě, že chceme spektra v původní vlnové délce, volíme hodnotu  $KPR_1$  větší než 5.

Všechny popisované symboly, stejně jako  $KEJ(j)$ , přitom mohou být pouze celočíselné.

## B. PARAMETRY

Následující řádky již popisují jednotlivé parametry systému a jejich předpokládané hodnoty. Jejich struktura je následující:

$$c, j, i, Kc, L1, L2, EL(j, i), delta(j, i)$$

Na místo symbolu  $c$  se mohou psát malá písmena specifikující význam symbolů  $i$  a  $j$ , které za ním následují. Hodnoty symbolu  $c$  jsou  $o, s, v, w, e$ .

- $o$ , symbolizuje objekt, číselná hodnota symbolu  $i$  za tímto písmenem má význam příslušného parametru systému, jak to určuje tabulka 3.1. Číselná hodnota symbolu  $j$  určuje příslušnou orbitu podle obr.3.1.
- $s$ , označuje, že pracujeme se silami čar. Hodnota symbolu  $i$  označuje příslušnou expozici a  $j$  označuje komponentu systému, pro kterou síly čar používáme.
- $v$ , je symbolem pro zadávání radiálních rychlostí komponenty  $j$  v expozici  $i$  (pro případ, kdy  $KEJ(j)$  je větší, případně rovno číslu 11, tedy kdy radiální rychlosti jsou volnými parametry systému).
- $w$ , slouží k zadávání vah jednotlivých expozic  $i$  (symbol  $j$  je v tomto případě ignorován)
- konečně  $e$ , slouží k vykreslení prostoru paramerů a jejich konvergence. Tím je možné odhadnout chyby (viz. 3.3.2). Symbol  $i$  má opět význam parametru orbitálního pohybu hvězdného systému a  $j$  význam příslušné orbity.

Pro symbol  $Kc > 0$ , daný parametr  $i$  konverguje, v případě  $Kc = 0$  zůstává konstantní. (V případě písmene  $e$ , symbolizuje, zda právě pro tento parametr má být vykreslen prostor konvergence.)

Hodnoty  $EL(j, i)$  a  $delta(j, i)$  určují počáteční odhad a krok iterace příslušného parametru  $i$ . V případě, že nechceme, aby hodnota  $EL(j, i)$  ( $delta(j, i)$ ) byla čtena, zvolíme  $L1$  ( $L2$ ) rovno nule.

Program VO-KOREL výsledky výpočtů vypíše většinou do souboru *korel.res* (symbol  $KPR$ , viz. výše) a vytvoří též grafické soubory. Do jednoho obrázku se vykreslí (různými barvami) napozorovaná a vypočtená (ze zadaných parametrů) spektra, do samostatných souborů

rozpletené spektrální čáry jednotlivých komponent systému, a nakonec i napozorovaná data. (Plus případně další soubory podle zadaných parametrů.) V případě, že se dané rozpletení nepodařilo je možné soubor *korel.par* vhodně upravit, například podle výsledků uvedených v *korel.res*, či nechat konvergovat jiné parametry, měnit jejich krok a provádět další úpravy, až dojdeme k požadovanému výsledku.

Číslo parametru	Značka	Popis
1	$P$ [dny]	perioda systému
2	$T$ [dny]	průchod periastrum
3	$e$	excentricita
4	$\omega$ [°]	délka periastra
5	$K$ [km/s]	K-rychlost
6	$q$	poměr hmotností ( $m_2/m_1$ )
7	$\dot{\omega}$ [°/den]	časová změna periastra
8	$\dot{P}$ [dny]	časová změna periody
9	$\dot{e}$ [dny <sup>-1</sup> ]	časová změna excentricity
10	$\dot{K}$ [km/s/den]	časová změna K-rychlosti
11	$\dot{q}$ [dny <sup>-1</sup> ]	časová změna poměru hmotností

Tabulka 3.1: Označení parametrů používaných v programu KOREL.

### 3.2.2 PŘÍPRAVA DAT

Aby byla data pro KOREL čitelná, musíme je upravit a zapsat do speciálního datového souboru. K tomu nám slouží program s názvem PREKOR. Než tedy přejdu k popisu a tvorbě datového souboru, budu se chvíli věnovat softwaru pro jeho přípravu.

#### PROGRAM PREKOR

Program PREKOR je distribuován pouze ve verzích s příponou *.exe*, pracujících v operačním systémem DOS. Data upravená tímto softwarem jsou tedy v dosovském formátu a je nutné je převést do unixového formátu, používáme-li linuxovou verzi KORELu (VO-KOREL je také verze využívající linuxové formátování). Já jsem pro přípravu dat používala *prekor15.exe*, budu tedy popisovat tuto verzi.

Po spuštění programu je nutné zadat základní parametry. Prvním je mód, který určuje, s jakými daty se bude pracovat, následně se zadává počáteční vlnová délka a nakonec krok. Postupně se teď budu věnovat jednotlivým parametrům.

- mód

PREKOR může pracovat v módech 0, 1, 2 a více. Mód 0 slouží k výpočtu parametrů pro telurické čáry, čímž se budu zabývat v kapitole 5.4. Módy 1 a 2 určují pro, jakou verzi programu KOREL se budou data připravovat. Volbu 1 provedou uživatelé PC-verze KORELu, 2 a více zvolíme pro linuxovou verzi, a to podle následujícího požadavku: počet pixelů (number of pixels)  $npix = 128 \times 2^{mod}$  binů v každém spektrálním regionu. Volíme tedy jakési rozlišení (binování) ve vybraném spektrálním regionu.

- Počáteční vlnová délka

Volbou počáteční vlnové délky (jednotkou je Å) ohraničujeme spektra z levé strany. Určíme tedy, kterou vlnovou délkou budou zpracovávaná spektra začínat.

- Krok

Krok se udává v jednotkách km/s/bin (defakto jde o určení změny radiální rychlosti během doby, kdy bylo spektrum exponováno, viz. kapitola 4.2.2). A v závislosti na módu určuje velikost „vyříznuté“ oblasti z původních spekter. Nejčastěji zadávané kroky jsou do 2.0; záleží však na tom, pro jaký účel budou data použita, podle toho se volí rozlišení (mód) a velikost oblasti (krok).

PREKOR je také schopen spektra při zpracovávání do souboru *korel.dat* rektifikovat. Vzhledem k tomu, že se tak děje pomocí lineární funkce a rektifikace může být nepřesná, doporučuje autor programu P. Hadrava data rektifikovat samostatně předem, například pomocí softwaru SPEFO či IRAF.

## POPIS A VYTVOŘENÍ DATOVÉHO SOUBORU

Vstupním souborem pro program *prekor15.exe* je *prekor.lst*. Obsahuje informace o spektrech, která chceme použít pro tvorbu souboru *korel.dat*, a jeho strukturu popisuje obr.3.2.

lb140066.ASC	52320.5152	-1	0
mg260038.ASC	52847.5600	1	0
mh050050.ASC	52857.5851	-1	0
mh080037.ASC	52860.5754	-1	0
mh080038.ASC	52860.5774	1	0
mh090025.ASC	52861.5646	1	0
mh260038.ASC	52878.5093	-1	0
mh260039.ASC	52878.5144	1	0
mh280023.ASC	52880.4555	1	0
mi150050.ASC	52898.5729	1	0
mi180046.ASC	52901.4312	1	0
mi180057.ASC	52901.5236	1	0
mi200055.ASC	52903.6202	1	0
mi210033.ASC	52904.3854	1	0
mi220017.ASC	52905.4006	1	0
mi260020.ASC	52909.4133	1	0
mi270011.ASC	52910.4252	1	0
mj270022.ASC	52940.5486	1	0
mj280014.ASC	52941.4377	1	0
mk030012.ASC	52947.4035	1	0
mk050032.ASC	52949.3934	1	0
ml100034.ASC	52984.3520	1	0
ml180018.ASC	52992.3599	1	0
na050016.ASC	53010.3897	1	0
oj110033.ASC	53655.4421	-1	0
vk130034.ASC	56245.3732	1	0

Obrázek 3.2: *Prekor.lst*: Do prvního sloupce se zapisuje název souboru obsahujícího příslušné spektrum, druhý sloupec obsahuje Heliocentrické juliánské datum (HJD), do třetího sloupce se píše váha, přičemž se většinou používá 1. V případě, že je váha záporná, se dané spektrum neuvažuje. Poslední sloupec obsahuje kód, který určuje vstupní formát spekter.

- Kódy v *prekor.lst*

Autor softwaru popisuje několik kódů, které lze použít. Číslem 0 určuje, že pracujeme s formátem ASCII (v každém řádku souboru je v prvním sloupci vlnová délka a v druhém

sloupci relativní intenzita), 1 použijeme pro data ve formátu *.rui*, 2 pro *.uui* (formáty programu SPEFO), 3 označuje práci s formátem korespondujícím s modifikací MIDAS, kód 4 se volí pro práci s tabulkami produkovány IRAFem a nakonec kód 5 umožňuje čtení formátu FITS. Přičemž já jsem pracovala s formátem ASCII, čili pouze kódem 0.

Soubor *perkor.lst*, program *prekor15.exe* a soubory obsahující jednotlivá spektra se přitom musí nacházet v jednom pracovním adresáři. Po zpracování dat *prekorem15*, se v tomto adresáři vytvoří soubor s názvem *prekor.out*; jedná se v podstatě o námi požadovaný *korel.dat*, stačí jej tedy jednoduše přejmenovat.

Samotná struktura souboru *korel.dat* je přitom velmi jednoduchá. Úvodní řádek každého spektra obsahuje HJD, počáteční vlnovou délku, krok, váhu a vypočtený počet binů v daném spektrálním regionu (*npix*). Pod tímto řádkem následuje záznam vlnových délek a intenzit.

### 3.3 VO-KOREL

VO-KOREL je webová aplikace postavená na softwaru KOREL, v současné době udržovaná a vylepšovaná Dr. Petrem Škodou (a jeho žáky). Pro samotné rozpletení spektra dvojhvězdy je nutné, stejně jako v případě PC verze, data upravit pomocí programu PREKOR. Ten zatím není součástí internetové verze KORELu, je však k dispozici na webové stránce Petra Hadravy (<http://www.asu.cas.cz/had/korel.html>). Datový soubor tak můžeme připravit na osobním počítači<sup>6</sup>. Následně si v některém textovém editoru připravíme parametrický soubor. Nyní již máme vše potřebné pro běh VO-KORELu.

VO-KOREL běží nyní na dvou webových serverech<sup>7</sup> a jeho užívání je velmi jednoduché. Nahrajeme vstupní soubory a po stisknutí tlačítka RUN dostaneme výsledek. Na obrazovce se objeví grafy ukazující vstupní data, modelové křivky a rozpletená spektra jednotlivých komponent. Vše je také uloženo v textových souborech. Důležitým výstupním souborem je *korel.res*, ve kterém nalezneme výsledné parametry systému, případně síly čar a informace o rozplétání.

V grafických souborech lze vizuálně kontrolovat, zda jsou uvedené výsledky reálné či nikoli. V případě špatného výsledku je nutné pozměnit parametrický vstupní soubor a nechat VO-KOREL vypočíst nové hodnoty a spektra. Pomocí grafických souborů je též možné vytipovat špatná data. Můžeme pak vytvořit nový datový soubor, který je již nebude obsahovat. Toho se využívá nejvíce u dat se špatným poměrem signálu k šumu, což se hlavně v grafických výsledcích VO-KORELu může velmi projevit.

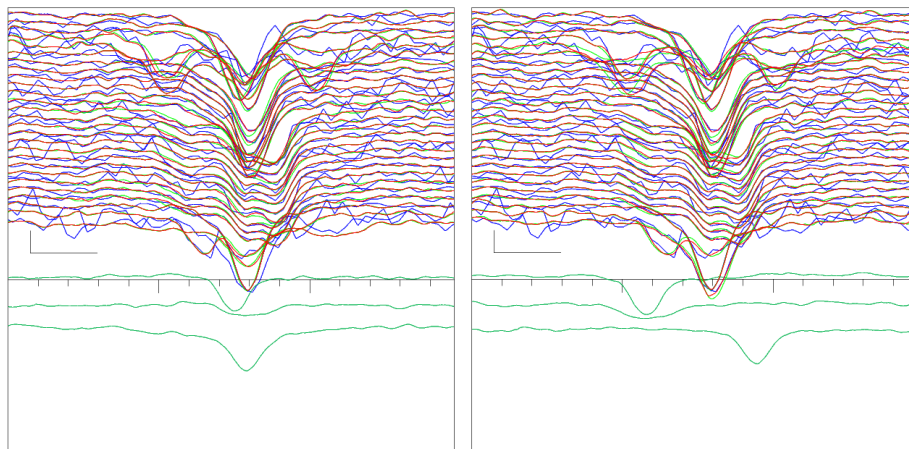
#### 3.3.1 VLIV ŠUMU

Jak se dá předpokládat, při použití dat s příliš vysokým šumem začne vznikat mnoho problémů. Může se stát, že VO-KOREL bude šum považovat za další spektrální čáry, případně může dojít k posunu rozpletených spektrálních čar. Nebo naopak mohou slabší čáry sekundární komponenty v šumu zaniknout a nastane problém s pokrytím fázové křivky. Vše je také závislé na odladění vstupních parametrů. Obecně by mělo platit, že chceme-li použít data s menším poměrem signálu k šumu, je nutné počáteční parametry určit přesněji.

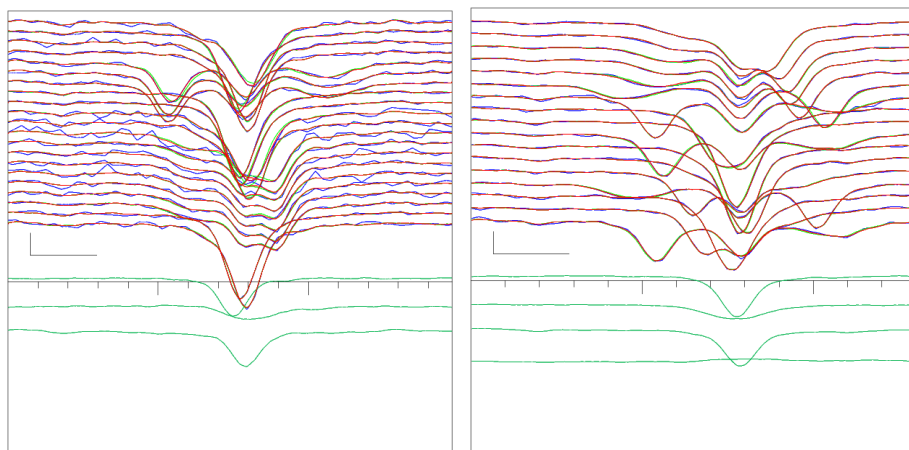
<sup>6</sup>Aby program PREKOR pracoval, je nutné spustit jej v některém emulátoru DOSu a výsledný datový soubor musíme překonvertovat do správného formátu; unix pro VO-KOREL.

<sup>7</sup>Starý: <https://stelweb.asu.cas.cz/vo-korel/>; nový: <http://vocloud.asu.cas.cz/>

Příklady defektů budu demonstrovat na spektrech hvězdy HD208905 měřených Perkovým dalekohledem. V obrázcích jsou rozlišeny následující barvy: modrá – naměřené spektrum, zelená (dole) – rozpletená spektra jednotlivých komponent, červená – superpozice spekter rozpletených komponent s radiálními rychlostmi nezávislými na orbitálních parametrech, zelená – superpozice rozpletených spekter s radiálními rychlostmi korespondujícími s řešením orbitálních parametrů.



Obrázek 3.3: Obr. vlevo: Velmi zašuměná spektra, hodnoty expozimetru 0.03 - 0.35. Obr. vpravo: Artefakt posunu čáry. Hodnoty expozimetru 0.03 - 0.35. Modrá – naměřené spektrum, zelená – spektra komponent.



Obrázek 3.4: Obr.vlevo: Spektra mírně zašuměná, naměřená na Perkově dalekohledu s hodnotami expozimetru 0.1 - 0.9. Obr.vpravo: Kvalitní spektra, naměřená na Perkově dalekohledu s hodnotami expozimetru nad 1.0.

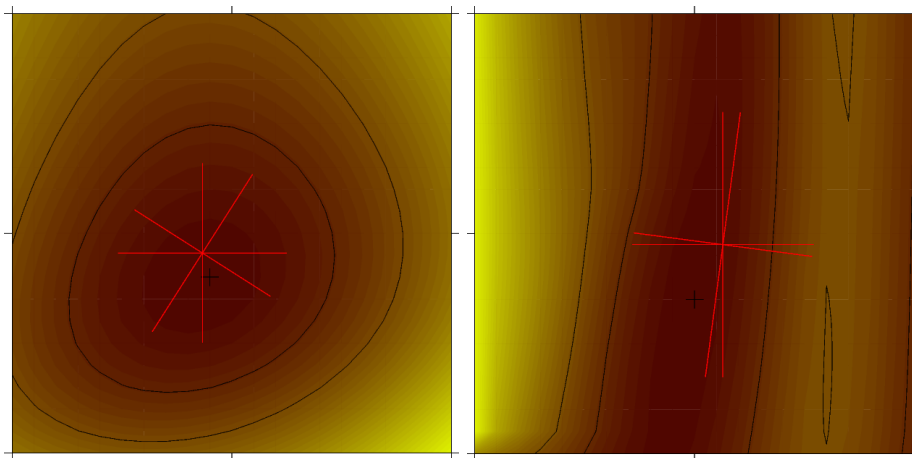
Na obr.3.3 vlevo jsou vidět silně zašuměná spektra hvězdy HD208905, kde simulovaná spektra přibližně souhlasí. Obr.3.3 vpravo ukazuje artefakt, kdy je při rozplétání čára posunuta.

Obr.3.4 demonstrují případy s lepším a nejlepším poměrem signálu k šumu. Je vidět, že je vhodné pro rozplétání používat lepší spektra.

### 3.3.2 URČOVÁNÍ CHYB HODNOT VYPOČTENÝCH VO-KORELEM

Odhad chybových intervalů lze získat z map konvergence parametrů přidáním symbolu  $e$  do parametrického souboru. Komplikací tohoto přístupu je nutnost nechat vykreslit konvergenční mapu pouze pro dva parametry (mapu jiných dvou parametrů získám přepsáním parametrického souboru a novým spuštěním aplikace VO-KOREL). Výsledná mapa konvergence pro dva vybrané parametry (příčemž jeden se vynáší na osu  $x$  a jeden na osu  $y$ ), se vykreslí v grafickém souboru *korermap.dat*. Hodnoty  $EL(j, i)$  a  $delta(j, i)$  (viz. kapitola 3.2.1) se zadávají v závislosti na požadované velikosti skenovaného prostoru, přičemž pro parametr vynášený na ose  $x$  je hodnota  $EL(j, i)$  nenulová a hodnota  $delta(j, i) = 0$ . V případě parametru vykreslovaného na ose  $y$  je to opačně. Může se také stát, že výsledná mapa bude mít natolik špatnou geometrii, že požadované chyby nebude možné určit (je potřeba mít aspoň přibližně eliptické izočáry).

Ukázky konvergence parametrů 3 a 4 a parametrů 5 a 6 pro systém HD208905 jsou na obr.3.5. Je zřejmé, že na obrázku vlevo jsou izočáry uzavřené, parametrický prostor má své minimum a šlo by určit chyby parametrů 5 a 6, kdežto na obrázku vpravo izočáry rozhodně eliptický tvar nemají a určování chyb parametrů nelze provést.



Obrázek 3.5: Konvergenční mapa: obr. vlevo: parametry 5, 6; obr. vpravo: parametry 3, 4.

Na obr.3.6 je příklad souboru *korel.par* upravený k zisku parametrického prostoru konvergence dvou parametrů.



```

1 1 1 0 1 1 0 2 2 | key(1,...,5), k= Nr. of spectra>0, filter, plot
o 0 1 0 1 0      25.660600000 .001 | HD 208905 sum= 8.504271844767466
o 0 2 01 1 1    53520.886400000 .002 |
o 0 3 0 1 1      .684000000 .01  |.357
o 0 4 0 1 1      84.530000000 1.1  |
o 0 5 0 1 1     117.510000000 .2   | 87...
o 0 6 0 1 1      0.840000000 .01  |
o 2 1 0 1 0    36500.660000000 0.01
o 2 2 01 1 1    53520.886400000 0.02
o 2 3 0 1 1      .000000000 .05
o 2 4 0 1 1      0.000000000 5.
o 2 5 0 1 1      0.100000000 1.
o 2 6 0 1 1      .500000000 .1
o 3 1 0 1 1     365.256360 0.1
o 3 2 0 1 1    51547.5206 10
o 3 3 0 1 1      0.016710220 0.001
o 3 4 0 1 1     219.405411671 10
o 3 5 0 1 1      0.0010000000 0.0001
o 3 6 0 1 1      0.000039078 0.000001
o 3 7 0 1 1      0.000009111 0.00000001
e 0 5 01 1 1      8.          0.
e 0 6 01 1 1      0.          0.2
s 1  1 0 1 1    -.02883 .10000
s 1  2 0 1 1    -.02305 .10000
s 1  3 0 1 1     .01670 .10000
s 1  4 0 1 1     .03060 .10000
s 1  5 0 1 1     .06776 .10000
s 1  6 0 1 1     .05802 .10000
s 1  7 0 1 1    -.01876 .10000
s 1  8 0 1 1    -.00816 .10000
s 1  9 0 1 1    -.00595 .10000
s 1 10 0 1 1     .00925 .10000
s 1 11 0 1 1    -.01286 .10000
s 1 12 0 1 1     .01490 .10000
s 1 13 0 1 1    -.04072 .10000
s 1 14 0 1 1     .06506 .10000
s 1 15 0 1 1    -.02365 .10000
s 1 16 0 1 1    -.07463 .10000
s 1 17 0 1 1    -.03817 .10000
x 0 0 0 0 0 0 0 | end of elements

```

Obrázek 3.6: Soubor *korel.par* upravený k zisku parametrického prostoru konvergence parametrů 5 a 6 během rozplétání.

## Kapitola 4

# POZOROVÁNÍ

Prvním krokem pro každou práci je pořizování dat. Lze využít data již naměřená, například pomocí družic či velkých přehlídek, nebo si je naměřit samostatně v rámci přiděleného pozorovacího času na zvolené observatoři. Já jsem s výhodou využívala data z ondřejovského archivu, doplněná o vlastní pozorování. Ta jsem pořídila pod dohledem svého vedoucího v rámci jemu přiděleného pozorovacího času na dvoumetrovém Perkově dalekohledu.

Před samotným pozorováním je vhodné vytvořit pozorovací program. Díky softwaru pro přípravu a kontrolu pozorování, který vytvořila a dále vylepšuje zaměstnankyně Stelárního oddělení AsÚ AV ČR v Ondřejově Bc. Lenka Kotková, je však možné pozorovací program vytvářet během samotné pozorovací noci či jej velmi efektivně přizpůsobovat aktuálním pozorovacím podmínkám. Součástí softwaru je možnost zobrazení příchozích dat, a tedy jejich okamžitá kontrola. U vybrané hvězdy lze zobrazit spektra napozorovaná v minulosti, a to včetně parametrů pozorování (expoziční čas, hodnota expozimetru, pozorovatelé, atd.), podle kterých se snadno volí optimální hodnoty při aktuálním pozorování. Ke každé hvězdě jsou též uvedeny souřadnice, které jednoduše odešleme na počítač ovládající dalekohled, dále graf s vyobrazenou výškou nad obzorem, hvězdná velikost a případně poznámky týkající se různých podrobností k pozorování.

### 4.1 POŘÍZENÍ SPEKTRA

Po odeslání souřadnic a najetí dalekohledu na hvězdu (tím myslíme, že nám obraz hvězdy dopadá na štěrbinu spektrografu) začneme s pořizování expozic. Nejprve naexponujeme srovnávací spektrum neboli comp (viz. 5.1), poté samotné spektrum objektu (hvězdy) a následně opět comp. V případě, že mezi předchozím exponovaným objektem a tím současným byl přejezd dalekohledu malý a neměnila-li se spektrální oblast, není nutné exponovat další srovnávací spektrum a série snímků se zjednoduší na „... *comp-hvězda-comp-hvězda-comp* ...“ a dojde tak i k úspoře času.

V Ondřejově se k pozorování používá vysokodisperzní mřížkový spektrograf. Díky tomu můžeme pozorovat detaily ve spektrech. Na druhou stranu se však na CCD čip promítá pouze velmi omezená část spektra. Do různých oblastí spektra se lze dostat natáčením mřížky, obecně tedy můžeme pozorovat v oblastech od 3650 Å do 9500 Å. Zaznameneáme vždy jen krátkou část celého spektra, např. pro oblast  $H_\alpha$  širokou asi 512 Å. Mřížka se natáčí o určitý úhel od libovolného, ale pevně zvoleného počátečního bodu, který se během životnosti spektrografu

nemění. Natáčení mřížky se nezadáva ve stupních, minutách a vteřinách, neboť by se jednalo o příliš hrubé otáčení, kdy by mohlo docházet k chybám. Mřížka se otáčí zadáváním konkrétního, na první pohled nic neříkajícího čísla, určujícího počet dílků, o který se mřížka otočí, a odpovídajícího konkrétnímu úhlu ve stupních a minutách.

Vysokodisperzní spektrograf s pracovním označením CCD 700 je v Ondřejově nejpoužívanějším, nikoli však jediným spektrografem. Je možné také pracovat se spektrografem CCD 400, který má rozlišení o něco menší, a k dispozici je též ešeletový spektrograf OES<sup>1</sup>. Ten je v současné době testován a odlaďován.

Na začátku, či na konci, každé pozorovací noci je nutné pořídit též kalibrační snímky používané při redukci dat k opravám o vady čipu.<sup>2</sup> Naexponujeme tedy snímky *zero* a *flat field*, detailněji popsané v kapitole 5.1. Tyto snímky je možné exponovat v době, kdy je například obloha příliš jasná pro pozorování, a neztrácíme tak pozorovací čas.

#### 4.1.1 ZÁZNAM POZOROVACÍ NOCI

Prakticky se pozorování provádí pomocí příkazů zadávaných do prostředí BIAS. Tabulka 4.1 přehledně uvádí nejpoužívanější z nich. Z každé noci je pořízen záznam ve formě pozorovacího deníku, kde je uvedeno datum, pozorovatelé, veškeré pořízené snímky z dané noci řazené chronologicky, lze zapsat k snímkům poznámku a důležité informace ke každému snímku. V jednotlivých sloupcích jsou uváděny následující údaje:

- SpFile – každý snímek je uložen ve formátu *.fit* pod jedinečným názvem<sup>3</sup>
- Object – název pozorovaného objektu či označení kalibračního snímku
- ExpT – expoziční doba, po kterou pozorujeme
- ExpVal – hodnota expozimetru; zajišťuje naexponování zadaného množství signálu
- GrAn – úhel mřížky; určuje oblast ve které pozorujeme
- M/F – dichroické<sup>4</sup> zrcátko/filtr; zamezuje překryvu řádů
- UT – čas začátku expozice v univerzálním čase
- Comment – poznámky

Většina činností, které je při pořízení expozice nutné vykonat, je zahrnuta v rámci uvedených příkazů. Jedná se tedy prakticky o spuštění malého skriptu, který zařídí nastavení dichroického zrcátka a filtru, přednastaví expoziční dobu *compu* či *flatu*, otevře a zavře závěrku. V některých velmi zřídka používaných oblastech nejsou vytvořeny skripty *run obl*. Stále je však k dispozici možnost ručního zadávání jednotlivých parametrů.

---

<sup>1</sup>Ešeletový spektrograf obsahuje oproti „normálnímu“ spektrografu jeden disperzní prvek navíc, a to natočený kolmo k prvnímu disperznímu prvku. Dostáváme tedy spektrum, kde jsou různé řády naexponovány nad sebe; tím získáme vysokodisperzní spektrum prakticky v celém rozsahu vlnových délek.

<sup>2</sup>CCD čipy používané v astronomii jsou velmi kvalitní a chlazené, v případě profesionálních zařízení většinou dusíkem. Nicméně nežádoucí efekty, jako je vliv temného proudu či různá citlivost v různých oblastech čipu, nelze technicky zcela odstranit. Viz. kapitola 4.2.3

<sup>3</sup>Viz. kapitola 5.2.

<sup>4</sup>Dichroický filtr propouští jen velice úzký pás vlnových délek (barvu) a ostatní odráží. Dichroické zrcadlo funguje opačně, odráží jen určitou barvu a propouští zbylé světlo. [27]

příkaz	popis
zero	Expozice kalibračního zero snímku.
mzero $0 p$	Většinou se exponuje více <i>zero</i> snímků naráz, přičemž $0$ značí expoziční dobu, za $p$ napíšeme počet snímků, které chceme naexponovat.
flat $d$	Expozice kalibračního snímku <i>flat field</i> (exponují se většinou až na konci pozorování). Za písmeno $d$ dosadíme požadovanou dobu trvání expozice v sekundách.
mflat $d p$	Opět můžeme provádět expozici více snímků, $d$ = doba expozice a $p$ = počet snímků.
comp $d$	Srovnávací spektrum. Exponuje se pro každou hvězdu samostatně vždy před a po měření. Doba expozice $d$ se může měnit podle oblasti, ve které spektrum pořizujeme.
run <i>obl</i>	Mění oblast vlnových délek. Namísto zkratky <i>obl</i> vyplníme pozorovací oblast. Například „halfa“ pro pozorování v okolí čáry $H_{\alpha}$ .
object <i>naz</i>	Uloží název hvězdy. Příkaz zadáváme vždy před započítáním exponování objektu.
exp $d$	Provedeme expozici hvězdy po vhodnou dobu $d$ (v sekundách).
addtime $d$	Přičte k expoziční době dobu $d$ zadanou v sekundách.
pexp $\check{c}$	Nastavení počtu megacyklů expozimetru (místo písmene $\check{c}$ napíšeme požadovanou číselnou hodnotu). Toto číslo můžeme měnit stejným příkazem i během expozice.
exp - $e$	Spustí expozici pomocí expozimetru.
readout	Okamžité ukončení a vyčtení expozice.

Tabulka 4.1: Seznam příkazů pro pozorování. (Všechny časy jsou uváděny v sekundách.)

Date: 2012-11-13		Observers: Vot,Dvo,Slou					
SpFile	Object	ExpT	ExpVal	GrAn	M/F	UT	Comment
vk130001.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:28:31	
vk130002.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:29:01	
vk130003.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:29:33	
vk130004.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:30:04	
vk130005.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:30:34	
vk130006.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:31:25	
vk130007.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:31:54	
vk130008.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:32:25	
vk130009.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:32:56	
vk130010.fit	zero	0	0.000	30:15	2/1	16:33:26	
vk130011.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	16:37:45	
vk130012.fit	eps Aur	652	15.003	30:15	2/1	16:40:25	
vk130013.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	16:52:05	
vk130014.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	16:56:55	
vk130015.fit	b Per	1158	15.003	30:15	2/1	16:59:17	
vk130016.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	17:19:19	
vk130017.fit	comp-BS	100	0.000	38:45	2/5	17:21:39	
vk130018.fit	b Per	1800	28.086	38:45	2/5	17:26:56	
vk130019.fit	comp-BS	100	0.000	38:45	2/5	17:57:39	
vk130020.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	18:01:04	
vk130021.fit	rho Aur	1821	15.002	30:15	2/1	18:04:19	
vk130022.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	18:35:28	
vk130023.fit	HD 208905	2169	3.500	30:15	2/1	18:41:31	
vk130024.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	19:18:23	
vk130025.fit	ksi Tau	1195	12.011	30:15	2/1	19:22:47	
vk130026.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	19:43:26	
vk130027.fit	comp-BS	100	0.000	38:45	2/5	19:46:22	
vk130028.fit	ksi Tau	422	12.006	38:45	2/5	19:48:40	
vk130029.fit	comp-BS	100	0.000	38:45	2/5	19:56:26	
vk130030.fit	comp-BS	200	0.000	36:10	2/5	19:58:56	
vk130031.fit	ksi Tau	705	20.005	36:10	2/5	20:03:13	
vk130032.fit	comp-BS	200	0.000	36:10	2/5	20:29:33	
vk130033.fit	comp-BS	80	0.000	36:45	2/5	20:36:17	
vk130034.fit	b Per	1283	25.013	36:45	2/5	20:39:53	
vk130035.fit	comp-BS	80	0.000	36:45	2/5	21:02:02	
vk130036.fit	comp-BS	100	0.000	35:15	2/3	21:15:34	OI 8446, 8200-8700
vk130037.fit	OY Gem	3600	0.089	35:15	2/3	21:20:25	
vk130038.fit	comp-BS	100	0.000	35:15	2/3	22:21:08	
vk130039.fit	comp-BS	200	0.000	37:42	2/5	22:27:48	
vk130040.fit	59 Cyg	6624	40.003	37:42	2/5	22:32:00	
vk130041.fit	comp-BS	200	0.000	37:42	2/5	00:23:10	
vk130042.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	00:31:01	
vk130043.fit	V1165 Tau	1189	2.001	30:15	2/1	00:33:29	
vk130044.fit	comp-BS	90	0.000	30:15	2/1	00:54:03	
vk130045.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	00:57:28	
vk130046.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	00:58:07	
vk130047.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	00:58:47	
vk130048.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	00:59:29	
vk130049.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:00:09	
vk130050.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:00:50	
vk130051.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:01:31	
vk130052.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:02:12	
vk130053.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:02:52	
vk130054.fit	flat-BS	10	0.000	30:15	2/1	01:03:34	
vk130055.fit	flat-BS	100	0.000	38:45	2/5	01:04:58	
vk130056.fit	flat-BS	100	0.000	38:45	2/5	01:07:07	

Continued on next page

Obrázek 4.1: Pozorovací deník

## 4.1.2 EXPOZICE

Systém nabízí dvě možnosti, jak pozorovat danou hvězdu: pomocí nastavení expoziční doby a nebo nastavením hodnoty expozimetru. Druhou možností je výhodné využívat v případě objektů již dříve pozorovaných nebo za nestálých povětrnostních podmínek. Nastavení pevné pozorovací doby je výhodné v případě hvězd pozorovaných poprvé, aby se zamezilo přexponování, kdy mohou vyzkoušet více expozičních dob od kratších po delší. Přednastavíme tak hodnoty expozimetru pro další možná pozorování. Pozorování na expoziční dobu lze též využít za špatných podmínek, kdy se chceme vyhnout příliš dlouhé expoziční době při použití expozimetru, neboť nepřiměřeným prodlužováním expoziční doby se příliš zhoršuje poměr signálu k šumu a přibývá takzvaných „kosmiků“ (zaznamenaný dopad vysokoenergetické částice – nejedná se o foton).

## 4.2 TECHNICKÉ ZÁZEMÍ

V této kapitole jsem čerpala převážně z [13] a stránek Stelárního oddělení AsÚ Av ČR, včetně stránek starých [23], [24], [25].

### 4.2.1 DALEKOHLED

Nejprve se zmíním o zrcadlových dalekohledech obecněji. Základní dělení všech dalekohledů je na refraktory (dalekohledy čočkové) a reflektory (dalekohledy zrcadlové). Velkou nevýhodou dalekohledů využívajících čočky jsou rozměrová omezení vyráběných čoček. Jednoduše řečeno je technicky obtížné vyrobit čočku větší než jeden metr [28]. Navíc pro takto velké čočky je velmi dlouhá ohnisková vzdálenost, což znamená vyšší nároky na konstrukci dalekohledů i kopulí. Z těchto technických důvodů začaly v astronomii převažovat dalekohledy zrcadlové, a to od amatérských pozorovatelů až po vědecké observatoře.

Podmínkou pro správnou funkčnost reflektoru je přesné vybroušení zrcadla, neboť nepřesnost velikost  $d$  se promítne do odchylek vlnoploch o velikosti  $2d$ . To však v dnešní době již nečiní potíže, navíc reflektor není zatížen chromatickou vadou na rozdíl od čoček (závislost vlnové délky na indexu lomu). Nevýhodou při měření v UV oblasti naopak může být absorpce záření na některých kovech v oblasti těchto vlnových délek.

Nyní se chvíli zastavíme u tvarů zrcadel. Prvním z možných tvarů, který má vlastnost fokusace světla, je sférický. Ukázalo se však, že v případě velké ohniskové vzdálenosti je zakřivení zrcadla velmi mírné a paralelní paprsky z velmi vzdáleného zdroje (lze aproximovat nekonečnou vzdáleností obzvláště pro zdroje astronomické) se fokusují do různých ohnisek v závislosti na vzdálenosti od optické osy zrcadla. Tomuto efektu se říká sférická vada. Jiné kuželosečky (parabola, hyperbola, elipsa) však touto vadou netrpí a paralelní paprsky z nekonečně vzdáleného ohniska fokusují do jednoho místa.

V odborné terminologii se pro tvar zrcadla setkáváme s názvy jako rotační paraboloid či hyperboloid. Pojem vznikl z analogie s povrchem vody v rotující nádobě, který má tvar dokonalého paraboloidu.

V nejjednodušším případě lze dalekohled sestavit jen pomocí jediného (primárního) zrcadla. Do tzv. primárního ohniska vložíme detekční médium (CCD kameru nebo třeba fotografickou desku). Nejedná se však o jediné možné uspořádání dalekohledu a lze využít i jiné konstrukce. Tyto o něco složitější konstrukce již obsahují zrcadla navíc. Jak je známo, na každém optickém prvku (zrcadlo, čočka, ...) dochází k jisté ztrátě mohutnosti signálu. Vybíráme-li si pro své

měření nový dalekohled, je vhodné směřovat výběr konstrukce ke zvolenému problému či typu měření. Většina konstrukcí dalekohledů obsahuje dvě zrcadla: primární a sekundární, které je umístěno před primárním ohniskem. Základní typy konstrukcí dalekohledů jsou:

- Primární – výše popsané uspořádání s detekčním zařízením v primárním ohnisku a jedním primárním zrcadlem.
- Cassagrainova – Při této konstrukci dalekohledu se v primárním zrcadle nachází otvor. Sekundární zrcadlo fokusuje světelný svazek do tzv. Cassagrainova ohniska, které se nachází za primárním zrcadlem mimo dalekohled. (Světlo po odrazu od sekundárního zrcadla prochází otvorem v primárním zrcadle a fokusuje se za dalekohledem.)  
Primární zrcadlo v případě klasického Cassagrainova dalekohledu má tvar paraboloidu a sekundární zrcadlo tvar hyperboloidu.
- Coudé – Toto uspořádání obsahuje třetí (případně i čtvrté) rovinné zrcadlo umístěné podél rotačních os dalekohledu. Toto uspořádání závisí na typu montáže, pro equatorální montáž (bude popsána níže) je pevné ohnisko (nepohybuje se s dalekohledem) nazýváno coude. V případě azimutální montáže se nazývá Nasmythovo ohnisko a schéma dalekohledu vypadá podobně jako v případě Cassagrainova typu.

Ještě malá zmínka o montážích dalekohledů. Rozlišujeme dva základní typy montáží: ekvatoreální (někdy nazývanou též paralaktická) a azimutální. V případě ekvatoreální montáže se dalekohled pohybuje okolo polární (paralelní se Zemskou osou, lze ji též nazývat hodinovou osou) a deklinační (je kolmá na osu polární) osy. Pointujeme-li při pozorování hvězdu, dalekohled na této montáži se plynule pohybuje pouze okolo osy polární a obraz v ohnisku dalekohledu nemění svou orientaci.

Druhým typem montáže je azimutální montáž. Dalekohled se pohybuje okolo osy horizontální (může skenovat oblohu od horizontu k zenitu) a azimutální. Při pointování hvězdy se dalekohled musí pohybovat ve směru obou os a obraz v ohnisku se s časem otáčí.

## PERKŮV DALEKOHLED

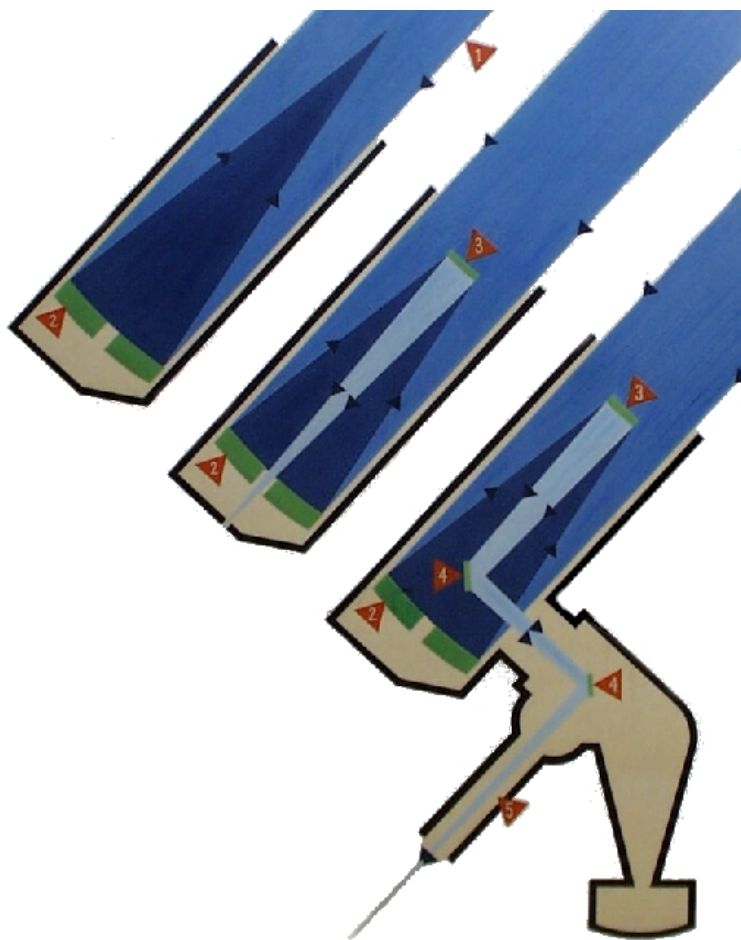
Já jsem prováděla pozorování s dalekohledem v Ondřejově. Ten je umístěn na podpůrné paralaktické montáži německého typu<sup>5</sup> (A.Jenske, firma Zeiss), která umožňuje namířit dalekohled na libovolné místo na obloze. K dosažení coude ohniska jsou zapotřebí dvě rovinná zrcadla, která mají eliptický tvar, a svazek má tak kruhový průmět.

Dalekohled může sledovat pohyb hvězd otáčením okolo hodinové osy, kde může kopírovat denní pohyb oblohy (15° za hodinu), nebo tělesa s vlastním pohybem (např. planety), a to díky schopnosti vyvíjet různé rychlosti okolo obou os.

Nejdůležitější částí dalekohledu je zrcadlo. Primární zrcadlo má tvar rotačního paraboloidu a sekundární je hyperbolické. Aktivní průměr primárního zrcadla je 2 m a hmotnost je přes 2000 kg, ohnisková vzdálenost primárního zrcadla je 9 metrů, což odpovídá délce tubusu. Otvor pro Cassagrainovo ohnisko má průměr 250 mm. Odrazová vrstva, kterou tvoří hliník na základu z bronsilikátového skla Tempax, je chráněna tenkou vrstvou fluoridu hořečnatého. Přesto je nutné zrcadlo jednou za čas znovu pokovit.

Perkův dalekohled je možné použít ve třech konfiguracích: primární, Cassagrainově a coude. V současnosti je využíváno coude ohnisko umístěné podle obr. 4.2 pod dalekohledem, kde se

<sup>5</sup>V této konstrukci ekvatoreální montáže je nutné použít protizávaží, neboť dalekohled je umístěn mimoosově.



Obrázek 4.2: Možné konfigurace dalekohledu. 1 – vstupní svazek paprsků, 2 – primární zrcadlo, 3 – sekundární zrcadlo, 4 – rovinná zrcadla pro přeměření paprsku do coudé ohniska, 5 – hodinová osa dalekohledu. Zdroj:<http://stelweb.asu.cas.cz/web/old-2003/optika.html>



nachází spektrografy coudé a OES.

## 4.2.2 SPEKTROGRAF

Spektrografy se používají pro rozklad spektra hvězd, jeho detekci a případně i záznam. Existuje několik typů, například ešletový spektrograf či „obyčejný“ vysoko nebo nízkodisperzní spektrograf. Mimo disperzní prvek, který je hlavní součástí spektrografu, jsou zde ještě další komponenty, bez kterých by zařízení nefungovalo.

Základní struktura spektrografu vypadá následovně: v ohnisku dalekohledu na vstupu světla do spektrografu se nachází úzká štěrbinová, poté je divergující svazek kolimován tzv. kolimátorem a dopadá na disperzní prvek (ve většině profesionálních přístrojů se jedná o mřížku, ale principiálně může být použit i hranol). Následně svazek prostupuje kamerou či obrazovou čočkou a dopadá na detektor. Jednotlivé prvky je vhodné volit podle požadovaných parametrů s ohledem na budoucí účel přístroje. Popíšeme si tedy jednotlivé základní prvky trochu podrobněji s ohledem na použití v Ondřejově, neboť jejich spektrograf jsem využívala ke své práci.

- Štěrbina<sup>6</sup> – je tvořena dvěma břity, mezi nimiž je prostor o šířce  $w$ . Obecně platí, že čím užší štěrbinová, tím lepší rozlišení spektrografu, ale klesá intenzita záření vstupující do spektrografu. Je proto dobré volit šířku štěrbinové tak, aby odpovídala rozlišovací schopnosti detektoru.
- Kolimátor – v coudé spektrografu v Ondřejově je tvořen parabolickým zrcadlem, v jehož ohnisku se nachází štěrbinová. Vystupuje z něj tedy rovnoběžný svazek paprsků dopadající na další optický člen.
- Mřížka – jde o desku velikosti  $15,4 \times 20,6$  cm s 830,77 vrypů na mm. Díky disperzi světla můžeme na štěrbině rozkládat přichodící světlo na spektrum. Úhlovou disperzi lze zapsat jako

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta \cos \gamma}, \quad (4.1)$$

kde  $\theta$  je úhel, pod kterým se paprsek odráží (vzhledem ke kolmici),  $m$  difrakční řád,  $d$  mřížkový parametr (vzdálenost dvou sousedních vrypů) a  $\gamma$  je úhel dopadu paprsku (opět měřeného od kolmice), většinou je  $\gamma = 0^\circ$ .

Úhlová disperze se na čipu promítne jako lineární disperze

$$\frac{dx}{d\lambda} = \frac{dx}{d\theta} \frac{d\theta}{d\lambda} = f_{cam} \frac{d\theta}{d\lambda} \quad (4.2)$$

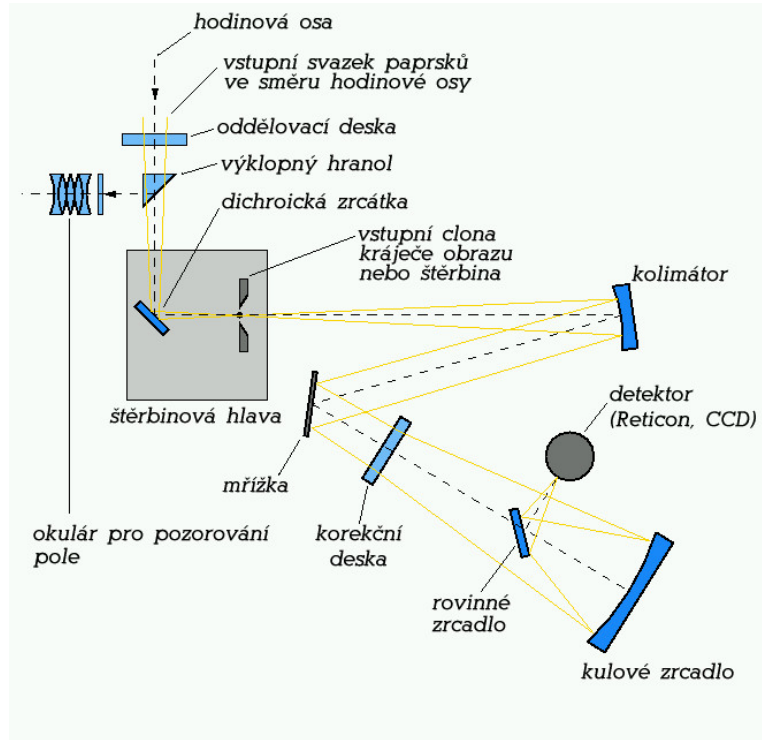
- Kamera – v Ondřejově Schmidtova kamera; jedná se o soustavu čoček a zrcadel, ohnisko kamery se nachází na detektoru. Touto kamerou lze zobrazit velké zorné pole bez zkreslení. [24] V coudé spektrografu jsou umístěny dvě kamery s ohniskovou vzdáleností 700 mm a 350 mm (podle této ohniskové vzdálenosti se pracovní dělí spektra na spektra z CCD700 – vysokodisperzní a CCD400 – menší rozlišení než CCD700, ale zase zobrazí větší úsek spektra).

---

<sup>6</sup>Štěrbina Ondřejovského coudé spektrografu je umístěna v tzv. štěrbinové hlavě, kde jsou umístěna ještě další zařízení, např. lampa pro flaty, nachází se zde též dichroická zrcadla či expozimetr.

- Detektor – v současnosti se používají CCD detektory, jejichž popis je proveden níže v kapitole 4.2.3.

Schéma spektrografu je na obrázku 4.3.



Obrázek 4.3: Schéma coudé spektrografu. Zdroj:<http://stelweb.asu.cas.cz/web/old-2003/pristroje/spektr.html>

Základním parametrem každého spektrografu je rozlišovací schopnost. Značí se  $R$  a jedná se o nejbližší dvě rozlišitelné vlnové délky, což lze zapsat jako:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (4.3)$$

kde  $m$  je difrakční řád a  $N$  celkový počet vrypů na mřížce. Vyjádříme-li si převrácenou hodnotu rozlišení, dostaneme zajímavý vztah:

$$\frac{1}{R} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c} \quad (4.4)$$

kde poslední zlomek je nerelativistický Dopplerův jev. Znamená to, že jsme tedy schopni určit, jakou nejmenší radiální rychlost můžeme daným spektrografem pozorovat.

### 4.2.3 CCD

Čip CCD si lze představit jako mřížku obrazových elementů, pixelů. Každý pixel může absorbovat foton a uvolněná energie se použije pro generaci elektron-děrového páru v polovodiči,

ze kterého je pixel vyroben. Chceme-li vytvořit „obrázek“, je nutné udržet vygenerovaný elektron v místě pixelu. To je možné pomocí elektrostatického pole. K udržení většího náboje použijeme kovovou elektrodu na křemíkovém polovodiči, mezi nimiž je tenká vrstva oxidu křemičitého s izolačními vlastnostmi. Dostáváme tak vlastnosti podobné kondenzátoru, kdy elektrické pole generované v křemíkové desce se ukládá ve formě náboje uvnitř kovové vrstvy. Jedná se o princip diody. Celý čip je tedy tvořen polem diod. Během pozorování se v kovových vrstvách akumulují náboje, které se po skončení expozice vyčtou. Celý tento proces se s oblibou demonstruje na miskách při dešti. Každá miska je umístěna na posuvném pásu, a poté, co přestane pršet, se misky z každého pásu vylijí do misek na příčném pásu, odkud se nakonec vylijí do odměrky. Celý systém je synchronizovaný tak, že každé místo na posuvném pásu odpovídá jedna miska na příčném pásu. Odměrka tedy vždy změří, kolik napršelo do konkrétní misky na konkrétním místě. Podobným způsobem zjistíme, kolik signálu dopadlo na konkrétní místo na čipu. [2], [13]

Při astronomických měřeních se setkáváme s problémem malé intenzity signálu. Měřené objekty jsou často velmi slabé a je nutné provádět dlouhé expozice. Díky prodloužení expoziční doby se potýkáme s narůstajícím problémem šumu detektoru. Kvůli elektrickému šumu je také nutné astronomické CCD čipy vyčítat mnohem pomaleji, tzv. pomalý sken. Aby se dosáhlo co největší eliminace šumu, jsou astronomické čipy umístěny ve vakuových komorách (Dewarova nádoba) a chlazeny (v Ondřejově se chladí kapalným dusíkem).

Absorpce světla je pravděpodobnostním procesem, kdy

$$P(k, n) = \frac{y^k}{k!}, y = np \approx \langle k \rangle \quad (4.5)$$

písmenem  $k$  označujeme počet absorbovaných fotonů,  $n$  je počet dopadlých fotonů a  $p$  je pravděpodobnost absorpce. Veličina  $P(k, n)$  je náhodná veličina, neboť světlo má kvantovou povahu. Z této úvahy tedy plyne náhodnost signálu a vznik šumu.[2]

Zdroje signálu mohou být následující:

- šum generující se při vyčítání čipu způsobený elektrony (elektrický šum)
- fotonový šum vznikající při načítání signálu objektu
- fotonový šum vznikající ze signálu pozadí (oblohy)
- šum vznikající z temného proudu <sup>7</sup>

Veličinou, která charakterizuje kvalitu snímku, je poměr signálu k šumu  $S/N$ . Funkce popisující veličinu  $S/N$  je celkem složitá. Její vyjádření a popis lze najít například v [13].

Abychom ještě více eliminovali šum detektoru, exponují se každou noc korekční snímky, o kterých je pojednáno v kapitole 5.1.

Výsledný obrázek se v astronomii ukládá ve FITS formátech. V Ondřejově je tento formát zapisován příponou *.fit* (oproti běžné *.fits*). Prakticky se jedná o matici čísel. Převod mezi elektrickým nábojem naakumulovaným v pixelech zajišťuje A/D převodník (analog/digitel) a jednotkou intenzity signálu je ADU (analog-digitel unit). [26]

---

<sup>7</sup>Jde o tepelně generované náboje.[26]

## Kapitola 5

# REDUKCE SPEKTER

Redukce spekter je proces, kterým z původních surových dat (závislost intenzity signálu na poloze na čipu) získáme křivku závislosti intenzity na vlnové délce. Následně je pro účely práce se spektrálními čarami vhodné provést odečtení kontinua (vyrovnání spektra na hodnotu 1), tzv. rektifikace spekter. Na konci celého procesu dostaneme spektra, kde na vertikální osu nanášíme relativní intenzitu místo absolutní intenzity naměřeného signálu. V této kapitole jsem čerpala ze zdrojů [19], [11].

### 5.1 KOREKČNÍ A KALIBRAČNÍ SNÍMKY

Každý typ záznamového média je na přicházející světlo citlivý jiným způsobem. Zabýváme-li se spektroskopii, je také velmi důležité, že existuje jistá závislost citlivosti média na vlnové délce. V Ondřejově se používá jako záznamové medium CCD čip pro astronomická měření. Čip je chlazen kapalným dusíkem, aby se co nejvíce omezil šum detektoru, a je umístěn ve vakuu v Dewarově nádobě.

Obecně jsou CCD čipy více citlivé v červené oblasti spektra a mají již zmiňovaný vlastní šum. CCD čip také nemá stejnou citlivost na celé své ploše. Přesně tyto efekty se snažíme odstranit pomocí korekčních snímků, tzv. *zero* snímku a *flat fieldu*.

#### ZERO

*Zero* snímek je možné naexponovat kdykoli během dané pozorovací noci. Jedná se o vyčtení čipu při zavřené závěrce a na čip tedy nedopadá žádné světlo. Zaznamená se pouze vlastní šum detektoru, případně vadné hodnoty některých pixelů (horké pixely). Navíc pro zlepšení opravy se neexponuje pouze jeden *zero* snímek, ale například 7 či 10 těchto snímků, které se následně průměrují.

Dalo by se namítnout, že množství šumu odpovídá délce expozice a proč se tedy nedělají klasické *dark framey*<sup>1</sup>. Jsou pro to hned dva důvody:

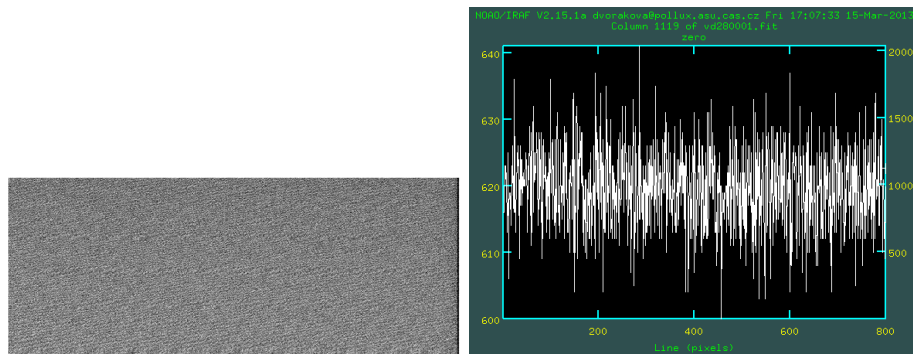
**Za prvé:** Při našich expozičních dobách, trvajících 10 minut až třeba 2 hodiny, by pořizování *dark framů* bylo dost časově náročné.

---

<sup>1</sup>*Darka frame* – expozice při zavřené závěrce, která svou délkou odpovídá délce expozice objektu, k jehož opravě má sloužit.

**Za druhé:** Oprava, kterou by nám to přineslo oproti *zero* snímku, je zanedbatelná vzhledem k signálu pozorovaných objektů.

Odečtením zprůměrovaného *zero* snímku tedy provádíme korekce na vlastní šum detektoru a jeho případné vady (horké pixely apod.).



Obrázek 5.1: Ukázka *zero* snímku. Vlevo: obrázek z programu ds9. Vpravo: obrázek z IRAFu – řez sloupcem, na ose  $x$  je nanášeno číslo řádku čipu, na ose  $y$  vlevo je hodnota ADU a na ose  $y$  vpravo je číslo sloupce.

## FLAT FIELD

Doba expozice tohoto snímku se liší podle oblasti spektra, ve které exponujeme, například v oblasti  $H_\alpha$  je doba expozice *flatfieldu* (dále už jen *flatu*) na Perkově dalekohledu rovna 10 s (kamera 700, Coudé spektrograf, viz. 4.2.2). Celý čip je osvětlen bílým světlem, jehož spektrální průběh by měl být roven hladkému kontinuu. Světlo také prochází stejnou dráhou jako signál pozorovaného objektu. V Ondřejově je lampa pro *flaty* umístěna ve štěrbinové hlavě spektrografu.

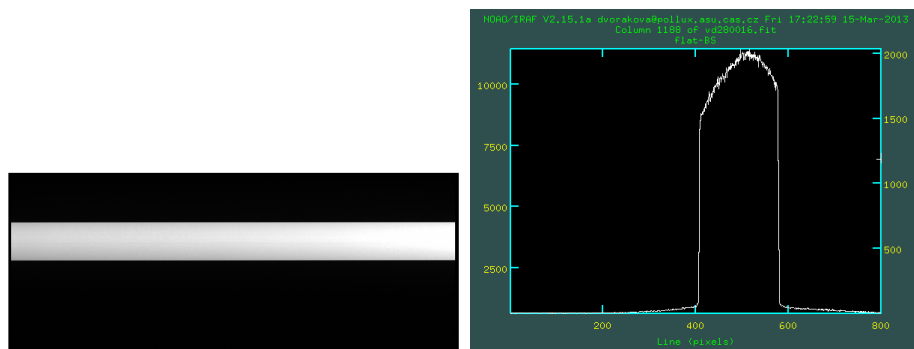
Zprůměrovaným *flatem*, například ze sedmi snímků exponovaným během konkrétní noci, provádíme opravu o různou citlivost jednotlivých částí čipu.

## COMP

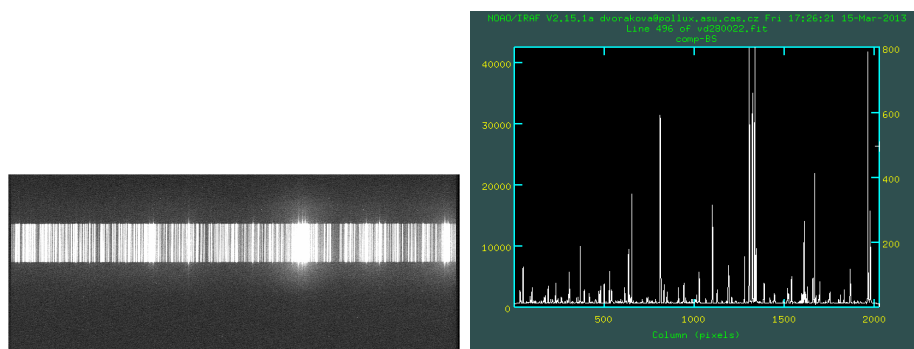
*Comp* (z anglického comparison) je snímkem srovnávacím. Abychom mohli hvězdná spektra kalibrovat na vlnové délky, pořizuje se snímek lampy s úzkými přesně definovanými spektrálními čarami (v Ondřejově se jedná o thorium-argonovou výbojku), který se exponuje vždy před a po expozici pozorovaného objektu. Díky tomu můžeme jednotlivým sloupcům na čipu přiřadit vlnové délky.

Délka expozice *compu* se mění podle jednotlivých spektrálních oblastí (stejně jako exponujeme různé části spektra hvězdy, exponujeme též různé části spektra lampy), aby spektrální čáry byly dostatečně výrazné<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Stejně to platí i pro samotné hvězdy, které se musí v některých spektrálních oblastech též exponovat delší dobu.



Obrázek 5.2: Ukázka *flat fieldu*. Vlevo: obrázek z programu ds9. Vpravo: obrázek z IRAFu – řez sloupcem, na ose  $x$  je nanášeno číslo řádku čipu, na ose  $y$  vlevo je hodnota ADU a na ose  $y$  vpravo je číslo sloupce.



Obrázek 5.3: Ukázka srovnávacího (*comp*) snímku. Vlevo: obrázek z programu ds9. Vpravo: obrázek z IRAFu – řez řádkem, na ose  $x$  je nanášeno číslo sloupce čipu, na ose  $y$  vlevo je hodnota ADU a na ose  $y$  vpravo je číslo řádku.

## 5.2 IRAF

Pro vlastní redukci spekter jsem používala program IRAF (Image Reduction and Analysis Facility). Jedná se o software vyvinutý a podporovaný společností National Optical Astronomy Observatories (NOAO, Tucson, Arizona). Internetová stránka k tomuto softwaru je <http://iraf.noao.edu/>.

V Ondřejově se všechna data ukládají po nocích v pořadí, v jakém byly jednotlivé expozice nasnímány. Navíc je každému snímku přiřazeno specifické číslo, například *vd280023.fit*. První písmeno značí rok, druhé měsíc, následuje den a nakonec pořadí snímku v dané noci. Pro náš příklad tedy máme:  $v$  = rok 2012,  $d28$  = 28.4.,  $0023$  = 23. expozice.

### OPRAVA O KOREKČNÍ SNÍMKY

Nejprve všechny naexponované snímky zkontrolujeme, zda jsou naexponovány správně. Při exponování se může vyskytnout chyba, která jednotlivý snímek znehodnotí. Takové snímky

je třeba vyřadit ještě před vlastní redukcí dat. Následně zkombinujeme všechny *zero* snímky. Činíme tak pomocí balíku *zerocombine* (*zeroc*) a výsledek uložíme pro jednoduchost jako *Zero.fit*. Nyní od všech snímků (včetně všech *flatů*) odečteme zprůměrovaný snímek *Zero.fit*, což lze provést například pomocí funkce *imarith*.

Podobně jako *zero* snímky zkombinujeme *flaty* do souboru *Flat.fit*. Lepší však je zapsat do názvu souboru za slovo Flat ještě číslo charakterizující úhel mřížky. IRAF totiž sám neumí třídít jednotlivé snímky podle úhlu mřížky zapsaným v hlavičce souboru. Pokud se zpracovává více expozic z různých oblastí spektra naráz, je potřeba expozice podle úhlů mřížky roztřídit ručně. Snímek hvězdy a srovnávací spektrum podělíme nově vytvořeným snímkem *Flat.fit*. Přitom je nutné použít *Flat.fit* ve správném úhlu mřížky<sup>3</sup>.

Pro odečtení Zera a odflatování lze použít balík *ccdproc*. Ten mimo jiné provede i ořez snímku. CCD čip má povětšinou obdélníkový tvar, ale spektrum se na něj exponuje pouze v úzkém proužku. Velkou oblast snímku tedy zaujímá jen naexponovaný šum, který činí snímek zbytečně velkým. Je tedy vhodné snímek objektu i *comp* oříznout pouze na oblast, ve které se spektrum exponuje. Navíc v oblastech mimo štěrbinu se nenaexponuje *flat* (světlo lampy musí projít štěrbinou a promítne se na čip jen v určitém pásu), nemáme v nich tedy ani korekci na různou citlivost čipu. Díky ořezu má snímek též menší velikost a zabere tak méně paměti počítače.

Necháme-li si poté vypsát seznam všech snímků v adresáři, uvidíme v závorce za každou expozicí zapsaná velká písmena:

**O** = overscan (zakrytí prvního řádku)<sup>4</sup>

**T** = ořezání

**Z** = zerocorrected – odečtení *Zera*

**F** = flatcorrected – podělení *Flatem*

Pro balík *ccdproc* je stejně jako pro odflatování nutné ručně roztřídit spektra podle jednotlivých úhlů mřížky.

### 5.2.1 TRASOVÁNÍ A ODEČÍTÁNÍ POZADÍ

Spektrum, ať se jedná o *comp* či hvězdné, se naexponuje jako sada různě širokých a různě jasných „barevných“ čar v závislosti na poloze, nikoli jako závislost intenzity na vlnové délce. Pro získání závislosti  $I \sim \lambda$  je nutné provést řez naexponovaného spektra, tedy zhruba podél budoucí osy vlnových délek.

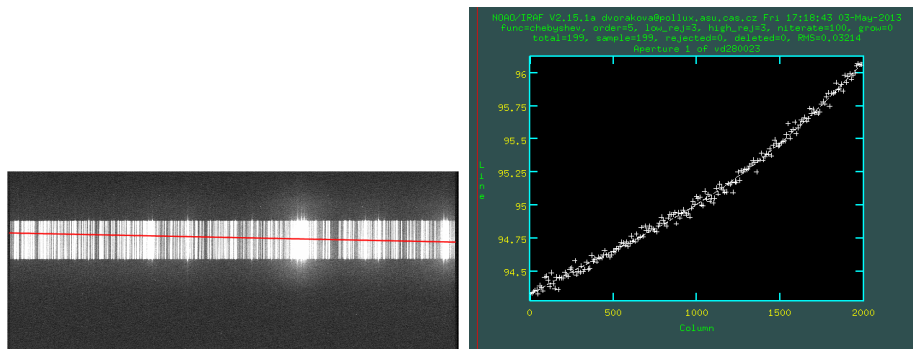
Tomuto procesu se říká trasování spektra. V IRAFu lze využít minimálně dva balíky pro trasování: balík *apall* a balík *doslit*.

První z nich dokáže vytrasovat spektrum objektu a odečíst pozadí. Po spuštění je balík interaktivní, tudíž lze měnit parametry průběžně. Nejprve trasujeme spektrum hvězdy. Po spuštění balíku *apall* v IRAFu je důležité udělat editaci apertury. Apertura je clonka, v tomto případě se jedná o „výběr síly signálu“, přičemž uvnitř apertury se nachází signál hvězdy.

Dále editujeme pozadí; při každé změně je však nutné provést fit, jinak se změny neprovedou.

<sup>3</sup>Úhel mřížky musí být vždy stejný pro hvězdu, *comp* i *Flat.fit*.

<sup>4</sup>V Ondřejově se nedělá.



Obrázek 5.4: Obr. vlevo: Ilustrace, jak by mohlo vypadat trasování srovnávacího spektra, tedy řez podél červené čáry. Obr. vpravo: vytrasované spektrum *b* Per v programu IRAF.

Po vytrasování spektra hvězdy se trasuje spektrum srovnávací. Zde už se neodečítá pozadí a apertura se použije stejná, jako pro spektrum hvězdy. Pro trasování srovnávacího spektra se však balík *apall* musí znovu spustit a změnit některé parametry, neboť po vytrasování hvězdného spektra se balík zavře.

Naproti tomu balík *doslit* je mnohem komplexnější a pracuje opět interaktivně. Nejprve se upraví apertura pro hvězdu, pak se odečte pozadí a následně se vytrasuje srovnávací spektrum, přičemž balík *doslit* nemusíme znovu spouštět. V rámci jednoho běhu balíku *doslit* se také spektrum okalibruje na vlnové délky (více v kapitole Disperzní relace).

## 5.2.2 DISPERZNÍ RELACE

Nyní potřebujeme spektrum kalibrovat, tedy převést souřadnice na vlnové délky. K tomu nám poslouží kalibrační spektrum.

Kalibraci hvězdy provádí již zmiňovaný balík *doslit*, ale lze k tomu využít i jiné procedury. Postup je následující. Ve srovnávacím spektru vybereme několik výrazných čar a určíme jejich vlnové délky. Ostatní čáry doplníme z databáze, musíme však celé spektrum projít a odstranit označení čar s příliš malou intenzitou či čar blendovaných. Následně proložíme polynom závislosti pixel-vlnová délka a odstraníme body, které jsou dále, než předem zvolená chyba. Získáme tak disperzní relaci pro srovnávací spektrum. Získanou disperzní relaci již pouze aplikujeme na spektrum hvězdy. [16]

## 5.2.3 HELIOCENTRICKÁ KOREKCE

Heliocentrická korekce je oprava spektra o posun čar vlivem pohybu Země kolem Slunce. Pro radiální rychlosti páru Země – Slunce platí stejná pravidla, jako pro výpočet radiálních rychlostí dvojhvězd, jen s tím rozdílem, že parametry dráhy nám jsou dobře známé.

Tento krok provedeme pomocí balíku *rvcor*, který však pouze heliocentrické korekce vypočte a zapíše do hlavičky. Pokud skutečně chceme spektrum posunout, musíme následně zavolat proceduru *dopcor*. Vzhledem k tomu, že balík *rvcor* pro výpočet požaduje v hlavičce spektra údaj o čase středu expozice v UT, je nutné jej vypočítat a do hlavičky doplnit (pokud jej neobsahuje).



Důležité při opravě o heliocentrickou korekci je dávat pozor, zda se začátek expozice nenachází před půlnocí a střed expozice po půlnoci. V tomto případě je nutné editovat hlavičku spektra a posunout datum pozorování o +1. Po dokončení redukce se nesmí zapomenout hlavičku zase přepsat zpět.

### 5.3 REKTIFIKACE SPEKTER

Pro rektifikaci spekter je možné vybrat si z různých softwarů. Jednou z možností je například IRAF, který skrývá rektifikaci v tasku *continuum*. Je možné rektifikovat i více spekter najednou, a to pomocí zvolených funkcí a řádů (například volba řádu 3 znamená, že vybraná funkce bude obsahovat členy až do třetího řádu). Procedura IRAFu proloží kontinuum zvolenou funkcí. Vše je možné vizuálně kontrolovat a případně interaktivně měnit funkce či řády pro lepší souhlas fitované funkce s kontinuem spektra.

#### SPEFO

Já jsem si pro svou práci zvolila software SPEFO, vyvinutý J. Hornem speciálně pro zpracovávání dat naměřených Perkovým dvoumetrovým dalekohledem. V tomto softwaru se rektifikace provádí ručně. V kontinuu se označí jednotlivé body a sleduje se shodnost tvaru hvězdného kontinua s prokládající se křivkou. Tento proces je nutné provést pro každé spektrum, přičemž software si „pamatuje“ označené body spektra předcházejícího a je nutné je pouze upravit. Proces může být poněkud zdouhavý, ale s trochou zkušeností je možné dosáhnout dobré rektifikace spekter. V nových verzích programu SPEFO lze rektifikovat již i více spekter zároveň.

SPEFO pracuje s vlastním formátem *.uui*, obsahuje však samozřejmě funkci převodu. Celý proces se tedy skládá ze tří kroků: nejprve je nutné převést napozorovaná spektra z formátu *.fit* do formátu *.uui*, následuje samotný proces rektifikace (data získají příponu *.rui*) a nakonec lze data opět přeformátovat, v mém případě do formátu ASCII. Na konci celého procesu získáme normovaná data ve formátu, kdy v prvním sloupečku se nachází vlnové délky a ve druhém příslušné intenzity.

Pro rektifikaci spekter zvolíme v nabídce možnost *Rect*, *Rectific* a vybereme si spektrum, které chceme rektifikovat. Spektrum se zobrazí na obrazovce a pomocí kurzorů vybereme body a označíme je. Po označení alespoň dvou bodů se jimi začne prokládat křivka, kterou označováním dalších bodů postupně upravíme tak, aby kopírovala průběh kontinua. Většinou stačí označit 4 - 5 bodů, rozmístěných po celé délce spektra. Po potvrzení se pro kontrolu objeví vyrovnané spektrum. Dostali jsme tak požadované spektrum s kontinuem normovaným na 1.

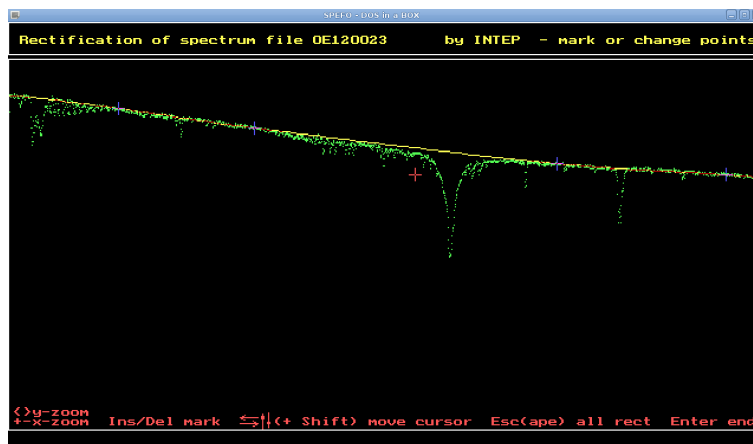
Rektifikace není jedinou funkcí softwaru SPEFO. Lze pomocí něj určovat například i radiální rychlosti či pracovat s heliocentrickou korekcí. Software je nyní spravován P.Škodou a je přístupný na internetových stránkách Stelárního oddělení AsÚ ČR<sup>5</sup>.

### 5.4 TELURICKÉ ČÁRY

Zdroje pro tuto kapitolu jsou [22], [5], [8], [21].

---

<sup>5</sup><http://stelweb.asu.cas.cz/retarchive/pages/software/spefo/spefo.html>



Obrázek 5.5: Rektifikace ve SPEFu

Jedná se o spektrální čáry vznikající při průchodu světla zemskou atmosférou. Molekuly v atmosféře absorbují fotony přicházejícího záření, například molekuly vodní páry či oxidu uhlíkatého a další.

#### 5.4.1 POZITIVA A NEGATIVA

Data pořízená pozemskými dalekohledy jsou zatížena vlivy atmosféry. Do spekter hvězd se tak promítají absorpční profily telurických čar. Tato skutečnost může být pro zpracovávání spekter na jednu stranu výhodná, na stranu druhou je často přítěží.

Výhodnost promítání telurických čar do spektra může spočívat například v přesnější kalibraci vlnových délek. Většinou však profily telurických čar znemožňují potřebné zpracování dat, a je tedy vhodné tyto nežádoucí profily z hvězdných spekter odstranit. Máme několik možností, jak to provést:

- Jeden způsob odstranění telurických čar ze spektra je využití spekter rychle rotujících hvězd spektrálních typů A a B.
- Jinou možností je využití programu VO-KOREL. Jako testovací vzorek byla zvolena hvězda Regulus, jako příklad osamělé hvězdy a hvězdný systém HD208905. Použitá data byla napozorována na observatoři Astronomického ústavu AV ČR v Ondřejově.
- Poslední možností je využití databází (například databáze HITRAN) a nasimulovat si spektrum telurických čar v přesně dané výšce atmosféry. Tato metoda se však kvůli nepřesnostem a nepoužitelnosti pro data s malým rozlišením (nutno řešit každou čáru zvlášť) příliš nepoužívá.

#### 5.4.2 ODSTRANĚNÍ TELURICKÝCH ČAR POMOCÍ A-HVĚZD

Princip této možnosti odstranění telurických čar ze spektra popisuje Erin Wood ve svém článku z roku 2003 (Telluric Line Removal Astrophysical Spectroscopy).

Díky teplotě fotosféry tyto hvězdy neobsahují ve spektru příliš mnoho čar kovů a spektrum je tedy poměrně jednoduché. Navíc světlo prochází stejnou optickou cestou jako světlo pozorované hvězdy. Hvězda spektrálního typu A se pak používá jako template telurických čar.

Velkou nevýhodou však je, že vzduchová masa se s časem mění a museli bychom tedy exponovat A-hvězdu skoro po každém měření a ztráceli bychom tak cenný pozorovací čas. Další nevýhodou, je vzdálenost této srovnávací hvězdy od hvězdy měřené. Může se totiž stát, že dostatečně jasná A-hvězda se bude nacházet příliš daleko od měřené hvězdy a nebude tak platit předpoklad stejných optických drah. Při zpracování pak nutně zaneseme do měření chybu.

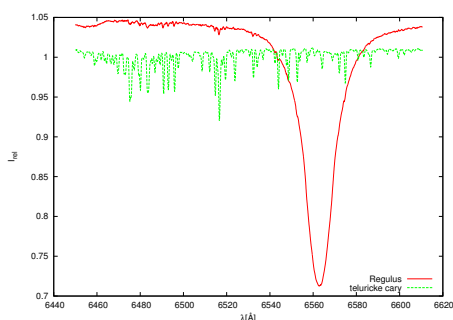
Další nevýhodou je, že A-hvězdy rychle rotují kolem své vlastní osy, dochází tak k silnému rozšíření čar vodíku a tato metoda je tak nepoužitelná pro oblast vodíkových čar. Může také dojít k chybné klasifikaci srovnávací hvězdy a vzniku chyb.

## VYUŽITÍ PROGRAMU IRAF

Metodu odstraňování telurických čar ze spekter pomocí rychle rotujících A- a B-hvězd využívá také program IRAF. Konkrétně lze použít například balík *telluric*, který k intenzitnímu výpočtu čar v kalibračním spektru používá Beerův zákon. Balík také kalibrační spektrum posouvá ve vlnových délkách. Takto upravené kalibrační spektrum je pak rozděleno do spektra objektu a tří korekčních spekter s různými hodnotami posuvu a síly čar. Poté se vybere korekce s nejlepšími parametry. Balík obsahuje také další charakteristiky pro zlepšení výpočtu korekcí.

Další možností při použití softwaru IRAF je funkce *skytweak*, která pracuje podobně, pouze změna měřítka intenzit je multiplikační a výsledek korekcí vznikne odečtením spektra oblohy od spektra objektu.

### 5.4.3 ODSTRANĚNÍ TELURICKÝCH ČAR POMOCÍ VO-KOREL



Obrázek 5.6: Spektrum Regula a odstraněné telurické čáry v oblasti  $H_{\alpha}$ .

Na obr.5.6 je vidět výsledek odstraňování telurických čar ze spektra hvězdy pomocí VO-KORELU.

## PŘÍPRAVA VSTUPNÍCH SOUBORŮ PRO ROZPLÉTÁNÍ POMOCÍ SLUŽBY VO-KOREL

Oba vstupní soubory *korel.par* i *korel.dat*, musí být pro rozplétání telurických čar upraveny.

- korel.par

Další součástí tohoto parametrického souboru, mimo parametry příslušející jednotlivým hvězdám systému, bude část, nejčastěji označovaná jako komponenta 5 a popisující telurické čáry vyskytující se ve spektru. Tedy v podstatě jde o pohyb Země kolem Slunce a, co je velmi důležité, sílu těchto čar v příslušném spektru, charakterizovanou jedním číslem.

Pro výpočet těchto nových parametrů lze využít program `prekor15.exe`, který jsme již dříve zmiňovali v souvislosti s přípravou datového souboru `korel.dat`. Mimo soubor `prekor.lst` je třeba vytvořit také soubor `prekor.par`. Tento nový parametrický soubor obsahuje rektascenzi a deklinaci hvězdy, equinox, souřadnice a nadmořskou výšku dalekohledu a slouží k výpočtu parametrů pro „dráhu“ komponenty popisující telurické čáry pomocí programu `prekor15.exe`. Na obr.5.7 je uveden příklad souboru `prekor.par`.

```
10 08.367
11 58.017
2011.175171
14.783611
49.910555
528
```

Obrázek 5.7: `Prekor.par`. Obsahuje od shora: rektascenzi, deklinaci hvězdy, equinox, zeměpisné souřadnice a nadmořskou výšku dalekohledu.

Spustíme-li potom program `prekor15.exe` v modu 0, vytvoří se v adresáři, ve kterém pracujeme, soubor s názvem `prekor.res`. Tento soubor obsahuje vypočtené parametry pro telurické čáry, které zkopírujeme do souboru `korel.par`. Soubor `prekor.res` dále obsahuje vypočtenou heliocentrickou korekci pro každé spektrum, o kterou je někdy nutné opravit používaná data. Tímto problémem se budu zabývat v odstavcích popisujících úpravu datového souboru.

Soubor `korel.par` pro rozpletení telurických čar musí dále obsahovat síly telurických čar pro jednotlivá spektra. Základní myšlenkou je předpoklad neměnnosti spektrálních profilů telurických čar s fází a proměnnost pouze relativní intenzity od jednoho spektra k druhému. Výpočet sil provede sám VO-KOREL, je jen potřeba v prvním řádku místo hodnoty 1, zadat hodnotu 2 pro danou komponentu. Dále je důležité, abychom nechali iterovat parametry 5 a 6 pro pátou komponentu (komponentu popisující telurické čáry).

**Pozor!** Chceme-li odstranit telurické čáry ze spektra samostatné hvězdy, musíme do parametrického souboru navíc přidat „fiktivní“ komponentu, přičemž neuvažujeme její spektrum – nula na příslušné pozici prvního řádku. Bez použití tohoto triku VO-KOREL není schopen úlohu zvládnout.

- korel.dat

Datový soubor připravíme stejným způsobem jako v kapitole 3.2.2 . Často již pracujeme s daty opravenými o heliocentrickou korekci, a v tomto případě stačí pohlídat, aby hodnoty parametrů 5 a 6 pro telurické čáry v souboru `korel.par` měly malou hodnotu.

Máme-li však data neopravena o heliocentrickou korekci, je nutné je opravit. Lze to udělat i pomocí programu `prekor15.exe`, kdy využijeme heliocentrických korekcí vypsanych v souboru `prekor.res` a doplníme je jako nový sloupec do souboru `prekor.lst`. Při vytváření datového souboru pro KOREL pak program již sám zadané opravy provede.

```

1 0 0 0 2 1 0 2 2
o 0 1 0 1 1 100000.0 1.
o 0 2 0 1 1 55310.00 0.1
o 0 3 0 1 1 0.00001 0.00001
o 0 4 0 1 1 0.00001 0.00001
o 0 5 0 1 1 0.00001 0.00001
o 0 6 0 1 1 0.000001 0.0000001
o 3 1 0 1 1 365.256360000 .1
o 3 2 0 1 1 51547.520600000 10.
o 3 3 0 1 1 .016710220 0.001
o 3 4 0 1 1 223.782907612 10.
o 3 5 01 1 1 .001000000 .0001
o 3 6 01 1 1 .000033575 .000001
o 3 7 0 1 1 .000009111 .00000001
s 5 1 0 1 1 .00215 .10000
s 5 2 0 1 1 .00202 .10000
s 5 3 0 1 1 .00075 .10000
s 5 4 0 1 1 -.00423 .10000
s 5 5 0 1 1 -.00345 .10000
s 5 6 0 1 1 -.00343 .10000
s 5 7 0 1 1 -.00156 .10000
s 5 8 0 1 1 .00073 .10000
s 5 9 0 1 1 .01174 .10000
s 5 10 0 1 1 -.00211 .10000
s 5 11 0 1 1 .00053 .10000
s 5 12 0 1 1 .01161 .10000
s 5 13 0 1 1 -.00802 .10000
s 5 14 0 1 1 .00033 .10000
s 5 15 0 1 1 -.00268 .10000
s 5 16 0 1 1 -.00114 .10000
s 5 17 0 1 1 -.00354 .10000
s 5 18 0 1 1 -.00440 .10000
s 5 19 0 1 1 -.00036 .10000
s 5 20 0 1 1 -.00942 .10000
s 5 21 0 1 1 -.00150 .10000
s 5 22 0 1 1 -.00210 .10000
s 5 23 0 1 1 .00001 .10000
s 5 24 0 1 1 .00050 .10000
s 5 25 0 1 1 .00571 .10000
s 5 26 0 1 1 .00970 .10000
s 5 27 0 1 1 .00150 .10000
s 5 28 0 1 1 .00032 .10000
x 0 0 0 0 0 0 0

```

Obrázek 5.8: *Korel.par* pro odstranění telurických čar ze spektra hvězdy Regulus.

Někdy se může stát, že námi používané heliocentrické korekce nejsou dostatečně přesné; autor v tomto případě doporučuje opravu o heliocentrické korekce vypočtené pomocí `prekor15.exe`.

Nevýhodou odstraňování telurických čar pomocí VO-KORELU může být, že sílu všech telurických čar ve spektru charakterizujeme pouze jedním číslem. Dále jsem se setkala s problémy při použití heliocentrických korekcí vypočtených pomocí `prekor15.exe`, kdy se v oblasti čáry  $H_\alpha$  objevila nerovnost v rozpleteném spektru telurických čar, naopak při použití heliocentrických korekcí z IRAFu žádný takovýto efekt nebyl nepozorován.

Při rozplétání telurických čar v infračervené oblasti se pak v rozpleteném spektru hvězdy objevilo mnoho reziduí.

## Kapitola 6

# HVĚZDNÝ SYSTÉM B PERSEI

### 6.1 CO O NÍ VÍME

Trojhvězda *b* Persei (dále už jen *b* Per) se nachází v souhvězdí Persea, přesněji na souřadnicích: rektascenze  $4^h18^m14^s$  a deklinace  $+50^\circ10'26''$ . Spektrum systému obsahuje širokou čáru  $H_\alpha$  i slabé čáry kovů, celková spektrální třída objektu byla určena jako A2V a vizuální hvězdná velikost  $V = 4,6$  mag. Dlouho byla považována za typ SB1, než Cannon roku 1914 detekoval spektrální čáry sekundární složky.

Systém vyzařuje netermální rádiové vlnění (Hjellming a Wade, 1973), díky tomu byl hojně zkoumán a vyšlo o něm mnoho článků, jejichž autoři se snažili najít orbitální elementy, například: Cannon (1914), Harper (1930), Heard (1938), Wolf a Wolf (1974), Rajamohan a Parthasarathy (1975), Hill et al. (1976), Koubský et al. (2004). Periodu systému určil Cannon  $P = 1.5273$  dne, Hill et al. objevili periodické změny také na škále 702 dní, z čehož usuzovali na třetí těleso v systému a ve své studii se též pokusili určit orbitální parametry vnitřního i vnějšího systému, viz. tabulka 6.1, v čarách vodíku a kovů.

Na základě spektroskopických i fotometrických měření byly vypracovány dva modely pro vnitřní dvojhvězdu. Přitom se předpokládala hmotnost primární složky  $m_p = 2,25M_\odot$ , teplota  $T_p = 9000\text{K}$ , rychlost rovníkové rotace  $v_{rot} \sin i = 87\text{km/s}$  a poloměr primární složky  $R_p = 2,62/(\Omega \sin i) R_\odot$ , kde  $\Omega$  je poměr pravé rotační rychlosti k synchronizované rychlosti, a určuje tak stupeň synchronizace rotace (pro zcela synchronizovanou rotaci tedy platí  $\Omega = 1$ ). [7]

Z barevné fotometrie lze usuzovat na spektrální typ primární komponenty (A2V) a též učinit předpoklady pro složku sekundární (hvězda hlavní posloupnosti nebo podobr). Máme-li model pro složku sekundární, můžeme najít hmotnost třetí komponenty v závislosti na inklinaci systému. Přitom předpokládáme, že třetí složka se vyvíjí jako osamělá hvězda.

Pro vnitřní systém (AB) byly odvozeny dva modely:

- Model I – primární složka vyplňuje Rocheův lalok, systém nevykazuje synchronizovanou rotaci, v případě  $i = 20^\circ$  je parametr  $\Omega = 2,6$ . Pro inklinaci  $i > 25^\circ$  systém začne vykazovat chování typu Algol nezávisle na předpokladech o sekundární složce.

Pro inklinaci systému  $i = 22^\circ$  můžeme předpokládat následující parametry:  $M_{bol,p} = 0,5$  mag,  $M_{bol,s} = 3,2$  mag,  $R_p = 3 R_\odot$ ,  $R_s = 1,3 R_\odot$ ,  $q = m_p/m_s = 1,7$ ,  $T_s = 7200$  K, spektrální typ sekundární složky A9 - F2V.

- Model II – sekundární složka vyplňuje Rocheův lalok, předpokládáme  $M_{bol,s} = 2,8$  mag a inklinaci  $i = 55^\circ$ ,  $M_{bol,p} = 0,3$  mag,  $R_p = 3,2 R_\odot$ ,  $R_s \sim 2 R_\odot$ ,  $q = m_p/m_s \geq 4,5$ ,  $T_{ef,s} = 6400$  K, spektrální typ sekundární složky  $\sim F2IV$ . Z těchto vlastností plyne faktor  $\Omega \sim 1$ .

Parametr	Hill: Hodnoty určené z čar kovů	Hill: Hodnoty určené z čar vodíku (postížené efektem blendování)	Hodnoty určené P.Koubským
$V_0$ [km/s]	$20.99 \pm 0.45$	$19.55 \pm 0.62$	$18.78 \pm 0.3$
<b>Vnitřní dvojhvězda (A-B)</b>			
$P_i$ [dny]	$1.5273639 \pm 0.0000007$	$1.5273643 \pm 0.0000008$	$1.52735997 \pm 0.00000036$
$T_i$ [JD]	$2440001.58 \pm 0.14$	$2440001.12 \pm 0.28$	$2450001.0931 \pm 0.003$
$\omega_i$ [°]	$111 \pm 34$	$4 \pm 66$	–
$e_i$	$0.023 \pm 0.014$	$0.016 \pm 0.017$	0.0
$K_i$ [km/s]	$39.36 \pm 0.52$	$36.09 \pm 0.61$	$39.20 \pm 0.42$
$f(m)_i$ [ $M_\odot$ ]	0.00966		
$(a \sin i)_i$ [km]	826		
<b>Vnější dvojhvězda (AB-C)</b>			
$P_o$ [dny]	$701.76 \pm 0.44$	$700.8 \pm 0.86$	$703.97 \pm 0.24$
$T_o$ [JD]	$2440431.4 \pm 26.5$	$2440096.7 \pm 73.2$	$2450381.7 \pm 4.9$
$\omega_o$ [°]	$263 \pm 14$	$253 \pm 36$	–
$e_o$	$0.235 \pm 0.058$	$0.179 \pm 0.074$	0.0
$K_o$ [km/s]	$11.38 \pm 0.72$	$8.54 \pm 0.78$	$12.42 \pm 0.42$
$f(m)_o$ [ $M_\odot$ ]	0.0987		
$(a \sin i)_o$ [km]	$1.067 \cdot 10^8$		

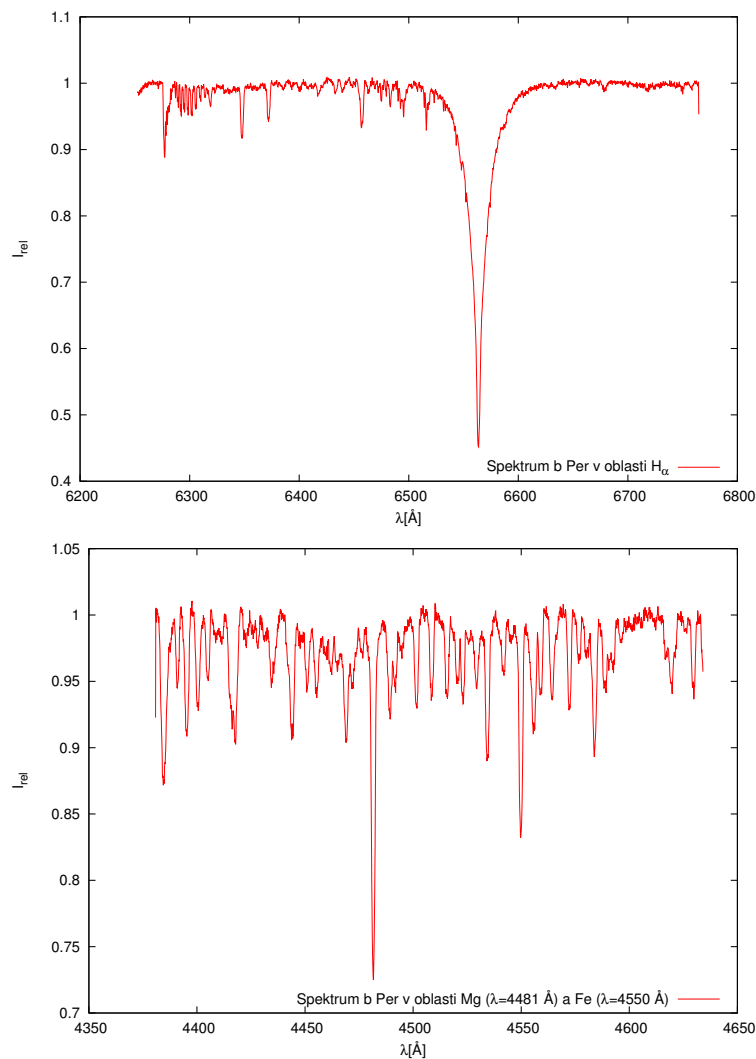
Tabulka 6.1: Parametry systému *b* Per odvozené Hilleem et al., 1976 a Kobským et al., 2004.

Zdroje pro tuto kapitolu jsou [7], [10], [17].

## 6.2 B PERSEI POD DROBNOHLEDEM

Se systémem *b* Per jsme se zatím seznámili pouze zhruba v kapitole 6.1. Přesto, že bylo pořízeno mnoho měření a vyšlo mnoho článků, v žádném z nich nejsou parametry systému, případně rozpletená spektra komponent, určena spolehlivě. Rozhodli jsme se, v rámci spolupráce s P.Koubským, zabývat podrobně tímto systémem. Úkolem bylo nalézt lepší hodnoty parametrů systému a najít spektra složek.

S výhodou jsem pro tento úkol využila softwaru VO-KOREL a prekora15.exe. Pro rozmotávání jsem použila data pořízená Perkovým dalekohledem, redukována pomocí programu IRAF a rektifikovaná ve SPEFu.



Obrázek 6.1: Vykreslená spektra hvězdy *b* Per (pomocí programu gnuplot) v oblastech  $H\alpha$  a kovových čar, ve kterých jsem spektra rozplétala.



Výsledkem celé práce jsou rozmotaná spektra v čarách  $H_\alpha$ , FeII a MgII. Výsledné hodnoty parametrů pro jednotlivé čáry jsou uvedeny v tabulce 6.2, rozmotaná spektra pak na obrázcích 6.2, 6.3, 6.4.

Jak je vidět z obr.6.3, spektrum sekundární složky se mi v čáře  $H_\alpha$  nepodařilo najít.

Parametr	Hodnoty určené z čáry FeII	Hodnoty určené z čáry $H_\alpha$	Hodnoty určené z čáry MgII
<b>Vnitřní dvojhvězda (A-B)</b>			
$P_i$ [dny]	1.527359970	1.527359970	1.527359970
$T_i$ [HJD-2400000]	50001.1448	50001.1800	50001.1447
$e_i$	0.0235	0.1600	0.0
$\omega_i$ [°]	110.6050	166.1707	110.5207
$K_i$ [km/s]	39.2500	39.2500	39.3165
$q_i$	0.70	0.85	0.76
<b>Vnější dvojhvězda (AB-C)</b>			
$P_o$ [dny]	702.9988	702.9000	703.3794
$T_o$ [HJD-2400000]	50381.9999	50377.3300	50382.4467
$e_o$	0.2354	0.2890	0.2580
$\omega_o$ [°]	262.9962	262.9900	265.00667
$K_o$ [km/s]	12.4000	12.4000	12.5814
$q_o$	0.80	0.80	0.80

Tabulka 6.2: Parametry systému  $b$  Per získané rozplétáním VO-KORELem.

## POSTUP SAMOTNÉ PRÁCE

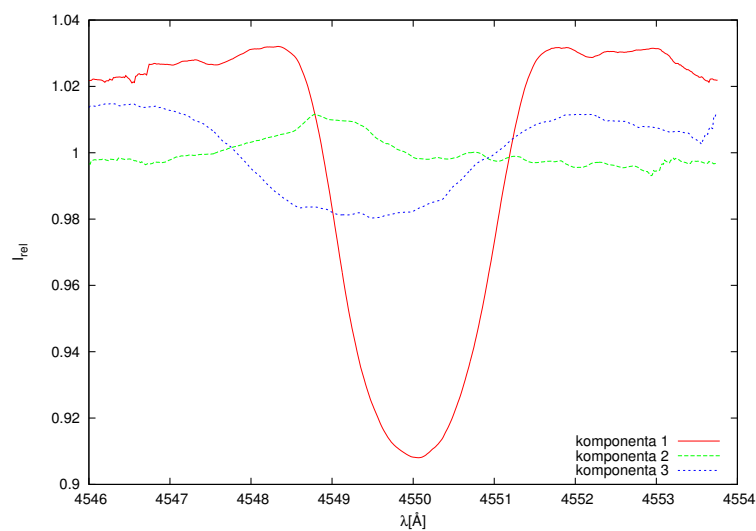
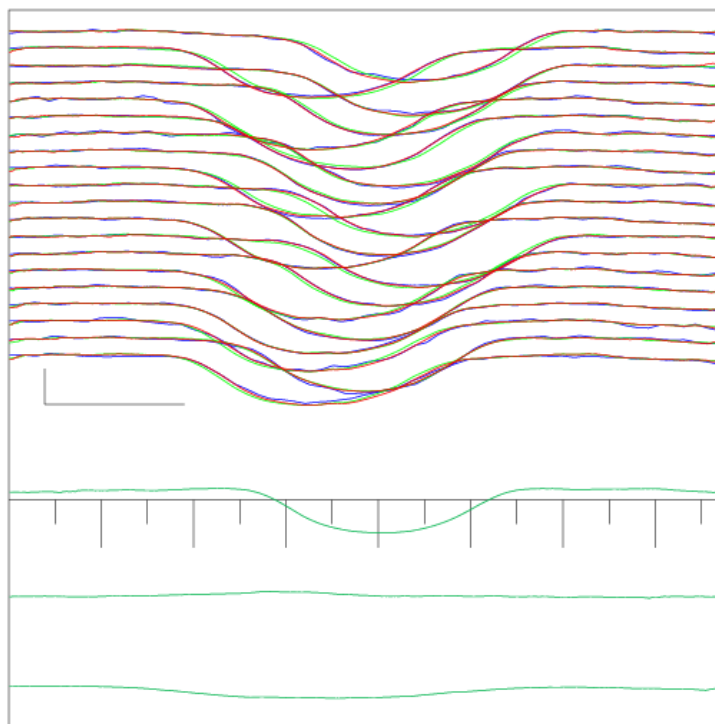
Problémem KORElu je nutná znalost vstupních parametrů a velká variabilita nastavení kroků pro iterace (uživatel si může nastavit libovolné číslo u každého parametru, pro správnou funkci programu však toto číslo nesmí být příliš velké ani malé). Bylo nutné vyzkoušet parametry nalezené v článcích a upravovat je. Pracovala jsem hlavně s články Hill et al. (1976) a Koubský et al. (2004). Nikde jsem však nenalezla naměřenou hodnotu  $q$  poměru hmotností.

Prvním krokem bylo tedy odhadnout poměr hmotností a nechat jej iterovat. Později jsem nechávala iterovat i všechny ostatní parametry (mimo periodu 1.5 dne, kterou jsem nechala konstantní) obou systémů.

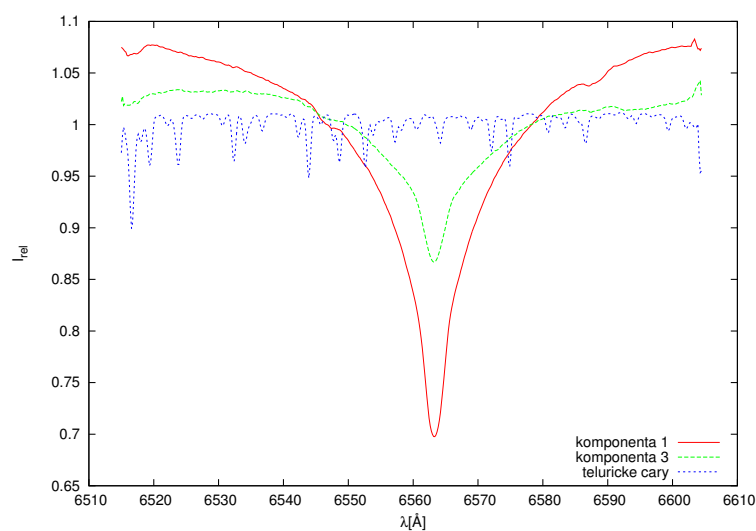
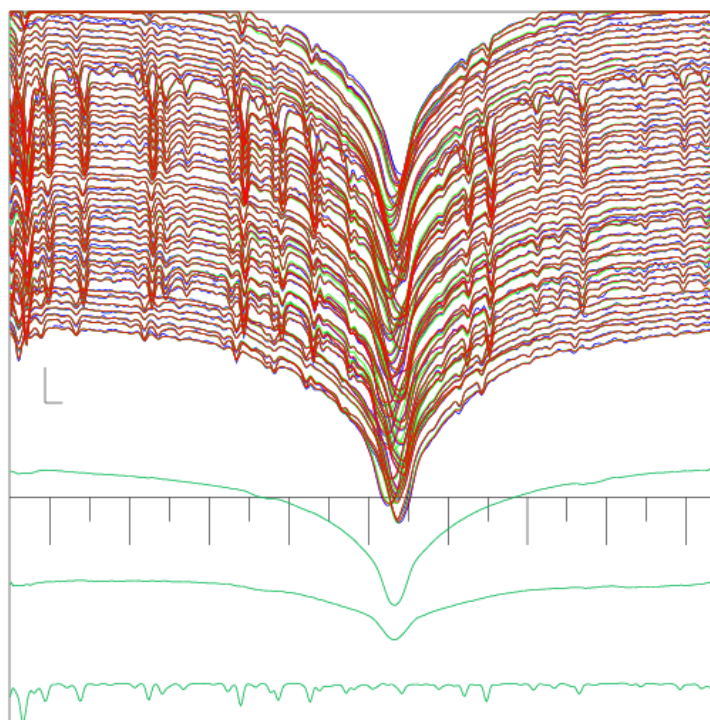
Nejprve jsem se pokoušela systém rozplést v čáře  $H_\alpha$ , což se mi nedařilo. Druhá komponenta nevykazovala žádný náznak spektrální čáry, a to ani se započtením nově naměřených spekter.

Od 13.ledna do 2.února 2013 mělo dojít podle výpočtů R.T.Zavala a J.J.Sanborna k přechodu třetí komponenty přes vnitřní systém. Kvůli počasí však tento úkaz nebyl v Ondřejově naměřen a my tak přišli o další informaci.

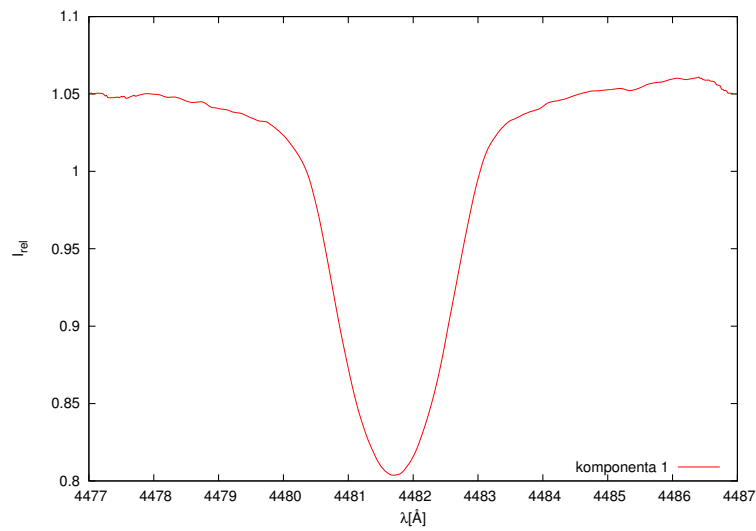
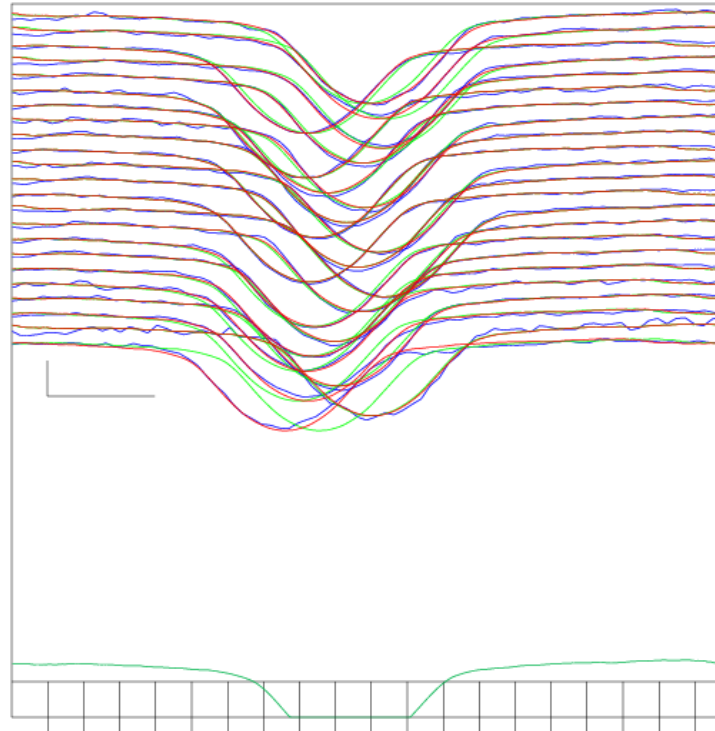
Po opětovném pročtení článků jsem přišla k myšlence chladnějšího spektrálního typu sekundární komponenty. Předpokládala jsem, že sekundární komponenta vyzařuje ve spektrální čáře  $H_\alpha$  pouze velmi málo, a naopak dodává do kompozitního spektra systému čáry kovů. Začala jsem tedy rozplétat i v jiných spektrálních čarách, přesněji čáře železa a hořčíku. Ze začátku též marně.



Obrázek 6.2: Čára FeII. Nahoře: Rozmotaná spektra, zelená – komponenty, modrá – naměřená data, červená – superpozice vypočtených spekter. Dole: Spektra pro jednotlivé komponenty vykreslené programem gnuplot.



Obrázek 6.3: Čára  $H_{\alpha}$ . Nahoře: rozmotaná spektra z programu VO-KOREL včetně superpozice a porovnání s naměřenými daty. Dole: Nalezené spektrální čáry včetně telurických čar, vykreslené programem gnuplot.



Obrázek 6.4: Čára MgII. Nahoře: obrázek z VO-KOREL. Dole: Nalezená složka vykreslená programem gnuplot.

Konečně koncem února se mi podařilo rozplést systém v čáře železa pro všechny tři komponenty. Tyto parametry jsem použila jako vstupní hodnoty pro rozplétání v obou zbývajících čarách. V čáře  $H_\alpha$  řešení vycházelo jen se zadáním, že spektrum sekundární komponenty není v kompozitním spektru obsaženo. Parametry z rozplétání v čáře hoříčku jsou nejméně spolehlivé. Podařilo se mi je získat pro případ, že čára obsahuje spektrum pouze jedné komponenty systému a ostatní se projevují pouze posunem této čáry ve spektru (v parametrickém souboru byla zakázána spektra komponent 2 a 3). Což bylo sice v souladu s předpoklady, avšak podle mého názoru ne příliš průkazné.

Při vykreslení křivky radiálních rychlostí v závislosti na fázi se však ukázalo, že čáry kovů obsahuje ve svém spektru komponenta první. Nepodařilo se tedy získat spektrum druhé komponenty, ale pouze její křivku radiálních rychlostí, viz. obr.6.5.

### 6.3 SHELLSPEC

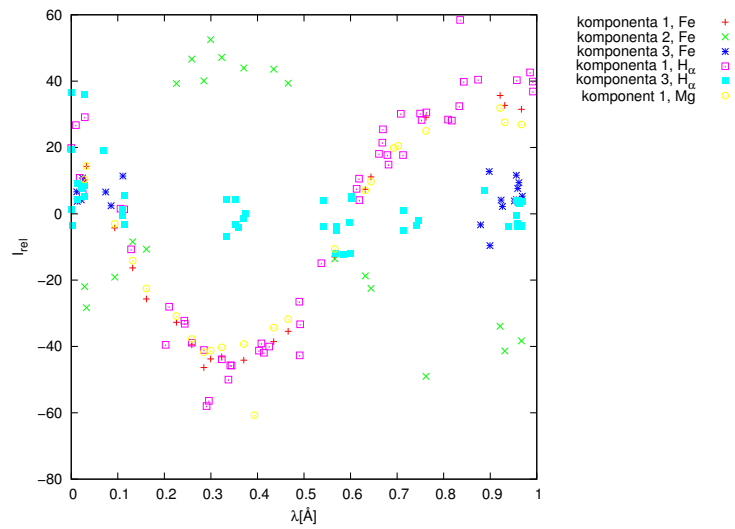
SHELLSPEC je program pro simulace spekter napsaný původně J.Budajem a M.T.Richardsem ve Fortranu 77, přepsaný K.Šejnovou do Fortranu 90. Obě verze jsou volně dostupné na internetu. Software umožňuje simulace spekter i světelných křivek pro různé soustavy zkombinované z následujících částí: hvězda, hvězdný průvodce, disk, skvrna, proud, výtrisk, obálka, pozadí.

Program řeší rovnici přenosu záření ve směru k pozorovateli v pohybujiícím se prostředí. Při rozptylu záření je předpokládáno opticky tenké prostředí a LTE (lokální termodynamická rovnováha). Při výpočtu je též možno předpokládat Rocheovu geometrii. [1]

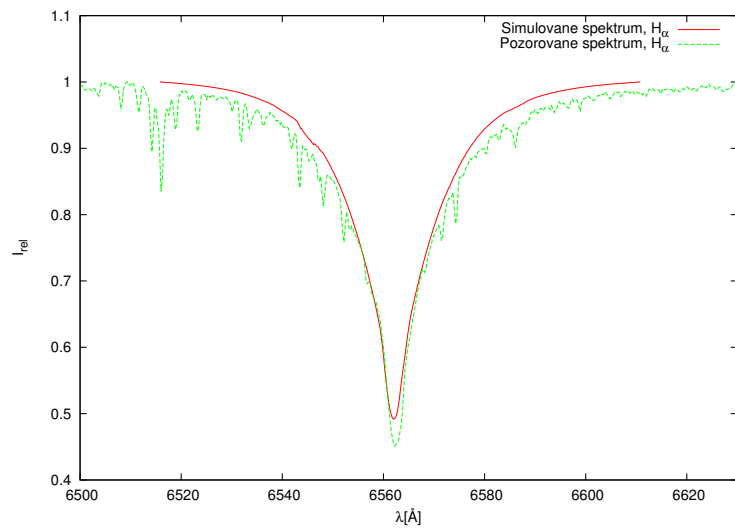
V našem případě se budeme zabývat systémem hvězda–hvězda. Stejně jako v případě KO-RELU musíme zadávat předem známé parametry do vstupních souborů. Nejdůležitějším souborem je *shellspec.in*, kde nalezneme parametry soustavy, např. teplotu, poloměry komponent soustavy, rychlosti a pod. Dalšími vstupními soubory, které stojí za zmínku, jsou *starspec1* a *starspec2*, kde můžeme nahrávat spektra jednotlivých hvězd v systému nasimulovaná SYN-SPECem pro určitou efektivní teplotu. Při použití těchto vstupních souborů se zlepší simulace výsledného spektra programem SHELLSPEC.

Pro systém *b* Per existují dva modely odvozené Hillem et al. v roce 1976, viz. kapitola 6.1. Já jsem v závislosti na mnou vypočteném parametru  $q$  (poměr hmotností) zvolila pro výpočet simulovaného spektra model I. Výsledek simulace je znázorněn na obr.6.6.

Je vidět, že simulované spektrum je trochu posunuté v ose  $x$ , to je dáno rozdílnou fází simulace a naměřeného spektra. Simulované spektrum také nemá tolik rozšířená křídla, jako spektrum naměřené. To může být způsobeno blendováním naměřeného spektra s telurickými čarami, případně nepřesnou volbou teploty hvězd a rychlosti rotace hvězdy.



Obrázek 6.5: Radiální rychlosti nalezené programem VO-KOREL a vykreslené pomocí gnot.



Obrázek 6.6: Srovnané spektrum naměřené a simulované v SHELLSPECu, oblast  $H_{\alpha}$ .

## Kapitola 7

# ZÁVĚR

Získala jsem orbitální parametry systému *b Per*, které jsou uvedeny v tabulce 6.2 a zkusila jsem namodelovat spektrum modelu I pomocí programu SHELLSPEC, jehož výsledek je vykreslen v obr.6.6. V tabulce parametrů 6.2 je vidět, že excentricita primárního systému se pro jednotlivé spektrální oblasti velmi liší. Zatím mě nenapadá jiné vysvětlení, než nepřesnost vstupních parametrů. Další nesrovnalostí, které si lze všimnout, je, že ač jsou spektra normovaná na hodnotu kontinua rovnu 1, u spekter jednotlivých složek systému generovaných programem VO-KOREL jsou kontinua posunuta do plusových hodnot. Může to být dáno artefakty v programu či vykreslování nebo může samozřejmě jít o nepřesnosti při rozplétání.

V systému byla též potvrzena excentricita ve vnějším, a nejspíš i vnitřním systému. Dále byly odhadnuty poměry hmotností pro oba systémy, které vychází v obou systémech podobně. Třetí komponenta bude tedy nejspíš nejtěžší složkou systému. Spektrum sekundární složky se mi nepodařilo získat. Jediná spektrální čára, ve které jsou všechny tři složky rozlišené, je čára FeII. Z obr.6.2 je však patrné, že spektrum v této oblasti nevykazuje žádné změny. Byla však nalezena křivka radiálních rychlostí této složky, viz. obr.6.5.

Největší potíží se ukázala a priori znalost parametrů systému. Důležité bylo nalézt správné parametry a iterační hodnoty metodou testování. To zabralo mnohem delší dobu, než jsme na počátku práce očekávali. Došlo tedy ke zdržení a na program SHELLSPEC bohužel nezbylo mnoho času.

V rámci budoucí práce bych se ráda věnovala lepšímu namodelování systému *b Per* programem SHELLSPEC. Veškeré své výsledky bych chtěla porovnat s výsledky z dat jiných observatoří.

V rámci práce s Perkovým dalekohledem, jsem se dotala i k pozorování hvězdy *o Puppis*. O této hvězdě vyšel článek jehož jsem spoluautorem [9].

# Literatura

- [1] Budaj J., Richards M.T.: A description of the SHELLSPEC code, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* 34, 167-169, 2004
- [2] Dubroka A.: přednášky v rámci předmětu Spektroskopické metody, podzim 2012
- [3] Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M.: Feynmanovy přednášky z fyziky, 2005
- [4] Hadrava P.: Disentangling of spectra – theory and practice, květen 2009
- [5] Hadrava P.: Disentangling telluric lines in stellar spectra, *Astronomy and Astrophysics* 448; 1149-1152, 2006
- [6] Hilditch R.W.: *An Introduction to Close Binary Stars*, 2001
- [7] Hill G., Aikman G.C.L., Cowley A.P.: The radio-flaring triple system b Persei, *The Astrophysical Journal*, 208; 152-164, 1976
- [8] Hrudková M., Harmanec P.: Reliable elimination of telluric lines from stellar spectra, *Astronomy and Astrophysics* 437; 765-768, 2005
- [9] Koubský P., Kotková L., Votruba V., Šlechta M., Dvořáková Š.: *o Puppis: another Be+sdO binary?*, *Astronomy and Astrophysics*, 2012
- [10] Koubský P., Hadrava P., Šarounová L., Study of b Per: an attempt to find lines of other components in the SB 1 system, *Spectroscopically and Spatially Resolving the Components of Close Binary Stars ASP Conference Series, Vol. 318*, 2004
- [11] Korčáková D., osobní konzultace – redukce spekter
- [12] Landau L.D., Lifshitz E.M.: *Mechanics, Third Edition*, 1976
- [13] McLean I.S.: *Electronic imaging in astronomy Detectors and instrumentations, Second edition*, 2008
- [14] Mikulášek Z., Krtička J.: *Základy fyziky hvězd*, 2005
- [15] Mazeh T., Summer School Binary stars – přednáška, září 2012
- [16] Polster J.: Spektroskopická analýza B[e] hvězdy V2028 Cyg, *Disertační práce*, 2012
- [17] Rajamohan R., Parthasarathy M.: Orbit of the spectroscopic binary b Persei, *Pramāna, Vol.4*, 153-159, 1975



- [18] Simon K.P., Sturm E.: Disentangling of composite spectra, *Astronomy and Astrophysics*, 281; 286-291, 1994
- [19] Šlechta M., osobní konzultace – redukce spekter
- [20] Tatum J.B., *Celestial Mechanics*, 2013; <http://astrowww.phys.uvic.ca/~tatum/celmechs.html>
- [21] Valdes F., Iterative Correction of Spectra:TELLURIC and SKYTWEAK, <http://iraf.noao.edu/irafnews/apr98/irafnews.1c.html>
- [22] Wood E.: Telluric Line Removal in Astrophysical Spectroscopy, ASEN/ATOC 5235, 2003

### **Elektronické odkazy**

- [23] <http://stelweb.asu.cas.cz/web/>
- [24] <http://stelweb.asu.cas.cz/web/old-2003/>
- [25] <http://stelweb.asu.cas.cz/web/old-2006/index/index.php>
- [26] <http://ccd.mii.cz/art?id=303&lang=405>
- [27] [http://en.wikipedia.org/wiki/Dichroic\\_filter](http://en.wikipedia.org/wiki/Dichroic_filter)
- [28] [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_largest\\_optical\\_refracting\\_telescopes](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_optical_refracting_telescopes)