

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

Diplomová práce

BRNO 2015

PETR FATKA



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



Popis distribuce drah asteroidů s aplikací k identifikaci asteroidálních párů

Diplomová práce

Petr Fatka

Vedoucí práce: Mgr. Petr Pravec, Dr.

Brno 2015

Bibliografický záznam

Autor:	Bc. Petr Fatka Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
Název práce:	Popis distribuce drah asteroidů s aplikací k identifikaci asteroidálních párů
Studijní program:	Fyzika
Studijní obor:	Teoretická fyzika a astrofyzika
Vedoucí práce:	Mgr. Petr Pravec, Dr.
Akademický rok:	2014/2015
Počet stran:	ix + 48
Klíčová slova:	asteroid, planetka, planetkový pár, metody detekce

Bibliographic Entry

Author: Bc. Petr Fatka
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of Thesis: Description of the orbit distribution of asteroids with application for identification of asteroid pairs

Degree Programme: Physics

Field of Study: Theoretical Physics and Astrophysics

Supervisor: Mgr. Petr Pravec, Dr.

Academic Year: 2014/2015

Number of Pages: ix + 48

Keywords: asteroid, minor planet, asteroid pair, methods of detection

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá detekcí planetkových párů v oblasti hlavního pásu. Vychází z již existující metody (Pravec & Vokrouhlický 2009), která předpokládá uniformní rozložení drah planetek v okolí studovaného páru. Hlavním úkolem bylo zobecnění této metody, čehož bylo dosaženo lokálním popisem gradientu hustoty drah v prostoru dráhových elementů ve vymezeném okolí páru. Ukázalo se, že přibližně v polovině z 36 případů se hustota pozadí výrazně nezmění (relativní změna je do 10%). Objevily se ovšem i oblasti s významně vychýlenými hodnotami koeficientů gradientu hustoty od nuly (předpokládané hodnoty), u kterých bylo následně provedeno jejich podrobné studium. To posléze odhalilo zásah rodin planetek do studované oblasti, výskyt rezonance v okolí párů, nebo se pár nacházel v těsné blízkosti roviny ekliptiky. Z deseti oblastí s nejvýraznějšími gradienty hustoty drah byl vytvořen seznam rodin, které okolí některého z páru významně ovlivňovaly. Členové těchto rodin byli následně vyřazeni a střední hodnoty jednotlivých koeficientů byly přepočítány a porovnány s předcházejícími hodnotami. Nové výsledky se více přiblížily k nule a jejich směrodatné odchylky se znatelně zmenšily.

Abstract

This diploma thesis deals with detection of asteroid pairs in the main belt region. It is based on an already existing method (Pravec & Vokrouhlický 2009), which assumes uniform distribution of asteroid orbits in the nearby area of a studied pair. The main goal was generalization of this method, which was achieved by local description of orbit density gradient in the space of orbital elements in a defined neighborhood of a pair. It turned out that approximately in half of the 36 cases, the background density does not significantly change (the relative change is under 10%). Some areas with significantly deviated values of gradient coefficients (from zero – expected value) were discovered and further examined. The examination revealed interference of asteroid families into studied area, presence of resonance nearby studied pair, or the pair was located very close to the ecliptic plane. A list of families that significantly influence density gradient around pairs was established from ten areas with the strongest gradients. Members of these families were excluded and a new mean value of each coefficient was recalculated and compared with the original value. New results are closer to zero and their standard deviations are much smaller.



Masarykova univerzita
Přírodovědecká fakulta



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student : **Bc. Petr Fatka, učo 376284**

Studijní program : **Fyzika**

Studijní obor : **Teoretická fyzika a astrofyzika**

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s tématem:

Popis distribuce drah asteroidů s aplikací k identifikaci asteroidálních párů.

Description of the orbit distribution of asteroids with application for identification of asteroid pairs

Zásady pro vypracování: Mezi asteroidy existuje pozoruhodná populace párových asteroidů, které podle stávajících poznatků vznikly štepením mateřských těles s bezkohezní strukturou při roztočení YORP efektem (Pravec a kol., Nature 466, 1085-1088, 2010). K identifikaci párových asteroidů používáme statistickou metodu Pravec a Vokrouhlický (Icarus 204, 580-588, 2009). Tato metoda má jistá omezení, zejména kritickým je předpoklad, že distribuce drah asteroidů v pětirozměrném prostoru středních orbitálních elementů je lokálně uniformní. Úkolem diplomanta je analyzovat distribuci drah asteroidů a navrhnout lokální popis této distribuce. Následně pak navrhnout vylepšení stávající statistické metody identifikace párových asteroidů s využitím daného lokálního popisu distribuce jejich drah.


Studijní literatura: Pravec P., Vokrouhlický D., Significance analysis of asteroid pairs, Icarus 204, 580-588, 2009 Zappala V., et al., Asteroid families. I. Identification by hierarchical clustering and reliability assessment, Astron. J., 100, 2030-2046, 1990

Jazyk závěrečné práce : český, anglický nebo slovenský
Vedoucí diplomové práce : Mgr. Petr Pravec, Dr.
Datum zadání diplomové práce : leden 2014
Datum odevzdání diplomové práce : dle harmonogramu ak. roku 2014/2015

V Brně leden 2014


Rikard von Unge
ředitel ÚTFA

Zadání diplomové práce převzal dne:


Podpis studenta

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat především Petrovi Pravcovi za trpělivé vedení této práce a za jeho stálou vstřícnost. Velké díky patří mé rodině, která mě vytrvale podporuje a to nejen ve studiu. Děkuji také všem svým přátelům, s vámi to šlo mnohem snadněji.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji diplomovou práci vypracoval samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 14. května 2015

.....
Petr Fatka

Obsah

Úvod	ix
Kapitola 1. Popis drah planetek	1
1.1 Oskulační dráhové elementy	2
1.2 Střední dráhové elementy	2
1.3 Vlastní dráhové elementy	3
Kapitola 2. Rozpady planetek	5
2.1 Srážky	5
2.2 Jarkovského a YORP efekt	6
2.2.1 Jarkovského efekt	6
2.2.2 YORP efekt	11
Kapitola 3. Popis vzdáleností v prostoru dráhových elementů	14
3.1 Zappalà 1990	14
3.2 Doplnění do 5D	15
Kapitola 4. Identifikace kandidátů na planetkový pár	16
4.1 Statistická analýza	17
4.1.1 Simulace náhodného rozdělení drah	17
4.1.2 Pravděpodobnost výskytu těsných drah	18
4.1.3 Studium lokální hustoty drah kolem páru	19
Kapitola 5. Praktická část	22
5.1 Použité databáze	22
5.2 Popis hustoty pozadí	23
5.3 Odlehlé koeficienty	28
5.4 Tabulky s výsledky	40
Závěr	44
Seznam použité literatury	46

Úvod

Mezi drahami planet Marsu a Jupiteru, v oblasti tzn. hlavního pásu, se vyskytuje velmi početná populace planetek. Na tyto planetky gravitačně působí (kromě Slunce, kolem kterého obíhají) i jiná tělesa (např. planety), která způsobují jisté nestability na určitých drahách. Příkladem mohou být rezonance středního pohybu s Jupiterem nebo-li Kirkwoodovy mezery. I tyto vlivy zapříčiňují vzájemné kolize mezi planetkami. Při fyzické srážce dvou planetek může dojít pouze ke kráterování (např. je-li jedno z těles podstatně menší než druhé) nebo může dojít k roztržení planetek i na tisíce kusů a vzniku tzn. rodiny (např. rodina Vesta obsahuje přes 16 tis. členů). Při hledání těchto rodin hierarchickou shlukovací metodou se ukázalo, že se v populaci planetek vyskytují osamocené, velice těsné dvojice, které mají o řád bližší (podobnější) dráhy, než je v rodinách běžné. Dále se ukázalo, že těchto těsných dvojic je celá řada a nemohli tak vzniknout pouhou náhodou.

Momentálně se nám jako nejpravděpodobnější příčina vzniku těchto těsných dvojic jeví roztržení nesymetrické mateřské planetky vlivem urychlování její rotace. Za příčinu urychlování rotace planetky se považuje YORP efekt (viz kapitola 2). Při tomto jevu dojde k rozpadu planetky na menší kusy, které relativně krátkou dobu (typicky do jednoho roku) obíhají kolem společného těžiště a poté se od sebe vzdálí nízkou rychlostí (podstatně nižší, než je tomu při vzniku rodiny). Takto vyniklé dvojice označujeme jako planetkové páry.

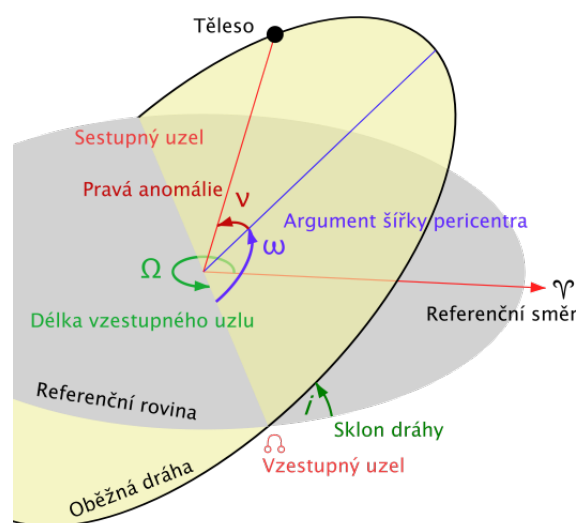
Možný způsob, jak lze hledat tyto planetkové dvojice, je upravení metody použité k hledání rodin a rozšíření o odhad pravděpodobnosti výskytu konkrétních těsných drah v daném okolí. Tuto metodu použili Pravec & Vokrouhlický (2009) a označili tak kandidáty na planetkové páry (viz kapitola 4). Tato metoda však má svá jistá omezení a jedním podstatným omezením je předpoklad lokálně uniformního rozložení drah v prostoru dráhových elementů kolem studovaného páru. Úkolem této diplomové práce je analýza rozložení drah v okolí zkoumaných dvojic a navržení lokálního popisu distribuce drah, který by lépe odpovídal skutečnosti. Ze znalosti lokálního rozložení drah lze následně vylepšit metodu identifikace planetkových párů a lze dosáhnout přesnějších odhadů pravděpodobnosti náhodného výskytu těsných drah.

Kapitola 1

Popis drah planetek

Způsobů, jak popsat dráhu planetek ve Sluneční soustavě je několik. Jednou z nejjednodušších možností je využití Newtonových pohybových zákonů a Newtonova gravitačního zákona a aplikovat tyto zákony na problém dvou těles (planetka a Slunce). Tímto způsobem obdržíme Keplerovský popis dráhy pro danou planetku.

Samotnou dráhu a polohu planetky můžeme matematicky popsat pomocí šesti dráhových elementů.



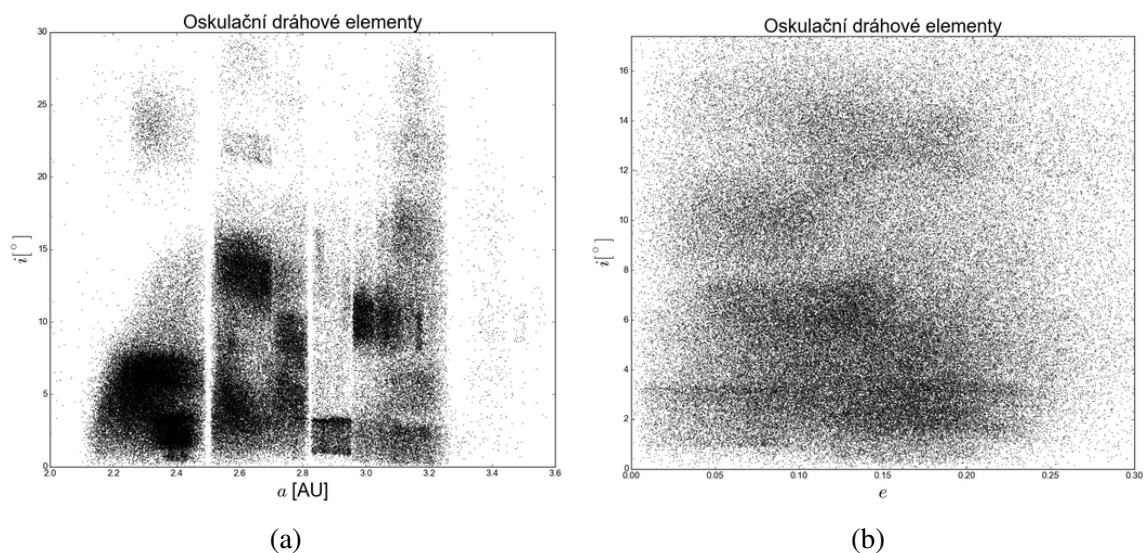
Obrázek 1.1: Vyznačení úhlových dráhových elementů.

- Velká poloosa a - vyjadřuje střední vzdálenost tělesa od hmotného středu soustavy
- Excentricita e - udává tvar oběžné dráhy, pro $e = 0$ je dráha kružnice, $0 < e < 1$ elipsa, $e = 1$ parabola a $e > 1$ hyperbola
- Inklinace i - vyjadřuje sklon oběžné dráhy tělesa vzhledem k referenční rovině, kterou bývá ekliptika
- Délka výstupného uzlu Ω - udává úhlovou vzdálenost výstupného uzlu od referenčního směru, kterým bývá jarní bod

- Délka pericentra ϖ - je rovna součtu $\Omega + \omega$, přičemž ω je argument šířky pericentra, který vyjadřuje úhlovou vzdálenost pericentrem a výstupním uzlem
- Střední anomálie M - udává úhlovou vzdálenost mezi směry střed dráhy - pericentrum a poloha objektu - pericentrum

1.1 Oskulační dráhové elementy

Jelikož je ve Sluneční soustavě více těles, jejichž hmotnost není při popisu drah planetek zanedbatelná (např. Jupiter), dochází tak k pravidelným oscilacím Keplerovských dráhových elementů. To znamená, že pro různá, v čase vzdálená, pozorování obdržíme odlišné dráhové elementy, což je nepříjemné. Proto je při tomto popisu drah nutno přidat další parametr a tím je epocha - časový okamžik, pro který jsou platné dané dráhové elementy. Stručně řečeno, oskulační dráhové elementy jsou takové dráhové elementy, které by měla planetka, kdyby na ní v daný okamžik (epochu) gravitačně působilo pouze centrální těleso (Slunce).

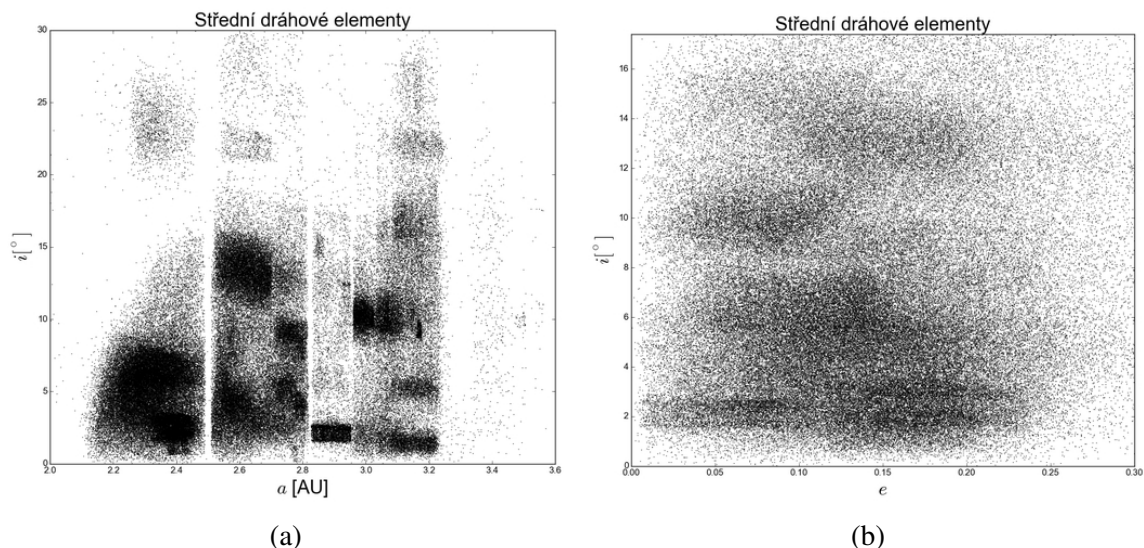


Obrázek 1.2: Zobrazení rozmístění 150 000 planetek hlavního pásu ve vybraných oskulačních dráhových elementech. V grafu (a) jsou patrné Kirkwoodovy mezery například okolo 2,5 AU. V grafu (b) nejsou ani náznaky rodin.

1.2 Střední dráhové elementy

Další možností, jak popsat dráhu planetky, je analýza častých perturbací způsobených největšími planetami (Jupiter, Saturn). Tím, že odstraníme tyto krátkoperiodické perturbace, získáme tak střední dráhové elementy, které jsou uspokojivě přesné na časových škálách až statisíců let. Jelikož předpokládáme, že planetkové páry, které zkoumáme, jsou relativně mladé (v porovnání s planetkovými rodinami), jsou střední dráhové elementy nejlepší volbou pro jejich hledání. Takto spočítali dráhové elementy (které byly použity v této

práci) Andrea Milani a Zoran Knežević¹. Jak autoři sami uvádí, přesnost těchto elementů je uspokojivá pro většinu planetek v hlavním pásu a snižuje se v okolí hlavních rezonancí středního pohybu² s planetami, především v rezonanci 2:1.



Obrázek 1.3: Vyobrazení 150 000 planetek hlavního pásu ve středních elementech. Porovnáním grafu (a) s grafem 1.2 (a) si můžeme všimnout, že výrazné shluky se zahušťují a zmenšují.

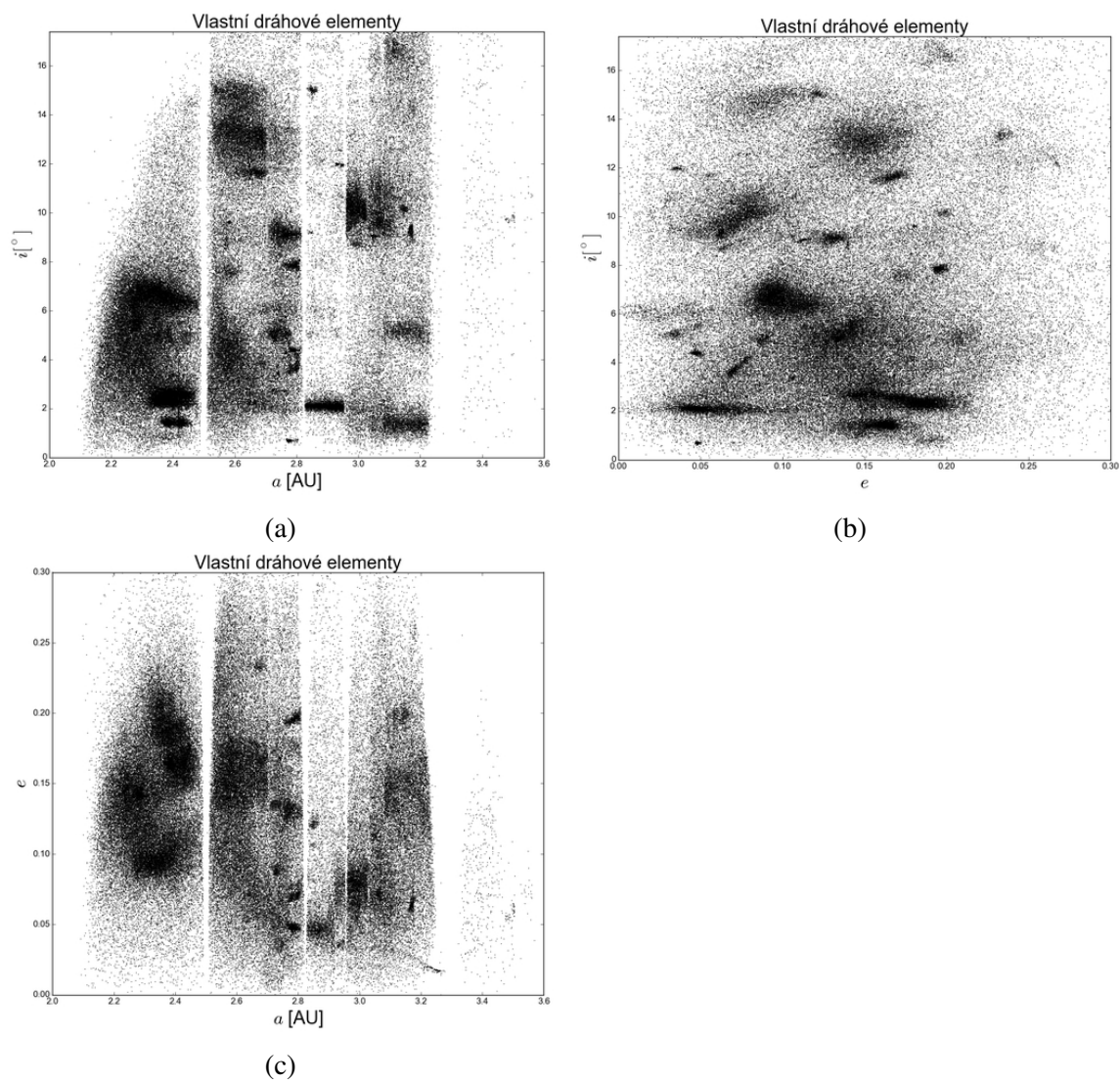
1.3 Vlastní dráhové elementy

Kdybychom se chtěli zabývat tím, jak vypadala distribuce asteroidů před několika desítkami milionů let, zjistíme, že ani střední elementy nejsou dostatečně stabilní a jejich použitím nedostaneme věrohodné výsledky. Problémem jsou dlouhoperiodické perturbace způsobené dalšími hmotnými tělesy ve Sluneční soustavě. Odstraněním i těchto pomalu se projevujících poruch získáme dráhové elementy, které jsou neměnné na velice dlouhých časových škálách. Tyto elementy nazýváme vlastní dráhové elementy.

Jeden z hlavních důvodů pro zavedení vlastních elementů je identifikace a další zkoumání rodin planetek. Jak již bylo řečeno, planetkové rodiny jsou mnohem starší než planetkové páry, které jsme schopni identifikovat. Stáří rodin je v rozmezí od několika milionů až do několika stovek milionů let.

¹<http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/index.php?pc=5>

²označovaný jako n , střední úhlová rychlost (během jednoho oběhu) za jednotku času



Obrázek 1.4: Rozmístění 150 000 planetek hlavního pásu ve vlastních elementech. Na grafu (b) jsou patrné rodiny planetek, které nebyly vidět ve středních asi oskulačních elementech.

Kapitola 2

Rozpady planetek

Vzhledem k velkým vzájemným vzdálenostem mezi jednotlivými planetkami, především v porovnání s jejich velikostmi, by se mohlo zdát, že se jedná o stálá, pozvolně rotující tělesa obíhající kolem Slunce. To je pravda pro většinu planetek, ale najde se řada výjimek a to nejen na velkých časových délkách. Není těžké představit si, že v oblasti hlavního pásu¹ (kde známe více než 700 000 planetek), může čas od času dojít ke vzájemným kolizím mezi planetkami. Dnes již také víme, že k rozpadu planetky může dojít i bez srážky s jiným tělesem a sice pouhým působením slunečního záření.

2.1 Srážky

Myšlenka, že mezi planetkami dochází k fyzickým srážkám je velice dobře podpořena už jen samotným pohledem na grafy, na jejichž osy vyneseme vlastní dráhové elementy. Viditelné shluky ukazují podobnost drah jednotlivých planetek. Spektroskopickým měřením lze odhadnout povrchové složení planetek a tak potvrdit či vyvrátit jejich společný původ. Střední dobu mezi jednotlivými katastrofickými srážkami pro danou planetku v oblasti hlavního pásu lze odhadnout pomocí vztahu

$$\tau = 16,8\sqrt{R}, \quad (2.1)$$

kde R je poloměr mateřské planetky a τ je v milionech let (Farinella et al. 1998).

Aby mohla vzniknout početná planetková rodina, je především potřeba, aby velikosti planetek a jejich vzájemná rychlost byla dostatečná. Kdybychom se pohybovali v soustavě spojené s mateřskou (obvykle hmotnější) planetkou, tak minimální velikost projektilu (menší planetky) nezbytnou k roztržení mateřské planetky můžeme odhadnout vztahem

$$d_p = \left(\frac{2Q_D}{v_{dopadu}^2} \right)^{1/3} D_m, \quad (2.2)$$

kde Q_D je specifická disperze² mateřské planetky, v_{dopadu} je velikost rychlosti projektilu a D_m je velikost mateřské planetky (Brož & Šolc 2013 FSS [str. 275]). Pokud je tato velikost

¹Oblast výskytu velkého počtu planetek mezi drahami Marsu a Jupiteru.

²Pro planetky větší než 200 m lze napsat $Q_D = \frac{4}{5}\pi\rho GR^2$ (Brož & Šolc 2013 *Fyzika Sluneční soustavy* [str. 275] dále jen FSS)

nebo rychlost nedostatečná, dochází pouze ke kráterování mateřské planetky. To ovšem neznamená, že je vyloučen vznik rodiny. I při kráterování dochází k uvolnění a vyvržení materiálu z povrchových vrstev větší planetky. Pro takto vzniklé rodiny je typické, že v celé rodině je jedno dominantní těleso, které převyšuje ostatní tělesa svou hmotností i velikostí.

2.2 Jarkovského a YORP efekt

Dlouhou dobu se v popisu vývoje planetek ve Sluneční soustavě uvažovaly pouze gravitační a kolizní jevy. Tento „klasický“ model nám umožňuje popsat historii hlavního pásu a vnitřní části Sluneční soustavy a to až několik miliard let zpět do minulosti. Že tento model není přesnou reprezentací reality zjistíme, když začneme porovnávat některé předpovědi modelu s napozorovanými daty. Jedním z příkladů, které uvádí Bottke et al. (2006), je přebytek rychle rotujících a pomalu rotujících malých planetek³ (Pravec & Harris 2000) v porovnání s Maxvellovským rozdělení, které bylo předpovězeno na základě klasického modelu (např: Binzel et al. 1989).

Poměrně dlouho přehlíženým jevem, který je schopen vyřešit řadu problémů spojených s modelem uvažujícím pouze srážky a gravitaci, je Jarkovského jev (popsáno níže). Tento jev neuvažuje působení síly gravitační, ale síly termální, která také ovlivňuje vývoj planetek a neměla by být opomíjena.

2.2.1 Jarkovského efekt

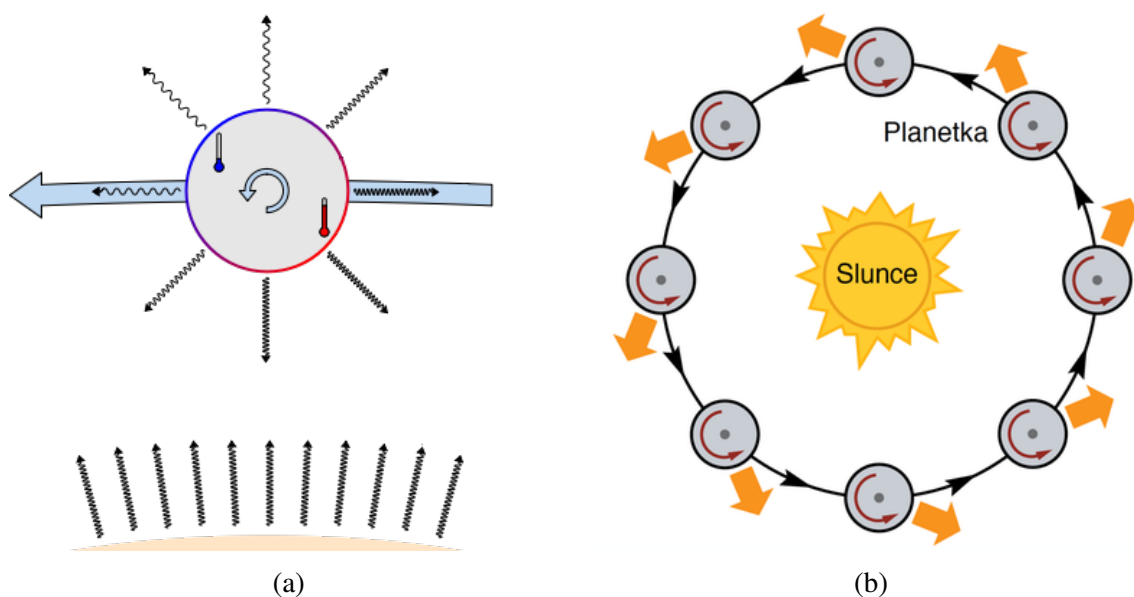
Ivan Osipovich Jarkovsky (1844 - 1902) se ve svém volném čase zabýval otázkami vědy (povoláním byl stavební inženýr) a pohrával si s myšlenkou existence tepelného jevu, který dnes nese jeho jméno i když sám popis tohoto jevu nikdy veřejně nepublikoval. Jarkovsky pouze sepsal brožurku, kterou si po jeho smrti přečetl estonský astronom Ernst J. Öpik (1893 - 1985), který upozornil na možnou významnost tohoto jevu, především s aplikací na planetky (Öpik 1951). Öpik dále směřoval svůj výzkum tímto směrem. Značnou dávku pozornosti si získaly jevy Jarkovského typu v druhé polovině minulého století, kdy se jím zabývali vědci především v Rusku (např: Radzievski, Katasev, Kulikova), ve Spojených státech amerických (např: Paddack, Rhee, O'Keefe) a v Austrálii (např: Olsson-Steel). Podrobnější informace o historii stojící za Jarkovského jevem je možné nalézt v Hartmann et al. (1999).

Jarkovského jev je v principu jakýsi tah, který vzniká, když malé těleso obíhající kolem Slunce pohltí sluneční záření, zahřeje se a dále vyzáří získanou energii zpět do prostoru. Důležitým faktorem je krátké zpoždění mezi pohlcením záření a jeho zpětným vyzářením způsobené tepelnou setrvačností. Rozlišujeme dvě složky Jarkovského jevu, které vedou ke změně hlavní poloosy planetky a to *denní složka* a *sezónní složka*.

Denní složka

Základní myšlenka stojící za Jarkovského jevem je vyzařování energetičtějších fotonů z teplejší části planetky. Uvažujme sférickou planetku a dále pro jednoduchost předpoklá-

³s velikostí do 10 km



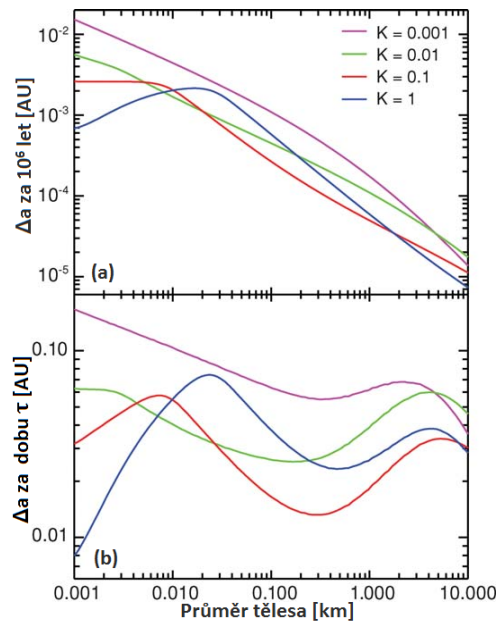
Obrázek 2.1: Na obrázku (a) je naznačen vliv tepelné setrvačnosti. Velká modrá šipka vyznačuje směr pohybu planetky a malá modrá šipka ukazuje směr rotace. Elektromagnetické záření opouštějící planetku má rozdílnou vlnovou délku (tudíž i hybnost) v závislosti na její povrchové teplotě. Na obrázku (b) je žlutými šipkami vyznačen směr Jarkovské síly pro danou konkrétní situaci. V tomto případě způsobuje vzdalování planetky od Slunce.

dejme, že osa rotace planetky je kolmá k rovině oběhu kolem Slunce. Sluneční záření ohřívá část planetky, která je zrovna ozařována. Jelikož má planetka nenulovou teplotu, sama vyzařuje elektromagnetické vlnění (typicky v infračervené oblasti). Jelikož část, která je nebo právě byla zahřívána slunečním svitem, je teplejší než část odvrácená, liší se i energie E vyzařovaných fotonů. Z následujících vztahů je jasné, že důsledkem rozdílnosti energií (vlnových délek λ) fotonů vyzařovaných z teplejší a chladnější částí jsou rozdílné i hybnosti p , které předávají fotony planetce při jejich vyzáření⁴.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad , \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (2.3)$$

kde h Planckova konstanta, ν je frekvence elektromagnetického záření (fotonu) s energií E a c je rychlost světla ve vakuu. I když výsledný rozdíl hybností předávaný planetce vyzářeními fotony je velice malý, tak na dlouhých časových škálách může způsobit tento tah změnu velké poloosy planetky. Směr tahu, Jarkovského síly, je opačný ke směru v němž jsou vyzařovány nejteplejší fotony (viz obrázky 2.1). Kdyby planetky neměly žádnou tepelnou setrvačnost, došlo by k okamžitému vyzáření energetičtějších fotonů a na planetku by působil tah směrem přímo od Slunce. Ale vzhledem k tomu, že planetky mají, jako každé jiné objekty, tepelnou setrvačnost, nedojde k okamžitému vyzáření z oblastí, které jsou zrovna zahřívány Sluncem, ale dojde k časové prodlevě a to se v kombinaci s rotací planetky projeví tak, že planetka obecně není tlačena pouze radiálním směrem

⁴Jelikož platí zákon zachování hybnosti $\frac{dp}{dt} = 0$, tak hybnost, kterou si nese vyzářený foton musí dostat v opačném směru i planetka.



Obrázek 2.2: Vliv denní i sezónní složky Jarkovského jevu (střední hodnota Δa) v závislosti na průměru planetky pro různé hodnoty tepelné vodivosti K (v jednotkách $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$), přičemž $C_p = 680 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$, $\rho_{\text{povrch}} = 1,7 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_{\text{podpovrchem}} = 2,5 \text{ g cm}^{-3}$ a rotační perioda byla určena z rovnice (2.4). Z části (a) je vidět, že u malých planetek je účinnější nízká hodnota K , neboť pro velké hodnoty K pronikne teplotní vlna skrze celé těleso a rozdíl teplot není tak veliký. V části (b) je naznačena střední hodnota změny velké poloosy za typickou dobu mezi vzájemnými srážkami (Bottke et al. 2005).

(přímo od Slunce), ale také ve směru oběhu. Tepelná setrvačnost se projevuje i na Zemi a to tak, že nejteplejší částí dne není právě poledne, ale doba přibližně tři hodiny po poledni.

Vzhledem k tomu, že Jarkovského síla má obecně nenulovou složku ve směru oběhu, dochází k postupnému zvětšování nebo zmenšování hlavní poloosy a také, i když mnohem méně, ke změně excentricity. Zda se bude planetka od slunce vzdalovat nebo přibližovat záleží na směru její rotace. Když je rotace planetky prográdní (ve stejném směru jako je směr oběhu kolem Slunce), bude docházet ke zvětšování hlavní poloosy. V opačném případě (retrográdní rotace) bude planetka zmenšovat svoji vzdálenost od Slunce. Závislost změny hlavní poloosy na velikosti planetky a tepelné vodivosti je vidět na obrázku 2.2.

Nutno zopakovat, že tyto úvahy předpokládají, že osa rotace planetky je kolmá k rovině oběhu. Kdybychom předpokládali druhý krajní případ a sice, že osa rotace leží v rovině oběhu, tak by se tato denní složka Jarkovského jevu vůbec neprojevila. Dalšími faktory ovlivňujícími velikost denní složky Jarkovského jevu je vzdálenost od Slunce, velikost, tvar, tepelná vodivost a rychlost rotace planetky. Započtením všech těchto parametrů, můžeme odhadnout velikosti planetek, pro které je tento efekt nejsilnější. Je zřejmé, že pro velké objekty, jako jsou například planety, je Jarkovského jev zanedbatelný kvůli poměru plocha-hmotnost. Na druhou stranu velmi malé objekty (prachové částice) mají poměr plocha-hmotnost příznivý, zde ovšem nevzniká tak veliký teplotní rozdíl mezi teplou a chladnou oblastí (objekt je téměř izotermický). Periodu rotace P většiny objektů

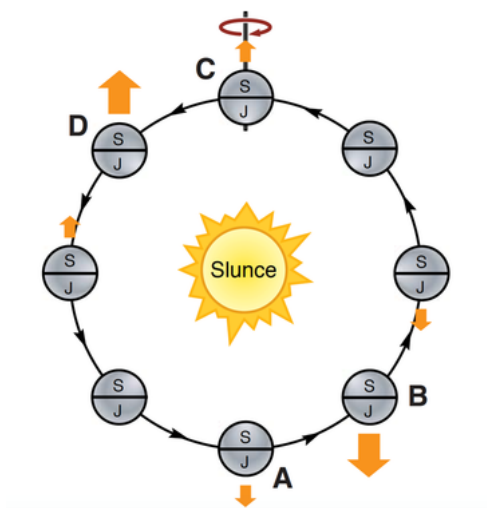
ve Sluneční soustavě lze přibližně popsat vztahem

$$P \sim \frac{5D}{2}, \quad (2.4)$$

kde D průměr objektu v metrech a P je v sekundách (Bottke et al. 2006). S využitím takto získané periody rotace pro danou planetku zjistíme, že denní složka Jarkovského jevu je nejvýznamnější pro planetky s velikostmi od několika centimetrů až po jednotky metrů.

Sezónní složka

Za objevením sezónní složky Jarkovského jevu nepřímo stojí vesmírné družice LAGEOS (*Laser Geodynamics Satellites*), které byly vypuštěny⁵ v druhé polovině minulého století. Tyto družice neměly za cíl měřit účinky Jarkovského jevu⁶, ale pátralo se po příčině, která způsobovala postupné snižování výšky satelitů. Ukázalo se (Rubincam 1987, 1988, 1990), že kromě denní složky Jarkovského jevu existuje i dlouhodobější jev, který nazýváme sezónní složkou. Tento efekt nepůsobí pouze na družice obíhající kolem Země, ale také na planetky ve Sluneční soustavě.



Obrázek 2.3: Ilustrace sezónní složky Jarkovského jevu, způsobeného zahříváním a postupným chladnutím severní a jižní polokoule idealizované planetky. Žlutými šipkami je vyznačen směr Jarkovského síly. I když k největšímu ohřevu dochází v bodech A a C, vlivem tepelné setrvačnosti má Jarkovského síla maximum v bodech B a D.

Myšlenka sezónní složky je naznačena na obrázku 2.3, přičemž opět uvažujeme sférickou planetku obíhající po kruhové dráze kolem Slunce. Tentokrát ovšem osa rotace planetky leží v rovině oběhu, což je podstatné, jelikož za vznikem sezónní složky stojí síla působící ve směru podél osy rotace. Když je planetka v bodě A (viz obrázek 2.3), tak sluneční záření svítí nejsilněji na severní polokouli. Díky tomu, že každá reálná planetka má teplotní setrvačnost, dochází k tomu, že nejenergetičtější fotony (s největší hybností)

⁵Družice LAGEOS 1 byla vypuštěna v roce 1976 a LAGEOS 2 v roce 1992.

⁶Jejich hlavním účelem bylo přesné měření tvaru Země, pohybu tektonických desek a polohy satelitu vzhledem k Zemi.

jsou vyzářeny až v bodě B. Podobně je tomu v bodě C, kdy je nejsilněji ozařována jižní polokoule a k vyzáření fotonů s nejkratší vlnovou délkou dochází v bodě D. Vzhledem k tomu, že síla působící na planetku má složku, která vždy působí v opačném směru než je směr oběhu, dochází ke zpomalování planetky, která postupně zmenšuje vzdálenost od Slunce. Kdyby planetka neměla žádnou tepelnou setrvačnost, tak by se složka síly působící ve směru oběhu zprůměrovala na nulu během jednoho oběhu kolem Slunce.

Vzhledem k tomu, že pro dráhy kruhové i mírně eliptické působí zprůměrovaná síla vždy proti směru oběhu, byl tento jev původně označován jako brzdící termální tah (Rubincam 1987). Na rozdíl od denní složky Jarkovského jevu, je tento efekt nezávislý na směru rotace planetky, ale závisí především na vzdálenosti od Slunce a sklonu rotační osy vzhledem k rovině oběhu. Kdyby osa rotace byla kolmá k rovině oběhu, pak se sezónní složka vůbec neprojeví. Podobně jako denní složka, tak i sezónní složka mění další dráhové elementy, například zmenšuje excentricitu (zakulacuje oběžnou dráhu planetky) podobně jako atmosférický tah (Rubincam 1995, 1998; Vokrouhlický & Farinella 1998, 1999). Nejsilněji pocítí tento jev planetky vnitřní části hlavního pásu s velikostí přibližně deseti metrů⁷ (Farinella et al. 1998, Rubincam (1998).

Rovnice Jarkovského jevu

Při hledání Jarkovského síly musíme najít jednak rozložení teploty na povrchu tělesa, ale také odhadnout sílu zpětného rázu tepelného záření. Budeme zde používat stejnou notaci jako použil Vokrouhlický (2001).

Abychom spočítali povrchovou teplotu tělesa, použijeme rovnici šíření tepla pro tok energie v tělese a sice

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.5)$$

a pro tok energie skrze povrch

$$(K \nabla T \cdot \mathbf{n}_\perp) + \varepsilon \sigma T^4 = \alpha \varepsilon, \quad (2.6)$$

kde T je teplota, K je tepelná vodivost, C_p je měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku, ρ je hustota tělesa, ε je povrchová emisivita, σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta a $\alpha = 1 - A$, kde A je Bondovo albedo. V druhé rovnici \mathbf{n}_\perp je vnější normálový vektor, kolmý na plošný element povrchu, a ε je tok slunečního záření touto plochou. Jestliže známe funkci ε (závisí na tvaru a rotaci) a parametry materiálu (K , C_p , ρ), můžeme rovnice (2.5) a (2.6) vyřešit numericky.

Z praktických důvodů je vhodné zredukovat počet parametrů rovnic na co nejmenší počet, proto je vhodné zavést nové pomocné proměnné a sice hloubku proniknutí teplotní vlny l_v a teplotní parametr Θ_v (Farinella 1998) definované jako

$$l_v = \sqrt{\frac{K}{\rho C_p v}}, \quad \Theta_v = \frac{\sqrt{K \rho C_p v}}{\varepsilon \sigma T_*^3}, \quad (2.7)$$

kde T_* je subpolární teplota určená jako

$$\varepsilon \sigma T_*^4 = \alpha \varepsilon_*, \quad (2.8)$$

⁷Platí pro čedičové planetky obíhající po kruhových drahách.

kde ε_* je tok slunečního záření ve vzdálenosti tělesa (planetky). Termální parametr Θ_v je měřítkem relaxace mezi pohlcením a znovu vyzářením fotonu o frekvenci ν .

Nyní se zaměříme na výpočet zpětného rázu způsobeného tepelným zářením (někdy označovaný jako Jarkovského síla). Za předpokladu izotropní (Lambertovy) emise je odpovídající síla na jednotku hmotnosti dána (Spitale & Greenberg 2001)

$$d\mathbf{f} = -\frac{2}{3} \frac{\varepsilon \sigma}{mc} T^4 \mathbf{n}_\perp dS(u, \nu) \quad , \quad \mathbf{f} = \int_S d\mathbf{f}, \quad (2.9)$$

kde m je hmotnost tělesa a integrace je přes celý povrch tělesa S parametrizovaný souřadnicemi (u, ν) .

Zavedeme-li si souřadnicový systém, v němž bude osa z souhlasná s osou rotace planetky a osy x a y budou ležet v rovníkové rovině, pak lze rozdělit Jarkovského sílu do svou složek. První složkou jsou komponenty denního Jarkovského efektu f_x a f_y , které závisí především na frekvenci rotace ω . Druhá složka obsahuje komponentu sezónní složky f_z , která závisí pouze na středním pohybu n . Tyto jednotlivé složky mění především velkou poloosu planetky a . Jelikož jsou tyto perturbace malé, obvykle se počítá jejich celkový efekt za jeden oběh. Pro sférický objekt s poloměrem R a zanedbatelnou excentricitou platí, že zprůměrovaný denní a sezónní Jarkovského efekt mění velkou poloosu následovně

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{denni} = -\frac{8\alpha \Phi}{9} \frac{\Phi}{n} F_\omega(R', \Theta) \cos \gamma + \mathcal{O}(e), \quad (2.10)$$

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{sezonní} = \frac{4\alpha \Phi}{9} \frac{\Phi}{n} F_n(R', \Theta) \sin^2 \gamma + \mathcal{O}(e). \quad (2.11)$$

kde α je albedo podobně jako v rovnici (2.6) (Vokrouhlický & Bottke 2001), γ je sklon rotační osy, Φ je klasický tlak záření, pro který platí

$$\Phi = \frac{\pi R^2 \varepsilon_0}{mc}. \quad (2.12)$$

Dále funkce $F_\nu(R', \Theta)$ je závislá na poloměru tělesa škálovaného hloubkou proniknutí teplotní vlny⁸ a na teplotním parametru Θ , přičemž oba odpovídají příslušné frekvenci ν . Až na rozdíl ve frekvencích, kde pro denní složku platí $\nu = \omega$ a pro sezónní $\nu = n$, je funkce F_ν stejná. Její explicitní vyjádření závislosti na teplotním parametru Θ vypadá následovně:

$$F_\nu(R', \Theta) = -\frac{\kappa_1(R') \Theta_\nu}{1 + 2\kappa_2(R') \Theta_\nu + \kappa_3(R') \Theta_\nu^2}, \quad (2.13)$$

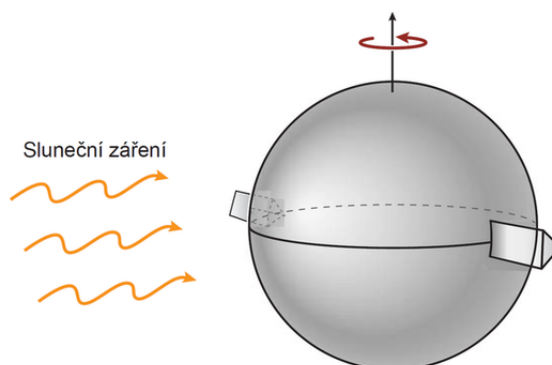
kde κ_i jsou analytické funkce R' .

2.2.2 YORP efekt

Předcházející úvahy o Jarkovského jevu měly společný předpoklad a to, že planetka je sférická. Jak ovšem předpokládáme a pozorujeme, tak planetky nejsou v drtivé většině případů dostatečně hmotné na to, aby svou vlastní gravitací významně zakulatily svůj tvar.

⁸ $R' = R/l_\nu$

Díky tomuto nesymetrickému tvaru může na planetku působit slabý točivý moment, který ovlivňuje její rotaci (úhlovou rychlost rotace i sklon rotační osy). Tento jev pojmenoval Rubincam (2000) jako Yarkovsky–O’Keefe–Radzievskii–Paddack⁹ efekt, zkráceně YORP efekt, na základě příspěvků jednotlivých vědců. Díky tomu, že YORP efekt je schopen ovlivňovat rotaci a tím i velikost Jarkovského jevu, můžeme pomocí něj vysvětlit řadu nejasností jako například dříve zmiňovaný přebytek rychle a pomalu rotujících malých planetek. I když je YORP efekt poměrně slabý, jsme schopni u vhodných planetek tento jev přímo zaznamenat (Vokrouhlický et al. 2004).



Obrázek 2.4: Ilustrace sférické planetky s pevně připevněnými klíny pro vysvětlení YORP efektu.

Jedním z možných způsobů, jak názorně ukázat princip YORP efektu je ten, který použil Rubincam (2000). Představme si opět sférickou planetku s rotační osou kolmou k rovině oběhu, ale tentokrát na její rovník pevně připevníme dva klíny orientované jako na obrázku 2.4. Vyzářování ze samotného povrchu sférické části planetky je k povrchu kolmé (předpokládáme Lambertovu emisi), takže ve výsledku nevzniká žádný moment. To ovšem neplatí pro jednotlivé klíny, protože výslednice síly způsobené vyzářováním z jednotlivých stěn má nenulovou složku ležící v rovině rovníku. Pokud geometrie soustavy a směr rotace jsou orientovány jako na obrázku 2.4, dochází k urychlení rotace planetky. Pokud by planetka rotovala opačným směrem, rotace by se zpomalovala. Aby se YORP efekt mohl projevit, je tedy, mimo jiné, potřeba, aby měla planetka vhodnou asymetrii (nesouměrnost).

Rovnice YORP efektu

Stejně jako u Jarkovského jevu stojí za vznikem YORP efektu zpětný ráz záření (ať už odraz či znovu vyzáření). Element této síly $d\mathbf{f}$ lze popsat rovnicí (2.9)¹⁰. Když tento element síly integrujeme přes celý povrch tělesa následovně

$$\mathbf{T} = \int_S \mathbf{r} \times \mathbf{f}, \quad (2.14)$$

dostaneme celkový silový moment \mathbf{T} působící na těleso. Vektor \mathbf{r} udává polohu orientované elementární plochy $d\mathbf{S}$ ($d\mathbf{S} = \mathbf{n}_\perp dS$).

⁹Radzievskii 1954; Paddack 1969, 1973; Paddack & Rhee 1975; O’Keefe 1976

¹⁰Pro připomenutí $d\mathbf{f} = -\frac{2}{3} \frac{e\sigma}{mc} T^4 \mathbf{n}_\perp dS(u, v)$

Označíme-li si úhlovou rychlost rotace planetky jako ω , jednotkový vektor rotační osy \mathbf{e} a moment setrvačnosti jako C , můžeme napsat rotační moment planetky¹¹ \mathbf{L} jako

$$\mathbf{L} = C\omega\mathbf{e}. \quad (2.15)$$

V inerciální soustavě je časová změna \mathbf{L} rovna působícímu momentu \mathbf{T} , neboli

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{T}. \quad (2.16)$$

Předpokládáme-li, že moment setrvačnosti je v čase neměnný, můžeme předešlý vztah rozepsat následovně:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}}{C}, \quad \frac{d\mathbf{e}}{dt} = \frac{\mathbf{T} - (\mathbf{T} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e}}{C\omega}. \quad (2.17)$$

V některých případech je užitečné parametrizovat vektor \mathbf{e} pomocí sklonu rotační osy ε (úhel mezi \mathbf{e} a normálovým vektorem \mathbf{N} kolmým k rovině oběhu), precesí v délce ψ a délkou výstupného uzlu Ω . Jednotlivé složky vektoru \mathbf{e} pak vypadají takto

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}(\varepsilon, \psi, \Omega) = (\sin \varepsilon \sin(\psi + \Omega), \sin \varepsilon \cos(\psi + \Omega), \cos \varepsilon). \quad (2.18)$$

Díky tomu můžeme napsat časový vývoj parametrů ε a ψ a rozložit tak \mathbf{T} do složek T_ε a T_ψ

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 1}}{C\omega} \equiv \frac{T_\varepsilon}{C\omega}, \quad (2.19)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 2}}{C\omega} \equiv \frac{T_\psi}{C\omega}, \quad (2.20)$$

přičemž

$$\mathbf{e}_{\perp 1} = \frac{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e} - \mathbf{N}}{\sin \varepsilon}, \quad \mathbf{e}_{\perp 2} = \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{N}}{\sin \varepsilon}. \quad (2.21)$$

Za zmínku stojí, že ve skutečnosti \mathbf{T} obsahuje nejen složku způsobenou YORP efektem, ale také příspěvek od gravitačního a setrvačného tahu způsobeného pohybem soustavy použité k definici ε a ψ (Vokrouhlický & Čapek 2002). Na dlouhých časových škálách je nejvýrazněji přispívajícím členem k složkám T_s a T_ε právě YORP efekt a ostatní příspěvky jsou zanedbatelné.

¹¹Za předpokladu, že planetka rotuje pouze kolem své nejkratší osy.

Kapitola 3

Popis vzdáleností v prostoru dráhových elementů

Při studiu planetkových systémů (ať už rodin nebo párů) je velice užitečné zavést si vhodný popis rozdílnosti orbitálních drah jednotlivých planetek. Jeden takový, dnes velice používaný, popis představil Zappalà et al. (1990) při klasifikaci a studiu asteroidálních rodin. Od té doby je tento popis hojně přebírán a dále upravován pro konkrétní aplikace.

3.1 Zappalà 1990

Způsob popisu, který použil Zappalà (1990), je založen na předpokladu, že rodiny planetek vznikají tříštivým rozpadem mateřských těles. Pro každé dvě části vzdalující se z mateřského tělesa můžeme použít Gaussovy rovnice (viz Brouwer & Clemence 1961 [str. 299]). Pomocí těchto rovnic lze určit vzájemné vztahy mezi rozdíly dráhových elementů a vzájemnými rychlostmi, kterými se fragmenty po srážce pohybují. Označíme-li si d_1 jako složku vzájemné rychlosti dvou vzniklých fragmentů ve směru oběhu, d_2 jako radiální složku vzájemné rychlosti a d_3 jako složku vzájemné rychlosti ve směru kolmém na rovinu oběhu, můžeme při zanedbání výrazů úměrných excentricitě, napsat (Brouwer 1951; Zappalà 1984)

$$\begin{aligned}\frac{2d_1}{na} &= \frac{\delta a}{a}, \\ \frac{d_2 \sin(f)}{na} + \frac{2d_1 \cos(f)}{na} &= \delta e, \\ \frac{d_3 \cos(\omega + f)}{na} &= \delta i,\end{aligned}\tag{3.1}$$

kde a , e , i a ω jsou klasické oskulační dráhové elementy (viz kapitola 1), f je oskulační pravá anomálie¹, n je střední pohyb, takže člen na vyznačuje kruhovou rychlost. Epocha, pro kterou jsou určeny oskulační elementy, je totožná s okamžikem rozpadu planetek.

Kdybychom znaly úhly f a $(\omega + f)$, pak bychom mohli spočítat složky rychlosti d jako rozdíly vlastních dráhových elementů místo oskulačních² (Brouwer 1951). I když jsou tyto

¹pravá anomálie = úhel mezi směrem z centra k nejbližšímu bodu oběžné dráhy (periapsidou) a současnou polohou planetky

²Alespoň v rámci lineární sekundární poruchové teorie.

úhly neznámé, můžeme stále poměrně přesně odhadnout celkovou vzájemnou rychlost vzdalování fragmentů d pomocí funkce

$$\left(\frac{d}{na}\right)^2 = k_a \left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + k_e (\delta e)^2 + k_i (\delta i)^2, \quad (3.2)$$

kde a je průměr hodnot a_1 a a_2 dvou vzdalujících se fragmentů a k_a , k_e a k_i jsou váhové koeficienty v řádech jednotek. Otázkou zůstává, jak zvolit jednotlivé koeficienty. Zprůměrováním rovnic (3.1) přes f a $(\omega + f)$ a dosazením do rovnice (3.2) obdržíme

$$d = \sqrt{x\langle d_1^2 \rangle + y\langle d_2^2 \rangle + z\langle d_3^2 \rangle}, \quad (3.3)$$

přičemž

$$x = 4k_a + 2k_e, \quad y = \frac{k_e}{2}, \quad z = \frac{k_i}{2}. \quad (3.4)$$

Nevýhoda této metody spočívá v tom, že při volbě $x = y = z = 1$ nemůžeme dostat kladné koeficienty k_a, k_e, k_i . Proto musí být zvoleny jiné hodnoty koeficientů jako standardní metrika. Běžně používanými hodnotami, které použil Zapallà (1990), jsou $k_a = 5/4$, $k_e = k_i = 2$. Tím pádem $x = 9, y = 1, z = 1$ a složka k_a tak dostává trojnásobnou váhu než složky zbývající, což je poměrně rozumné vzhledem k tomu, že tato komponenta je zcela nezávislá na neznámých úhlech f a $(\omega + f)$ (viz první z rovnic (3.1)). Za předpokladu izotropního rozpadu rodiny, pro kterou platí $\langle d_1^2 \rangle = \langle d_2^2 \rangle = \langle d_3^2 \rangle$ přeceňuje výše použitá metrika vzájemné rychlosti faktorem $\sqrt{11/3} \doteq 1.915$.

Jako kontrolu, zda je možné tuto metriku použít, byla vyzkoušena (při identifikaci rodin) i metrika $k_a = 1/2, k_e = 3/4, k_i = 4$, která je velice blízká k $k_a = 1/4, k_e = 2/5, k_i = 2$, což je metrika odvozená z Gaussových rovnic, zprůměrována opět přes úhly f a $(\omega + f)$ a předpokládá $\langle d_1^2 \rangle = \langle d_2^2 \rangle$. Obě tyto metriky dávají podobné výsledky při identifikaci rodin (Zapallà 1990).

3.2 Doplnění do 5D

Při hledání planetkových systémů, které jsou relativně mladé ($< 10^6$ let) nereprezentují vlastní dráhové elementy reálné dráhy, proto je vhodnější použít oskulační nebo střední elementy. Při hledání vzájemných rychlostí při rozpadu mateřských těles d můžeme náš popis rozšířit o další dva dráhové elementy a sice Ω a ϖ . Výsledná funkce pak může vypadat následovně (Nesvorný & Vokrouhlický 2006):

$$\left(\frac{d}{na}\right)^2 = k_a \left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + k_e (\delta e)^2 + k_i (\delta \sin i)^2 + k_\Omega (\delta \Omega)^2 + k_\varpi (\delta \varpi)^2, \quad (3.5)$$

kde koeficienty k_Ω a k_ϖ jsou určeny empiricky (typicky $k_\Omega = k_\varpi = 10^{-6} - 10^{-4}$). Za povšimnutí také stojí, že místo samotné inklinace i se často používá $\sin i$. Pro lepší představu je vhodnější pomýšlet na funkci d jako na funkci, která reprezentuje vzdálenost dvou planetek v tří nebo pěti rozměrném prostoru dráhových elementů. Vzhledem k tomu, že rychlost precese v úhlech Ω i ϖ je v hlavním pásu nepříliš odlišná³, lze vznést rozumný požadavek, aby $k_\Omega \simeq k_\varpi$.

³Za předpokladu lineární poruchové teorie je rychlost precese pro Ω i ϖ shodná (Brouwer & Clemence 1961)

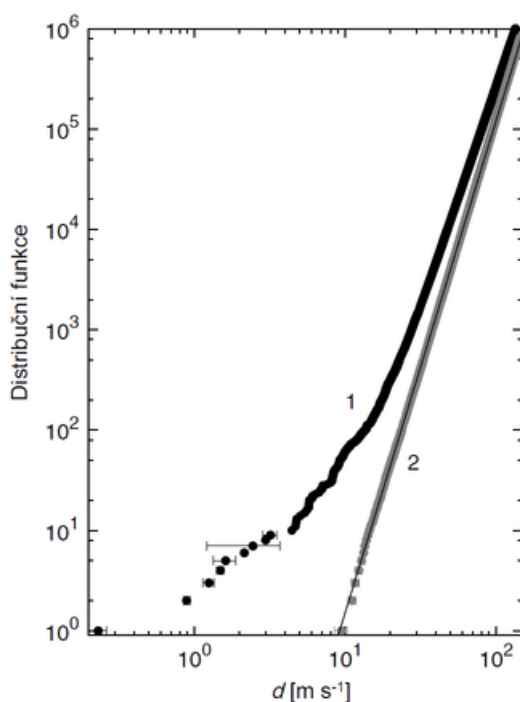
Kapitola 4

Identifikace kandidátů na planetkový pár

Při identifikaci a hledání nových planetkových rodin pomocí hierarchické shlukovací metody se ukázalo, že existuje celá řada dvojic planetek, které mají velice podobné dráhy. Typické vzdálenosti d v rodinách (ať už ve třech nebo v pěti rozměrech) jsou desítky $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, přičemž tyto páry vykazují vzájemné vzdálenosti v řádech jednotek $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ nebo i méně. V oblastech hlavního pásu s nižší hustotou planetek (především mimo rodiny) mohou být vzdálenosti drah detekovaných párů větší než jednotky $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ a to až $\sim 36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Pravec & Vokrouhlický 2009).

První ukazatel toho, že blízkých párů je více, než kolik by jich mohlo vzniknout náhodně lze ilustrovat následovně. Pro každou planetku z databáze bychom si spočítali vzdálenost d od jejího nejbližšího souseda (v prostoru dráhových elementů) a následně vynesli do grafu, přičemž bychom na x -ové ose vynesli vzdálenost d a na y -ové ose celkový počet planetek $N(< d)$, které mají nejbližšího souseda ve vzdálenosti menší než d . Takto to udělali Vokrouhlický & Nesvorný (2008), přičemž použili oskulační dráhové elementy téměř 370 000 planetek a $k_a = 5/4, k_e = k_i = 2, k_\Omega = k_\omega = 10^{-5}$. Výsledek je vidět na grafu 4.1. Pro hodnoty $d > 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ sleduje funkce $N(< d)$ trend $N(< d) \propto d^\alpha$, přičemž $\alpha \approx 4,7$. Pro náhodné rozložení drah v pěti rozměrném prostoru se předpokládá $\alpha = 5$. Rozdíl mezi hodnotami α lze vysvětlit tím, že koeficienty k_x dávají různé váhy různým dráhovým elementům.

Pro $d < 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ převyšuje napozorovaný počet těsných drah předpoklad o ~ 60 dvojic. Jak sami autoři (Vokrouhlický & Nesvorný 2008) vysvětlují, tak 15 dvojic je součástí velice mladých rodin, kde hustota drah v prostoru dráhových elementů je poměrně vysoká a je pravděpodobnější nalézt zde velice podobné oběžné dráhy. Některé z dvojic jsou součástí rodin a nelze u nich dostatečně přesvědčivě vyloučit, že vznikly náhodou. Výsledkem takového počátečního odhadu (Vokrouhlický & Nesvorný 2008) je 22 planetkových dvojic, které nejsou součástí žádné rodiny a jejich vznik není jasný. Možných vysvětlení navrhli několik, například pár vznikl působením YORP efektu nebo je součástí dosud neobjevené mladé rodiny. Také je možné, že se jedná pouze o planetky, které mají shodou okolností téměř stejné dráhy, ale nemají společný původ. Statistické významnosti identifikovaných párů se budeme zabývat dále.



Obrázek 4.1: Graf distribuční funkce planetkových dvojic jako funkce $N(< d)$. Reálné hodnoty jsou body s označením 1 (černé). Nejistoty bodů pod $d < 10 \text{ m s}^{-1}$ jsou odhadnuty na základě nejistot určení jejich drah. Body s označením 2 (šedé) reprezentují 370 000 testovacích drah v rozmezí 1,7 - 3,6 AU. Černě proložená přímka (nejlepší fit) testovacími hodnotami odpovídá závislosti $N(< d) \propto d^{4,91}$. Mezi množinami bodů 1 a 2 je patrný rozdíl pro $d < 20 \text{ m s}^{-1}$.

4.1 Statistická analýza

Úkolem statistické analýzy, v tomto konkrétním případě, je odhadnout s jakou pravděpodobností mohl vzniknout konkrétní planetkový pár pouhou náhodou. Způsobů, jak lze takového odhadu dosáhnout je spousta, zde se zaměříme pouze na významné metody, které použili Vokrouhlický & Nesvorný (2008) a Pravec & Vokrouhlický (2009).

4.1.1 Simulace náhodného rozdělení drah

Jednou z metod je náhodné vygenerování si vlastních drah v prostoru dráhových elementů. V principu se jedná o velice jednoduchou metodu - vytvoříme si vlastní (umělou) oblast drah (např: hlavní pás) s náhodnými dráhami a v ní hledáme vzniklé páry. Dále porovnáme počet vzniklých blízkých dvojic s těmi, které jsme napozorovali z reálných dat. Samozřejmě je nutné zachovat velikost zkoumané oblasti a počet planetek v této oblasti. Poměrně komplikovanou záležitostí je samotná hustota drah v prostoru dráhových elementů, která rozhodně není konstantní. Příkladem mohou být Kirkwoodovy mezery, což jsou pro planetky velice nestabilní oblasti hlavního pásu vzniklé rezonancemi s Jupiterem, nebo samotné rodiny, kde může být hustota drah podstatně větší než je tomu v jejich okolí. Proto je potřeba vzít tyto změny hustoty drah v potaz při generování drah umělých,

tedy pseudonáhodných. Drobnou nepříjemností je také fakt, že počítače nejsou schopné vygenerovat zcela náhodná čísla a tak nebude rozmístění drah nikdy zcela náhodné. To lze poměrně jednoduše vyřešit tím, že si necháme vygenerovat náš soubor drah vícekrát a/nebo použijeme různé algoritmy generující „náhodná“ čísla.

Tuto metodu (mimo jiné) použili Vokrouhlický & Nesvorný (2008) a dostali poměrně jasné výsledky. Dle očekávání sleduje počet dvojic od sebe méně vzdálených než d trend $N(< d) \propto d^5$ (viz graf 4.1). Kdyby skutečně platilo náhodné rozdělení drah, pak by se v testovaném vzorku 370 000 planetek vytvořil v průměru jeden pár se vzdáleností $d \approx 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jelikož takovýchto párů našli 60, je pravděpodobnost náhodného vzniku jednoho vybraného páru je přibližně 1,7 %. Tato pravděpodobnost strmě klesá pro menší hodnoty d , například pro $d < 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ je pravděpodobnost náhodného vzniku $\approx 0,2\%$.

4.1.2 Pravděpodobnost výskytu těsných drah

Druhá metoda použitá Vokrouhlickým & Nesvorným (2008) spočívá v hledání pravděpodobnosti výskytu dostatečně podobných drah v pěti-rozměrném hyperkvádru o objemu $V = d^5$, kde d je dáno konkrétní dvojicí planetek (viz rovnice (3.5)). Počet drah v vyskytující se v objemu V je dán jednoduše vztahem

$$v = \eta V, \quad (4.1)$$

přičemž $\eta = \eta(a, e, i, \Omega, \varpi)$ je lokální hustota drah v daném okolí. Pravděpodobnost $p_n(d)$, že nalezneme n drah v hyperkvádru o objemu d^5 je dána Poissonovým rozdělením pravděpodobnosti

$$p_n(d) = \frac{v^n}{n!} e^{-v}, \quad (4.2)$$

kde v našem případě $n = 2$. Abychom se neomezovali pouze na konkrétní poměr jednotlivých stran hyperkvádru, můžeme zavést pravděpodobnost $P_n(d)$, která bude vyjadřovat pravděpodobnost nalezení n drah v jakémkoliv boxu o objemu V . Tuto pravděpodobnost určíme jako součet pravděpodobností $p_n(d)$ přes všechny možné hyperkvádry M . Vzhledem k praktičnosti je suma přes M nahrazena pěti-rozměrným integrálem následovně

$$P_n(d) = \sum_M p_n(d) = \frac{V^{n-1}}{n!} \int \eta^n e^{-v} dV. \quad (4.3)$$

Jelikož v typicky nabývá nízkých hodnot, lze přibližně předpokládat, že $e^{-v} \approx 1$ a pravou stranu předchozí rovnice lze zjednodušit do tvaru

$$P_n(d) \approx \frac{\langle \eta^n \rangle V_{tot}^n}{n! M^{n-1}}, \quad (4.4)$$

přičemž $\langle \eta^n \rangle$ je střední hodnota η^n hlavního pásu v pěti-rozměrném prostoru dráhových elementů, V_{tot} je celkový objem hlavního pásu a $M = V_{tot}/V$. Vzhledem k tomu, že nelze dost dobře předpokládat konstantní hustotu drah napříč celým hlavním pásem planetek, bylo nutno vzít do úvahy nerovnoměrnost hustoty způsobenou známými rodinami. Vzhledem k tomu, že v rodinách je rozdělení Ω a ϖ téměř uniformní ($\eta \neq f(\Omega, \varpi)$), lze popsat funkci η čistě jako $\eta = \eta(a, e, i)$. Samotný průběh hustoty $\eta(a, e, i)$ byl zjištěn numericky

vzorkováním (vyhlazováním) po určitých intervalech d_{smooth} . Prakticky lze vzorkovací frekvenci (resp. velikost jednotlivého kroku) Δa určit jako

$$\Delta a = \frac{d_{smooth}}{n\sqrt{k_a}}, \quad (4.5)$$

kde d_{smooth} je propojeno s Δa rovnicí (3.5).

Použitím této metody bylo zjištěno, že při vzorkování $\Delta a = 0,1$ AU je pravděpodobnost nalezení dvou drah ve vzdálenosti maximálně $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ $P_2(5) \approx 1\%$ a při použití jemnějšího vzorkování $\Delta a = 0,01$ AU je $P_2(5) \approx 3\%$. Je vidět, že při zjemnění vzorkování 10-krát dojde k nárůstu pravděpodobnosti 3-krát (alespoň tedy pro případ $P_2(5)$), tím pádem lze předpokládat, že nejpravděpodobnější vznik náhodného páru by měl být ve velmi hustých rodinách. I když je tato pravděpodobnost stále velice malá ($P_2(5) \approx 3\%$), je prozatím rozumné vyhnout se hledání planetkových páru uvnitř těchto systémů.

4.1.3 Studium lokální hustoty drah kolem páru

Třetí možností, kterou použili Pravec & Vokrouhlický (2009), jak odhadnout pravděpodobnost výskytu blízkých drah je metoda předpokládající uniformní rozložení drah ve fixní oblasti kolem studovaného páru. Hlavním rozdílem je zjišťování a testování η , což je kritická veličina pro další odhady. Metoda spočívá ve vytvoření tří různě velkých hyperkvádrů kolem studovaného páru, přičemž největší z nich má rozměry dány následujícími vztahy

$$\Delta a = \sqrt{\frac{10^{-5}}{k_a} a \Delta \Omega} \doteq 0,0178a \quad , \quad \Delta e = \sqrt{\frac{10^{-5}}{k_e} \Delta \Omega} \doteq 0,014,$$

$$\Delta \sin i = \sqrt{\frac{10^{-5}}{k_i} \Delta \Omega} \doteq 0,014 \quad , \quad \Delta \Omega = \Delta \varpi = 2\pi. \quad (4.6)$$

Jelikož se opět nepředpokládá žádná významná závislost η na úhlech Ω a ϖ , jsou velikosti stran zvoleny v celém jejich možném rozsahu. Zbylé dva boxy jsou menší, přičemž střední box má poloviční velikost každé strany velkého boxu a malý box má čtvrtinovou velikost každé strany velkého boxu. Všechny tři boxy jsou centrovány na zkoupaný pár. Logicky dalším krokem je zjištění počtu drah, které se vyskytují v každém boxu. Na rozdíl od předchozí metody použité Vokrouhlickým & Nesvorným (2008) nás zajímají pouze planety, které mají absolutní magnitudu $H < H_2 + 0,5$, kde H_2 je absolutní magnituda slaběji svítící planety z páru a přičtená konstanta $0,5$ je zvolena jako typická nejistota při určování absolutní magnitudy. Tato doplňující podmínka je přidána, protože pouze planety stejné nebo větší velikosti (jasnosti) jsou významné pro další statistické testy.

Otestování, zda je předpoklad uniformního rozdělení drah v největším boxu splněn, je provedeno pomocí boxů menších a to následovně: spočítáme všechny dráhy ve velkém boxu N_1 (splňující $H < H_2 + 0,5$) a vypočteme z nich hustotu drah (stále jsme v pětirozměrném prostoru dráhových elementů) $\eta = N_1/V_1$, kde V_1 je objem největšího boxu. Na základě takto získané hustoty si vypočteme pravděpodobnost P_b , že v menších boxech nalezneme alespoň N_b drah, kde index $b = 1/2$ pro box s polovičními délkami stran a

$b = 1/4$ pro box se čtvrtinovými délkami stran. Tato pravděpodobnost je dána binomickým rozdělením následovně

$$P_b = 1 - \sum_{i=0}^{(N_b-2)-1} \binom{N_1-2}{i} p_V^i (1-p_V)^{N_1-2-i}, \quad (4.7)$$

přičemž p_V je poměr objemů menších dvou boxů vzhledem k velkému, tedy $p_V = b^5$ ($p_V = 1/32$ pro střední box a $p_V = 1/1024$ pro malý box). Od veličin N_b a N_1 jsou odečteny dráhy párů, protože nás zajímá pravděpodobnost výskytu minimálního počtu drah v okolí páru, ne samotná pravděpodobnost výskytu páru. Jestliže je tato pravděpodobnost malá, nesplňuje okolí páru předpoklad uniformního rozdělení drah a pár je vyřazen z dalších testů.

Pro páry, které prošly testem uniformity jejich okolí, můžeme opět odhadnout pravděpodobnost výskytu dvou blízkých drah při určité hustotě η . Propojením rovnic (4.1) a (4.2) s předpokladem, že máme M boxů o stejném objemu V , můžeme vypočítat předpokládaný počet párů v prostoru o objemu V je

$$P_2(V) = M p_2(V) = M \frac{v^2}{2} e^{-v}, \quad (4.8)$$

což je vhodné z praktických důvodů upravit, jelikož $M = N/v$, kde N je celkový počet drah v celém objemu všech M boxů. Dosazením obdržíme

$$P_2(V) = \frac{Nv}{2} e^{-v}. \quad (4.9)$$

Uvažujeme-li pěti-dimenzionální hyperkouli o objemu V , pak její poloměr d je

$$d = \left(\frac{8\pi^2}{15V} \right)^{-\frac{1}{5}}, \quad (4.10)$$

pak můžeme pro konkrétní objem V a hustotu η zavést charakteristickou vzdálenost mezi objekty R_0 jako

$$R_0 = \left(\frac{8\pi^2 \eta}{15} \right)^{-\frac{1}{5}}. \quad (4.11)$$

Vyjádřením η a V z předcházejících dvou rovnic a dosazením do rovnice (4.1), dostaneme

$$v = \eta V = \left(\frac{d}{R_0} \right)^5, \quad (4.12)$$

což v kombinaci s rovnicí (4.9) vede ke vztahu

$$P_2(V) = P_2(d) = \frac{N}{2} \left(\frac{d}{R_0} \right)^5 e^{-\left(\frac{d}{R_0} \right)^5}. \quad (4.13)$$

Pomocí této rovnice můžeme přímo zjistit počet páru, který očekáváme v daném konkrétním případě.

Při použití této metody na vzorek 342 444 planetek (Pravec & Vokrouhlický 2009) byly dosaženy následující výsledky. Z původního počtu 558 dvojic planetek jich bylo 281 vyřazeno, jelikož se vyskytovaly v některé ze známých rodin. Další 62 dvojic bylo vyřazeno, jelikož neprošly testem uniformního rozložení drah v jejich okolí. Mezní hodnoty pro $P_{1/2}$ byly 0,01 pro kandidáty s $d < 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a 0,05 pro kandidáty s $d \geq 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Nutno podotknout, že jen protože některá dvojice planetek neprošla některým z testů, rozhodně neznamená, že se nejedná o skutečný pár (vzniklý YORP efektem). Tato metoda jen není schopná takovéto páry odhalit.

Kapitola 5

Praktická část

Jedním ze zásadních předpokladů metody identifikace planetkových párů použité Pravcem & Vokrouhlickým (2009) je lokálně uniformní rozložení drah v prostoru dráhových elementů kolem studovaného páru. Mým úkolem je ověřit kde a do jaké míry je tento předpoklad splněn a jak je možné původní metodu upravit. Nakonec se jako nejrozumnější postup ukázalo zamítnutí předpokladu uniformního rozložení drah ve studovaném boxu a jeho nahrazení lineární závislostí hustoty planetek v okolí párů (gradient hustoty). Podrobný postup i s výsledky jsou rozebrány v této kapitole.

5.1 Použité databáze

Ke všem výpočtům zahrnující střední dráhové elementy planetek a jejich jasnosti jsem použil databázi očíslovaných planetek¹ Milani & Knežević (květen 1997), verze 8.3.1. Tento seznam jsem dále rozšířil o planetky, jejichž dráhy byly vypočteny z více opozic, ale zatím nedostaly své finální označení. Jedná se opět o databázi vytvořenou Milani & Knežević (květen 1997), verze 8.3.1. Dohromady tyto databáze obsahují 503 373 planetek, přičemž 397 313 jich je očíslovaných a 106 060 jich je multiopozičních.

Abych mohl vyřadit kandidáty na planetkové páry, kteří jsou situováni v některé ze známých rodin, použil jsem katalog rodin vytvořený Nesvorným (2012) *Nesvorny HCM Asteroid Families V2.0*. Tento katalog obsahuje 64 rodin, které celkem evidují 137 620 členů.

Samotný seznam kandidátů jsem obdržel od vedoucího této práce Petra Pravce, přičemž se jedná o aktualizovaný seznam z článku Pravec & Vokrouhlický (2009).

Při použití hraniční pravděpodobnosti výskytu dvou konkrétních blízkých drah (pro způsob určení viz Pravec & Vokrouhlický 2009) $P_2/N_p = 0,05$ jsem získal seznam 95 kandidátů. Jelikož původní metoda není schopna spolehlivě detekovat páry planetek v některé z rodin, vyvaroval jsem se těmto oblastem i v této práci. Při testování, zda se některá planetka z páru nachází v některé z evidovaných rodin, neprošlo 38 dvojic kandidátů. U pěti dvojic se vždy jedna planetka nenacházela v databázi², ale vzhledem k tomu, že lze předpokládat velice blízké dráhy, předpokládal jsem identickou dráhu, jako má druhá

¹ Planetka dostává své definitivní označení (číslo) až poté, co je její dráha známa s vysokou přesností.

² jedná se o planetky 2008FF88, 2001UU227, 2005QG179, 2006BT227, 2006XY31

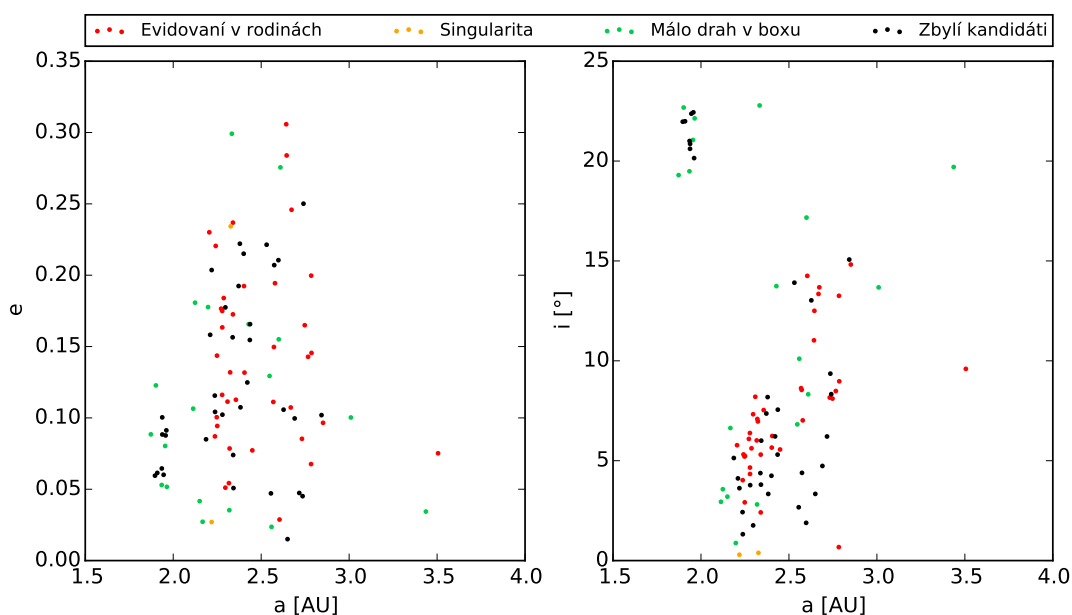
planetka z dvojice. Jasnost planetky byla dohledána z jiných zdrojů. Tím pádem zůstalo 57 dvojic planetek, které byly podrobeny dalším testům.

5.2 Popis hustoty pozadí

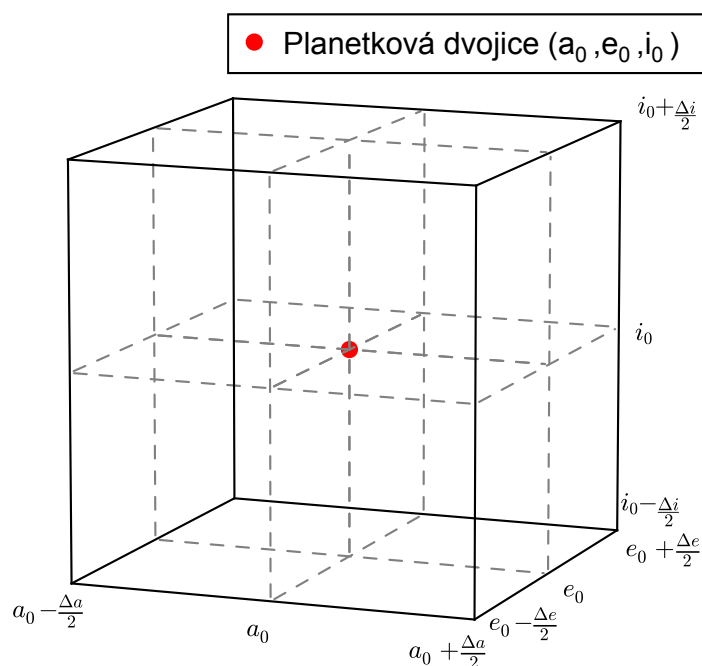
U dvojic planetek, které prošly předchozím výběrem jsem popsal gradient hustoty drah ve třech složkách (a, e, i) pěti-rozměrného prostoru středních dráhových elementů. Jelikož dochází poměrně k rychlému rozmazání elementů Ω a ϖ , je velikost stran kvádru konstantní a sice $\Delta\Omega = \Delta\varpi = 2\pi$. Kolem každé dvojice planetek jsem vytvořil kvádr centrovaný na zkoumaný pár, přičemž poměr stran $\Delta a, \Delta e, \Delta i$ pro dané d_{strana} je určen z rovnice (3.5) následovně

$$\Delta a = \frac{d_{strana}}{n\sqrt{k_a}} \quad , \quad \Delta e = \frac{d_{strana}}{na\sqrt{k_e}} \quad , \quad \Delta i = \frac{d_{strana}}{na\sqrt{k_i}}. \quad (5.1)$$

Velikosti stran (hodnota d_{strana}) jsou zvoleny empiricky a to tak, aby kvádr obsahoval minimálně 160 planetek a zároveň byl dostatečně malý na to, aby se v něm mohl předpokládat lineární gradient hustoty drah. Použita byla hodnota $d_{strana} = 700 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (1,75x větší než použili Pravec a Vokrouhlický 2009). Tímto testem neprošlo 19 dvojic (v okolí jejich drah se nachází méně než 160 podobných drah). Při vytváření takového kvádru může nastat problém u párů s velice nízkou excentricitou nebo inklinací a sice, že kvádr bude zasahovat do záporných hodnot některého z dráhových elementů. Toto nastalo ve



Obrázek 5.1: Ukázka dráhových elementů dvojic, které neprošly některým z testů a planetek, které testy prošly. Červeně je vyneseno 38 planetek, které jsou zaevidované v některé z rodin, oranžově jsou vyznačené 2 planetky u nichž sestavovaný box zasahuje do záporných hodnot inklinace a zeleně je naznačeno 19 planetek, které ve svém okolí nemají dostatečný počet porovnatelných sousedů (< 160). Černě je pak vyznačeno 36 planetek, které prošly všemi těmito testy. Pozn.: Z každé dvojice je vždy vyneseno do grafů pouze jeden člen.



Obrázek 5.2: Náčrt rozčlenění velkého kvádrů na osm menších. Samotný pár nebyl započítán v žádném.

dvou případech, kdy box zasahoval do záporné inklinace. Kandidáty, kolem kterých nešel vytvořit takovýto kvádr (bez zasahování do záporných hodnot), jsem z dalšího zkoumání vyřadil. Nakonec tedy z původního seznamu 95 dvojic jich zbylo 36.

Dalším krokem bylo rozdělení velkého kvádrů na osm menších, stejně velkých kvádrů (viz obrázek 5.2). Každý z těchto kvádrů měl poloviční velikost stran v a , e , i vzhledem k velkému kvádrů, tudíž osminový objem. Velikost stran v Ω a ϖ zůstala stejná. Pro každý z osmi menších boxů jsem určil počet planetek N_b , které do něj svou dráhou spadají a následně jsem vypočítal hustotu drah η_m jako

$$\eta_m = \frac{N_b}{V_b}, \quad (5.2)$$

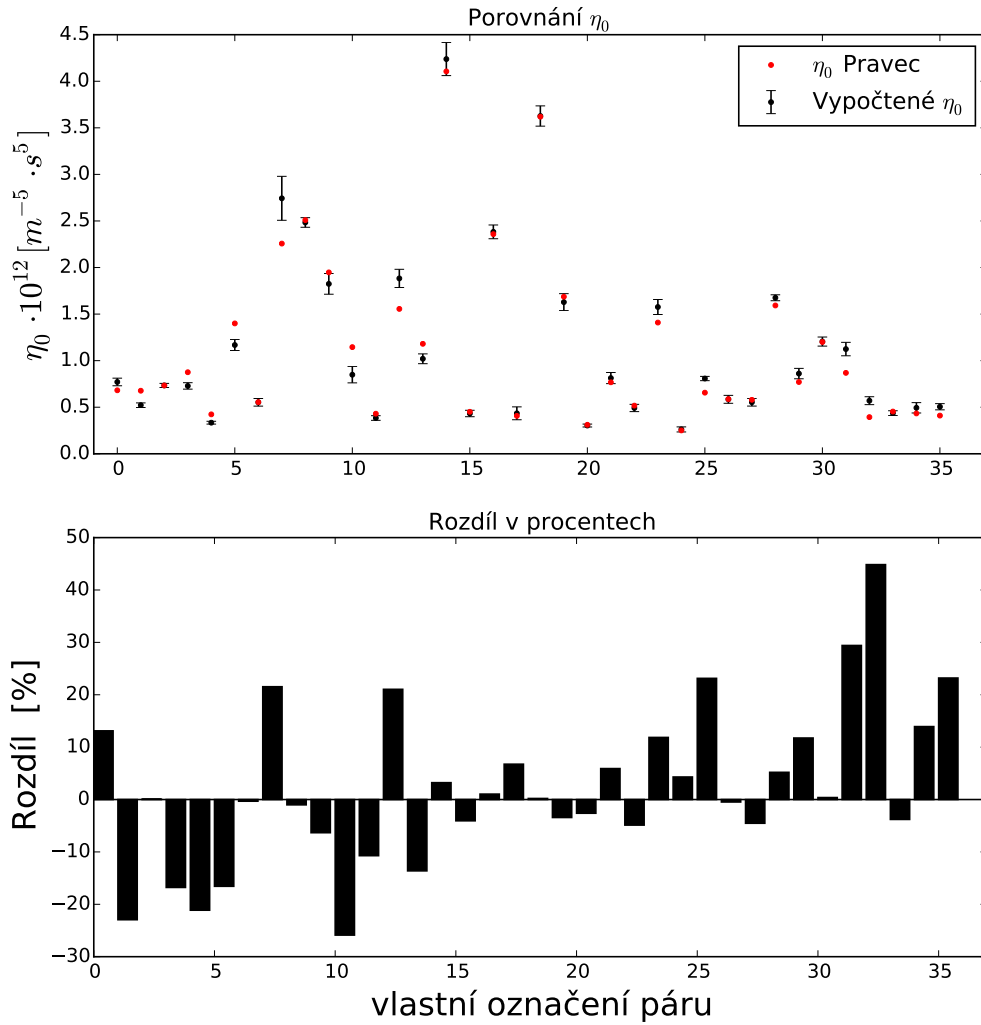
přičemž V_b je objem boxu v prostoru dráhových elementů s jednotkou $[\text{m}^5 \cdot \text{s}^{-5}]$ a vypočteme ho následovně

$$V_b = d^5 = \sqrt{k_a k_e k_i k_\Omega k_\varpi} (na)^5 \frac{\Delta a}{a} \Delta e \Delta i \Delta \Omega \Delta \varpi. \quad (5.3)$$

Takto získáme 8 hodnot hustoty pro velký kvádr v různých místech. Pro každý box můžeme napsat gradient hustoty η_m

$$\eta_m(a, e, i) = \eta_0 + A(a - a_0) + B(e - e_0) + C(i - i_0), \quad (5.4)$$

přičemž a_0, e_0, i_0 označují střed velkého boxu (jsou to dráhové elementy studovaného páru), a, e, i jsou proměnné označující střed malých boxů a koeficienty η_0, A, B, C jsou neznámé

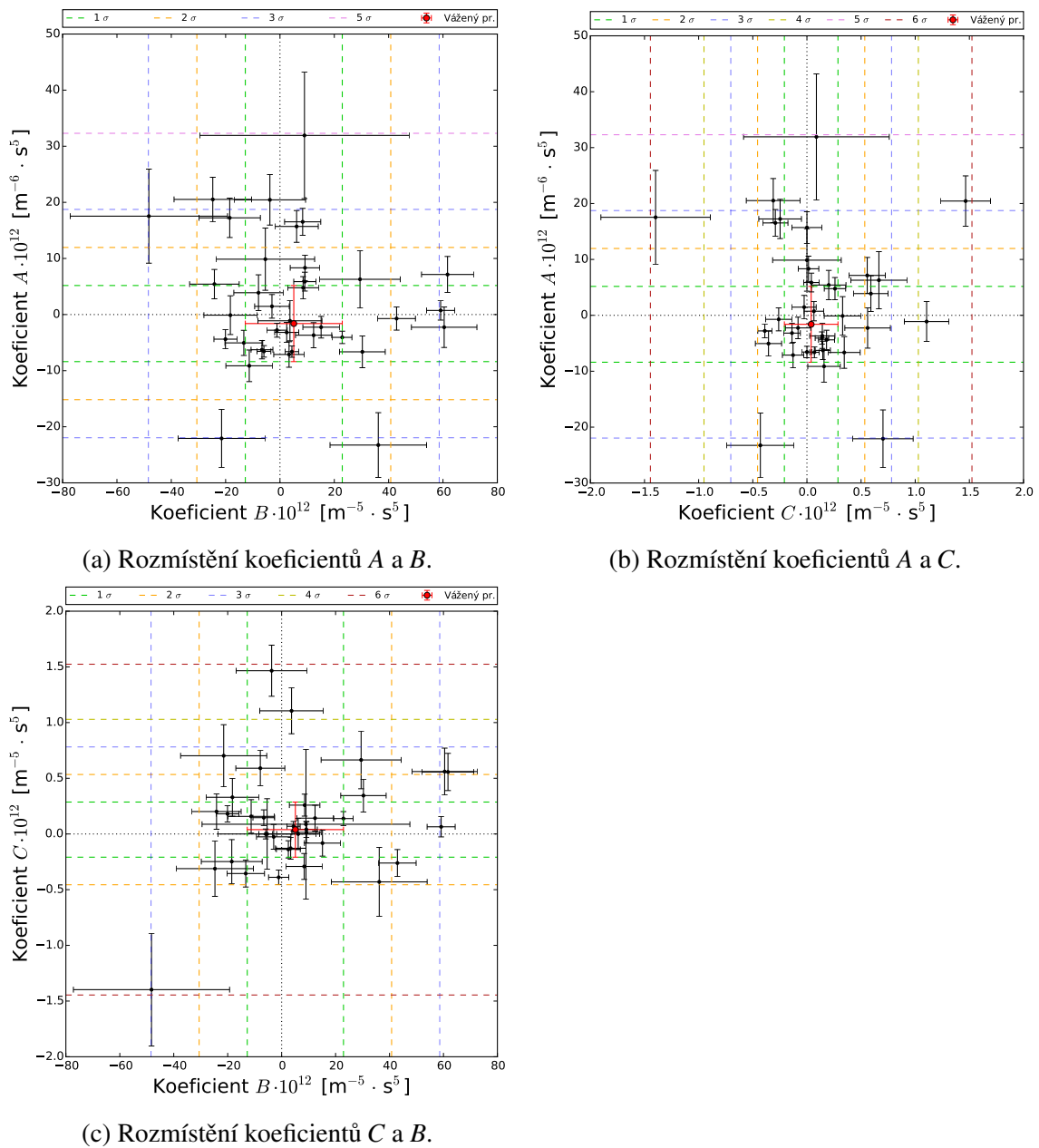


Obrázek 5.3: Porovnání získaných hodnot koeficientu η_0 minimalizací funkce (5.5) s hodnotami získanými za předpokladu uniformního rozložení drah v celém boxu (Pravec & Vokrouhlický 2009).

konstanty. Takto dostaneme 8 rovnic pro okolí každého studovaného páru, přičemž máme 4 neznámé konstanty. Ty jsem následně vypočetl minimalizací výrazu

$$\sum_{j=1}^8 (\eta_j - \eta_{model})^2. \quad (5.5)$$

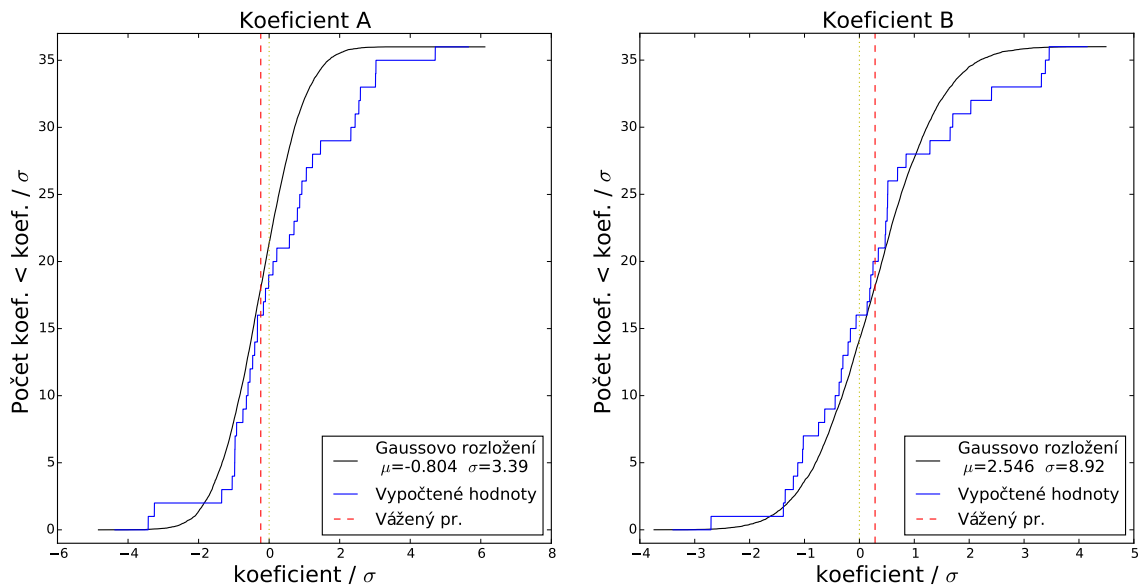
Podrobnější popis metody nejmenších čtverců viz např. Mikulášek & Zejda *Úvod do studia proměnných hvězd* [str. 77 - 93]. Takto dostaneme sadu koeficientů (včetně odhadu jejich nejistot), pomocí které můžeme přesněji popsat lokální hustotu drah kolem studovaného páru. Porovnáním vypočtených hodnot η_0 s hodnotami získanými předpokladem uniformity (Pravec & Vokrouhlický 2009) zjistíme, že přibližně v polovině případů jsou výsledky téměř shodné (liší se v řádech jednotek procent). Ve většině zbylých případů je relativní odchylka do 30%, v jednom případě přibližně 45%. Aplikací výše popsaného postupu na všechny kandidáty obdržíme jednotlivé sady koeficientů, které můžeme mezi



Obrázek 5.4: Na grafech (a), (b), (c) jsou vyneseny koeficienty A , B , C ve vzájemných závislostech. Koeficienty (tedy i jejich střední hodnota) se hromadí kolem nuly, což bychom také očekávali. Vyskytují se zde však i značně odlehlé body. Čárkovaně jsou vyznačeny násobky směrodatné odchylky (σ) počítané pro A , B , C zvlášť.

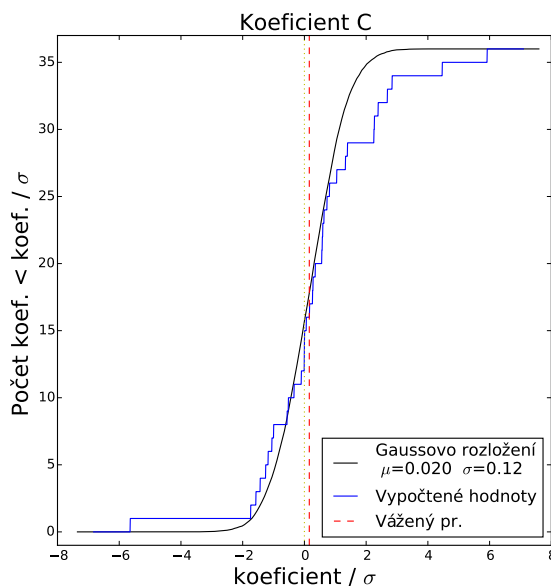
sebou porovnávat a dále je zkoumat. Pro jednotlivé koeficienty ze všech sad výpočtů jsem určil jejich střední hodnotu (jako vážený průměr) a jejich rozptyl. Zobrazíme-li si postupně závislosti koeficientů $A - B$, $A - C$, $B - C$, zjistíme, že většina bodů se nám hromadí kolem nuly, což bychom také očekávali. Vyskytují se zde i body, které jsou velmi odlehlé (i přes hranici 5σ). Nejdlehlější body jsou podrobeny další kontrole.

Další možným prozkoumáním získaných koeficientů je jejich porovnání s normálním



(a) Distribuční funkce koeficientu A.

(b) Distribuční funkce koeficientu B.



(c) Distribuční funkce koeficientu C.

Obrázek 5.5: Na jednotlivých grafech je vidět porovnání distribuční funkce koeficientů s distribuční funkcí normálního rozdělení. Především u koeficientu A je vidět mírný nedostatek oblastí s nízkými kladnými hodnotami koeficientu (do 3σ).

(Gaussovým) rozložením. Jelikož je k dispozici poměrně málo získaných hodnot (36), provedl jsem porovnání pomocí distribuční funkce, přičemž jsem na osu x vynesl hodnoty jednotlivých koeficientů podělenou jejich směrodatnou odchylkou a na osu y jsem vynesl počet koeficientů, které mají hodnotu (po vydělení σ) menší nebo rovnou hodnotě na ose x .

Tabulka 5.1: Vypočítané střední hodnoty ($\bar{\eta}_0, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$) váženým průměrem a jejich směrodatné odchylky.

$\bar{\eta}_0$ [$\text{m}^{-5} \cdot \text{s}^5$]	\bar{A} [$\text{m}^{-6} \cdot \text{s}^5$]	\bar{B} [$\text{m}^{-5} \cdot \text{s}^5$]	\bar{C} [$\text{m}^{-5} \cdot \text{s}^5$]
$(0,63 \pm 0,47) \cdot 10^{12}$	$(-1,6 \pm 6,8) \cdot 10^{12}$	$(5,1 \pm 17,8) \cdot 10^{12}$	$(0,04 \pm 0,25) \cdot 10^{12}$

5.3 Odlehlé koeficienty

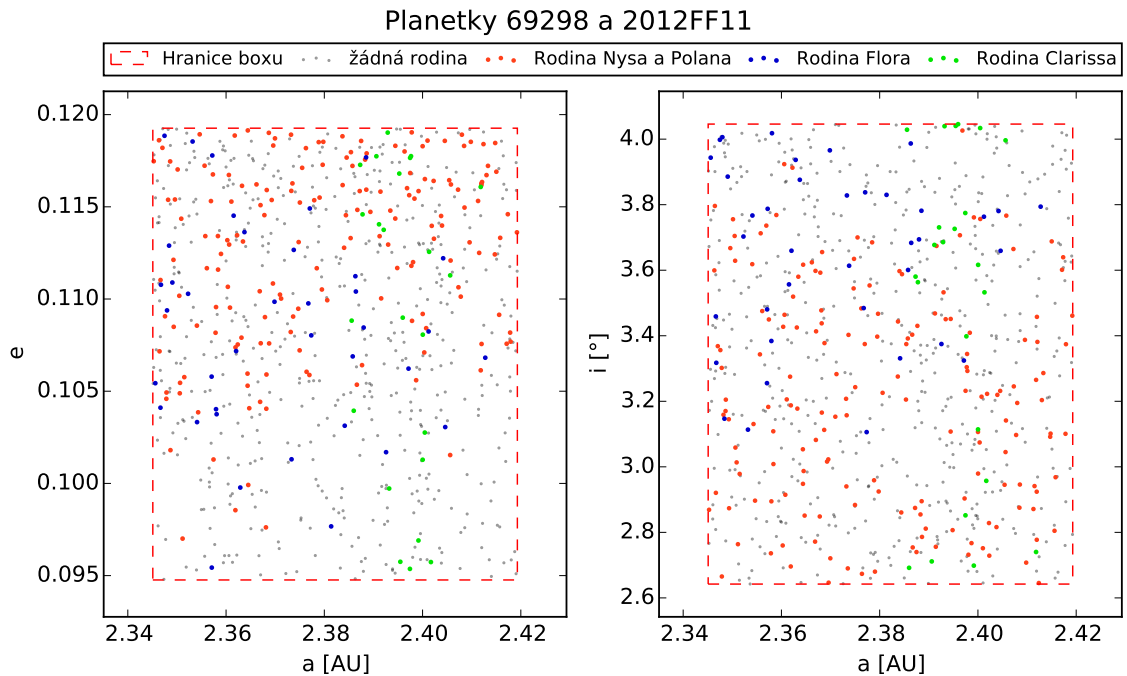
Vzhledem k tomu, že se ve výsledcích objevují koeficienty, které se nachází v oblasti za hranicí 3σ (ve dvou případech i mimo 5σ), zaměřil jsem se detailněji na tyto planety, celkem se jedná o deset dvojic. Vysvětlením může být, že ačkoliv ani jeden člen z dvojice nepatří do žádné rodiny, dvojice se nachází velice blízko k některé z rodin a box vytvořený kolem ní již do rodiny zasahuje. Proto jsem provedl další test, který toto kontroluje a pro porovnání jsem znovu vypočetl koeficienty (η_0, A, B, C), ale z boxu jsem postupně vyloučil všechny členy rodin a sledoval jsem, jak se koeficienty změnily. Dalším možným vysvětlením může být fakt, že box zasahuje do některé z oblastí, kde se vyskytuje některá z rezonancí, např: Kirkwoodovy mezery. Výsledky pro jednotlivé dvojice jsou uvedeny níže.

Planetky 69298 a 2012FF11

Planetky 69298 a 2012FF11 jsou umístěné na drahách se středními elementy drah $a \approx 2,38$ AU, $e \approx 0,11$, $i \approx 3,34^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (v oskulačních elementech) mezi nimi je $13,02 \pm 0,01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádrů vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,074$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnota koeficientu B z rovnice (5.4) je $B = (59,14,37 \pm 5,2) \cdot 10^{12} [\text{m}^{-5} \cdot \text{s}^5]$, což se významně liší od nuly a od váženého průměru všech 36 získaných sad koeficientů o $3,03\sigma$. Při testu na výskyt členů rodin v kvádrů se ukázalo, že z celkového počtu 740 planetek, jich 174 spadá do rodin Nysa a Polana, 38 do rodiny Flora a 23 do rodiny Clarissa (viz obrázek 5.6). Především rodiny Nysa a Polana značně zvětšují gradient hustoty drah v excentricitě a částečně také v inklinaci (viz tabulka 5.2). Na druhou stranu přítomnost rodin Flora a Clarissa nijak významně hodnoty koeficientů neovlivňují (rodina Flora mírně ovlivňuje C). Pro jednoduchost vždy porovnávám hodnoty přepočtených koeficientů vůči násobkům původní směrodatné odchylky tj. z 36 sad se započtením všech rodin (viz tabulka 5.1).

Tabulka 5.2: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 69298 a 2012FF11.

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	1,675 ± 0,032	0,73 ± 1,72 (0,34 σ)	59,14 ± 5,2 (3,03 σ)	0,065 ± 0,09 (0,1 σ)
Bez rodin Nysa a Polana	1,281 ± 0,035	2,44 ± 1,87 (0,6 σ)	13,31 ± 5,67 (0,46 σ)	0,31 ± 0,1 (1,09 σ)
Bez rodiny Flora	1,589 ± 0,033	2,44 ± 1,78 (0,6 σ)	56,92 ± 5,39 (2,91 σ)	-0,09 ± 0,09 (-0,52 σ)
Bez rodiny Clarissa	1,623 ± 0,05	-2,07 ± 2,72 (-0,07 σ)	56,55 ± 8,22 (2,88 σ)	0,006 ± 0,14 (-0,13 σ)
Po vyloučení všech rodin	1,143 ± 0,035	1,34 ± 1,9 (0,43 σ)	8,5 ± 5,76 (0,19 σ)	0,097 ± 0,1 (0,23 σ)



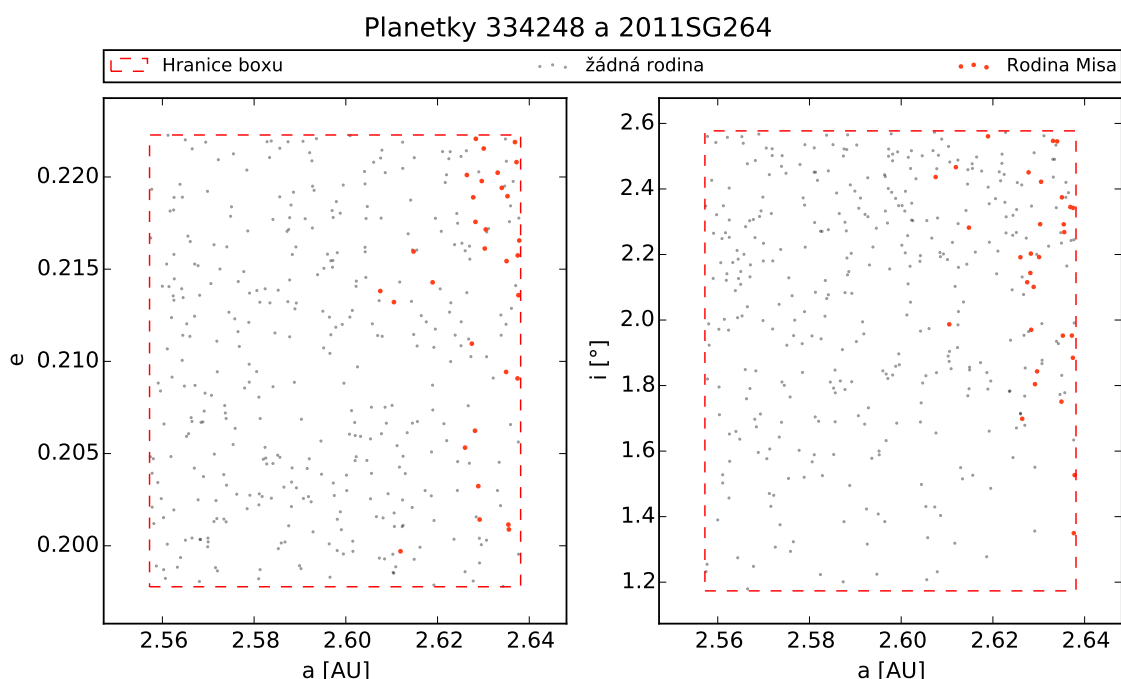
Obrázek 5.6: Rozmístění planetek v okolí dvojice 69298 a 2012FF11. Barevně jsou označeni členové rodin, šedě planetky nepatřící do žádné rodiny. Na první pohled je viditelný vliv rodin Nysa a Polana způsobující gradient hustoty v excentricitě, tedy koeficientu B .

Planetky 334248 a 2011SG264

Planetky s označením 334248 a 2011SG264 se nacházejí na drahách se středními elementy drah $a \approx 2,60$ AU, $e \approx 0,21$, $i \approx 1,88^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (v oskulačních elementech) mezi nimi je $16,33 \pm 0,54$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádrů vytvořeného kolem nich je $\Delta a \doteq 0,081$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. V tomto kvádrů bylo nalezeno 400 planetek. Hodnota koeficientu C z rovnice (5.4) je $C = (1,11 \pm 0,21) \cdot 10^{12}$ [m⁻⁵·s⁵], což se liší o $4,3\sigma$ od střední hodnoty koeficientu C . Závěrečný test ukázal, že 31 z nich je evidováno v rodině Misa, ale ani po vyřazení těchto planetek se hodnota koeficientu C příliš nezměnila (viz tabulka 5.3) a stále leží za hranicí 3σ . Pravděpodobnou příčinou tohoto gradientu hustoty je fakt, že v oblasti hlavního pásu s $i \sim 0^\circ$ se vyskytuje přirozený gradient hustoty a tato oblast zasahuje i do okolí zkoumané dvojice.

Tabulka 5.3: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 334248 a 2011SG264

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením rodiny Misa	$1,124 \pm 0,072$	$-1,11 \pm 3,57 (0,07 \sigma)$	$3,67 \pm 11,78 (-0,08 \sigma)$	$1,105 \pm 0,21 (4,31 \sigma)$
Po vyloučení rodiny Misa	$1,037 \pm 0,044$	$-5,42 \pm 2,18 (-0,56 \sigma)$	$-2,29 \pm 7,21 (-0,41 \sigma)$	$0,953 \pm 0,13 (3,69 \sigma)$



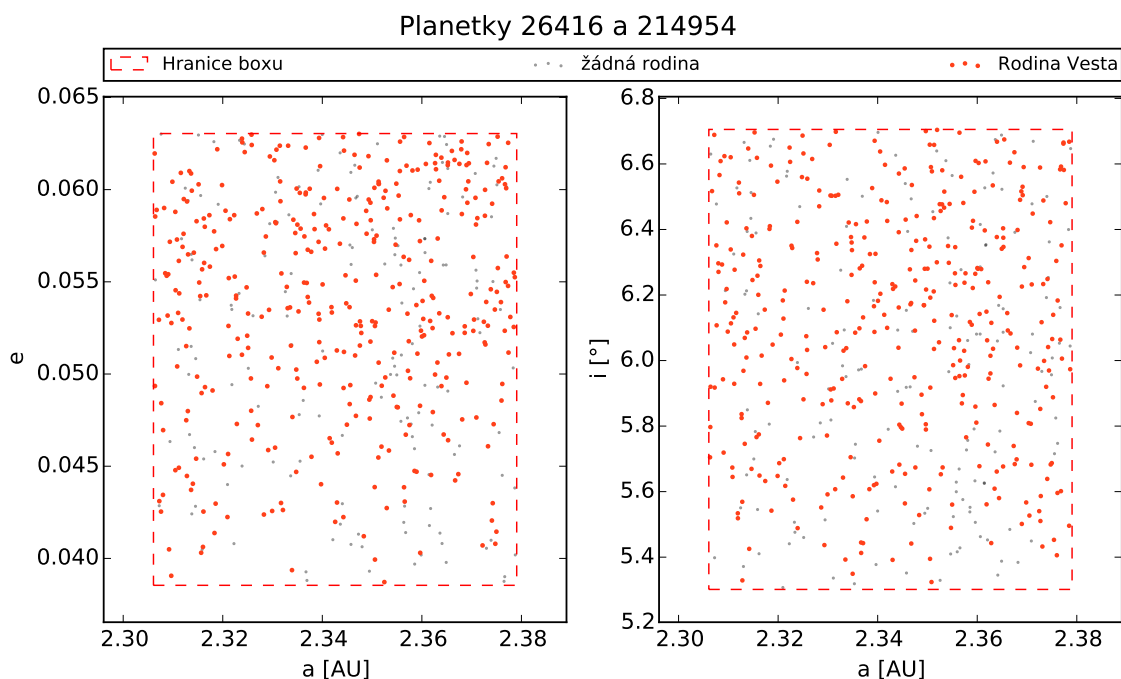
Obrázek 5.7: Rozložení planetek v okolí dvojice 334248 a 2011SG264. Jelikož počet členů rodiny v boxu je malý, tak jejich odstranění významně neovlivní jednotlivé koeficienty.

Planetky 26416 a 214954

dvojice planetek 26416 a 214954 se nachází na drahách $a \approx 2,34$ AU, $e \approx 0,05$, $i \approx 6,00^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (opět v oskulačních elementech) mezi nimi je $0,338 \pm 0,005$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádry vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,073$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnota koeficientu B se značně odchyľuje od nuly a nabývá hodnoty $B = (61,67 \pm 9,57) \cdot 10^{12}$ [m⁻⁵·s⁵], což odpovídá vzdálenosti $3,17\sigma$ od střední hodnoty. Ukázalo se, že z celkového počtu 538 drah, jich 382 náleží početné rodině se jménem Vesta. Po odstranění členů rodiny z boxu se hodnoty koeficientu B , ale i C podstatně přiblížily k nule (viz tabulka 5.4).

Tabulka 5.4: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 26416 a 214954

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením rodiny Vesta	$1,168 \pm 0,059$	$7,14 \pm 3,21$ (1,29 σ)	$61,67 \pm 9,57$ (3,17 σ)	$0,557 \pm 0,17$ (2,09 σ)
Po vyloučení rodiny Vesta	$0,339 \pm 0,014$	$3,81 \pm 0,75$ (0,8 σ)	$5,67 \pm 2,24$ (0,03 σ)	$-0,025 \pm 0,04$ (-0,26 σ)



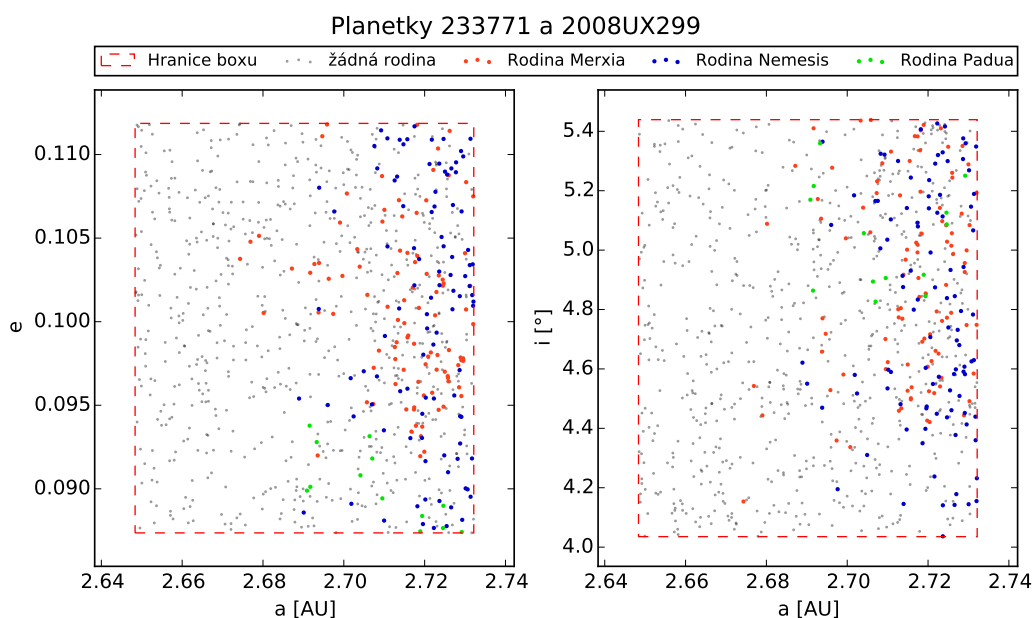
Obrázek 5.8: Rozložení planetek v okolí dvojice 26416 a 214954. Je vidět, že rodina Vesta ovlivňuje především koeficient spojený s excentricitou (B) a v menší míře s inklinací C .

Planetky 233771 a 2008UX299

Planetky 233771 a 2008UX299 se nachází na oběžných drahách s elementy $a \approx 2,169$ AU, $e \approx 0,10$, $i \approx 4,74^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (v oskulačních elementech) mezi nimi je $0,63 \pm 1,72 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádru vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,084$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Tentokrát hodnota koeficientu A se významně liší od nuly a o $4,94\sigma$ mimo \bar{A} . Kvádr kolem této dvojice obsahuje 894 drah planetek z nichž 99 spadá do rodiny Merxia, dalších 99 do rodiny Nemesis a 13 do rodiny Padua. Především rodiny Merxia a Nemesis svým zastoupením významně ovlivňují hodnotu koeficientu A , rodina Merxia i koeficient C . Rodina Padua ovlivňuje všechny koeficienty jen mírně. Při odstranění všech rodin se hodnota koeficientu A snížila přibližně na desetinu.

Tabulka 5.5: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 233771 a 2008UX299

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	2,743 ± 0,236	31,93 ± 11,27 (4,94 σ)	9,02 ± 38,53 (0,22 σ)	0,087 ± 0,67 (0,2 σ)
Bez rodiny Merxia	2,439 ± 0,186	18,89 ± 8,87 (3,02 σ)	3,51 ± 30,34 (-0,09 σ)	-0,166 ± 0,53 (-0,83 σ)
Bez rodiny Nemesis	2,439 ± 0,232	18,01 ± 11,07 (2,89 σ)	3,51 ± 37,88 (-0,09 σ)	0,079 ± 0,66 (0,16 σ)
Bez rodiny Padua	2,703 ± 0,206	30,02 ± 9,85 (4,66 σ)	15,53 ± 33,7 (0,59 σ)	-0,026 ± 0,59 (-0,26 σ)
Po vyloučení všech rodin	2,096 ± 0,155	3,08 ± 7,38 (0,69 σ)	4,51 ± 25,23 (-0,03 σ)	-0,289 ± 0,44 (-1,32 σ)



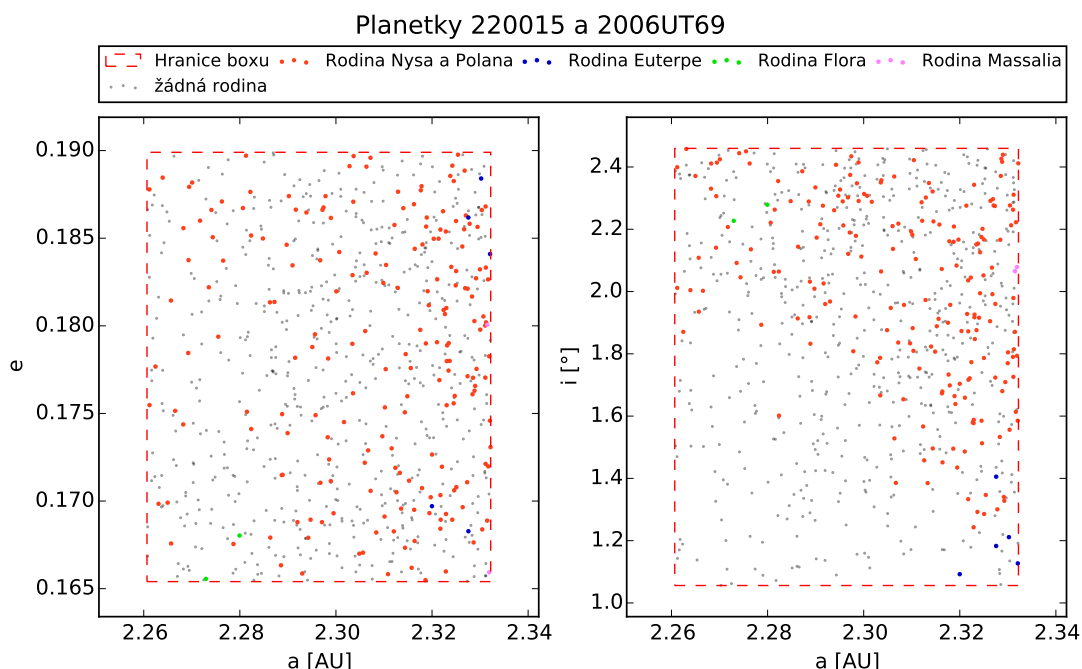
Obrázek 5.9: Rozložení planetek v okolí dvojice 233771 a 2008UX299. Na první pohled je zcela evidentní vliv rodin způsobující gradient hustoty v hlavní poloose (koeficient A).

Planetky 220015 a 2006UT69

dvojice planetek nesoucí označení 220015 a 2006UT69 obíhá kolem Slunce se středními elementy drah $a \approx 2,30$ AU, $e \approx 0,18$, $i \approx 1,76^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (opět v oskulačních elementech) mezi nimi je $6,79 \pm 0,12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádry vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,072$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnoty koeficientů A a C se podstatně liší od nuly i od svých středních hodnot o $3,25\sigma$ pro A a až o $5,76\sigma$ pro C . Z celkového počtu 763 planetek, jich je 198 zaevidovaných v rodinách Nysa a Polana, 5 v rodině Euterpe, 2 v rodině Flora a 2 v rodině Massalia. Po vyloučení rodin Nysa a Polana se gradient hustoty v hlavní poloose a inklinaci sníží. Vyloučení zbývajících tří rodin, pouhých 9 členů, již koeficienty téměř neovlivní. „Zbýlý“ gradient hustoty v inklinaci lze pravděpodobně opět vysvětlit tím, že studovaný pár má nízkou inklinaci a nachází se v oblasti hlavního pásu s přirozeným gradientem hustoty.

Tabulka 5.6: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 220015 a 2006UT69

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [$\text{m}^{-5}\cdot\text{s}^5$]	$A \cdot 10^{12}$ [$\text{m}^{-6}\cdot\text{s}^5$]	$B \cdot 10^{12}$ [$\text{m}^{-5}\cdot\text{s}^5$]	$C \cdot 10^{12}$ [$\text{m}^{-5}\cdot\text{s}^5$]
Se započtením všech rodin	$1,576 \pm 0,08$	$20,44 \pm 4,5$ ($3,25 \sigma$)	$-3,71 \pm 13,14$ ($-0,49 \sigma$)	$1,466 \pm 0,23$ ($5,76 \sigma$)
Bez rodin Nysa a Polana	$1,167 \pm 0,064$	$9,36 \pm 3,55$ ($1,62 \sigma$)	$-11,13 \pm 10,37$ ($-0,91 \sigma$)	$0,83 \pm 0,18$ ($3,2 \sigma$)
Po vyloučení všech rodin	$1,149 \pm 0,066$	$8,78 \pm 3,71$ ($1,53 \sigma$)	$-10,79 \pm 10,83$ ($-0,89 \sigma$)	$0,836 \pm 0,19$ ($3,22 \sigma$)



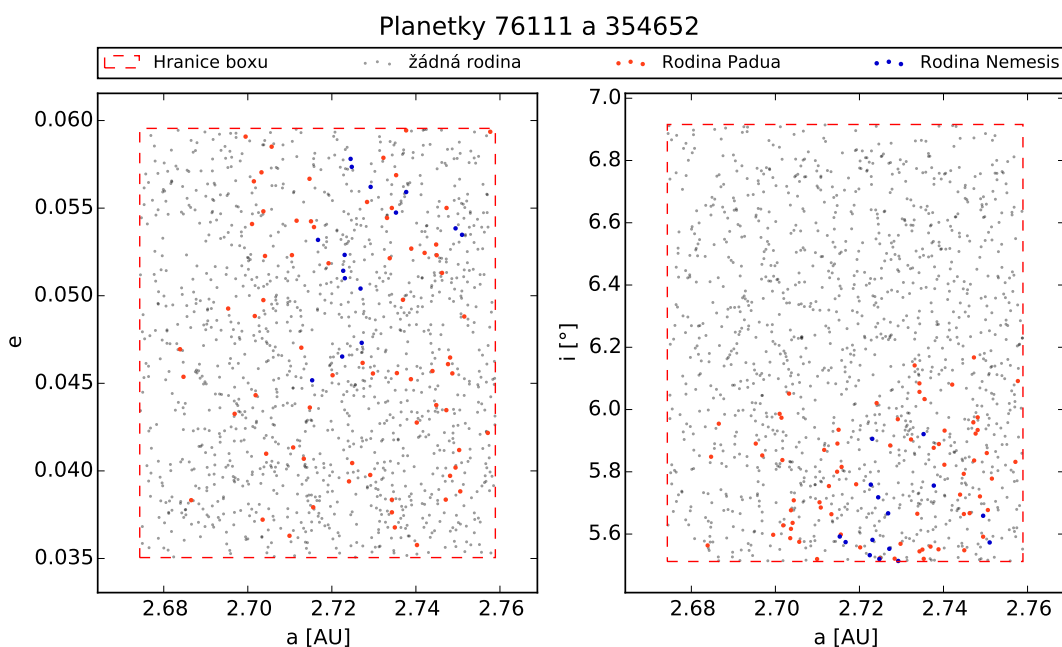
Obrázek 5.10: Rozložení planetek v okolí dvojice 220015 a 2006UT69. Členové rodin ovlivňují gradient hustoty především v hlavní poloose (A) a inklinaci (C).

Planetky 76111 a 354652

Planetky s označením 76111 a 354652 se nacházejí na drahách se středními elementy drah $a \approx 2,72$ AU, $e \approx 0,05$, $i \approx 6,21^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (v oskulačních elementech) mezi nimi je $2,297 \pm 0,007$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádrů vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,085$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. V tomto kvádrů bylo nalezeno 1 348 planetek. Hodnoty koeficientů A a B se pohybují na hranici 3σ , ale hodnota $C = (-1,40 \pm 0,51) \cdot 10^{12}$ [m⁻⁵·s⁵] se nachází až ve vzdálenosti $-5,8\sigma$. Pouhých 70 planetek z boxu náleží rodině Padua a 15 rodině Nemesis. Po jejich vyřazení klesne hodnota koeficientu C pod hranici 3σ , ale i tak je tato oblast poměrně neuniformní. Gradient hustoty může být způsoben slabou rezonancí středního pohybu s Jupiterem (8:3) na poloze 2,71 AU.

Tabulka 5.7: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 76111 a 354652

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	4,238 ± 0,177	17,54 ± 8,38 (2,82 σ)	-48,25 ± 28,96 (-2,99 σ)	-1,398 ± 0,51 (-5,81 σ)
Bez rodiny Padua	4,018 ± 0,179	15,46 ± 8,48 (2,52 σ)	-45,17 ± 29,28 (-2,82 σ)	-0,77 ± 0,51 (-3,27 σ)
Bez rodiny Nemesis	4,191 ± 0,157	15,6 ± 7,44 (2,54 σ)	-53,9 ± 25,69 (-3,31 σ)	-1,263 ± 0,45 (-5,26 σ)
Po vyloučení všech rodin	3,971 ± 0,157	13,52 ± 7,44 (2,23 σ)	-50,82 ± 25,69 (-3,13 σ)	-0,636 ± 0,45 (-2,73 σ)



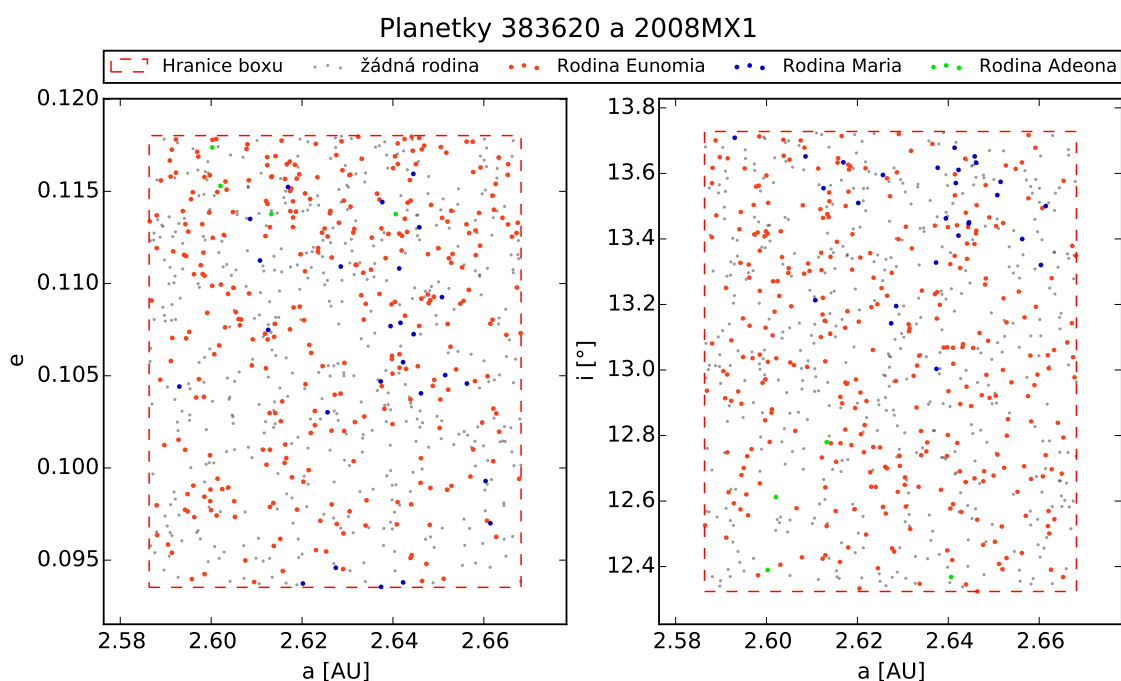
Obrázek 5.11: Rozložení planetek v okolí dvojice 76111 a 354652. I přes malý počet planetek patřící do některé z rodin ovlivňují tyto planetky gradient hustoty v inklinaci (C). Na zbylé koeficienty nemají významnější vliv.

Planetky 383620 a 2008MX1

dvojice planetek 383620 a 2008MX1 se nachází na drahách $a \approx 2,63$ AU, $e \approx 0,11$, $i \approx 13,03^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (opět v oskulačních elementech) mezi nimi je $2,42 \pm 0,05$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádry vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,082$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnota koeficientu B se opět výrazně odchyľuje od nuly a její hodnota je $B = (60,44 \pm 12,06) \cdot 10^{12}$ [m⁻⁵·s⁵], což odpovídá vzdálenosti $3,1\sigma$ od střední hodnoty. Ukázalo se, že z celkového počtu 824 drah, jich 320 náleží rodině Eunomia, 16 rodině Maria a 4 rodině Adeona. Rodina Eunomia ovlivňuje především gradient v excentricitě (B) a rodina Maria, i přes pouhých šestnáct členů, v inklinaci (C). Po odstranění všech rodin z boxu se hodnoty koeficientů (A, B, C) přiblíží nule (viz tabulka 5.8).

Tabulka 5.8: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 383620 a 2008MX1

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	$2,383 \pm 0,074$	$-2,26 \pm 3,61 (-0,1 \sigma)$	$60,44 \pm 12,06 (3,1 \sigma)$	$0,56 \pm 0,21 (2,11 \sigma)$
Bez rodiny Eunomia	$1,458 \pm 0,055$	$-0,0 \pm 2,68 (0,24 \sigma)$	$17,94 \pm 8,95 (0,72 \sigma)$	$0,461 \pm 0,16 (1,71 \sigma)$
Bez rodiny Maria	$2,308 \pm 0,084$	$-3,96 \pm 4,09 (-0,35 \sigma)$	$60,44 \pm 13,68 (3,1 \sigma)$	$0,363 \pm 0,24 (1,31 \sigma)$
Po vyloučení všech rodin	$1,371 \pm 0,05$	$-1,41 \pm 2,44 (0,03 \sigma)$	$16,05 \pm 8,14 (0,61 \sigma)$	$0,297 \pm 0,14 (1,04 \sigma)$



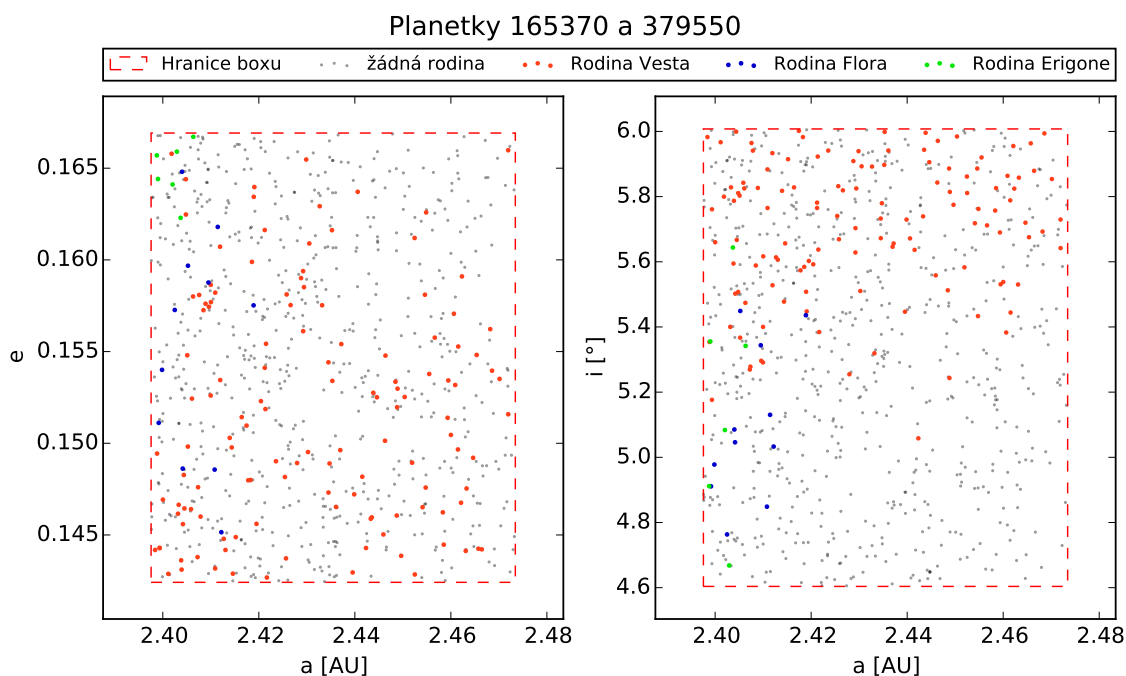
Obrázek 5.12: Rozložení planetek v okolí dvojice 383620 a 2008MX1. Zde rodiny ovlivňují především gradient hustoty v excentricitě (B) a mírně v inklinaci (C)

Planetky 165370 a 379550

dvojice planetek nesoucí označení 165370 a 379550 obíhá kolem Slunce se středními elementy drah $a \approx 2,43$ AU, $e \approx 0,15$, $i \approx 5,31^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (opět v oskulačních elementech) mezi nimi je $1,64 \pm 0,17$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádry vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,076$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnota koeficientu A se liší od nuly i od své střední hodnoty o $-3,02\sigma$. Z celkového počtu 787 planetek, jich je 127 zaevidovaných v rodině Vesta, 11 v rodině Flora a 6 v rodině Erigone. Rodina Vesta ovlivňuje především koeficient C . Rodina Flora prakticky neovlivňuje žádný z koeficientů. Po vyřazení všech rodin se sice hodnota A sníží na $-2,27\sigma$, ale rozdíl je vidět také v koeficientech B a C . Příčinou gradientu hustoty v hlavní poloose může být silná rezonance ve středním pohybu (3:1 s Jupiterem) na poloze 2,5 AU.

Tabulka 5.9: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 165370 a 379550

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	1,883 ± 0,098	-22,08 ± 5,16 (-3,02 σ)	-21,49 ± 15,97 (-1,49 σ)	0,702 ± 0,28 (2,68 σ)
Bez rodiny Vesta	1,579 ± 0,068	-19,18 ± 3,59 (-2,59 σ)	-4,69 ± 11,1 (-0,55 σ)	-0,055 ± 0,19 (-0,38 σ)
Bez rodiny Flora	1,857 ± 0,101	-20,69 ± 5,33 (-2,81 σ)	-21,88 ± 16,5 (-1,51 σ)	0,736 ± 0,29 (2,82 σ)
Po vyloučení všech rodin	1,539 ± 0,064	-17,03 ± 3,36 (-2,27 σ)	-7,42 ± 10,42 (-0,7 σ)	-0,02 ± 0,18 (-0,24 σ)



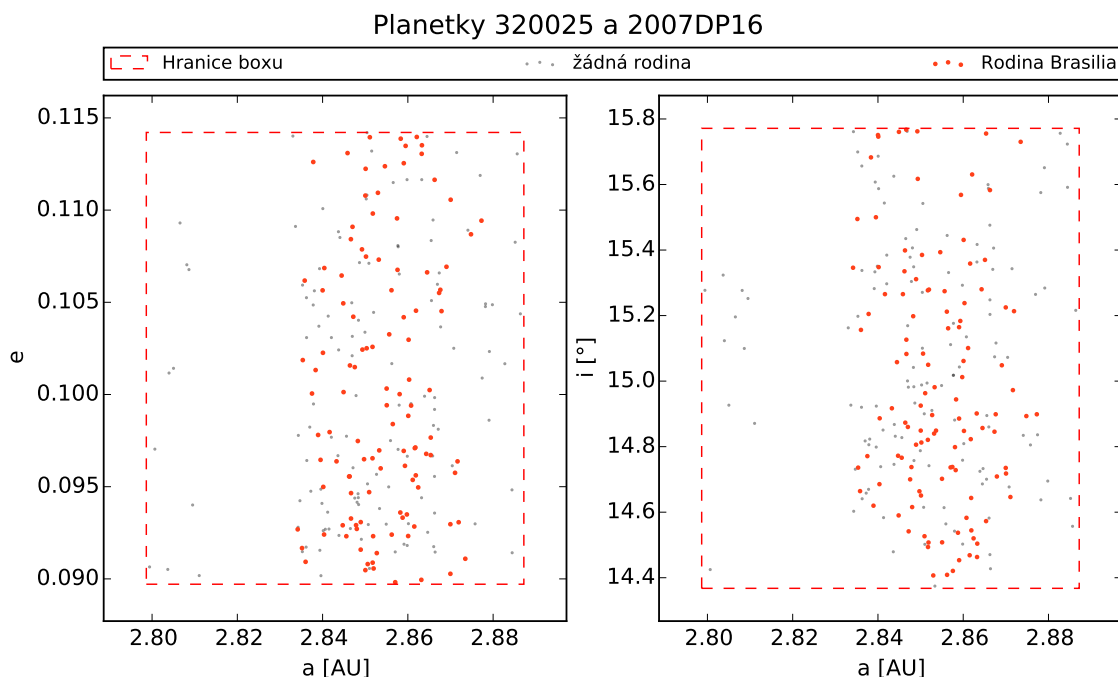
Obrázek 5.13: Rozložení planetek v okolí dvojice 165370 a 379550. Na první pohled je jasné, že členové rodin gradient hustoty v inklinaci (C) zvyšují a v excentricitě (B) snižují.

Planetky 320025 a 2007DP16

Planetky 320025 a 2007DP16 se nachází na oběžných drahách s elementy $a \approx 2,84$ AU, $e \approx 0,11$, $i \approx 15,07^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (v oskulačních elementech) mezi nimi je $1,02 \pm 0,89$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádru vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,089$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Opět hodnota koeficientu A se značně liší od nuly. Jeho hodnota je $(A = 20,52 \pm 3,95) \cdot 10^{12}$ [m⁻⁶·s⁵], což je o $3,26\sigma$ mimo vážený průměr všech koeficientů A . Kvádr kolem této dvojice obsahuje 241 drah planetek, ale ukázalo se, že téměř polovina (114) jich spadá do rodiny Brasilia. Po odstranění těchto planetek se hodnota koeficientu snížila na $1,34\sigma$. Z grafu 5.14 je patrné, že dvojice se nachází velice blízko Kirkwoodovy mezery, kde dochází k oběžné rezonanci s Jupiterem v poměru 5:2.

Tabulka 5.10: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 320025 a 2007DP16

	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením rodiny Brasilia	0,849 ± 0,087	20,52 ± 3,95 (3,26 σ)	-24,73 ± 14,26 (-1,67 σ)	-0,311 ± 0,25 (-1,42 σ)
Po vyloučení rodiny Brasilia	0,447 ± 0,034	7,48 ± 1,53 (1,34 σ)	-10,93 ± 5,55 (-0,9 σ)	-0,05 ± 0,1 (-0,36 σ)



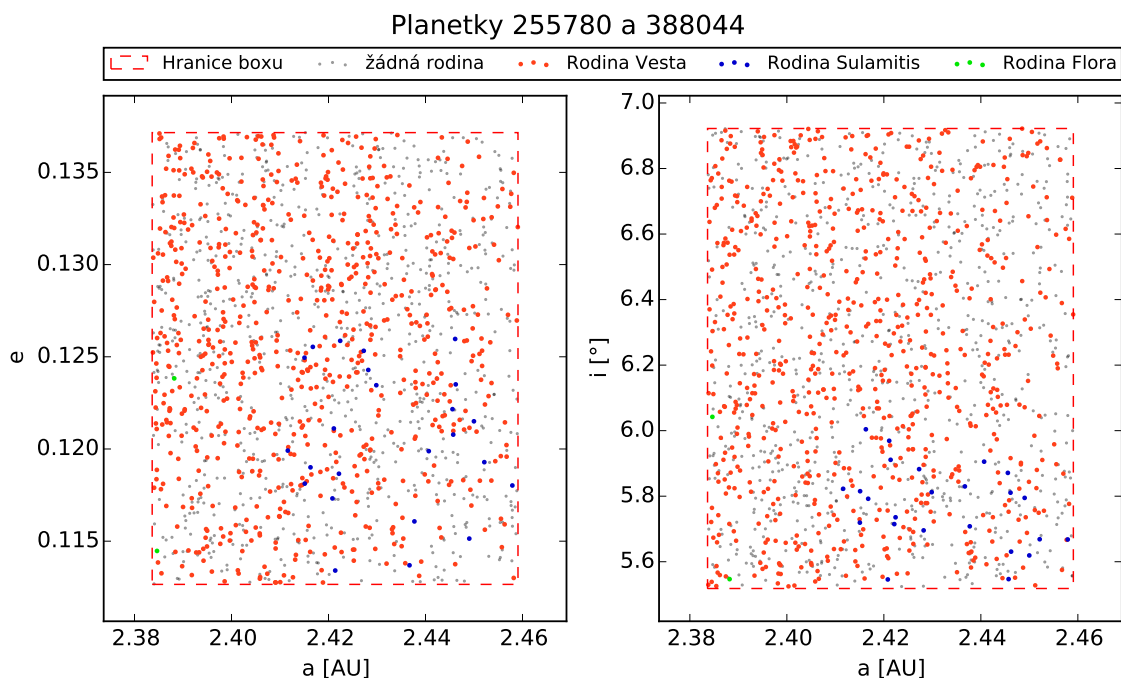
Obrázek 5.14: Rozložení planetek v okolí dvojice 320025 a 2007DP16. Na první pohled je zde nápadná absence planetek okolo $a = 2,82$, což je jedna z Kirkwoodových mezer (5:2). Koeficient (A) zde nemá informační význam.

Planetky 255780 a 388044

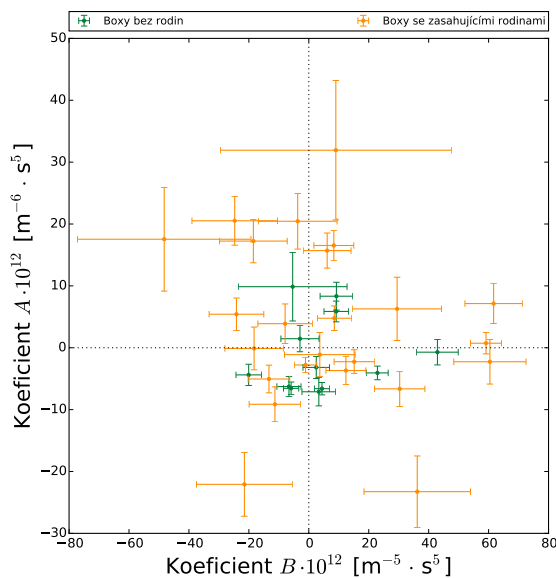
dvojice planetek nesoucí označení 255780 a 388044 obíhá kolem Slunce se středními elementy drah $a \approx 2,42$ AU, $e \approx 0,12$, $i \approx 6,22^\circ$. Vzájemná vzdálenost d (opět v oskulačních elementech) mezi nimi je $3,326 \pm 0,009$ m·s⁻¹ (Pravec & Vokrouhlický 2009). Velikost stran velkého kvádry vytvořeného kolem jich je $\Delta a \doteq 0,075$ AU, $\Delta e \doteq 0,025$ a $\Delta i \doteq 1,40^\circ$. Hodnota koeficientu A se liší od střední hodnoty o $-3,19\sigma$. Z celkového počtu 1 538 planetek, jich je 733 zaevidovaných v rodině Vesta, 24 v rodině Sulamitis a 2 v rodině Flora. Rodina Vesta významně ovlivňuje koeficienty A a B , kdežto rodina Sulamitis především koeficient C . Po vyřazení všech rodin se sice hodnota A podstatně sníží a to na $-0,45\sigma$, podobně se tak stane i u koeficientu B , ovšem stále zůstává mírná odlišnost u C .

Tabulka 5.11: Vypočtené koeficienty pro okolí planetek 255780 a 388044

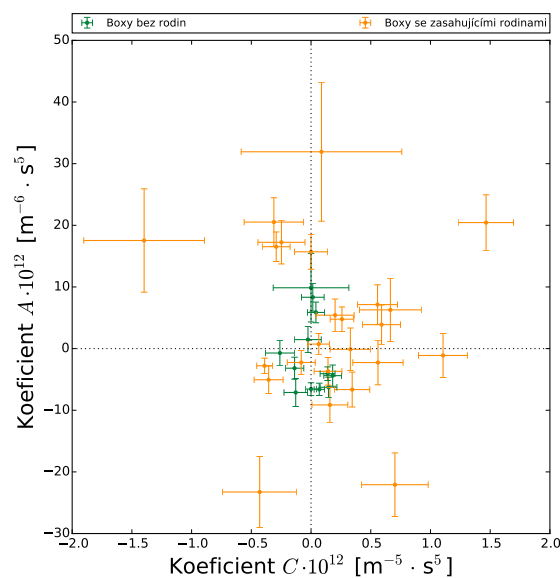
	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$A \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁶ ·s ⁵]	$B \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]	$C \cdot 10^{12}$ [m ⁻⁵ ·s ⁵]
Se započtením všech rodin	3,627 ± 0,109	-23,26 ± 5,77 (-3,19 σ)	36,19 ± 17,76 (1,74 σ)	-0,43 ± 0,31 (-1,9 σ)
Bez rodiny Vesta	1,898 ± 0,083	-3,63 ± 4,41 (-0,3 σ)	6,55 ± 13,58 (0,08 σ)	-0,491 ± 0,24 (-2,14 σ)
Bez rodiny Sulamitis	3,57 ± 0,109	-24,51 ± 5,77 (-3,38 σ)	41,58 ± 17,76 (2,05 σ)	-0,269 ± 0,31 (-1,24 σ)
Po vyloučení všech rodin	1,837 ± 0,095	-4,63 ± 5,02 (-0,45 σ)	12,71 ± 15,44 (0,43 σ)	-0,316 ± 0,27 (-1,43 σ)



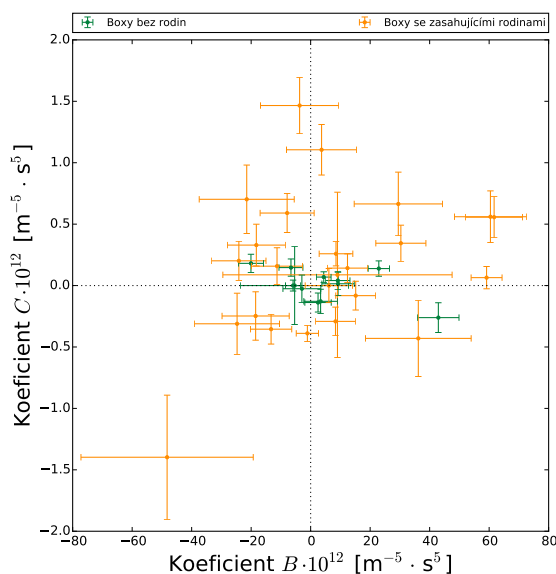
Obrázek 5.15: Rozložení planetek v okolí dvojice 255780 a 388044. Velice hustá oblast, ve které rodina Vesta citelně ovlivňuje gradient hustoty především v hlavní poloose (A).



(a) Rozmístění koeficientů A a B.



(b) Rozmístění koeficientů A a C.



(c) Rozmístění koeficientů C a B.

Obrázek 5.16: Na grafech (a), (b), (c) jsou opět vyneseny koeficienty A , B , C , přičemž jsou barevně odlišené. Zeleně je vždy vyznačeno 12 bodů, které odpovídají boxům do kterých nezasahuje žádná rodina. Oranžově je zvýrazněno zbylých 24 bodů odpovídající boxům do nichž zasahuje alespoň jedna rodina.

5.4 Tabulky s výsledky

Tabulka 5.12: Seznam všech 95 dvojic planetek, které byly testovány. Značka „ok“ značí, že dvojice testem prošla, symbol „X“ značí, že dvojice testem neprošla a znak „-“ znamená, že dvojice nebyla dále testována. Pokud dvojice prošla všemi testy, byl jí udělen konečný status „ok“.

Planetková dvojice		Testy			Konečný status
		rodiny	singularita	počet v boxu	
21436	334916	ok	ok	ok	ok
63440	331933	ok	ok	ok	ok
195479	284765	ok	ok	ok	ok
180906	217266	ok	ok	ok	ok
88259	337181	ok	ok	ok	ok
26416	214954	ok	ok	ok	ok
92652	194083	ok	ok	ok	ok
233771	2008UX299	ok	ok	ok	ok
57202	276353	ok	ok	ok	ok
13481	158395	ok	ok	ok	ok
320025	2007DP16	ok	ok	ok	ok
106700	263114	ok	ok	ok	ok
165370	379550	ok	ok	ok	ok
125887	197706	ok	ok	ok	ok
76111	354652	ok	ok	ok	ok
4765	350716	ok	ok	ok	ok
383620	2008MX1	ok	ok	ok	ok
136952	2010RB104	ok	ok	ok	ok
255780	388044	ok	ok	ok	ok
17198	229056	ok	ok	ok	ok
84203	285637	ok	ok	ok	ok
52773	279865	ok	ok	ok	ok
101065	368313	ok	ok	ok	ok
220015	2006UT69	ok	ok	ok	ok
92336	143662	ok	ok	ok	ok
174620	2006WE119	ok	ok	ok	ok
45223	266505	ok	ok	ok	ok
113643	361318	ok	ok	ok	ok
69298	2012FF11	ok	ok	ok	ok
182790	2010TY150	ok	ok	ok	ok
52478	287685	ok	ok	ok	ok
334248	2011SG264	ok	ok	ok	ok
54211	287829	ok	ok	ok	ok
145046	2007RB325	ok	ok	ok	ok
2006BT227	381362	ok	ok	ok	ok
174470	2011AZ20	ok	ok	ok	ok
348452	2008FF88	ok	ok	X	X
16815	2011GD83	ok	ok	X	X
184300	2001UU227	ok	ok	X	X
67982	317521	ok	ok	X	X
358983	224801	ok	ok	X	X
21028	2005SA135	ok	ok	X	X
23998	205383	ok	ok	X	X
209165	2005QG179	ok	ok	X	X
25884	48527	ok	ok	X	X
243984	299735	ok	ok	X	X
106479	294315	ok	ok	X	X
2110	44612	ok	ok	X	X

pokračování na další straně

pokračování z předcházející strany

Planetková dvojice		Testy			Konečný status
		rodiny	singularita	počet v boxu	
2000SM320	2008TN44	ok	ok	X	X
69142	127502	ok	ok	X	X
4010	113774	ok	ok	X	X
321238	2006XY31	ok	ok	X	X
136216	2009SE342	ok	ok	X	X
124236	2011HD23	ok	ok	X	X
1390	2001TC253	ok	ok	X	X
80218	213471	ok	X	-	X
38184	221867	ok	X	-	X
165389	282206	X	-	-	X
54041	220143	X	-	-	X
111962	280008	X	-	-	X
95750	304873	X	-	-	X
11842	228747	X	-	-	X
99052	291788	X	-	-	X
100440	2011SE164	X	-	-	X
2897	182259	X	-	-	X
10484	44645	X	-	-	X
134789	267767	X	-	-	X
237517	2007TN127	X	-	-	X
122173	259585	X	-	-	X
38707	32957	X	-	-	X
233401	180856	X	-	-	X
211569	2005UN161	X	-	-	X
46162	323879	X	-	-	X
15107	291188	X	-	-	X
59184	293667	X	-	-	X
70511	2007TC334	X	-	-	X
92052	101376	X	-	-	X
105247	2009SZ67	X	-	-	X
88604	60546	X	-	-	X
2004VQ64	205153	X	-	-	X
14806	2008SC9	X	-	-	X
53537	2004ED107	X	-	-	X
130909	179883	X	-	-	X
30301	205231	X	-	-	X
120969	2011UX161	X	-	-	X
8306	2011SR158	X	-	-	X
49791	2011CL97	X	-	-	X
112249	261878	X	-	-	X
2002RJ126	2008TS51	X	-	-	X
81471	139526	X	-	-	X
11879	81368	X	-	-	X
65935	73724	X	-	-	X
323465	2006RL1	X	-	-	X
3985	17430	X	-	-	X
38395	141513	X	-	-	X

Tabulka 5.13: Pokračování tabulky 5.12.

Tabulka 5.14: Tabulka získaných koeficientů (η_0, A, B, C) pro 36 dvojic, které prošly předešlými testy. Pro porovnání je uvedena i hodnota η_0 vypočtená metodou Pravec & Vokrouhlický (2009) a také počet planetek (drah), které se nachází v boxu vytvořeném kolem kvádrů. V závorkách u koeficientů (A, B, C) jsou uvedené vzdálenosti od střední hodnoty daného koeficientu v násobcích příslušné směrodatné odchylky.

Planetka 1 Planetka 2	$\eta_{0,Prav.} \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	planetek v boxu	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$A \cdot 10^{12}$ [$m^{-6} \cdot s^5$]	$B \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$C \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]
21436	0.682	422	0.771 ±	16.53 ±	8.35 ±	-0.292 ±
334916			0.041	2.39 (2.7 σ)	6.66 (0.2 σ)	0.116 (-1.3 σ)
63440	0.677	386	0.522 ±	-6.27 ±	-6.62 ±	0.146 ±
331933			0.025	1.63 (-0.7 σ)	4.02 (-0.7 σ)	0.070 (0.4 σ)
195479	0.733	272	0.734 ±	-4.07 ±	22.91 ±	0.138 ±
284765			0.022	1.10 (-0.4 σ)	3.58 (1.0 σ)	0.062 (0.4 σ)
180906	0.876	377	0.729 ±	4.77 ±	8.52 ±	0.259 ±
217266			0.035	1.99 (0.9 σ)	5.65 (0.2 σ)	0.099 (0.9 σ)
88259	0.423	248	0.334 ±	-6.61 ±	4.40 ±	0.069 ±
337181			0.015	1.00 (-0.7 σ)	2.47 (-0.0 σ)	0.043 (0.1 σ)
26416	1.400	538	1.168 ±	7.14 ±	61.67 ±	0.557 ±
214954			0.059	3.21 (1.3 σ)	9.57 (3.2 σ)	0.167 (2.1 σ)
92652	0.554	255	0.553 ±	-3.69 ±	12.38 ±	0.142 ±
194083			0.041	2.24 (-0.3 σ)	6.67 (0.4 σ)	0.116 (0.4 σ)
233771	2.257	894	2.743 ±	31.93 ±	9.02 ±	0.087 ±
2008UX299			0.236	11.26 (4.9 σ)	38.53 (0.2 σ)	0.672 (0.2 σ)
57202	2.509	1150	2.484 ±	-6.64 ±	30.33 ±	0.345 ±
276353			0.052	2.83 (-0.7 σ)	8.42 (1.4 σ)	0.147 (1.2 σ)
13481	1.948	664	1.824 ±	9.87 ±	-5.38 ±	0.000 ±
158395			0.111	5.54 (1.7 σ)	18.14 (-0.6 σ)	0.317 (-0.2 σ)
320025	1.145	241	0.849 ±	20.52 ±	-24.73 ±	-0.311 ±
2007DP16			0.087	3.95 (3.3 σ)	14.26 (-1.7 σ)	0.249 (-1.4 σ)
106700	0.430	295	0.384 ±	5.87 ±	9.14 ±	0.041 ±
263114			0.025	1.68 (1.1 σ)	4.07 (0.2 σ)	0.071 (0.0 σ)
165370	1.556	787	1.883 ±	-22.08 ±	-21.49 ±	0.702 ±
379550			0.098	5.16 (-3.0 σ)	15.97 (-1.5 σ)	0.279 (2.7 σ)
125887	1.181	442	1.020 ±	-9.14 ±	-11.30 ±	0.158 ±
197706			0.053	2.82 (-1.1 σ)	8.60 (-0.9 σ)	0.150 (0.5 σ)
76111	4.106	1348	4.238 ±	17.54 ±	-48.25 ±	-1.398 ±
354652			0.177	8.38 (2.8 σ)	28.96 (-3.0 σ)	0.505 (-5.8 σ)
4765	0.451	317	0.433 ±	-7.12 ±	3.34 ±	-0.128 ±
350716			0.034	2.28 (-0.8 σ)	5.63 (-0.1 σ)	0.098 (-0.7 σ)
383620	2.358	824	2.383 ±	-2.26 ±	60.44 ±	0.560 ±
2008MX1			0.074	3.61 (-0.1 σ)	12.06 (3.1 σ)	0.210 (2.1 σ)
136952	0.407	165	0.435 ±	17.24 ±	-18.49 ±	-0.248 ±
2010RB104			0.069	3.51 (2.8 σ)	11.29 (-1.3 σ)	0.197 (-1.2 σ)
255780	3.619	1538	3.627 ±	-23.26 ±	36.19 ±	-0.430 ±
388044			0.109	5.77 (-3.2 σ)	17.76 (1.7 σ)	0.310 (-1.9 σ)
17198	1.686	803	1.629 ±	6.28 ±	29.47 ±	0.665 ±
229056			0.091	5.12 (1.2 σ)	14.83 (1.4 σ)	0.259 (2.5 σ)
84203	0.312	218	0.303 ±	-6.56 ±	-5.91 ±	0.000 ±
285637			0.016	1.02 (-0.7 σ)	2.55 (-0.6 σ)	0.045 (-0.2 σ)
52773	0.768	429	0.813 ±	-0.11 ±	-18.26 ±	0.329 ±
279865			0.060	3.45 (0.2 σ)	9.74 (-1.3 σ)	0.170 (1.2 σ)
101065	0.517	218	0.492 ±	1.46 ±	-2.95 ±	-0.026 ±
368313			0.039	2.11 (0.5 σ)	6.37 (-0.5 σ)	0.111 (-0.3 σ)

pokračování na další straně

pokračování z předchozí strany

Planetka 1 Planetka 2	$\eta_{0,Prav} \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	planetek v boxu	$\eta_0 \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$A \cdot 10^{12}$ [$m^{-6} \cdot s^5$]	$B \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$C \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]
220015	1.409	763	1.576 ±	20.44 ±	-3.71 ±	1.466 ±
2006UT69			0.080	4.50 (3.3σ)	13.14 (-0.5σ)	0.229 (5.8σ)
92336	0.251	189	0.262 ±	-3.18 ±	2.49 ±	-0.138 ±
143662			0.027	1.78 (-0.2σ)	4.43 (-0.1σ)	0.077 (-0.7σ)
174620	0.656	361	0.808 ±	-2.79 ±	-1.10 ±	-0.389 ±
2006WE119			0.023	1.24 (-0.2σ)	3.75 (-0.3σ)	0.065 (-1.7σ)
45223	0.587	244	0.585 ±	-5.05 ±	-13.30 ±	-0.355 ±
266505			0.043	2.24 (-0.5σ)	6.94 (-1.0σ)	0.121 (-1.6σ)
113643	0.580	173	0.553 ±	-2.25 ±	15.14 ±	-0.082 ±
361318			0.041	1.93 (-0.1σ)	6.71 (0.6σ)	0.117 (-0.5σ)
69298	1.593	740	1.675 ±	0.73 ±	59.14 ±	0.065 ±
2012FF11			0.032	1.72 (0.3σ)	5.20 (3.0σ)	0.091 (0.1σ)
182790	0.771	268	0.861 ±	5.42 ±	-24.13 ±	0.201 ±
2010TY150			0.056	2.62 (1.0σ)	9.12 (-1.6σ)	0.159 (0.7σ)
52478	1.200	642	1.205 ±	15.70 ±	6.13 ±	0.000 ±
287685			0.049	2.83 (2.6σ)	7.96 (0.1σ)	0.139 (-0.2σ)
334248	0.869	400	1.124 ±	-1.11 ±	3.67 ±	1.105 ±
2011SG264			0.072	3.57 (0.1σ)	11.78 (-0.1σ)	0.206 (4.3σ)
54211	0.394	193	0.570 ±	-0.72 ±	42.93 ±	-0.261 ±
287829			0.043	2.06 (0.1σ)	6.94 (2.1σ)	0.121 (-1.2σ)
145046	0.453	323	0.436 ±	-4.39 ±	-20.07 ±	0.181 ±
2007RB325			0.026	1.72 (-0.4σ)	4.24 (-1.4σ)	0.074 (0.6σ)
2006BT227	0.433	255	0.494 ±	3.89 ±	-7.90 ±	0.590 ±
381362			0.056	3.19 (0.8σ)	9.08 (-0.7σ)	0.158 (2.2σ)
174470	0.410	394	0.505 ±	8.33 ±	9.21 ±	0.015 ±
2011AZ20			0.033	2.25 (1.5σ)	5.44 (0.2σ)	0.095 (-0.1σ)

Tabulka 5.15: Pokračování tabulky 5.14.

Tabulka 5.16: Vypočítané střední hodnoty ($\bar{\eta}_0, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$) a jejich směrodatné odchylky pro případ se započtením všech rodin a s vyřazením rodin, které prokazatelně ovlivňují okolí studovaných deseti dvojic v předchozí části. Konkrétně se jedná o rodiny Nysa a Polana, Misa, Vesta, Merxia, Nemesis, Padua, Eunomia a Maria.

	$\bar{\eta}_0 \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$\bar{A} \cdot 10^{12}$ [$m^{-6} \cdot s^5$]	$\bar{B} \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]	$\bar{C} \cdot 10^{12}$ [$m^{-5} \cdot s^5$]
Všechny rodiny	(0,63 ± 0,47)	(-1,6 ± 6,8)	(5,1 ± 17,8)	(0,04 ± 0,25)
Bez vybraných rodin	(0,56 ± 0,37)	(-1,07 ± 5,53)	(2,65 ± 10,88)	(0,01 ± 0,22)

Závěr

Tato diplomová práce je rozdělena do dvou částí a sice do části teoretické a části praktické. V teoretické části je čtenář nejprve seznámen s popisem drah planetek ve Sluneční soustavě a s rozdíly mezi jednotlivými dráhovými elementy. Čtenáři je také objasněna volba středních dráhových elementů.

V druhé kapitole je čtenář seznámen se základními mechanismy rozpadu planetek - vzniku planetkových rodin a planetkových párů. Velká část kapitoly je zaměřena na Jarkovského jev a jeho vliv na změnu drah planetek. Zásadním principem stojícím za vznikem planetkových párů je YORP efekt. Tento efekt je schopen měnit rotaci planetek (sklon rotační osy i rychlost rotace). Urychlování rotace planetky může vést k jejímu roztržení - vzniku námi studovaného páru. Jelikož si takto dnes vysvětlujeme vznik planetkových párů, je tomuto jevu věnován zbytek této kapitoly.

Třetí kapitola je věnována stručnému odvození a popisu vzdáleností planetek v prostoru dráhových elementů a to ať ve třech (vlastních elementech) nebo v pěti rozměrech (oskulační a střední elementy).

V poslední kapitole teoretické části je zmíněno několik, již použitých, metod identifikace planetkových párů. Tato kapitola obsahuje i seznam publikovaných prací a měla by čtenáře v první řadě přesvědčit o tom, že planetkové páry nevznikají náhodným výskytem dvou geneticky nesouvisejících planetek. Podstatná část kapitoly se zabývá odhadem pravděpodobnosti výskytu těsných dvojic planetek v daném okolí. K tomu je ovšem potřeba znát hustotu drah v okolí zkoumané dvojice. Dosavadní metody předpokládaly, že je tato hustota konstantní. Tento předpoklad byl otestován v praktické části této práce, která navazuje na metodu Pravec & Vokrouhlický (2009; viz 4.1.3).

Uvedené výsledky v praktické části naznačují, že předpoklad uniformního rozložení drah kolem studované dvojice (Pravec & Vokrouhlický 2009) je splněn přibližně u poloviny studovaných případů a hodnota hustoty drah v pěti-rozměrném prostoru dráhových elementů η_0 se liší o méně než 10%. Tento rozdíl také může být v malé míře způsobený použitím novější databáze drah planetek. Ve většině zbylých případů se hodnoty pohybují v rozmezí 20-30%. Dále se ukázalo, že rodiny planetek v oblasti hlavního pásu jsou značně rozptýlené a nacházejí se v blízkosti většiny studovaných dvojic (zasahují do 24 z 36 boxů).

Pro všech 36 vybraných kandidátů na planetkový pár jsem spočítal gradient hustoty rozložení drah ve vymezené oblasti v okolí dvojic. Získal jsem tedy sady koeficientů η_0 , který udává samotnou hustotu drah, A , který udává gradient hustoty drah v hlavní poloose, B , který udává gradient hustoty drah v excentricitě a C , který udává gradient hustoty drah v inklinaci. Očekávali bychom, že hodnoty koeficientů (A, B, C) se budou hromadit kolem nuly, což se potvrdilo jen částečně. Ve studovaném vzorku se nacházelo poměrně velké množství koeficientů značně se odchylojících od nuly i od střední hodnoty daného

koeficientu. Celkem takto bylo nalezeno deset oblastí okolo dvojic, ve kterých se alespoň jeden z koeficientů odchyloval o více než 3σ od jejich střední hodnoty, ve dvou případech byla odchylka i přes 5σ . Těmto oblastem jsem věnoval zvýšenou pozornost.

U deseti odlehlých koeficientů jsem hledal příčinu výrazného gradientu hustoty drah. U dvojice 334248 - 2011SG264 se jako pravděpodobná příčina gradientu hustoty drah jeví nízká hodnota inklinace $i \approx 1,88^\circ$. V oblastech velice blízkých i rovině ekliptiky se vyskytuje přirozený gradient hustoty drah planetek. To samé vysvětlení platí i pro dvojici 220015 - 2006UT69, která se nachází na dráze s $i \approx 1,76^\circ$. U dvojice 320025 - 2007DP16 došlo k tomu, že studovaná dvojice se nachází v bezprostřední blízkosti významné rezonance středního pohybu s Jupiterem (5:2). Jelikož tato rezonance zasahuje do velké části studovaného okolí (viz obrázek 5.14), je nepochybně příčinou (alespoň z velké části) gradientu hustoty drah. Stejně tak působí silná rezonance opět s Jupiterem (3:1) na pozici 2,5 AU, která pravděpodobně způsobuje významné odchýlení koeficientu A od nuly pro dvojici 165370 - 379550. V těchto dvou případech se jednalo o odchylku pouze koeficientu A , ale v okolí dvojice 76111 - 354652 se odchylojí všechny tři koeficienty gradientu hustoty drah. I když byla nalezena slabá rezonance s Jupiterem (8:3), která leží ve studovaném okolí (na poloze $a = 2,71$ AU), není zcela jasné, zda je příčinnou odchýlení všech tří koeficientů. U zbylých pěti dvojic se podařilo vysvětlit příčinu gradientu hustoty rodinami, které zasahují do studovaných oblastí. Postupným vyřazováním rodin ze zkoumaného okolí jsem zjišťoval vliv dané rodiny na jednotlivé koeficienty. Jak se ukázalo, ne všechny rodiny ovlivňují hodnoty koeficientů (alespoň tedy koeficientů (A, B, C)). Mezi takovéto rodiny patří například rodiny Flora a Clarissa. Naopak mezi rodiny značně ovlivňující okolí zkoumaných dvojic patří rodiny Nysa a Polana, Vesta, Merxia, Nemesis, Padua, Eunomia, Maria, Brasilia a Misa. Po vyřazení členů těchto rodin z databáze a zopakováním všech testů se všechny tři koeficienty gradientu hustoty přiblížily nule a i jejich směrodatné odchylky se zmenšily (viz tabulka 5.16).

Přímým výsledkem této diplomové práce bude zdokonalení metody identifikace planetkových párů (Pravec & Vokrouhlický 2009). Dalším pokračováním výzkumu v oblasti identifikace planetkových systémů bude podrobnější studium a klasifikace jednotlivých rodin (v celém hlavním pásu planetek) podle míry ovlivnění hustoty drah ve svém okolí, mohli bychom tak zobecnit metodu Pravec & Vokrouhlický (2009) a tím rozšířit oblast hledání planetkových párů i do oblastí (minimálně okrajových oblastí) rodin, kterým se dosavadní metody vyhýbají. Takto vylepšená metoda detekce planetkových párů (bez předpokladu uniformního rozložení drah v okolí těsných dvojic planetek) může být základem pro hledání, zatím málo známých, planetkových klastrů - malých skupin planetek (počtem podobné velmi malým rodinám) s velice blízkými drahami (jako planetkové páry).

Seznam použité literatury

- [1] R. P. Binzel et al., *Asteroid rotation rates - Distributions and statistics*, v *Asteroids II*, University of Arizona Press (1989), ISBN 978-0-8165-1123-5
- [2] W. F. Bottke et al., *Asteroids III*, v *Tucson: University of Arizona Press* (2002), ISBN 978-0-8165-2281-1
- [3] W. F. Bottke et al., *Linking the collisional evolution of the main belt to its dynamical excitation and depletion*, v *Icarus* 179:63–94 (2005)
- [4] W. F. Bottke et al., *The Yarkovsky and YORP Effects: Implications for Asteroid Dynamics*, v *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2006.34:157-191 (2006)
- [5] D. Brouwer, *Secular variations of the orbital elements of minor planets*, v *The Astronomical Journal* 56-9 (1951)
- [6] D. Brouwer a G. M. Clemence., *Methods of Celestial Mechanics*, v *Academic, New York* (1961) 978-1-4832-0075-0
- [7] M. Brož s M. Šolc, *Fyzika Sluneční soustavy*, v *matfyzpress* (2013), ISBN 978-80-7378-236-8
- [8] P. Farinella, D. Vokrouhlický a W. K. Hartmann, *Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift*, v *Icarus*, 132:178-87 (1998)
- [9] W. K. Hartmann, *Reviewing the Yarkovsky effect: New light on the delivery of stone and iron meteorites from the asteroid belt*, v *Meteoritics & Planetary Science*, 34:161–67 (1999)
- [10] Z. Mikulášek a M. Zejda *Úvod do studia proměnných hvězd, Brno, CZE: Masarykova Univerzita* (2013) ISBN 978-80-210-6241-2
- [11] D. Nesvorný, *Nesvorny HCM Asteroid Families V2.0*, v *NASA Planetary Data System*, 189 (2012)
- [12] J. A. O'Keefe, *Tektites and Their Origin*, v *Developments in Petrology, No. 4. Amsterdam: Elsevier*, (1976) ISBN 978-0-444-41350-5
- [13] E. J. Öpic, *Collision probabilities with the planets and the distribution of interplanetary matter*, v *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 54A:165–99 (1951)

- [14] S. J. Paddack, *Rotational bursting of small celestial bodies: effects of radiation pressure*, v *Journal of Geophysical Research*, 74:4379–81 (1969)
- [15] S. J. Paddack, *Rotational bursting of small particles*, v *PhD thesis*, Catholic University Washington, DC (1973)
- [16] S. J. Paddack a J. W. Rhee *Rotational bursting of interplanetary dust particles*, v *Geophysical Research Letters*, 2:365–67 (1975)
- [17] P. Pravec a A. W. Harris, *Fast and slow rotation of asteroids*, v *Icarus*, 148:12–20 (2000)
- [18] P. Pravec a D. Vokrouhlický, *Significance analysis of asteroid pairs*, v *Icarus*, 204: 580–588 (2009)
- [19] V. V. Radzievskii, *A mechanism for the disintegration of asteroids and meteorites*, v *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 97:49–52 (1954)
- [20] D. P. Rubincam, *LAGEOS orbit decay due to infrared radiation from Earth*, v *Journal of Geophysical Research*, 92:1287–94 (1987)
- [21] D. P. Rubincam, *Yarkovsky thermal drag on LAGEOS*, v *Journal of Geophysical Research*, 93:13805–10 (1988)
- [22] D. P. Rubincam, *Drag on the LAGEOS satellite*, v *Journal of Geophysical Research*, 95:4881–86 (1990)
- [23] D. P. Rubincam, *Asteroid orbit evolution due to thermal drag*, v *Journal of Geophysical Research*, 100:1585–94 (1995)
- [24] D. P. Rubincam, *Yarkovsky thermal drag on small asteroids and Mars-Earth delivery*, v *Journal of Geophysical Research*, 103:1725–32 (1998)
- [25] D. P. Rubincam, *Radiative spin-up and spin-down of small asteroids*, v *Icarus*, 148:2–11 (2000)
- [26] J. Spitale a R. Greenberg, *Numerical evaluation of the general Yarkovsky effect: Effects on semimajor axis*, v *Icarus*, 149:222–34 (2001)
- [27] D. Vokrouhlický a P. Farinella, *The Yarkovsky seasonal effect on asteroidal fragments: A nonlinearized theory for the plane-parallel case*, v *The Astronomical Journal*, 116:2032–41 (1998)
- [28] D. Vokrouhlický a P. Farinella, *The Yarkovsky seasonal effect on asteroidal fragments: A nonlinearized theory for spherical bodies*, v *The Astronomical Journal*, 118:3049–60 (1999)
- [29] D. Vokrouhlický, *The Yarkovsky effect in the dynamics of the Solar System*, v *The Restless Universe: Applications of Gravitational N-Body Dynamics to Planetary, Stellar and Galactic Systems*, Bristol, UK: Inst. Phys. (2001) ISBN 978-0-7503-0822-9

- [30] D. Vokrouhlický et al., *Detectability of YORP rotational slowing of asteroid 25143 Itokawa*, v *Astronomy & Astrophysics* 414:L21–24 (2004)
- [31] D. Vokrouhlický a W. F. Bottke et al., *The Yarkovsky thermal force on small asteroids and their fragments. Choosing the right albedo*, v *Astronomy & Astrophysics* 371:350–53 (2001)
- [32] D. Vokrouhlický a D. Čapek, *YORP-induced long-term evolution of the spin state of small asteroids and meteoroids. I. Rubincam's approximation*, v *Icarus* 159:449–67 (2002)
- [33] D. Vokrouhlický a D. Nesvorný, *Pairs of asteroids probably of a common origin*, v *The Astronomical Journal* 136: 280–290 (2008)
- [34] V. Zappalà, *Asteroid families. I. identification by hierarchal clustering and reliability assessment*, v *The Astronomical Journal* 100: 2030–2046 (1990)
- [35] V. Zappalà et al., *Collisional origin of the asteroid families - Mass and velocity distributions*, v *Icarus* 59: 261-285 (1984)

Obrázky

- (i) Obrázek 1.1: „Orbit1 cs“ od Orbit1.svg: Lasunncty (talk).derivative work: Jann (talk) – Orbit1.svg. Licencováno pod CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Orbit1_cs.svg#/media/File:Orbit1_cs.svg
- (ii) Obrázek 2.1 (a): ”YarkovskyEffect”by Original uploader was Graevemoore at en.wikipedia - Transferred from en.wikipedia; transfer was stated to be made by User:Captain panda.. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:YarkovskyEffect.svg#/media/File:YarkovskyEffect.svg>
- (iii) Obrázek 2.1 (b): viz [4]
- (iv) Obrázek 2.2: viz [4]
- (v) Obrázek 2.2: viz [4]
- (vi) Obrázek 2.4: viz [4]
- (vii) Obrázek 4.1: viz [33]

