

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

Diplomová práce

BRNO 2015

MIROSLAV JAGELKA



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



Fyzika a geometrie fotometrických skvrn na povrchu rotujících proměnných hvězd

Diplomová práce

Miroslav Jagelka

Vedoucí práce: prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

Brno 2015

Bibliografický záznam

Autor:	Bc. Miroslav Jagelka Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
Název práce:	Fyzika a geometrie fotometrických skvrn na povrchu rotujících proměnných hvězd
Studijní program:	Fyzika
Studijní obor:	Teoretická fyzika a astrofyzika
Vedoucí práce:	prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
Akademický rok:	2014/2015
Počet stran:	xii + 72
Klíčová slova:	chemicky pekuliární hvězdy; světelná křivka; chemická diferenciace; zářivá difuze; skvrny; magnetický rotátor; fotometria

Bibliografický záznam

- Autor:** Bc. Miroslav Jagelka
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
- Názov práce:** Fyzika a geometria fotometrických škvŕn na povrchu rotujúcich premenných hviezd
- Študijný program:** Fyzika
- Študijný odbor:** Teoretická fyzika a astrofyzika
- Vedúci práce:** prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
- Akademický rok:** 2014/2015
- Počet strán:** xii + 72
- Kľúčové slová:** chemicky pekuliárne hviezdy; svetelná krivka; chemická diferenciácia; žiarivá difúzia; škvŕny; magnetický rotátor; fotometria

Bibliographic Entry

Author: Bc. Miroslav Jagelka
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of Thesis: The physics and geometry of photometric spots on rotating variable stars

Degree Programme: Physics

Field of Study: Theoretical physics and astrophysics

Supervisor: prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

Academic Year: 2014/2015

Number of Pages: xii + 72

Keywords: chemically peculiar stars; light curve; chemical differentiation; radiative diffusion; spots; magnetic rotator; photometry

Abstrakt

Tato práce je zaměřená na studium fotometrické variability geometricky proměnných hvězd, konkrétně na skupinu chemicky pekuliárních hvězd. Jedna z hlavních charakteristik této kategorie je speciální rozdělení energie v oblasti skvrn s nadměrným zastoupením chemických prvků transportujících tok záření z UV oblasti do vyšší vlnových délek. V první části jsem vyvinul techniku vytváření simulovaných světelných křivek hvězd s povrchovými skvrnami podmíněné rotací. Následně jsem potvrdil vhodnost vybrané modelové funkce použitím výsledků simulací a aplikoval jsem ji na světelné křivky 83 hvězd v 5 filtrech. Byla dokázána shoda simulovaných světelných křivek s křivkami pozorovanými. Hlavním výstupem tohoto výzkumu je klasifikace chemicky pekuliárních hvězd založená na typu rozdělení energie odvozeného z amplitud světelných změn v různých filtrech. Zdá se, že existují dva hlavní typy, jeden již popsán a vysvětlen, druhý čekající na podrobnější prostudování.

Abstrakt

Táto práca je zameraná na štúdium fotometrickej variability geometricky premenných hviezd, konkrétne na skupinu chemicky pekuliárnych hviezd. Jedna z hlavných charakteristík tejto kategórie je špeciálne rozdelenie energie v oblasti škvrn s nadmerným zastúpením chemických prvkov transportujúcich tok žiarenia z UV oblasti do vyšších vlnových dĺžok. V prvej časti som vyvinul techniku vytvárania simulovaných svetelných kriviek hviezd s povrchovými škvrnami podmienených rotáciou. Následne som potvrdil vhodnosť používanej modelovej funkcie použitím výsledkov simulácií a aplikoval som ju na 83 hviezd v 5 filtroch. Bola dokázaná zhoda simulovaných svetelných kriviek s krivkami pozorovanými. Hlavným výstupom tohto výskumu je klasifikácia chemicky pekuliárnych hviezd založená na type rozdelenia energie odvodeného z amplitúd svetelných zmien v rôznych filtroch. Ukazuje sa, že existujú dva hlavné typy, jeden už popísaný a vysvetlený, druhý čakajúci na podrobnejšie preštudovanie.

Abstract

This thesis is focused on the study of photometric variability of geometrically variable stars, especially the group of chemically peculiar stars. One of the main characteristics of this category is the special distribution of energy within the spots with overabundant chemical elements redirecting the flux from UV region to higher wavelengths. In the first part I developed the technique of creating the simulated light curves of stars with surface spots as a result of rotation. Subsequently I confirmed the suitability of previously chosen model function using the results of simulations and applied it to the light curves of 83 stars in 5 filters. It was proved that simulated light curves were in a great accordance with those observed. The main outcome of this research is the classification of chemically peculiar stars based on the type of energy distribution derived from the amplitudes of light changes in different filters. There seem to be three basic types found, two of them have been already studied and explained, one is waiting to be physically described and explained.



Masarykova univerzita

Přírodovědecká fakulta



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student : **Bc. Miroslav Jagelka, učo 379946**

Studijní program : **Fyzika**

Studijní obor : **Teoretická fyzika a astrofyzika**

Ředitel Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky PčF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s tématem:

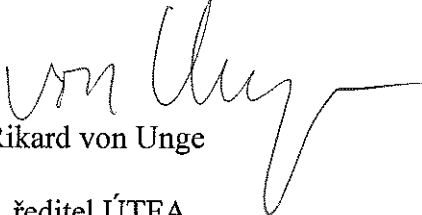
Fyzika a geometrie fotometrických skvrn na povrchu rotujících proměnných hvězd

The physics and the geometry of photometric spots on rotating variable stars

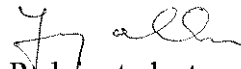
Zásady pro vypracování: Existuje několik typů proměnných hvězd, jejichž jasnost se mění v důsledku existence fotometrických skvrn na jejich povrchu. S tím, jak tyto hvězdy rotují, dochází k periodickým změnám jejich bolometrické jasnosti a rozložení energie ve spektru. Z pozorovaných křivek jasnosti v různých fotometrických barvách pak lze s vysokou přesností odvodit periodu rotace a testovat její dlouhodobou stabilitu, dále můžeme odhadnout geometrii fotometrických skvrn (tedy jejich polohu a rozlohu) a také jejich fyzikální povahu. Cílem diplomové práce, na níž by měla navazovat práce dizertační s obdobným zaměřením, je simulace světelných křivek pomocí jednoduchých rotujících modelů s kontrastními, víceméně kruhovými fotometrickými skvrnami, respektive pásy, různě rozloženými po povrchu rotující koule a jejich fenomenologický popis, umožňující realisticky modelovat světelné křivky rotujících proměnných pro účely jejich periodové analýzy. Výsledky práce budou konfrontovány: 1) s pozorovanými světelnými křivkami chemicky pekulárních hvězd obsažených v On-line katalogu a CP hvězd pozorovaných družicí Kepler, 2) s křivkami rotujících proměnných hvězd pozdního typu, a 3) se světelnými křivkami zákrytových dvojhvězd, kde je fyzikálními modely indikovány fotometrické skvrny na některé ze složek.

Jazyk závěrečné práce : český, anglický nebo slovenský
Vedoucí diplomové práce : prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
Konzultant : prof. Mgr. Jiří Krtička, Ph.D.
Datum zadání diplomové práce : leden 2014
Datum odevzdání diplomové práce : dle harmonogramu ak. roku 2014/2015

V Brně leden 2014


Rikard von Unge
ředitel ÚTFA

Zadání diplomové práce převzal dne:


Podpis studenta

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som chcel vzdat' veľkú vďaku vedúcemu mojej práce prof. RNDr. Zdeňkovi Mikuláškov, CSc. za mnohé cenné rady a nápady, za množstvo konzultácií a venovaného času, za ochotu, odbornú kritiku, ale aj za úžasný ľudský prístup. Ďakujem Iosifovi Romanyukovi z SAO RAS za poskytnuté materiály. Špeciálna vďaka patrí spoločnosti AXA Services, s. r. o., za podporu pomocou grantu poskytnutého na zakúpenie výkonnej výpočetnej techniky potrebnej k spracovaniu dát.

Prohlášení

Prehlasujem, že som svoju bakalársku prácu vypracoval samostatne s využitím informačných zdrojov, ktoré sú v práci citované.

Brno 12. mája 2015

.....
Miroslav Jagelka

Obsah

Úvod	1
Kapitola 1. Chemicky pekuliárne hviezdy	2
1.1 Historický vývoj výskumu CP hviezd a ich klasifikácia	2
1.2 Princíp vzniku chemických škvŕn	4
1.3 Fyzikálne charakteristiky CP hviezd	5
1.4 Observačné dôsledky existencie škvŕn	6
Kapitola 2. Spracovanie fotometrických dát	8
2.1 Fotometrické filtre	8
2.2 Svetelná krivka	9
2.3 Nelineárna regresia	10
Kapitola 3. Modelovanie svetelných kriviek hviezd so škvŕnami	12
3.1 Geometrický popis škvŕny	12
3.2 Určenie intenzity	14
3.3 Výsledky simulácií	15
Kapitola 4. Alternatívne metódy analýzy svetelných kriviek	23
4.1 Prekladanie harmonickým polynómom	23
4.2 Metóda hlavných komponentov	25
Kapitola 5. Analýza svetelných kriviek	27
5.1 Vstupné dáta	27
5.2 Prekladanie svetelných kriviek	27
5.3 Triedenie svetelných kriviek a úprava dát	29
5.3.1 Hviezdy s nedostatočným množstvom pozorovaní	29
5.3.2 Nepremenné hviezdy	30
5.3.3 Hviezdy s chybnými dátami	33
5.3.4 Hviezdy s viacerými škvŕnami	36
5.4 Hviezdy s jednou škvŕnou	38
5.5 Hviezdy s dvoma škvŕnami	44
5.5.1 Škvŕny podobného charakteru	46
5.5.2 Škvŕny odlišného charakteru a tmavé škvŕny	49
5.5.3 „Pekuliárne“ škvŕny	50

Záver	53
Kapitola A. Príloha	55
Literatúra	68

Úvod

Jedným zo základných odvetví astrofyziky je výskum premenných hviezd. Keďže elektromagnetické žiarenie je takmer jediným zdrojom informácií o kozmických objektoch, ktoré môžeme detegovať, je v snahe astrofyzikov získať jeho rozborom čo možno najviac poznatkov. Zvlášť prínosné je práve štúdium objektov, ktoré menia svoje charakteristiky a my tak máme možnosť pozorovať ich v odlišných situáciách a z ich správania odvodiť ich vlastnosti.

Chemicky pekuliárne hviezdy patria medzi jednu zo základných skupín rotujúcich premenných hviezd. U hviezd tejto skupiny dochádza k zmene pozorovacích podmienok v dôsledku meniacej sa geometrie – vzhľadu rôznych častí ich rotujúceho povrchu. Tento špeciálny typ sa prejavuje hlavne v dôsledku prítomnosti škvŕn. Tieto sú dlhodobo stabilnými rozsiahlymi povrchovými útvarmi s rôznymi vlastnosťami zapríčinenými nezvyčajným chemickým zložením. Pozorované žiarenie z týchto hviezd sa mení radikálnym spôsobom. Nastávajú zmeny v jasnosti, v spektrálnom rozložení energie, v intenzite jednotlivých čiar, a to všetko len kvôli tomu, že zakaždým pozorujeme diametrálne odlišné oblasti hviezd. Navyše v mnohých prípadoch pozorujeme aj premenné magnetické pole. Pomocou štúdia chemicky pekuliárnych hviezd získavame ich komplexné charakteristiky, dokážeme určiť mechanizmy prebiehajúce na ich povrchu, overovať teórie správania atómov a kvantových prechodov, môžeme skúmať interakciu medzi plazmou a magnetickým poľom.

Táto práca bude zameraná na štúdium fotometrických zmien jasností hviezd so škvŕnami, špeciálne práve chemicky pekuliárnych hviezd. Jedným z jej cieľov je pokúsiť sa určiť, ako by takéto zmeny mali vyzeráť na základe teoretických výpočtov spracovaných v programe MATLAB, previesť ich do matematického tvaru pomocou vhodnej modelovej funkcie a následne ich porovnať s reálnymi pozorovaniami. Vedľajším produktom tejto analýzy by mal byť pokus o určenie parametrov škvŕn na základe vzhľadu kriviek jasnosti. Ďalším cieľom je pozorovať, ako sa mení jasnosť škvŕn v závislosti na vlnovej dĺžke a na základe toho stanoviť určité kategórie hviezd s podobnými charakteristikami. Záverečným výstupom by mal byť súbor hviezd s kompletnou fotometrickou analýzou.

Kapitola 1

Chemicky pekuliárne hviezdy

1.1 Historický vývoj výskumu CP hviezd a ich klasifikácia

V roku 1889 začala Antonia Maury pôsobiť ako asistentka na Harvard College Observatory pod vedením Edwarda Pickeringa. Spolu s Annie Cannonovou sa zameriavali na spracovávanie spektier a ich klasifikáciu. Počas tejto práce si Mauryová všimla nezvyčajného charakteru spektra hviezdy α^2 CVn. Niektoré spektrálne čiary sa líšili vo vlnovej dĺžke, iné v intenzite. Vápniková čiara K bola extrémne slabá, zatiaľ čo čiary Si II s vlnovou dĺžkou 413.14 a 412.85 nm mali intenzitu veľmi vysokú. Spektrum s takýmto netradičným správaním označila po prvýkrát ako „pekuliárne“ v publikácii [Pickering & Maury \(1897\)](#). Doplnok „p“ sa neskôr začal používať v spektrálnej klasifikácii vo všeobecnosti pre hviezdy s nezvyčajným spektrom – chemicky pekuliárne (CP) hviezdy.

Neskôr [Ludendorff \(1906\)](#) objavil variabilitu intenzity určitých spektrálnych čiar α^2 CVn, konkrétne čiary Fe, Cr a Mg. Následne [Belopolsky \(1913\)](#) zistil, že tieto zmeny nastávajú periodicky, odvodil krivku radiálnych rýchlostí a dokázal, že je posunutá o štvrt periódy voči zmenám intenzity. [Guthnick & Prager \(1914\)](#) urobili prvé fotoelektrické merania, ktorých výsledkom bola svetelná krivka s totožnou periódou a viditeľnými fotometrickými zmenami. Tým bolo dokázané, že spektroskopické, fotometrické zmeny a zmeny radiálnych rýchlostí hviezdy α^2 CVn sú vzájomne zviazané a majú pôvod v nehomogénnom povrchovom chemickom zložení. Neskoršie štúdie ukázali, že tieto vlastnosti sú typické pre všetky Ap hviezdy.

O prvé vysvetlenie princípu fungovania CP hviezd sa pokúsil [Babcock \(1949\)](#) po objave premenného magnetického poľa hviezdy 78 Vir. Navrhol model tzv. „tuhého rotátora“, kde magnetická os hviezdy zvierá s rotačnou osou nenulový sklon a pozorované zmeny vznikajú len v dôsledku rotácie. Sám však viac preferoval teóriu, že CP hviezdy sa prejavujú aktivitou podobnou slnečným cyklom. Nezávisle od neho rozvinul jeho prvotnú myšlienku [Stibbs \(1950\)](#) zavedením dipólového magnetického rotátora. Predpokladal lokálne nepremenné magnetické pole staticky uväznené v plazme vo vzájomnej korotácii. Táto teória prirodzene vysvetľuje fázovú závislosť medzi zmenami radiálnych rýchlostí a intenzitami čiar. Celý model matematicky popísal a aplikoval ho na hviezdu HD 125248, a tak úspešne vysvetlil jej premennosť. Model dipólového magnetického rotátora bol doteraz vždy schopný vysvetliť správanie CP hviezd, preto sa stal všeobecne používaným a uznávaným.

Objavovaním nových a nových CP hviezd sa ukázalo, že aj samotná pekuliarita má rôzne typy. Najčastejšie sa prejavuje intenzitou rôznych spektrálnych čiar náležiacich rôznym chemickým prvkom. [Morgan \(1933\)](#) sa ako prvý pokúsil o kategorizáciu CP hviezd podľa dominantného chemického prvku, jednotlivé skupiny obsahovali hviezdy s anomálnymi intenzitami čiar Mn II, Eu II, Si II (vtedy známa ako λ -4200), Cr II a Sr II. Neskôršie pokusy o triedenie CP hviezd na základe dominantného prvku neboli často jednoznačné, pretože vzhľad spektra ich určovalo hneď niekoľko – tak vznikli napríklad kategórie typu SiCrEu, EuCrSr.

CP hviezdy sa líšia od seba okrem chemického zloženia aj inými charakteristikami. Typ λ **Boo** je nezvyčajný tým, že zastúpenie Si, Ca, Fe a prípadne iných kovov je tu v deficite. Sú to neradiálne pulzujúce hviezdy. **Am** hviezdy spektrálneho typu A s prívlastkom „metalické“ sú charakteristické zníženým zastúpením Ca a zvýšeným výskytom prvkov skupiny železa. Nie je u nich pozorované magnetické pole ani fotometrické zmeny. Vyznačujú sa pomalou rotáciou a vysokou frekvenciou výskytu v binárnom systéme ([Wolff, 1983](#)). Ďalšia veľká skupina hviezd je označovaná ako **Ap** hviezdy. Jedná sa o fotometricky premenné hviezdy spektrálneho typu A s magnetickým poľom. Chemické škvrny vznikajú v dôsledku nadpriemerne zastúpených prvkov Si, Cr, Sr, Fe, Eu a iných kovov vzácnych zemín. Ich koncentrácia nezriedkavo dosahuje až o 6 rádov väčšie množstvo, ako je bežné, sú charakteristické tiež nízkou rotačnou rýchlosťou. Do tejto skupiny patrili pôvodne hviezdy typu Mn, Si, λ -4200-Si, SiCrEu, SrCrEu a Sr ([Jaschek & Jaschek, 1958](#)), neskôr boli mangánové hviezdy preradené. **Bp** hviezdy sú teplejšou variantou Ap hviezd. Patria k nim **HgMn** hviezdy s prebytkom ortuti alebo mangánu, ktoré sa od Ap hviezd líšia absenciou pozorovateľného magnetického poľa a fotometrických zmien, ďalej He-weak a He-rich hviezdy. Skupina **He-weak** sa delí na tri menšie podskupiny v závislosti na intenzite rôznych spektrálnych čiar, spoločné však majú nízky výskyt hélia a vysoký pomer He^3/He^4 . **He-rich** hviezdy dosahujú medzi CP hviezdami najvyššiu teplotu. Majú hviezdny vietor, ktorým sa ochudobňujú o povrchovú vrstvu vodíka a odhaľujú tak bohaté vrstvy hélia.

Klasické delenie	Prestonovo-Maitzenovo delenie	kritéria čiar	spektrálnych čiar	spektrálny typ	teplotný rozsah [K]
λ Boo	–	slabé Mg II, slabé čiar	slabé Mg II, slabé čiar	A0–F0	7 500–9 000
Am–Fm	CP1	slabé Ca II a/alebo Sc II; zosilnené čiar	slabé Ca II a/alebo Sc II; zosilnené čiar kovov	A0–F4	7 000–10 000
Bp–Ap	CP2	zosilnené čiar	zosilnené čiar Sr, Cr, Eu a/alebo Si	B6–F4	7 000–16 000
HgMn	CP3	zosilnené čiar	zosilnené čiar Hg II a/alebo Mn II	B6–A0	10 500–16 000
He-weak	CP4, CP5	slabé He I	slabé He I	B2–B8	14 000–20 000
He-rich	CP6, CP7	zosilnené He I	zosilnené He I	B2	20 000–25 000

Tabuľka 1.1: Klasifikácia chemicky pekuliárnych hviezd. [Smith \(1996\)](#), upravené.

O organizovanejšiu klasifikáciu sa pokúsil [Preston \(1974\)](#). CP hviezdy zoradil podľa

teploty a rozdelil ich do štyroch tried označených CP1–4, vid' tabuľka 1.1, pričom sa držal pôvodne používaných tried. Neskôr navrhol Maitzen (1984) doplnenie ďalších tried CP5, CP6 a CP7, tak aby bol popísaný aj interval CP hviezd s vyššími teplotami. V pôvodnom Prestonovom delení sa párne skupiny vyznačovali prítomnosťou magnetického poľa a Maitzen v tomto delení pokračoval. U He-weak a He-rich hviezd sa totiž našli také, ktoré magnetické pole mali a iné, u ktorých pozorované nebolo.

Podrobnejšie informácie o historickom výskume CP hviezd zozbierali Schnell (2008), Wolff (1983).

1.2 Princíp vzniku chemických škvŕn

Model dipólového magnetického rotátora bol schopný vysvetliť pozorované variácie magnetického poľa a jasnosti, ale nevysvetľoval, ako vznikajú samotné chemické anomálie vo škvŕnách. V priebehu nasledujúcich desaťročí vzniklo viacero teórií, ktoré sa snažili tento proces odhaliť. Fowler et al. (1955) navrhol ako riešenie termonukleárne reakcie prebiehajúce na povrchu hviezd v dôsledku zrážky protónov urýchlených magnetickým poľom. Alternatívnou myšlienkou bolo obohatenie povrchových vrstiev produktmi nukleárných reakcií prebiehajúcich vnútri hviezd v neskorom štádiu červených obrov, ktoré boli následným premiešaním vynesené do atmosféry (Fowler et al., 1965). Brancazio & Cameron (1967) predpokladali, že magnetické pole urýchľuje protóny a alfa častice na povrchu, ktoré indukujú štiepne reakcie ťažších prvkov. Snáď najodvážnejšou myšlienkou navrhol Guthrie (1971), podľa ktorého CP hviezdy vznikajú v binárnych systémoch, kde hmotnejšia zložka vybuchne ako supernova a obohatí povrchové vrstvy svojho spoločníka produktmi pokročilých termonukleárných reakcií prebiehajúcich v momente explózie. Havnes & Conti (1971) prišli s teóriou magnetickej akrécie, podľa ktorej magnetické pole interaguje s medzihviezdny materálom, akreuje ťažšie nabitú častice, ktoré sa postupne usadia v hviezdnej atmosfére. Všetky tieto teórie sa stretli s radou prekážok, ktoré nedokázali prekonať a ukázali sa ako nesprávne.

S doteraz najpresvedčivejším a najuznávanejším modelom, tzv. teóriou žiarivej difúzie, prišiel Michaud (1970). Ide o veľmi pomalý proces vzlínania prvkov s väčším účinným prierezom a sedimentáciou ľahších prvkov. Na atómy pôsobí smerom do centra hviezd gravitačná sila, proti ktorej stojí gradient tlaku plynu a žiarenia. Hybnosť môže byť prenášaná pomocou absorpcie v čiarach alebo kontinuu a rozptylu. Jej prenos pomocou viazano-viazaných prechodov funguje efektívne len v prípade prvkov s nízkym kozmickým zastúpením. V prípade niektorých abundantných prvkov môže hrať úlohu fotoionizácia alebo autoionizácia. Opticky neaktívne prvky ako He⁴ sú takouto selekciou odsúvané do spodných vrstiev a preto sa často objavujú v nízkom zastúpení. Vysoké zastúpenie He v He-rich hviezdach by samotnou difúziou nebolo možné vysvetliť. Hviezdy spektrálneho typu B majú však často prítomné hviezdne vetry, ktoré obrusujú povrchové vrstvy, a tak môžu byť pod vrstvami odnášaného vodíka bohaté zásoby hélia. Teória žiarivej difúzie úspešne vysvetlila všetky typy CP hviezd a preto sa uznáva ako všeobecne platná, i keď radu pozorovaných skutočností ešte nedokáže kvalitatívne vysvetliť.

Michaud (1976) odhadol rýchlosť pohybu častíc pôsobením žiarivej difúzie na rádovo 1 cm/s. To dokazuje, že tento proces je nesmierne pomalý a aby sa mohol uskutočniť, je nutná dlhodobá stabilita atmosféry v časovom horizonte minimálne 10⁴ rokov (Michaud,

1970). Na druhej strane existencia CP hviezd v mladých hviezdokopách dokazuje, že diferenciácia musí prebehnúť do 10^7 rokov (Wolff, 1983). Uvedená podmienka stabilnej atmosféry kladie obmedzenia na mnohé charakteristiky hviezd, preto len 5–10 % všetkých hviezd spektrálnej triedy A je radených medzi pekuliárne (Wolff, 1983).

1.3 Fyzikálne charakteristiky CP hviezd

Teplota. Spektrálny typ, resp. efektívna teplota, je hlavným činiteľom obmedzujúcim vznik pekularity. Ranné spektrálne typy majú silnú konvektívnu zónu, ktorá prechádza až k povrchovým vrstvám, vertikálne premiešava podpovrchové vrstvy a znemožňuje tak vznik chemickej diferenciácie. Horúce hviezdy majú zase mohutný hviezdny vietor, ktorý narušuje homogenitu povrchu. Povolný interval spektrálnych typov nie je presne určený, názory autorov sa v tomto rozchádzajú, ide o hviezdy spektrálneho typu F0–B2 (Abt & Moyd, 1974), F2–B0 (Mikulášek, 2011), prípadne F4–B2 (Smith, 1996), čomu zodpovedajú teploty približne 7 000–30 000 K (Mikulášek, 2011; Wolff, 1983). Určenie teploty u CP hviezd je problematické, pretože ich spektrum je preplnené spektrálnymi čiarami, rozdelenie energie sa mení od hviezdy ku hviezde a preto na stanovenie teploty nie je možné ani použitie farebných indexov.

Hmotnosť, polomer, svietivosť. CP hviezdy sú hviezdami hlavnej postupnosti. Vymedzením spektrálneho typu sú tak limitované aj ďalšie charakteristiky, ktoré s teplotou podľa H-R diagramu priamo súvisia. Na základe povolených spektrálnych typov tak môžeme určiť interval hmotností ($1.5\text{--}15 M_{\odot}$), polomerov ($1.5\text{--}6 R_{\odot}$) a svietivostí ($5\text{--}10^5 L_{\odot}$) vypočítaných z Mikulášek & Krtička (2005).

Rotačná rýchlosť. Nízka rýchlosť rotácie síce nie je nutnou podmienkou u CP hviezd, ale Abt & Morrell (1995) uvádzajú, že je podmienkou dostatočnou na vznik diferenciácie. Väčšina CP hviezd má pomerne nižšiu rýchlosť rotácie ako normálne hviezdy rovnakej spektrálnej triedy, v priemere je to 3–4-krát v prípade magnetických hviezd. U typov hviezd, ktoré nemajú dostatočné magnetické pole (Am a HgMn), nepresahuje rotačná rýchlosť 90 km/s, zatiaľ čo u magnetických hviezd je maximálna rotačná rýchlosť 200 km/s (Wolff, 1983). Tento fakt poukazuje na skutočnosť, že magnetické pole pôsobí ako dostatočný stabilizátor a umožňuje vznik diferenciácie aj v rýchlejších atmosférach. Spomalenie rotácie u CP hviezd môže mať viacero príčin, Stepien (1998) hovorí o troch najdôležitejších. Najvýznamnejšiu úlohu má strata rotačného momentu prostredníctvom interakcie fosílného magnetického poľa s protoplanetárnym diskom v skorých fázach vývoja. Sekundárnymi činiteľmi sú akrecia látky a hviezdny vietor. Priemerná rotačná perióda CP hviezd obsiahnutých v našom súbore je 4 dni, pohybuje sa v intervale od 0.5 do 220 dní. Výskyt periód mimo tohto intervalu je u CP hviezd zriedkavý.

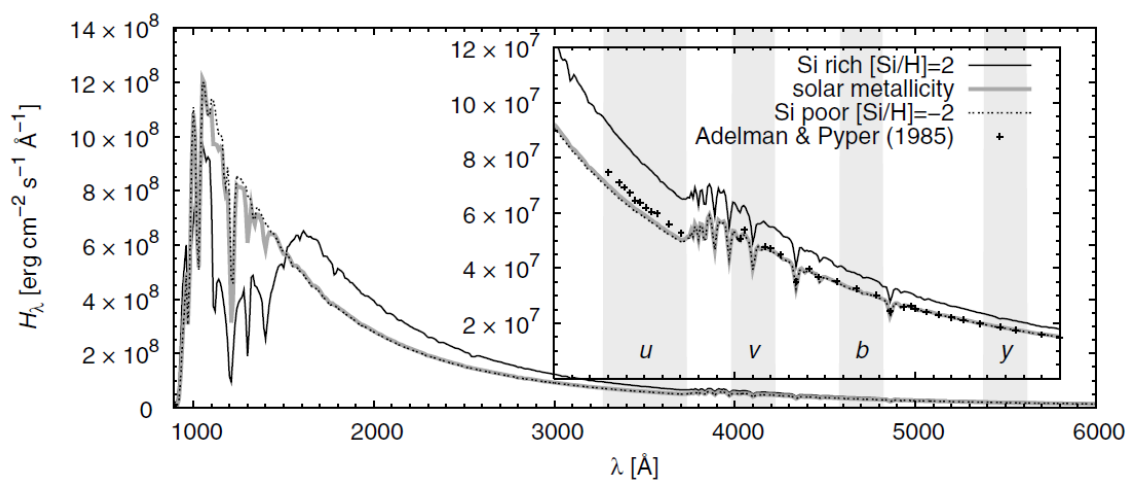
Magnetické pole. Prítomnosť magnetického poľa nie je u CP hviezd nevyhnutnosťou, je však podstatným mechanizmom stabilizujúcim atmosféru. Am a HgMn hviezdy jeho neprítomnosť nahrádzujú zvýšenou frekvenciou výskytu v binárnych viazaných systémoch alebo pomalšou rotáciou, čo sú ďalšie efektívne stabilizátory. Hviezda hlavnej postupnosti s najsilnejším magnetickým poľom o intenzite 34 kG je tzv. Babcockova hviezda (Babcock, 1960), HD 215441. Intenzita bežných magnetických hviezd sa rádovo pohybuje okolo hodnoty 10^{-1} T. Magnetické pole je najčastejšie možné dostatočne dobre popísať modelom skloneného dipólu, občas uloženého excentricky voči stredu hviezdy. Na vy-

svetlenie existencií silných magnetických polí sú dostupné viaceré teórie, doteraz nie je známa presná príčina ich vzniku. Najprezentovanejšou hypotézou je magnetické pole, ako pozostatok z prvotného medzihviezdneho poľa, iní sú zástancom silnejšieho dynamového mechanizmu podobnému slnečnému, ďalšia skupina tvrdí, že magnetické pole sa zachovalo z prvotných aktívnych čias hviezdneho vývoja.

1.4 Observačné dôsledky existencie škvŕn

Škvŕny sa zvyknú vytvárať symetricky vzhľadom k magnetickému poľu, nie je to však pravidlo. Vektor magnetickej indukcie sa určuje pomocou Zeemanovho javu – rozštiepenia a polarizácie spektrálnych čiar v dôsledku prítomnosti magnetického poľa zamrznutého do hviezdneho plazmatu. Z dôvodu rotácie sa se otáča i vektor magnetickej indukcie a tiež aj profily polarizácie spektrálnych čiar rozšírených Zeemanovým javom.

Ďalšou pozorovanou zvláštnosťou je premenlivé spektrum. Ako sa k nám hviezda ukazuje v rôznych polohách, vidíme odlišné oblasti s rôznym chemickým zastúpením. Každý prvok má charakteristické spektrálne čiary, ktorých intenzita je závislá na jeho abundancii. Ako hviezda rotuje, pozorujeme zmeny intenzity, ale aj pološírky jednotlivých čiar. Získaním podrobného spektra v rôznych fázach je možné určiť rozloženie chemických prvkov na povrchu hviezdy, ako názorne ukazuje napr. [Khokhlova et al. \(2000\)](#).



Obr. 1.1: Vypočítaný tok žiarenia hviezdy HD 37776 s odlišnými abundanciami Si. Zvýraznené sú oblasti filtrov Strömgrenovho systému. Prevzaté z [Krtička et al. \(2007\)](#).

Vzhľad spektrálnych čiar a kontinua sa prenáša aj do fotometrie. V spektrách CP hviezd sa nachádzajú tisíce spektrálnych čiar náležiacich viacerým prvkom, ktoré sa prekrývajú a vytvárajú tak celé absorbné oblasti. V prípade kovov sa tieto čiary sústreďujú v UV oblasti. Žiarenie prúdiace zospodu do škvŕny sa v čiarach pohltí pomocou viazано-voľných alebo viazано-viazaných prechodov a v UV oblasti nastáva mohutný pokles žiarivého toku ([Mikulášek, 2011](#); [Krtička et al., 2007](#)). Absorbovaná energia sa spotrebuje na spätný ohrev atmosféry (backwarming) a škvŕna sa tak javí mimo UV oblasti teplejšia a jasnejšia. Takéto typické spektrálne rozdelenie energie je znázornené na obrázku 1.1. Pri pozorovaní

hviezdy v UV oblasti nastáva pri prechode škvrny meridiánom vo svetelnej krivke pokles jasnosti a naopak, v optickej oblasti sa objavuje jasný peak. U niektorých chladnejších hviezd zrejme fungujú iné mechanizmy, pretože distribúcia energie je odlišná.

Kapitola 2

Spracovanie fotometrických dát

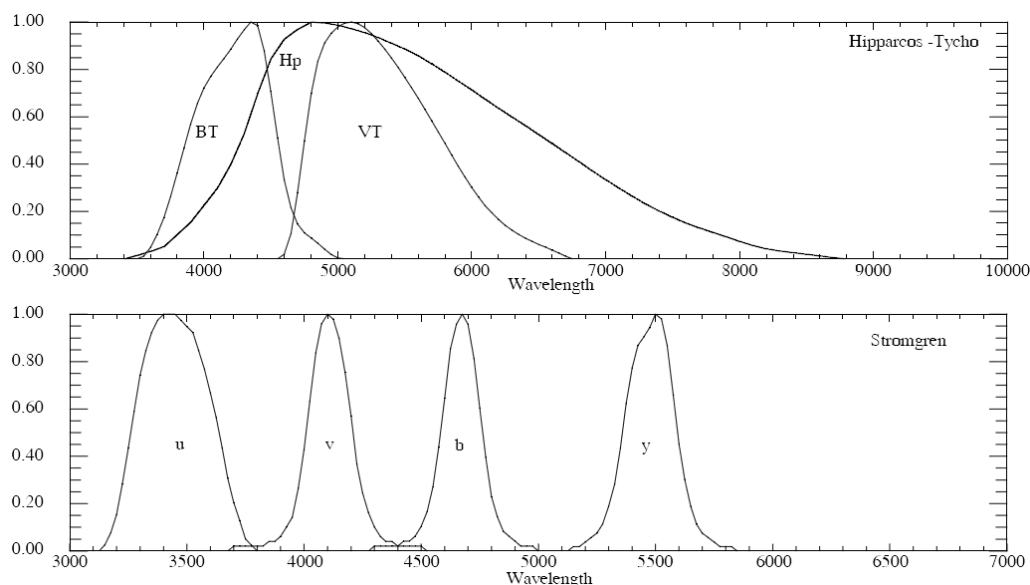
2.1 Fotometrické filtre

Fotometrický systém popisuje súbor používaných filtrov na meranie toku žiarenia v určitých intervaloch vlnových dĺžok. K rôznym účelom sú používané rôzne typy filtrov. Podľa šírky ich rozdeľujeme na širokopásmové (30 nm a viac), strednepásmové (10–30 nm) a úzkopásmové (pod 10 nm). Širokopásmové filtre prepúšťajú väčšie množstvo elektromagnetického žiarenia a je možné ich používať aj pri pozorovaní slabších hviezd. Naproti tomu úzke filtre podávajú presnejšiu informáciu o rozložení energie, prípadne priamo o intenzite konkrétnych spektrálnych čiar. Medzi širokopásmové systémy patrí napríklad Johnsonov *UBV* systém, ktorý bol v minulosti jedným z najpoužívanejších. Jeho nevýhodou sú príliš široké prekrývajúce sa filtre.

V súčasnosti zrejme najpoužívanejším fotometrickým systémom je systém Strömrenov. Skladá sa zo štyroch filtrov *uvby* rozmiestnených v optickej a blízkej UV oblasti. Jednotlivé filtre majú postupne pološírky 31.4, 17.0, 18.5 a 22.6 nm a centrá vo vlnových dĺžkach 352, 410, 469 a 548 nm (Bessell, 2005). Systém obsahuje ešte dva prídavné filtre β_w a β_n , ktoré určujú šírku čiary $H\beta$, bežne sa však nepoužívajú. Filter *y* bol navrhnutý tak, aby zodpovedal Johnsonovmu filtru *V*. Niekedy sa miesto filtrov používajú nasledovné indexy:

- $b - y$ – farebný index, ktorý je približne alternatívou indexu $B - V$
- $m_1 = (v - b) - (b - y)$ – metalický index
- $c_1 = (u - v) - (v - b)$ – index popisujúci výšku Balmerovho skoku.

Družica Hipparchos disponuje svojimi vlastnými filrami. Tie sú umiestnené v optickej oblasti, filter B_T na vlnovej dĺžke 422 nm, V_T na 527 nm a H_P na 517 nm, s pološírkami 67, 100 a 230 nm (Bessell, 2005). Filter H_P , ktorý je používaný v ďalších kapitolách, je v porovnaní so Strömrenovými filrami desaťnásobne širší. V prípade, že sa v rámci vlnových dĺžok prepúšťaných týmto filtrom odohrávajú v spektre významné zmeny, môže jasnosť v tomto filtri podávať chybné interpretovanú informáciu.



Obr. 2.1: Filtre Strömgrenovho a Hipparchovho systému. Na zvislej ose je znázornená relatívna priepustnosť. Prevzaté a upravené z [Bessell \(2005\)](#).

2.2 Svetelná krivka

Zmeny jasnosti premenných hviezd popisuje tzv. *svetelná krivka*. Jasnosť môže byť charakterizovaná ako hviezdna veľkosť, intenzita alebo žiarivý tok, najčastejšie sa vyjadruje v magnitúdach. Astrofyzikálne zaujímavá je jej závislosť na čase, resp. na inej funkcii času, ten sa zvykne vyjadrovať pomocou heliocentrického juliánskeho dátumu (HJD) počítaného v dňoch. V prípade nepravidelných svetelných zmien nám dobre poslúži svetelná krivka vo forme časovej závislosti jasnosti. Ak však pracujeme s periodicky premennými hviezdami, vhodnejšia je *fázová svetelná krivka*, kde miesto času figuruje fáza.

K popisu fázovej svetelnej krivky je potreba definovať niektoré pomocné veličiny a parametre. M_0 je určitý charakteristický časový okamih, zvyčajne ide o minimum alebo maximum jasnosti. *Epocha* $E(t)$ je počet celých cyklov, ktoré ubehli od tohto počiatočného okamihu a *fáza* $\varphi(t)$ popisuje v akej časti cyklu premennosti sa objekt práve nachádza. Fáza monotónne narastá od 0 do 1 a s každým ukončeným cyklom znovu začína na nule. *Fázová funkcia* $\theta(t)$ je daná súčtom epochy a fázy, vo väčšine prípadov je to spojitá lineárna funkcia. Tieto veličiny sú zviazané nasledovnými rovnicami:

$$\vartheta(t) = E(t) + \varphi(t); \quad \varphi(t) = \text{frac}[\vartheta(t)]; \quad E(t) = \text{floor}[\vartheta(t)]. \quad (2.1)$$

V prípade konštantnej periódy P platia medzi zmieňovanými veličinami vzťahy

$$\vartheta(t) = \frac{t - M_0}{P}; \quad \varphi(t) = \text{frac} \left[\frac{t - M_0}{P} \right]; \quad E(t) = \text{floor} \left[\frac{t - M_0}{P} \right]. \quad (2.2)$$

Podrobnejšia charakteristika definovaných termínov a ich použitie aj pre premenné hodnoty periódy popisuje [Mikulášek & Zejda \(2013\)](#).

2.3 Nelineárna regresia

Pri analýze astrofyzikálnych pozorovaní je častou úlohou snaha o ich preloženie vhodnou modelovou funkciou. Jej zavedenie môže byť čisto empirické na základe tvaru skúmanej závislosti alebo ide o fyzikálne odvodenú formulu. Samotná modelová funkcia obsahuje voľne premenné parametre a úlohou regresnej analýzy je matematickým postupom určiť hodnotu týchto parametrov, aby výsledná funkcia čo najlepšie popisovala skúmanú závislosť. Nasledujúce vzťahy popisujúce lineárnu a nelineárnu regresiu pochádzajú z [Mikulášek & Zejda \(2013\)](#).

Nech existuje lineárna regresná funkcia $f(t, \beta)$, kde t predstavuje čas (všeobecne akúkoľvek nezávislú veličinu) a β je stĺpcový vektor predstavujúci voľné parametre. Potom má takáto funkcia tvar

$$f(t, \beta) = \sum_{j=1}^g \beta_j x_j(t) = \mathbf{x}\beta, \quad (2.3)$$

kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_g)$, pričom x_1, x_2, \dots, x_g sú funkcie času a $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_g)^T$. Majme celkový počet meraní n a y_i nech je hodnota i -tého merania závislej veličiny y . Vyrobneme maticu \mathbf{X} naskladaním vektorov \mathbf{x}_i príslušných i -tému meraniu do riadkov pod seba a maticu \mathbf{W} poskladanú z váh w_i umiestnených na diagonále:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n \end{pmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

V prípade, že poznáme hodnoty chýb merania δy_i , hodnoty váh môžu byť určené nasledovne:

$$w_i = \frac{n \delta y_i^{-2}}{\sum_{i=1}^n \delta y_i^{-2}}. \quad (2.5)$$

V opačnom prípade budú váhy v prvej aproximácii jednotkové a následne môže byť hodnota δy_i zamenená za štandardnú odchýlku σ (podľa rovnice 2.9) charakteristickú zvlášť pre každý súbor meraní.

Odchýlky jednotlivých meraní od modelovej funkcie $e_i = y_i - f(t_i, \beta)$ by v ideálnom prípade mali byť čo najmenšie. Na stanovenie takejto situácie sa používa metóda najmenších štvorcov, pri ktorej platí, že $S(\beta) = \sum_{i=1}^n e_i^2 w_i$ je minimálne. Tá nastáva vtedy, keď sú všetky parciálne derivácie funkcie $S(\beta = \mathbf{b})$ podľa parametrov β_j nulové. Jednoduchými úpravami tejto podmienky získame výslednú hodnotu parametrov

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}. \quad (2.6)$$

Nelineárne regresné funkcie môžeme v prvom priblížení previesť na lineárne pomocou prvých dvoch členov Taylorovho rozvoja:

$$f(\mathbf{b}_0, \Delta\beta) \cong f(\mathbf{b}_0) + \mathbf{x}\Delta\beta. \quad (2.7)$$

Týmto získame lineárnu aproximáciu, s ktorou postupujeme podobne ako v prípade lineárnej regresie. Najprv je potrebné odhadnúť prvotnú hodnotu parametrov \mathbf{b}_0 a následne

určiť matice \mathbf{X} a \mathbf{W} , ktoré ostávajú nezmenené, matica \mathbf{X} ako matica parciálnych derivácií $\partial f / \partial \beta_j$ bude však v tomto prípade komplikovanejšia na výpočet. Zmena nastane v aplikácii

$$\mathbf{y} \Rightarrow \Delta \mathbf{y} = \mathbf{y} - f(\mathbf{b}_0), \quad \Delta \mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{y}. \quad (2.8)$$

Parameter \mathbf{b}_0 opravíme o korekčný člen $\Delta \mathbf{b}$ a tento cyklus zopakujeme, kým nedostaneme požadovanú presnosť.

V prípade, že potrebujeme poznať hodnotu štandardnej odchýlky σ , prípadne hodnoty chýb určenia parametrov, vypočítame ich pomocou vzorcov

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta \mathbf{y}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{y}}{n - g}}, \quad \delta \mathbf{b} = \sigma \sqrt{\text{diag}[(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1}]}. \quad (2.9)$$

Aplikácia nelineárnej regresie, všetky výpočty, simulácie a grafy v nasledujúcej časti práce sú výstupom vlastného programovania v jazyku MATLAB.

Kapitola 3

Modelovanie svetelných kriviek hviezd so škvrnami

3.1 Geometrický popis škvorny

Svetelné zmeny premenných hviezd vznikajú v dôsledku meniaceho sa toku žiarenia, či už z fyzikálnych alebo geometrických dôvodov. Medzi geometricky premenné hviezdy patria tie, ktorých jasnosť sa mení vďaka meniacej sa geometrii, nie kvôli prebiehajúcim fyzikálnym procesom. V tejto kapitole bude rozoberaná situácia nerovnomerne rozloženého jasnosti na povrchu hviezdy v dôsledku prítomnosti škvŕn. Jedna z možností popisu takýchto svetelných zmien, ktoré sú súčasne periodické, je svetelná krivka. Tá ukazuje, ako sa mení jasnosť hviezdy v závislosti na fáze, resp. uhle natočenia hviezdy voči pozorovateľovi.

Jedným z cieľov analýzy premenných hviezd je popísať vzhľad ich svetelnej krivky matematicky. Aby sme svetelnú krivku mohli prekladať vhodným modelom, musíme najprv zistiť, ako by mala samotná krivka vyzeráť. V prípade chemicky pekuliárnych hviezd je jej vznik podmienený čisto geometriou rotujúcej sférickej hviezdy pokrytej perzistentnými škvrnami. Potom nech sa intenzita naprieč spektrom mení akokoľvek, jej hodnota na jednej vlnovej dĺžke pri konštantnej fáze sa behom času nemení. To samozrejme platí len v prípade, keď nepredpokladáme iné formy premennosti.

Nasledujúci postup modelovania pracuje s dvoma zjednodušujúcimi predpokladmi, a to so sféricou hviezdou a kruhovou škvornou. Z astronomickej praxe plynie, že väčšina CP hviezd sa dá uspokojuivo nahradiť modelovou hviezdou s jednou alebo dvoma škvrnami, zriedkavo je ich treba k dostatočnému popisu viac. Zo začiatku sa zameriame na popis jednej kruhovej škvorny, efekty od viacerých škvŕn sa potom už len jednoducho sčítajú.

To, ako vyzerá priemet škvorny na hviezdnom disku, je dané niekoľkými parametrami. K ich popisu si zvolíme ľavotočivú súradnicovú sústavu, v ktorej x -ová os znázorňuje vodorovný smer na hviezdnom disku, z -ová os smer zvislý a y -ová os smeruje k nám. Polohu stredu škvorny charakterizuje stelárna dĺžka (φ_0) a stelárna šírka (δ_0), obe hodnoty sú nulové pre bod v strede disku. Nech je škvorna definovaná ako prienik povrchu hviezdy s kužeľom majúcim vrchol v strede hviezdy. Polomer škvorny α nech je potom počítaný ako uhol medzi osou tohto kužeľa a jeho plášťom. Podstatný je aj sklon rotačnej osi hviezdy voči pozorovateľovi, ktorý reprezentuje uhol otočenia okolo osi x (označovaný ako ε). Jeho hodnoty v našom prípade dosahujú od $-\pi/2$ (južný pól hviezdy smeruje k nám) po $\pi/2$

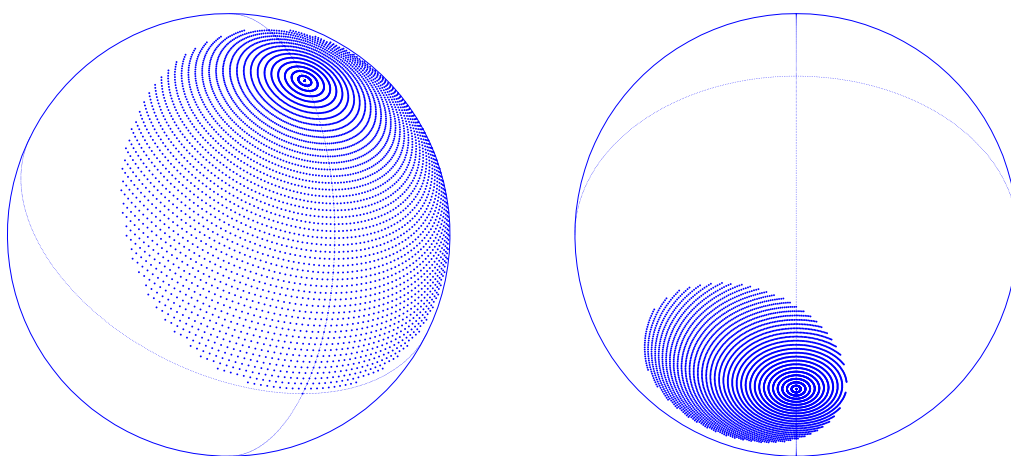
(v strede disku je severný pól). Posledným dôležitým parametrom je pootočenie rotačnej osi okolo osi z v kladnom smere vyjadrené uhlom λ . Matice otočenia okolo osí x a z majú potom tvar

$$O_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix}, \quad O_z = \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Pre zobrazenie priemetu škvvrny a následné určenie intenzity sú dostupné dva modely. Exaktným analytickým vyjadrením dostaneme síce presnejšie výsledky, avšak jeho všeobecný popis je aj pre jednoduchú kruhovú škvvrnu obtiažny. Určenie celkovej intenzity škvvrny je potom ešte o ďalší rád náročnejšie. Preto je vhodnejšie použitie sférickej súradnicovej siete, pri ktorom je povrch hviezdy rozdelený na dostatočný počet malých plôšok. V rámci každého elementu je potom intenzita konštantná a medzi elementmi sa mení diskretné. Pre malé škvvrny je nutné použitie jemnejšieho delenia. V takomto systéme majú jednotlivé body pred a po otočení nasledovné súradnice:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta \sin \varphi \\ \cos \delta \cos \varphi \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad \vec{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = O_z \cdot O_x \cdot \vec{x}. \quad (3.2)$$

Nečiarkované súradnice sú spojené s rotujúcou sústavou hviezdy, čiarkované s priemetom hviezdneho disku tak, ako ho vidí pozorovateľ. Na obrázku 3.1 je ukážka, ako vyzerajú škvvrny na hviezde s rôznymi parametrami. Pri modelovaní sú všetky uhlové parametre určované v radiánoch a je používaná súradnicová sieť s delením, ktoré je rovnaké v stelárnej dĺžke aj šírke. Simuláciu rotácie hviezdy dostaneme lineárnym nárastom hodnoty stelárnej dĺžky φ .



Obr. 3.1: Príklady vzhľadu škvvrny pri parametroch $[\alpha, \varphi_0, \delta_0, \varepsilon, \lambda] = [1.0, 0, 1.0, 0.8, 0.5]$ a delení $\pi/100$ na obrázku vľavo a $[0.5, -1.5, -1.3, -0.8, 0]$ použitím delenia $\pi/150$ na pravom obrázku.

Samotná škvvrna je v používanom „bodovom modeli“ definovaná ako množina bodov, ktoré majú kladnú y -ovú hodnotu (sú na privrátenej strane disku) a súčasne sú od stredu

vzdialené menej, než je polomer škvorny. V prípade kruhovej škvorny pre jej vnútorné body platí

$$\cos \alpha \leq \sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\varphi - \varphi_0). \quad (3.3)$$

Používanie kruhovej škvorny je najjednoduchšie, možné je však nahradiť ju aj iným dobre definovaným útvarom, používal som napríklad aj eliptické škvorny, ich všeobecný popis je však už o niečo náročnejší.

3.2 Určenie intenzity

Ďalším krokom v popise svetelnej krivky je určenie intenzity v závislosti na fáze. Celková intenzita je integrálom plošnej intenzity, ktorá je reprezentovaná jasnosťou jednotlivých bodov. Pri počítaní integrálu je potrebné brať v úvahu štyri aspekty. Prvým je veľkosť plošného diferenciálu, resp. veľkosť plôšky, ktorá zodpovedá každému uzlu. Bodu so súradnicami $[\varphi, \delta]$ prislúcha na sfére plocha o veľkosti $\cos \delta dS$. Druhým je priemet plochy voči pozorovateľovi, ktorý je úmerný výrazu $\cos \rho$, kde ρ je uhlová vzdialenosť bodu na povrchu od stredu priemetu hviezdneho disku. Tretím aspektom je absorbný koeficient η , ktorý vyjadruje, aká časť energie je škvornou pohltaná. V prípade, že je škvorna úplne tmavá, dosahuje hodnotu 1, naopak svetlé škvorny môžu byť teoreticky popísané akýmkoľvek záporným číslom. Pre jednoduchosť budem pracovať s homogénnymi úplne tmavými škvrnami. Používaním tohto parametra sa nemení vzhľad svetelnej krivky, iba veľkosť jej amplitúdy, a to priamo úmerne skutočnej hodnote η . Tú však zo svetelnej krivky priamo určiť nedokážeme.

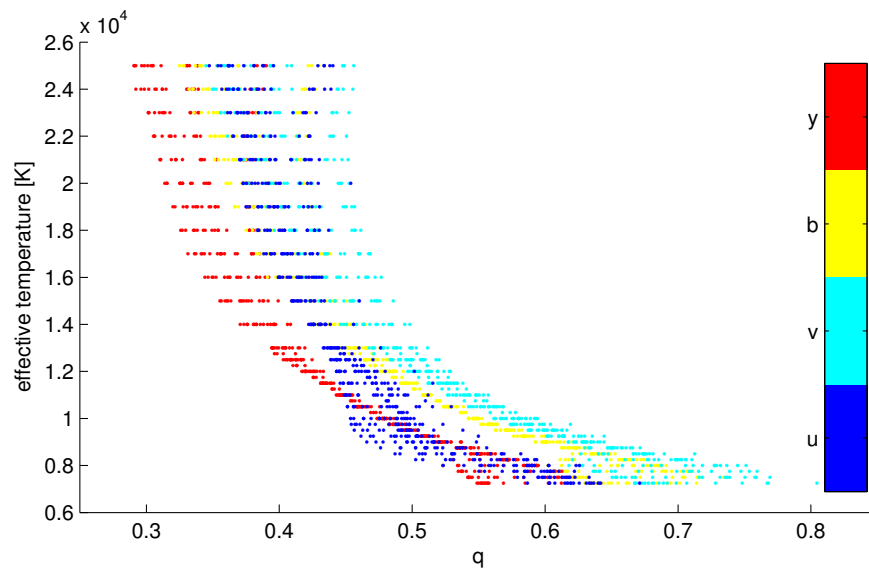
Prvé dva aspekty intenzity sú čisto geometrického charakteru, dajú sa exaktne vyjadriť, zatiaľ čo štvrtým je efekt okrajového stmernenia, ktorý je fyzikálnym javom atmosféry a jeho vyjadrenie je preto len približné. Jednou z aproximácií popisujúcich charakter okrajového stmernenia je vzťah

$$I(\rho) = I_0[1 - q(1 - \cos \rho)], \quad (3.4)$$

kde I_0 je intenzita v strede hviezdneho disku a q je koeficient okrajového stmernenia závislý na vlnovej dĺžke. Toto vyjadrenie je použité v štúdiu [Claret & Bloemen \(2011\)](#), kde z výsledkov modelovania vyplýva rozsah prípustných hodnôt parametra q od 0 do približne 1.6.

Na úplný popis rovnomerne jasnej kruhovej škvorny je teda potrebných minimálne 7 parametrov: $\alpha, \delta_0, \varphi_0, \varepsilon, \lambda, \eta, q$. Pri tak veľkom počte premenných prakticky nie je možné získať zo svetelnej krivky interpretačne prínosné a uspokojivé výsledky. Je nutné minimalizovať ich počet. Výsledky modelovania potvrdzujú intuitívny predpoklad, že parameter φ_0 nijako nemení vzhľad svetelnej krivky, zapríčiňuje len jej fázový posun. Amplitúda svetelných zmien je závislá na všetkých ostatných parametroch. Je prakticky nemožné jej interpretáciou získať nejaké závery. Parameter η nijako nemení veľkosť pološírky, mení len amplitúdu. Tým, že ho budeme považovať za konštantu síce pridáme o možnosť presnej interpretácie amplitúdy, ale na druhej strane sa tým zmenší počet popisných parametrov.

Takisto je možné zvoliť hodnotu lineárneho koeficientu okrajového stmernenia konštantnú zavedením určitých predpokladov. Nakoľko sa táto práca zaoberá chemicky



Obr. 3.2: Vzťah medzi efektívnou teplotou a prípustnými hodnotami lineárneho koeficientu okrajového stmernenia u chemicky pekulárnych hviezd pre filtre Strömgrenovho systému. Graf je spracovaný na základe výsledkov modelovania Claret & Bloemen (2011).

pekulárnymi hviezdami, pri štúdiu sa obmedzujeme len na hviezdy s teplotami 7000–25 000 K (Smith, 1996). Povrchové gravitačné zrýchlenie $\log g$ sa v spomínanej kategórii pohybuje zvyčajne v rozmedzí 3.0–4.5 v sústave CGS. Pri skúmaní svetelných kriviek sa v tejto práci sústreďujem na spracovávanie dát vo viditeľnej oblasti, rozsah vlnových dĺžok je tak približne od 350 do 550 nm. Z výsledkov, ktoré uvádza Claret & Bloemen (2011), používam tie, ktoré boli vytvorené modelom ATLAS použitím metódy najmenších štvorcov. Selekciou všetkých spomenutých kritérií získame približný obraz o rozsahu hodnôt lineárneho koeficientu okrajového stmernenia, ktorý nám ponúka obrázok č. 3.2. Odtiaľ plynie interval hodnôt zhruba v rozmedzí 0.3–0.8. V nasledujúcich kapitolách je používaná konštantná hodnota 0.5 v prípade, že nie je povedané inak. Pri interpretácii výsledkov však netreba zabúdať na to, že v rôznych filtroch pri rôznych efektívnych teplotách hviezd, sa hodnota koeficientu q mení.

Na získanie dostatočne presnej intenzity je potrebné zvoliť čo najjemnejšie delenie, napr. aby škvrna o polomere 0.1 rad bola popísaná aspoň 100 bodmi, musí byť delenie menšie ako $\pi/200$. Na druhej strane vysoká presnosť zvyšuje výpočetný čas. Podobne treba postupovať aj pri tvorbe svetelnej krivky, kedy sa určuje fázový priebeh intenzity.

3.3 Výsledky simulácií

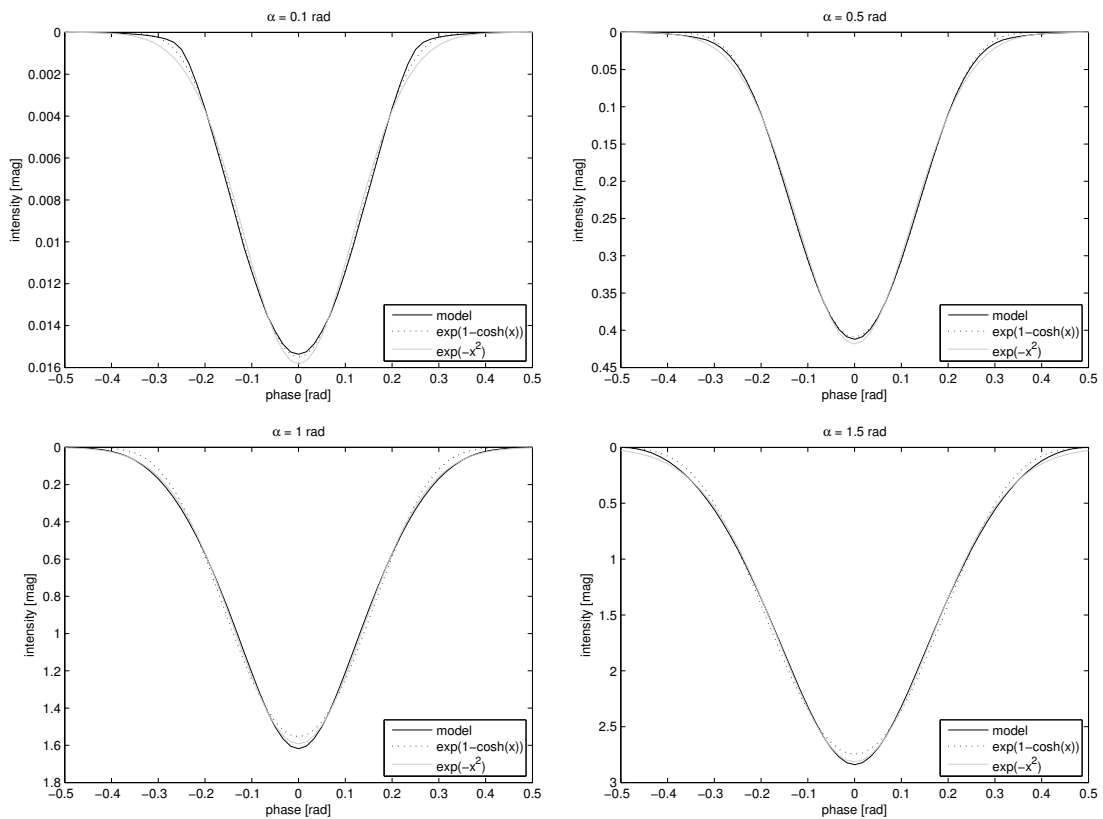
Vzhľad svetelnej krivky je závislý na mnohých parametroch. V prvom kroku som zisťoval, ako sa mení v závislosti na polomere. K tomu som použil program, ktorý generoval sto svetelných kriviek s náhodnými vstupnými hodnotami parametrov $\varphi_0, \delta_0, \varepsilon, \lambda$. Táto náhodnosť bola upravená tak, aby sledovala náhodné rozdelenie bodov na sfére, pretože

bez toho by boli napríklad body v okolí pólov preferované. Výsledná priemerná krivka pre daný polomer vznikla naskladaním stovky svetelných kriviek na seba a následným spriemerovaním.

Vo svojej predchádzajúcej práci (Jagelka, 2013) som bez hlbšieho fyzikálneho odôvodnenia pracoval s dvoma modelovými funkciami, ktorými som popisoval vzhľad svetelnej krivky hviezdy s jednou škvrnou:

$$f = y \exp\left(-\frac{x^2}{2s^2}\right), \quad (3.5)$$

$$f = y \exp\left(1 - \cosh\frac{x}{s}\right). \quad (3.6)$$

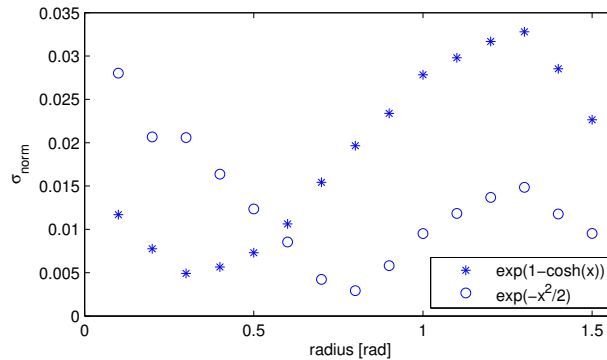


Obr. 3.3: Svetelné krivky modelových škvŕn o veľkosti 0.1, 0.5, 1.0 a 1.5 rad preložené používanými funkciami.

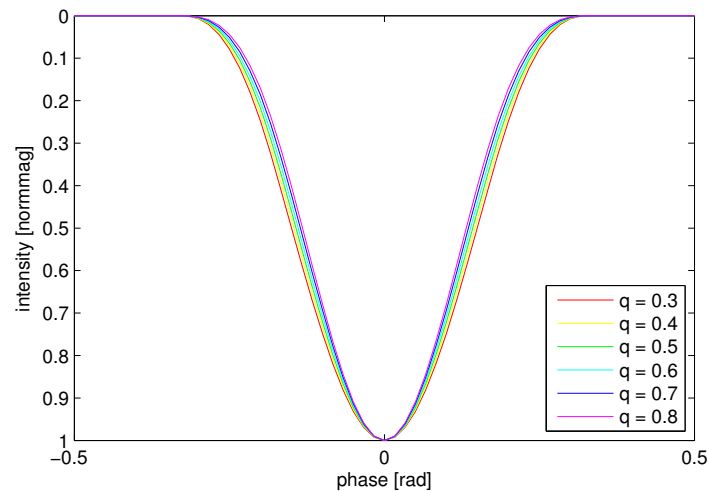
Jedným z výsledkov modelovania je overenie, či používané funkcie dostatočne presne popisujú skutočný tvar svetelnej krivky modelovej škvŕny. Na obrázku 3.3 možno vidieť zistené výsledky. Používané funkcie sa od namodelovaných svetelných kriviek líšia len nepatrne. Sekvencia obrázkov znázorňuje, ako sa mení svetelná krivka pri zmene veľkosti škvŕny. Malé škvŕny lepšie popisuje funkcia obsahujúca hyperbolický kosínus, pre väčšie škvŕny je vhodnejšia Gaussova funkcia. Takisto je zreteľný rozdiel v amplitúde intenzity. Škvŕny s polomerom 0.1 rad vyvolávajú zmeny, ktoré sú na hranici detekčných schopností bežných súčasných prístrojov, väčšie škvŕny majú aj amplitúdy väčšie. Treba však

pripomenúť, že tento efekt môže silne ovplyvniť voľba absorpčného koeficientu η . Tiež je možné si všimnúť, že s rastúcim polomerom rastie aj šírka svetelnej krivky a jej základňa sa rozširuje.

Obrázok č. 3.4 popisuje závislosť normovanej štandardnej odchýlky pre obe modelové funkcie v závislosti na polomere škvry. Na ňom sú predchádzajúce závery ešte názornejšie. Zvislá os grafu sa dá interpretovať aj ako relatívna chyba určenia amplitúdy. Do uhlového polomeru približne 0.5 rad je na popis svetelnej krivky vhodnejšia funkcia s hyperbolickým kosínom, no pre väčšie škvry je presnosť Gaussovej funkcie viacnásobne vyššia.



Obr. 3.4: Závislosť normovanej štandardnej odchýlky (štandardná odchýlka delená amplitúdou) modelových funkcií na uhlovom polomere škvry.



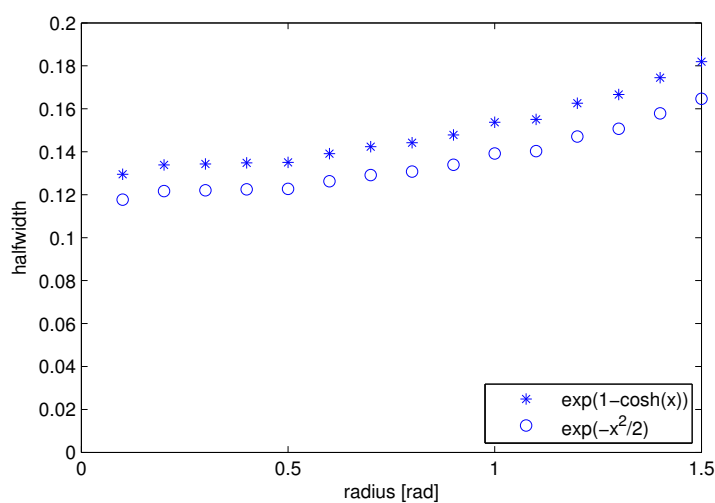
Obr. 3.5: Tvary svetelných kriviek pre rôzne hodnoty parametra q pre modelovú hviezdú $[\alpha, \delta_0, \varepsilon, \lambda] = [0.5, 0.0, 0.0, 0.0]$

V predchádzajúcej podkapitole bol rozoberaný význam koeficientu q . Pozmenením doteraz používanej vstupnej hodnoty tohto parametra môžeme sledovať ako veľmi sa mení tvar svetelnej krivky. Z obrázka č. 3.5 vidno, že zmeny sú pomerne malé. To je podporené aj skutočnými modelovými výpočtami, z ktorých vyplýva niekoľko nasledovných

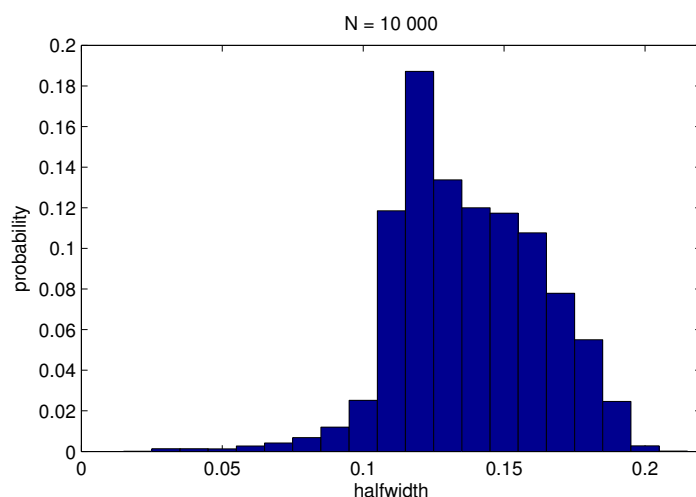
faktov. Zvýšenie hodnoty koeficientu okrajového stemnenia o 0.1 má za následok zúženie pološírky svetelnej krivky o maximálne 3 % pre malé škvrnny (polomer 0.1 rad) a o 1 % pre veľké škvrnny (polomer 1 rad). Celkovo môže byť nepresnosť pološírky v dôsledku používania konštantnej hodnoty maximálne približne 8 %, aj to len v zriedkavých prípadoch. Pre vyššie hodnoty v rámci prípustného intervalu parametra q je presnosť preloženia modelovými funkciami až dvojnásobne vyššia ako pri použití jeho spodnej hranice – 0.3. So zväčšením parametra q o hodnotu 0.1 sa znižuje amplitúda, a to niekedy o viac než 5 %. Zmena amplitúdy značne závisí aj na ostatných parametroch.

Z týchto výsledkov plynie záver, že parameter q je až sekundárnym činiteľom ovplyvňujúcim tvar svetelnej krivky. To však platí len pri vyššie spomínaných predpokladoch. Pri modelovaní kriviek v infračervenej oblasti, kde q dosahuje hodnoty len približne 0.1, treba myslieť na to, že na vlnovej dĺžke $8 \mu\text{m}$ môže byť pološírka až o 20 % väčšia ako vo filtri ν . Tento parameter už bude v ďalšej práci považovaný za konštantný.

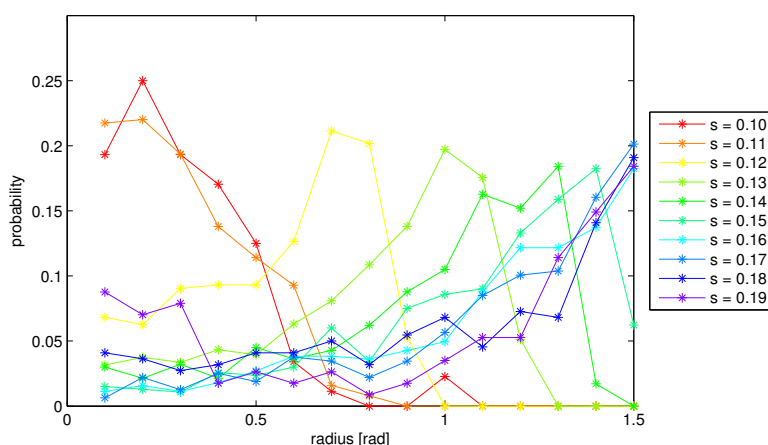
Ďalším výsledkom modelovania je popis pološírky používaných funkcií, ktorý znázorňuje obrázok č. 3.6. Pološírka je označovaná písmenom s v používaných vzťahoch 3.5 a 3.6 a pre názornosť nie je vyjadrovaná v uhlovej, ale fázovej miere. Z tohto grafu plynie záver, že pološírka kruhovej škvrnny pre Gaussovú funkciu sa veľmi nemení, jej veľkosť nadobúda hodnoty v intervale približne od 0.12 do 0.16. V ďalšej práci budem štatisticky spracovávať dáta už len popisovaním Gaussovou funkciou, pretože v astronomickej praxi sa častejšie stretávame s väčšími škvrnami, pri ktorých jej použitie dáva presnejšie výsledky. Rozsah hodnôt pološírky Gaussovej funkcie je ešte lepšie znázornený na obrázku č. 3.7. Tento graf bol vytvorený z 10 000 svetelných kriviek s náhodne generovanými hodnotami parametrov α , δ_0 , ε a λ . Tentokrát som však získané svetelné krivky nesčítaval, ale priamo prekladal modelovými funkciami, a tak som získal parametre fitov. Z tejto simulácie plynie, že 95 % všetkých škvŕn vytvára pološírku v rozmedzí od 0.1 do 0.19 a len jedno percento má pološírku menšiu ako 0.08. To samozrejme platí len v prípade, ak predpokladáme, že pravdepodobnosť výskytu veľkých aj malých škvŕn je rovnako veľká. Aritmetický priemer pološírky je 0.138 a medián má hodnotu 0.135.



Obr. 3.6: Závislosť parametrov s , resp. pološírky modelových funkcií na uhlovom polomere škvŕny.


 Obr. 3.7: Histogram pravdepodobnosti parametra s .

Jedným zo základných cieľov týchto simulácií je z pozorovanej svetelnej krivky určiť parametre škvry, prípadne polohu rotačnej osi hviezd. K dispozícii máme ako výsledok fitu len dva parametre, a to amplitúdu a pološírku. Obe vlastnosti sú priamo spojené s veľkosťou škvry. Nakoľko však nedokážeme z fotometrického pozorovania priamo určiť hodnotu absorpčného koeficientu η , skutočná amplitúda môže byť značne skreslená. Pri pokuse o odvodenie veľkosti škvry pomocou pološírky som dospel ku grafu znázornenému na obrázku č. 3.8. Graf bol vytvorený z vyššie spomínaného súboru 10 000 svetelných kriviek s náhodným vstupnými údajmi. Znárodňuje pravdepodobnosť veľkosti škvry v závislosti na nameranej hodnote pološírky s vo fázovej miere. Ide však len o pološírky v intervale

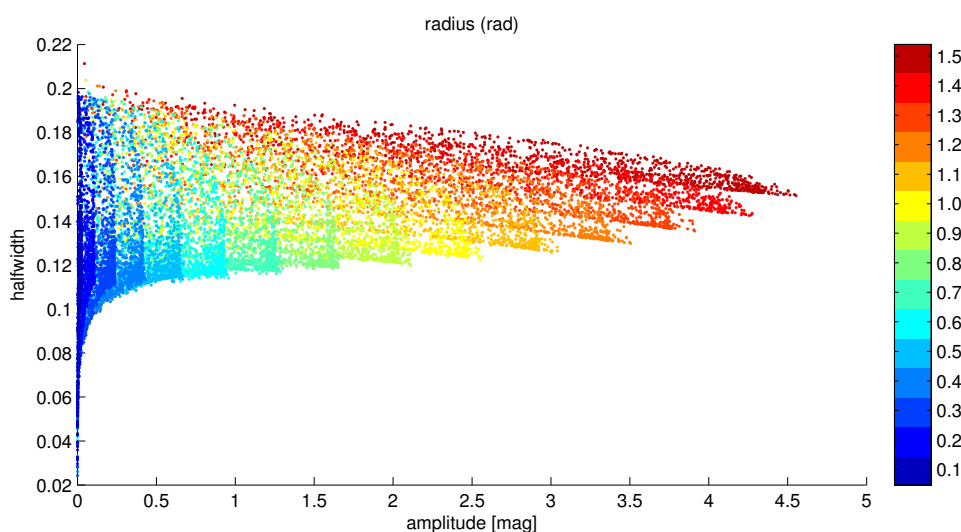


Obr. 3.8: Graf znázorňuje pravdepodobnosť, že škvryna dosahuje danú veľkosť v závislosti na nameranej pološírke.

0.10–0.19, ktoré zahŕňajú 95 % všetkých možných hodnôt. Z grafu možno vidieť, že veľké škvry majú užší interval možných pološírokov. Tiež je očividné, že nie je možné k danej

pološírky určiť presnú veľkosť škvorny, ale len zhruba odhadnúť jej veľkostnú kategóriu. Približne však platí intuitívna myšlienka, že malé pološírky sú skôr spôsobené malými škvrnami a veľké pološírky veľkými.

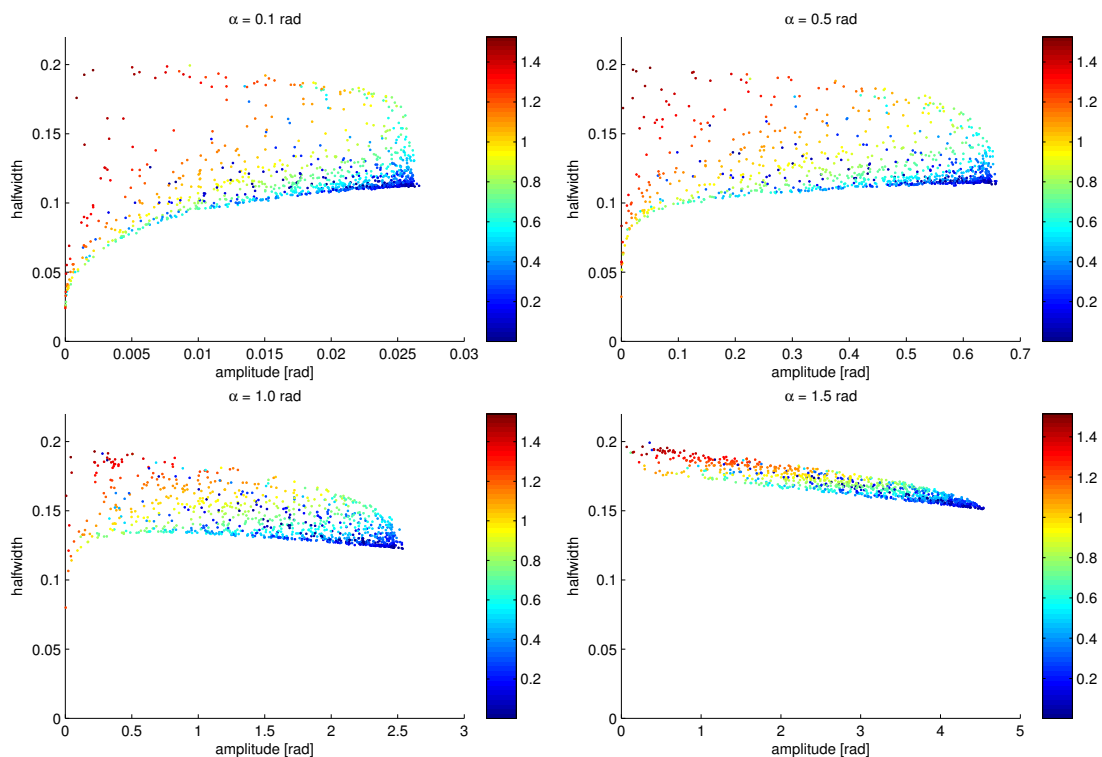
V ďalšom postupe som sa zameril na vlastnosti jednotlivých škvŕn. Podobne ako v predchádzajúcom prípade som vytvoril pre každú z veľkostných kategórií (od 0.1 do 1.5 rad) súbor 1000 škvŕn s náhodnými parametrami δ_0 , ϵ , λ . Jeden z výsledkov je znázornený na obrázku č. 3.9, kde je zobrazená závislosť pološírky fitovanej Gaussovej krivky na jej amplitúde, pre každú z 15 000 škvŕn. Pološírka Gaussovej krivky je opäť vyjadrená vo fázovej miere. Výsledky niektorých škvŕn nie sú brané v úvahu, a to tie, ktoré sa neprejavujú zmenami jasnosti hviezdy, vyskytujú sa celý čas len na odvrátenej strane hviezdy. Z grafu možno usudzovať, že veľké škvorny (1.5 rad) dosahujú na svetelnej krivke pološírku iba v rozsahu 0.15–0.20, kým malé škvorny môžu dosahovať pološírku v rozsahu 0–0.20. Prípady s extrémne úzkymi pološírkami sa však v pozorovateľskej praxi nevyskytujú, pretože dosahujú len nepatrné zmeny jasnosti. Takisto sú existenčne zriedkavé. Tento graf spolu s predchádzajúcim môžeme pri spracovávaní svetelných kriviek používať tak, že dokážeme zhruba odhadnúť hornú hranicu veľkosti škvorny. Napríklad svetelná krivka s pološírkou 0.12 nemôže byť vytvorená škvornou s väčším polomerom ako 1.0 rad. Toto však platí len pre podmienky, s ktorými sme počítali – homogénny jas škvorny, kruhový tvar, $q = 0.5$.



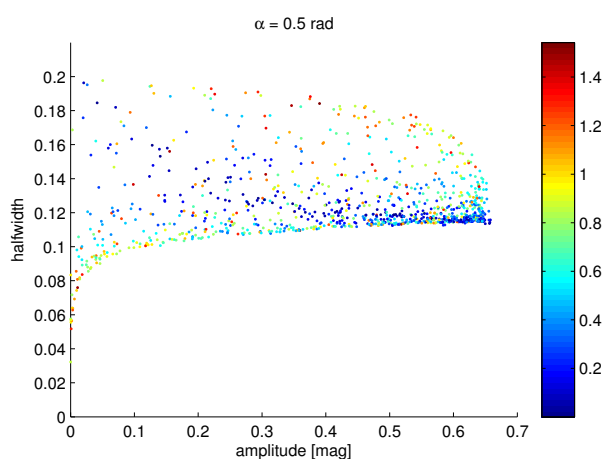
Obr. 3.9: Závislosť pološírky preloženej Gaussovej funkcie na amplitúde intenzity pre jednotlivé veľkosti škvorny znázornené pomocou farebnej škály.

Reálne škvorny nemajú ideálny kruhový tvar, často sú pretiahnuté a zdeformované. V takom prípade môžeme jednu škvornu celkom spoľahlivo nahradiť dvomi, s odlišnými polohami. V prípade, že je reálna škvorna pretiahnutá v rovnobežkovom smere, polohy stredov dvoch modelových škvŕn sú posunuté vo fáze a súčet dvoch posunutých gaussových kriviek vytvorí krivku o väčšej pološírke. Takto je možné dosiahnuť vyššiu hodnotu pološírky, ako je horná hranica 0.2. Na druhej strane súčet dvoch modelových škvŕn, ktoré nahrádzajú reálnu škvornu pretiahnutú v poludníkovom smere, výslednú pološírku

nezmešuje ale spriemeruje. Geometricky preto neexistuje možnosť existencie škvŕn s pološírkou menšou než približne 0.08 s amplitúdou, ktorú by bolo možné odhaliť súčasnými prístrojmi.



Obr. 3.10: Závislosť pološírky preloženej Gaussovej funkcie na amplitúde so zameraním na parameter stelárnej šírky stredú škvŕny δ_0 vyjadrenej pomocou farebnej škály.



Obr. 3.11: Závislosť pološírky preloženej Gaussovej funkcie na amplitúde so zameraním na parameter sklonu rotačnej osi ϵ .

Ďalšie výsledky sa zameriavajú aj na ostatné zo vstupných parametrov. Sekvencia grafov na obrázku č. 3.10 znázorňuje podobné rozloženie parametrov simulovaných škvŕn, ako na obrázku č. 3.9, nachádza sa však na nich navyše ešte farebná škála parametru δ_0 , čo je stelárna šírka centra škvŕny. Graf neberie ohľad na to, či je šírka kladná alebo záporná. Zo všetkých grafov zhodne vyplýva, že škvŕny v okolí hviezdneho rovníka majú charakteristickú pološírku, a to spravidla menšiu ako škvŕny vo vyšších šírkach. Okrem toho by sa z týchto grafov dalo vyvodit' ešte pár iných záverov.

Hľadať nejakú pravidelnosť pre ostatné parametre je už o čosi ťažšie. Nenájdeme ju napríklad pre premennú λ . U parametra sklonu rotačnej osi ε sa rysuje len slabá závislosť, ako nám ukazuje obrázok č. 3.11.

Kapitola 4

Alternatívne metódy analýzy svetelných kriviek

4.1 Prekladanie harmonickým polynómom

V astronomickej praxi sa na popis svetelných kriviek často používajú funkcie obsahujúce harmonické polynómy. Ich výber je vhodný z dôvodu ich periodicity, z pohľadu interpretácie fyzikálneho významu jednotlivých parametrov však niekedy zaostáva. Napriek tomu je však použitie harmonických polynómov veľmi rozšírené, preto je vhodné otestovať, ako veľmi daný model zodpovedá reálnym svetelným krivkám.

Gaussovú funkciu môžeme pomocou Fourierovej analýzy rozložiť na radu harmonických polynómov. Pre nasledovnú formu Fourierovej transformácie a jednotlivé koeficienty možno napísať:

$$f(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[a_i \cos \frac{2\pi i \varphi}{P} + b_i \sin \frac{2\pi i \varphi}{P} \right], \quad (4.1)$$

$$a_i = \frac{2}{P} \int_{-P/2}^{P/2} f(\varphi) \cos \frac{2\pi i \varphi}{P} \quad b_i = \frac{2}{P} \int_{-P/2}^{P/2} f(\varphi) \sin \frac{2\pi i \varphi}{P}. \quad (4.2)$$

Predpokladajme, že pološírka Gaussovej funkcie je natoľko malá, že prakticky jej celá plocha je obsiahnutá vnútri fázového intervalu $[-0.5, 0.5]$. Transformáciou Gaussovej funkcie potom obdržíme pre koeficienty hodnoty

$$a_i = \frac{s\sqrt{8\pi}}{P} e^{-\frac{2\pi^2 s^2 i^2}{P^2}}, \quad b_i = 0. \quad (4.3)$$

Použitím koeficientov s indexmi $i = 1, \dots, n$ vytvoríme harmonické polynómy n -tého stupňa, čím vyšší rád, tým vyššia presnosť. Túto situáciu zachycuje obrázok č. 4.1, z ktorého vyplýva, že nižšie hodnoty pološírok zvyšujú rozdiel medzi Gaussovou funkciou a jej Fourierovým radom n -tého stupňa. Numericky môžeme tento rozdiel určiť zavedením integrálnej metriky vzdialenosti medzi funkciami:

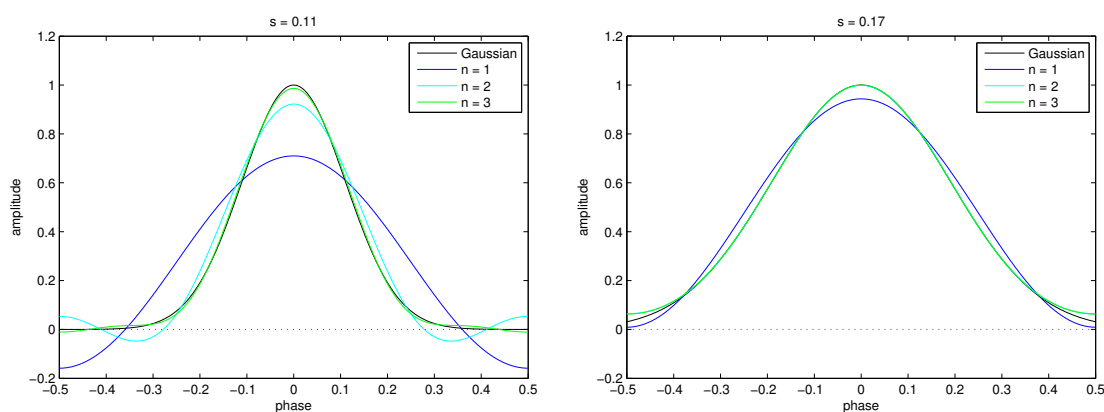
$$|f - g| = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx. \quad (4.4)$$

Táto vzdialenosť vyjadrená v percentuálnej miere plochy samotnej Gaussovej krivky pre rôzne stupne Fourierovho radu a rôzne hodnoty pološírky s je uvedená v tabuľke č. 4.1. Z tejto tabuľky vyplýva, že pre úspešný popis svetelných kriviek s ľubovoľnou pološírkou je ideálne potrebný polynóm 4. stupňa, naopak použitie polynómu druhého stupňa vytvára až 5% odchýlky pri pološírkach menších ako 0.14. V súlade s výsledkami grafu č. 3.7 je ale najčastejšia hodnota pološírky 0.12, ktorej v druhom ráde už zodpovedá chyba 10 %. Je potrebné si ale uvedomiť, že samotná chyba Gaussovej funkcie voči reálnym tvarom svetelných kriviek pre úzke pološírky vykazuje chybu nanajvýš 8 %. Naproti tomu chyba vzniknutá v dôsledku ohraničenia fázového intervalu pri Fourierovej transformácii dosahuje len približne 1 % pre pološírky väčšie ako 0.19. V prípade pretiahnutých škvŕn v rovnobežkovom smere dosahujúcich pološírky väčšie ako 0.25, je však táto chyba 5 % a viac.

$n \setminus s$	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19
1	70.8	59.9	20.2	41.5	33.9	27.3	21.6	16.8	12.8	9.5	6.8
2	31.1	21.9	15.0	9.9	6.4	4.0	2.4	1.5	1.0	0.8	0.9
3	10.0	5.5	2.8	1.4	0.6	0.2	0.2	0.2	0.3	0.6	0.9
4	2.4	0.9	0.3	0.1	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.6	0.9

Tabuľka 4.1: Tabuľka zachytáva rozdiel Gaussovej funkcie a jej harmonického ekvivalentu v integrálnej metrike v percentuálnom vyjadrení. Prvý riadok vyjadruje pološírku a prvý stĺpec stupeň harmonického polynómu.

Na obrázku č. 4.1 je rozdiel medzi Gaussovou funkciou a jej Fourierovým radom ešte názornejší. Úzke krivky vyžadujú vyšší rád, v opačnom prípade vznikajú pri základni oscilácie. Reálne hviezdy majú však škvŕny, ktoré len ťažko môžeme považovať za kruhové, takže nepresnosti v inak bežnom používaní harmonického polynómu druhého rádu môžu byť diskutabilné. Navyše prítomnosť druhej škvŕny môže oscilácie minimalizovať.



Obr. 4.1: Gaussova krivka preložená harmonickými polynómami 1., 2. a 3. rádu. Na obrázku vľavo je krivka s pološírkou 0.11 a na obrázku vpravo s pološírkou 0.17.

4.2 Metóda hlavných komponentov

Okrem Metódy najmenších štvorcov existujú ešte iné spôsoby na spracovanie dát. Principal Component Analysis (PCA) alebo Analýza hlavných komponentov je metóda, ktorá spočíva v transformácii dát do ortogonálneho systému vektorov. Tieto vektory predstavujú hlavné komponenty v n -rozmernom priestore, z ktorých sú v prípade systematickej závislosti niektoré zložky výrazne menšie oproti ostatným. Výhodou tejto metódy potom je, že je možné skúmať riešenie v nižších dimenziách, reprezentovaných len majoritnými vlastnými vektormi, čím klesá počet nutných parametrov. Rozklad do ortogonálneho systému tiež umožňuje zistiť prípadné charakteristiky, ktoré sú navyše na sebe nezávislé. Nevýhodou je, že tento typ analýzy neposkytuje žiadne fyzikálne interpretovateľné kvantitatívne výsledky. Analýza je taktiež aplikovateľná len pre multidimenzionálne merania. Nasledujúce vzťahy a značenie sú prebrané z Mikulášek (2007), kde je celá metóda rozobraná do detailov.

Nech pre názornosť máme p meraní v q fotometrických filtroch, pričom jednotlivé merania sú vyjadrené súborom riadkových vektorov dimenzie q : $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_p\}$. Transformujme tieto merania do vhodnejších súradníc:

$$z_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{y}_j}{s_j} \quad (4.5)$$

reprezentovaných maticou \mathbf{Z} , kde \bar{y}_j je priemerná hodnota vo farbe j a s_j priemerná chyba. V prípade, že uvažujeme váhy, ktoré sú definované rovnako ako v rovnici 2.4, môžeme pre vlastné vektory \mathbf{a}_i a vlastné hodnoty λ_i napísať

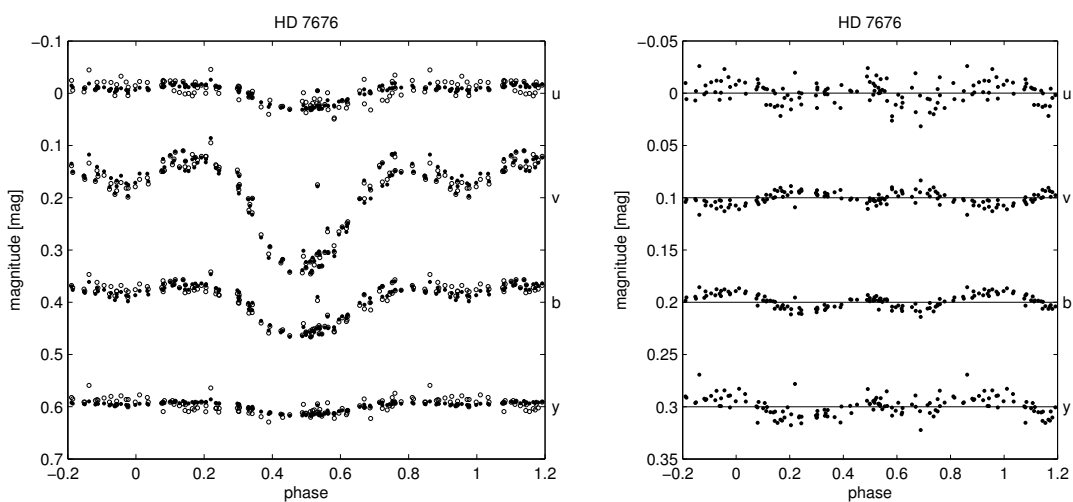
$$(\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z}) \mathbf{a}_i = \lambda_i \mathbf{a}_i. \quad (4.6)$$

Vyberme r vlastných vektorov s najväčšími vlastnými hodnotami, pričom $r \leq q$. Nech $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_r]$ a $\Lambda = \text{diag}([\lambda_1, \dots, \lambda_r])$, potom platí:

$$(\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z}) \mathbf{A} = \mathbf{A} \Lambda, \quad \mathbf{Z}_s = \mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{A}^T. \quad (4.7)$$

\mathbf{Z}_s predstavuje upravenú verziu matice \mathbf{Z} pozostávajúcu z lineárnych kombinácií r funkcií.

Na obrázku č. 4.2 je ukážka použitia PCA na fotometrických meraniach hviezdy HD 7676. Ľavý obrázok ukazuje, že spektrálnu zmenu dokážeme pomerne dobre popísať použitím jediného vlastného vektoru, o čom svedčí vlastná hodnota 0.71. Bližší pohľad na rezíduá z druhého obrázku však svedčí o potrebnosti druhej funkcie, ktorá je vo všetkých farbách viditeľne podobná a líši sa len amplitúdou. Počet stupňov, resp. použitých vlastných vektorov, reprezentuje počet odlišných mechanizmov premennosti. V prípade dvoch odlišných škvŕn je vhodné predpokladať dve charakteristické funkcie, je však možné, že obe škvŕny majú rovnakú štruktúru rozdelenia energie v spektre, a potom je potrebný len jeden stupeň voľnosti. Na tomto príklade je znázornené, ako sa dajú použiť výsledky PCA k odhadnutiu počtu potrebných parametrov. Táto metóda tiež potlačuje šum vzniknutý chybami merania.



Obr. 4.2: Použitie PCA na meraniach hviezdy HD 7676 vo filtroch *uvby*. Ľavý obrázok ukazuje svetelné krivky hviezdy v rôznych farbách s pôvodnými (otvorené krúžky) a upravenými dátami (plné krúžky) pri použití stupňa voľnosti $r = 1$. Pravý obrázok znázorňuje rezíduá, teda rozdiely medzi pôvodnými a upravenými hodnotami.

Kapitola 5

Analýza svetelných kriviek

5.1 Vstupné dáta

Zdroj dát, podobne ako v mojej bakalárskej práci, predstavovali pozorovania z databázy mCPod¹ (Mikulášek et al., 2007a). Tá obsahuje viac ako 200 000 fotometrických meraní vo viac ako 60 filtroch zhromaždených z približne 120 publikácií. Databáza je výsledkom spolupráce Oddelenia astrofyziky Ústavu teoretickej fyziky a astrofyziky Prírodovedeckej fakulty Masarykovej univerzity a Astronomického inštitútu Slovenskej akadémie vied. Oddelenie astrofyziky na Masarykovej univerzite je práve miestom, z ktorého prebieha centrálné riadenie databázy a s ktorým úzko spolupracujem.

Moja diplomová práca využíva súbor dát databázy mCPod obsahujúci všetky pozorovania hviezd vo filtroch *uvby* Strömgenovho systému a Hipparchovho filtra H_p o veľkosti 54 393 meraní. Jedná sa o pozorovania 83 hviezd prebrané z 55 publikácií, pričom každá hviezda bola pozorovaná v priemere troma rôznymi pozorovateľmi v celkovom rozsahu 64–2319 meraní. Pozorovacie údaje a ich pôvod sú uvedené v prílohe v tabuľke A.1. Každé jedno meranie obsahuje postupne údaje: HD identifikačné číslo hviezdy, HJD - Juliánsky heliocentrický dátum pozorovania, fotometrická jasnosť v danom filtri, identifikačné číslo filtra (zastúpené centrálnou vlnovou dĺžkou filtra) a identifikačné číslo pozorovateľa, resp. publikácie.

Okrem fotometrických pozorovaní je nutné poznať aj efemeridy jednotlivých hviezd, ktoré sú potrebné kvôli prevodu Juliánskeho dátumu na informáciu o fáze. K tomuto účelu mi môj školiteľ, prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc, poskytol súbor s vypočítanými periódami, ich chybami, s údajmi o základných minimách jednotlivých hviezd a ich type pekuliarit. Tieto údaje boli získané z predchádzajúcich modelovaní za použitia všetkých dostupných meraní rozšírených o ďalšie fotometrické filtre.

5.2 Prekladanie svetelných kriviek

V nadväznosti na bakalársku prácu (Jagelka, 2013) som pokračoval v používaní Gaussovej a modifikovanej Gaussovej funkcie zo vzťahov 3.5 a 3.6. Ako som dokázal v kapitole, zaoberajúcej sa simuláciami svetelných kriviek, používanie týchto funkcií je opodstatnené.

¹ samotná databáza je priamo prístupná na webovej adrese <http://mcpod.physics.muni.cz/>

Z dôvodu jednoduchosti a vyššej presnosti som ďalej používal len samotnú Gaussovú funkciu 3.5, ktorá je vhodnejšia pre väčšinový interval veľkosti škvŕn, a to v nasledujúcom tvare, buď pre jednu alebo pre dve škvŕny:

$$f(\varphi, \delta_i, \delta_j) = \sum_{i=1}^m f_{0i} \delta_i + \sum_{j=1}^n A_j \delta_j \left[\exp\left(-\frac{\phi_1^2}{2s_1^2}\right) - 2.5066s_1 \right], \quad (5.1)$$

$$f(\varphi, \delta_i, \delta_j) = \sum_{i=1}^m f_{0i} \delta_i + \sum_{j=1}^n A_j \delta_j \left[\exp\left(-\frac{\phi_1^2}{2s_1^2}\right) - 2.5066s_1 \right] + \sum_{j=1}^n B_j \delta_j \left[\exp\left(-\frac{\phi_2^2}{2s_2^2}\right) - 2.5066s_2 \right], \quad (5.2)$$

$$\text{kde} \quad \phi_{1/2} = (\varphi - \varphi_{1/2}) - \text{round}(\varphi - \varphi_{1/2}). \quad (5.3)$$

Index i je špecifický pre každý súbor dát pozorovaných jedným pozorovateľom v jednom filtri, index j prislúcha jednotlivým filtrom a $\delta_{i/j}$ má funkciu Kroneckerovej delta funkcie – v prípade, že sa meranie nachádza v súbore príslušnom indexu i/j , má hodnotu 1, inak 0. Parameter f_{0i} reprezentuje nulovú hladinu jasnosti i -tého súboru, A_j a B_j sú amplitúdy jasnosti škvŕn v j -tom filtri, φ_1 , resp. φ_2 , označujú fázovú polohu stredu škvŕny a s_1 , s_2 sú pološírky príslušné jednotlivým škvŕnám. Konštanta 2.5066 je príslušná harmonickému polynómu nultého rádu, ktorý posúva svetelnú krivku tak, aby boli amplitúdy zmien jasnosti voči nulovej hladine minimálne.

Otázne je, prečo bola funkcia 3.5 transformovaná práve takýmto spôsobom a či sú parametre $f_0, A, B, \varphi_{1/2}$ a $s_{1/2}$ skutočne konštantné. Nulová hladina jasnosti f_0 je odlišná pre každého pozorovateľa a pre každý filter, potom platí $f_{0i} \equiv f_0(\text{observer}, \lambda)$, kde i je odlišné pre každú kombináciu pozorovateľ-filter. Logickým predpokladom je, že pozícia (reprezentovaná parametrom $\varphi_{1/2}$) ani rozmer škvŕny (spojený s pološírkou $s_{1/2}$) sa nemenia, nie sú závislé na pozorovateľovi ani na filtri, preto $\varphi_{1/2} \equiv \varphi_{1/2}(\text{observer}, \lambda)$ a $s_{1/2} \equiv s_{1/2}(\text{observer}, \lambda)$. Hodnota amplitúdy je funkciou vlnovej dĺžky, ale nie pozorovateľa, preto $A_j \equiv A(\text{observer}, \lambda)$ a $B_j \equiv B(\text{observer}, \lambda)$, kde j je indexom príslušného filtra.

Vo väčšine prípadov stačí k popisu funkcia reprezentujúca jednu, prípadne dve škvŕny. Pridanie ďalšej škvŕny nielenže podstatne zvyšuje počet parametrov, ale redukuje aj výpočtovú hodnotu preloženia a významne zvyšuje nepresnosť určenia parametrov. Už použitie samotnej škvŕny naráža na problém neortogonalít parametrov, ktorý ešte významnejším spôsobom postihuje spomínanú nepresnosť v prípade modelu s dvoma škvŕnami.

Pri prekladaní svetelných kriviek je používaná nelineárna regresia, ktorá vyžaduje počiatočný odhad parametrov. Tým najpodstatnejším je poloha stredu škvŕny, jej posunutím je možné z pôvodne tmavej škvŕny vytvoriť škvŕnu svetlú. To je pri prvotnom určení parametrov často problém. Výskyt jasných a tmavých škvŕn nie je jasne definovaný, v mnohých prípadoch sú v rámci jednej hviezdy prípustné viaceré možnosti rozmiestnenia škvŕn. Ak budeme vychádzať len z výsledkov, ku ktorým som dospel v tejto práci, je možné rozhodnúť o tom, či je škvŕna tmavá alebo svetlá na základe obmedzenia pološírky, ako plynie z grafu 3.7. Je dobré mať na pamäti, že pološírky nad hodnotami prípustného

intervalu sú možné v prípade rovnobežkovo pretiahnutých škvŕn. Rozhodnúť o charaktere škvŕn je tiež možné na základe teploty, u chladnejších hviezd sa občas vyskytujú aj temné škvŕny, kým u teplejších iba jasné (Mikulášek et al., 2007b). V ďalšom výskume však nebude táto informácia používaná ako východiskový predpoklad, ale budem sa ju snažiť dokázať nezávisle na predchádzajúcich štúdiách.

Na každú z 83 študovaných hviezd som sa pokúsil aplikovať modelové funkcie a na základe získaných poznatkov následne rozdeliť do určitých kategórií. Ideálnym výsledkom by bola skupina hviezd s jednou škvŕnou a druhá skupina obsahujúca hviezdy s dvomi škvŕnami. Pri postupnom prekladaní svetelných kriviek sa však formovali určité ďalšie kategórie, ktoré budú bližšie rozobrané v nasledujúcich podsekcích.

Pri prekladaní svetelných kriviek som používal robustnú regresiu a na určovanie odľahlých bodov kritérium $3.5 \sigma_r$, kde $\sigma_r = 1.482 \text{median}(|\Delta y - \text{median}(\Delta y)|)$ (Mikulášek & Zejda, 2013) Body, ktoré ležia mimo tohto intervalu, boli z regresie vyradené. Táto metóda má výhodu, že samotná hodnota tejto robustnej odchýlky je len minimálne závislá na samotných odľahlých bodoch. Tie sú zvyčajne odstránené pri prvom použití robustnej regresie, preto nie je nutné tento proces viackrát opakovať.

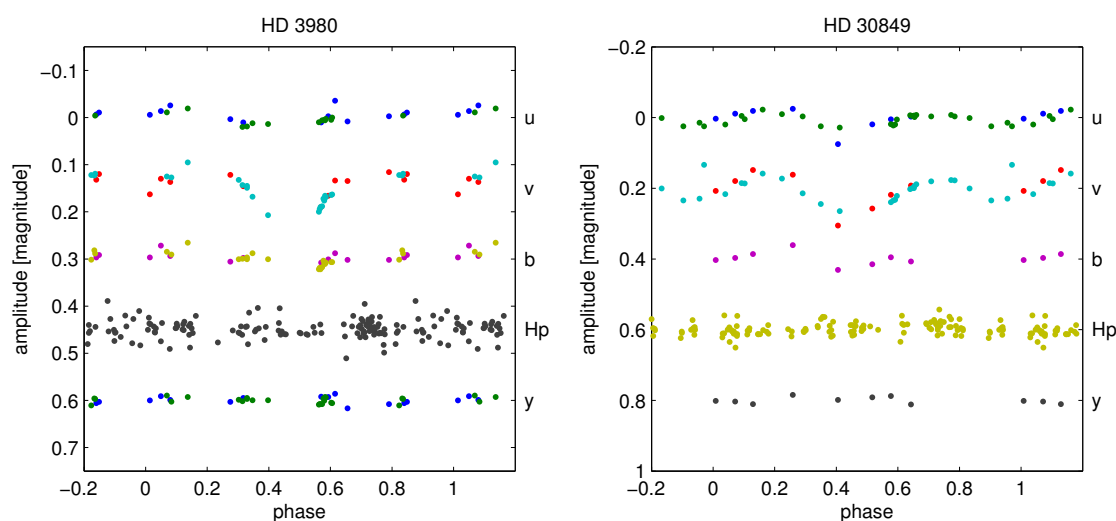
V nasledujúcich častiach budú vyobrazené svetelné krivky viacerých hviezd. Všetky vzniknuté obrázky používajú rovnaký spôsob zobrazenia. Na vodorovnej osi je znázornená fáza v relatívnej miere, pre názornosť je z každej strany doplnená o nadväzujúcu časť. Vertikálnu os popisuje amplitúda svetelných zmien. Jej charakter je len relatívny, jednotlivé svetelné krivky sú umelo posunuté kvôli lepšej prehľadnosti. Svetelné krivky sú zvyčajne vyobrazené v piatich vyššie zmienených filtroch, ak nie je uvedené inak. Každý pozorovateľ pri každom filtri má priradenú osobitnú farbu, aby bola zvýraznená presnosť jednotlivých pozorovacích setov a aby bolo možné ich odlíšiť. Vyobrazené sú všetky dáta, ktoré sa nachádzajú v oblasti dostupnej ohraničením grafu, spolu s odľahlými bodmi, ktoré boli vylúčené z analýzy. Grafy v prílohe, ktoré boli preložené modelovou funkciou, majú naopak odľahlé body odstránené. V prílohe sa takisto nachádzajú tabuľky, ktoré dokumentujú ďalej určenú klasifikáciu, efemeridy hviezd a hodnoty parametrov modelovej funkcie aplikované na jednotlivé hviezdy.

5.3 Triedenie svetelných kriviek a úprava dát

5.3.1 Hviezdy s nedostatočným množstvom pozorovaní

Na preloženie svetelnej krivky modelovou funkciou je potrebné, aby boli merania fázovo dostatočne zastúpené. V prípade, že vznikne medzi jednotlivými pozorovaniami medzera o približne veľkosti pološírky škvŕny, informácia v tomto mieste je stratená a svetelná krivka môže byť chybné interpretovaná. To môže nastať aj vtedy, ak sa jedná o jeden alebo pár osamotených bodov. Celkovo nemá význam popisovať krivku porovnateľným resp. väčším množstvom parametrov ako je samotný počet meraní. Súbor dát jedného pozorovateľa v jednom filtri vyžaduje v modelovej funkcii 5.2 prítomnosť troch nezávislých (nulová hladina a amplitúdy oboch škvŕn) a štyroch závislých parametrov (pološírky a centrá škvŕn).

Do skupiny hviezd, ktorých svetelná krivka neobsahuje dostatočné množstvo informácií som pôvodne zaradil hviezdy HD 3980, HD 30849, HD 98088 a HD 137909. Svetelné



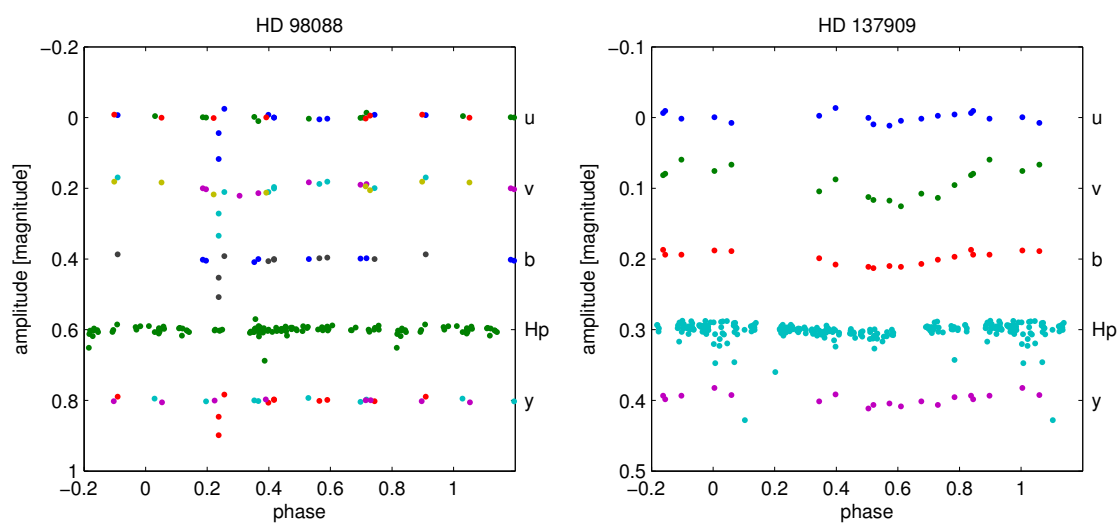
Obr. 5.1: Svetelné krivky hviezd HD 3980 a HD 30849. Obe hviezdy boli pôvodne zaradené medzi hviezdy s nedostatočným množstvom pozorovaní, ale po odstránení filtrov *b* a *y* u druhej hviezdy, boli spolu s ďalšími podrobené hromadnej analýze.

krivky prvých dvoch menovaných hviezd sa nachádzajú na obrázku 5.1. V prípade hviezdy HD 3980 sa na viacerých miestach svetelnej krivky vyskytujú slepé miesta približne o fázovej veľkosti 0.1. Je však zrejmé, že v oblasti s fázou 0.5 sa vyskytuje škvrna s vysokou amplitúdou vo filtri *v*. Z toho dôvodu som neskôr túto hviezdu zaradil do skupiny hviezd s jednou škvrnou. Je možné, že v protifáze sa nachádza druhá škvrna, o tej však nemáme k dispozícii potrebné informácie. Pri samotnom výsledku preloženia potom treba brať do úvahy jeho zníženu vierohodnosť. V prípade hviezdy HD 30849 je medzera medzi pozorovaniami vo filtroch *b* a *y* príliš veľká. Z tohto dôvodu sú tieto pozorovania odstránené a hviezdu analyzujem len vo filtroch *u*, *v* a *Hp*.

Na obrázku 5.2 sú vyobrazené svetelné krivky druhých dvoch hviezd. HD 98088 má svetelnú krivku, ktorá má v mnohých častiach prázdne miesta a jednotlivé pozorovacie sety vo filtroch *uvby* majú len 7–9 pozorovaní. Navyše sú tu zreteľné aj odľahlé body, čo je pri tak malom rozsahu dáť neprípustné. V pozorovaniach hviezdy HD 137909 sa nachádza príliš veľká medzera na to, aby výsledky preloženia nespôsobili chybnú interpretáciu. Obe hviezdy sú preto vyradené z ďalšej analýzy.

5.3.2 Nepremenné hviezdy

Niektoré zo študovaných hviezd nevykazujú žiadne merateľné svetelné zmeny. Pri prvotnom rozdelení založenom len na vizuálnom posúdení vzhľadu svetelnej krivky boli do tejto kategórie zaradené hviezdy HD 6178, HD 15144, HD 49606 a HD 144667. Prítomnosť nepremenných hviezd v databáze mCPod je neočakávaná a vyžaduje špeciálnu pozornosť. Svetelná premennosť je totiž jednou z najbežnejších charakteristík chemicky pekuliárnych hviezd s magnetickým pólom. K dispozícii je niekoľko vysvetlení. Hviezda môže byť skutočne nepremenná a do databázy sa dostala omylom, takú hviezdu treba z databázy vyradiť. Ak hviezda premenná je, nemenný charakter svetelnej krivky môže byť vysvetlený



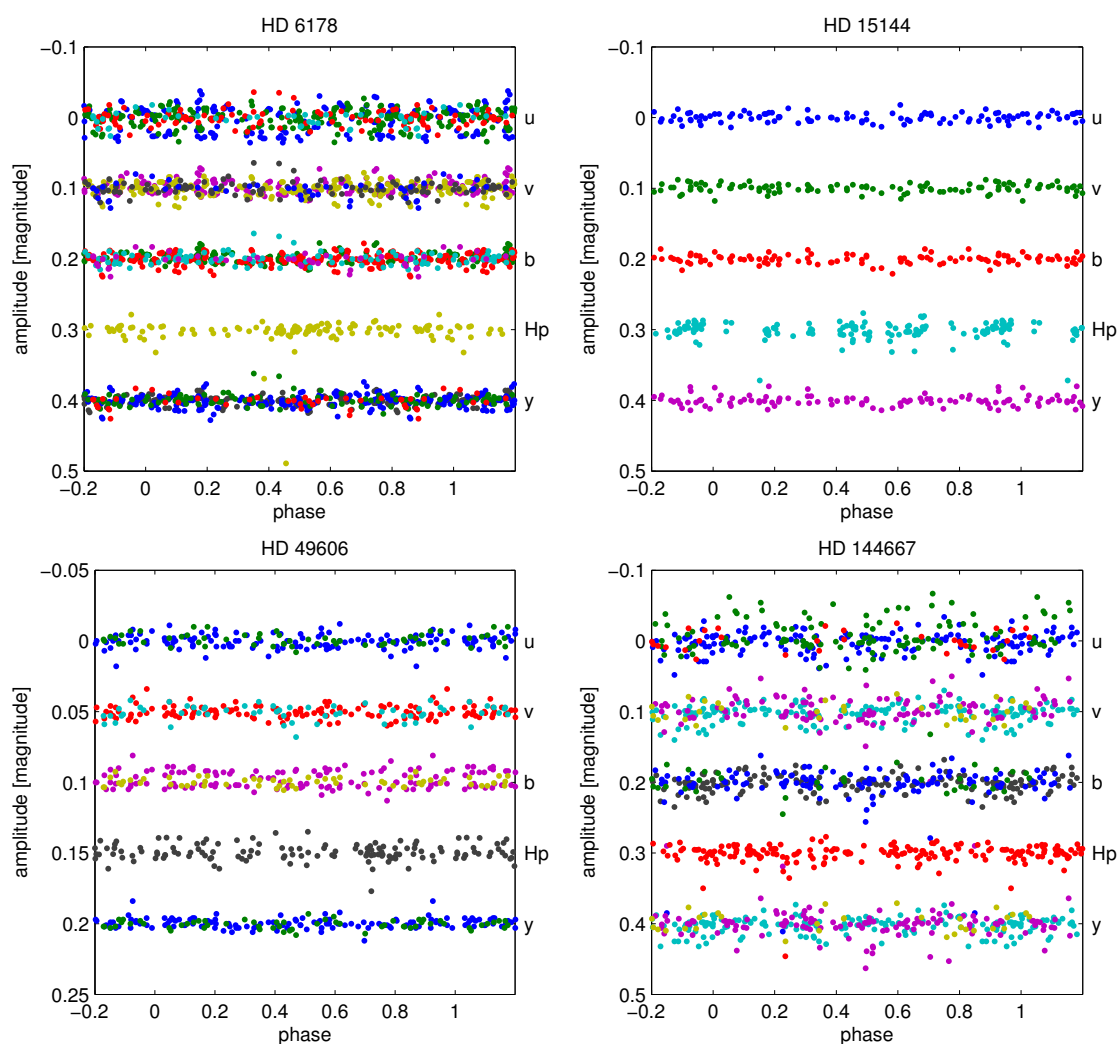
Obr. 5.2: Svetelné krivky hviezd HD 98088 a HD 137909. Tieto hviezdy sú jedinými zástupcami skupiny hviezd s nedostatkom pozorovaní.

chybným určením periódy alebo premennosťou mimo skúmanej oblasti vlnových dĺžok, a to najpravdepodobnejšie v ultrafialovej oblasti. Tiež je možné, že k nám smeruje rotačná os hviezdy, a preto nepozorujeme žiadne svetelné zmeny. Databáza mCPod však neobsahuje pozorovania v kratších vlnových dĺžkach a rozbor svetelných zmien by si tak vyžadoval podrobnejšie štúdium.

K presnejšiemu oddeleniu premenných a nepremenných hviezd je potrebné zavedenie matematického kritéria. Svetelné krivky som pomocou jednoduchej lineárnej regresie preložil harmonickým polynómom druhého rádu. V prípade, že všetky hodnoty harmonických koeficientov boli menšie ako trojnásobok nepresnosti ich určenia, hviezdy boli zaradené medzi nepremenné. Analyzovaná skupina hviezd je zobrazená na obrázku 5.3, z ktorého vidieť, že svetelné krivky sú v prvom priblížení nemenné. Po otestovaní vyššie uvedeného kritéria bola hviezda HD 144667 z tejto kategórie vyškrtnutá. Ukázalo sa, že svetelná krivka tejto hviezdy má charakter dvojvlny, a preto bola preradená medzi hviezdy s dvoma škvŕkami. V tomto prípade štyri z dvadsiatich parametrov nespĺnili stanovené kritérium. Pomer medzi hodnotami harmonických koeficientov a ich odchýlok dosahoval v maxime 3.5, kým v prípade predchádzajúcich troch hviezd bol maximálne dvojnásobný.

Hviezda HD 6178, σ Scl, nebola dosiaľ bližšie skúmaná v žiadnej publikovanej štúdií. Nachádza sa však v katalógu [Catalano & Renson \(1998\)](#), kde sám autor uvádza pochybnosti o tom, či je pekuliárna. V poznámkach je ako jediná z variabilít uvedená variabilita jasnosti, čo však obrázok 5.3 popiera. Autor uvádza dve možné periódy, ale ani ich použitím nezískavame žiaden náznak premennosti. V štúdií [Janík et al. \(2015\)](#), ktorá ešte nebola publikovaná, autori v závere konštatujú, že HD 6178 bola zaradená medzi CP hviezdy neprávom. Patrí medzi spektroskopické dvojhviezdy so zmenou radiálnej rýchlosti.

HD 15144 bola cieľom záujmu niekoľkých štúdií. Katalóg [Catalano & Renson \(1998\)](#) uvádza hviezdu ako chemicky pekuliárnu bez svetelných zmien s premenným magnetickým poľom. [Bonsack \(1981\)](#) určil periódu jeho variácií na 15.88 dňa a potvrdil, že ide o spektroskopickú dvojhviezdu s periódou obehu 2.998 dňa. Ani s jednou periódou



Obr. 5.3: Svetelné krivky hviezd zo skupiny nepremenných hviezd. HD 144667 bola neskôr z tejto kategórie vyradená.

nie sú spojenú svetelné zmeny, samotné dáta vykazujú len minimálny rozptyl. Môžeme konštatovať, že ide zrejme o fotometricky nepremennú hviezdu.

Zaujímavou hviezdou je HD 49606, resp. 33 Gem. [Catalano & Renson \(1998\)](#) považuje hviezdu za premennú fotometricky, magneticky a s variabilitami intenzity spektrálnych čiar. Vychádza zo štúdie [Glagolevskij et al. \(1985\)](#), ktorá však nie je voľne dostupná. Zarážajúce je, že v tejto práci autor uvádza fotometrickú premennosť o amplitúde až 0.05 mag vo filtroch UBV , ktoré približne zodpovedajú pokrytiu vlnových dĺžok Strömgrenovho systému. Identická hodnota periódy je požívaná aj v tejto práci, ale ako vidno z obrázka 5.3, ani samotný rozptyl vo filtroch $uvby$ nedosahuje spomínanú hodnotu 0.05 mag. Po skontaktovaní s ruským observatóriom RAS SAO mi bol spomínaný článok poskytnutý. Z jeho obsahu sa dá usúdiť, že autor používal ako zrovnávaciu hviezdu HD 49290, ktorá je uvádzaná ako zákrytová premenná dvojhviezda typu β Lyr, vid' napr. databáza SIMBAD².

²databáza zhromažďuje základné informácie o viac ako 7 miliónoch objektov a je priamo prístupná na

Je pravdepodobné, že všetky fotometrické výsledky sú z tohto dôvodu mylné a vzťahujú sa skôr ku zrovnávacej hviezde. Záverom je, že 33 Gem je fotometricky nepremenná.

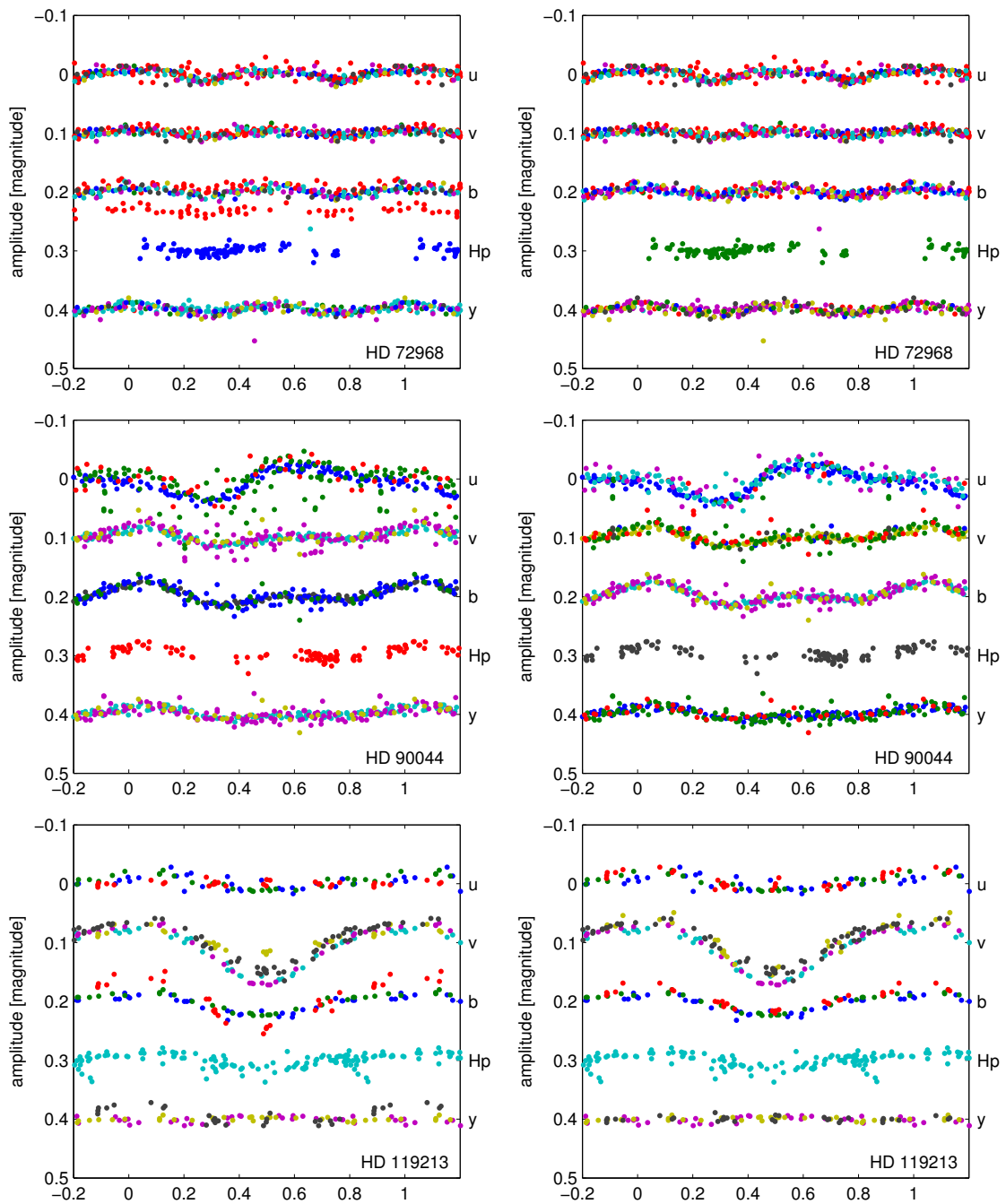
5.3.3 Hviezdy s chybnými dátami

Niektoré svetelné krivky už od prvého pohľadu obsahujú dáta, ktoré sa líšia od tých ostatných. Patria medzi ne odľahlé body, ktoré sa dajú jednoducho odstrániť robustnou regresiou, ale objavujú sa aj odlišné formy chýb. Do tejto kategórie spadajú hviezdy HD 72968, HD 90044, HD 96707, HD 119213, HD 125630, HD 152308, HD 188041 a HD 221760. Všetky chybné údaje sa dajú buď odstrániť alebo opraviť a po úprave boli hviezdy z tejto skupiny presunuté medzi hviezdy s jednou alebo dvoma škvrnami.

Svetelné krivky prvých troch hviezd tejto kategórie sa nachádzajú na obrázku 5.4. HD 72968, 3 Hya, má viditeľnú sekundárnu líniu dát vo filtri *b*. V takejto situácii je vhodné skontrolovať, či sa v grafe časového vývoja jasnosti nenachádzajú výrazne odlišné skupiny. Pozorovania jedného pozorovateľa môžu totiž obsahovať systematickú chybu v prípade, že sa menili pozorovacie podmienky, napr. zmena porovnávacej hviezdy, miesta pozorovania, používaného prístroja alebo jeho optických častí či filtrov. Tento problém sa dá napraviť oddelením odlišných skupín pozorovaní, pretože každý set sa kalibruje na inú nulovú hladinu jasnosti. Toto je možné urobiť len v prípade, že rozsah jedného setu pozorovaní pokrýva minimálne jednu periódu a obsahuje dostatočný počet dát. Pozorovania, ktoré vykonal [Adelman \(1998\)](#) vo filtri *b*, je možno takýmto spôsobom oddeliť v čase $HJD = 2450000$. Upravené dáta sú zobrazené na obrázku 5.4 vpravo. Môže byť otáznou, či nie je potrebné oddeliť týmto dátumom aj pozorovania v iných filtroch. Je to vhodné len v prípade, ak sa líšia nulové hladiny umelo vytvorených podsúborov, a to o hodnotu väčšiu ako aspoň 0.01 mag. Hodnota tohto kritéria však závisí na samotnej presnosti a rozložení dát, je možné ju odvodzovať od hodnoty štandardnej odchýlky jednotlivých setov. Pri analýze tejto hviezdy som si tiež všimol, že nulové hladiny štyroch odlišných pozorovateľov sú takmer totožné. Z publikácie [Maitzen et al. \(1978\)](#) vyplýva, že všetky tieto pozorovania boli vykonané na rovnakom observatóriu, rovnakým prístrojom. Sú vzájomne normované s pozorovaniami Wolffa, preto som všetky tieto dáta spojil do jedného pozorovacieho súboru.

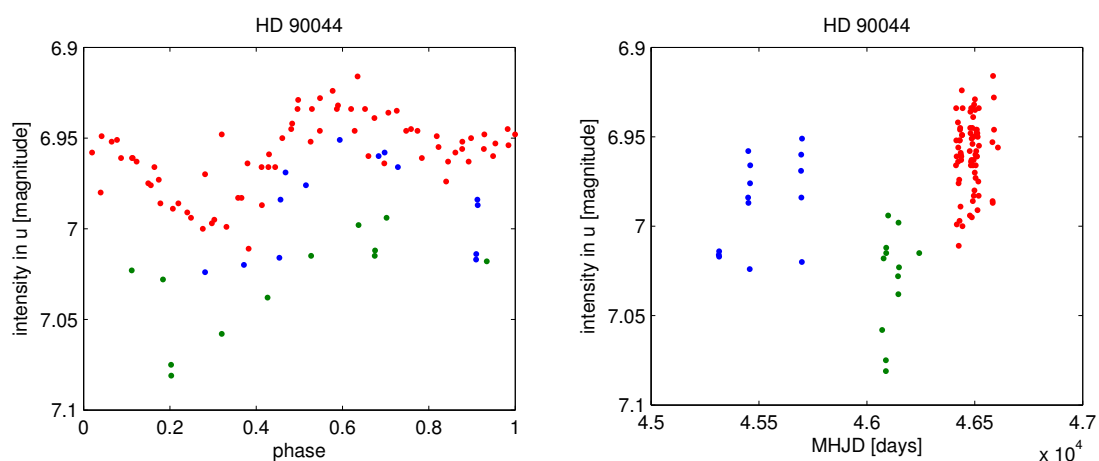
HD 90044 je podobným prípadom. Pri vykreslení svetelnej krivky meraní vo filtri *u*, ktoré urobil [Manfroid et al. \(1995a\)](#), sa ukazuje okrem hlavnej výraznej skupiny aj množina akýchsi „chybných pozorovaní“. Bližším pohľadom na časovú závislosť intenzity je možné odlíšiť tri rôzne skupiny, ktoré sú voči sebe výrazne posunuté. Vykreslenie týchto skupín do svetelnej krivky vo farebnom odlíšení je znázornené na obrázku 5.5. Červená skupina je posunutá od modrej až o 0.07 mag. Pri bežnej analýze by niektoré z týchto meraní boli odstránené ako odľahlé body, ale rozdelením do odlišných súborov sa zachovávajú viaceré merania a súčasne sa znižuje nepresnosť preloženia. Rovnaká situácia nastáva aj v ostatných filtroch, ale len vo filtroch *u* a *v* sú rozdiely vyššie ako 0.01 mag. Rozdelenie meraní bolo preto urobené len v týchto dvoch filtroch, čím sa ušetril určitý počet parametrov.

Ďalšou zaujímavosťou je hviezda HD 119213, resp. CQ UMA. Určité pozorovania ([Pyper & Adelman, 1985](#)) vo filtroch *v* a *b* vyzerajú byť výrazne odlišné od ostatných, tvoria svetelnú krivku, ktorá akoby medzi ne nepatrila. Prvotná myšlienka bola, že autor zamenil



Obr. 5.4: Svetelné krivky hviezd s chybnými dátami. Ľavé obrázky znázorňujú pôvodné dáta a na pravej strane sú dáta opravené.

oba filtre. Po ich prehodení už svetelné krivky zodpovedali požadovanému tvaru. Podobne by sa dali zameniť aj pozorovania vo filtroch u a y , kde rozdiely nie sú už také výrazné. Pri študovaní pôvodnej publikácie som zistil, že autor uvádza k jednotlivým meraniam správne filtre, ale netradične v opačnom poradí - ybv namiesto $uvby$. Následne som skontroloval údaje v databáze mCPod, kde boli filtre skutočne zamenené. Chyba vznikla



Obr. 5.5: Svetelná krivka HD 90044 vo filtri u pre skupinu pozorovaní [Manfroid et al. \(1995a\)](#) a tomu zodpovedajúca časová závislosť intenzity.

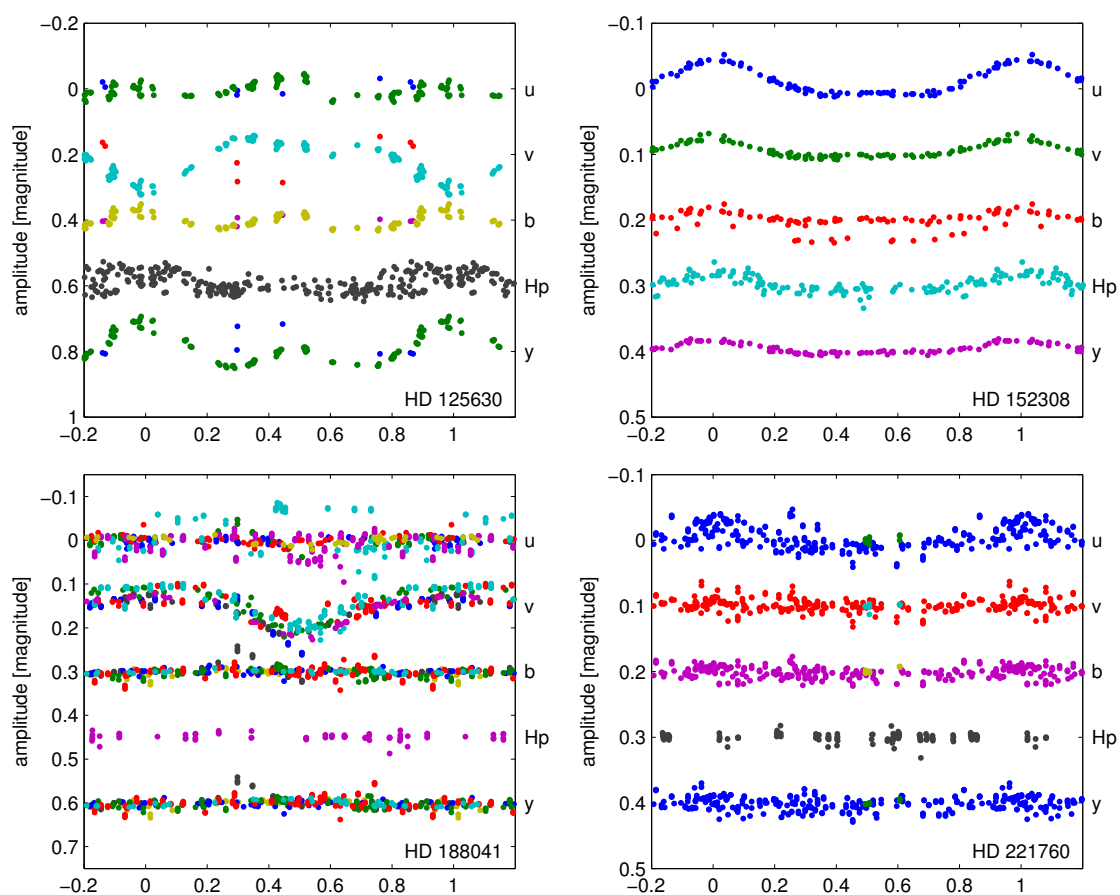
teda pri preberaní údajov. V súvislosti s týmto problémom som sa rozhodol skontrolovať aj ostatné hviezdy z tejto publikácie, ale žiadne z nich netrpeli touto chybou. Narazil som však na nesprávne určenie HJD v prípade hviezdy HD 112185. V databáze chýbala štvorka na mieste desiatich, pretože [Pyper & Adelman \(1985\)](#) uvádza HJD vo forme 2 440 000+, kým mCPod používa modifikované HJD v tvare 2 400 000+. Obe chyby v databáze boli opravené.

Pri pokuse o preloženie svetelných kriviek hviezdy HD 96707 som si všimol netradičný charakter svetelných zmien na základe ktorého som preštudoval pôvodnú publikáciu [Adelman et al. \(1999\)](#), z ktorej dáta pochádzajú. Podobne ako v prípade predchádzajúcej hviezdy vznikla chyba, filtre v a b boli zamenené. Tentokrát to však nebolo prepisom do databázy mCPod, ale grafy v samotnom článku nekorešponujú s dátami v databáze Vizier³, ktoré sú priamym dátovým zázemím spomínaného článku. Vhodné by bolo upozorniť samotného autora na chybu v popise záhlavia tabuľky v tejto databáze. Údaje boli opravené a hviezda bola presunutá do kategórie hviezd s dvoma škvrnami.

Hviezda HD 125630, BS Cir, obsahuje skupinu dát, ktorá sa zreteľne odlišuje od charakteru svetelnej krivky. Táto hviezda, ako vyplýva zo štúdie [Mikulášek et al. \(2015\)](#), má periódu 2.2043 dňa. V súbore obsahujúcom efemeridy hviezd sa však nachádza staršia falošná perióda 2.2055 dňa, chyba vznikla teda v dôsledku neaktualizovaných hodnôt periódy. Po použití správnej hodnoty sa pozorovania zhodovali s normálnym tvarom svetelnej krivky. V spomínanej štúdii sa tiež uvádza, že hviezda mení svoju periódu. Tieto zmeny však nie sú dostatočne signifikantné na to, aby ovplyvnili používanú analýzu. Pozorovania v podobe svetelnej krivky sú spolu s ostatnými hviezdami znázornené na obrázku 5.6.

Svetelná krivka HD 152308 obsahuje vo filtri b sekundárnu líniu hviezd podobne ako HD 72968. Tieto dáta boli upravené rovnakým spôsobom. V tomto prípade sa však v závislosti intenzity na čase neukazovala výrazne odlišná skupina dát a odlišenie pozorovaní bolo problematickejšie.

³VizieR zhromažďuje mnohé astronomické katalógy, pozorované dáta, výsledky modelovania a i., prístupné na webovej adrese <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR-2>



Obr. 5.6: Ďalšie príklady svetelných kriviek hviezd z chybnými dátami.

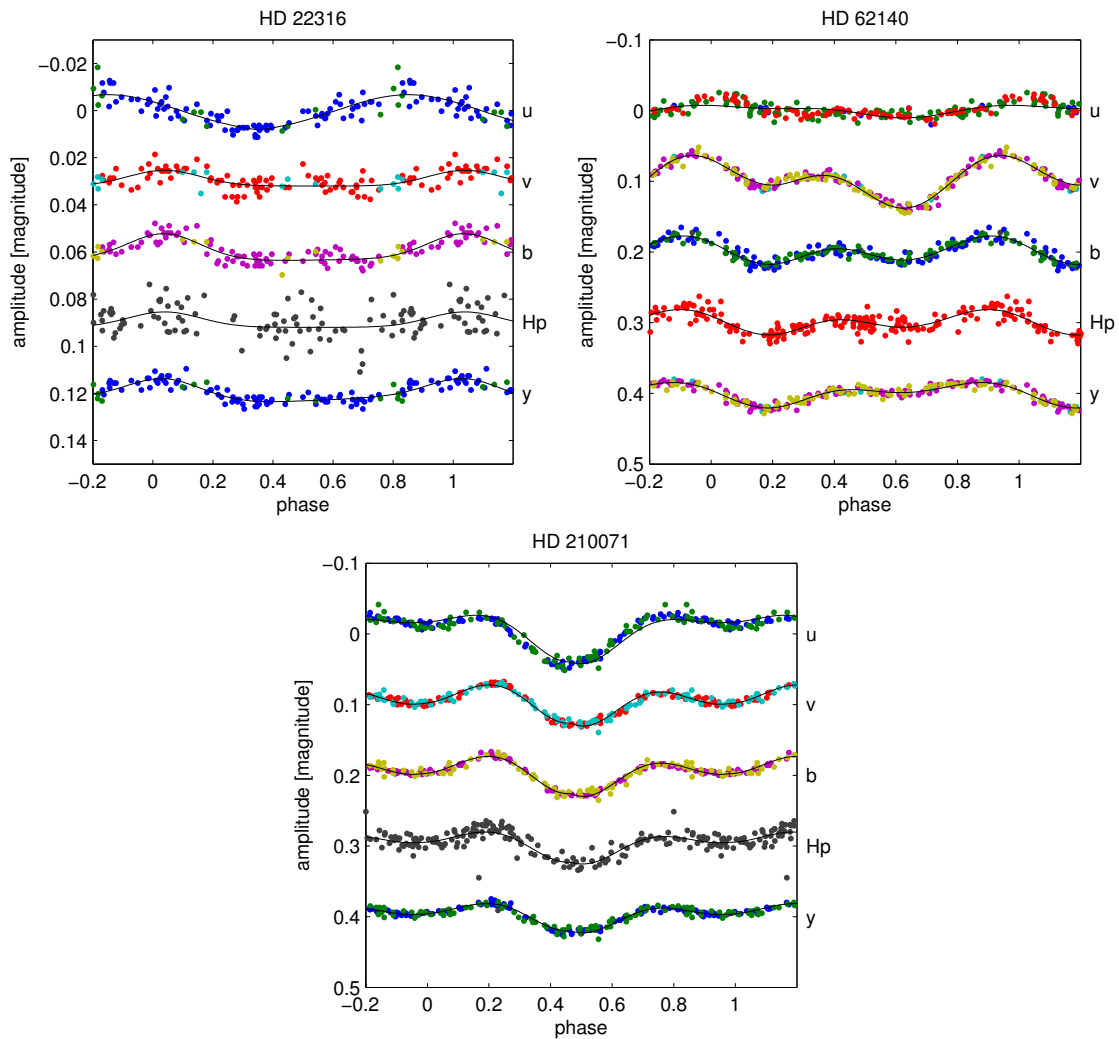
HD 188041 bola značne problematická. Jej perióda totiž dosahuje 223.886 dní a akékoľvek pokusy o oddelenie pozorovaní nevedli k žiadnemu zlepšeniu, pretože takto vybrané dáta sa zhromažďovali len v úzkej časti svetelnej krivky. Ich násilným oddelením by sa získali skreslené výsledky. Údaje o tejto hviezde pochádzajúce z práce [Manfroid et al. \(1995a\)](#) som preto z ďalšej analýzy vyradil.

Dáta o pozorovaní hviezdy HD 221760, ktoré získal [Sterken et al. \(1995a\)](#), boli získané len vo veľmi krátkom časovom období. Nenesú žiadnu informáciu o charaktere svetelnej krivky, preto sú z následnej analýzy takisto vyradené.

5.3.4 Hviezdy s viacerými škvrnami

Ak sa na hviezde nachádza jedna škvrna, vzhľad svetelnej krivky sa vo všetkých filtroch mení len na jednom mieste. Určiť polohy škvŕn na hviezde s komplikovanejšími svetelnými zmenami je náročnejšie. V prípade, že svetelné krivky nebolo možné preložiť modelom s dvoma škvrnami, hviezda bola zaradená do skupiny hviezd s viacerými škvrnami. Táto kategória nebola ďalej analyzovaná, pretože narastá počet možností rozmiestnenia škvŕn a takisto aj počet parametrov. Presnosť a vierohodnosť výsledkov takejto analýzy je nízka.

Do tejto skupiny boli napokon zaradené len tri hviezdy: HD 22316, HD 62140 a

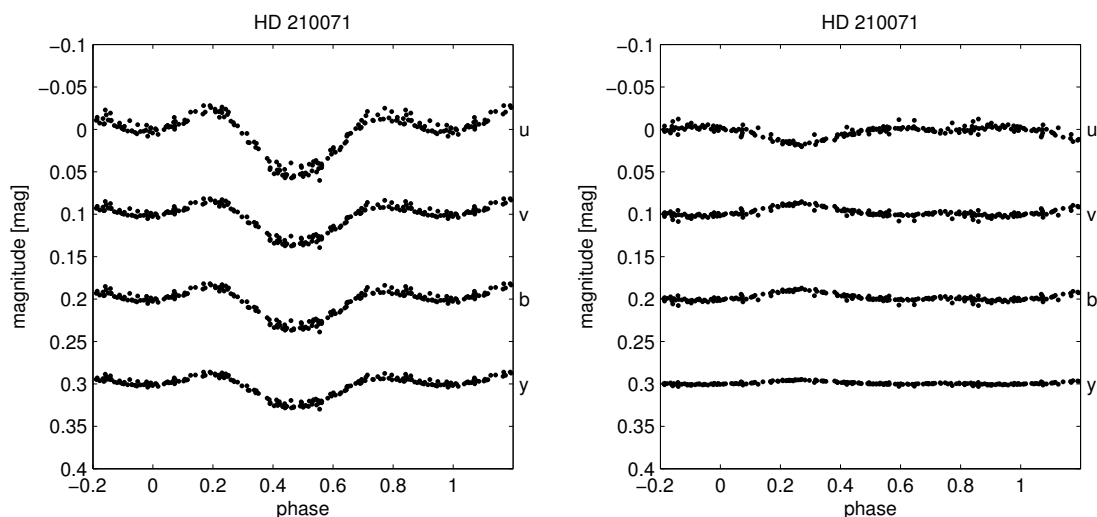


Obr. 5.7: Komplikované svetelné krivky hviezd s viacerými škvrnami. HD 210071 je znázornená s preloženým fitom uvažujúcim dve hlavné tmavé škvrny. Preloženie s dvoma svetlými škvrnami sa od neho mierne líši. Všetky tri hviezdy poukazujú na prítomnosť ďalšej škvrny výrazne sa prejavujúcej vo filtri u .

HD 210071. Ich svetelné krivky sú znázornené na obrázku 5.7. Prvá hviezda zo zoznamu bola preložená modelom s dvoma svetlými škvrnami s centrami vo fázach 0.04 a 0.85. Zreteľná je však existencia ďalšej svetlej škvrny viditeľnej vo filtroch v , b , H_p a y . Tú istú situáciu by bolo možné popísať aj iným rozmiestnením škvrn. U HD 62140 našiel model preloženia dve škvrny vo fázach 0.18 a 0.63. Je zjavné, že vo filtri u je vo fáze cca 0.05 viditeľná jasná škvrna, ktorá je v ostatných filtroch nevýrazná. Určenie polohy škvrn je v tomto prípade jednoduché a jednoznačné.

Inak je tomu u hviezdy HD 210071. Použitie PCA na obrázku 5.8 odhalilo prítomnosť dvoch mechanizmov premennosti charakterizovaných dvoma hlavnými komponentmi. Tento rozklad ukazuje na dve svetlé škvrny vo fázach 0.22 a 0.78, resp. dve tmavé škvrny o fáze 0.48 a 0.97 a jednu škvrnu v pozícii 0.3. PCA udáva len mieru odlišnosti jednotlivých

komponentov, nie je špecializovaná na určovanie polohy škvŕn. Z obrázku 5.7 vyplýva, že podobne ako v predchádzajúcom prípade, aj hviezda HD 210071 potrebuje pre dostatočný popis jednu škvŕnu aktívnu vo filtri u , a to buď tmavú vo fáze 0.3 alebo svetlú vo fáze cca 0.7. Bez dodatočných informácií nie je možné určiť, ktorá možnosť kombinácií je správna.



Obr. 5.8: Metóda hlavných komponentov aplikovaná na hviezdu HD 210071. Vľavo je zobrazený primárny komponent, vpravo sekundárny. Ďalšie stupne nevykazujú žiadne viditeľné zmeny.

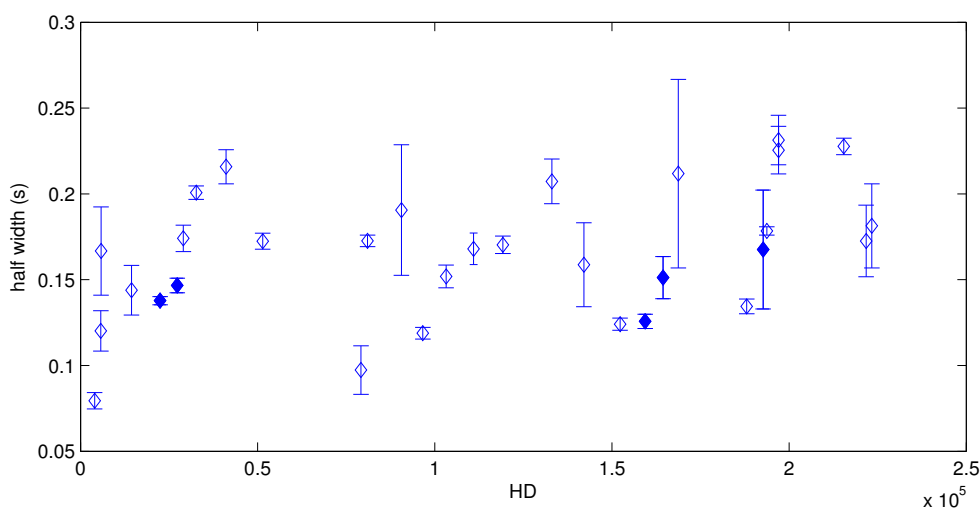
5.4 Hviezdy s jednou škvŕnou

Na základe tvaru svetelnej krivky bolo do kategórie hviezd s jednou škvŕnou spočiatku zaradených 30 prípadov, neskôr bolo pri podrobnejšom skúmaní 5 hviezd preradených k hviezdám s dvoma škvŕnami. Všetkých 25 hviezd je možné vidieť na obrázkoch A.1 a A.2 v prílohe. Vo všeobecnosti nie je vždy jednoduché určiť či má hviezda jednu alebo dve škvŕny. Problém nastáva, keď sú buď škvŕny k sebe natoľko blízko, že vytvárajú jednu nekruhovú škvŕnu alebo sa sekundárna škvŕna niekedy prejavuje len veľmi malou amplitúdou a je náročné ju odlíšiť od fotometrického kontinua. V druhom prípade je pri príliš malých amplitúdach možné sekundárnu škvŕnu zanedbať alebo obmedziť počet parametrov, napríklad zavedením uniformnej pološírky pre obe Gaussove funkcie v modelovej funkcii 5.2. Použitie druhej škvŕny zvyšuje nepresnosť určenia výsledkov, preto je vhodné ju zavádzať len keď si to tvar svetelnej krivky skutočne vyžaduje a nejedná sa len o náhodné zoskupenie niekoľkých bodov vytvárajúcich falošný dojem škvŕny. Na odlíšenie takýchto situácií som nepoužíval žiadne matematické kritérium, ku každému prípadu je potrebné pristupovať individuálne. Cieľom je získať skôr logické a interpretovateľné výsledky, než matematicky exaktné. Graf 3.7 ukazuje, že prakticky nie je možné získať kruhovú škvŕnu o pološírke väčšej ako 0.2. Kvôli ušetreniu množstva parametrov spojených s druhou škvŕnou som však pracoval so škvŕnami majúce pološírky do hodnoty 0.25, hviezdy presahujúce túto hranicu som zaradil medzi hviezdy s dvoma škvŕnami. Samotná Gaussova funkcia s väčšou

pološírku má vplyvom ohraničenia intervalu značne zdeformovaný tvar, ako dokazujú predchádzajúce výsledky z Fourierovej transformácie.

Určenie pozície škvryny je v tejto skupine hviezd jednoduchšie, ale nie vždy jednoznačné. Kým škvryny majúce menšie pološírky vytvárajú svetelnú krivku s výrazným užším vrcholom, resp. depresiou, tie širšie tvoria sínusoidu a môžu byť interpretované ako svetlé škvryny alebo naopak ako tmavé škvryny v opačnej fáze. Najjednoduchšie je zvoliť vždy takú pozíciu, v ktorej má škvryna najužšiu možnú šírku. Na základe tohto kritéria som postupne preložil funkciou 5.1 všetkých 30 hviezd. U dvoch hviezd, konkrétne HD 197018 a HD 215441, by použitie takéhoto pravidla mohlo viesť k mylným záverom, pretože charakteristické pološírky teoretickej svetlej a tmavej škvryny sú veľmi podobné. V úvahu som preto bral spočiatku obe možnosti. Povrch hviezdy HD 215441 bol podrobne zmapovaný (Khokhlova et al., 1998) pomocou metódy Dopplerovho zobrazovania, preto je v tomto prípade možné určiť pozíciu škvryny a tým aj to, či je svetlá alebo tmavá. Druhá hviezda nebola doteraz podobne študovaná, preto nie je možné presvedčivo rozhodnúť o charaktere jej škvryny.

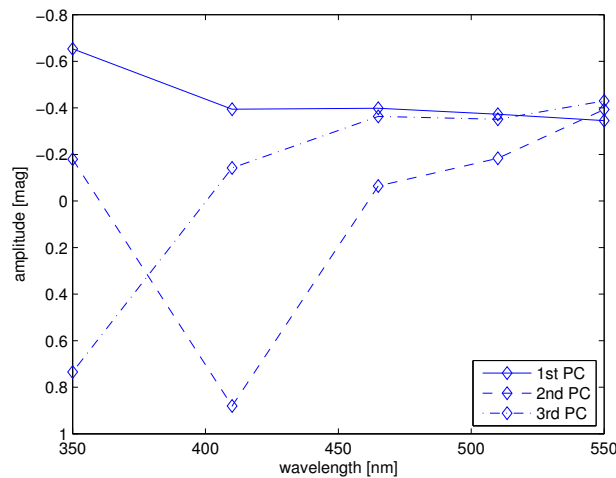
Ako možno určiť na základe výsledkov ukázaných na obrázku 5.9, priemerná pološírka škvryny je približne 0.167, čo mierne prevyšuje teoreticky predpokladanú hodnotu 0.138. Medián dosahuje hodnoty 0.172. Stredné hodnoty boli určené z finálnych 25 hviezd. Tento systematický posun môže byť zapríčinený zvýšeným výskytom väčších škvryn alebo porušením predpokladu kruhovej škvryny. Tiež je možné si všimnúť, že tri škvryny sú mimo teoreticky prípustných hodnôt pološírky. To je zase možné prisúdiť nekruhovému charakteru škvryny, resp. zámene za nerozlíšenú dvojitú kruhovú škvrynu. Hodnoty pološírok spolu s informáciou o polohe škvryn a ich chybami sú zhrnuté v tabuľke A.3 v prílohe.



Obr. 5.9: Pološírky pôvodných 30 hviezd s jednou škvrnou. Neskoršie vyradených 5 hviezd je označených vyplneným symbolom. HD 197018 má zobrazené pološírky pre obe alternatívy, správna pološírka je tá s vyššou hodnotou. Konkrétne HD čísla 25 hviezd tejto skupiny sú v tabuľke A.3.

Spektrálne závislosti amplitúd zmien všetkých hviezd tejto kategórie boli podrobené metóde váženej PCA. Jej výsledok v podobe troch najhlavnejších komponentov je zo-

brazený na obrázku 5.10. Vlastné hodnoty týchto vlastných vektorov sú postupne 0.260, 0.022 a 0.008 – tieto hodnoty predstavujú zastúpenie jednotlivých komponentov. Väčšina kriviek sa dá vyjadriť ako lineárna kombinácia týchto troch funkcií. Podstatným je len tvar komponentov, nie ich veľkosť, pretože funkcie sú normalizované. Táto metóda však neberie ohľad na to či je škvrna tmavá alebo svetlá, koeficienty spojené s hlavnými komponentmi môžu byť rovnako kladné ako aj záporné. Prvý komponent reprezentuje akúsi priemernú krivku a ostatné stupne určujú, ako veľmi sa jednotlivé krivky od nej líšia. PCA nevytvára prototypy tvarov odlišných kategórií, ale čiastočne pomáha špecifikovať určité charakteristické črty.



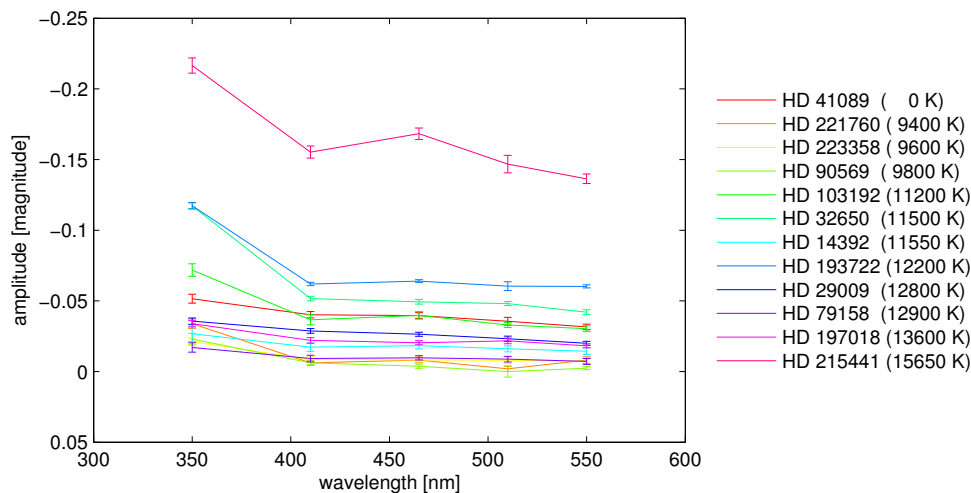
Obr. 5.10: Charakteristické funkcie, ktoré zodpovedajú hlavným komponentom 1., 2. a 3. stupňa pre spektrálnu závislosť zmien amplitúdy hviezd s jednou škvrnou. Amplitúda so záporným znamienkom označuje svetlé škvrny a s kladným škvrny tmavé.

Podobná analýza na inom súbore hviezd vedená iným spôsobom bola vykonaná v štúdiách Mikulášek et al. (2007b) a Mikulášek et al. (2008). Všetky výsledky súhlasne poukazujú na výskyt troch typov škvŕn:

1. amplitúda vo filtri u je maximálna, so vzrastajúcou vlnovou dĺžkou klesá; škvrny sú svetlé, nie je však vylúčený výskyt tmavých škvŕn s rovnakým charakterom, toto bude neskôr podrobnejšie ukázané
2. amplitúda je výrazne maximálna vo filtri v , v ostatných filtroch nadobúda nízkych hodnôt; či už sú škvrny v ostatných filtroch svetlé alebo tmavé, jasnosť vo filtri v vždy dosahuje minimum
3. škvrny sa viditeľne prejavujú len vo filtri u , kde majú výrazné maximum amplitúdy; môžeme ich nájsť napríklad medzi spomínanými hviezdami s viacerými škvrnami.

Všetky typy škvŕn sa zhodujú v tom, že vysokými amplitúdami sa prejavujú v nižších vlnových dĺžkach a smerom k infračervenému koncu spektra ich aktivita klesá.

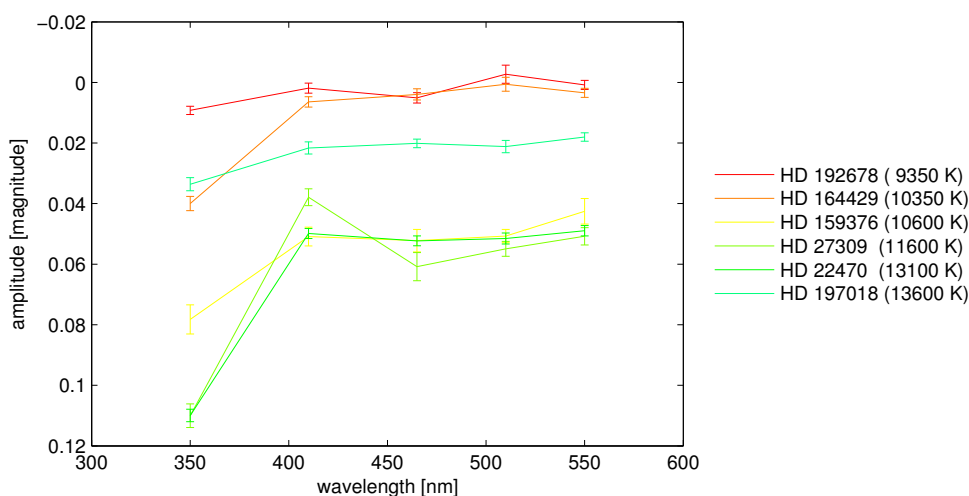
Všetky hviezdy z tejto kategórie som sa pokúsil rozdeliť do týchto troch typov. Ukazuje sa, že tretí typ sa pravdepodobne samostatne nevyskytuje, prípadne je len ťažké odlíšiť ho od prvého typu. Súčasne sa odlišujú len hĺbkou skoku medzi filtrom u a v . Hviezdy som preto rozdelil do troch skupín: svetlé škvrnny s maximálnou (zápornou) amplitúdou vo filtri u , tmavé škvrnny s maximálnou (kladnou) amplitúdou vo filtri u a škvrnny s maximálnou amplitúdou vo filtri v . Popritom vznikla aj kategória s nezaraditeľným tvarom. Všetky skupiny aj so svojimi členmi sa nachádzajú na obrázkoch 5.11, 5.12, 5.13 a 5.14. Hviezdy sú farebne odlíšené na základe teplotnej škály. Informácie o efektívnej teplote pochádzajú prevažne zo štúdie Glagolevskij (1994), teplotu hviezd HD 26571, HD 125630 a HD 144667 určili postupne Lipski & Stępień (2008), Mikulášek et al. (2015) a Castelli & Hubrig (2007). U zvyšných 11 hviezd sa vierohodnú informáciu o teplote nepodarilo dohľadať, v legende vystupujú s nulovou teplotou. Informácie o teplote všetkých hviezd sú zhrnuté v prílohe v tabuľke A.2.



Obr. 5.11: Spektrálna závislosť amplitúd jasnosti škvŕn skupiny hviezd s maximálnou amplitúdou vo filtri u a svetlými škvŕnami.

Hviezdy najzastúpenejšej skupiny sa nachádzajú na obrázku 5.11. Teplota je jeden z najdôležitejších parametrov CP hviezd a sledovanie vzťahu medzi teplotou a jednotlivými typmi spektrálnych zmien amplitúd by mohli odhaliť ich typické tvary. Prvá skupina obsahuje hviezdy s celým intervalom možných teplôt a zdá sa, že v rámci nej neexistuje ani závislosť medzi veľkosťou týchto zmien a teplotou. Výskyt týchto svetlých škvŕn nie je pravdepodobne obmedzovaný nijakým kritériom.

Na ďalšom obrázku sa nachádza druhá skupina, ktorá sa od prvej líši tým, že obsahuje hviezdy s tmavými škvŕnami, ale rovnakým charakterom spektrálnych zmien. Do tejto skupiny by tiež patrila druhá alternatíva hviezd HD 215441, ktorá bola však vyradená na základe preskúmania skutočnej pozície jej škvŕny. Takisto sa tu nachádza hviezda HD 197018, ktorá môže byť rovnako zaradená aj do prvej skupiny - nie je možné spoľahlivo určiť či jej škvŕna je svetlá alebo tmavá. Hviezdy z tejto skupiny tiež pokrývajú celý interval teplôt a zdanlivo sa nelíšia od hviezd z prvej skupiny. Nepozorujeme žiadne pravidlo, ktoré by odlišovalo hviezdy s tmavými a svetlými škvŕnami. Nízky počet zástupcov

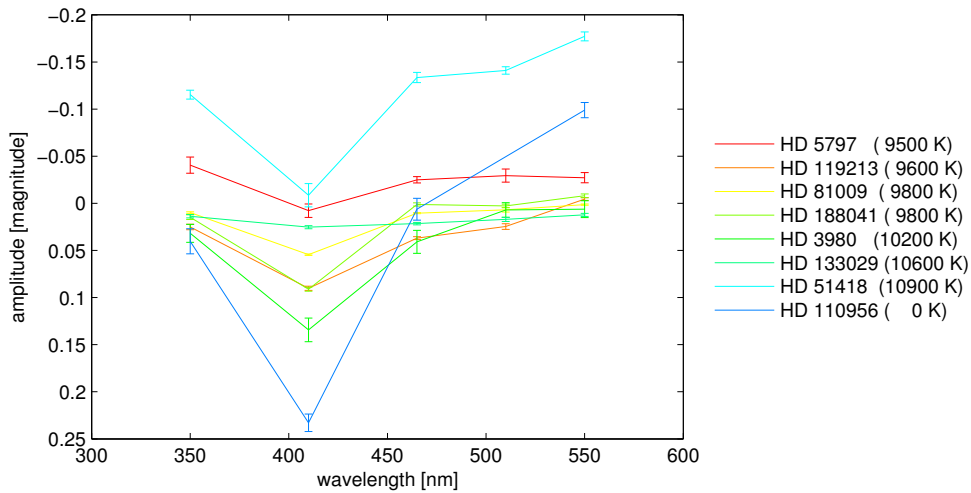


Obr. 5.12: Spektrálna závislosť amplitúd jasnosti škvŕn skupiny hviezd s maximálnou amplitúdou vo filtri u a tmavými škvŕnami.

tejto skupiny ako aj predchádzajúce argumenty vyvolávajú pochybnosti o tom, či tmavé škvŕny vôbec existujú. Túto domnienku som sa pokúsil overiť na základe určenia pozície škvŕn z iných zdrojov, iným ako fotometrickým spôsobom. Škvŕny CP hviezd sú charakteristické anomálnym chemickým zložením a často aj prítomnosťou magnetického poľa. Zmeny magnetickej intenzity môžu byť korelované so zmenami jasnosti, nie je to však pravidlo. Určiť pozíciu škvŕny je teda možné len zo spektroskopie pomocou Dopplerovho mapovania. Táto metóda je však náročná a zriedkavá, z rozoberanej skupiny hviezd bola takto študovaná len HD 27309 (Iliev, 1983). Jej fotometrické zmeny boli stotožnené so zmenami intenzity čiar Si II, Fe II, Cr II a Ti II, na základe čoho bola stanovená skutočná pozícia škvŕny. Tá sa však nezhoduje s pôvodne odhadnutou polohou napriek tomu, že fotometrická pološírka odhadovanej škvŕny mala vyhovujúcu hodnotu -0.15 . HD 27309 bola preto preradená medzi hviezdy s dvoma škvŕnami.

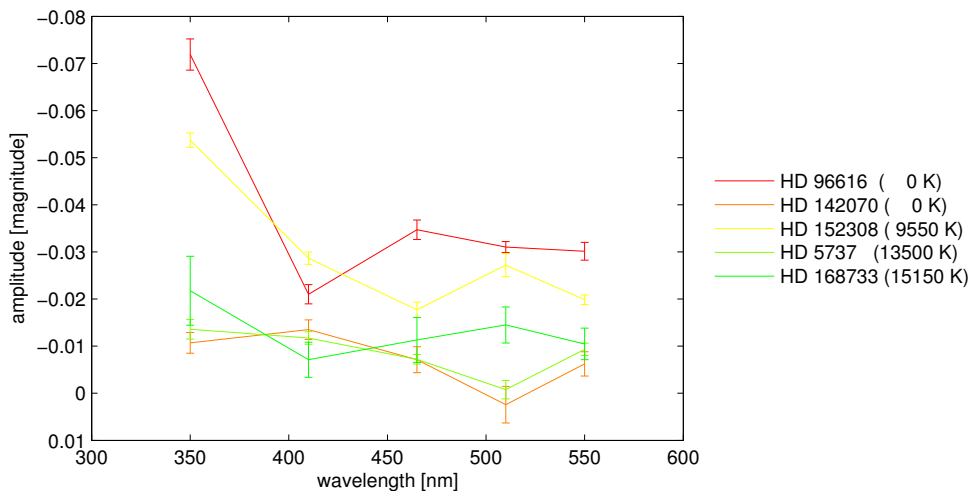
Z pôvodných šiestich hviezd tejto skupiny sa jedna ukázala ako chybné zaradená, druhú hviezdu je možné s rovnakou pravdepodobnosťou zaradiť do inej kategórie a ani u jednej zo zvyšných štyroch hviezd nebola presvedčivo dokázaná existencia tmavej škvŕny. Navyše nie je známy ani žiaden mechanizmus, ktorý by vysvetľoval spektrálne zmeny takýchto tmavých škvŕn. Z týchto dôvodov bola táto skupina hviezd zrušená, hviezda HD 197018 bola zaradená medzi hviezdy so svetlou u škvŕnou a ostatné boli preradené do kategórie hviezd s dvoma škvŕnami.

Skupina hviezd na obrázku 5.13 má výrazne odlišný tvar tejto závislosti. Z uvedených teplôt je zrejmé, že takýto tvar vzniká len u chladnejších CP hviezd. Mechanizmus, ktorý vytvára takéto zmeny je očividne závislý na teplote a je odlišný od toho, ktorý má za následok vznik škvŕn prvej skupiny, ten nie je s teplotou nijako korelovaný. Miera jasnosti škvŕn tejto skupiny nevykazuje závislosť na teplote, je však možné, že hĺbka maxima vzrastá so zvyšujúcou sa teplotou. Túto domnienku by mohla overiť následná analýza hviezd s dvoma škvŕnami. U hviezdy HD 110956B sa nepodarilo dohľadať teplotu (pôvodne som omylom našiel teplotu 22 000 K, ktorá pripadá hviezde HD 110956, primárnej zložke



Obr. 5.13: Spektrálna závislosť amplitúd jasnosti škvŕn skupiny hviezd s maximálnou amplitúdou vo filtri v .

tejto dvojhviezdy). Podľa databázy SIMBAD je však jej spektrálny typ A0, čo zodpovedá tepelnému intervalu hviezd tejto skupiny. Keďže táto hviezda bola pozorovaná len vo filtroch Strömgenovho systému, nebola súčasťou PCA, ktorej výsledkom je obrázok 5.10. Je otázne, či na jednej CP hviezde s nižšou teplotou môžu vzniknúť súčasne škvŕny typu v a typu u . To je ďalšia otázka, ktorá môže byť zodpovedaná v nasledujúcej analýze.



Obr. 5.14: Spektrálna závislosť amplitúd jasnosti škvŕn nezaradených hviezd.

Na obrázku 5.14 sú zvyšné nezaradené hviezdy. HD 96616 je mierne odlišná od hviezd typu u , podobne ako HD 152308. Ostatným trom hviezdám zhodne zodpovedajú závislosti s malými amplitúdami a prípadne aj s relatívne veľkými chybovými úsečkami. Pri pohľade na tvary svetelných kriviek z obrázkov A.1 a A.2 vyplýva, že dáta majú vysoký rozptyl

a tým malú presnosť preloženia a výsledky nie sú dostatočne spoľahlivé. Žiadna hviezda však nemá tvarovo natoľko odlišné svetelné krivky, že by vyvolávali podozrenie existencie iného mechanizmu.

Z tvaru spektrálnej závislosti amplitúd jasnosti škvŕn vyplýva aj variabilita jednotlivých indexov Strömgrenovho systému. Index $b - y$ sa mení len minimálne, nakoľko ani v jednom z filtrov b a y nenastáva výrazná zmena, ako vhodne ukazujú obrázky 5.11–5.13 a tvar hlavných komponent z grafu 5.10. Metalický index $m_1 = (v - b) - (b - y)$ sa mení intenzívnejšie u hviezd typu v , pretože $\Delta m_1 = \Delta v - 2\Delta b + \Delta y$ a zmena vo filtri v je u tejto skupiny silná. Najvýraznejšie zmeny má ale index $c_1 = (u - v) - (v - b)$, u ktorého je zmena vo filtri v dôležitá dvojnásobnou mierou. Tieto odhady potvrdzujú aj priame výpočty amplitúd jednotlivých indexov z tvaru hlavných komponentov zhrnuté v tabuľke 5.1. Výsledkom je, že index c_1 má skutočne najdominantnejšie zmeny, a to u hviezd všetkých typov. Jeho hodnota vypočítaná z hlavných komponentov je postupne -0.264 , -2.005 a 0.655 pre 1., 2. a 3. komponent. Z toho vyplýva, že u hviezd typu u sa akákoľvek malá zmena od normálneho tvaru prejaví veľkou zmenou pomerov indexov, kým u hviezd typu v bude zakaždým výrazne dominantná amplitúda variácií indexu c_1 . Tiež je možné pozorovať, že zmeny indexov $b - y$ a m_1 sú orientované opačne ako c_1 , čo je možné pozorovať aj v práci Mikulášek et al. (2015).

	1st PC	2nd PC	3rd PC
$b - y$	-0.200	0.164	0.102
m_1	0.215	0.308	0.236
c_1	-1.000	-1.000	1.000

Tabuľka 5.1: Normalizované hodnoty amplitúd indexov Strömgrenovho systému voči indexu c_1 pre prvé tri hlavné komponenty.

5.5 Hviezdy s dvoma škvŕnami

Zo všetkých 83 analyzovaných hviezd bolo zo začiatku do kategórie hviezd s dvoma škvŕnami zaradených 45, 5 bolo neskôr pridaných po zrušení skupiny hviezd s tmavou škvŕnou typu u . U všetkých pôvodných hviezd boli skúmané ich svetelné krivky a následne preložené modelovou funkciou 5.2. Rozhodnúť o pozícii škvŕn len na základe vzhľadu svetelnej krivky nie je jednoduché. Približne 30 hviezd bolo možné popísať minimálne dvoma rôznymi usporiadaniami škvŕn s takmer identickými hodnotami štandardnej odchýlky. O tej správnej pozícii bolo rozhodnuté podľa tvaru charakteristických spektrálnych zmien amplitúd jasnosti z predchádzajúcej sekcie. Aj v tomto prípade boli hviezdy zaraďované do skupín typu u a v , popritom sa ale vyrýsovali ešte ďalšie kategórie.

Z prvotnej analýzy bola vyčlenená skupina hviezd HD číslami 32633, 35298, 40312, 43819, 49333, 171247, 177410, 179527 a 217833. Škvŕny každej z nich by mohli byť zaradené rovnako medzi svetlé, ako aj tmavé, s maximálnou amplitúdou vo filtri u podobne, ako je tomu v prípade hviezd na obrázku 5.12. Dve z nich, HD 40312 a HD 177410, boli chemicky zmapované. Prvá hviezda bola veľmi podrobne študovaná fotometricky aj

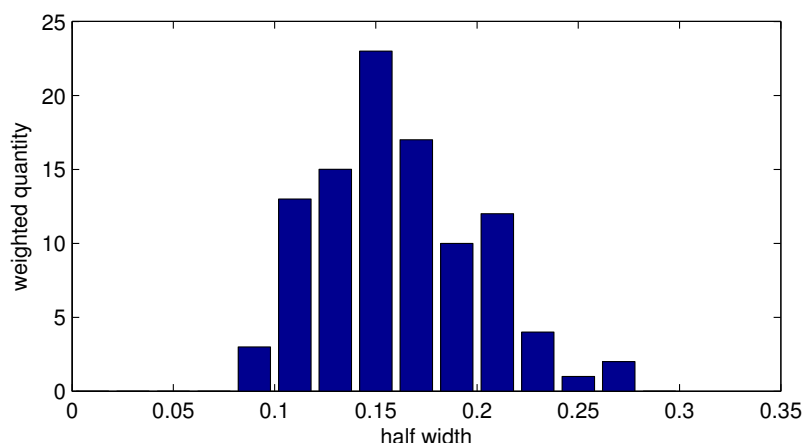
spektroskopicky (Krtička et al., 2015). Bolo dokázané, že svetelné zmeny vo škvrnách spôsobuje pohltenie energie v ultrafialovej oblasti spektra čiarami kremíka, železa a chrómu a následné vyžiarenie v optickej oblasti. Rovnaká situácia je u HD 177410, kde je za prerozdelenie energie vo škvrnách zodpovedná vysoká abundancia kremíka a železa (Krtička et al., 2009). Týmto je jednoznačne dokázané, že škvrny sú v oboch prípadoch v použitých filtroch svetlejšie ako okolitý povrch. Znovu sa porovnaním chemických máp s fotometrickými zmenami potvrdilo, že škvrny typu u sú svetlé a naopak, v žiadnom prípade sa neukázala existencia takejto tmavej škvrny. Štúdium chemických máp pomáha určiť pozíciu fotometricky dominantných škvŕn, tak ako je tomu aj v nasledujúcich prípadoch. Z tohto dôvodu boli škvrny typu u považované za svetlé, kedykoľvek to bolo možné.

Prípád HD 37776 je obzvlášť zaujímavý. Na základe tvaru svetelných kriviek môže mať škvrny typu u , ale rovnako aj typu v pri odlišnej konfigurácii. Chemické mapovanie a následné modelovanie žiarivého toku (Krtička et al., 2007) ukázalo, že vo fázach približne 0.45 a 0.7 sa nachádza významný prebytok hélia, kým vo fázach 0.05 a 0.7 zase prebytok kremíka (pozície škvŕn z článku boli posunuté na základe používanej hodnoty referenčného HJD). Je dokázané, že oba prvky produkujú vo vizuálnej oblasti svetlé škvrny, no keďže sa im príslušné škvrny nachádzajú v iných pozíciách, nastáva redukcia zmien jasnosti – škvrny si konkurujú. Výrazne dominantnejšie svetelné zmeny vytvára kremík. Všetky škvrny sú typu u .

Napriek tomu, že HD 83368 je asi najpodrobnejšie zmapovanou hviezdou, z práce Kochukhov et al. (2004) jednoznačne nevyplýva, ktorý zo 17 skúmaných chemických prvkov je zodpovedný za vzhľad svetelnej krivky. Rozloženie každého prvku je iné, na povrchu sa nenachádzajú len dve škvrny, ale mnoho chemicky odlišných. V porovnaní so slnečným zložením najvýraznejšiu zmenu zastúpenia vykazuje lítium, ktorého rozloženie korešponduje s pozíciou tmavých škvŕn vo filtri u . Bolo by vhodné z chemických máp namodelovať, ktorý prvok akým spôsobom ovplyvňuje rozloženie toku žiarenia. Len tak by bolo možné spoľahlivo určiť charakter a pozíciu dominantných škvŕn.

Na všetky hviezdy bola aplikovaná nelineárna regresia s modelovou funkciou 5.2. Hlavným výstupom sú amplitúdy jasností škvŕn, ich pološírky a pozície. Nulové hladiny pre každú hviezdu a každého pozorovateľa budú použité v databáze mCPod na vylepšenie možnosti zobrazovacieho modulu. Zmeny amplitúd sú podrobne skúmané v ďalších častiach, informácie o fáze centra škvŕny a jej pološírke sú zhrnuté v tabuľke A.4 v prílohe. Výsledky spojené s určením pološírky škvŕn sú vykreslené v podobe váženého histogramu na obrázku 5.15. Podobne ako u hviezd s jednou škvrnou možno vidieť systematický nárast zastúpenia škvŕn s veľkou pološírkou. Ako vysvetlenie sa ponúkajú rovnaké závery – niektoré škvrny nemajú tvar kruhový, ale rovnobežkovo pretiahnutý, resp. ide o dve nerozlíšené škvrny. Vážený medián pološírky má hodnotu 0.143 a vážený aritmetický priemer 0.147, čo sú hodnoty, ktoré sú v celkom dobrej zhode s predpovedanými simuláciami.

Svetelné krivky všetkých 50 hviezd boli roztriedené podľa charakteristických spektrálnych zmien ich amplitúd podobne, ako tomu bolo u hviezd s jednou škvrnou v časti 5.4. V tomto prípade je klasifikácia o niečo problematickejšia či už z dôvodu možnej misinterpretácie polohy škvŕn alebo jednoducho preto, že škvrny na jednej hviezde nemusia mať podobný charakter. Nasledujúce triedenie je založené na fenomenologickom postupe bez exaktných matematických kritérií, ktoré by určovali náležitosť k danej skupine. Výsledná klasifikácia je zdokumentovaná v tabuľke A.2 v prílohe.



Obr. 5.15: Vážený histogram pološírok určených u hviezd s dvoma škvrkami.

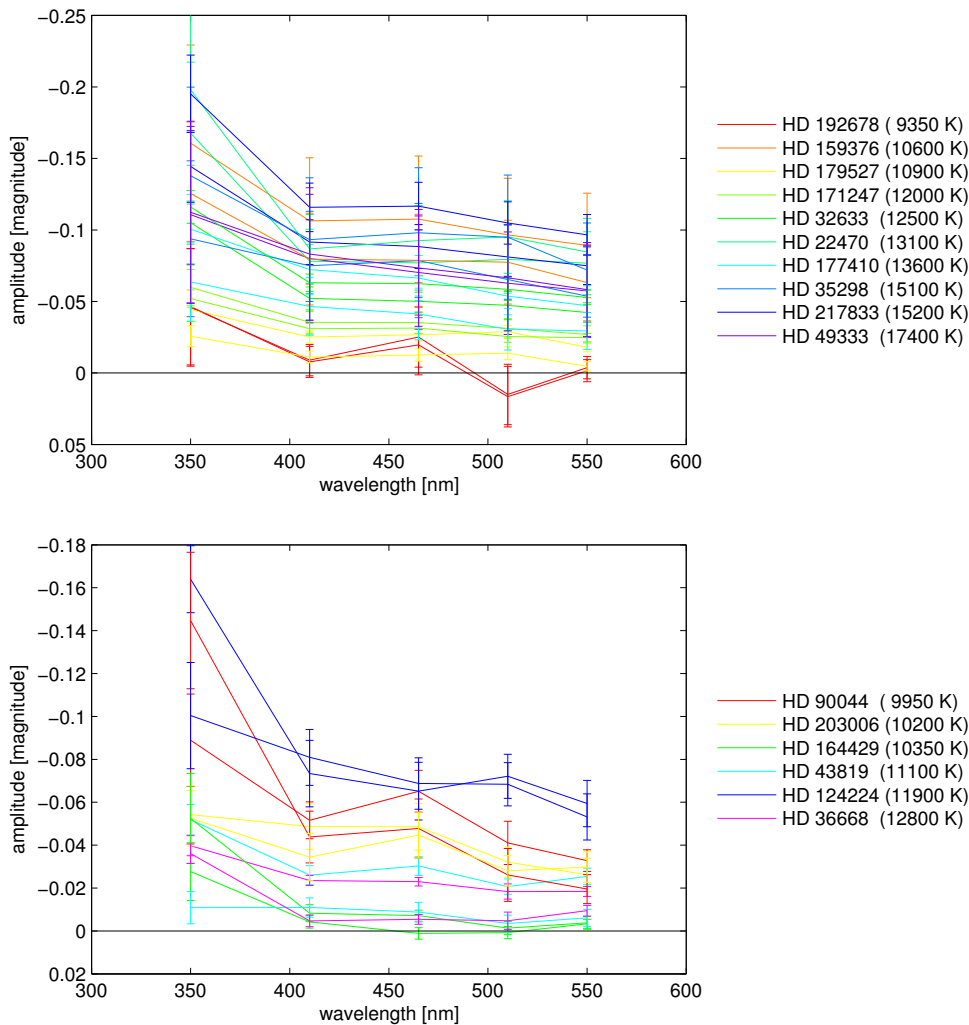
5.5.1 Škvrny podobného charakteru

Skupina hviezd so škvrkami podobného charakteru podáva ucelenú informáciu o dvojiciach škvrn tvorených rovnakým mechanizmom. Podmienky v atmosfére sú podobného charakteru, škvrny sa líšia len pozíciou a mierou zmien jasnosti, čo je zrejme zapríčinené ich rozdielnou veľkosťou a koncentráciou charakteristického prvku. O tom svedčí podobný až identický tvar spektrálnych zmien amplitúd, ako možno vidieť na obrázkoch 5.16, 5.17 a 5.18.

Prvá a súčasne najpočetnejšia skupina hviezd so 16 predstaviteľmi zahŕňa hviezdy s dvoma svetlými škvrkami typu u (obrázok 5.16). Niektoré hviezdy majú takmer identické zmeny amplitúd (prvá skupina na obrázku), iné sa od seba mierne odlišujú (druhá skupina). Všetky škvrny sú svetlé, vykazujú maximálnu amplitúdu vo filtri u a následný pokles so vzrastajúcou vlnovou dĺžkou. V niektorých prípadoch amplitúda monotónne klesá, v iných sa nachádza mierne lokálne minimum, najčastejšie vo filtri v , alebo nastáva výrazný pokles medzi filtermi u a v . Neukazuje sa, že by boli tieto jemné tvarové odlišnosti korelované s teplotou alebo s veľkosťou amplitúdy. Dôvod treba zrejme hľadať v abundancii charakteristického chemického prvku.

Tvary týchto závislostí potvrdzujú platnosť predpokladaného modelu prerozdelenia energie v spektre z UV do viditeľnej oblasti v dôsledku pohltenej energie v spektrálnych čiarach kovov. Z výsledkov doterajších modelovaní (Krtička et al., 2007, 2009, 2012, 2015; Shulyak et al., 2010) vyplýva, že najvýraznejšie fotometrické zmeny vytvárajú prvky Fe, Si a Cr a to presne takým spôsobom, akým sa prejavujú škvrny typu u . Všetky tieto charakteristiky súhlasia s charakteristikami hviezd s jednou škvrkou typu u , ako aj napríklad zmieňovaný celý rozsah prípustných teplôt.

Druhá základná skupina hviezd, ktorej existencia sa rysovala už pri skúmaní hviezd s jednou škvrkou, sú hviezdy so škvrkami typu v . Ich predstavitelia sú zobrazení na obrázku 5.17. V tomto prípade nie je známych niekoľko údajov o efektívnej teplote, je však možné získať obraz o ich hodnote zo spektrálnej triedy. HD 7676 patrí podľa databázy SIMBAD do triedy A5, u hviezdy HD 86592 je známe len to, že patrí medzi A hviezdy a HD 189832

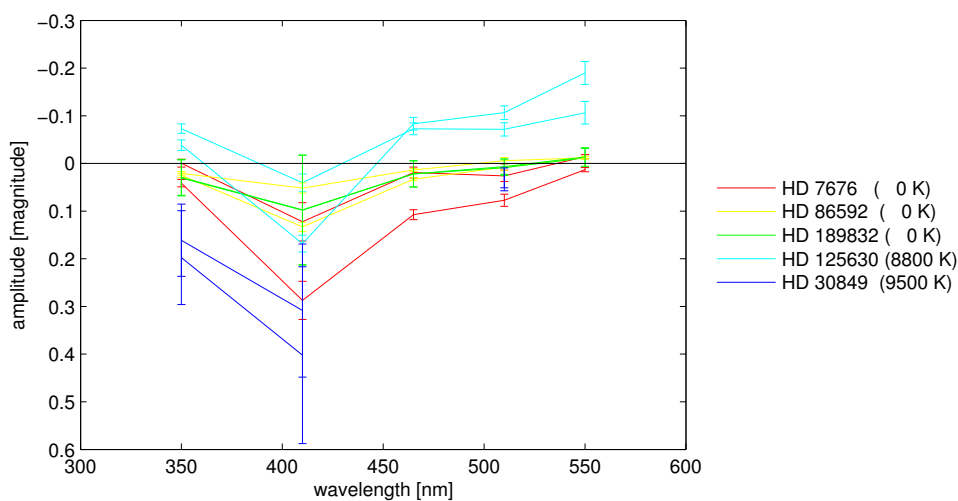


Obr. 5.16: Spektrálna závislosť amplitúd jasností svetlých škvŕn s podobným charakterom typu *u*.

je dokonca hviezdou typu F0. Z toho možno súdiť, že všetky hviezdy tejto skupiny patria medzi chladnejšie hviezdy do efektívnej teploty približne 11 000 K.

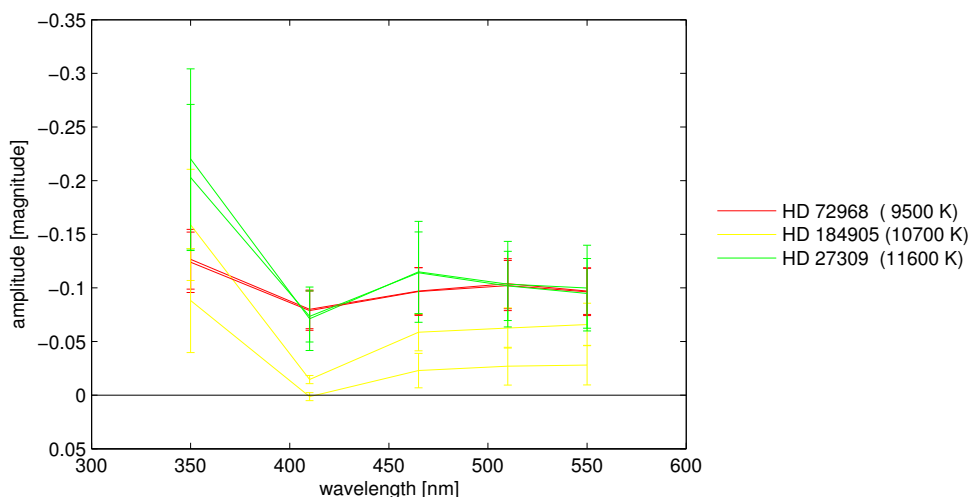
Škvŕny tohto typu majú výrazné minimum jasnosti vo filtri *v*, sú prevažne tmavé a smerom k vyšším vlnovým dĺžkam znižujú svoj rozdiel jasnosti voči okoliu, až prechádzajú v škvŕny jasné. Najvyššiu jasnosť dosahujú spravidla vo filtri *y*. Výnimku predstavuje HD 51418, ktorá je jasná v celom rozsahu optického spektra. Princíp vzniku takéhoto spektrálneho rozloženia energie doteraz nie je známy. Mikulášek et al. (2007b) sa domnieva, že tento tvar súvisí s poklesom Balmerovho skoku v regiónoch s nadmierne vysokým zastúpením charakteristického prvku. Žiadna hviezda so škvŕnou tohto typu nebola doteraz podrobne preskúmaná, výskum ich spektrálnej distribúcie energie by mohol vysvetliť tento charakteristický tvar. Vhodným kandidátom by bola napr. najjasnejšia hviezda z tejto skupiny, HD 188041, ktorá má dostatočnú fotometrickú základňu, avšak pomerne dlhú periódu.

Pri bližšom pohľade na typ pekuliarit z tabuľky A.2 je možné si všimnúť, že všetky



Obr. 5.17: Spektrálna závislosť amplitúd jasností škvŕn s podobným charakterom typu v .

škvŕny typu v vznikajú na SrCrEu hviezdach s výnimkou HD 133029 a HD 66605. Prvá zo spomínaných hviezd dosahuje len malé amplitúdy jasnosti a aj jej zaradenie medzi v hviezdy je diskutabilné. Zistenie, že 14 zo 16 hviezd, na ktorých sa nachádza škvŕna typu v , patria súčasne do triedy SrCrEu, pravdepodobne nie je dielom náhodnej štatistiky, ale priamym dôvodom charakteristického tvaru spektrálneho rozloženia energie tejto skupiny. Podobné spojenie tohto charakteristického tvaru a chemického zatriedenia nie je pozorované u žiadnej inej skupiny.



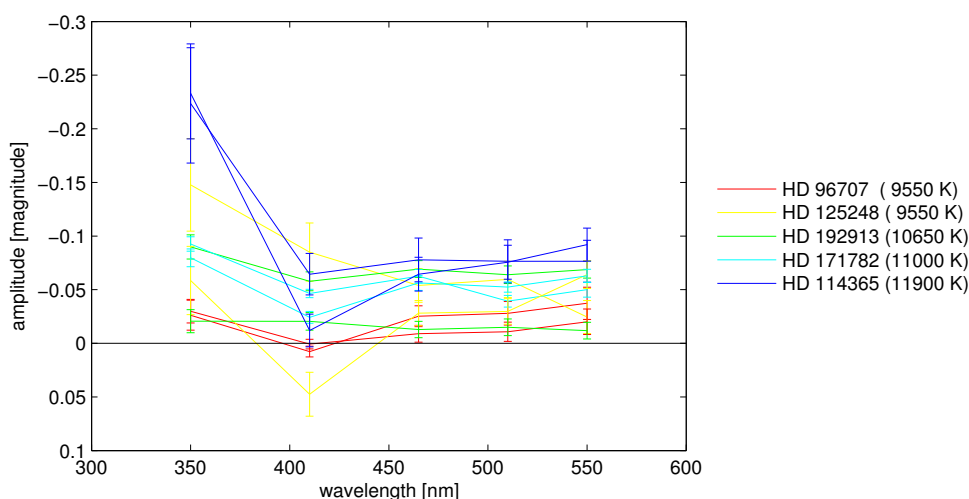
Obr. 5.18: Spektrálna závislosť amplitúd jasností škvŕn s podobným charakterom s prechodným tvarom typu u/v .

Niektoré škvŕny sú akýmsi spojením typov u a v (obrázok 5.18). Sú jasné, ale na rozdiel od škvŕn typu u dosahujú globálne minimum vo filtri v a ich jasnosť ďalej rastie, prípadne

klesá len mierne. Nízky počet zástupcov tejto skupiny neumožňuje vytvoriť presné závery, niektoré škvrny tohto typu budú však ešte prítomné v nasledujúcich podsekciiach. Je možné konštatovať, že nepozorujeme škvrny tohto typu vo hviezdach s efektívnou teplotou vyššou ako 12 000 K.

5.5.2 Škvrny odlišného charakteru a tmavé škvrny

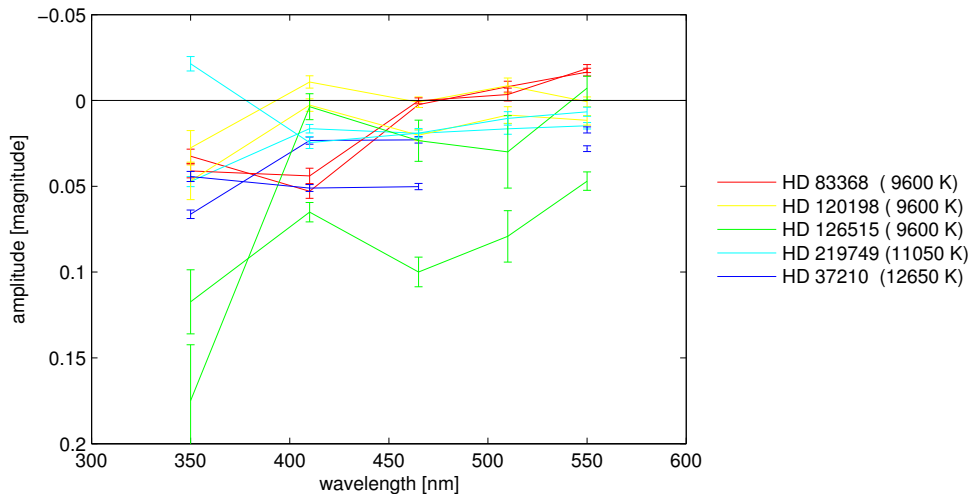
Do ďalšej kategórie sú zaradené hviezdy s dvoma odlišnými škvrnami spomedzi „vyhovujúcich“ typov u , v a u/v (obrázok 5.19). HD 96707 obsahuje škvrny typu v a u/v , HD 125248 škvrny typu u a v a ostatné tri hviezdy majú škvrny typu u a u/v . Týmto sa ukazuje, že na jednej hviezde môžu byť aj dva odlišné mechanizmy rozdelenia energie vo škvrnách, nie je to však časté a samotné škvrny jednej hviezdy sa od seba nezvyknú veľmi líšiť.



Obr. 5.19: Spektrálna závislosť amplitúd jasností škvŕn s odlišným charakterom typov u , v a v/u .

Špeciálnou skupinou sú tmavé škvrny s minimom jasnosti a maximálnou amplitúdou vo filteri u . Ich existencia síce bola predpovedaná, ale nie dokázaná, preto boli všetky tmavé škvrny nahradené svetlými, ak to bolo možné. V niektorých prípadoch však neexistuje spoľahlivé rozloženie škvŕn, ktoré by úspešne nahradilo kombináciu obsahujúcu aspoň jednu takúto tmavú škvrnu. Pri pohľade na svetelné krivky HD 37210 (obrázok A.3) je zjavná odlišnosť medzi filtrom u a filtermi v a y . Uvažované dve tmavé škvrny (jedna s minimom jasnosti v u a druhá pekuliárna) síce minimalizujú počet parametrov, pravdepodobnejšie však je, že systém škvŕn vytvára komplikovanejšiu štruktúru s dominantnými svetlými škvrnami. HD 83368 na obrázku A.4 má pomerne jednoznačne interpretovateľný tvar svetelných kriviek. Na povrchu má dve podobné škvrny s minimálnou jasnosťou vo filteroch u a v , čo z nich robí akýsi prechodný typ medzi tmavými škvrnami typu u a v . Nakoľko má ale hviezda podľa zdroja Kochukhov et al. (2004) efektívnu teplotu len 7650 K (čo je v rozpore s hodnotou zo štúdie Glagolevskij (1994)), môže byť celý proces presunu energie posunutý k väčším vlnovým dĺžkam. Takto by sa energia v kratšej časti viditeľného

spektra pohlcovala a v dlhšej vyžarovala. HD 120198 má podobný charakter zmien ako HD 37210, je možné na ňu aplikovať rovnaké závery. Podobne sú na tom aj HD 126515 a HD 219749 (obrázky A.5 a A.6). Tieto hviezdy majú spoločné to, že svetelné krivky majú podobný vzhľad vo všetkých filtroch okrem filtra u , kde sa ich tvar radikálne mení. Ich podrobnejší výskum by mohol odhaliť mechanizmus žiarenia takejto škrvny aktívnej len v u filtri. Rozhodne sa však existenciou tejto skupiny hviezd nedokázala existencia tmavých škvŕn s u profilom.



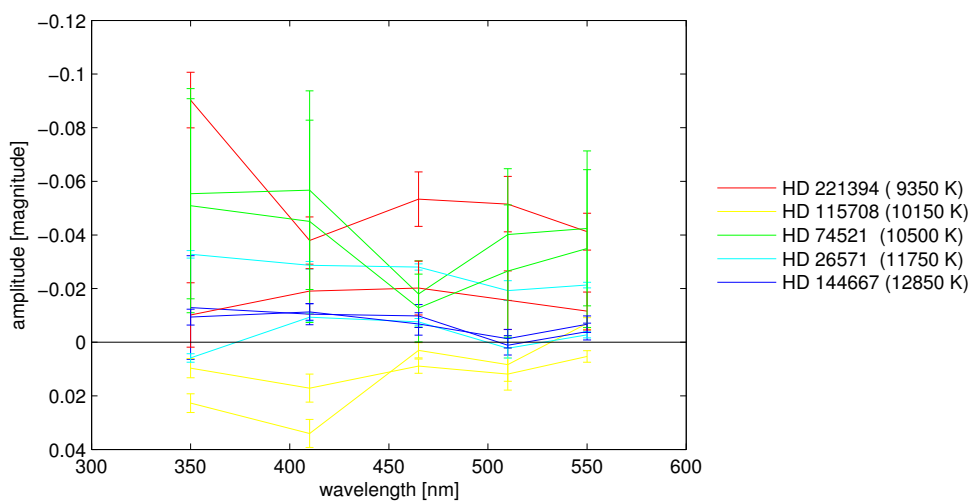
Obr. 5.20: Spektrálna závislosť amplitúd jasností tmavých škvŕn s profilom u .

5.5.3 „Pekuliárne“ škrvny

Mnohé fotometricky odvodené škrvny vykazujú netradičné rozdelenie energie v spektre, ktoré nie je možné zaradiť do žiadneho z predchádzajúcich typov, tieto budú ďalej označované ako „pekuliárne“. V tejto kategórii tvoria špeciálnu skupinu hviezdy so škvŕnami, ktoré majú malé amplitúdy, resp. veľké nepresnosti určenia amplitúd. Ak máme hovoriť o zmenách rozloženia energie v spektre, je potrebné, aby boli tieto zmeny dostatočne veľké. Na vzniku takejto teoretickej fotometrickej škrvny sa totiž môže podieľať viacero efektov spojených so skutočnými chemickými anomáliami, nepresnosťou fotometrie alebo s nepresným preložením modelovou funkciou. Z tohto dôvodu nebudú takéto škrvny ďalej rozoberané, hviezdy s takýmito škvŕnami sú na obrázku 5.21)

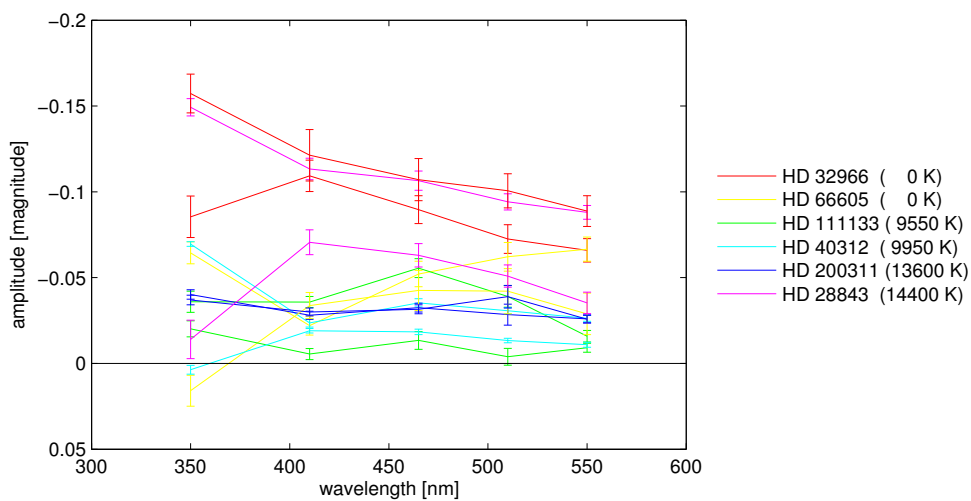
Kvôli prehľadnosti sú na obrázkoch 5.22 a 5.23 oddelené hviezdy s jednou a dvoma pekuliárnymi škvŕnami. HD 200311 má odchýlku len vo filtri $H\beta$, čo je spôsobené vysokou nepresnosťou dát a ich malým počtom. Ostatné hviezdy s výnimkou HD 111133 majú pekuliárnu škvŕnu s podobným charakterom. Tá má zníženú jasnosť vo filtri u , ale inak sa podobá škvŕnám typu u . Takéto rozdelenie energie môže vytvárať napríklad chróm, ako ukázal Shulyak et al. (2010) u hviezdy HD 112185.

Medzi hviezdami s dvoma pekuliárnymi škvŕnami vyniká HD 54118, ktorej tvar je úplne atypický. Jediným možným vysvetlením je prítomnosť viacerých než len dvoch

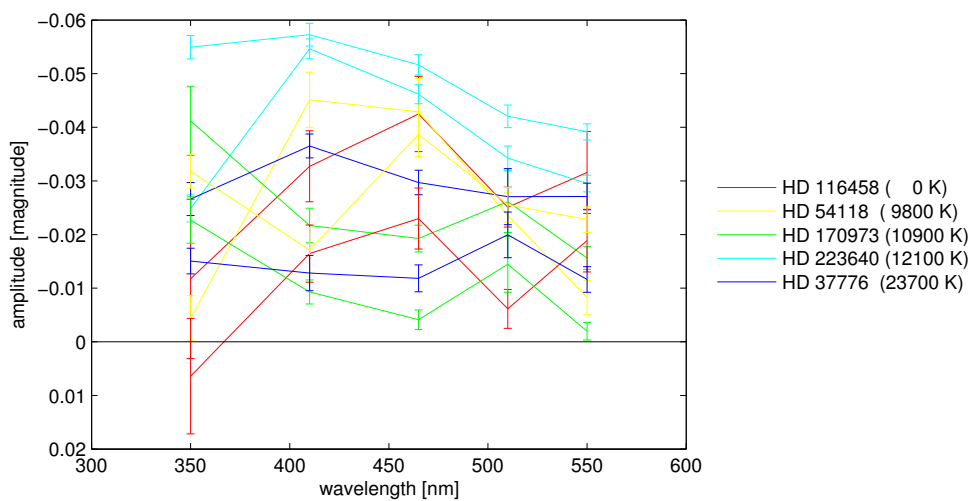


Obr. 5.21: Spektrálna závislosť amplitúd jasností pekuliárnych škvŕn s malými amplitúdami alebo vysokými chybami.

škvŕn. Hviezdy HD 37776, HD 116458 a HD 170973 majú zreteľný skok vo filtri $H\beta$ opäť v dôsledku nedostatočných dát s veľkým rozptylom. Znovu môžeme v tejto skupine nájsť svetlé škvŕny typu u , ale s poklesom jasnosti vo filtri u . Týmto sú vysvetlené tvary kriviek všetkých hviezd až na spomínanú HD 54118.



Obr. 5.22: Spektrálna závislosť amplitúd jasností pekuliárnych škvŕn.



Obr. 5.23: Spektrálna závislosť amplitúd jasností pekuliárnych škvŕn.

Záver

Náplňou tohto výskumu, ktorý nadväzuje na moju bakalársku prácu, je štúdium svetelných zmien rotujúcich premenných hviezd so škvrnami, so zameraním na chemicky pekuliárne hviezdy. Je rozdelený do dvoch hlavných častí sledujúcich dva primárne ciele. Prvým cieľom je získať predstavu o tvaroch svetelných kriviek z teoretických simulácií škvŕn s rôznymi parametrami a zistiť, či sú v zhode so skutočnými pozorovaniami. Druhým zámerom je hromadná analýza spektrálnej závislosti jasnosti škvŕn a následná snaha o klasifikáciu škvŕn na základe charakteru týchto zmien.

Prvá kapitola zhromažďuje základné poznatky potrebné na uvedenie do skúmanej problematiky. Zaoberá sa stručným historickým výskumom chemicky pekuliárnych hviezd, ich vzájomnými odlišnosťami, fyzikálnymi charakteristikami, vznikom chemických škvŕn v dôsledku žiarivej difúzie a ich pozorovanými fotometrickými a spektroskopickými prejavmi. Druhá kapitola poskytuje zázemie na používané spracovanie fotometrických dát. Popisuje základnú fotometrickú terminológiu a metódy zobrazovania dát. Taktiež obsahuje matematický aparát nelineárnej regresie určenej na prekladanie závislostí modelovými funkciami.

Zvyšné tri kapitoly sú samotným jadrom výskumu. Tretia kapitola sa zameriava na simuláciu svetelných kriviek. K tomu sú použité modelové kruhové hviezdy s rovnomerne rozloženým jasom mimo oblastí škvŕn a homogénne jasnými kruhovými škvŕnami. Z vlastností hviezdy vstupuje do simulácií vertikálny a horizontálny sklon jej rotačnej osi (ϵ, λ) a lineárny koeficient okrajového stemnenia q . Škvŕna je definovaná uhlovým polomerom α , centrálnou stelárnou šírkou a dĺžkou (δ_0, φ_0) a absorbným koeficientom η vyjadrujúcim relatívne množstvo pohltenej energie. Parametre φ_0, q a η môžu byť považované pri určitom zjednodušení za konštanty. Takto simulované svetelné krivky sú vo veľmi dobrej zhode s používanou modelovou Gaussovou a modifikovanou Gaussovou funkciou, ktorých výstupom je hodnota amplitúdy a pološírky. Na popis svetelnej krivky väčšiny škvŕn je vhodnejšia Gaussova funkcia. Skúmaním povolených hodnôt parametra q sa ukázalo, že zavedením parametra q ako konštanty sa dopúšťame maximálne 8% chyby v určení pološírky a 15% odchýlky v stanovení amplitúdy. Dôležitým výsledkom je pravdepodobnostné rozdelenie hodnôt pološírky, pri ktorom 95 % všetkých škvŕn vytvára pološírky v prípustnom intervale hodnôt 0.10–0.19 vo fázovej miere. Najčastejšia hodnota pološírky je 0.14. Je dokázané, že menšie škvŕny vytvárajú typicky užšie pološírky a väčšie škvŕny svetelné krivky so širšími pološírkami. Zo simulácií vyplýva, že existuje určitá závislosť medzi hodnotou parametra δ_0 a hodnotou pološírky. Škvŕny v rovníkových oblastiach majú tendenciu vytvárať užšie pološírky, než škvŕny v oblasti pólů. Korelácia medzi ostatnými parametrami je slabá prípadne vôbec neexistuje.

Štvrtá kapitola rozoberá odlišné metódy analýzy svetelných kriviek. V prvej časti sa

nachádza porovnanie medzi používanou Gaussovou funkciou a harmonickým polynómom n -tého rádu. Výpočty ukazujú, že použitie polynómu druhého rádu u škvŕn s pološírkou menšou ako 0.12, ktoré sa vyskytujú v častom zastúpení, trpí chybou vyššou ako 10 %. Pre najužšie švrny sa nepresnosť zvyšuje až na 30 %. Presným (menej než 3% chyba pre 95 % prípadov náhodných škvŕn) sa ukazuje až použitie štvrtého rádu. Druhá časť je venovaná metóde hlavných komponentov, ktorá je vhodná na určenie počtu rôznych mechanizmov premennosti a čiastočne aj pozície škvŕn.

Najobsiahlejšia je piata kapitola. Jej prvá polovica sa sústreďuje na základné spracovanie a triedenie dát. Dátovou základňou sú upravené pozorovania z databázy mCPod. Z jednotlivých hviezd je najprv vybraných niekoľko skupín, ktoré nevyhovujú ďalšej analýze. Sú to hviezdy s nedostatočným množstvom pozorovaní, nepremenné hviezdy a hviezdy s komplikovanými svetelnými krivkami v dôsledku viacerých škvŕn. Medzi nepremenné hviezdy boli zaradené HD 6178, HD 15144 a HD 49606. Po preštudovaní primárnych zdrojov sa ukázalo, že u poslednej z hviezd bola predpokladaná fotometrická premennosť kvôli použitiu premennej zrovnávacej hviezdy. Zvláštnou kategóriou sú hviezdy s chybnými dátami. V niektorých prípadoch šlo o zámenu pozorovacích filtrov, chybne určenú hodnotu periódy, nepresné pozorovania v dôsledku odlišných pozorovacích podmienok alebo iba dáta s príliš veľkým rozptylom. Všetky chyby boli odstránené a hviezdy boli následne ďalej analyzované.

Druhá polovica piatej kapitoly je analýzou hviezd s jednou, resp. dvoma škvŕnami. Zo spektrálnej závislosti zmien jasnosti škvŕn 25 hviezd s jednou škvŕnou boli určené tri hlavné komponenty, dôraz bol však kladený len na primárnu a sekundárnu. Majoritná skupina škvŕn je vo všetkých filtroch Strömgrenovho systému jasná s maximom vo filtri u . Nejedná sa o ničím špecifikovanú skupinu, charakteristické rozdelenie energie najčastejšie spôsobuje Si, Fe a Cr. Škvŕny druhého typu sú vo filtri v výrazne tmavé s vysokými zmenami indexu c_1 . Takéto škvŕny sa nachádzajú na hviezdach typu SrCrEu s nižšími efektívnymi teplotami (do 11 000 K). Pri analýze hviezd s dvoma škvŕnami sa ukázalo, že pravdepodobnostné rozdelenie pološírok približne súhlasí s teoreticky predpovedaným, je však posunuté smerom k vyšším hodnotám, čo je pripisované neodlíšeným, resp. rovnobežkovo pretiahnutým škvŕnám. Dokázali sa tiež vyššie rozoberané závery platné pre hviezdy s jednou škvŕnou, objavili sa prechodné typy spektrálneho rozdelenia energie, jasné škvŕny s poklesom vo filtri u (pravdepodobne spôsobené prítomnosťou Cr) a skupina „pekuliárnych“ škvŕn s netradičným charakterom, ktorý je však vo väčšine prípadov vysvetliteľný.

Čiastočné výstupy z tohto výskumu boli prezentované na medzinárodnej konferencii „Physics and Evolution of Magnetic and Related Stars“ a následne publikované v zborníku konferencie. Výsledky prekladania svetelných kriviek budú v blízkej dobe použité v databáze mCPod v pripravovaných prídavných moduloch. Ďalšie pokračovanie tohto výskumu je plánované počas doktorandského štúdia s prehĺbením skúmanej tematiky. K tomu je plánované rozšírenie dát o pozorovania z UV oblasti, prípadne zahrnutie dát z družice Kepler. Je možné generalizovať simulácie geometricky premenných hviezd aj na zákrytové dvojhviezdy a urobiť ich porovnanie s doterajšími výsledkami. Tiež by som rád doplnil výskum o spektroskopické porovnania a urobil tak celé štúdium komplexnejšie. Problematika CP hviezd nie je ani zďaleka uzavretá a existuje množstvo otázok, na ktoré je možné sa zamerať pri ďalšom výskume.

Dodatok A

Príloha

HD	filtre (počet meraní)	ID	zdroj
3980	Hp(118)	0	ESA (1997)
	u(12)v(12)b(12)y(12)	4	Vogt & Faundez (1979)
	u(14)v(22)b(22)y(22)	5	Maitzen et al. (1980)
5737	Hp(88)	0	ESA (1997)
	u(192)v(192)b(192)y(192)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(220)v(220)b(220)y(220)	93	Sterken et al. (1995a)
5797	Hp(214)	0	ESA (1997)
	u(22)v(22)b(22)y(22)	2	Wolff (1975)
6178	Hp(100)	0	ESA (1997)
	u(134)v(134)b(134)y(134)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(149)v(149)b(149)y(149)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(74)v(74)b(74)y(74)	97	Manfroid et al. (1995b)
	u(33)v(33)b(33)y(33)	98	Sterken et al. (1996)
7676	Hp(126)	0	ESA (1997)
	u(29)v(29)b(29)y(29)	13	Manfroid et al. (1995c)
	u(74)v(74)b(74)y(74)	14	Sterken et al. (1995b)
14392	Hp(171)	0	ESA (1997)
	u(81)v(81)b(81)y(81)	16	Adelman & Knox (1994)
15144	Hp(108)	0	ESA (1997)
	u(74)v(74)b(74)y(74)	19	Adelman & Boyce (1995)
22316	Hp(83)	0	ESA (1997)
	u(86)v(86)b(86)y(86)	17.1	Adelman (1999)
	u(12)v(12)b(12)y(12)	17.2	Adelman (1999)
22470	Hp(78)	0	ESA (1997)
	u(77)v(77)b(77)y(77)	19	Adelman & Boyce (1995)
	u(130)v(130)b(130)y(130)	20	Adelman (2000a)
26571	Hp(61)	0	ESA (1997)
	u(117)v(117)b(117)y(117)	20	Adelman (2000a)
27309	Hp(75)	0	ESA (1997)
	u(34)v(34)b(34)y(34)	22	North & Adelman (1995)
	u(14)v(14)b(14)y(14)	23	Nikolov (1974)
	u(24)v(24)b(24)y(24)	24	Musielok et al. (1980)
28843	Hp(85)	0	ESA (1997)
	u(11)v(11)b(11)y(11)	26	Pedersen & Thomsen (1977)
	u(38)v(38)b(38)y(38)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(60)v(60)b(60)y(60)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(7)v(7)b(7)y(7)	97	Manfroid et al. (1995b)
29009	Hp(107)	0	ESA (1997)
	u(305)v(305)b(305)y(305)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(248)v(248)b(248)y(248)	93	Sterken et al. (1995a)
30849	Hp(108)	0	ESA (1997)
	u(8)v(8)b(8)y(8)	4	Vogt & Faundez (1979)
	u(24)v(24)	27	Hensberge et al. (1981)
32633	Hp(85)	0	ESA (1997)
	u(91)v(91)b(91)y(91)	30	Adelman (1997a)
	u(77)v(77)b(77)y(77)	87	Adelman & Kaewkormmaung (2005)
32650	Hp(189)	0	ESA (1997)
	u(69)v(69)b(69)y(69)	37	Adelman (1997c)

HD	filtre(počet meraní)	ID	zdroj
32966	Hp(153)	0	ESA (1997)
	u(4)v(4)b(4)y(4)	4	Vogt & Faundez (1979)
	u(66)v(66)b(66)y(66)	31	Adelman & Meadows (2002)
35298	Hp(119)	0	ESA (1997)
	u(52)v(52)b(52)y(52)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(36)v(36)b(36)y(36)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(100)v(100)b(100)y(100)	102	Adelman & Rice (1999)
36668	Hp(111)	0	ESA (1997)
	u(115)v(115)b(115)y(115)	32	Adelman (2000b)
37210	u(113)v(113)b(113)y(113)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(347)v(347)b(347)y(347)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(90)v(90)b(90)y(90)	97	Manfroid et al. (1995b)
37776	Hp(103)	0	ESA (1997)
	u(54)v(54)b(54)y(54)	26	Pedersen & Thomsen (1977)
	u(42)v(42)b(42)y(42)	33	Adelman (1997b)
	u(18)v(18)b(18)y(18)	85	Adelman & Pyper (1985)
40312	Hp(119)	0	ESA (1997)
	u(47)v(47)b(47)y(47)	37	Adelman (1997c)
	u(69)v(69)b(69)y(69)	87	Adelman & Kaewkornmaung (2005)
41089	Hp(133)	0	ESA (1997)
	u(163)v(163)b(163)y(163)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(67)v(67)b(67)y(67)	93	Sterken et al. (1995a)
43819	Hp(95)	0	ESA (1997)
	u(110)v(110)b(110)y(110)	33	Adelman (1997b)
	u(61)v(61)b(61)y(61)	86	Adelman & Young (2005)
49333	Hp(136)	0	ESA (1997)
	u(66)v(66)b(66)y(66)	20	Adelman (2000a)
	u(16)v(16)b(16)y(16)	26	Pedersen & Thomsen (1977)
49606	Hp(97)	0	ESA (1997)
	u(97)v(97)b(97)y(97)	17.1	Adelman (1999)
	u(42)v(42)b(42)y(42)	17.2	Adelman (1999)
51418	Hp(110)	0	ESA (1997)
	u(17)v(17)b(17)y(17)	24	Musielok et al. (1980)
	u(17)v(17)b(17)y(17)	35	Pyper & Adelman (1983)
54118	Hp(126)	0	ESA (1997)
	u(119)v(119)b(119)y(119)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(64)v(64)b(64)y(64)	93	Sterken et al. (1995a)
62140	Hp(160)	0	ESA (1997)
	u(11)v(11)b(11)y(11)	36	Bonsack et al. (1974)
	u(89)v(89)b(89)y(89)	37	Adelman (1997c)
	u(77)v(77)b(77)y(77)	87	Adelman & Kaewkornmaung (2005)
66605	Hp(124)	0	ESA (1997)
	u(33)v(33)b(33)y(33)	38	Renson & Manfroid (1978)
	u(26)v(26)b(26)y(26)	39	Heck et al. (1987)
	u(17)v(17)b(17)y(17)	90	Breger (1979)
72968	Hp(103)	0	ESA (1997)
	u(30)v(30)b(30)y(30)	43	Wolff & Wolff (1971)
	u(10)v(10)b(10)y(10)	45.1	Adelman (1998)
	u(112)v(112)b(112)y(112)	45.2	Adelman (1998)
	u(55)v(55)b(55)y(55)	87	Adelman & Kaewkornmaung (2005)
	u(23)v(23)b(23)y(23)	88.1	Maitzen et al. (1978)
	u(9)v(9)b(9)y(9)	88.2	Maitzen et al. (1978)
u(19)v(19)b(19)y(19)	88.3	Maitzen et al. (1978)	
74521	Hp(95)	0	ESA (1997)
	u(100)v(100)b(100)y(100)	45	Adelman (1998)
79158	Hp(118)	0	ESA (1997)
	u(61)v(61)b(61)y(61)	32	Adelman (2000b)
81009	Hp(91)	0	ESA (1997)
	u(21)v(21)b(21)y(21)	2	Wolff (1975)
	u(12)v(12)b(12)y(12)	27	Hensberge et al. (1981)
	u(254)v(254)b(254)y(254)	37	Adelman (1997c)
83368	Hp(116)	0	ESA (1997)
	u(33)v(33)b(33)y(33)	38	Renson & Manfroid (1978)
	u(23)v(23)b(23)y(23)	39	Heck et al. (1987)
	u(13)v(13)b(13)y(13)	48	Catalano & Leone (1994)
	u(16)v(16)b(16)y(16)	90	Breger (1979)
86592	Hp(124)	0	ESA (1997)
	u(122)v(122)b(122)y(122)	32	Adelman (2000b)

HD	filtre(počet meraní)	ID	zdroj
90044	Hp(83)	0	ESA (1997)
	u(109)v(109)b(109)y(109)	30	Adelman (1997a)
	u(100)v(100)b(100)y(100)	50	Manfroid et al. (1993(@))
	u(31)v(31)b(31)y(31)	51	Sterken et al. (1993)
90569	Hp(73)	0	ESA (1997)
	u(109)v(109)b(109)y(109)	52	Adelman et al. (1999)
96616	Hp(260)	0	ESA (1997)
	u(13)v(13)b(13)y(13)	38	Renson & Manfroid (1978)
	u(90)v(90)b(90)y(90)	53	Manfroid & Renson (1983(@))
96707	Hp(136)	0	ESA (1997)
	u(102)v(102)b(102)y(102)	52	Adelman et al. (1999)
98088	Hp(98)	0	ESA (1997)
	u(10)v(10)b(10)y(10)	48	Catalano & Leone (1994)
	u(9)v(7)b(7)y(7)	54.1	Maitzen (1973)
	u(6)v(6)b(5)y(6)	54.2	Maitzen (1973)
103192	Hp(90)	0	ESA (1997)
	u(94)v(94)b(94)y(94)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(17)v(17)b(17)y(17)	93	Sterken et al. (1995a)
110956	u(16)v(16)b(16)y(16)	56	Olsen (1977)
111133	Hp(70)	0	ESA (1997)
	u(81)v(81)b(81)y(81)	22	North & Adelman (1995)
	u(31)v(31)b(31)y(31)	95	Wolff & Wolff (1972)
114365	Hp(110)	0	ESA (1997)
	u(87)v(87)b(87)y(87)	53	Manfroid & Renson (1983(@))
115708	Hp(162)	0	ESA (1997)
	u(23)v(23)b(23)y(23)	2	Wolff (1975)
	u(114)v(114)b(114)y(114)	17	Adelman (1999)
116458	Hp(146)	0	ESA (1997)
	u(45)v(45)b(45)y(45)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(33)v(33)b(33)y(33)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(11)v(11)b(11)y(11)	97	Manfroid et al. (1995b)
119213	Hp(114)	0	ESA (1997)
	u(28)v(29)b(29)y(28)	24	Musielok et al. (1980)
	u(25)v(25)b(25)y(25)	55	Wolff & Morrison (1975)
	u(20)v(20)b(20)y(20)	61	Pyper & Adelman (1985)
120198	Hp(125)	0	ESA (1997)
	u(73)v(73)b(73)y(73)	62	Wade et al. (1998)
124224	Hp(79)	0	ESA (1997)
	u(23)v(22)b(23)y(23)	61	Pyper & Adelman (1985)
125248	Hp(81)	0	ESA (1997)
	u(13)v(13)b(13)y(13)	43	Wolff & Wolff (1971)
	u(12)v(12)b(12)y(12)	61	Pyper & Adelman (1985)
	u(24)v(18)b(31)y(30)	66	Maitzen & Moffat (1972)
	u(9)v(9)b(9)y(9)	67	Catalano et al. (1992)
125630	Hp(206)	0	ESA (1997)
	u(6)v(6)b(6)y(6)	4	Vogt & Faundez (1979)
	u(98)v(98)b(98)y(98)	53	Manfroid & Renson (1983(@))
126515	Hp(72)	0	ESA (1997)
	u(124)v(124)b(124)y(124)	22	North & Adelman (1995)
133029	Hp(147)	0	ESA (1997)
	u(157)v(157)b(157)y(157)	45	Adelman (1998)
137909	Hp(195)	0	ESA (1997)
	u(14)v(14)b(14)y(14)	61	Pyper & Adelman (1985)
142070	Hp(74)	0	ESA (1997)
	u(92)v(92)b(92)y(92)	70	Adelman (2001)
144667	Hp(129)	0	ESA (1997)
	u(120)v(120)b(120)y(120)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(97)v(97)b(97)y(97)	93	Sterken et al. (1995a)
	u(23)v(23)b(23)y(23)	97	Manfroid et al. (1995b)
152308	Hp(102)	0	ESA (1997)
	u(76)v(76)b(76)y(76)	52	Adelman et al. (1999)
159376	Hp(104)	0	ESA (1997)
	u(64)v(64)b(64)y(64)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(14)v(14)b(14)y(14)	93	Sterken et al. (1995a)
164429	Hp(129)	0	ESA (1997)
	u(77)v(77)b(77)y(77)	52	Adelman et al. (1999)
168733	Hp(79)	0	ESA (1997)
	u(54)v(54)b(54)y(54)	92	Manfroid et al. (1995a)

HD	filtr (počet meraní)	ID	zdroj
	u(13)v(13)b(13)y(13)	93	Sterken et al. (1995a)
170973	Hp(146)	0	ESA (1997)
	u(377)v(377)b(377)y(377)	33	Adelman (1997b)
171247	Hp(111)	0	ESA (1997)
	u(76)v(76)b(76)y(76)	70	Adelman (2001)
171782	Hp(116)	0	ESA (1997)
	u(64)v(64)b(35)y(64)	31	Adelman & Meadows (2002)
177410	Hp(109)	0	ESA (1997)
	u(154)v(154)b(154)y(154)	30	Adelman (1997a)
179527	Hp(134)	0	ESA (1997)
	u(124)v(124)b(124)y(124)	102	Adelman & Rice (1999)
184905	Hp(124)	0	ESA (1997)
	u(38)v(38)b(39)y(38)	24	Musielok et al. (1980)
	u(33)v(33)b(33)y(33)	75	Morrison & Wolff (1971)
	u(107)v(107)b(107)y(107)	76	Adelman et al. (1994)
188041	Hp(49)	0	ESA (1997)
	u(50)v(50)b(50)y(50)	13	Manfroid et al. (1995c)
	u(51)v(51)b(51)y(51)	14	Sterken et al. (1995b)
	u(40)v(40)b(40)y(39)	24	Musielok et al. (1980)
	u(91)v(91)b(91)y(91)	50	Manfroid et al. (1993@)
	u(120)v(120)b(120)y(120)	51	Sterken et al. (1993)
	u(30)v(30)b(30)y(30)	78	Jones & Wolff (1973)
189832	Hp(70)	0	ESA (1997)
	u(81)v(81)b(81)y(81)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(37)v(37)b(37)y(37)	93	Sterken et al. (1995a)
192678	Hp(136)	0	ESA (1997)
	u(72)v(72)b(72)y(72)	102	Adelman & Rice (1999)
192913	Hp(261)	0	ESA (1997)
	u(87)v(87)b(87)y(87)	16	Adelman & Knox (1994)
	u(54)v(54)b(54)y(54)	86	Adelman & Young (2005)
193722	Hp(128)	0	ESA (1997)
	u(205)v(205)b(205)y(205)	79	Adelman et al. (1998)
197018	Hp(149)	0	ESA (1997)
	u(101)v(101)b(101)y(101)	31	Adelman & Meadows (2002)
200311	Hp(102)	0	ESA (1997)
	u(156)v(156)b(156)y(156)	30	Adelman (1997a)
203006	Hp(112)	0	ESA (1997)
	u(35)v(35)b(35)y(35)	75	Morrison & Wolff (1971)
210071	Hp(146)	0	ESA (1997)
	u(84)v(84)b(84)y(84)	70	Adelman (2001)
	u(77)v(77)b(77)y(77)	76	Adelman et al. (1994)
215441	Hp(132)	0	ESA (1997)
	u(73)v(73)b(73)y(73)	22	North & Adelman (1995)
217833	Hp(137)	0	ESA (1997)
	u(61)v(61)b(61)y(61)	82	Adelman (2003)
219749	Hp(178)	0	ESA (1997)
	u(58)v(58)b(58)y(58)	32	Adelman (2000b)
221394	Hp(120)	0	ESA (1997)
	u(69)v(69)b(69)y(69)	19	Adelman & Boyce (1995)
221760	Hp(103)	0	ESA (1997)
	u(233)v(233)b(233)y(233)	92	Manfroid et al. (1995a)
	u(9)v(9)b(9)y(9)	93	Sterken et al. (1995a)
223358	Hp(130)	0	ESA (1997)
	u(53)v(53)b(53)y(53)	86	Adelman & Young (2005)
223640	Hp(84)	0	ESA (1997)
	u(48)v(48)b(48)y(48)	16	Adelman & Knox (1994)
	u(147)v(147)b(147)y(147)	33	Adelman (1997b)

Tabuľka A.1: Zdroje používaných dát. Stĺpec ID označuje identifikačné číslo pozorovateľa v databáze mCPod, HD označuje číslo hviezd podľa katalógu Henry Draper.

i	HD	P [d]	δP [d]	M0 [d]	$\delta M0$ [d]	trieda	T_{eff} [K]	typ
1	3980	3,9515072	0,0000500	43869,5734	0,0164	SrCrEu	10200	3
2	5737	21,704038	0,0079000	4,0024	0,1700	He weak	13500	6
3	5797	68,678062	0,0147096	44573,2930	0,7123	SrCrEu	9500	3
4	6178	2,3704599	0,0001051	47308,9187	0,0389	SrCrEu	-	n
5	7676	5,0977365	0,0000783	48485,5562	0,0074	SrCrEu	-	33
6	14392	1,3083183	0,0000641	48411,3216	0,0105	Si	11550	1
7	15144	15,739597	0,0120492	49053,7863	0,5661	SrCrEu	9350	n
8	22316	2,9759562	0,0001310	50464,3097	0,0221	Si	11200	m
9	22470	1,9288403	0,0000052	49927,0161	0,0030	Si	13100	11
10	26571	15,743308	0,0018023	50980,5573	0,0485	Si	11750	16
11	27309	1,5688916	0,0000016	44737,6352	0,0031	Si	11600	22
12	28843	1,3738163	0,0000018	47110,3872	0,0043	He weak	14400	17
13	29009	3,7989152	0,0000735	46963,7812	0,0225	Si	12800	1
14	30849	15,862281	0,0009140	43807,7660	0,0416	SrCrEu	9500	33''
15	32633	6,4299548	0,0000257	50842,5247	0,0093	Si	12500	11
16	32650	2,7349869	0,0000236	48924,5887	0,0059	Si	11500	1
17	32966	3,0927863	0,0000070	51091,2490	0,0043	Si	-	17
18	35298	1,8545684	0,0000035	48625,5903	0,0033	He weak	15100	11
19	36668	2,1188561	0,0000253	50296,1720	0,0080	He weak	12800	11
20	37210	11,046392	0,0002997	47486,3784	0,0196	He weak	12650	57'
21	37776	1,5386766	0,0000017	45707,2964	0,0035	He strong	23700	76
22	40312	3,6186618	0,0000118	50053,8183	0,0100	Si	9950	27
23	41089	1,3785357	0,0000083	46947,7106	0,0088	SrCrEu	-	1
24	43819	15,029262	0,0004005	50151,5847	0,0472	Si	11100	11*
25	49333	2,1801036	0,0000045	49273,0967	0,0062	He weak	17400	11
26	49606	3,3504626	0,0004655	50501,1813	0,0722	He weak	14100	n
27	51418	5,4377216	0,0000142	43574,3828	0,0111	SrCrEu	10900	3
28	54118	3,2753078	0,0000399	46959,5851	0,0143	Si	9800	77
29	62140	4,2868419	0,0000082	50136,5652	0,0074	SrCrEu	9750	m
30	66605	2,2231596	0,0000087	44761,2410	0,0167	Si	-	37
31	72968	11,304889	0,0000793	47277,8610	0,0306	SrCrEu	9500	e22
32	74521	7,05039	0,0001454	48900,1993	0,0443	Si	10500	66
33	79158	3,8298529	0,0001338	50584,4374	0,0384	He weak	12900	1
34	81009	33,978462	0,0013660	48493,7970	0,0613	SrCrEu	9800	3
35	83368	2,851943	0,0000075	44404,4244	0,0060	SrCrEu	9600	44
36	86592	2,8866547	0,0000086	50715,6061	0,0038	SrCrEu	-	33
37	90044	4,3789852	0,0000227	48079,3552	0,0090	Si	9950	e11
38	90569	1,4487473	0,0000026	50056,9572	0,0150	SrCrEu	9800	1
39	96616	2,429177	0,0000072	45985,6625	0,0062	SrCrEu	-	2
40	96707	3,5146968	0,0001485	49755,5203	0,0442	SrCrEu	9550	e32
41	98088	5,905106	0,0000702	44747,9281	0,0443	SrCrEu	9550	p
42	103192	2,3566705	0,0000194	47094,9737	0,0083	Si	11200	1
43	110956B	2,872923	0,0001651	43170,5684	0,0169	SrCrEu	-	3'
44	111133	16,307203	0,0001493	46542,9357	0,0673	SrCrEu	9550	71
45	114365	1,2715142	0,0000024	44558,7270	0,0018	Si	11900	12
46	115708	5,076308	0,0000420	49035,8399	0,0250	SrCrEu	10150	46
47	116458	148,01985	0,0982056	47885,2655	0,6968	SrCrEu	-	77
48	119213	2,4499092	0,0000036	45973,2416	0,0065	SrCrEu	9600	e3
49	120198	1,385761	0,0000050	49838,5599	0,0055	SrCrEu	9600	55
50	124224	0,5206957	0,0000007	47512,2811	0,0016	Si	11900	11
51	125248	9,2954691	0,0000304	41302,4063	0,0117	SrCrEu	9550	13
52	125630	2,205452 ¹	0,0000090	44756,3858	0,0056	SrCrEu	8800	e33
53	126515	129,93388	0,0188216	48199,3563	0,2687	SrCrEu	9600	55
54	133029	2,887747	0,0000656	48900,5117	0,0123	Si	10600	3
55	137909	18,488956	0,0009396	45979,9633	0,2207	SrCrEu	9900	p
56	142070	3,374	0,0003252	51000,7552	0,0482	SrCrEu	-	6
57	144667	2,0277692	0,0000462	47386,2797	0,0225	He weak	12850	66*
58	152308	0,9366373	0,0000031	50558,9128	0,0019	SrCrEu	9550	e7
59	159376	9,73868	0,0002322	47287,9727	0,0234	Si	10600	11
60	164429	0,5189286	0,0000010	49992,3512	0,0045	Si	10350	11
61	168733	6,3547289	0,0005444	47781,0336	0,0889	Si	15150	2
62	170973	18,063208	0,0005515	49101,3413	0,0332	Si	10900	77
63	171247	3,9122277	0,0000315	51336,7804	0,0058	Si	12000	11
64	171782	4,4674338	0,0000722	51538,8561	0,0257	Si	11000	12
65	177410	1,1232584	0,0000049	49614,7964	0,0016	Si	13600	11
66	179527	7,0979612	0,0000616	50159,3327	0,0231	Si	10900	11

¹ skutočná perióda má hodnotu 2.2043 d

i	HD	P [d]	δP [d]	M0 [d]	$\delta M0$ [d]	trieda	T_{eff} [K]	typ
67	184905	1,8453462	0,0000011	45428,3534	0,0022	Si	10700	22
68	188041	223,88605	0,0394776	43975,1870	0,6120	SrCrEu	9800	e3
69	189832	28,548013	0,0079951	46948,8330	0,2357	SrCrEu	-	33*
70	192678	6,4098094	0,0004195	50220,6744	0,0942	SrCrEu	9350	11*
71	192913	16,839002	0,0002638	49751,1120	0,0515	Si	10650	21
72	193722	8,5297415	0,0001287	49389,3227	0,0119	Si	12200	1
73	197018	5,9617215	0,0001483	51208,3445	0,0392	Si	13600	1
74	200311	51,980234	0,0082523	49508,8892	0,0594	Si	13600	17
75	203006	2,1220074	0,0000030	43284,1932	0,0049	SrCrEu	10200	11
76	210071	1,4323704	0,0000014	49862,3782	0,0017	Si	12700	m
77	215441	9,487474	0,0000366	47870,2127	0,0092	Si	15650	1
78	217833	5,3927958	0,0000441	51155,3814	0,0098	He weak	15200	11
79	219749	1,6187928	0,0000168	50670,8074	0,0054	Si	11050	25
80	221394	2,8603795	0,0000332	49495,6585	0,0030	Si	9350	16
81	221760	90,330275	0,0238120	46851,5683	1,2573	SrCrEu	9400	e1
82	223358	0,9273091	0,0000023	51758,6979	0,0121	Si	9600	1
83	223640	3,7351691	0,0000338	49425,0766	0,0079	Si	12100	77

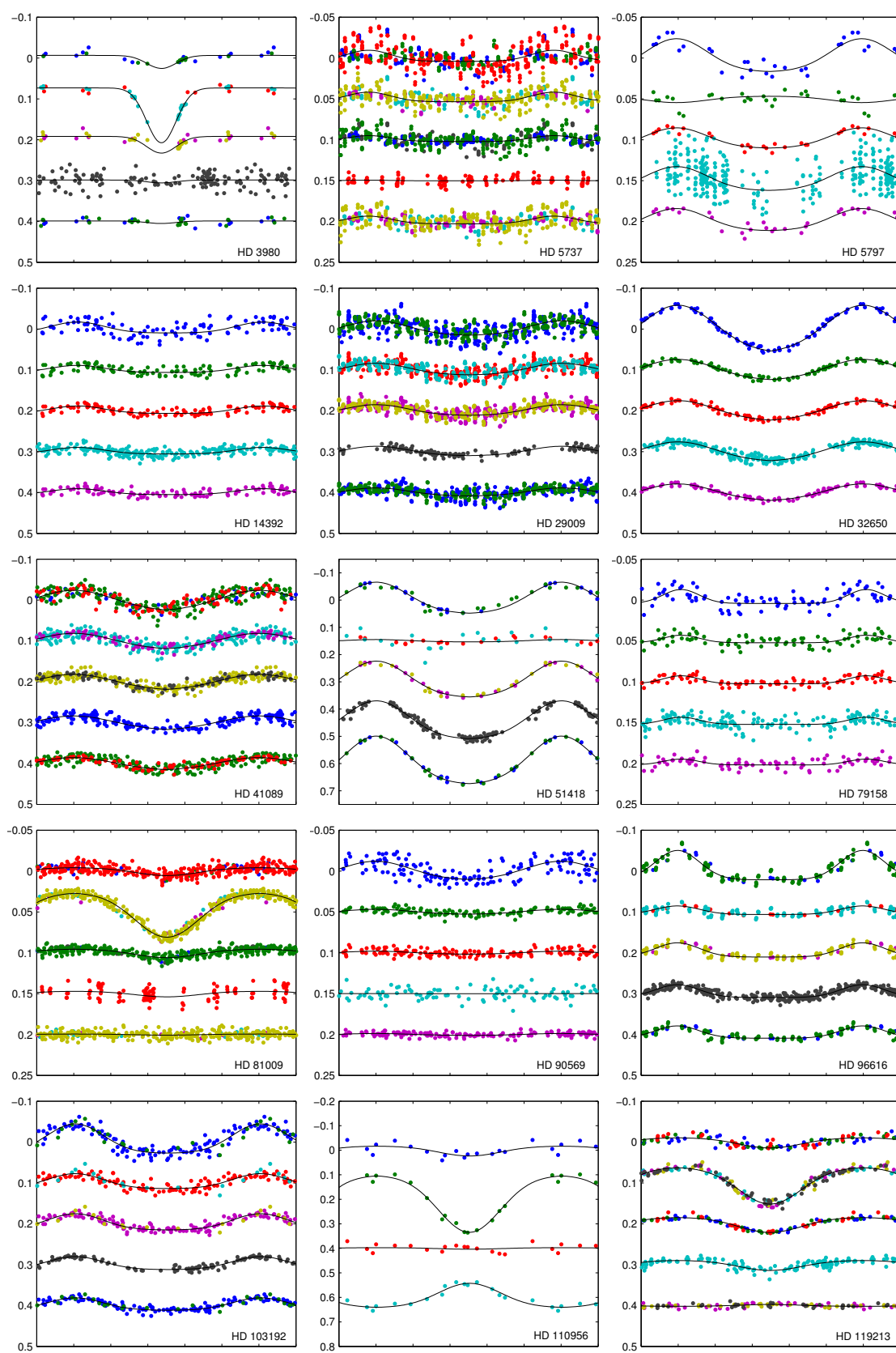
Tabuľka A.2: Tretí až šiesty stĺpec obsahujú efemeridy hviezd označených v druhom stĺpci podľa identifikačného čísla z Henry Draper katalógu. O týchto efemeridách bližšie v sekcii 5.1. Informácie zo siedmeho stĺpca pochádzajú z rovnakého zdroja. Hodnoty efektívnej teploty pochádzajú z práce Glagolevskij (1994) s výnimkou hviezd HD 26571 (Lipski & Stepień, 2008), HD 125630 (Mikulášek et al., 2015) a HD 144667 (Castelli & Hubrig, 2007). Posledný stĺpec obsahuje informáciu o škvrnách s nasledujúcim významom: p (poor) – hviezda s nedostatočným množstvom dát; n (non-variable) – nepremenná hviezda; m (multiple) – hviezda s viacerými škvrnami; e (error) – hviezda s pôvodne chýbnymi dátami; 1 – svetlá škvrna typu u ; 2 – škvrna prechodného typu medzi 1 a 3; 3 – škvrna typu v ; 4 – škvrna prechodného typu medzi 3 a 5; 5 – tmavá škvrna typu u ; 6 – pekulárna škvrna s nízkymi amplitúdami jasnosti a ich vysokou nepresnosťou; 7 – pekulárna škvrna so zvláštnymi zmenami amplitúd jasnosti. Každú škvrnu reprezentuje jedno číslo. Hviezdička predstavuje hviezdy s uniformnou pološírkou a každý apostrof reprezentuje jeden chýbajúci filter.

HD	σ	φ_1	$\Delta\varphi_1$	s_1	Δs_1
3980	0,012	0,473	0,002	0,079	0,005
5737	0,009	0,961	0,009	0,120	0,012
5797	0,015	0,991	0,017	0,167	0,026
14392	0,009	0,020	0,010	0,144	0,014
29009	0,012	0,002	0,004	0,174	0,008
32650	0,005	0,999	0,002	0,201	0,004
41089	0,009	0,001	0,004	0,216	0,010
51418	0,012	0,003	0,003	0,172	0,005
79158	0,006	0,016	0,011	0,097	0,014
81009	0,004	0,503	0,002	0,173	0,003
90569	0,005	0,997	0,019	0,191	0,038
96616	0,007	0,997	0,003	0,119	0,003
103192	0,009	0,009	0,004	0,152	0,007
110956	0,015	0,505	0,006	0,168	0,009
119213	0,006	0,497	0,003	0,170	0,005
133029	0,006	0,500	0,005	0,207	0,013
142070	0,008	0,003	0,015	0,159	0,024
152308	0,004	0,002	0,003	0,124	0,004
168733	0,009	0,979	0,019	0,212	0,055
188041	0,011	0,501	0,003	0,134	0,004
193722	0,006	0,001	0,001	0,178	0,002
197018	0,005	0,007	0,005	0,231	0,014
215441	0,010	0,001	0,002	0,228	0,005
221760	0,010	0,012	0,013	0,173	0,021
223358	0,006	0,008	0,013	0,181	0,025

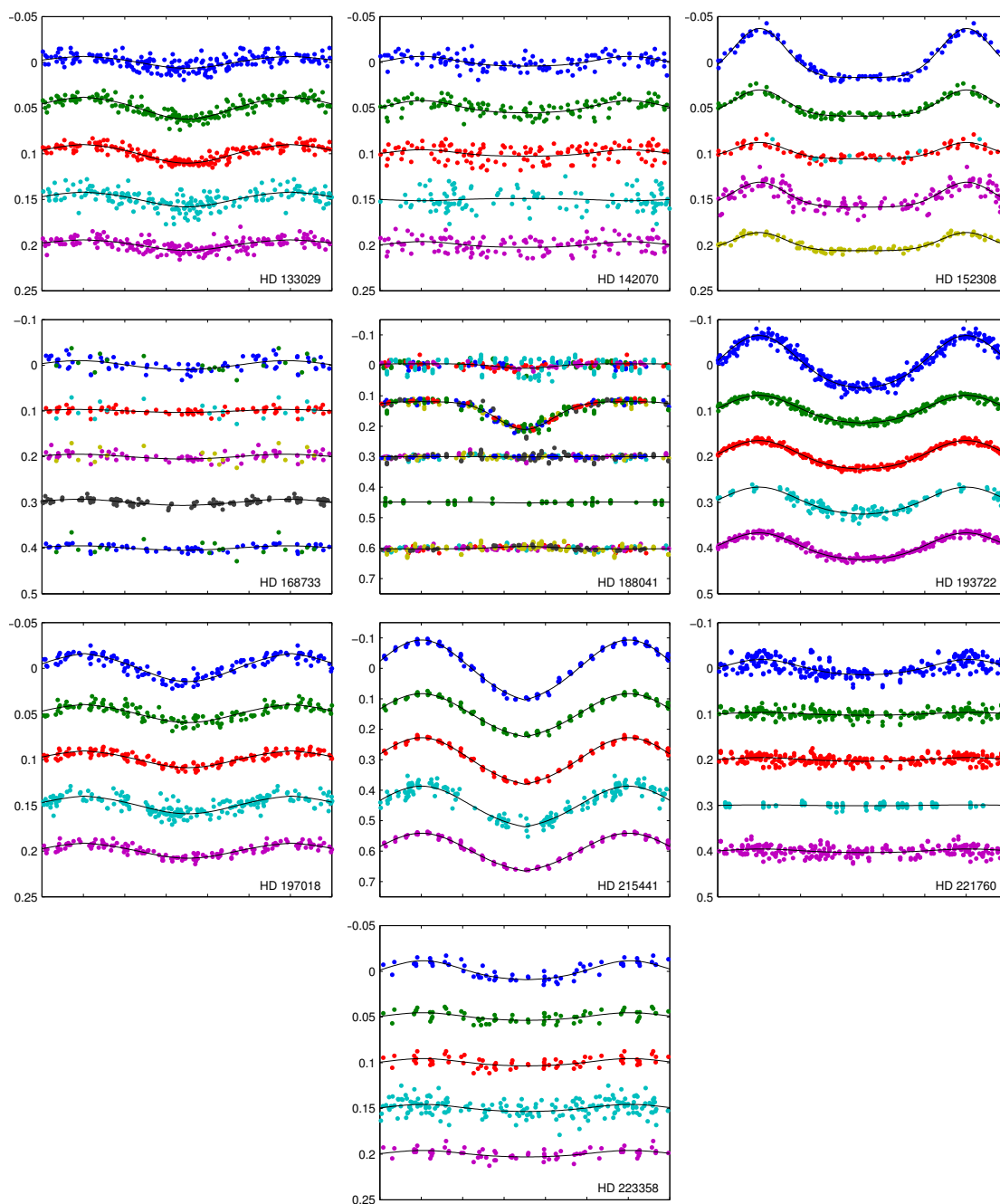
Tabuľka A.3: Parametre hviezd s jednou škvrnou získané z prekladania modelovou funkciou. Druhý stĺpec vyjadruje hodnotu štandardnej odchýlky, v ďalších stĺpcoch sa nachádzajú fázy centier škvŕn, pološírky a chyby týchto parametrov.

HD	σ	φ_1	$\Delta\varphi_1$	φ_2	$\Delta\varphi_2$	s_1	Δs_1	s_2	Δs_2
7676	0,0108	0,963	0,006	0,486	0,002	0,147	0,026	0,137	0,008
22470	0,0079	0,239	0,022	0,834	0,018	0,180	0,017	0,189	0,019
26571	0,0042	0,982	0,005	0,278	0,014	0,151	0,005	0,109	0,014
27309	0,0088	0,209	0,017	0,792	0,021	0,214	0,024	0,176	0,012
28843	0,0109	0,061	0,011	0,797	0,015	0,160	0,007	0,133	0,009
30849	0,0185	0,456	0,004	0,956	0,004	0,214	0,042	0,151	0,021
32633	0,0036	0,335	0,007	0,893	0,006	0,243	0,012	0,171	0,004
32966	0,0077	0,164	0,023	0,891	0,013	0,177	0,016	0,158	0,009
35298	0,0103	0,460	0,004	0,968	0,003	0,144	0,014	0,182	0,039
36668	0,0066	0,954	0,005	0,384	0,009	0,126	0,009	0,112	0,014
37210	0,0099	0,212	0,004	0,594	0,003	0,111	0,004	0,165	0,006
37776	0,0054	0,061	0,014	0,752	0,065	0,149	0,011	0,209	0,056
40312	0,0038	0,042	0,005	0,785	0,019	0,155	0,004	0,174	0,013
43819	0,0064	0,019	0,004	0,564	0,020	0,142	0,014	0,142	0,014
49333	0,0073	0,227	0,023	0,792	0,019	0,172	0,029	0,177	0,033
54118	0,0078	0,168	0,012	0,798	0,009	0,219	0,021	0,123	0,008
66605	0,0059	0,036	0,010	0,645	0,019	0,161	0,005	0,280	0,033
72968	0,0052	0,022	0,003	0,522	0,003	0,200	0,012	0,201	0,013
74521	0,0048	0,084	0,018	0,616	0,025	0,197	0,030	0,214	0,037
83368	0,0061	0,269	0,005	0,790	0,009	0,102	0,010	0,093	0,012
86592	0,0075	0,433	0,010	0,758	0,033	0,138	0,008	0,193	0,036
90044	0,0072	0,071	0,005	0,614	0,005	0,136	0,006	0,227	0,023
96707	0,0066	0,003	0,009	0,520	0,015	0,214	0,064	0,120	0,026
111133	0,0049	0,953	0,011	0,316	0,030	0,190	0,012	0,162	0,024
114365	0,0054	0,984	0,002	0,486	0,001	0,204	0,026	0,156	0,008
115708	0,0069	0,962	0,006	0,416	0,012	0,144	0,017	0,115	0,021
116458	0,0135	0,069	0,014	0,763	0,031	0,129	0,015	0,119	0,026
120198	0,0041	0,071	0,012	0,522	0,007	0,144	0,024	0,169	0,017
124224	0,0085	0,136	0,028	0,825	0,029	0,162	0,021	0,157	0,022
125248	0,0051	0,014	0,003	0,526	0,004	0,211	0,033	0,130	0,011
125630	0,0113	0,370	0,003	0,884	0,002	0,125	0,013	0,145	0,011
126515	0,0057	0,497	0,002	0,963	0,004	0,143	0,004	0,266	0,019
144667	0,0129	0,156	0,003	0,732	0,015	0,083	0,018	0,083	0,018
159376	0,0093	0,146	0,014	0,724	0,028	0,210	0,036	0,156	0,016
164429	0,0063	0,234	0,058	0,899	0,039	0,131	0,046	0,224	0,064
170973	0,0047	0,953	0,004	0,387	0,011	0,206	0,018	0,119	0,009
171247	0,0045	0,125	0,014	0,847	0,043	0,151	0,020	0,195	0,027
171782	0,0110	0,145	0,018	0,833	0,015	0,169	0,017	0,135	0,012
177410	0,0040	0,983	0,003	0,471	0,003	0,156	0,008	0,188	0,036
179527	0,0059	0,971	0,005	0,433	0,010	0,141	0,017	0,114	0,020
184905	0,0051	0,013	0,002	0,526	0,005	0,173	0,021	0,152	0,021
189832	0,0097	0,206	0,010	0,700	0,010	0,185	0,040	0,185	0,040
192678	0,0053	0,228	0,030	0,764	0,033	0,221	0,012	0,221	0,012
192913	0,0077	0,977	0,003	0,404	0,026	0,161	0,011	0,161	0,011
200311	0,0052	0,193	0,002	0,722	0,003	0,120	0,007	0,114	0,007
203006	0,0050	0,033	0,006	0,516	0,006	0,134	0,019	0,134	0,020
217833	0,0076	0,270	0,019	0,868	0,012	0,166	0,017	0,175	0,016
219749	0,0070	0,542	0,006	0,842	0,010	0,103	0,006	0,111	0,010
221394	0,0044	0,994	0,002	0,482	0,007	0,132	0,011	0,143	0,042
223640	0,0061	0,195	0,007	0,868	0,006	0,136	0,006	0,141	0,005

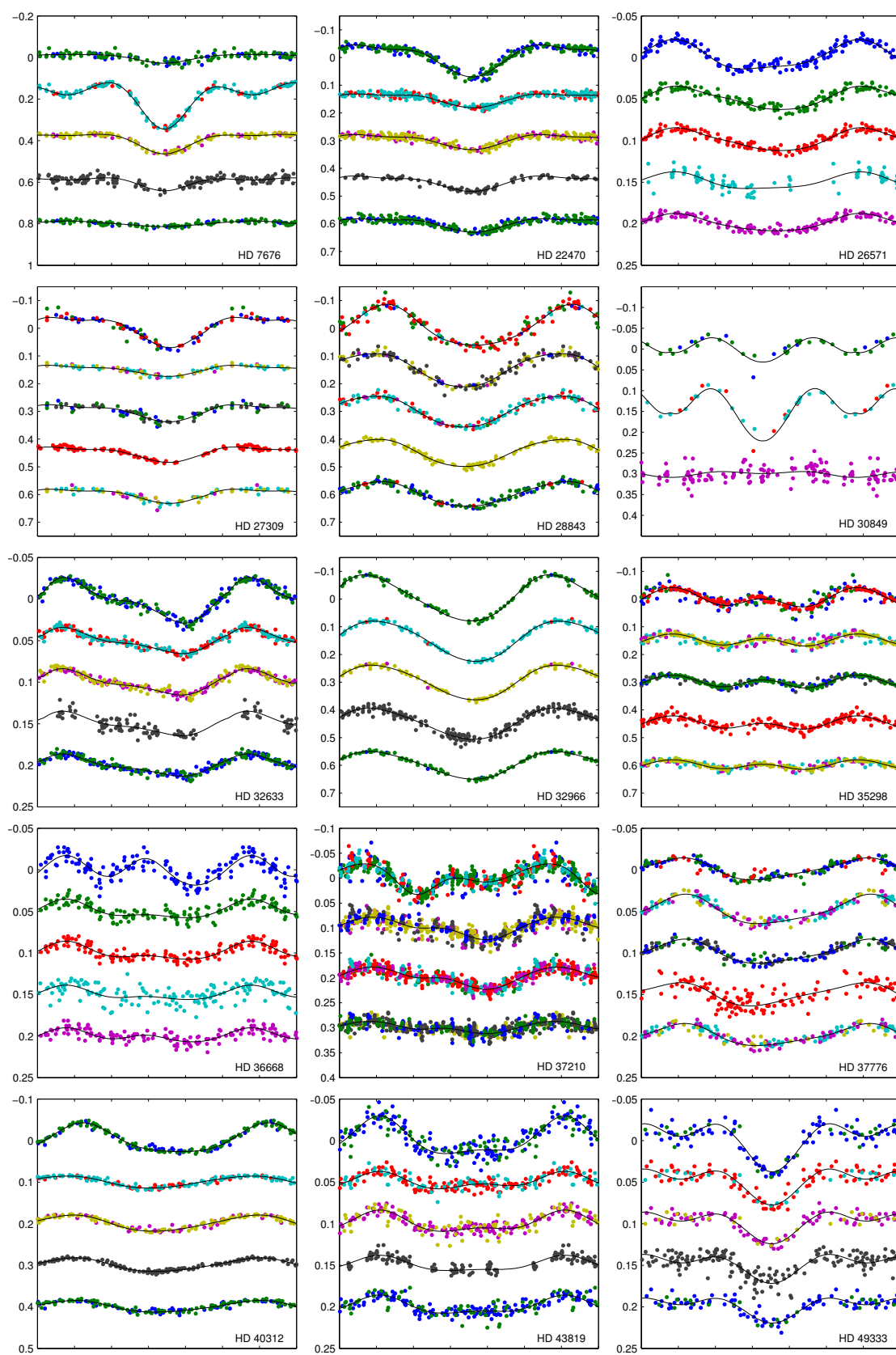
Tabuľka A.4: Parametre hviezd s dvoma škvŕnami získané z prekladania modelovou funkciou. Druhý stĺpec vyjadruje hodnotu štandardnej odchýlky, v ďalších stĺpcoch sa nachádzajú fázy centier škvŕn, pološírky a chyby týchto parametrov.



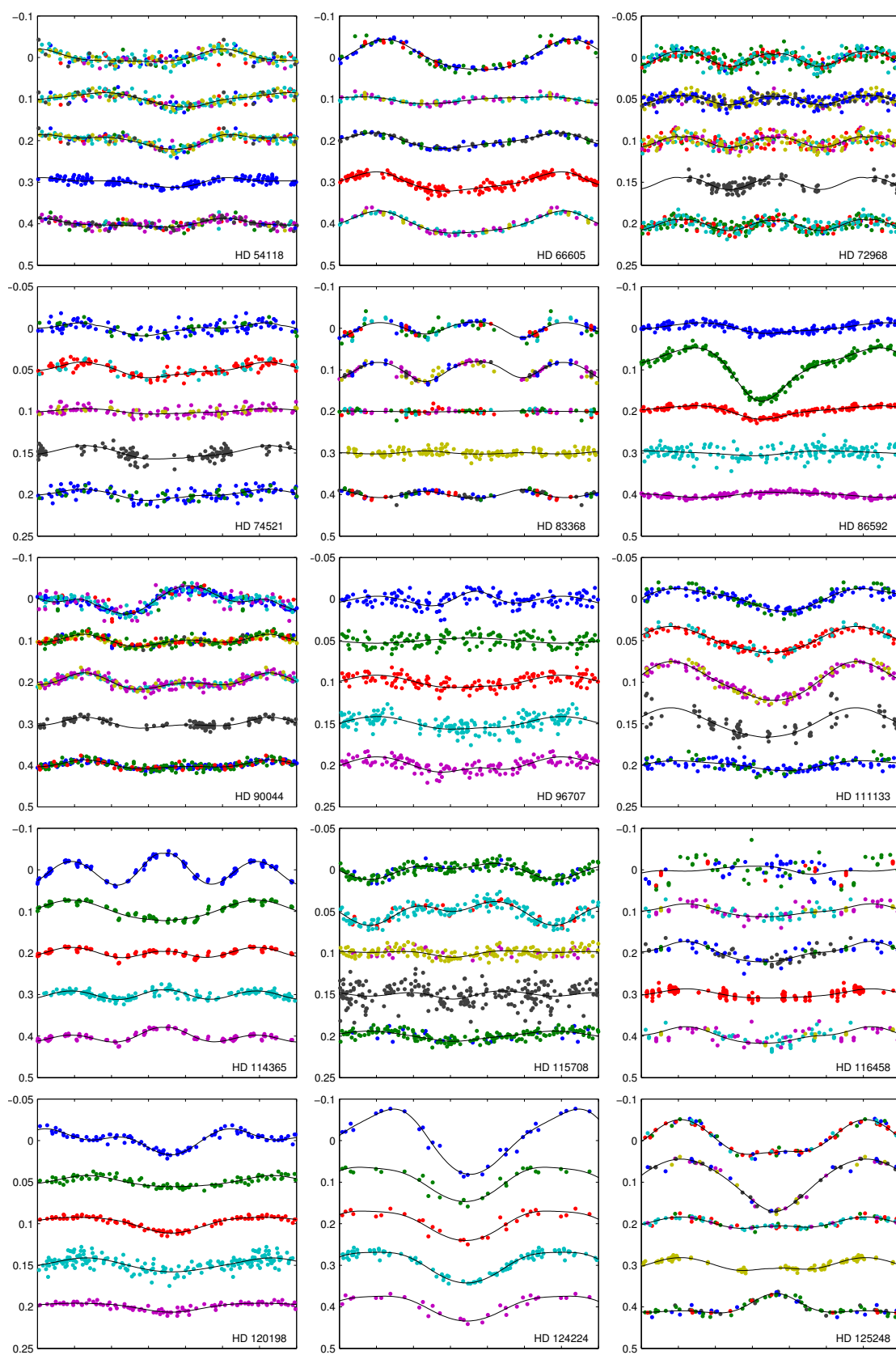
Obr. A.1: Prvý set svetelných kriviek hviezd s jednou škvrou. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitúdach, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre. HD 110956 bola pozorovaná len vo filtroch *uvby*.



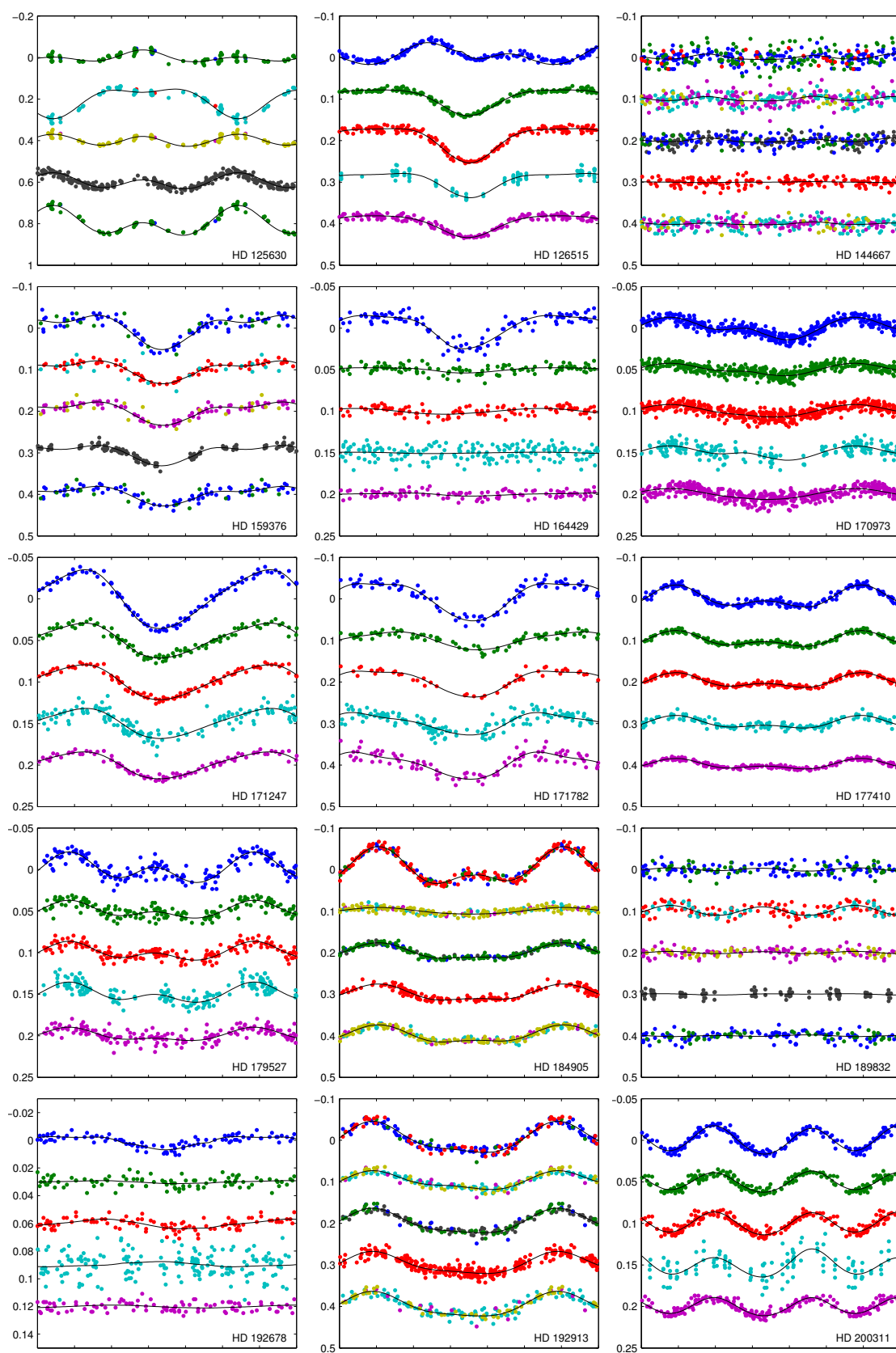
Obr. A.2: Druhý set svetelných kriviek hviezd s jednou škvrnou. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitúdach, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre.



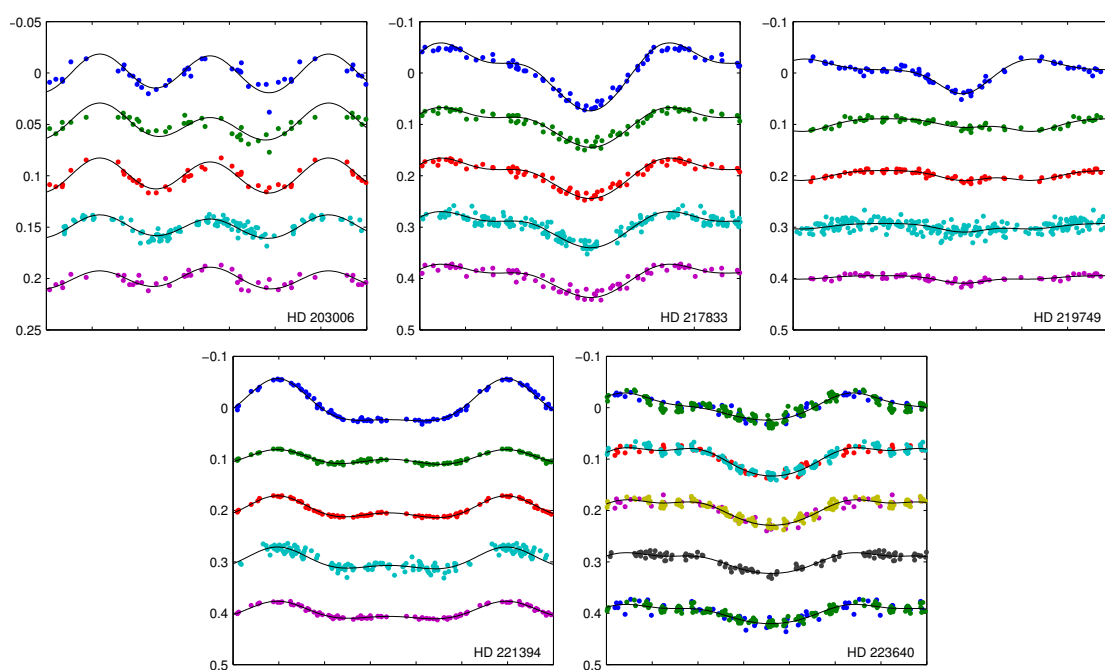
Obr. A.3: Prvý set svetelných kriviek hviezd s dvoma škvrnami. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitudách, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre. HD 30849 bola pozorovaná len vo filtroch $uvHp$ a HD 30849 vo filtroch $uvby$.



Obr. A.4: Druhý set svetelných kriviek hviezd s dvoma škvrnami. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitúdach, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre.



Obr. A.5: Tretí set svetelných kriviek hviezd s dvoma škvrnami. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitúdach, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre.



Obr. A.6: Štvrtý set svetelných kriviek hviezd s dvoma škvrnami. Zvislá os popisuje amplitúdu jasnosti v magnitudách, horizontálna os fázu v intervale od -0.2 do 1.2, použité sú štandardné filtre.

Literatúra

- Abt, H. A., & Morrell, N. I. 1995, ApJS, 99, 135
- Abt, H. A., & Moyd, K. I. 1974, ApJ, 182, 809
- Adelman, S. J. 1997a, A&AS, 122, 249
- Adelman, S. J. 1997b, A&AS, 125, 65
- Adelman, S. J. 1997c, PASP, 109, 9
- Adelman, S. J. 1998, A&AS, 128, 245
- Adelman, S. J. 1999, A&AS, 134, 53
- Adelman, S. J. 2000a, A&AS, 146, 13
- Adelman, S. J. 2000b, A&A, 357, 548
- Adelman, S. J. 2001, A&A, 368, 225
- Adelman, S. J. 2003, A&A, 401, 357
- Adelman, S. J., & Boyce, P. W. 1995, A&AS, 114, 253
- Adelman, S. J., Brown, B. H., Caliskan, H., et al. 1994, A&AS, 106, 333
- Adelman, S. J., & Kaewkornmaung, P. 2005, A&AS, 435, 1099
- Adelman, S. J., & Knox, J. R., Jr. 1994, A&AS, 103, 1
- Adelman, S. J., & Meadows, S. A. 2002, A&A, 390, 1023
- Adelman, S. J., Pi, C.-L. M., Rayle, K. E. 1998, A&AS, 133, 197
- Adelman, S. J., & Pyper, D. M. 1985, A&AS, 62, 279
- Adelman, S. J., Rayle, K. E., Pi, C.-L. M. 1999, A&AS, 136, 379
- Adelman, S. J., & Rice, R. H. 1999, A&AS, 136, 111
- Adelman, S. J., & Young, K. J. 2005, A&A, 429, 317
- Babcock, H. W. 1949, Observatory, 69, 191
- Babcock, H. W. 1960, ApJ, 132, 521

- Belopolsky, A. 1913, AN, 196, 1
- Bessell, M. S. 2005, ARA&A, 43, 293
- Bonsack, W. K. 1981, Astronomical Society of the Pacific, 93, 756
- Bonsack, W. K., Pilachowski, C. A., & Wolff, S. C. 1974, ApJ, 187, 265
- Brancazio, P. J., & Cameron, A. G. W. 1967, CaJPh, 45, 3297
- Breger, M. 1979, IBVS, 1659, 1
- Castelli, F., & Hubrig, S. 2007, A&A, 475, 1041
- Catalano, F., Kroll, R., & Leone, F. 1992, A&A, 263, 203
- Catalano, F., & Leone, F. 1994, A&AS, 18, 595
- Catalano, F., & Renson, P. 1998, A&AS, 127, 421
- Claret, A., & Bloemen S. 2011, A&A, 529, A75
- ESA 1997, ESA SP Series, 1200
- Fowler, W. A., Burbidge, G. R., & Burbidge, E. M. 1955, ApJS, 2, 167
- Fowler, W. A., Burbidge, E. M., Burbidge, G. R., et al. 1965, ApJ, 142, 423
- Glagolevskij, Y. V. 1994, Bulletin of the Special Astrophysical Observatory, 38, 152
- Glagolevskij, Y. V., Panov, K., & Chunakova, N. M. 1985, Pisma v Astronomicheskii Zhurnal, 11, 749
- Guthnick, P., & Prager, R. 1914, Veröff, Berlin-Babelsberg, 1, 38
- Guthrie, B. N. G. 1971, Ap&SS, 13, 168
- Havnes, O., & Conti, P. S. 1971, A&A, 14, 1
- Heck, A., Mathys, G., & Manfroid, J. 1987, A&AS, 70, 33
- Hensberge, H., Deridder, G., Doom, C., et al. 1981, A&AS, 46, 151
- Iliev, I. K. 1983, Soviet Astronomy, 27, 553
- Jagelka, M. 2013, *Periódy a pozorované světelné křivky magnetických chemicky pekuliárních hvězd*, bakalářská práce, Masarykova Univerzita Brno
- Janík, J., Krtička, J., & Mikulášek, Z. 2015, in ASPCS 494, Physics and Evolution of Magnetic and Related Stars, Nizhny Arkhyz, Russia, 25–31 August 2014, Eds: Kudryavtsev, D. O.; Balega, Yu. Yu.; Romanyuk, I. I., 197
- Jaschek, M., Jaschek, C. 1958, ZA, 45, 35
- Jones, T. J., & Wolff, S. C. 1973, PASP, 85, 760

- Kochukhov, O., Drake, N. A., Piskunov, N., et al. 2004, *A&A*, 424, 935
- Krtička, J., Mikulášek, Z., Henry, G., et al. 2009, *A&A*, 499, 567
- Krtička, J., Mikulášek, Z., Lüftinger, T., et al. 2012, *A&A*, 537, A16
- Krtička, J., Mikulášek, Z., Lüftinger, T., et al. 2015, *A&A*, 576, 82
- Krtička, J., Mikulášek, Z., Zverko, J., et al. 2007, *A&A*, 470, 1089
- Khokhlova, V. L., Vasilchenko, D. V., Stepanov, V. V., et al. 1998, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 27, 427
- Khokhlova, V. L., Vasilchenko, D. V., Stepanov, V. V., et al. 2000, *Astronomy Letters*, 26, 177
- Lipski, L., & Stępień, K. 2008, *MNRAS*, 385, 481
- Ludendorff, H. 1906, *AN*, 173, 1
- Maitzen, H. M. 1973, *A&AS*, 11, 327
- Maitzen, H. M. 1984, *A&A*, 138, 439
- Maitzen, H. M., Albrecht, R., & Heck, A. 1978, *A&A*, 62, 1
- Maitzen, H. M., & Moffat, A. F. J. 1972, *A&A*, 62, 1
- Maitzen, H. M., Weiss, W. W., & Wood, H. J. 1980, *A&A*, 81, 323
- Manfroid, J., Sterken, C., Bruch, A., et al. 1993, *A&AS*, 87, 481
- Manfroid, J., Sterken, C., Bruch, A., et al. 1995a, *VizieR On-line Data Catalog*, 2170, 0
- Manfroid, J., Sterken, C., Cunow, B, et al. 1995b, *VizieR On-line Data Catalog*, 2200, 0
- Manfroid, J., Sterken, C., Cunow, B, et al. 1995c, *A&AS*, 109, 329
- Manfroid, J., & Renson, P. 1983, *A&AS*, 51, 267
- Michaud, G. 1970, *ApJ*, 160, 641
- Michaud, G. 1976, *Physics of Ap-stars*, ed. W. W. Weiss, H. Jenkner, & H. J. Wood (Finsterle & CO. KG.: Vienna), *IAU Coll.*, 32, 81
- Mikulášek, Z. 2007, *A&AT*, 26, 63
- Mikulášek, Z. 2011, *Fyzika horkých hvězd I*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně
- Mikulášek, Z., Gráf, T., Krtička, J., et al. 2008, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 38, 363
- Mikulášek, Z., Janík, J., Krtička, J., et al. 2015, *arXiv:1503.05695*
- Mikulášek, Z., Janík, J., Zverko, et al. 2007a, *Astronomische Nachrichten*, 328, 10

- Mikulášek, Z., & Krtička, J. 2005, *Základy fyziky hvězd*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně
- Mikulášek, Z., & Zejda, M. 2013, *Úvod do studia proměnných hvězd*, Ústav teoretické fyziky a astrofyziky Přf MU v Brně
- Mikulášek, Z., Zverko, J., Krtička, J., et al. 2007b, in *Physics of Magnetic Stars*, Proc. International Conference, held in the Special Astrophysical Observatory of the Russian AS, August 28–31, 2006, eds. I. I. Romanyuk, & D. O. Kudryavtsev, 300
- Morgan, W. W. 1933, *ApJ*, 77, 330
- Morrison, N. D., & Wolff, S. C. 1971, *PASP*, 83, 474
- Musielok, B., Lange, D., Schoenich, W., et al. 1980, *AN*, 301, 71
- Nikolov, A. S. 1974, *IBVS*, 942
- North, P.; Adelman, S. J. 1995, *A&AS*, 111, 41
- Olsen, E. H. 1977, *IBVS*, 1367, 1
- Pedersen, H., & Thomsen, B. 1977, *A&AS*, 30, 11
- Pickering, E. C., & Maury, A. J. 1897, *Annals of Harvard College Observatory*, 28, 1
- Preston, G. W. 1974, *ARA&A*, 12, 257
- Pyper, D. M., & Adelman, S. J. 1983, *A&AS*, 51, 365
- Pyper, D. M., & Adelman, S. J. 1985, *A&AS*, 59, 369
- Renson, P., & Manfroid, J. 1978, *A&AS*, 34, 445
- Smith, K. C. 1996, *Ap&SS*, 237, 77
- Schnell, A. 2008, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 38, 87
- Shulyak, D., Krtička, J., Mikulášek, Z., et al. 2010, *A&A*, 524, A66
- Stępień, K. 1998, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 27, 205
- Sterken, C., Manfroid, J., Anton, K., et al. 1993, *A&AS*, 102, 79
- Sterken, C., Manfroid, J., Anton, K., et al. 1995a, *VizieR Online Data Catalog*, 2188, 0
- Sterken, C., Manfroid, J., Beele, D., et al. 1995b, *A&AS*, 113, 31
- Sterken, C., Manfroid, J., Beele, D., et al. 1996, *VizieR Online Data Catalog*, 2202, 0
- Stibbs, D. W. N. 1950, *MNRAS*, 110, 395
- Vogt, N., Faundez, A. M. 1979, *A&AS*, 36, 477
- Wade, G. A., Hill, G. M., Adelman, S. J., et al. 1998, *A&A*, 335, 973

Wolff, S. C. 1975, ApJ, 202, 127

Wolff, S. C. 1983, The A-stars: Problems and perspectives. Monograph series on nonthermal phenomena in stellar atmospheres, NASA/STI

Wolff, S. C., & Morrison, N. D. 1975, PASP, 87, 231

Wolff, S. C., & Wolff, R. J. 1971, AJ, 76, 422

Wolff, S. C., & Wolff, R. J. 1972, ApJ, 176, 433

