

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA



DIPLOMOVÁ PRÁCE

KINEMATIKA A DYNAMIKA GALAXIÍ

LUCIE JÍLKOVÁ

BRNO 2008

ANOTACE

Eliptické galaxie jsou komplikované gravitačně vázané objekty. Tato práce se zabývá jednou z možných cest, jak eliptické galaxie popsat, nebo alespoň nahlédnout na jejich základní fyzikální povahu. Galaxie pokládáme za mnohačasticové systémy a za určitých aproximací je nalezena spojitost mezi jejich vnitřní strukturou a pozorovanými veličinami. Aproximace velmi zjednodušují celkový popis systému ale přirozeně také omezují realističnost zvoleného popisu. V práci je popsán jeden z významných modelů struktury eliptických galaxií a je provedena jeho aplikace na vhodné eliptické galaxie. V dané aproximaci však není popsán model schopný vystihnout moderní pozorování vybrané galaxie. Jsou proto diskutovány možné rozpory skutečné povahy systému s vyslovenými zjednodušujícími předpoklady.

KLÍČOVÁ SLOVA: hvězdné systémy, eliptické galaxie, trpasličí galaxie, Kingovy modely, poměr hmotnosti a zářivého výkonu

ANNOTATION

Elliptical galaxies are complicated gravitationally bound systems. This work presents a possible way to describe intrinsic structure of these systems and their basic physical nature. Galaxies are approximated as systems of many particles and the connection between the theoretical description and the observational features is found under some assumptions. One of famous theoretical models is described and applied on observation of appropriate elliptical galaxies. However, it is shown that predictions of this model are not in satisfactory agreement with recent observations. Therefore the accuracy of used simplifying assumptions is discussed.

KEYWORDS: stellar systems, elliptical galaxies, dwarf galaxies, King models, mass-to-light ratio

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně jen za použití uvedené literatury a podle pokynů vedoucího práce Filipa Hrocha.

V Brně dne:

Podpis:

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu práce Filipu Hrochovi za veškerou rozmanitě převlékanou energii, jež věnoval této práci. Děkuji také za obrovský objem povzbuzujícího galaktického čaje, který trpělivě připravoval kdykoliv to bylo potřeba. Kateřině Bartoškové děkuji za poskytnutí CCD snímků a profilů jasností a za mnoho zajímavých eliptických rozhovorů. Děkuji Tereze Krejčové a Davidu Kalhousovi za množství podnětných připomínek k textu.

Veliký dík za vítr v plachtách této práce a celého mého studia patří mým rodičům.

Aproximace, vnadidlo poznání, zrcadlo pro skřivánky.

Julio Cortázar

Obsah

Úvod	7
1 Eliptické galaxie	9
1.1 Hubbleova klasifikace galaxií	9
1.2 Základní charakteristiky eliptických galaxií	10
1.2.1 Trpasličí eliptické galaxie	11
1.3 Fotometrie eliptických galaxií	11
1.3.1 Plošná jasnost a plošná hvězdná velikost	11
1.3.2 Profil jasnosti	13
1.3.3 Vzhled profilů jasnosti	13
2 Gravitačně vázané mnohačasticové systémy	15
2.1 Základní popis systému	15
2.2 Distribuční funkce	16
2.2.1 Bezsrážková aproximace	16
2.2.2 Prostorová hustota částic a střední hodnota veličiny	17
2.2.3 Momenty Boltzmannovy kinetické rovnice	17
2.3 Sféricky symetrický případ	18
2.4 Jeansův teorém	19
2.5 Jednosložkový popis	20
2.6 Poissonova rovnice	21
2.7 Přejchod k pozorovaným veličinám	22
2.7.1 Poměr hmotnosti a zářivého výkonu	22
2.7.2 Projekce prostorové hustoty	23
2.7.3 Deprojekce plošné hustoty	24
2.8 Disperze rychlostí	25
2.8.1 Projekce disperze rychlostí	25
2.9 Předpoklad izotropie	27
2.10 Zjednodušené modely	28

3	Kingovy modely	29
3.1	Relativní potenciál a energie	29
3.2	Popis Kingových modelů	30
3.2.1	Rychlost částic	33
3.3	Porovnání s pozorováním	34
3.3.1	Porovnání profilů jasnosti	34
3.3.2	Porovnání projekce disperze rychlostí	36
3.3.3	Galaxie NGC 3379	36
3.3.4	Konkrétní porovnání	37
3.4	Další modely pro popis eliptických galaxií	42
3.5	Neparametrický přístup	43
4	Centra eliptických galaxií	44
4.1	Problém seeingu	44
4.1.1	Centra galaxií	45
4.2	Pozorování Hubbleova vesmírného dalekohledu	46
4.3	Hmota systému	49
4.3.1	Aplikace na galaxii NGC 3379	51
4.4	Neurčitost sféricky symetrických systémů	53
4.5	Trpasličí galaxie	54
4.5.1	Trpasličí galaxie Leo I	55
	Závěr	58
	Vzájemné zakrývání hvězd	60

Úvod

Galaxie představují složitá gravitačně vázaná uskupení mnoha různých složek. Ve viditelné části spektra v nich září především hvězdy případně mezihvězdný prach a plyn. Pozorování galaxií je vzhledem k jejich velkým vzdálenostem a obvyklému difúznímu charakteru jejich obrazů poměrně náročné. Rozvoj astronomické techniky však v posledních desetiletích umožnil provést kvalitní fotometrická a spektroskopická pozorování mnoha galaxií. Nárůst známých informací posunul také naše představy o fyzikální povaze galaxií.

Obecný přesný teoretický popis galaxií je velmi komplikovaný, ne-li nemožný. Jako v ostatních oblastech fyziky se proto uchylujeme k přibližnému popisu, který vychází z určitých zjednodušujících předpokladů. Jsou-li tyto aproximace dostatečně fyzikálně opodstatněné a teoretické výsledky odpovídají pozorovaným datům, můžeme pomocí zjednodušeného popisu nahlédnout na fyzikální podstatu problému.

Fyzika galaxií je nesmírně rozmanitá a obsáhlá oblast astrofyziky. Významnou morfologickou skupinu všech galaxií tvoří eliptické galaxie. Jejich studium se dynamicky rozvíjí a reaguje na nová data získaná moderními pozorovacími metodami. Popis eliptických galaxií tak stále skýtá široké spektrum nevyřešených a zajímavých problémů.

Ve své práci jsem se rozhodla věnovat právě eliptickým galaxiím. V úvodní kapitole je provedeno stručné shrnutí obecných vlastností těchto systémů. V další části je za určitých zjednodušujících předpokladů odvozena základní teorie pro popis eliptických galaxií jako mnohačasticových systémů. Následuje teoretický rozbor jednoho z historicky nejvýznamnějších fyzikálních modelů pro popis eliptických galaxií a jeho aplikace na konkrétní data. Popsaný model však nevystihuje povahu systémů dokonale. Možné příčiny tohoto rozporu a některé další problémy teorie eliptických galaxií jsou popsány a ilustrovány v závěrečné kapitole.

Kapitola 1

Eliptické galaxie

Galaxie jsou rozlehlé gravitačně vázané systémy rozličných celkových rozměrů, tvarů, hmotností a vnitřního složení. Úvodní část textu nastiňuje jejich nejzákladnější třídění a následně podrobněji charakterizuje vybranou skupinu galaxií. Detailnější rozbor těchto témat lze nalézt v literatuře, například Binney & Marrifield (1998) nebo Carroll & Ostlie (2007). Z těchto publikací také vychází většina informací uvedených v první části této kapitoly.

1.1 Hubbleova klasifikace galaxií

Galaxie obsahují především hvězdy, mezihvězdnou hmotu a pravděpodobně také dosud přímo nepozorovanou látku. Povahu galaxií, jako velmi vzdálených hvězdných systémů, odhalil Edwin Hubble před více než 80 lety. První představy o galaxiích byly získávány na základě jejich viditelného obrazu vytvářeného především zářením hvězd, případně mezihvězdného plynu a prachu. Právě na základě vzhledu pozorovaných obrazů je proto založeno základní morfologické třídění galaxií, tzv. *Hubbleova klasifikace*.

Galaxie, jejichž pozorovaný obraz má tvar elipsy nebo kruhu, řadíme mezi *eliptické galaxie*. V Hubbleově klasifikaci se označují písmenem E. Elipsu vystihující obraz galaxie charakterizujeme velkou poloosou a a malou poloosou b . Tvar elipsy je pak popsán pomocí *elipticity* ϵ definované jako

$$\epsilon \equiv 1 - b/a. \quad (1.1)$$

Elipticita pozorovaných galaxií se pohybuje od 0 (kruhový obraz) do přibližně 0,7 (obraz zploštělé elipsy). Elipticita pozorovaného tvaru obrazu galaxie určuje podrobnější třídění eliptických galaxií. K písmenu E se připojuje celé číslo 0 až 7, které je určeno zaokrouhlením hodnoty 10ϵ .

Kromě eliptických galaxií obsahuje základní Hubbleova klasifikace ještě *spirální galaxie* (označovány písmenem S) a *spirální galaxie s příčkou* (Sb). U obou typů pozorujeme

diskovitou část s jasnou centrální oblastí, galaktickou výdutí, ze které vybíhají galaktická spirální ramena. U typu Sb ramena vycházejí z centrální části nejprve radiálním směrem a tvoří tak tzv. příčku. Další dělení obou typů spirálních galaxií je založeno na velikosti jádra a charakteru vinutí ramen.

Galaxie přechodného tvaru mezi eliptickými a spirálními typy bývají označovány jako *čočkové galaxie* (S0). Někdy jsou také nazývány vřetenové nebo lentikulární. Mají diskovitý tvar, ale oproti spirálním typům obsahují relativně větší výduť a nepozorujeme u nich spirální strukturu. Poslední skupinou základní klasifikace galaxií jsou *nepřavidelné galaxie* (Irr), u kterých nepozorujeme žádné výraznější pravidelné uspořádání.

Kromě pozorovaného vzhledu mají galaxie stejného druhu podobné také některé jiné charakteristiky. Každý typ je dále možné na základě různých kritérií rozdělit do několika podtypů. Další části práce se věnují především studiu eliptických galaxií. Proto tuto skupinu popíšeme poněkud podrobněji.

1.2 Základní charakteristiky eliptických galaxií

Veškeré pozorované vlastnosti galaxií jsou dány průmětem skutečného prostorového uspořádání systému do roviny oblohy, resp. pozorovací aparatury. Tuto skutečnost je potřeba mít na paměti při další interpretaci všech pozorovaných vlastností galaxií. Pouze ze vzhledu pozorovaného obrazu není možné určit skutečný prostorový tvar galaxie.

Obecně se usuzuje, že obrazy eliptických galaxií vznikají pozorováním systémů tvaru prostorového trojosého elipsoidu. V menší obecnosti se pak často předpokládá, že tvar systému je osově symetrický, tedy vznikl rotací elipsy kolem jedné z poloos. Podle rotační osy symetrie se galaxie označují jako *zploštělé*, kdy osou symetrie je malá poloosa, nebo *protáhlé*, kdy osou symetrie je velká poloosa.

V eliptických galaxiích obvykle nejsou patrné žádné výrazné vnitřní struktury. Pozorujeme v nich poměrně málo mezihvězdného prachu a plynu. Hmotnost prachové a plynné složky je velmi malá a nemá vliv na celkovou dynamiku systémů. Hlavní pozorovaný zdroj záření eliptických galaxií tak tvoří hvězdy. Jde především o hvězdy starší populace II. Tyto hvězdy se víceméně neuspořádaně pohybují. Někdy můžeme pozorovat také jejich systematickou rotaci podle vybrané osy, často jde o osu prostorové symetrie daného systému.

Kromě tvaru pozorovaného obrazu se eliptické galaxie dělí podle svých celkových charakteristik, především pak podle celkové hmotnosti, rozměrů a zářivého výkonu. Jako *normální eliptické galaxie* označujeme systémy s hmotnostmi pohybujícími se přibližně v rozmezí 10^8 – $10^{13} M_{\odot}$.

Mezi nejjasnější galaxie vůbec patří tzv. *cD galaxie*. Nacházejí se v centrech kup galaxií. Jejich hmotnosti se pohybují v rozmezí 10^{13} – $10^{14} M_{\odot}$. Centrální část těchto galaxií připomínající normální eliptickou galaxii je obklopena velmi rozsáhlým halem.

1.2.1 Trpasličí eliptické galaxie

Největší zastoupení mezi eliptickými galaxiemi mají tzv. *trpasličí eliptické galaxie* (dE). Přestože rozměry mohou být srovnatelné s menšími normálními eliptickými galaxiemi, jsou charakteristické mnohem nižší pozorovanou povrchovou jasností. Jejich celková hmotnost se pohybuje v rozmezí 10^7 – $10^9 M_{\odot}$.

Trpasličí galaxie se obvykle nacházejí v blízkosti velkých eliptických nebo spirálních galaxií. Podle tvaru pozorovaného obrazu jsou děleny analogicky k dělení třídy E Hubbleovy klasifikace. Rozlišujeme tedy trpasličí eliptické galaxie typu dE0 až dE7.

Zvláště se dále vyčleňuje několik samostatných typů trpasličích galaxií. Například celkově velmi málo zářivé, poměrně kulové systémy s nízkou pozorovanou povrchovou jasností se označují jako *trpasličí sféroidální galaxie* (dSph). V okolí Galaxie¹ je známo 12 příslušníků této třídy trpasličích galaxií. Jejich vzdálenost od centra Galaxie se pohybuje přibližně v rozmezí 60–300 kpc. Právě malá vzdálenost těchto systémů má specifické důsledky na jejich pozorovaný vzhled, který se liší od obrazů většiny pozorovaných eliptických galaxií. Proto nebude-li explicitně zmíněno jinak, rozumíme pod pojmem obraz pozorované galaxie obraz normální eliptické galaxie.

Jako extrémní případy trpasličích sféroidálních galaxií lze do jisté míry chápat i kulové hvězdokupy. Na rozdíl od zástupců dSph se nacházejí v menších vzdálenostech od středu domovských galaxií, u Galaxie jde přibližně o 20 kpc, a jsou považovány za jejich součásti. Spojitost s eliptickými galaxiemi má tedy význam spíše z hlediska teoretického popisu. Kulové hvězdokupy jsou sféricky symetrické gravitačně vázané systémy a jejich popis by tedy do jisté míry měl být podobný popisu eliptických galaxií. Tyto dvě oblasti teorie hvězdných systémů jsou propojeny také historickým vývojem výzkumu. Výhodou studia kulových hvězdokup je především jejich relativně malá vzdálenost od pozorovatele.

1.3 Fotometrie eliptických galaxií

Celkový vzhled obrazů galaxií dal vznik jejich základní klasifikaci. Postupem času se s rostoucí důmyslností a technickou dokonalostí astronomických metod zvětšovala přesnost, rozlišení a spektrální rozsah jednotlivých pozorování. Základnímu popisu fotometrie eliptických galaxií se proto věnuje tato podkapitola.

1.3.1 Plošná jasnost a plošná hvězdná velikost

Astronomická fotometrie se zabývá měřením *zářivého toku*. Ten je definován jako množství celkové energie záření, které dopadne na jednotkovou plochu za jednotkový čas. Fyzikální rozměr zářivého toku je W m^{-2} . Vzhledem k nemožnosti měřit energii záření ve všech

¹ Pod označením Galaxie, s velkým počátečním písmenem, rozumíme konkrétní naši galaxii.

vlnových délkách a vzhledem ke snaze standardizovat výsledky různých měření se obvykle spektrální rozsah měřeného záření omezuje pomocí vhodně definovaných fotometrických filtrů. Zářivý tok (a veličiny z něj odvozené) se pak vztahuje k danému filtru a bývá označován například vhodným indexem.

Eliptické galaxie obvykle pozorujeme jako plošné zdroje záření.² Jde o důsledek omezené rozlišovací schopnosti měřících přístrojů a velké vzdálenosti samotných galaxií. Obecně je možné sledovat celkový zářivý tok pocházející od dané galaxie, ale také záření přicházející z jednotlivých částí systému. Rozložení zářivého toku v rámci dané galaxie určitým způsobem sleduje její vnitřní strukturu. Proto studujeme zářivý tok přicházející z určité plochy pozorovaného obrazu galaxie jako funkci polohy v daném obrazu. Pozorovanou veličinou je *plošná jasnost* j , která je dána zářivým tokem dopadajícím z jednotky prostorového úhlu obrazu. Fyzikální rozměr plošné jasnosti je $\text{W m}^{-2} \text{ster}^{-1}$.

Z pozorovaného snímku obvykle určujeme rozměry ve vhodných úhlových jednotkách. Skutečnou velikost pozorovaného objektu, nebo jeho částí, můžeme vypočítat pokud známe vzdálenost zdroje záření d . Pro prostorovou délku l a odpovídající úhlovou vzdálenost x na snímku plyne z geometrie pozorování vztah

$$l = d \tan x. \quad (1.2)$$

Obdobně jako v astronomické fotometrii hvězd se měřená plošná jasnost vyjadřuje pomocí relativní logaritmicky škálované veličiny, tzv. *plošné hvězdné velikosti* μ . Je dána Pogsonovou rovnicí

$$\mu = \mu_0 - 2,5 \log \frac{j}{j_0}, \quad (1.3)$$

kde j_0 je referenční plošná jasnost, μ_0 odpovídající plošná hvězdná velikost a \log značí dekadický logaritmus. Plošná hvězdná velikost je fyzikálně bezrozměrná veličina. Z historických důvodů se obvykle uvádí v jednotkách mag arcsec^{-2} . Odpovídá zářivému toku pocházejícímu z určité plochy zdroje záření. V případě uvedené jednotky mag arcsec^{-2} jde o plochu, kterou pozorujeme právě pod úhlem arcsec^2 . Skutečnou velikost této plochy je možné vypočítat pomocí rovnice (1.2).³

² Výjimku tvoří například výše zmiňované galaxie typu dSph nacházející se v blízkosti Galaxie. Při jejich pozorování je možné rozlišit jednotlivé hvězdy. Následné fotometrické zpracování snímků proto probíhá odlišným způsobem než u většiny normálních galaxií, které pozorujeme jako plošné zdroje záření.

³ Ve hvězdné fotometrii se obvykle používá hvězdná velikost konkrétní hvězdy, která je mimo zemskou atmosféru bodovým zdrojem záření. Je-li plošná hvězdná velikost v určitém bodě galaxie například $16 \text{ mag arcsec}^{-2}$, pak oblast pozorovaná pod prostorovým úhlem arcsec^2 se středem v daném bodě září právě jako hvězda o hvězdné velikosti 16 mag.

1.3.2 Profil jasnosti

Obrazy eliptických galaxií vykazují silnou eliptickou strukturu. Množiny míst se stejnou plošnou jasností, *izofoty*, jsou obvykle velmi dobře aproximovatelné elipsami o vhodné zvoleném středu, velikostech a orientacích poloos. Tyto parametry se mohou pro jednotlivé plošné jasnosti lišit. Obecně je však možné pro každý bod pozorovaného obrazu galaxie určit odpovídající eliptickou izofotu.

Obraz galaxie, tedy dvourozměrný profil plošné jasnosti, je možné převést na funkci jediného parametru, normovaného poloměru R , definovaného jako

$$R \equiv \sqrt{ab}, \quad (1.4)$$

kde a je velká a b malá poloosa odpovídající eliptické izofoty. Hodnota R odpovídá v daném bodě obrazu galaxie geometrickému průměru poloos příslušné izofotální elipsy. Fyzikální rozměr poloměru R je m. Často je však vztahován k pozorovaným veličinám a bývá proto uváděn v úhlových jednotkách (obvykle arcsec nebo arcmin). Vztah mezi rozměry je popsán rovnicí (1.2).

Závislost $j = j(R)$ nazýváme *profil jasnosti* galaxie. Průběh $j(R)$ je jedna ze základních fotometrických charakteristik eliptických galaxií. Určení profilu jasnosti je obecně poměrně komplikovaný problém (viz například Bartošková, 2007). Je potřeba zohlednit mnoho netriviálních skutečností a vybrat nejlepší způsob pro určování parametrů elips aproximujících jednotlivé izofoty. Profil jasnosti bývá často vyjadřován radiální závislostí plošné hvězdné velikosti $\mu = \mu(R)$, která je určena průběhem $j(R)$ a zvolenou kalibrační rovnicí (1.3).

Kromě radiální závislosti plošné jasnosti můžeme sledovat také celkovou jasnost určitých částí galaxie. Například plošná jasnost příslušející oblasti mezikruží o vnitřním poloměru R_1 a vnějším poloměru R_2 se vypočte jako

$$j(R_1, R_2) = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} jR \, dR.$$

Celková plošná jasnost galaxie je určena hodnotou $j(0, R_t)$, kde R_t je konečný celkový poloměr pozorovaného obrazu.⁴

1.3.3 Vzhled profilů jasnosti

Profily jasnosti mnoha eliptických galaxií vykazují značnou podobnost. Lze je dobře aproximovat funkcemi stejného obecného tvaru s několika volnými parametry. Vhodnou podobu funkcí je možné odvodit empiricky ze vzhledu naměřených profilů jasnosti. Takto určených

⁴ Označení R_t vychází z anglického *tidal radius*, tedy slapový poloměr.

tvarů profilů jasnosti bylo vytvořeno velmi mnoho. Mezi historicky nejstarší patří tzv. *Hubbleův profil*⁵ (Hubble, 1930)

$$j(R) = \frac{j_0}{(1 + R/a)^2}, \quad (1.5)$$

kde $j_0 = j(0)$ je plošná jasnost v centru galaxie a a poloměr, kde jasnost klesne na čtvrtinu hodnoty j_0 .

Další významnou aproximací profilu jasnosti je tzv. *de Vaucouleursův* neboli $R^{1/4}$ zákon (viz například de Vaucouleurs, 1953)

$$j(R) = j_e \exp \left\{ -7,67 \left[\left(\frac{R}{R_e} \right)^{1/4} - 1 \right] \right\}, \quad (1.6)$$

kde R_e je tzv. *efektivní poloměr* určující poloměr kruhové izofoty, obsahující polovinu celkové jasnosti galaxie, tedy $j(0, R_e) = \frac{1}{2}j(0, R_t)$. Parametr j_e je potom plošná jasnost kruhové izofoty o poloměru R_e .

Obě uvedené funkce relativně dobře aproximují pozorované profily jasnosti mnoha eliptických galaxií. Nemají však charakter konzistentního fyzikálního modelu. Obecně je obtížné říci, proč je daný empiricky odvozený průběh univerzální a čeho je důsledkem. Proto je jedním ze základních úkolů teoretického popisu eliptických galaxií nalezení fyzikální příčiny vzniku pozorovaného průběhu profilu a univerzálnosti konkrétního jeho tvaru.

Na základě teoretického fyzikálního popisu za vhodných zjednodušujících předpokladů je možné sestavit modely popisující uspořádání galaxie a následně vypočítat odpovídající průběhy pozorovaných vlastností galaxie. Porovnáním modelového a pozorovaného profilu jasnosti pak můžeme určit míru platnosti jednotlivých modelů nebo užitých předpokladů. Pro práci s modely eliptických galaxií je však potřeba vhodný teoretický aparát zachycující fyzikální podstatu těchto složitých systémů.

⁵ Profil bývá někdy nazýván *Hubbleův-Reynoldsův* a poprvé byl použit jako aproximace plošné jasnosti centrální části spirální galaxie M31 (Reynolds, 1913).

Kapitola 2

Gravitačně vázané mnohačasticové systémy

Historicky se teorie popisu eliptických galaxií vyvíjí přibližně od poloviny minulého století. Navazuje na studium kulových hvězdokup, které přestože jsou obecně daleko menší, méně hmotné, obsahují méně hvězd a pozorovateli se jeví odlišně, poskytly základ pro tvorbu modelů eliptických galaxií (Plummer, 1911; King, 1962). Jsou-li tyto systémy podobné fyzikální povahy, mělo by být možné vytvořit obecně platný model, který bude vystihovat jak eliptické galaxie, tak kulové hvězdokupy.

Teoretický aparát popisující základní stavbu a dynamiku galaxií, nebo jiných gravitačně vázaných systémů složených z velkého počtu částic, je analogický k obecnému přístupu vyskytujícímu se v mnoha jiných oblastech fyziky.¹ Umožňuje na základě určitých zjednodušujících předpokladů vytvořit teoretické modely eliptických galaxií a jejich výsledky porovnat s pozorováním. Uvedený teoretický přístup se používá již několik desetiletí. Celkové shrnutí problematiky podali například Binney & Tremaine (1988), odkud bylo také čerpáno při zpracování této kapitoly.

2.1 Základní popis systému

Určující fyzikální interakcí v galaktických systémech je gravitace, která je dána prostorovým rozložením hmotnosti. Ve většině eliptických galaxií tvoří pozorovanou hmotu především hvězdy. Hmotnost prachové a plynné složky je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti hvězd (Roberts et al., 1991). Proto je teoretický popis eliptických galaxií založen na chování

¹ Povaha popisovaných systémů se však může vzájemně velmi lišit. Například při studiu chování ideálního plynu předpokládáme, že vzájemné působení částic je vyjma jejich srážek zanedbatelné. Naopak popis galaktických systémů je založen právě na vzájemném gravitačním působení částic, resp. celkovém působení systému na sledovanou částici.

systému mnoha hvězd. Rozměr jednotlivé hvězdy je v porovnání k celkovým rozměrům systému velmi malý a hvězdy tak můžeme aproximovat bodovými částicemi.

Z pozorování usuzujeme, že eliptické galaxie vykazují jistou prostorovou symetrii. Počátek souřadnicové soustavy pro popis systému proto volíme ve středu galaxie. V obecném případě, kdy systém má tvar trojosého elipsoidu, je střed určen průsečíkem jednotlivých os elipsoidu. Poloha každé částice je popsána polohovým vektorem \mathbf{x} a její časová změna vektorem rychlosti \mathbf{v} . Společně oba vektory určují polohu dané částice v šestirozměrném fázovém prostoru.

2.2 Distribuční funkce

Systém mnoha částic lze popsat za pomoci *distribuční funkce* $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ pro jednu částici, která v každém čase t určuje stav částice ve fázovém prostoru. Hodnota $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{v}d^3\mathbf{x}$ udává počet částic v elementu fázového prostoru $(\mathbf{v}, \mathbf{v} + d^3\mathbf{v}) \times (\mathbf{x}, \mathbf{x} + d^3\mathbf{x})$ v čase t . Fyzikální rozměr distribuční funkce je $m^{-6} s^3$.

2.2.1 Bezsrážková aproximace

Na základě rozboru středních volných drah hvězd v galaxiích lze ukázat, že při popisu vnitřní struktury rovnovážných systémů nehrají vzájemné srážky mezi hvězdami významnou roli a je tedy možné je zanedbat. Polohový vektor a vektor rychlosti částice se tak mění spojitě pod vlivem vnějších sil na ni působících. Částice nepřeskakuje mezi body fázového prostoru. Uvedené předpoklady společně formulují aproximaci *bezsrážkového systému*, kterou pro distribuční funkci můžeme zapsat například jako

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{coll}} = 0,$$

kde index coll značí změnu f způsobenou srážkovými procesy. Bezsrážková aproximace tedy předpokládá, že distribuční funkce se v důsledku srážek nemění.

Za předpokladu bezsrážkovosti systému můžeme pro distribuční funkci psát bezsrážkovou Boltzmannovu kinetickou rovnici (dále jen *BKR*)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0, \quad (2.1)$$

kde $\phi = \phi(\mathbf{x}, t)$ je potenciál vnějších sil působících na částici. Každá částice se pohybuje pod vlivem potenciálu, který je vytvářen celkovým uspořádáním galaxie. Index i označuje jednotlivé složky vektorů \mathbf{x} a \mathbf{v} . V uvedené rovnici i v celém dalším textu je použita klasická sčítací symbolika, kdy se přes opakující se indexy sčítá.

Bezsrážková BKR je vyjádřením rovnice kontinuity pro distribuční funkci. V důsledku předpokladu bezsrážkovosti se zachovává hustota částic ve fázovém prostoru. Distribuční funkce popisuje stav systému v daném čase. Známe-li její tvar v nějakém časovém okamžiku, můžeme pomocí rovnice (2.1) určit stav v jakémkoliv dalším čase.

2.2.2 Prostorová hustota částic a střední hodnota veličiny

Z distribuční funkce je obecně možné určit mnoho lokálních i celkových fyzikálních charakteristik systému. Například integrujeme-li f přes celý prostor rychlostí, dostaneme prostorovou hustotu počtu částic

$$n(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{v}} f d^3 \mathbf{v}. \quad (2.2)$$

Ze známé distribuční funkce můžeme také vypočítat střední hodnoty různých fyzikálních veličin v prostoru. Uvažujme obecnou fyzikální veličinu $\mathcal{X}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$. Označíme-li její střední hodnotu jako $\langle \mathcal{X} \rangle$, platí

$$\langle \mathcal{X} \rangle(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n} \int_{\mathbf{v}} \mathcal{X} f d^3 \mathbf{v}. \quad (2.3)$$

Počítáme v podstatě vážený průměr veličiny \mathcal{X} , kde váhou je počet částic v daném objemovém elementu $(\mathbf{v}, \mathbf{v} + d^3 \mathbf{v})$. Střední hodnota definovaná vztahem (2.3) je obecně funkcí polohového vektoru \mathbf{x} a času t .

2.2.3 Momenty Boltzmannovy kinetické rovnice

Podobně jako v jiných oblastech fyziky můžeme na chování a uspořádání systému nahlédnout pomocí momentů BKR. Nultý moment je dán integrací rovnice (2.1) přes celý prostor rychlostí. Několika dalšími úpravami můžeme získat výraz

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(n \langle v_i \rangle)}{\partial x_i} = 0,$$

který má zjevně tvar rovnice kontinuity pro prostorovou hustotu částic. První člen popisuje časovou změnu hustoty částic v daném objemovém elementu, druhý pak udává tok částic z elementu. V důsledku předpokladu bezsrážkovosti musí být v každém prostorovém elementu zachován počet částic a součet obou příspěvků tedy musí být nulový.

Pro získání prvního momentu bezsrážkové BKR vynásobíme rovnici (2.1) j -tou složkou rychlosti částic, v_j , a opět zintegrujeme přes celý rychlostní prostor. Pomocí několika úprav můžeme výsledný výraz vyjádřit ve tvaru

$$n \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial t} - \langle v_j \rangle \frac{\partial(n \langle v_i \rangle)}{\partial x_i} + \frac{\partial(n \langle v_i v_j \rangle)}{\partial x_i} = -n \frac{\partial \phi}{\partial x_j}, \quad (2.4)$$

Výraz (2.4) popisuje tři různé rovnice pro různé hodnoty indexu j . Jde o analogii Eulerových rovnic hydrodynamiky tekutin. Jak bude patrné z dalšího rozboru, vystupují v rovnicích (2.4) některé veličiny, jejichž závislosti je možné odvodit přímo z pozorování. Proto mají tyto rovnice pro studium hvězdných systémů velký význam.

Uvedené momentové rovnice v teorii hvězdných systémů poprvé použil Sir James Jeans. Proto bývají nazývány *Jeansovy rovnice*. Další momenty bezsrážkové BKR by se odvodily analogickým způsobem, tedy vynásobením nižšího momentu složkou vektoru rychlosti a integrací přes celý rychlostní prostor. Každý další m -tý moment určitým způsobem svazuje veličiny vystupující v nižších momentových rovnicích. Vždy ale také obsahuje jednu novou proměnnou – střední hodnotu součinu $(m + 1)$ složek vektoru rychlosti. Systém rovnic tak není uzavřený a je ho potřeba doplnit o další vztahy nebo zjednodušit určitými fyzikálně podmíněnými aproximacemi.

Jeden z problémů popisu hvězdných systémů spočívá v nepřítomnosti další vhodné doplňující rovnice. V obecném případě, kdy distribuční funkce závisí na sedmi nezávislých proměnných, není možné bezsrážkovou BKR vyřešit. Je proto potřeba se uchýlit k zjednodušeným případům. Ty bývají obvykle omezeny určitými předpoklady a jejich řešení tak nemá obecnou platnost. Na základě dostatečně fyzikálně motivovaných předpokladů však můžeme vytvořit vhodné modely distribuční funkce, které vedou sice ke zjednodušenému, ale smysluplnému popisu systému.

2.3 Sféricky symetrický případ

Z pozorování víme, že plošná jasnost eliptických galaxií vykazuje eliptickou symetrii. Tu je možné určitým způsobem převést na symetrii radiální. Přestože pozorovaný eliptický obraz vzniká projekcí složitějšího prostorového uspořádání, můžeme se pokusit na problém nahlédnout pomocí předpokladu prostorové sférické symetrie systému.

V takovém případě je přirozené pracovat ve sférických souřadnicích. Polohový vektor, vektor rychlosti, resp. jeho velikost, pak jsou dány složkami

$$\mathbf{x} = (r, \varphi, \vartheta), \quad \mathbf{v} = (v_r, v_\varphi, v_\vartheta), \quad \text{resp.} \quad v^2 = v_r^2 + v_\varphi^2 + v_\vartheta^2.$$

Za předpokladu sférické symetrie nezávisí fyzikální veličiny na úhlových proměnných, jsou invariantní vzhledem k otočení kolem středu systému. Pro distribuční funkci je možné psát

$$f = f(r, \mathbf{v}, t).$$

Předpoklad sférické symetrie přirozeně zjednoduší také výše uvedené rovnice pro popis mnohačasticového systému. Obecné vyjádření bezsrážkové BKR ve sférických souřadnicích

je poměrně komplikované. S uvážením sféricky symetrické distribuční funkce přejde do tvaru

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{v_\vartheta^2 + v_\varphi^2}{r} - \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + \\ + \frac{1}{r} \left(v_\varphi^2 \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} - v_r v_\vartheta \right) \frac{\partial f}{\partial v_\vartheta} - \frac{v_\varphi}{r} \left(v_r + v_\vartheta \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} = 0, \end{aligned} \quad (2.5)$$

kde jsme dále také předpokládali sférickou symetrii potenciálu, tedy $\phi = \phi(r, t)$. Tato symetrie plyne z předpokladu rovnováhy systému. Gravitační potenciál pak vytvářejí částice samy a je-li jejich prostorové rozložení sféricky symetrické, bude symetrický i gravitační potenciál.

Také momenty BKR je možné vyjádřit ve sférických souřadnicích. Jak bylo uvedeno, je pro další rozbor podstatný především první moment. V následující podkapitole bude popsáno další významné zjednodušení teorie na základě předpokladu statického řešení bezsrážkové BKR. Ten společně s aproximací sférické symetrie vede k nulové velikosti středních hodnot jednotlivých složek rychlosti. Proto vyjádříme druhý moment za předpokladu $\langle v_j \rangle = 0$. Z dalšího rozboru bude také zřejmé, že největší význam pro studium sféricky symetrických systémů má rovnice, která vznikne vynásobením bezsrážkové BKR složkou v_r . Integrací přes celý rychlostní prostor pak dostaneme

$$\frac{d(n\langle v_r^2 \rangle)}{dr} + \frac{n}{r} [2\langle v_r^2 \rangle - (\langle v_\vartheta^2 \rangle + \langle v_\varphi^2 \rangle)] = -n \frac{d\phi}{dr}. \quad (2.6)$$

2.4 Jeansův teorém

Jeden z důležitých poznatků teorie hvězdných systémů, který vede k nalezení možných tvarů distribuční funkce, je založen na souvislosti mezi integrály pohybu a BKR. *Integrál pohybu* je fyzikální veličina, která je v čase konstantní podél libovolné trajektorie libovolné částice systému.

Předpokládejme, že částice se v systému pohybují pod vlivem gravitačního potenciálu $\phi(\mathbf{x})$. Označme $\mathcal{I} = \mathcal{I}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ obecný integrál pohybu částice. Platí tedy

$$\frac{d}{dt} \mathcal{I}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = 0. \quad (2.7)$$

Uvážíme-li pohybové rovnice pro danou částici pohybující se pouze pod vlivem potenciálu $\phi(\mathbf{x})$, můžeme rovnici (2.7) přepsat jako

$$v_i \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial v_i} = 0, \quad (2.8)$$

Porovnáním s rovnicí (2.1) vidíme, že podmínka pro integrál pohybu je stejná jako bezsrážková BKR pro časově nezávislou distribuční funkci $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{v})$.

Obecně libovolné časově nezávislé řešení bezsrážkové BKR závisí na souřadnicích fázového prostoru právě skrze integrály pohybu. Dále také každá funkce integrálů pohybu je řešením časově nezávislé bezsrážkové BKR rovnice. Tato tvrzení se nazývají *Jeansův teorém* (Jeans, 1915). Důkaz jeho první části je zřejmý, protože každé časově nezávislé řešení bezsrážkové BKR je podle (2.8) také integrál pohybu. Druhou část teorému je možné dokázat pomocí provedení časové derivace daného řešení jako složené funkce $f[\mathcal{I}_i(\mathbf{x}, \mathbf{v})]$, kde index i určuje jednotlivé integrály pohybu.

Na základě dalšího rozboru se dá ukázat, že časově nezávislá distribuční funkce splňující rovnici (2.1) je funkcí pouze tří na sobě nezávislých integrálů pohybu. V případě sférické symetrie se pak závislost navíc zužuje jen na dva integrály (Lynden-Bell, 1962), kterými jsou energie E a velikost momentu hybnosti L , tedy

$$f = f(E, L), \quad \text{kde} \quad E = M_* \left(\phi + \frac{1}{2} v^2 \right) \quad \text{a} \quad L = M_* |\mathbf{x} \times \mathbf{v}|,$$

kde M_* označuje hmotnost jedné částice systému. Pro jednoduchost předpokládejme stejnou hmotnost pro všechny částice. Tato aproximace bude podrobněji diskutovaná v následující podkapitole.

Dalším důležitým důsledkem uvedeného tvaru distribuční funkce je nulová velikost středních hodnot jednotlivých složek rychlostí. Podle (2.3) platí například pro střední hodnotu radiální složky v_r

$$\langle v_r \rangle(r) = \frac{1}{n} \int_{\mathbf{v}} v_r f \left\{ M_* \left[\phi + \frac{1}{2} (v_r^2 + v_\varphi^2 + v_\vartheta^2) \right], M_* |\mathbf{x} \times \mathbf{v}| \right\} dv_r dv_\varphi dv_\vartheta = 0,$$

kde poslední rovnost můžeme psát, protože integrovaná funkce je lichá vzhledem k proměnné v_r a integrace probíhá přes symetrický interval proměnné v_r . Pro další složky rychlosti v_φ a v_ϑ je situace analogická. Platí tedy

$$\langle v_r \rangle = \langle v_\varphi \rangle = \langle v_\vartheta \rangle = 0. \quad (2.9)$$

Tento výsledek byl již použit při odvození rovnice (2.6).

2.5 Jednosložkový popis

V předchozí podkapitole jsme se setkali s hmotností částice systému. Předpokládali jsme, že je stejná pro všechny částice. V galaxiích se jistě vyskytuje mnoho různých typů hvězd a dalších složek s velmi odlišnými charakteristikami. Částice proto představuje spíše jakousi průměrnou hvězdu. Aproximace tak v podstatě předpokládá, že rozložení všech složek systému, vykazuje stejnou radiální symetrii. V každém bodě galaxie pak můžeme popsat vlastnosti látky v určitém objemu prostoru stejnými charakteristikami, které odpovídají vlastnostem uvažované částice. Tuto aproximaci označujeme jako *jednosložkový popis*.

Na základě uvedené aproximace můžeme z distribuční funkce odvodit některé další veličiny. Například vynásobením rovnice pro prostorovou hustotu částic (2.2) hmotností jedné částice M_* zjevně získáme prostorovou hustotu hmotnosti, tedy

$$\rho(r) = M_* \int_{\mathbf{v}} f d^3 \mathbf{v}, \quad (2.10)$$

kde jsme navíc uplatnili předpoklady sférické symetrie a statičnosti.

2.6 Poissonova rovnice

Galaxie tvoří gravitačně vázaný systém. Předpokládejme, že tento systém je v rovnováze. Částice samy pak vytvářejí gravitační potenciál, který udržuje systém pohromadě. Obecně je potenciál daného gravitačního pole $\phi(\mathbf{x})$ svázán s hustotou hmotnosti $\rho(\mathbf{x})$ skrze Poissonovu rovnici

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho, \quad (2.11)$$

kde G je gravitační konstanta.

V případě sférické symetrie závisí hustota hmotnosti i potenciál pouze na poloměru r . Rovnici (2.11) pak je vhodné přepsat do sférických souřadnic

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = 4\pi G\rho. \quad (2.12)$$

Hustota hmotnosti $\rho(r)$ vytvářející gravitační potenciál $\phi(r)$ je dána právě prostorovým rozložením částic systému, tedy odpovídající distribuční funkcí $f(E, L)$. Dosazením rovnice (2.10) do (2.12) dostáváme

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = 4\pi G M_* \int_{\mathbf{v}} f [M_* (\phi + \frac{1}{2}v^2), M_* |\mathbf{x} \times \mathbf{v}|] d^3 \mathbf{v}, \quad (2.13)$$

nejobecnější rovnici popisující sféricky symetrický systém vázaný vlastní gravitací.

Při teoretickém popisu systému můžeme postupovat tak, že předpokládáme nějaký vhodný tvar distribuční funkce $f(E, L)$ určený několika volnými parametry. Integrací distribuční funkce přes prostor rychlostí získáme prostorovou hustotu hmotnosti ve tvaru $\rho(\phi, r)$. Obecně je (2.13) obyčejná nelineární diferenciální rovnice druhého řádu pro gravitační potenciál $\phi(r)$. Vyřešením této rovnice získáme potenciál $\phi(r)$, tedy také závislost hustoty hmotnosti $\rho(r)$. Jak bude ukázáno v následující podkapitole z hustoty $\rho(r)$ je možné odvodit průběhy pozorovaných veličin a tedy porovnat výsledek modelu s naměřenými daty. Právě prostřednictvím porovnání teoretické předpovědi a pozorování můžeme odhadnout nejlepší hodnoty parametrů užitého tvaru distribuční funkce.

2.7 Přechod k pozorovaným veličinám

Pro porovnání s pozorováním je nutné z modelů distribuční funkce určit teoretický průběh pozorovaných veličin. Sledujeme-li vzdálený prostorový objekt, promítá se nám jeho obraz do roviny. Přírodním výsledkem modelů jsou však právě prostorové průběhy veličin, které je tedy třeba vhodným způsobem převést na veličiny skutečně pozorované.

2.7.1 Poměr hmotnosti a zářivého výkonu

Vznik záření v galaxii můžeme popsat pomocí *prostorové hustoty zářivého výkonu* I . Jde o energii vyzářenou v daném bodě jednotkovým objemem látky za jednotku času. Fyzikální rozměr veličiny I je W m^{-3} . V uvažovaném případě sférické symetrie je prostorová závislost I určena vzdáleností r od centra systému a platí tak $I = I(r)$.

Právě prostorový průběh $I(r)$ pak určuje vzhled pozorovaného profilu jasnosti $j(R)$, kde R je vzdálenost pozorovaného bodu od centra obrazu galaxie. Pozorované obrazy galaxií obvykle nejsou přesně radiálně symetrické. Jejich izofoty však vykazují silnou eliptickou strukturu. Prostřednictvím rovnice (1.4) pak můžeme pozorované charakteristiky převést na funkce normovaného poloměru.

Hustota zářivého výkonu $I(r)$ je určitým způsobem úměrná prostorové hustotě hmotnosti $\rho(r)$. Za předpokladu, že látka září v každém bodě galaxie stejným způsobem, můžeme pro vztah mezi prostorovou hustotou hmotnosti $\rho(r)$ a prostorovou hustotou zářivého výkonu $I(r)$ psát

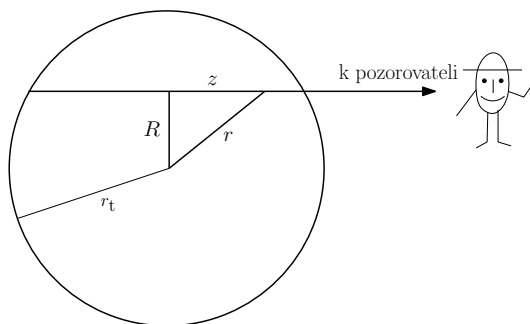
$$\rho(r) = \Upsilon I(r), \quad (2.14)$$

kde Υ je konstanta úměrnosti mezi hmotností a zářivým výkonem, *poměr hmotnost – zářivý výkon*. Fyzikální rozměr poměru Υ je kg W^{-1} . Obvykle se udává v jednotkách odpovídajících celkovým charakteristikám Slunce, tedy v násobcích $M_{\odot} L_{\odot}^{-1}$. Převrácená hodnota poměru Υ udává množství energie vyzářené v daném bodě za jednu sekundu jedním kilogramem látky.

V obecném případě je poměr hmotnost – zářivý výkon závislý na poloze, ve sféricky symetrické aproximaci tedy na vzdálenosti od středu galaxie r . Uvažujeme-li však zjednodušený jednosložkový model, je Υ konstantní v celém prostoru galaxie a je dán fyzikálními vlastnostmi uvažovaných částic, hmotností M_* a zářivým výkonem L_* , tedy

$$\Upsilon = \frac{M_*}{L_*}.$$

Pro hvězdy podobné Slunci tedy přibližně platí $\Upsilon \approx 1 M_{\odot} L_{\odot}^{-1}$.



Obrázek 2.1: Centrální rovina (daná směrem k pozorovateli a centrem galaxie), sféricky symetrického tělesa pozorovaná ve směru z . Celkový poloměr tělesa je r_t . Pozorovatel měří veličinu úměrnou plošné hustotě zářivého výkonu $J(R)$, resp. plošné hustotě hmotnosti $\Sigma(R)$, která je dána průmětem prostorové hustoty zářivého výkonu $I(r)$, resp. prostorové hustoty hmotnosti $\rho(r)$, do směru z .

2.7.2 Projekce prostorové hustoty

Pozorovaný profil jasnosti galaxie $j(R)$ je dán *plošnou hustotou zářivého výkonu* J vystupující z pozorovaného povrchu galaxie. Plošná hustota zářivého výkonu udává množství energie vyzařené jednotkovou plochou systému za jednotkový čas. Fyzikální rozměr veličiny J je W m^{-2} . Vzhledem k předpokládané symetrii je plošná hustota funkcí vzdálenosti R . Je určena prostorovým rozložením záření galaxie ve směru k pozorovateli.

Pozorovaná hodnota plošné jasnosti $j(R)$ je na rozdíl od plošné hustoty zářivého výkonu $J(R)$ vztahena na jednotku prostorového úhlu pozorovaného obrazu zdroje záření. Na cestě od galaxie k detektoru navíc dochází k absorpci a rozptylu záření (v mezihvězdném prostoru, v zemské atmosféře nebo v důsledku přítomnosti měřící aparatury). Uvedené skutečnosti lze určitým způsobem popsat a najít vztah mezi $j(R)$ a $J(R)$.

Plošná hustota zářivého výkonu $J(R)$ vzniká projekcí prostorové hustoty zářivého výkonu $I(r)$ do směru k pozorovateli. Vyjádříme proto změnu $I(r)$ v pozorovaném směru a příspěvky zintegrujeme v příslušných mezích. Označme z vzdálenost měřenou na paprsku k pozorovateli, viz obrázek 2.1. Z geometrie plyne

$$|z| = \sqrt{r^2 - R^2}, \quad \text{tedy} \quad |dz| = \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (2.15)$$

Pro nekonečnou galaxii probíhá proměnná z interval $(-\infty, \infty)$. Uvažujeme-li však určitý konečný poloměr galaxie r_t , nabývá z hodnot od $-\sqrt{r_t^2 - R^2}$ do $\sqrt{r_t^2 - R^2}$.

Elementární příspěvek k plošné hustotě zářivého výkonu $J(z)$ na daném paprsku ve

vzdálenosti z na elementární délce dz je dán rovnicí

$$dJ(z) = I[r(z)] dz = \frac{1}{\Upsilon} \rho[r(z)] dz. \quad (2.16)$$

Za předpokladu, že v galaxii nedochází ve směru k pozorovateli k žádné absorpci nebo rozptylu záření, získáme integrací rovnic (2.16) celkovou plošnou hustotu zářivého výkonu vystupující z galaxie v bodě $z = \sqrt{r_t^2 - R^2}$ pro daný paprsek

$$J(R) = -\frac{1}{\Upsilon} \int_{r_t}^R \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}} + \frac{1}{\Upsilon} \int_R^{r_t} \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \frac{2}{\Upsilon} \int_R^{r_t} \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (2.17)$$

Vzhledem k faktu, že obvykle neznáme hodnotu konstanty Υ , je lepší pracovat s *plošnou hustotou hmotnosti* $\Sigma(R)$,

$$\Sigma(R) = \Upsilon J(R) = 2 \int_R^{r_t} \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (2.18)$$

Hodnota $\Sigma(R)$ je tedy průmět prostorové hustoty hmotnosti do směru k pozorovateli.

Uvedený postup zahrnuje pouze vznik záření v prostoru galaxie. Pro úplnost je také potřeba uvážit možnost rozptylu a absorpce záření v příslušném směru. Za předpokladu nepřítomnosti mezihvězdné látky je tento proces dán pouze vzájemným geometrickým zakrýváním hvězd. Vzhledem k odhadovaným hodnotám prostorové hustoty a rozměru hvězd v galaxiích se však ukazuje, že uvedený proces nemá na výslednou plošnou hustotu záření téměř žádný vliv. Jednoduchý rozbor problému je uveden v dodatku této práce.

2.7.3 Deprojekce plošné hustoty

Jak bylo uvedeno, z fotometrického pozorování eliptických galaxií můžeme získat profil plošné jasnosti $j(R)$. Ten je určitým způsobem úměrný průběhu plošné hustoty zářivého výkonu $J(R)$, resp. plošné hustoty hmotnosti $\Sigma(R)$. Je proto praktické najít vztah pro výpočet prostorové hustoty $\rho(r)$ za předpokladu známé funkce $\Sigma(R)$. Rovnici (2.18) potom chápeme jako integrální rovnici pro neznámou $\rho(r)$.²

Rovnici je možné převést na Abelovu integrální rovnici (Rektorys et al., 2000). Její řešení má tvar

$$\rho(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_t} \frac{d\Sigma}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}, \quad (2.19)$$

kde předpokládáme, že pro plošnou hustotu od vzdálenosti $R \geq R_t$ platí $\Sigma(R) = 0$. Plošná hustota hmotnosti je tedy od určitého poloměru nulová, galaxie má konečný rozměr.

²Na obdobný problém narazil při studiu hvězdných systémů jako první již Plummer (1911) pro případ kulových hvězdokup.

2.8 Disperze rychlostí

Kromě vzhledu fotometrického obrazu galaxie má rozložení hmotnosti systému vliv přirozeně také na pohyb částic. Některé fyzikální veličiny, resp. jejich průměty, charakterizující pohyb částic je možné měřit a získat tak další cenné informace o vnitřním uspořádání galaxií.

Významnou kinematickou veličinou je tenzor *disperze rychlostí* $\sigma(r)$. Jde o tenzor druhého řádu a jeho složky jsou definovány jako

$$\sigma_{ij}^2(r) \equiv \langle (v_i - \langle v_i \rangle) (v_j - \langle v_j \rangle) \rangle = \langle v_i v_j \rangle - \langle v_i \rangle \langle v_j \rangle.$$

Tenzor σ je zjevně symetrický. Je proto možné najít takovou ortogonální souřadnicovou soustavu, kde bude diagonální. Jeho složky σ_{ii} , se obvykle značí pouze jedním indexem, tedy σ_i ,

$$\sigma_i^2(r) = \langle v_i^2 \rangle - \langle v_i \rangle^2. \quad (2.20)$$

Složky σ_i udávají rozptyl rychlostí částic ve směru dané souřadnicové osy i .

Právě jednotlivé složky disperze rychlostí $\sigma_i(r)$ určují některé kinematické veličiny měřitelné z pozorovaných spekter eliptických galaxií. K nejdůležitějším měřeným veličinám patří *střední hodnota projekce rychlosti*³ $\langle v_p \rangle(R)$ a především *projekce disperze rychlostí* $\sigma_p(R)$. Poloměr R je opět vzdálenost od středu systému určená v obrazu galaxie.

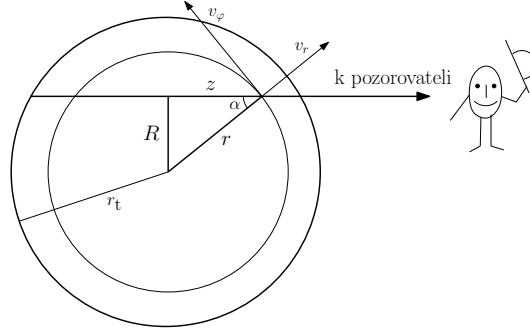
Spektroskopie galaxií představuje širokou problematiku a není cílem této práce se jí zabývat. Podrobnější rozbor základních poznatků z této oblasti popsali například Binney & Marrison (1998). Obecně můžeme říci, že průběh $\langle v_p \rangle(R)$ se určuje z Dopplerovského posunu spektrálních čar a je úměrný celkové rotaci galaxie v daném bodě. Projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$ se pak určuje z rozšíření spektrálních čar a udává rozptyl rychlostí ve směru k pozorovateli.

2.8.1 Projekce disperze rychlostí

Podobně jako v případě fotometrie je potřeba najít souvislost mezi pozorovanými a prostorovými závislostmi kinematických veličin. Významnou roli v dalším rozboru bude hrát především projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$. Základní princip jejího výpočtu je stejný jako při odvození projekce prostorové hustoty hmotnosti. Je potřeba sečíst všechny příspěvky $\sigma_p(z)$ v daném směru k pozorovateli.

Pro výpočet jednotlivých příspěvků v prostoru systému zvolíme orientaci souřadnic tak, že složka v_ϑ je kolmá na rovinu danou středem systému a směrem k pozorovateli.

³ Aby rychlost odpovídala vnitřním pohybům látky v prostoru galaxie, je potřeba od celkové projekce rychlosti odečíst rychlost vzdalování galaxie jako celku.



Obrázek 2.2: Centrální rovina sféricky symetrického tělesa pozorovaná ve směru z . Celkový poloměr tělesa je r_t . V každém bodě je projekce rychlosti do směru k pozorovateli určena složením projekcí radiální složky rychlosti v_r a úhlové složky v_φ . Druhá úhlová složka rychlosti, v_θ , má působiště ve stejném bodě, ale míří do roviny obrázku a k projekci tak nepřispívá.

Její průmět do směru k pozorovateli je tedy nulový, viz obrázek 2.2. Označme σ_L celkový průmět disperze rychlostí do směru k pozorovateli. K hodnotě $\sigma_L(r)$ pak v daném bodě přispívají pouze složky rychlosti ve směru r a φ . Z předpokladu statického systému, tedy rovností (2.9), a geometrie problému plyne

$$\sigma_L^2(r) = \langle v_L^2 \rangle - \langle v_L \rangle^2 = \langle v_L^2 \rangle = \langle (v_r \cos \alpha - v_\varphi \sin \alpha)^2 \rangle,$$

kde α je úhel mezi směrem k pozorovateli a směrem do středu galaxie, viz obrázek 2.2. Index L označuje průmět dané veličiny do směru k pozorovateli.

Pozorovaná disperze rychlostí ve vzdálenosti R od centra obrazu galaxie je určena součtem příspěvků σ_L^2 v jednotlivých bodech v daném směru vážených počtem částic. S pomocí některých veličin odvozených v podkapitole 2.7 a s uvážením symetrie problému dostaneme

$$\begin{aligned} \sigma_p^2(R) &= \frac{2}{\Sigma(R)} \int_R^{r_t} (\langle v_r^2 \rangle \cos^2 \alpha + \langle v_\varphi^2 \rangle \sin^2 \alpha) \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \\ &= \frac{2}{\Sigma(R)} \int_R^{r_t} \left(\sigma_r^2 \frac{r^2 - R^2}{r^2} + \sigma_\varphi^2 \frac{R^2}{r^2} \right) \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}} = \\ &= \frac{2}{\Sigma(R)} \int_R^{r_t} \sigma_r^2 \left[1 - \frac{R^2}{r^2} \beta(r) \right] \frac{\rho(r)rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

kde jsme v poslední úpravě zavedli označení

$$\beta(r) \equiv \frac{\sigma_r^2 - \sigma_\varphi^2}{\sigma_r^2} = 1 - \frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_r^2}. \quad (2.22)$$

Veličina $\beta(r)$ bývá nazývána *parametr anizotropie*. V podstatě udává, jak moc se v daném bodě odlišují náhodné pohyby částic ve směrech souřadnic r a φ . Je tedy mírou anizotropie disperze rychlostí. Velikost parametru β může nabývat hodnot od $-\infty$ do 1.

2.9 Předpoklad izotropie

Nejjednodušší sféricky symetrické modely předpokládají, že distribuční funkce závisí pouze na jediném integrálu pohybu, na energii částice E , tedy

$$f = f [M_* (\phi + \frac{1}{2}v^2)] . \quad (2.23)$$

Tento předpoklad velmi zjednodušuje další úvahy a výpočty. Je však důležité si uvědomit odpovídající fyzikální interpretaci uvedené aproximace.

Závisí-li distribuční funkce na rychlosti částic pouze prostřednictvím kinetické energie, dostaneme pro střední hodnotu kvadrátu radiální složky rychlosti podle vztahu (2.3) výraz

$$\langle v_r^2 \rangle(r) = \frac{1}{n} \int_{\mathbf{v}} v_r^2 f (M_* [\phi + \frac{1}{2} (v_r^2 + v_\varphi^2 + v_\vartheta^2)]) dv_r dv_\varphi dv_\vartheta ,$$

kde integrace probíhá přes celý prostor rychlostí. Pro libovolnou úhlovou složku rychlosti bude výraz vypadat zcela stejně pouze se zaměněným označením integrační proměnné. Proto v každém bodě systému platí

$$\langle v_r^2 \rangle = \langle v_\varphi^2 \rangle = \langle v_\vartheta^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle . \quad (2.24)$$

Střední hodnoty kvadrátů složek rychlostí jsou tedy v každém bodě stejné. Poslední rovnost ve vztahu (2.24) pak plyne ze skutečnosti, že střední hodnota součtu je rovna součtu středních hodnot jednotlivých sčítanců.

O distribuční funkci splňující (2.23) hovoříme jako o *izotropní distribuční funkci*. Rovnosti (2.24) platí právě za předpokladu, že distribuční funkce je tvaru (2.23), tedy závisí pouze na energii. Pro anizotropní sféricky symetrickou distribuční funkci, $f = f(E, L)$, se již střední hodnoty kvadrátů jednotlivých složek rychlosti obecně nerovnají.

Z rovnic (2.20), (2.9) a (2.24) plyne, že za předpokladu stacionarity a izotropie systému jsou diagonální složky tenzoru disperze rychlostí $\sigma_i(r)$ stejné ve všech směrech. Platí

$$\sigma_i^2 = \langle v_i^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle , \quad (2.25)$$

kde i označuje libovolnou souřadnici r , φ nebo ϑ . Pro průběh parametru anizotropie, viz rovnice (2.22), tedy platí $\beta(r) = 0$. Právě nulové hodnota parametru anizotropie je základní charakteristikou izotropního systému, ze které plyne tvar distribuční funkce (2.23).

předpoklad	charakteristika	důsledek
bezsrážkovost	$\left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{coll}} = 0$	bezsrážková BKR
statičnost	$f = f(\mathbf{x}, \mathbf{v})$	$f = f[\mathcal{I}_i(\mathbf{x}, \mathbf{v})]$
sférická symetrie	$f = f(r, \mathbf{v})$	$f = f(E, L)$
jednosložkovost	$\Upsilon(r) = \text{konst.}$	$\rho(r) = \Upsilon I(r)$
izotropie	$\beta(r) = 0$	$f = f(E)$

Tabulka 2.1: Shrnutí charakteristik a nejzásadnějších důsledků předpokladů užívaných při popisu struktury eliptických galaxií. Význam jednotlivých veličin je popsán v různých místech textu této kapitoly. Kingovy modely diskutované v dalším textu předpokládají všechny uvedené aproximace.

2.10 Zjednodušené modely

V předchozím textu byla popsána základní teorie popisu eliptických galaxií jako systémů mnoha částic. Pro usnadnění řešení tohoto komplikovaného problému bylo zavedeno několik zjednodušujících předpokladů. Jejich základní charakteristiky a důsledky jsou pro přehlednost shrnuty v tabulce 2.1.

I přes zdánlivě velké zjednodušení obecné distribuční funkce $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$, je možné navrhnout mnoho různých podob $f[E(r)]$ splňujících bezsrážkovou BKR. Celkový tvar funkce bývá obvykle určen několika volnými parametry daného modelu. S ohledem na volbu hodnot volných parametrů pak každý model zahrnuje třídu konkrétních řešení, která jsou podmnožinou všech možných řešení pro obecný bezsrážkový systém popsáný právě rovnicí (2.1).

Nejtěžším úkolem je zvolit vhodný tvar distribuční funkce tak, aby vystihoval fyzikální podstatu chování systému. Teoreticky určené předpovědi by pak měli co nejlépe odpovídat skutečně naměřeným datům.

Kapitola 3

Kingovy modely

Jak již bylo uvedeno, základní teorie eliptických galaxií je v některých směrech podobná problematice kulových hvězdokup. Z jejich rozboru také vychází jednoduchý a do jisté míry úspěšný tvar distribuční funkce definující množinu tzv. *Kingových modelů* (King, 1966). Než přistoupíme k jejich podrobnému rozboru, je užitečné zavést dvě substituce, které následně vedou k jednodušším a elegantnějším tvarům některých rovnic.

3.1 Relativní potenciál a energie

Namísto gravitačního potenciálu ϕ a energie částice E je pro další výpočty výhodné zavést nové proměnné – *relativní potenciál* ψ a *relativní energii* \mathcal{E} . Definujeme je pomocí vztahů

$$\psi \equiv \phi_0 - \phi, \quad \text{a} \quad \mathcal{E} \equiv M_* \left(\phi_0 - \phi - \frac{1}{2}v^2 \right) = M_* \left(\psi - \frac{1}{2}v^2 \right), \quad (3.1)$$

kde ϕ_0 je konstanta vhodné velikosti. Obvykle je vybírána tak, aby platilo $f > 0$ pro $\mathcal{E} > 0$, resp. $f = 0$ pro $\mathcal{E} \leq 0$. Jde tedy pouze o vhodnou kalibraci potenciálu a jí odpovídající změnu energie.

Poissonova rovnice (2.13) zapsaná pro relativní veličiny zavedené prostřednictvím vztahů (3.1) a izotropní distribuční funkci nabývá tvaru

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) = -4\pi G M_* \int_{\mathbf{v}} f [M_* (\psi - \frac{1}{2}v^2)] d^3 \mathbf{v},$$

a po přechodu k integraci ve sférických souřadnicích

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) = -16\pi^2 G M_* \int_0^{\sqrt{2\psi}} f [M_* (\psi - \frac{1}{2}v^2)] v^2 dv. \quad (3.2)$$

Hodnota horní integrační meze plyne z relací

$$f = \begin{cases} f [M_* (\psi - \frac{1}{2}v^2)] > 0 & \text{pro } \mathcal{E} > 0, \\ 0 & \text{pro } \mathcal{E} \leq 0, \end{cases}$$

tedy distribuční funkce je nenulová pro

$$M_* (\psi - \frac{1}{2}v^2) > 0, \quad \text{tedy} \quad v < \sqrt{2\psi}. \quad (3.3)$$

Uvedená podmínka je důsledkem vhodné volby kalibrační konstanty ϕ_0 .

3.2 Popis Kingových modelů

Fotometrické profily jasnosti kulových hvězdokup velmi dobře vystihuje empiricky vypořozovaná funkce určitého tvaru s vhodnou volbou tří různých parametrů (King, 1962). Právě tři je nejmenší možný počet volných parametrů pro obecně platný model. Parametry jsou dány odlišnými fyzikálními okolnostmi spojenými s danou hvězdokupou. Každá hvězdokupa obsahuje jiný počet hvězd, má jinou celkovou energii a nachází se ve specifickém vnějším gravitačním poli mateřské galaxie. Kulové hvězdokupy se tedy jeví sobě podobné v nejvyšší možné míře. Ukázalo se, že stejná funkce s vhodně zvolenými hodnotami parametrů vystihuje také profily jasnosti eliptických galaxií.

Zmíněná empiricky odvozená závislost velmi dobře odpovídá průběhu projekce hustoty určenému na základě řešení Poissonovy rovnice pro distribuční funkci tvaru (King, 1966)

$$f(\mathcal{E}) = \begin{cases} A (e^{\mathcal{E}/B} - 1) & \text{pro } \mathcal{E} > 0, \\ 0 & \text{pro } \mathcal{E} \leq 0, \end{cases} \quad (3.4)$$

kde A a B jsou pro daný model konstanty vhodného rozměru ($[A] = \text{m}^{-6} \text{s}^3$, $[B] = \text{J}$), jejichž fyzikální význam vyplýne z pozdějšího rozboru.

Uvedená distribuční funkce vychází z rozložení rychlostí částic, které je řešením statické BKR se zahrnutím srážek. Přestože je ve statickém rovnovážném případě možné srážky v galaxiích zanedbat, předpokládá se, že v centrálních částech měly vliv během počátečního formování systémů (Michie & Bodenheimer, 1963). Určitým způsobem pak ovlivnili také současný pozorovaný stav systémů. Jednotlivé distribuční funkce (3.4) s různou volbou konstant A a B odpovídají právě různému rozložení rychlostí. Rozložení rychlostí částic je blízké Maxwellovu-Boltzmannovu rozdělení, které však vede k nekonečně velkým systémům. Velikost pozorovaných hvězdokup a galaxií je však jistě konečná, a je proto potřeba, aby distribuční funkce tuto skutečnost vystihovala. Právě tvar distribuční funkce (3.4) určuje pro každou vzdálenost r maximální velikost rychlosti, kterou může částice systému nabývat. Tato *úniková rychlost* je v každém bodě dána rovnicí (3.3) při vhodné volbě konstanty ϕ_0 .

Dosazením výrazu pro relativní energii \mathcal{E} , viz rovnice (3.1), do distribuční funkce (3.4)

dostaneme pro prostorovou hustotu hmotnosti podle (2.10) výraz

$$\begin{aligned}\rho(\psi) &= 4\pi M_* A \int_0^{\sqrt{2\psi}} \left\{ \exp \left[\frac{M_* (\psi - \frac{1}{2}v^2)}{B} \right] - 1 \right\} v^2 dv = \\ &= AM_* \left(\frac{2\pi B}{M_*} \right)^{3/2} \left[e^{\psi M_*/B} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{M_* \psi}{B}} \right) - 2\sqrt{\frac{M_* \psi}{\pi B}} \left(1 + \frac{2M_* \psi}{3B} \right) \right],\end{aligned}$$

kde $\operatorname{erf}(x)$ je tzv. *error funkce* definovaná jako

$$\operatorname{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Uvedený výraz pro hustotu je možné zjednodušit vhodnou volbou tvaru konstant A a B . Definujme proto

$$\zeta^2 \equiv \frac{B}{M_*} \quad \text{a} \quad \rho_1 \equiv AM_* \left(\frac{2\pi B}{M_*} \right)^{3/2} = AM_* (2\pi \zeta^2)^{3/2},$$

pak pro hustotu dostáváme

$$\rho(\psi) = \rho_1 \left[e^{\psi/\zeta^2} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\psi}{\zeta^2}} \right) - 2\sqrt{\frac{\psi}{\pi \zeta^2}} \left(1 + \frac{2\psi}{3\zeta^2} \right) \right]. \quad (3.5)$$

Konstanta ζ^2 tedy škáluje proměnou ψ a konstanta ρ_1 výslednou závislost hustoty $\rho(\psi)$.

Poissonova rovnice pro relativní potenciál ψ má tvar

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) = -4\pi G \rho_1 \left[e^{\psi/\zeta^2} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\psi}{\zeta^2}} \right) - 2\sqrt{\frac{\psi}{\pi \zeta^2}} \left(1 + \frac{2\psi}{3\zeta^2} \right) \right]. \quad (3.6)$$

Aby bylo možné tuto obyčejnou nelineární diferenciální rovnici druhého řádu řešit, musíme zadat vhodné okrajové podmínky. Předpokládáme, že systém je v rovnováze a pohromadě je držen vlastní gravitací. Proto nemůže v jeho centru působit žádná síla a první derivace gravitačního potenciálu, a tedy také relativního potenciálu, musí být rovna nule, tedy

$$\left. \frac{d\psi}{dr} \right|_{r=0} = 0.$$

Druhá okrajová podmínka je dána hodnotou relativního potenciálu v centru systému $\psi(0)$, která určuje centrální gravitační potenciál $\phi(0)$ a centrální hustotu $\rho[\psi(0)]$. Ta se obvykle označuje ρ_0 a definuje tzv. *Kingův poloměr* r_0 (King, 1966)

$$r_0 \equiv \sqrt{\frac{9\zeta^2}{4\pi G \rho_0}}. \quad (3.7)$$

Z první okrajové podmínky a z tvaru rovnice (3.6) plyne skutečnost, že řešení $\psi(r)$ je klesající funkce. Při vhodné volbě konstanty ϕ_0 tedy pro určitý konečný poloměr r_t platí

$$\psi(r_t) = 0, \quad (3.8)$$

a tedy také hustota $\rho[\psi(r_t)]$ určená rovnicí (3.5) klesne pro daný poloměr r_t k nule. Veškerá hmotnost systému je tedy obsažena ve sféře o poloměru r_t . Pro gravitační potenciál v takové vzdálenosti zřejmě platí

$$\phi(r_t) = -\frac{GM(r_t)}{r_t}, \quad (3.9)$$

kde funkce $M(r)$ udává hmotnost části systému obsažené ve sféře o poloměru r ,

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(x)x^2 dx.$$

Hodnota $M(r_t)$ je tedy právě celková hmotnost systému. Aby ve vzdálenosti r_t platila rovnice (3.8), musí definice (3.1) nabývat tvaru

$$\psi(r) = \phi(r_t) - \phi(r), \quad \text{tedy} \quad \phi_0 = \phi(r_t).$$

Čím větší je zvolená hodnota $\psi(0)$, tím větší je také poloměr r_t , hmotnost $M(r_t)$ a absolutní hodnota centrálního potenciálu $\phi(0)$. Pro charakteristiku jednotlivých modelů se pomocí poloměrů r_0 a r_t definuje tzv. *koncentrace modelu* c

$$c \equiv \log \frac{r_0}{r_t}.$$

Při řešení rovnice (3.6) je výhodné zavést substituci

$$\frac{\psi}{\zeta^2} = y. \quad (3.10)$$

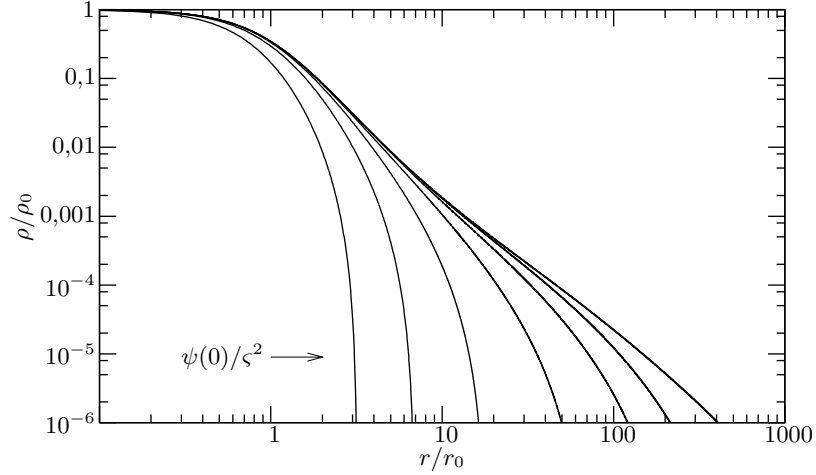
Rovnice (3.6) pak přejde do tvaru

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dy}{dr} \right) = -4\pi G \frac{\rho_1}{\zeta^2} \left[e^y \operatorname{erf}(\sqrt{y}) - 2\sqrt{\frac{y}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3}y \right) \right], \quad (3.11)$$

s počátečními podmínkami

$$\left. \frac{dy}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \text{a} \quad y(0) = y_0.$$

Tvar řešení $y(r)$ rovnice (3.11) je dán počáteční hodnotou y_0 , která určuje koncentraci c daného modelu. Parametry ζ^2 a r_0 pak mění škálování průběhu řešení v ose závislé proměnné y , resp. nezávislé proměnné r . Pomocí rovnice (3.10) můžeme určit průběh relativního potenciálu $\psi(r)$. Z rovnice (3.5) pak plyne průběh hustoty $\rho(r)$, který je pro několik Kingových modelů vykreslen v obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Průběh prostorové hustoty hmotnosti $\rho(r)/\rho_0$ pro konkrétní řešení Kingových modelů s poměrem parametrů $\psi(0)/\zeta^2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ a 16 (v grafu hodnota poměru roste pro jednotlivé křivky zleva doprava). Koncentrace uvedených modelů jsou po řadě $c = 0,5, 0,8, 1,3, 1,8, 2,3, 2,7$ a $3,6$.

3.2.1 Rychlost částic

Z řešení Kingových modelů můžeme určit radiální závislosti pozorovatelných kinematických veličin. Vzhledem k předpokladu statického systému jde o průběh projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$.

Distribuční funkce Kingových modelů je izotropní. Pro určení $\sigma_p(R)$ je proto potřeba vypočítat střední hodnotu kvadrátu velikosti rychlosti částic, viz rovnice (2.21). Na základě rovnice (2.3) pro Kingovu distribuční funkci je možné odvodit vztah

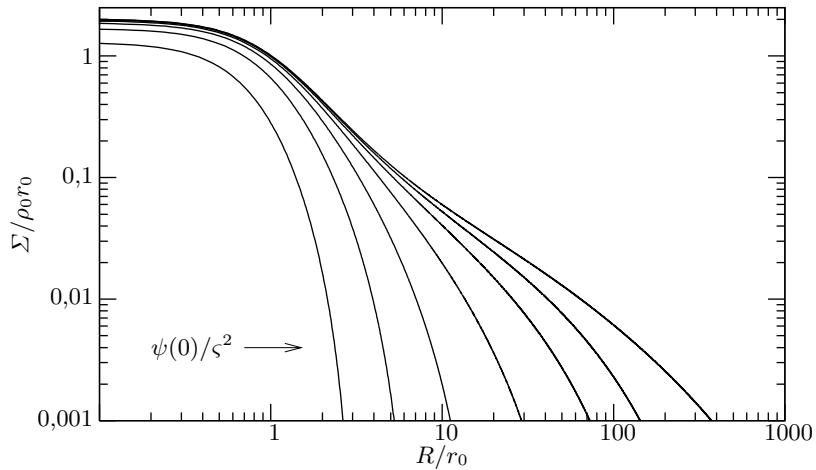
$$\langle v^2 \rangle(\psi) = \frac{C_2}{C_0}, \quad \text{kde} \quad C_n(\psi) \equiv \int_0^{\sqrt{2\psi}} \left[\exp\left(\frac{\psi - \frac{1}{2}v^2}{\zeta^2}\right) - 1 \right] v^{2+n} dv. \quad (3.12)$$

V zavedené substituci (3.10) pak můžeme pro potřebné výrazy C_0 , resp. C_2 psát

$$\begin{aligned} C_0(y) &= \zeta^3 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[e^y \operatorname{erf}(\sqrt{y}) - 2\sqrt{\frac{y}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3}y\right) \right], \\ C_2(y) &= 3\zeta^5 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[e^y \operatorname{erf}(\sqrt{y}) - 2\sqrt{\frac{y}{\pi}} \left(1 + \frac{2}{3}y + \frac{4}{15}y^2\right) \right]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Ze vztahů (3.13) plyne, že závislost $\langle v^2 \rangle$ je v každém bodě úměrná hodnotě ζ^2 . Obecně můžeme psát

$$\langle v^2 \rangle(y) = \zeta^2 \frac{D_2}{D_0}, \quad \text{kde} \quad D_n(y) \equiv \frac{C_n}{\zeta^{n+3}}. \quad (3.14)$$



Obrázek 3.2: Průběh plošné hustoty hmotnosti $\Sigma(R)/\rho_0 r_0$ pro konkrétní řešení Kingových modelů. Poměr parametrů $\psi(0)/\zeta^2$ a koncentrace c jsou voleny stejně jako v obrázku 3.1. Hodnota parametru $\psi(0)/\zeta^2$ pro jednotlivé křivky klesá zleva doprava

Průběh $y(r)$ je dán řešením rovnice (3.11). S jeho pomocí můžeme tedy určit hledanou závislost $\langle v^2 \rangle(r)$.

3.3 Porovnání s pozorováním

Nalezení modelu nejlépe popisujícího danou galaxii se provádí prostřednictvím odhadů jednotlivých parametrů. Jejich hodnoty hledáme tak, aby teoretické průběhy měřených veličin co nejlépe odpovídaly skutečně pozorovaným datům.

3.3.1 Porovnání profilů jasnosti

Pro porovnání teoretických předpovědí s naměřenými profily jasnosti je potřeba provést projekci prostorové hustoty hmotnosti do směru k pozorovateli. Výsledná plošná hustota hmotnosti $\Sigma(R)$ je určena vztahem (2.18). Její průběhy jsou pro několik konkrétních řešení Kingových modelů vykresleny v obrázku 3.2. Mezi plošnou hustotou hmotnosti $\Sigma(R)$ a plošnou hustotou zářivého výkonu galaxie $J(R)$ platí na základě předpokladu jednosložkovosti vztah

$$J(R) = \frac{\Sigma(R)}{\Upsilon}.$$

Pro přímou konfrontaci modelů s naměřenými daty je nutné sjednotit jednotky poloměru v porovnávaných profilech jasnosti. Naměřený profil je obvykle uváděn pro poloměr

v úhlových jednotkách, teoretické výpočty vychází v délkových jednotkách. Přepočet se z jednoduché geometrické úvahy provede na základě rovnice (1.2).

Měřený profil plošné jasnosti $j(R)$ odpovídá energii dopadající z jednotky prostorového úhlu obrazu na jednotku plochy detektoru za jednotku času. Plošná hustota záření $J(R)$ udává, kolik energie vyzáří jednotka plochy systému za jednotku času do všech směrů. Za předpokladu, že element povrchu galaxie září izotropně, pak je do jednotkového prostorového úhlu vyzářena energie $J(R)/4\pi$. V idealizovaném případě, kdy během šíření záření od zdroje k detektoru nedochází k rozptylu a absorpci záření, jsou si energie $j(R)$ a $J(R)/4\pi$ rovny.

Ve skutečnosti je však záření na své cestě zeslabováno. Na konečnou naměřenou hodnotu plošné hustoty mají vliv především vlastnosti užitého měřicího systému, přítomnost zemské atmosféry a mezihvězdné prostředí, jímž se záření daného zdroje šíří. První dvě uvedené skutečnosti jsou dány konkrétními charakteristikami měřicí aparatury, resp. pozorovacích podmínek. Výsledky fotometrického měření lze prostřednictvím vhodné kalibrace ošetřit o vliv užitého měřicího systému. Atmosférická extinkce se zohledňuje pomocí extinkčních koeficientů, které je potřeba určovat aktuálně pro každé pozorování.

Vliv mezihvězdného prostředí je však pro všechna pozorování daného objektu stejný. Hovoříme o tzv. *galaktické extinkci*. Charakterizuje rozptyl a absorpci záření k níž dochází mimo zemskou atmosféru, tedy především při průchodu záření Galaxií. Obvykle se pro daný extragalaktický zdroj¹ charakterizuje pomocí *galaktického extinkčního koeficientu* A_e . Koeficient A_e udává, o kolik magnitud vzroste pozorovaná hvězdná velikost daného zdroje záření v důsledku galaktické extinkce. Odpovídající zeslabení je zohledněno v Pogsonově rovnici tvaru

$$\mu = \mu_0 - 2,5 \log \frac{j}{j_0} - A_e,$$

kde j je měřená plošná jasnost a μ odpovídá plošné hvězdné velikosti jakou bychom naměřili bez zeslabení galaktickou extinkcí. Pro pozorovanou plošnou jasnost $j(R)$ a plošnou hustotu záření $J(R)$, resp. plošnou hustotu hmotnosti $\Sigma(R)$, tedy platí vztah

$$j(R)10^{0,4A_e} = \frac{J(R)}{4\pi} = \frac{\Sigma(R)}{4\pi\mathcal{Y}}, \quad (3.15)$$

kde předpokládáme, že plošná jasnost $j(R)$ je ošetřena o vliv užitého měřicího systému i atmosférické extinkce. Poměr \mathcal{Y} je pro částice systému obecně neznámý a může být určen právě na základě škálování tvaru teoretické závislosti $\Sigma(R)$ nejlépe odpovídající měřenému profilu $j(R)$.

Klíčovým krokem pro porovnávání teoreticky vypočtených a naměřených profilů je určování hodnot jednotlivých parametrů nejvhodnějšího modelu. V případě porovnání

¹ Zdroj, který se nachází vně Galaxie.

s fotometrickým profilem $j(R)$ jde podle rovnice (3.15) o určení tvaru výsledného profilu. Ten je stejně jako tvar řešení Poissonovy rovnice dán hodnotou y_0 a škálováním nezávisle proměnné prostřednictvím Kingova poloměru r_0 .

Parametry y_0 a r_0 tedy dávají vhodný tvar průběhu teoretického profilu jasnosti. Hodnota poměru Υ udává úměrnost mezi hmotností a zářením. Umožňuje převod vypočtené závislosti plošné hustoty hmotnosti $\Sigma(R)$ na pozorovanou plošnou jasnost $j(R)$. Pro určení absolutního škálování modelu je dále potřeba odhadnout hodnotu parametru ς . Lze tak učinit porovnáním výsledků modelu s pozorovaným profilem projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$.

3.3.2 Porovnání projekce disperze rychlostí

V důsledku sférické symetrie a izotropie ($\beta = 0$) distribuční funkce Kingových modelů se vztah (2.21) pro výpočet $\sigma_p(R)$ zjednoduší na výraz

$$\sigma_p^2(R) = \frac{2}{3\Sigma} \int_R^{r_t} \frac{\rho\langle v^2 \rangle r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}, \quad (3.16)$$

kde průběh $\langle v^2 \rangle$ je dán rovnicemi (3.14). Určíme-li tedy nejprve tvar nejlepšího modelu na základě fitování fotometrických dat, můžeme prostřednictvím vztahu

$$\sigma_p^2(R) = \varsigma^2 \frac{2}{3\Sigma} \int_R^{r_t} \frac{D_2}{D_0} \frac{\rho r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}, \quad (3.17)$$

odhadnout hodnotu ς^2 .

3.3.3 Galaxie NGC 3379

Pro konkrétní aplikaci Kingova modelu byla vybrána eliptická galaxie NGC 3379. Na obloze ji nalezneme v souhvězdí Lva. Jde o nejjasnější galaxii skupiny Leo I. Jako první ji pravděpodobně pozoroval francouzský astronom Pierre Méchain roku 1781. Do Messierova katalogu byla zařazena až dodatečně, roku 1947, pod označením M105.

Jde o normální eliptickou galaxii Hubbleova typu E1. Elipticita pozorovaného obrazu galaxie se pohybuje kolem hodnoty 0,10 (Peletier et al., 1990) a je pro různé poloměry R izofotálních elips obrazu galaxie přibližně konstantní² (Peletier et al., 1990; Lauer et al., 2005; Bartošková, 2007). Koeficient galaktické extinkce A_e ve směru ke galaxii NGC 3379 je pro fotometrický filtr R roven 0,065 mag (NED, 2008).

² Hodnota elipticity v centrální části obrazu galaxie obecně závisí také na způsobu zohlednění některých jevů zkreslujících pozorování, například atmosférického seeingu (viz podkapitola 4.1.1). V případě NGC 3379 nejsou změny elipticity v závislosti na poloměru R nijak výrazné ani při sofistikovaném ošetření obrazu (Peletier et al., 1990; Lauer et al., 2005).

Přestože moderní pozorování odhalila komplikovanější povahu NGC 3379, je tato galaxie vhodným kandidátem pro zjednodušený popis pomocí Kingových modelů. Ze statistického rozboru pozorovaných tvarů obrazů velkého vzorku eliptických galaxií plyne pro elipticitu vnitřního prostorového uspořádání hvězdné složky NGC 3379 hodnota menší než 0,3 (Douglas et al., 2007). Předpoklad sférické symetrie tak s poměrně velkou pravděpodobností není v zásadnějším rozporu se skutečným prostorovým tvarem galaxie.

Ze spektroskopických pozorování NGC 3379 je známo, že náhodné pohyby hvězd (například Statler & Smecker-Hane, 1999; Emsellem et al., 2004) nebo také planetárních mlhovin (Douglas et al., 2007) silně převažují nad jejich systematickou rotací kolem určité osy systému. Předpoklad stacionarity galaxie by proto také neměl příliš narušit adekvátnost zjednodušeného popisu.

U galaxie NGC 3379 nepozorujeme žádné výraznější dynamické vnitřní změny nebo projevy její interakce s okolím. Je tedy opodstatněné galaxii považovat za rovnovážný systém. Předpoklad bezsrážkovosti částic systému by mohl být narušen pouze v okolí vysoké centrální koncentrace hmotnosti, o jejíž přítomnosti se usuzuje na základě některých moderních pozorování (například Gebhardt et al., 2000). Tento rozpor však není vzhledem k celkovému velkému počtu částic systému, které nepodléhají bezprostřední dynamice okolí centrální koncentrace hmotnosti, příliš výrazný. Pro přibližný popis celého systému je proto bezsrážkový přístup stále dobře odpovídající.

3.3.4 Konkrétní porovnání

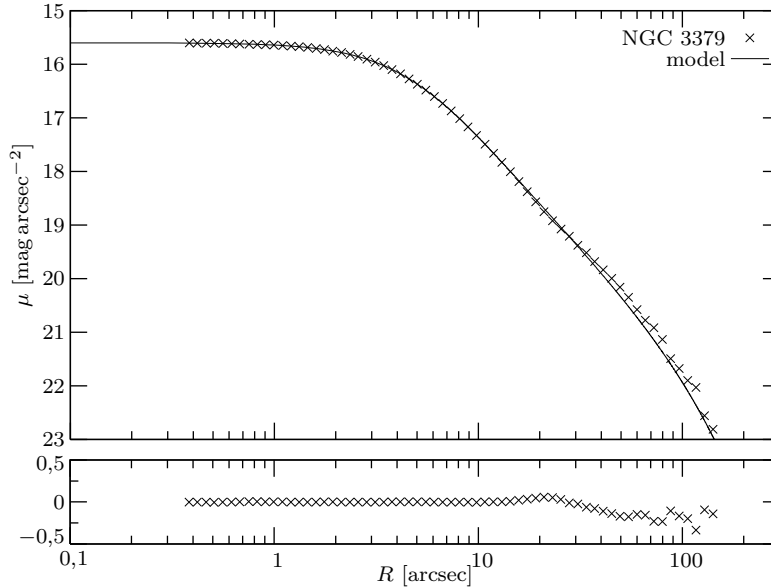
Pro konkrétní aplikaci Kingova modelu bylo použito pozorování eliptické galaxie NGC 3379 získané v rámci bakalářské práce Kateřiny Bartoškové (2007). Pozorování proběhlo 0,62 m dalekohledem se CCD detektorem. Dalekohled je součástí Observatoře Ústavu teoretické fyziky a astrofyziky Masarykovy Univerzity. Snímky byly pořízeny ve filtru R Kronova-Cousinova fotometrického systému. Popis postupu získání, následného zpracování a fotometrické kalibrace snímků je popsán v uvedené bakalářské práci.

Profil jasnosti $j(R)$ byl ze snímku získán pomocí prostředí IRAF³ a jeho programového balíku STSDAS⁴. Konkrétně byla použita procedura ELLIPSE, která provádí fitování izofotálních elips na obraz galaxie iterativním způsobem založeným na postupu popsaném Jedrzejewskim (1997).

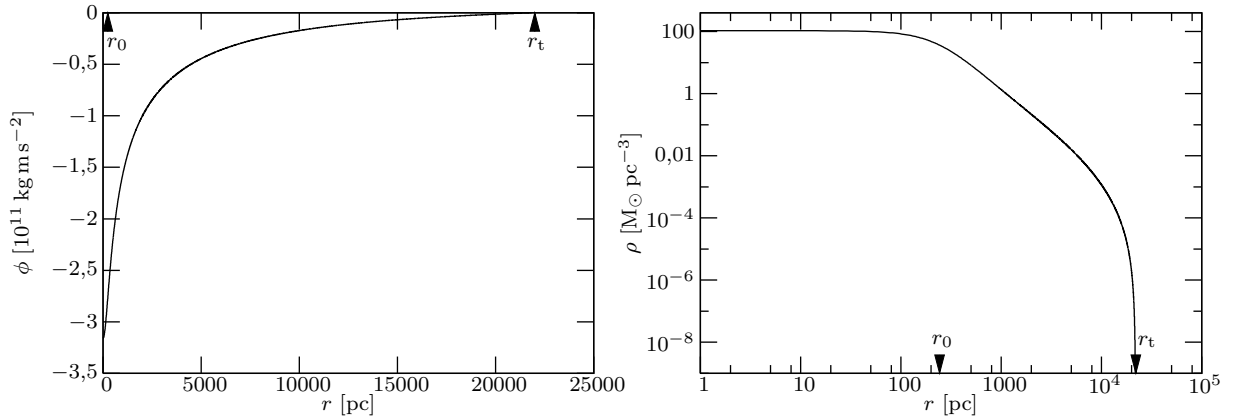
Poissonova rovnice pro Kingovu distribuční funkci (3.6) byla řešena numericky Rungovou-Kuttovou metodou. S pomocí rovnice (2.18) byl numericky vypočítán profil plošné hustoty hmotnosti $\Sigma(R)$. Na základě rovnice (3.15) byl pak porovnáván s naměřeným profilem jasnosti $j(R)$, resp. $\mu(R)$. Odhadů nejlepších hodnot parametrů y_0 a r_0 bylo dosaženo

³ Image Reduction and Analysis Facility, viz <http://iraf.noao.edu/>.

⁴ The Space Telescope Science Data Analysis System, viz http://www.stsci.edu/resources/software_hardware/stsdas.



Obrázek 3.3: Profil jasnosti (závislost plošné hvězdné velikosti μ na normované vzdálenosti od centra obrazu galaxie R) galaxie NGC 3379. Naměřený profil je v horním grafu znázorněn body (nejisota jednotlivých bodů je velmi malá, maximálně 3%, a proto pro přehlednost není vykreslena), nejlepší odhad Kingova modelu je vykreslen plnou čarou. Ve spodním grafu je pro jednotlivé body vyneseno rozdílné pozorované a teoreticky předpovězené hodnoty plošné hvězdné velikosti.



Obrázek 3.4: Průběh gravitačního potenciálu, resp. prostorové hustoty hmotnosti pro Kingův model nejlépe odpovídající galaxii NGC 3379. V levém grafu je vynesena radiální závislost gravitačního potenciálu ϕ [10^{11} kg m s $^{-1}$], v pravém pak průběh prostorové hustoty hmotnosti ρ [M_{\odot} pc $^{-3}$]. Na osách obou grafů jsou vyznačené hodnoty Kingova poloměru r_0 a celkového poloměru galaxie r_t .

s použitím programů knihovny MINPACK⁵ (More et al., 1980). Poměr hmotnost–zářivý výkon Υ byl určen metodou nejmenších čtverců. Porovnání takto určeného nejlepšího modelu s naměřeným profilem je znázorněno v obrázku 3.3.

Pomocí modelu byl vypočítán průběh profilu projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$. Tuto závislost je možné získat ze spektroskopického pozorování galaxií. Obvykle se však měří průběh projekce disperze rychlostí podle velké poloosy obrazu dané galaxie. Nezávislá proměnná tak namísto normovaného poloměru R je velká poloosa a dané izofotální elipsy.

Srovnání některých publikovaných měření $\sigma_p(a)$ pro galaxii NGC 3379 je vykresleno v obrázku 3.5. Závislost vycházející ze zdroje Emsellem et al. (2004) nebyla měřena podle velké poloosy galaxie. Jde o výsledek fitování elips na obraz galaxie,⁶ kde intenzita udává velikost projekce disperze rychlostí v daném bodě. Nezávisle proměnná je zde pak opět poloměr R definovaný rovnicí (1.4). Tento postup je v podstatě analogický fitování elips na CCD snímek a následnému vytvoření fotometrického profilu jasnosti.

Z obrázku 3.5 je patrné, že data z různých zdrojů si přibližně odpovídají, ale jejich rozptyl a měřicí chyby jsou poměrně velké. Profil získaný fitováním elips nicméně poměrně dobře odpovídá průběhům měřeným podle velké poloosy, což částečně dokládá oprávněnost předpokladu sférické symetrie a izotropie systému. Za přesného splnění těchto předpokladů by průběh σ_p byl stejný ve všech směrech obrazu galaxie.

Abychom zohlednili pozorovanou eliptickou symetrii, je vhodné při přechodu mezi radiálními proměnnými a a R použít rovnice (1.4), tedy

$$R = a\sqrt{1 - \epsilon},$$

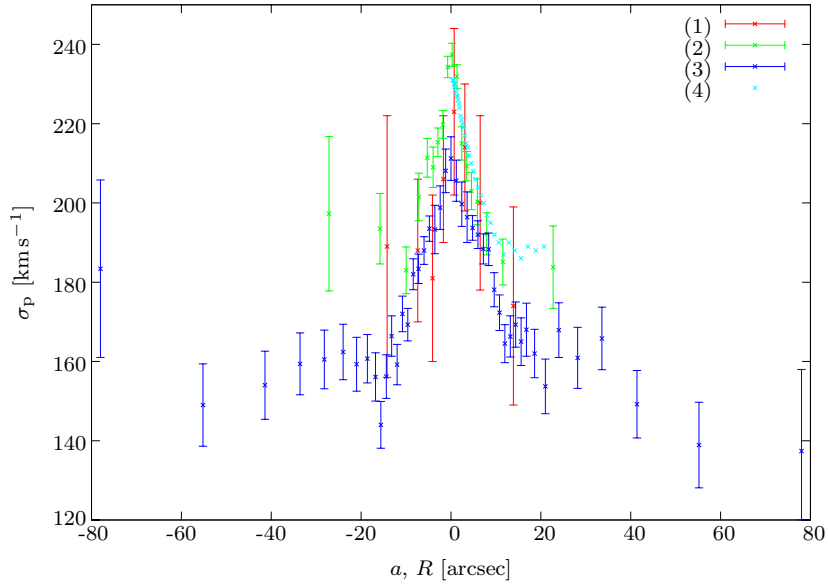
kde jsme použili elipticitu ϵ definovanou vztahem (1.1).

Pro porovnání s teoretickými výsledky modelu byla použita data s největším radiálním rozsahem, která uvádí Statler & Smecker-Hane (1999). Autoři kromě profilu $\sigma_p(a)$ uvádí také měření podle malé poloosy a dvou dalších směrů. Tyto hodnoty byly pro každý směr symetrizovány, zprůměrovány a převedeny na profil $\sigma_p(R)$. Hodnota parametru ζ byla z rovnice (3.17) určena za pomoci metody nejmenších čtverců s užitím vah. Teoreticky vypočítaný a naměřený profil projekce disperze rychlostí jsou porovnány v obrázku 3.6.

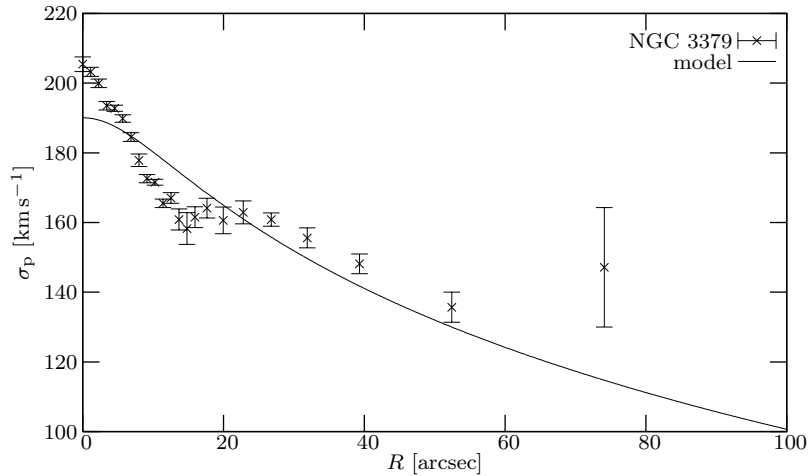
Výsledné odhady parametrů nejlepšího Kingova modelu a některých dalších fyzikálních charakteristik jsou uvedeny v tabulce 3.1. Porovnání výsledků s publikovanými hodnotami je pro několik různých zdrojů uvedeno v tabulce 3.2. Odhady určené v této práci odpovídají v rámci rozptylu hodnotám uváděným v literatuře. Výsledky různých zdrojů se však vzájemně odlišují. Tato rozdílnost může být způsobena například odlišnou kvalitou užitých dat, provedením rozdílných korekcí měření o jisté sekundární efekty (bude diskutováno dále), nebo jinou užitou hodnotou vzdálenosti galaxie, která škáluje radiální průběh modelu.

⁵ Viz <http://netlib.org/minpack/>.

⁶ Byla použita opět procedura ELLIPSE programového balíku STSDAS pro prostředí IRAF.



Obrázek 3.5: Měření projekce disperze rychlostí jako funkce velké poloosy a , resp. normovaného poloměru R . Převzato z různých zdrojů: (1) Sargent et al. (1978), (2) Bender et al. (1994), (3) Statler & Smecker-Hane (1999), (4) Emsellem et al. (2004). Posledně jmenovaná data byla získána fitováním elips na dvourozměrnou mapu projekce disperze rychlostí a nezávislou proměnnou je normovaný poloměr R (pro podrobnější popis viz text). Tato data jsou pro přehlednost vykreslena bez chybových úseček, odpovídající nejistoty se pohybují okolo 5%.



Obrázek 3.6: Profil projekce disperze rychlostí σ_p galaxie NGC 3379. Naměřené hodnoty (Statler & Smecker-Hane, 1999) jsou znázorněny body. Výsledek nejlepšího modelu je znázorněn plnou čarou.

d [Mpc]	r_0 [pc]	r_t [kpc]	c	ς [km s ⁻¹]	ρ_0 [M _⊙ pc ⁻³]	$M(r_t)$ [10 ¹⁰ M _⊙]	$\sigma_p(0)$ [km s ⁻¹]	Υ [M _⊙ L _⊙ ⁻¹]
9,9	243±15	22 ⁺³⁷ ₋₁₄	2,0 ^{+0,4} _{-0,5}	194±2	106 ⁺¹⁷ ₋₁₄	7 ⁺¹³ ₋₄	190 ⁺⁴ ₋₆	18±9

Tabulka 3.1: Odhady parametrů nejlepšího Kingova modelu galaxie NGC 3379 a některé další z nich odvozené veličiny – vzdálenost galaxie d [Mpc] (Fabber et al., 1997), odhad Kingova poloměru r_0 [pc], maximální poloměr galaxie r_t [kpc], koncentrace nejlepšího Kingova modelu c , odhad parametru ς [km s⁻¹], centrální hustota galaxie ρ_0 [M_⊙ pc⁻³], celková hmotnost galaxie $M(r_t)$ [10¹⁰ M_⊙], centrální projekce disperze rychlostí $\sigma_p(0)$ [km s⁻¹] a poměr hmotnost – zářivý výkon Υ [M_⊙L_⊙⁻¹]. V případě parametrů, které byly odhadovány statisticky (r_0 a ς) je uveden odhad nejistoty, u odvozených parametrů pak hodnota daná nejlepším odhadem parametrů a rozptyl určený nejistotou parametrů. Poměr Υ byl určen na základě rovnice (3.15). Pozorovaný profil jasnosti byl zkalibrován (odhad nejistoty kalibrace je asi 0,5 mag, Bartošková, 2008), není však ošetřen o atmosférickou extinkci (hodnota poměru by v takovém případě byla poněkud nižší).

		d [Mpc]	r_0 [kpc]	c	ρ_0 [M _⊙ pc ⁻³]	$M(r_t)$ [10 ¹⁰ M _⊙]	$\sigma_p(0)$ [km s ⁻¹]	Υ [M _⊙ L _⊙ ⁻¹]
(1)	○ G	17	220	2,25				
(2)	○ V	8	109±12	2,20	515±105		195±17	6±1
(3)	* B	8	130		420	9,8	202	
(4)	● R	16		2,0±0,4		18±6	203±8	10,8

Tabulka 3.2: Parametry Kingových modelů galaxie NGC 3379 z předchozích zpracování. Čísla v 1. sloupci odpovídají zdrojům: (1) Kormendy (1977), (2) Sargent et al. (1978), (3) Bailey & MacDonald (1981), (4) Bertin et al. (1988). V 2. sloupci je zaznamenáno, jak byla použita fotometrická data ošetřena o seeing (viz odstavec 4.1.1): ○ – data nebyla ošetřena, ● – data v centrální oblasti nebyla použita, * – byla provedena dekonvoluce vhodnou PSF. Ve 3. sloupci je uveden fotometrický filtr, ve kterém byl měřen profil jasnosti: B, V, R jsou filtry klasického Johnsonova systému, filtr G odpovídá spektrální oblasti 460–540 nm. V dalších sloupcích jsou pak uvedeny příslušné odhady parametrů a z nich odvozených hodnot charakteristik galaxie.

3.4 Další modely pro popis eliptických galaxií

Kingovy modely popsané v předchozích odstavcích do jisté míry vystihují naměřené profily jasnosti kulových hvězdokup a eliptických galaxií (viz například Binggeli et al., 1984). Přirozeně však neodpovídají všem pozorovaným profilům jasnosti. Během posledních desetiletí bylo proto vytvořeno mnoho jiných metod pro popis profilů jasnosti eliptických galaxií za předpokladu jejich sférické symetrie (například Jaffe, 1983; Hernquist, 1990; Dehnen, 1993). Obvykle byly odvozeny heuristickou analýzou tak, aby výsledný profil plošné jasnosti dobře odpovídal průběhům pozorovaných profilů. Často je výsledek porovnáván například s de Vacoulerovým zákonem, viz rovnice (1.6), který přes svou jednoduchost dobře vystihuje profil jasnosti mnoha pozorovaných galaxií.

Třídy modelů byly postupně zobecňovány a liší se například počtem volných parametrů nebo možností vyjádřit průběhy určitých veličin analyticky. Z předpokládaného tvaru prostorové hustoty hvězd je obvykle odvozen radiální průběh plošné jasnosti, jehož tvar je funkcí určitých parametrů. Jejich nejlepší odhady mohou být určeny fitováním teoretického tvaru profilu na napozorovaná data. Zpětně tak můžeme získat prostorové průběhy fyzikálních veličin charakterizující galaxii. Systém tedy popisujeme prostřednictvím sady parametrů.

Přestože některé publikované modely mohou pozorování odpovídat lépe než výše popsaná třída Kingových modelů, postupy pro odvození chování různých fyzikálních veličin v prostoru galaxie jsou za stejných předpokladů analogické. Z fyzikálního pohledu tedy jednotlivé modely v podstatě nepřinášejí novou informaci a nebude jim proto v dalším rozboru věnována pozornost.

Variabilitu různého vyjádření jednotlivých modelů umožňuje skutečnost, že velmi podobný průběh plošné hustoty hmotnosti, a tedy také plošné jasnosti, může být dán různými průběhy prostorové hustoty hmotnosti, resp. zářivého výkonu, v prostoru galaxie.⁷ Z rovnice (2.19) vidíme, že prostorová hustota je závislá na derivaci plošné hustoty ve směru průmětu radiální prostorové souřadnice. Průběh derivace plošné hustoty určené na základě fitování určitého modelu profilu jasnosti však nemusí ve všech integrovaných bodech odpovídat skutečnosti. To přirozeně vnáší nežádoucí neurčitost a nejednoznačnost také do závislostí dalších odvozených fyzikálních veličin (Merritt & Tremblay, 1994).

Interpretace parametrického popisu tedy zjevně má svá omezení, a to bez ohledu na přirozené chyby naměřených dat. V případě, je-li konkrétní model podložen fyzikální teorií (jako tomu je u Kingových modelů), má význam se jeho analýzou zabývat. Při studiu a interpretaci různých modelů je však vhodné mít uvedená omezení na paměti.

⁷ Je tedy možné najít různé průběhy hustoty $\rho(r)$, které prostřednictvím rovnice (2.18) vedou k velmi podobným průběhům plošné hustoty $\Sigma(R)$.

3.5 Neparametrický přístup

Na základě rozboru profilů jasnosti je možné charakterizovat systém bez užití odhadů parametrů. Za předpokladu sférické symetrie můžeme pomocí rovnice (2.19) z naměřených dat odvodit průběh prostorové hustoty hmotnosti, resp. zářivého výkonu. Přímá deprojekce naměřeného profilu je ale bohužel velmi citlivá na přirozené chyby v datech. Malá chyba plošné jasnosti může v důsledku přítomnosti derivace $d\Sigma/dR$ ve vztahu (2.19) způsobit velkou nepřesnost odvozené prostorové veličiny (Merritt & Tremblay, 1994).

Z hodnot mezi integrálu (2.19) dále plyne, že k deprojekci je potřeba úplný průběh profilu jasnosti. Pro výpočet hustoty ρ v bodě r je potřeba znát radiální závislost $d\Sigma/dR$ v mezích od r do r_t . Úplnost pozorovaného profilu jasnosti však nelze z jednoho pozorování vždy dosáhnout. Například snímky center eliptických galaxií pořízené pomocí *Hubbleova vesmírného dalekohledu* (dále jen *HST*, z anglického *Hubble Space Telescope*) mají rozměr $66'' \times 66''$ a mapují pouze okolí center galaxií (Lauer et al., 1995).

Také nepřítomnost dat v části profilu komplikuje jeho přímou deprojekci. Naměřená data se proto někdy za účelem deprojekce prokládají vhodnou neparametrickou závislostí (například splajny).

Další možností jak určitým způsobem nahlédnout na fyzikální povahu systému je provádět deprojekci vhodného modelu profilu jasnosti přímo odpovídajícího konkrétním naměřeným datům. Je důležité, aby zvolená funkce dobře odpovídala pozorování, a to včetně průběhu derivace profilu jasnosti.⁸

Deprojekci teoretického modelu profilu je možné provést numericky a tak odvodit prostorový průběh některých fyzikálních veličin. Jejich původ však obvykle nemá další fyzikální podklady. Jde v podstatě o opačný postup k výše uvedenému odvození profilu z fyzikálně motivované distribuční funkce.

Všechny uvedené modely a úvahy stále předpokládají prostorovou sférickou symetrii pozorovaných systémů. Ve skutečnosti však je prostorový tvar eliptických galaxií složitější. Pozorovaný profil jasnosti tedy také vzniká složitější projekcí. Odvození prostorových průběhů fyzikálních veličin pouze ze vzhledu profilů jasnosti a projekce disperze rychlostí a bez znalosti průběhu dalších veličin proto není obecně možné.

⁸ Porovnání výsledků deprojekce prováděné z vhodně ošetřených naměřených dat a z analytického průběhu jim odpovídajícího pro případ profilů center eliptických galaxií pozorovaných HST popsali Gebhardt et al. (1996).

Kapitola 4

Centra eliptických galaxií

V předchozí kapitole byl rozebrán popis a konkrétní řešení Kingova modelu. Jeho výsledek dává při vhodné volbě parametrů poměrně dobré výsledky v porovnání s pozorováním konkrétní eliptické galaxie NGC 3379. Obecně tento model přibližně popisuje i další eliptické galaxie (viz například Binggeli et al., 1984) a určitou dobu byl v dané aproximaci považován za vhodný fyzikální popis základní struktury eliptických galaxií. Předpokládaná jednoduchost Kingova modelu a rostoucí možnosti astronomických pozorovacích metod však nevyhnutelně vedly k vyvrácení jeho univerzální platnosti.

Jak bylo zmíněno výše, existuje více modelů založených na obdobných předpokladech jako Kingův model. Rozborem některých možných příčin neadekvátnosti takových modelů se zabývá tato kapitola.

4.1 Problém seeingu

Všechna fyzikální měření jsou do jisté míry nevyhnutelně zatížena vlastnostmi užitě měřicí aparatury. Všechna astronomická pozorování probíhající ze zemského povrchu jsou navíc poznamenána vlivem atmosféry. V astronomické fotometrii se jeden z druhů projevu deformace atmosférou označuje jako *seeing* obrazu (Sterken & Manford, 1992).

Na konečný pozorovaný vzhled vybraného zdroje záření má vliv mnoho různých procesů, kterým záření podléhá od svého vzniku až po zaznamenání detektorem. Jednou z nejvýznamnějších příčin seeingu obrazu jsou turbulence v různých vrstvách zemské atmosféry. Bodový zdroj záření je v důsledku náhodné změny směru šíření záření a nenulové délky expoziční doby fotometrického pozorování zaznamenán jako nebodový obraz.

Deformace obecného zdroje záření je určena zobrazením každého jeho bodu. To je popsáno tzv. *rozptylovou funkcí bodu* častěji označovanou jako *PSF* (z anglického *Point Spread Function*). PSF v podstatě určuje přerozdělení energie záření vycházejícího z bodového zdroje do určité oblasti v okolí obrazu daného bodu. Celkový vzhled pozorovaného

obrazu je pak dán konvolucí zdrojové funkce záření s příslušnou PSF v každém bodě pozorovaného zdroje záření.

Pro rekonstrukci skutečného vzhledu pozorovaného objektu je tak potřeba provést dekonvoluci naměřeného obrazu s užitím PSF popisující aktuální pozorovací podmínky. Celková deformace bodového zdroje je navíc kromě stavu zemské atmosféry určena také neodstranitelným vlivem užití měřící aparatury. Výběr vhodného tvaru PSF je poměrně komplikovaný. Obecně lze vycházet z pozorované deformace obrazů hvězd, které jistě jsou mimo zemskou atmosféru bodovými zdroji záření. Často se jako PSF užívá Gaussova funkce nebo různé její modifikace (viz například Saglia et al., 1993, a reference zde uvedené). Ideální dekonvoluce by obrazy hvězd převedla na body a zahrnuje tak kromě vlivu zemské atmosféry i deformace způsobené měřící aparaturou.

Sílu vlivu seeingu můžeme charakterizovat vhodnou mírou šířky PSF. Za předpokladu radiálně symetrické deformace je poloměr kruhového obrazu bodového zdroje, šířka seeingu, úměrný tomuto parametru. Při běžné CCD fotometrii se šířka seeingu pohybuje v řádech několika úhlových vteřin.

Na rozdíl od vlivu měřícího přístroje, který lze během daného pozorování obvykle považovat za konstantní v čase, se atmosférický seeing mění podle konkrétních pozorovacích podmínek. Parametry PSF by tedy měly být určovány průběžně.

4.1.1 Centra galaxií

Seeing má specifický vliv na fotometrická pozorovaná obrazy galaxií. Bylo zjištěno (Schweizer, 1979), že pozorovaná centrální jasnost vzdálenějších galaxií je obecně menší než jasnost bližších galaxií stejného druhu. Tuto skutečnost je možné vysvětlit právě rozdílnou vzdáleností jednotlivých galaxií od pozorovatele.

Obecně se předpokládá, že prostorová hustota hmotnosti, a tedy i hustota zářivého výkonu, je největší v centru galaxie. Profily jasnosti eliptických galaxií měřené ze zemského povrchu jsou ale v centrální oblasti přibližně konstantní (viz obrázek 3.3). To je způsobeno právě seeingem, který deformuje zobrazení předpokládané nejjasnější oblasti v samotném centru systému. Centrální nárůst jasnosti proto při pozorování ze zemského povrchu zůstává obvykle nerozlišen.

Záření je přerozděleno způsobem charakterizovaným průběhem PSF. Za stejných pozorovacích podmínek, tedy stejného poloměru seeingu, má oblast obrazu, která ovlivňuje pozorovanou centrální jasnost, stejný úhlový poloměr. Vzhledem k velmi odlišné vzdálenosti jednotlivých galaxií jde však o velmi rozdílnou velikost v prostoru galaxií. U blízkých galaxií tak seeing sice způsobí pokles pozorované centrální jasnosti, ale oblast, která pozorovanou centrální jasnost ovlivňuje, je v prostoru dané galaxie menší a zahrnuje tak obecně jasnější body než v případě vzdálenějších galaxií.

Gradient plošné hustoty záření je největší právě v centrální oblasti obrazu galaxie. Proto má seeing vliv především na vzhled centrální části profilu. Ve vzdálenějších bodech obrazu galaxie je gradient plošné hustoty záření daleko menší. Konvoluce tedy působí mezi body s podobnou hodnotou jasnosti a výsledný obraz nepodléhá tak velkému zkreslení jako v centrální oblasti galaxie.

Uvedenému paradoxu se lze při práci s profily jasnosti vyhnout několika způsoby. Je možné provádět dekonvoluci pozorovaného obrazu s užitím vhodné PSF, zahrnující vliv konkrétních pozorovacích podmínek, případně také užitého pozorovacího systému. Profil jasnosti určený z takto ošetřeného obrazu by měl vystihovat skutečný průběh plošné jasnosti věrohodněji. Namísto pozorovaného obrazu je možné upravovat také teoretický model. Konvolucí PSF a teoretické předpovědi profilu jasnosti v podstatě vytvoříme jakýsi umělý seeing a zdeformujeme teoretický profil směrem k pozorované závislosti.

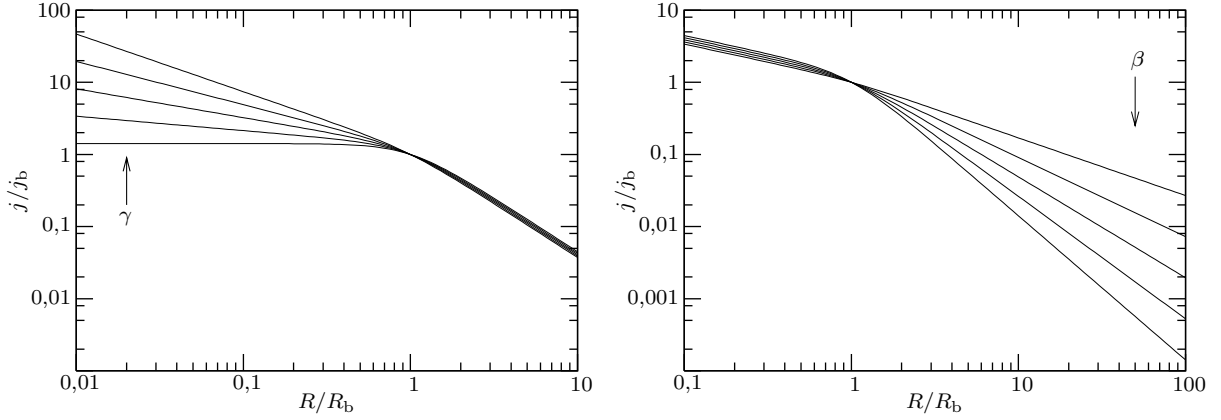
Nerozlišenou centrální část můžeme z profilu také zcela vypustit a pracovat jen s oblastmi, kde deformace seeingem nemá na průběh profilu tak velký vliv. Tím ovšem z dalšího rozboru vyřadíme hodnoty centrální oblasti, která má v důsledku největší prostorové hustoty hmotnosti obecně velký vliv na uspořádání systému. Proto je za určitých okolností lepší porovnávat integrované veličiny, tedy namísto profilu jasnosti sledovat celkovou plošnou jasnost obsaženou v oblasti daného poloměru. Nejmenší poloměr závislosti je však potřeba zvolit větší než je poloměr centrální nerozlišené oblasti.

Existuje ještě další způsob, jak výsledky pozorování zcela oprostit od nepříznivého vlivu seeingu a přítomnosti zemské atmosféry vůbec. Proto nebyl žádný z výše uvedených postupů aplikován na profily porovnávané v této práci a další pozornost se ubírala právě k tomuto přístupu, tedy k výsledkům pozorování mimo zemskou atmosféru.

4.2 Pozorování Hubbleova vesmírného dalekohledu

Odstranit problémy způsobené přítomností zemské atmosféry pomohla v mnoha oblastech astronomie družicová pozorování. Nejinak tomu bylo i v oblasti fotometrie galaxií. HST získal snímky centrálních částí mnoha eliptických galaxií s vysokým rozlišením několika parseků.

První sada pozorování s kamerou WFPC1 měla úhlové rozlišení kolem $0,1''$ (Lauer et al., 1995), druhá sada s kamerou WFPC2 pak až $0,04''$ (Lauer et al., 2005). Obě kamery obsahují 4 CCD detektory, které zabírají oblast o rozměru $66'' \times 66''$. Byla provedena pozorování center mnoha eliptických galaxií a naměřená data byla dále opravena o PSF použitého měřicího systému. Zobrazení s tak vysokým rozlišením umožnilo v okolí středů některých galaxií pozorovat dosud nerozlišené centrální disky, prachové oblasti nebo jiné centrální struktury.



Obrázek 4.1: Průběh plošné jasnosti Nuker-law pro různé hodnoty parametrů γ , resp. β . V prvním grafu nabývá γ pro křivky odspodu hodnot 0,0, 0,2, 0,4, 0,6 a 0,8, zbylé parametry mají hodnoty $\beta = 1,5$, $\alpha = 3,0$. V druhém grafu se mění parametr β , pro křivky odshora je 0,8, 1,1, 1,4, 1,7, 2,0 a pro další parametry platí $\gamma = 0,5$, $\alpha = 3,0$.

Profily jasnosti centrálních částí (pro $R < 10''$, spodní hranici profilu tvoří mez rozlišení příslušného pozorování) naprosté většiny pozorovaných galaxií jsou velmi dobře aproximovatelné empirickým zákonem, označovaným jako *Nuker-law* (Lauer et al., 1995; Byun et al., 1996). Jeho průběh je kombinací dvou mocninných závislostí,

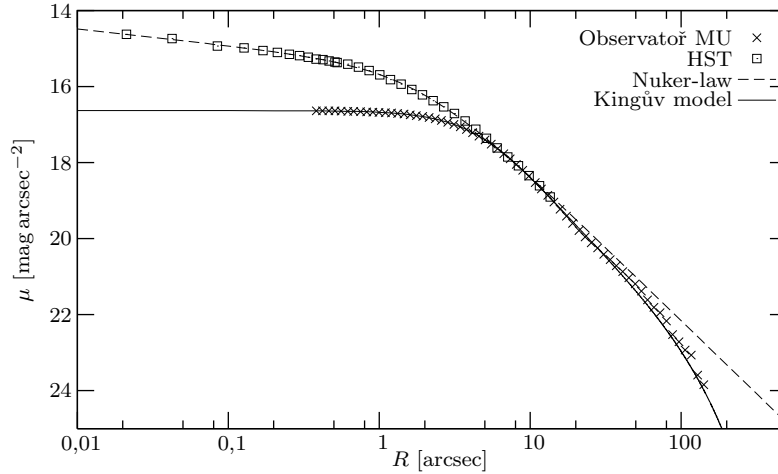
$$j(R) = 2^{(\beta-\gamma)/\alpha} j_b \left(\frac{R_b}{R} \right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{R}{R_b} \right)^\alpha \right]^{(\gamma-\beta)/\alpha}, \quad (4.1)$$

kde R_b charakterizuje poloměr, ve kterém dochází ke změně mocniny profilu. Pro vzdálenější část profilu $R \gg R_b$ je $j(R) \sim R^{-\beta}$, pro malé vzdálenosti $R \ll R_b$ pak $j(R) \sim R^{-\gamma}$. Koeficienty β a γ tedy určují sklon profilu jasnosti pro jeho vnější, resp. vnitřní část. Parametr j_b škáluje celou závislost, zjevně platí $j_b = j(R_b)$. Koeficient α pak určuje ostrost přechodu mezi vnější a vnitřní částí závislosti. Průběh Nuker-law pro měnící se hodnoty parametrů γ , resp. β je znázorněn v obrázku 4.1.

Při vhodné volbě koeficientů přechází Nuker-law v některé jednodušší empiricky odvozené průběhy profilu jasnosti. Například zvolíme-li $\alpha = 1$, $\beta = 2$ a $\gamma = 0$, dostaneme Hubbleův zákon (1.5). Poloměr R_b má pak stejný význam jako parametr a a pro centrální jasnost platí $j_0 = 4j_b$.

Maximální odchylky pozorovaných centrálních profilů od odpovídajícího průběhu Nuker-law jsou řádu 0,1 mag. Průběhu Nuker-law se ve svém centru silněji vymykají například galaxie s výraznými centrálními strukturami nebo galaxie částečně zakryté prachem.

Pozorování z HST umožnila rozlišit centrální části obrazů eliptických galaxií. Profily jasnosti získané z fotometrie obrazů s tak velkým rozlišením mají podle očekávání jiný vzhled než odpovídající profily pozorované ze zemského povrchu neošetřené o vliv atmosférického



Obrázek 4.2: Porovnání profilu jasnosti galaxie NGC 3379 určeného z pozorování ze zemského povrchu (viz podkapitola 3.3.4) a z HST (Lauer et al., 2005, průběh byl ze závislosti na velké poloose převeden s užitím průměrné centrální elipticity 0,13). Pro oba profily je dále vykreslen průběh odpovídajícího modelu, tedy výše vypočítaný Kingův model (viz tabulka 3.1), resp. Nuker-law s parametry $\alpha = 1,542$, $\beta = 1,539$, $\gamma = 0,177$, $R_b = 1,979''$, $\mu_b = 16,148$ mag. Vztah mezi μ_b a j_b je dán rovnicí (1.3), $\mu_b = -2,5 \log j_b$. Pozorování HST probíhalo detektorem WFPC2 s filtrem F555W, který přibližně odpovídá filtru V Kronova-Cousinsova fotometrického systému. Absolutní navázání bylo provedeno na základě hodnoty barevného indexu galaxie posunem pozemského profilu o přibližně $1,0 \text{ mag arcsec}^{-2}$. Barevný index ($m_V - m_R$) galaxie je $(0,600 \pm 0,004)$ mag (Buta a Williams, 1995), nejistota kalibrace pozemského pozorování pak přibližně $0,5$ mag (Bartošková, 2008).

seeingu. Centrální část profilů z HST je obecně jasnější a strmější. Tato skutečnost je pro galaxii NGC 3379 znázorněna v obrázku 4.2, kde jsou porovnány oba radiální průběhy plošné hvězdné velikosti.

Profil jasnosti vypočtený na základě Kingova modelu pro žádné hodnoty volitelných parametrů uspokojivě nevystihuje plošnou jasnost pozorovanou HST. Z obrázku 3.2 je patrné, že centrální část profilu jasnosti modelů zůstává konstantní pro různou volbu parametrů modelu. Pozorování bez vlivu seeingu právě tuto charakteristiku pozorovaných profilů odstraňuje. Pro popis systémů je tedy potřeba hledat vhodnější modely.

4.3 Hmotu systému

Jednou z cest pro vytvoření lepšího modelu je zvážit míru platnosti jednotlivých užitých zjednodušujících předpokladů. Statičnost systému je pro zkoumanou galaxii NGC 3379 poměrně dobře splněna. Podobně je tomu i s předpokladem sférické symetrie (viz podkapitola 3.3.3). Rozpor je tedy potřeba hledat spíše v rozložení a charakteru hmoty systému nebo v předpokladu izotropie disperse rychlostí.

Kingovy modely předpokládají jednosložkový popis – systém se skládá právě z jednoho druhu částic. Charakteristiky částice mají vliv na pozorovaný profil jasnosti i na profil projekce disperse rychlostí. Určují vztah mezi prostorovou hustotou hmotnosti a hustotou zářivého výkonu v systému. Veličiny mají stejné prostorové rozložení a jejich vzájemná úměrnost je dána rovnicí (2.14), kde poměr Υ je konstantní v celém prostoru galaxie. Částice je tak v podstatě charakterizována průměrnými vlastnostmi látky systému.

Kromě hvězd obsahují galaxie i jiné složky, které různým způsobem přispívají k hustotě hmotnosti a mají různé prostorové rozložení. Za předpokladu celkové sférické symetrie systému jde o různé radiální průběhy rozložení jednotlivých složek. Všechna látka však nemusí svým zářením přispívat do měřeného profilu jasnosti, a není v takovém případě přímo pozorována. Rozložení její hmotnosti má však vliv na uspořádání hvězd a tedy také na tvar pozorovaných profilů. Pokud její radiální rozložení nesleduje rozložení zářivé látky, dojde k narušení předpokladu jednosložkovosti. Tuto skutečnost je možné charakterizovat radiální závislostí poměru hmotnost – zářivý výkon, tedy $\Upsilon = \Upsilon(r)$.

Historicky byl tento rozpor pro některé galaxie pozorován již na základě fotometrických měření probíhajících ze zemského povrchu (například Sargent et al., 1978; Young et al., 1978). Za předpokladů bezsrážkovosti, statičnosti, sférické symetrie, a izotropie systému je možné z pozorovaného profilu jasnosti a projekce disperse rychlostí určit průběh hmotnosti $M(r)$, viz rovnice (3.9), a zářivého výkonu $L(r)$,

$$L(r) = 4\pi \int_0^r I(x)x^2 dx. \quad (4.2)$$

Radiální průběh poměru $M(r)/L(r)$ v podstatě udává zastoupení nezářivé hmoty obsažené ve sféře poloměru r . V případě platnosti jednosložkového modelu by byl poměr konstantní pro všechna r .

K výpočtu $L(r)$ je potřeba znát průběh prostorové hustoty zářivého výkonu $I(r)$, který je možné získat deprojekcí profilu jasnosti. Na základě rozboru provedeného v podkapitolách 2.7.2 a 2.7.3 můžeme psát

$$I(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_t} \frac{dJ}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}, \quad (4.3)$$

kde plošná hustota jasnosti $J(R)$ je určena právě měřeným profilem jasnosti. Obdobně provedeme deprojekci rovnice pro výpočet pozorované disperse rychlostí za předpokladu

izotropie systému. Rovnici (3.16) vzhledem k neznámému průběhu $\Upsilon(r)$ nejprve přepíšeme do tvaru

$$J(R)\sigma_p^2(R) = 2 \int_R^{r_t} \frac{I\langle v_r^2 \rangle r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}},$$

kde jsme dále pro vztah mezi středními hodnotami rychlostí užili rovnosti (2.25). Vzhledem k proměnné $\langle v_r^2 \rangle(r)$, resp. $I(r)\langle v_r^2 \rangle(r)$ má uvedený vztah podobu Abelovy integrální rovnice. Jejím řešením dostaneme

$$I(r)\langle v_r^2 \rangle(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_t} \frac{d(J\sigma_p^2)}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}, \quad (4.4)$$

kde jsme předpokládali, že ve vzdálenosti $R \geq R_t$ platí $J(R)\sigma_p^2(R) = 0$.¹

Na základě pozorovaných profilů $J(R)$ a $\sigma_p(R)$ je tedy prostřednictvím rovnic (4.3) a (4.4) v principu možné určit závislosti prostorové hustoty zářivého výkonu $I(r)$ a střední hodnoty kvadrátu radiální složky rychlosti $\langle v_r^2 \rangle(r)$.

K výpočtu hmotnosti $M(r)$ použijeme prvního momentu bezsrážkové BKR ve tvaru rovnice (2.6). V důsledku předpokladu izotropie systému ($\beta = 0$), tedy platnosti rovností (2.24), se rovnice podstatně zjednoduší do podoby

$$\frac{d(n\langle v_r^2 \rangle)}{dr} = -n \frac{d\phi}{dr} = -n \frac{GM(r)}{r^2}.$$

Dalšími úpravami můžeme výraz převést na tvar

$$\langle v_r^2 \rangle \left(\frac{d \ln n}{d \ln r} + \frac{d \ln \langle v_r^2 \rangle}{d \ln r} \right) = -\frac{GM(r)}{r}. \quad (4.5)$$

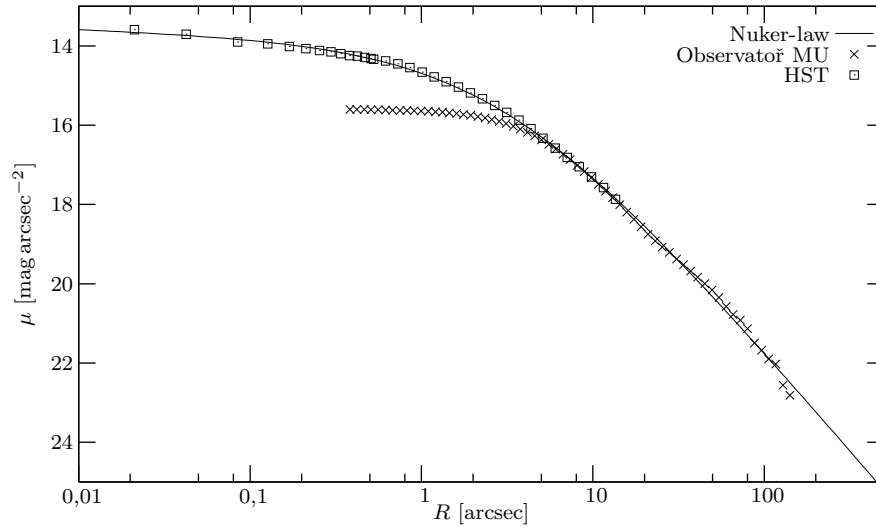
První moment BKR tak svazuje prostorovou hustotu sledovaných částic $n(r)$, střední hodnotu kvadrátu jejich radiální rychlosti $\langle v_r^2 \rangle(r)$ a celkovou hmotnost $M(r)$ obsaženou ve sféře poloměru r .

Uvažujeme situaci, kdy všechny sledované částice jsou stejné, tedy platí přímá úměrnost mezi jejich prostorovou hustotou a hustotou jejich zářivého výkonu. Dále předpokládejme, že k celkové prostorové hustotě záření přispívají právě jen sledované částice. Výraz (4.5) pak můžeme psát ve tvaru

$$\langle v_r^2 \rangle \left(\frac{d \ln I}{d \ln r} + \frac{d \ln \langle v_r^2 \rangle}{d \ln r} \right) = -\frac{GM(r)}{r}. \quad (4.6)$$

Z radiálních závislostí $I(r)$ a $\langle v_r^2 \rangle(r)$ tedy můžeme určit hmotnost $M(r)$, která zahrnuje i přímo nepozorovanou látku.

¹ Tato podmínka je stejná jako při odvození rovnic (2.19) a (4.3). Odpovídá omezené velikosti systému.



Obrázek 4.3: Profil jasnosti galaxie NGC 3379 určený navázáním pozorování ze zemského povrchu (viz odstavec 3.3.4) a z HST (Lauer et al., 2005). Podrobnější popis absolutního navázání je uveden v popisku obrázku 4.2. Kombinovaný profil s přechodem ve vzdálenosti $R = 7,6''$ je proložen Nuker-law (znázorněno plnou čarou).

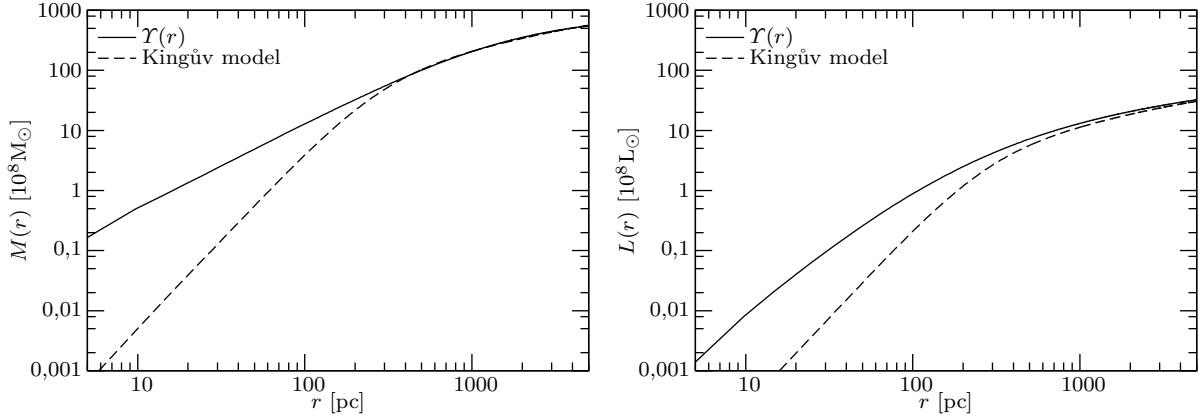
Na základě rovnic (4.3), (4.2), (4.4) a (4.6) je tedy možné z pozorovaných profilů jasnosti a projekce disperze rychlostí určit průběh závislosti $M(r)/L(r)$. V uvedeném postupu předpokládáme, že oba pozorované profily jsou vytvářeny jedním typem částic. Systém však může obsahovat i další nezářící látku, která ovlivňuje průběh hmotnosti $M(r)$ a tedy také rozložení a rychlosti pozorovaných částic.

Pro výpočet závislosti $M(r)/L(r)$ je potřeba provést deprojekci pozorovaných profilů jasnosti a projekce disperze rychlostí. Jak bylo uvedeno výše, výpočet deprojekce přímo měřených veličin je poměrně citlivý na chyby nebo neúplnost dat, které tak mohou značně ovlivnit získaný výsledek.

Kromě studia center galaxií se uvedený postup využívá také k výzkumu odlehlejších částí eliptických galaxií, kde se předpokládá přítomnost nezářící hmoty v podobě temného hala. Pro studium těchto oblastí je však potřeba sledovat jiné složky galaxií než hvězdy, jako jsou například kulové hvězdokupy nebo planetární mlhoviny (pro galaxii NGC 3379 viz například Pierce et al., 2006, resp. Douglas et al., 2007).

4.3.1 Aplikace na galaxii NGC 3379

Uvedený postup byl aplikován na zkoumanou galaxii NGC 3379. Profil plošné hustoty její jasnosti $J(R)$ byl získán na základě kombinace pozorování ze zemského povrchu (viz pod-



Obrázek 4.4: Porovnání průběhů hmotnosti $M(r)$, resp. zářivého výkonu $L(r)$ pro galaxii NGC 3379. Závislosti znázorněné plnou čarou byly z pozorování odvozeny za předpokladu $\mathcal{T} = \mathcal{T}(r)$. Čárkovaná čára pak znázorňuje výsledek Kingova modelu.

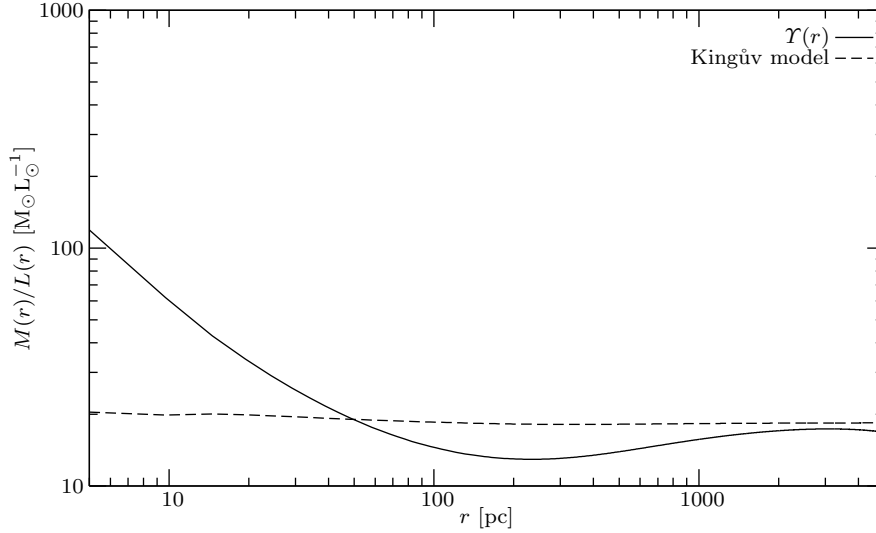
kapitola 3.3.4) a měření HST (Lauer et al., 2005), které bylo ze závislosti na velké poloose převedeno na funkci normovaného poloměru R s užitím průměrné centrální elipticity 0,13. Navázání obou odpovídajících profilů je vykresleno v obrázku 4.2. Pro deprojekci byl kombinovaný profil aproximován průběhem Nuker-law, viz rovnice (4.1). Jednotlivá měření z obou zdrojů proložená příslušnou závislostí jsou znázorněna v obrázku 4.3.

Pro výpočet závislosti $M(r)/L(r)$ je dále potřeba znát průběh pozorované projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$. Jako aproximace této závislosti byl použit výsledek výše diskutovaného Kingova modelu, viz obrázek 3.6. Tento průběh zjevně neodpovídá pozorovaným datům zcela přesně. Pro přibližný popis je však korespondence s pozorováním dostatečná.

Porovnání závislostí $M(r)$, resp. $L(r)$ odvozených z pozorování pomocí výše popsaného postupu a průběhů určených na základě Kingova modelu je vykresleno v obrázku 4.4. Z grafů je patrné, že hmotnosti i zářivé výkony centrální části systému jsou větší pro závislosti předpokládající $\mathcal{T} = \mathcal{T}(r)$.

Výsledná radiální závislost poměru $M(r)/L(r)$ je pro popsanou metodu i Kingův model vynesena v obrázku 4.5. V centrální části průběhu $M(r)/L(r)$ vycházejícího z profilu jasnosti pozorovaného HST pozorujeme značný nárůst hodnot. Naopak výsledek Kingova modelu se v závislosti na poloměru r téměř nemění, což je v souladu s předpokladem konstantní hodnoty poměru \mathcal{T} .²

² V ideálním případě by radiální závislost poměru $M(r)/L(r)$ měla být pro Kingův model přesně konstantní. Ve vypočteném průběhu je však patrný mírný sklon závislosti. Jde o důsledek použitých numerických metod. Z obrázku 4.5 je patrné, že relativně ke změnám v závislosti odvozené za předpokladu $\mathcal{T} = \mathcal{T}(r)$ lze průběh odvozený z Kingových modelů pokládat za konstantní.



Obrázek 4.5: Porovnání průběhů poměru $M(r)/L(r)$ pro galaxii NGC 3379. Závislost znázorněná plnou čarou byla určena na základě deprojekcí funkcí určitým způsobem aproximujících pozorované profily plošné hustoty záření $J(R)$ a projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$, pro podrobnější rozbor viz text. Čárkovaná čára pak znázorňuje výsledek Kingova modelu.

4.4 Neurčitost sféricky symetrických systémů

Pomocí proměnné radiální závislosti $\Upsilon(r)$ je možné vysvětlit naměřené profily jasnosti a projekce disperze rychlostí. Uvedený postup zachovává předpoklad izotropie $\beta = 0$. Pro tuto skutečnost však obvykle nemáme žádný pozorovaný důkaz. Proto je potřeba zvážit také vliv anizotropie.³

Prostorové uspořádání statického bezsrážkového sféricky symetrického systému částic s proměnným poměrem hmotnost – zářivý výkon $\Upsilon(r)$ a obecným parametrem anizotropie $\beta(r)$ není na základě pozorování profilu jasnosti a projekce disperze rychlostí plně určeno (Binney & Mamon, 1982). Pozorované závislosti jsou s veličinami charakterizující prostorové rozložení hmotnosti a zářivého výkonu v galaxii svázány následujícími rovnicemi

$$I(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_t} \frac{dJ}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}},$$

$$J(R)\sigma_p^2(R) = 2 \int_R^{r_t} \langle v_r^2 \rangle \left[1 - \frac{R^2}{r^2} \beta \right] \frac{I r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}, \quad (4.7)$$

$$-\frac{4\pi G\Upsilon}{r} \int_0^r I(x)x^2 dx = \langle v_r^2 \rangle \left(\frac{d \ln I}{d \ln r} + \frac{d \ln \langle v_r^2 \rangle}{d \ln r} + 2\beta \right). \quad (4.8)$$

³ Distribuční funkce popisující obecný anizotropní sféricky symetrický systém je funkcí dvou integrálů pohybu, energie a velikosti momentu hybnosti, tedy $f = f(E, L)$.

První rovnice je stejná jako rovnice (4.3). Druhá rovnice je obecné vyjádření pro výpočet pozorované projekce disperze rychlostí a vznikla upravením rovnice (2.21). Poslední výraz pak je vyjádření prvního momentu bezsrážkové BKR, tedy rovnice (2.6), po provedení několika úprav vycházejících z úvah v předcházející podkapitole.

V uvedených rovnicích vystupuje šest funkcí – plošná hustota jasnosti $J(R)$, projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$, prostorová hustota zářivého výkonu $I(r)$, střední hodnota kvadrátu radiální složky rychlosti $\langle v_r^2 \rangle(r)$, poměr hmotnost – zářivý výkon $\Upsilon(r)$ a parametr anizotropie $\beta(r)$.

Z pozorování profilu jasnosti $j(R)$ můžeme určit průběh plošné hustoty jasnosti $J(R)$. Pomocí rovnice (4.3) je tedy možné vypočítat závislost $I(r)$. Dále je možné pozorovat závislost $\sigma_p(R)$. Zbylé tři neznámé funkce, $\langle v_r^2 \rangle(r)$, $\Upsilon(r)$ a $\beta(r)$, jsou pak s $J(R)$, $\sigma_p(R)$ a $I(r)$ vzájemně svázány prostřednictvím pouze dvou rovnic (4.7) a (4.8). Aby bylo možné určit vnitřní rozložení hmotnosti a zářivého výkonu v prostoru galaxie, je tedy nutné systém doplnit o další rovnici.

Za předpokladu izotropie disperze rychlostí platí $\beta = 0$. Aproximace jednosložkovosti naopak předpokládá konstantní hodnotu $\Upsilon(r) = \Upsilon$. Binney & Mamon (1982) ukázali, že tuto hodnotu lze určit z limitního chování určitých v principu známých závislostí. Autoři dále popsali konzistentní způsob, jak ze známých průběhů $J(R)$ a $\sigma_p(R)$ určit zbylé hledané závislosti $\langle v_r^2 \rangle(r)$ a $\beta(r)$. Postup však nutně nezaručuje fyzikální smysluplnost celého průběhu $\beta(r)$. V případě, kdy měřené profily vedou k hodnotám $\beta > 1$, není možné pozorování konzistentním způsobem vysvětlit anizotropním modelem s konstantním poměrem Υ .

Obecně však bez dalších měření nebo předpokladů nelze pouze na základě profilů $J(R)$ a $\sigma_p(R)$ určit chování funkcí $\beta(r)$ nebo $\Upsilon(r)$. Není možné rozhodnout, zda jsou pozorované závislosti důsledkem přítomnosti temné nezářící látky nebo anizotropie systému.

4.5 Trpasličí galaxie

Kromě velkých eliptických galaxií, jako je například výše studovaná NGC 3379, pozorujeme také trpasličí galaxie. Několik zástupců této skupiny se nachází velmi blízko Galaxii a při jejich pozorování tak nestudujeme plošný zdroj záření ale ve vhodně ošetřených obrazech můžeme rozlišit jednotlivé hvězdy. Seeing proto nezpůsobuje tak velké zkreslení pozorovaného obrazu jako v případě vzdálenějších galaxií.

Profil jasnosti se v takových případech neurčuje pomocí plošné fotometrie ale jeho průběh vychází přímo z počtu pozorovaných hvězd v jednotlivých elipsách, které sledují strukturu obrazu galaxie. Výsledný profil je potom radiální závislost plošné koncentrace hvězd $n_*(R)$.⁴ Obvykle se udává počet hvězd připadajících na prostorový úhel arcmin².

⁴ Podrobnější rozbor určování průběhu profilu $n_*(R)$ popsali například Irwin & Hatzidimitriou (1995).

Na rozdíl od mimoatmosférických profilů jasností většiny normálních eliptických galaxií nepozorujeme u trpasličích galaxií s rozlišnými jednotlivými hvězdami prudký nárůst koncentrace částic v centrální části profilu.

Profil projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$ se určuje na základě rozboru radiálních rychlostí jednotlivých hvězd galaxie.

Pozorovaný profil koncentrace hvězd $n_*(R)$ je za předpokladu jednosložkovosti systému přímo úměrný plošné hustotě hmotnosti $\Sigma(R)$. Předpokládáme-li, že všechny částice systému mají stejnou hmotnost M_* , zřejmě platí $n_*(R) = \Sigma(R)/M_*$. Hodnota M_* opět představuje jakousi hmotnost průměrné hvězdy systému.

Trpasličí galaxie jsou v principu velmi podobné systémy jako normální eliptické galaxie. Mělo by tedy být možné je popsat pomocí stejných fyzikálních modelů. Přestože Kingův model nedokázal uspokojivě vystihnout pozorované profily normální eliptické galaxie NGC 3379, porovnáme jeho výsledky s pozorováním vybrané blízké trpasličí galaxie.

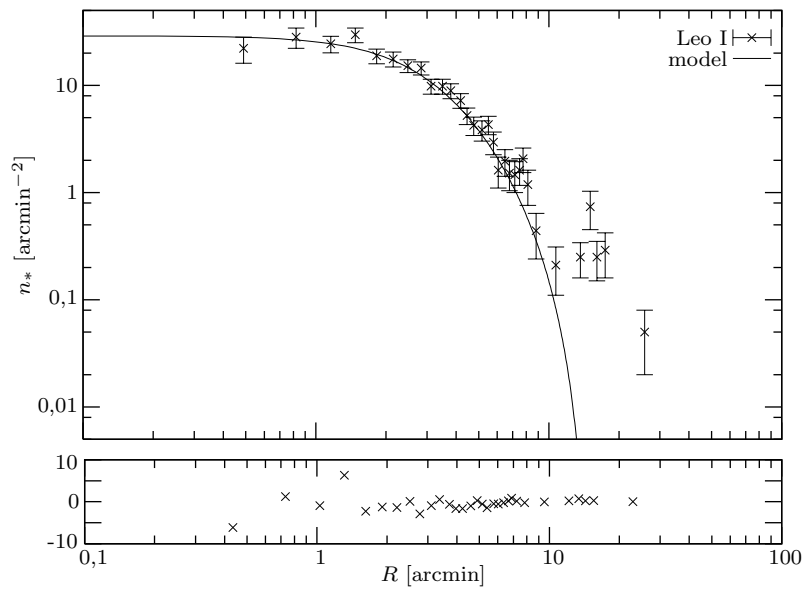
4.5.1 Trpasličí galaxie Leo I

V dnešní době známe 12 trpasličích sféroidálních galaxií nacházejících se v blízkosti Galaxie. Jednou z nich je galaxie s označením Leo I. Na obloze se nalézá v souhvězdí Lva velmi blízko Regula (nejjasnější hvězda souhvězdí). Poprvé byla pozorována v roce 1950 (Harrington & Wilson, 1950) společně s další blízkou trpasličí galaxií Leo II. Průměrná elipticita obrazu galaxie je 0,21 (Irwin & Hatzidimitriou, 1995). Vzdálenost Leo I od Galaxie je asi 255 kpc (Mateo et al., 2008).

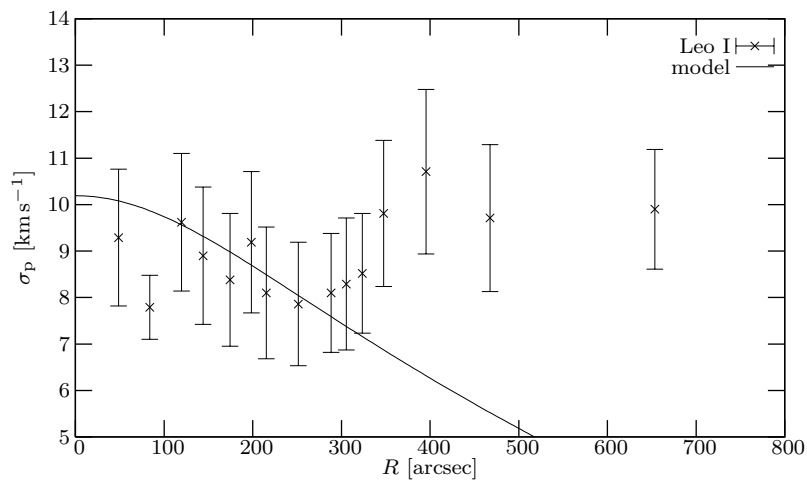
Mateo et al. (2008) provedli spektroskopická pozorování více než 300 hvězd galaxie Leo I. Na jejich základě určili profil projekce disperze rychlostí a také zkoumali obecné vlastnosti galaxie. Heliocentrickou radiální rychlost Leo I určili na $(282,9 \pm 0,5) \text{ km s}^{-1}$. Autoři navrhují, že tato poměrně vysoká hodnota a některé další pozorované charakteristiky galaxie včetně pozorovaného průběhu $\sigma_p(R)$ by mohly být způsobeny průletem Leo I velmi blízko Galaktického centra před asi jednou miliardou let.

Aplikací Kingova modelu na pozorování galaxie Leo I můžeme získat porovnání s výsledky určenými pro normální eliptickou galaxii NGC 3379. Přestože Leo I patří k jasnějším průvodcům Galaxie, přesahuje náročnost pozorování této galaxie možnosti Observatoře Masarykovy Univerzity. Leo I tak byla vybrána především na základě dostupnosti kvalitních fotometrických i kinematických pozorování. Profil koncentrace hvězd byl převzat z Irwin & Hatzidimitriou (1995), profil projekce disperze rychlostí pak z Mateo et al. (2008).

Odhady parametrů nejlépe odpovídajícího Kingova modelu byly získány stejným způsobem jako u galaxie NGC 3379, viz podkapitola 3.3.4. Vzhledem k většímu rozptylu měřených dat profilu plošné koncentrace hvězd byly pro odhad tvaru modelu a škálování,



Obrázek 4.6: Závislost plošné koncentrace hvězd $n_*(R)$ galaxie Leo I na normovaném poloměru R . Data byla převzata z literatury (Irwin & Hatzidimitriou, 1995), závislost na velké poloose byla opravena o pozorovanou elipticitu galaxie ($\epsilon = 0,21$). Plná čára znázorňuje nejlépe odpovídající Kingův model (viz tabulka 4.1). Ve spodní části obrázku jsou znázorněny rozdíly naměřených bodů a předpovědi modelu.



Obrázek 4.7: Závislost projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$ galaxie Leo I. Data jsou převzata z literatury (Mateo et al., 2008). Výsledek Kingova modelu je znázorněn plnou čarou.

r_0 [pc]	r_t [kpc]	c	ς [km s ⁻¹]	ρ_0 [M _⊙ pc ⁻³]	$M(r_t)$ [10 ⁷ M _⊙]	$M(r_t)/L(r_t)$ [M _⊙ L _⊙ ⁻¹]	$\sigma_p(0)$ [km s ⁻¹]	M_* [M _⊙]
260±40	1,1 ^{+0,7} _{-0,5}	0,6 ^{+0,2} _{-0,2}	13±1	0,4 ^{+0,3} _{-0,2}	4 ⁺⁴ ₋₂	7 ⁺⁷ ₋₄	10 ⁺² ₋₂	9±1
245±22		0,58±0,07		0,23±0,04	5,2±1,2	9,3±4,0	9,2±0,4	

Tabulka 4.1: Odhady parametrů nejlepšího Kingova modelu dSph galaxie Leo I (Kingův poloměr r_0 [pc], celkový poloměr galaxie r_t [kpc], koncentrace modelu c , parametr ς [km s⁻¹], centrální hustota ρ_0 [M_⊙ pc⁻³], celková hmotnost $M(r_t)$ [10⁷ M_⊙], poměr celkové hmotnosti a zářivého výkonu $M(r_t)/L(r_t)$ [M_⊙L_⊙⁻¹], centrální projekce disperze rychlostí $\sigma_p(0)$ [km s⁻¹], hmotnost jedné částice modelu M_* [M_⊙]). V případě parametrů, které byly odhadovány statisticky (r_0 , ς a M_*) je uveden odhad nejistoty, u odvozených parametrů pak hodnota daná nejlepším odhadem parametrů a rozptyl určený nejistotou parametrů. První řádek tabulky obsahuje hodnoty odhadnuté v této práci. Při výpočtu poměru $M(r_t)/L(r_t)$ bylo použito celkového zářivého výkonu $L(r_t) = (5,6 \pm 1,8) \cdot 10^6 L_{\odot}$ (Irwin & Hatzidimitriou, 1995, výsledek byl převeden na užitou vzdálenost). V druhém řádku jsou uvedeny hodnoty stejných veličin podle Mateo et al. (2008), podrobněji viz text. Vzdálenost galaxie užitá při všech výpočtech je 255 kpc.

tedy hmotnosti jedné částice M_* , užity různé váhy jednotlivých datových bodů.⁵ V obrázku 4.6 je vyneseno porovnání měřené závislosti plošné koncentrace hvězd a nejlépe odpovídajícího teoretického modelu. Pozorovaný profil projekce disperze rychlostí $\sigma_p(R)$ je se svým teoretickým odhadem porovnán na obrázku 4.7.

Výsledné hodnoty odhadnutých parametrů a dalších odvozených veličin jsou společně s výsledky z literatury (Mateo et al., 2008) vypsány v tabulce 4.1. Uvedené publikované hodnoty centrální hustoty ρ_0 , celkové hmotnosti $M(r_t)$, poměru $M(r_t)/L(r_t)$ a centrální projekce disperze rychlostí $\sigma_p(0)$ nebyly vypočteny na základě Kingova modelu. Autoři zvolili jiný model se stejnými předpoklady, který lépe vystihuje pozorovaný profil projekce disperze rychlostí. Hodnoty v rámci svých nejistot poměrně dobře odpovídají výsledkům Kingova modelu.

⁵ Vahou každého bodu byla zvolena převrácená hodnota kvadrátu chyby logaritmu naměřené koncentrace.

Závěr

Tato práce byla věnována studiu základní struktury eliptických galaxií. V úvodní části byly shrnuty nejdůležitější charakteristiky eliptických galaxií. Následně byla popsána základní teorie sloužící k popisu galaxií jako mnohačasticových systémů. Vzhledem k povaze zkoumaného problému byla pozornost soustředěna na aplikaci několika zjednodušujících aproximací. Kromě předpokladů rovnováhy, bezsrážkovosti, stacionarity a sférické symetrie sledovaného systému byly dále zavedeny aproximace jednosložkovosti a izotropie.

Fyzikální modely galaxií popisují prostorové uspořádání částic systému a rozložení jejich rychlostí. Veškeré měřené veličiny tedy vznikají projekcí prostorových vlastností galaxie do směru k pozorovateli a jejich přímá interpretace je touto skutečností komplikována. Silná eliptická symetrie pozorovaných obrazů eliptických galaxií přirozeně vede ke snaze převést jejich popis na sféricky symetrický problém. Přestože na základě pozorovaných obrazů není možné určit skutečný tvar systémů, může sféricky symetrická aproximace poskytnout náhled na fyzikální povahu vnitřního uspořádání eliptických galaxií.

Nejdůležitější pozorovanou fotometrickou charakteristikou eliptických galaxií je profil jejich plošné jasnosti, který je určen rozložením prostorové hustoty zářivého výkonu v systému. Kinematika galaxií je dále charakterizována měřenými profily projekce rychlosti a její disperze. Za předpokladu statického rovnovážného systému by měla pozorovaná projekce rychlosti být nulová. To odpovídá situaci, kdy náhodné pohyby částic silně převažují nad systematickou rotací galaxie. Proto je významnou kinematickou veličinou pro studium takto zjednodušených systémů právě projekce disperze rychlostí. Ve sféricky symetrické aproximaci je její průběh určen prostorovým rozložením hustoty hmotnosti a charakterem náhodných rychlostí v jednotlivých směrech, tedy mírou izotropie systému.

Prostorová rozložení hmotnosti a zářivého výkonu jsou vzájemně spjata prostřednictvím poměru hmotnost–zářivý výkon. V nejjednodušším případě sleduje rozložení zářivého výkonu rozložení hmotnosti, poměr je konstantní v celém prostoru galaxie a látka tedy září stejně ve všech bodech systému.

Na základě uvedených předpokladů je možné sestavit teoretický model a jeho předpovědi porovnat s pozorovanými závislostmi. V práci byla popsána třída Kingových modelů (King, 1966), které vycházejí z fyzikální povahy formování hvězdných systémů a jejich omezené prostorové velikosti. Model, a tedy také výsledné průběhy pozorovatelných veličin, je

určen několika volnými parametry. Aplikace modelu byla provedena na vhodnou eliptickou galaxii NGC 3379. Volné parametry byly odhadnuty na základě porovnání teoretických a naměřených profilů jasnosti (Bartošková, 2007) a projekce disperze rychlostí (Statler & Smecker-Hane, 1999). Výsledné odhady parametrů nejlepšího modelu i další odvozené charakteristiky galaxie jsou v dobré shodě s hodnotami publikovanými v literatuře.

Kingovy modely byly takto porovnávány s fotometrickým měřením získaným ze zemského povrchu. Je známo, že přítomnost zemské atmosféry zkresluje všechna takto provedená astronomická pozorování. Specifický vliv má také na vzhled obrazu středu eliptických galaxií. Nepříznivou deformaci zemskou atmosférou odstranila v oblasti fotometrie eliptických galaxií družicová pozorování Hubbleova vesmírného dalekohledu. Plošná jasnost měřená mimo zemskou atmosféru je v okolí středu obrazů oproti výsledkům pozorování ze zemského povrchu obecně vyšší a její radiální závislost v centrální části je také podstatně strmější. Pro studovanou galaxii NGC 3379 je porovnání obou profilů jasnosti znázorněno v obrázku 4.2.

Popsané Kingovy modely nejsou schopny uvedený profil uspokojivě vystihnout. Příčinu je možné hledat v rozporu skutečné povahy pozorované galaxie s předpokládanými aproximacemi. Významným zjednodušením Kingových modelů je předpoklad, že rozložení zářivého výkonu sleduje rozložení hmotnosti látky systému. Galaxie však kromě hmoty, jejíž záření pozorujeme přímo, obsahují také látku, která ve vybraném spektrálním rozsahu nepřispívá k pozorovanému profilu jasnosti. Její rozložení má však přirozeně vliv na uspořádání hvězd a tedy také na vzhled pozorovaných vlastností systému.

Při zachování předpokladu, že pozorované záření galaxie pochází od jednoho druhu částic, je možné na základě pozorovaných veličin jistým způsobem popsat rozdílné rozložení hmotnosti a zářivého výkonu. Postup výpočtu je však poměrně citlivý na tvar vstupních závislostí. Za pomoci aproximace pozorovaných dat vhodnými spojitými závislostmi byl numericky vypočten radiální průběh poměru hmotnosti a zářivého výkonu látky pro galaxii NGC 3379. Výsledná závislost je vynesena v obrázku 4.5. Její interpretace je omezena korespondencí užitých profilů s pozorovanými daty. Obecně je v okolí středu studované galaxie patrný značný nárůst poměru hmotnost – zářivý výkon, který svědčí pro přítomnost většího množství nezářící látky v centrální oblasti. Tento výsledek je v souladu se stanoviskem moderní astrofyziky, která usuzuje na přítomnost velmi hmotných těles (obvykle černých děr) v centrech mnoha velkých spirálních a eliptických galaxií včetně NGC 3379 (viz například Gebhardt et al., 2000).

Popsaný rozbor radiální závislosti poměru hmotnost – zářivý výkon předpokládá izotropii systému. Obecně tento předpoklad nemusí být splněn a rychlosti hvězd mohou být v různých směrech prostoru galaxie různé. V galaxii se tedy obecně mohou měnit poměr hmotnost – zářivý výkon i míra anizotropie. Prostorové uspořádání hmotnosti a zářivého výkonu sféricky symetrického systému není na základě pozorování profilu plošné jasnosti a projekce disperze rychlostí pro takto obecný systém plně určeno (Binney & Mamon,

1982). K odvození prostorové struktury galaxie je proto nutné předpokládat některou další skutečnost.

Pro porovnání adekvátnosti Kingova modelu byla v práci provedena jeho aplikace na fotometrická (Irwin & Hatzidimitriou, 1995) a kinematická (Mateo et al., 2008) pozorování trpasličí sféroidální galaxie Leo I. Jde o velmi blízkou galaxii, proto se na rozdíl od předchozí studované galaxie pozorovateli nejeví jako plošný zdroj záření, ale je možné v ní rozlišit jednotlivé hvězdy. Kingův model poměrně dobře vystihuje pozorovaný průběh plošné koncentrace hvězd Leo I. a na rozdíl od běžné galaxie NGC 3379 popisuje vlastnosti i v centrální oblasti trpasličí galaxie Leo I dostatečně výstižně. Poměr hmotnost – zářivý výkon je pro Kingovy modely konstantní a lze tedy usuzovat, že centrální část Leo I neobsahuje výraznější koncentraci nezářící látky.

Skutečná fyzikální povaha eliptických galaxií je velmi komplikovaná. Omezené pozorované informace, které o eliptických galaxiích můžeme získat, však nedávají dostatečné podklady ani pro odvození zjednodušené sféricky symetrické statické struktury systému.

Dodatek

Vzájemné zakrývání hvězd

Při výpočtu pozorované plošné hustoty zářivého výkonu galaxie (viz podkapitola 2.7.2) byl uvažován pouze vznik záření v systému. V prostoru galaxie může však také docházet k absorpci nebo rozptylu záření. Určení míry vlivu některých procesů způsobujících úbytek záření se věnuje tento dodatek.

Zavedený formalismus nám umožňuje popisovat fyzikální veličiny jako spojité funkce prostorových souřadnic. Samotný systém však obsahuje jednotlivé částice, charakterizované poloměrem R_* . Při průchodu záření prostorem galaxie může docházet k vzájemnému zakrývání částic. Další procesy absorpce nebo rozptylu záření, například v důsledku přítomnosti mezihvězdného prachu a plynu, pro jednoduchost zanedbáme.

Uvažujme element objemu dV přiměřeně velký, aby obsahoval dostatečně velké množství částic, $R_* \ll \sqrt[3]{dV}$, zároveň však velmi malý v porovnání s celkovým rozměrem systému, $\sqrt[3]{dV} \ll r_t$. Dále předpokládejme, že částice jsou v uvažovaném objemovém elementu dV rozmístěny náhodně. V takovém případě lze v daném objemu pokládat závislost $n(r)$, udávající prostorové rozložení částic, za konstantní. Počet částic v elementu dV , který se nachází v okolí bodu ve vzdálenosti r , je pak $n(r)dV$.

Každá částice má plošný průřez

$$\sigma_* = \pi R_*^2.$$

Celková plocha částic absorbujících záření, které na daný element dopadá z určitého směru, pak je $\sigma_* n(r)dV$. Pro počet částic na jednotkový objem $n(r)$ a prostorovou hustotu hmotnosti $\rho(r)$ zřejmě platí $n(r) = \rho(r)/M_*$.

Zajímá nás absorpce ve směru z . Objem dV tedy zapišme jako

$$dV = dzdA,$$

kde dA je element plochy vystavené záření, kolmý na směr dz . Odtud pro poměr absorbujících

plochy a celkové plochy, na kterou dopadá záření platí

$$\frac{\sigma_* n [r(z)] dV}{dA} = \sigma_* n [r(z)] dz .$$

Tento výraz je však také roven relativnímu úbytku $dJ(z)_-/J(z)$ plošné hustoty zářivého výkonu dopadajícího na objemový element. Dostáváme

$$dJ(z)_- = -\sigma_* J(z) n [r(z)] dz .$$

Odhad míry významnosti vzájemného zakrývání hvězd při vzniku profilu jasnosti galaxie můžeme provést vyčíslením uvedené rovnice. Provedeme odhad poměru úbytku záření vzhledem k dopadajícímu záření ve středu galaxie, kde bude efekt zakrývání nejvyšší (je zde nejvyšší hustota hvězd). Jako charakteristiky hvězd zvolíme charakteristiky Slunce, tedy $M_* = M_\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg a $R_* = R_\odot \approx 7 \cdot 10^8$ m. Centrální koncentraci vypočteme pomocí centrální hustoty odhadnuté pomocí Kingova modelu galaxie NGC 3379, tedy $\rho_0 \approx 100 M_\odot \text{pc}^{-3}$ (viz tabulka 3.1). Provedeme-li odhad pro oblast 1 pc kolem centra galaxie, tedy $dz \approx 1$ pc, dostaneme

$$\frac{dJ(0,0)_-}{J(0,0)} = -\pi R_*^2 \frac{\rho_0}{M_*} dz \approx -10^{-13} .$$

Z tohoto přibližného odhadu je patrné, že vzájemné zakrývání hvězd nemá s ohledem na měřicí chyby téměř žádný vliv na vznik profilu jasnosti a galaxie lze tak s velkou přesností považovat za průhledné.⁶

⁶ Uvedený rozbor byl proveden za předpokladu, že galaxie se skládá pouze z hvězd, tedy za nepřítomnosti prachu a plynu. Ten se však v galaxiích vyskytuje a přestože vzhledem ke své zanedbatelné hmotnosti nemá vliv na dynamiku systému, může v některých případech způsobit absorpci nebo rozptýl procházejícího záření a tak ovlivnit vzhled pozorovaného obrazu galaxie.

Literatura

- Bailey, M. E., MacDonald, J., 1981, *A comparison between velocity dispersion profiles of de Vaucouleurs and King galaxy models*, MNRAS, 194, 195.
- Bartošková, K., 2007, *Plošná fotometrie eliptických galaxií*, Brno, bakalářská práce.
- Bartošková, K., 2008, osobní sdělení.
- Bender, R., Saglia, R. P., Gerhard, O. E., 1994, *Line-of-Sight Velocity Distributions of Elliptical Galaxies*, MNRAS, 269, 785.
- Bertin, G., Saglia, R. P., Stiavelli, M., 1988, *Masses and mass-to-light ratios for eight elliptical galaxies from a test of anisotropic models*, ApJ, 330, 78.
- Binggeli, B., Sandage, A., Tarenghi, M., 1984, *Studies of the Virgo Cluster. I - Photometry of 109 galaxies near the cluster center to serve as standards*, AJ, 89, 64.
- Binney, J., Mamon, G. A., 1982, *M/L and velocity anisotropy from observations of spherical galaxies, or must M87 have a massive black hole*, MNRAS, 200, 361.
- Binney, J., Marrifield, M., 1998, *Galactic Astronomy*, Princeton, NJ : Princeton University Press.
- Binney, J., Tremaine, S., 1988, *Galactic Dynamics*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Byun, Y. I., 1996, *The Centers of Early-Type Galaxies With HST. II. Empirical Models and Structural Parameters*, AJ, 111, 1889.
- Buta, R., Williams, K. L., 1995, *Total and effective colors of 501 galaxies in the Cousins VRI photometric system*, AJ, 109, 543.
- Carroll, B. W., Ostlie, D. A., 2007, *An introduction to modern astrophysics*, 2nd edition, San Francisco: Pearson, Addison-Wesley.

- Dehnen, W., 1993, *A Family of Potential-Density Pairs for Spherical Galaxies and Bulges*, MNRAS, 265, 250.
- de Vaucouleurs, G., 1953, *On the distribution of mass and luminosity in elliptical galaxies*, MNRAS, 113, 134.
- Douglas, N. G., et al., 2007, *The PN.S Elliptical Galaxy Survey: Data Reduction, Planetary Nebula Catalog, and Basic Dynamics for NGC 3379*, ApJ, 664, 257.
- Eco, U., 1997, *Jak napsat diplomovou práci*, Olomouc, Votobia, (z italského originálu přeložil Seidl, I.).
- Emsellem, E., et al., 2004, *The SAURON project - III. Integral-field absorption-line kinematics of 48 elliptical and lenticular galaxies*, MNRAS, 352, 721.
- Faber, S. M., et al., 1997, *The Centers of Early-Type Galaxies with HST. IV. Central Parameter Relations*, AJ, 114, 1771.
- Gebhardt, K., et al., 1996, *The Centers of Early-Type Galaxies With HST. III. Non-Parametric Recovery of Stellar Luminosity Distribution*, AJ, 112, 105.
- Gebhardt, K., et al., 2000, *Axisymmetric, Three-Integral Models of Galaxies: A Massive Black Hole in NGC 3379*, AJ, 119, 1157.
- Hanisch et al., 1994, *STSDAS User's Guide*, Space Telescope Science Institute, Baltimore.
- Harrington, R. G., Wilson, A. G., 1950, *Two New Stellar Systems in Leo*, PASP, 62, 118.
- Hernquist, L., 1990, *An analytical model for spherical galaxies and bulges*, ApJ, 356, 359.
- Hubble, E., 1930, *Distribution of luminosity in elliptical nebulae*, ApJ, 71, 231.
- Irwin, M., Hatzidimitriou, D., 1995, *Structural parameters for the Galactic dwarf spheroidals*, MNRAS, 277, 1354.
- Jeans, J. H., 1915, *On the Theory of Star-Streaming and the Structure of the Universe*, MNRAS, 76, 70.
- Jedrzejewski, R. I., 1987, *CCD surface photometry of elliptical galaxies. I - Observations, reduction and results*, MNRAS, 226, 747.
- Jaffe, W., 1983, *A simple model for the distribution of light in spherical galaxies*, MNRAS, 202, 995.
- King, I. R., 1962, *The structure of star clusters. I. an empirical density law*, AJ, 67, 471.

- King, I. R., 1966, *The structure of star clusters. III. Some simple dynamical models*, AJ, 71, 64.
- Kormendy, J., 1977 *Brightness distributions in compact and normal galaxies. II - Structure parameters of the spheroidal component*, ApJ, 218, 333.
- Lauer, T. R., et al., 1995, *The Centers of Early-Type Galaxies with HST. I. An Observational Survey*, AJ, 110, 2622.
- Lauer, T. R., et al., 2005, *The Centers of Early-Type Galaxies with Hubble Space Telescope. V. New WFPC2 Photometry*, AJ, 129, 2138.
- Lynden-Bell, D., 1962, *Stellar dynamics. Only isolating integrals should be used in Jeans theorem*, MNRAS, 124, 95.
- Mateo, M., Olszewski, E. W., Walker, M. G., 2008, *The Velocity Dispersion Profile of the Remote Dwarf Spheroidal Galaxy Leo I: A Tidal Hit and Run?*, ApJ, 675, 201.
- Merritt, D., Tremblay, B., 1994, *Nonparametric estimation of density profiles*, AJ, 108, 514.
- Michie, R. W., Bodenheimer, P. H., 1963, *The dynamics of spherical stellar systems, II*, MNRAS, 126, 269.
- More, J. J., Garbow, B. S., Hillstrom, K. E., 1980, *User guide for MINPACK-1*, Argonne National Lab., USA.
- Peletier, R. F., Davies, R. L., Illingworth, G. D., Davis, L. E., Cawson, M., 1990, *CCD surface photometry of galaxies with dynamical data. II - UBR photometry of 39 elliptical galaxies*, AJ, 100, 1091.
- Pierce, M., et al., 2006, *Gemini/GMOS spectra of globular clusters in the Leo group elliptical NGC 3379*, MNRAS, 366, 1253.
- Plummer, H. C., 1911, *On the problem of distribution in globular star clusters*, MNRAS, 71, 460.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Wetterling, W. T., 2007, *Numerical Recipes - the Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press.
- Rektorys, K., et al., 2000, *Přehled užité matematiky*, Praha, Nakladatelství Prometheus.
- Reynolds, J. H., 1913, *The light curve of the Andromeda nebula (NGC 224)*, MNRAS, 74, 132.

- Roberts, M. S., Hogg, D. E., Bregman, J. N., Forman, W. R., Jones, C., 1991, *Interstellar matter in early-type galaxies. I - The catalog*, ApJS, 75, 751.
- Saglia, R. P., et al., 1993, *The Effects of Seeing on the Photometric Properties of Elliptical Galaxies*, MNRAS, 264, 961.
- Sargent, W. L. W., et al., 1978, *Dynamical evidence for a central mass concentration in the galaxy M87*, ApJ, 221, 731.
- Schweizer, F., 1979, *Effects of seeing on the light distribution in the cores of elliptical galaxies*, ApJ, 233, 23.
- Statler, T. S., Smecker-Hane, T., 1999, *The Stellar Kinematic Fields of NGC 3379*, AJ, 117, 839.
- Sterken, Chr., Manford, J., 1992, *Astronomical Photometry (A Guide)*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- van der Marel, R. P., Franx, M., 1993, *A new method for the identification of non-Gaussian line profiles in elliptical galaxies*, ApJ, 407, 525.
- Young, P. J., Westphal, J. A., Kristian, J., Wilson, C. P., Landauer, F. P., 1978, *Evidence for a supermassive object in the nucleus of the galaxy M87 from SIT and CCD area photometry*, ApJ, 221, 721.

<http://iraf.noao.edu/>.

http://www.stsci.edu/resources/software_hardware/stsdas, STSDAS is a product of the Space Telescope Science Institute, which is operated by AURA for NASA.

<http://nedwww.ipac.caltech.edu/>, NED, The NASA/IPAC Extragalactic Database, NED is operated by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, under contract with the National Aeronautics and Space Administration.

<http://netlib.org/minpack/>.

<https://seds.org/messier/>, The Messier Catalog.

<http://www.noao.edu/noao/staff/lauer/nuker.html>, HST Investigations Into the Central Structure of Galaxies.

Tento dokument byl vysázen typografickým systémem L^AT_EX.