

MASARYKOVA UNIVERZITA
Přírodovědecká fakulta
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



DIPLOMOVÁ PRÁCE
Modelování proměnnosti hvězdy σ Ori E

Milan Prvák

Vedoucí diplomové práce: doc. Mgr. Jiří Krtička, Ph.D.

2011

Rád bych poděkoval panu doc. Mgr. Jiřímu Krtičkovi, Ph. D., za cenné rady, pomoc, ochotu a trpělivost. Děkuji také panu Mgr. Pavlu Zvěřinovi za poskytnutí fotometrických dat pro sestavení světelné křivky. Tato práce byla provedena s podporou projektu specifického výzkumu MUNI/A/0968/2009.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne

Milan Prvák

Abstrakt:

V této práci se zabýváme teoretickým modelováním proměnnosti CP hvězdy σ Ori E. Vytváříme numerický model magnetosféry hvězdy. S pomocí efektivního potenciálu určujeme rozložení hustoty okolohvězdné látky. Výpočtem absorpce záření v různých směrech od hvězdy sestavujeme světelnou křivku. Tuto křivku následně porovnáváme s experimentálně získanými daty. Předpovězená světelná křivka je v dobré shodě s pozorováním, ale jsou zde i mírné rozdíly. Tyto rozdíly mohou být vysvětleny přítomností dalších zdrojů proměnnosti nebo chybně určenými parametry modelu.

Klíčová slova: modelování, světelná křivka, CP hvězdy, model RRM

Abstract:

In the present work we theoretically model the variability of the star σ Ori E. We create numerical model of the magnetosphere of the star. Using the effective potential we determine the density distribution of circumstellar matter. By calculating the absorption of radiation in various directions from the star we assemble the light curve. We then compare the lightcurve with experimental data. While the modelled lightcurve is in good agreement with the experiment, there are some minor differences. These can be explained either by presence of additional sources of variability, or by incorrectly determined parameters of the model.

Keywords: Modelling, light curve, CP stars, RRM Model

Obsah

Úvod	6
1 Horké hvězdy	7
2 Chemicky pekuliární hvězdy	9
2.1 Hvězda σ Ori E	10
3 Model RRM	12
3.1 Popis problému	12
3.2 Akumulační rychlost	14
3.3 Rozložení hustoty podél indukčních čar	15
3.4 Výsledná hvězdná velikost	15
4 Konstrukce modelu RRM	17
4.1 Numerická reprezentace magnetosféry	17
4.2 Vzájemná poloha hvězdy a magnetického dipólu	18
4.3 Průběh bezrozměrného potenciálu pro různé vzájemné polohy rotační a magnetické osy	19
4.4 Hledání minim efektivního potenciálu	27
4.5 Výpočet akumulační rychlosti	29
4.6 Hustota okolohvězdné látky	30
4.7 Sestavení světelné křivky	32
5 Průzkum prostoru parametrů	35
5.1 Teplota a střední hmotnost částice	35
5.2 Úhel β	36
5.3 Inklinace systému	40
5.4 Poloměr hvězdy	43
5.5 Poloha magnetického dipólu	45

5.6	Vliv volného parametru C	47
6	Model RRM a hvězda σ Ori E	49
6.1	Vzdálenost minim	49
6.2	Srovnání se světelnými křivkami z jiných zdrojů	49
	Závěr	53
	Literatura	54

Úvod

Studium pekuliárních hvězd je jedním z nejzajímavějších odvětví moderní fyziky hvězd. Jsou to právě pekuliární hvězdy, z jejichž spekter získáváme nejzajímavější informace. Ač se podle současné představy tyto hvězdy stavbou svých vnitřních vrstev ničím neliší od svých „nudných“ nepekuliárních protějšků, zvláštnosti ve stavbě jejich povrchových vrstev nám pomáhají odhalit mnohem více užitečných informací o stavbě a vývoji hvězd, a to nejen těch pekuliárních.

Sama hvězda σ Ori E je velmi zajímavou hvězdou, typickou představitelkou hvězd s přebytkem helia. Má silné magnetické pole, emisi v čáře H_α a je proměnná ve vizuálním a optickém oboru. V předchozí práci [11] jsme ze spekter určovali světelnou křivku této hvězdy v ultrafialové oblasti. Výsledky práce byly v dobré shodě se světelnými křivkami v optickém oboru. Na konci jsme však dospěli k názoru, že světelná křivka hvězdy σ Ori E je ovlivněna více než jedním zdrojem proměnnosti.

Cílem této práce je navázat na práci předchozí a na základě předpokládaného modelu proměnnosti předpovědět tvar světelné křivky hvězdy. Získané výsledky porovnáme s experimentálně získanými. Tato práce by měla přispět k prohloubení znalostí o hvězdě σ Ori E a podobných hvězdách. Dále by měl být ověřen předpokládaný model proměnnosti a oprávněnost jeho použití v tomto konkrétním případě.

Kapitoly 1–3 se zabývají shrnutím informací z různých zdrojů o horkých hvězdách, chemicky pekuliárních hvězdách a konkrétně o hvězdě σ Ori E, o jejich vlastnostech a stručné shrnutí historie studia této hvězdy. Kapitoly 4–6 popisují vlastní práci zabývající se implementací modelu magnetosféry a výpočtem světelných křivek.

Kapitola 1

Horké hvězdy

Většina informací v následujícím textu je převzata z knihy [8]. Za hvězdy horké považujeme hvězdy s efektivní teplotou vyšší než přibližně 7000 K. Tyto hvězdy se také někdy označují jako hvězdy „rané“. Toto označení se používá většinou spíše z historických důvodů. Má původ v dnes již překonané teorii vývoje hvězd, podle níž je teplota hvězdy znakem jejího vývojového stádia.

Charakteristickou vlastností horkých hvězd, kterou se kvalitativně liší od hvězd chladných, je neexistence hluboké podpovrchové konvektivní vrstvy. Zatímco u chladných hvězd je energie v podpovrchových vrstvách přenášena směrem k povrchu konvekcí, tedy turbulentním prouděním látky, v horkých hvězdách se energie přenáší prostřednictvím záření. Důsledkem této skutečnosti jsou i rozdílné vlastnosti povrchových vrstev obou typů hvězd. S bouřlivými projevy hvězdné aktivity, např. protuberancemi, erupcemi, fotosférickými skvrnami či proměnnými magnetickými poli lokálního charakteru, tak typickými pro chladné hvězdy, se u jejich horkých protějšků nesetkáváme. Naopak je pro ně typická klidná atmosféra. Pokud mají magnetické pole, je obvykle globální a stabilní. Hvězdné větry jsou u horkých hvězd velmi častým jevem.

S horkými hvězdami se ve vesmíru setkáváme méně často, než s hvězdami chladnými (asi 7 % hvězd v našem okolí patří mezi hvězdy horké). Na vině je zde nejen to, že v souladu se zákony fyziky vzniká horkých, hmotných hvězd výrazně méně než těch chladných, méně hmotných, ale také skutečnost, že vzhledem ke svým fyzikálním vlastnostem setrvávají hvězdy horké na hlavní posloupnosti mnohem kratší dobu. Kdybychom ale vybrali nejjasnější hvězdy na obloze, asi dvě pětiny z nich by byly horkými hvězdami. To je způsobeno

výběrovým efektem – zatímco chladné hvězdy jsou na obloze málo jasné, i když se nacházejí relativně blízko, horká hvězda bude jasným objektem noční oblohy i ve velkých vzdálenostech. To je také jeden z důvodů, proč se u nás zabýváme právě horkými hvězdami – i přes nedokonalé pozorovací podmínky je možné horké hvězdy dobře pozorovat.

Horké hvězdy ovšem nejsou výhradně hvězdy hlavní posloupnosti. Patří sem objekty všeho druhu, např. Wolfovy-Rayetovy hvězdy, Herbigovy hvězdy, bílí trpaslíci nebo jádra planetárních mlhovin. Většinu horkých hvězd nalezneme v rovině galaxie, zejména pak ve spirálních ramenech. Ukazuje se, že tyto hvězdy často tvoří skupiny, pro něž jsou charakteristické společné místo a čas vzniku, tzv. asociace OB. Vzhledem k jejich krátkověkosti je většina z nich členy hvězdné populace I.

Kapitola 2

Chemicky pekuliární hvězdy

Chemicky pekuliární hvězdy (CP hvězdy) jsou hvězdy s neobvyklým charakterem spektra. Tyto neobvyklosti jsou způsobeny zvláštním složením atmosféry, například abnormálním obsahem těžších prvků.

V atmosférách hvězd se přenáší záření směrem od vnitřních vrstev k povrchu. Protože různé částice mají různé účinné průřezy, působí na ně různé velké síly. Prostřednictvím zářivé difuze dochází k tomu, že těžší částice jsou „vyplavovány“ na povrch. Zde pak dochází ke vzniku pekuliárních spekter.

CP hvězdy jsou zpravidla hvězdy spektrálních tříd F2–B0. Hvězdy chladnější než hvězdy spektrální třídy F2 mají obvykle v povrchových vrstvách konvektivní zónu, v níž dochází k neustálému promíchávání látky a jakákoliv případná pekuliarita by tak byla rychle zničena. Naopak u hvězd teplejších než hvězdy třídy B0 se často setkáváme s velmi silnými hvězdnými větry, které mají tendenci neustále „obrušovat“ povrchové vrstvy a ani v tomto případě nemůže pekuliární složení atmosféry dlouhodobě přetrvat. Stejně tak mohou vzniknutí tohoto jevu bránit i další vlivy, např. rychlá rotace hvězdy.

První objevenou pekuliární hvězdou byla hvězda α^2 CVn. Slabých křemíkových čar a výskyt intenzivního dubletu Si II ve spektru této hvězdy si v roce 1897 všimla A. Maury. Ta také jako první ve spojitosti s hvězdnými spektry použila pojem pekuliární. Bělopolskij si pak v roce 1913 povšiml periodicky se měnící intenzity některých čar ve spektru. Tuto proměnnost interpretoval jako důsledek nehomogenního rozložení prvků v atmosféře hvězdy.

V roce 1947 pozoroval Babcock u α^2 CVn a některých dalších hvězd proměnné magnetické pole. O dva roky později dospěl k závěru, že pozorovaná proměnnost je důsledkem toho, že osa magnetického pole hvězdy je skloněná

vůči ose rotace a otáčí se společně s hvězdou.

První pokus o klasifikaci pekuliárních hvězd provedl ve třicátých letech 20. století Morgan. Rozdělil hvězdy do několika skupin podle druhu pekuliárnosti, přičemž rozhodujícím faktorem byla teplota.

V současné době se pekuliární hvězdy rozdělují podle Prestonovy a Maitzenovy klasifikace dělí na několik základních skupin:

- CP1: Jedná se o klasické metalické hvězdy. Tyto hvězdy obvykle nemívají magnetické pole.
- CP2: Spektrálně a fotometricky proměnné hvězdy. Tyto hvězdy zpravidla mají silné magnetické pole. Proto jsou často označovány jako magnetické (mCP) hvězdy.
- CP3: HgMn hvězdy, podobné hvězdám CP1, ale s obvykle vyšší teplotou.
- CP4,5 *He-weak stars*, hvězdy s nedostatkem helia a nadbytkem He^3 .
- CP5,6 *He-strong stars*, hvězdy s vysokou teplotou a nadbytkem helia.

CP hvězdy jsou velmi často proměnné, přičemž příčiny proměnnosti mohou být různé. Typickým příkladem jsou hvězdy se zamrzlým magnetickým polem, které je skloněné vůči ose rotace. Dalším příkladem mohou být hvězdy s nehomogenním rozložením látky na povrchu. Během své rotace se hvězda natáčí k pozorovateli postupně částmi svého povrchu s různým chemickým složením a my pak pozorujeme proměnné spektrum. Častým případem jsou také fotometrické skvrny – oblasti na povrchu hvězdy s rozdílným rozložením energie ve spektru. Celková bolometrická jasnost se však obvykle od zbytku povrchu neliší.

2.1 Hvězda σ Ori E

Hvězda σ Ori E je chemicky pekuliární hvězdou spektrální třídy B2V. Je proměnná s periodou 1,19080 dne. [7]

V roce 1973 byla u této hvězdy objevena proměnná emise v čáře H_α . [16] Autoři článku jako vysvětlení této proměnnosti uvádějí, že hvězda je pravděpodobně spektroskopickou dvojhvězdou. Tuto teorii se snažil o rok později dokázat Bolton. [1] Studoval modrou a fialovou část spektra ve snaze nalézt další spektrální čáry, které by vykazovaly podobnou proměnnost. To se

mu ovšem nepodařilo. Bolton sám model spektroskopické dvojhvězdy nezavrhne, ovšem výsledky jeho práce značně omezují hmotnost sekundární složky dvojhvězdy. Hunger si všiml periodických změn ekvivalentní šířky čar H I. [3] Společně s Grootem pak měřil radiální rychlosti v těchto čarách. Kromě modelu dvojhvězdy předkládají také model retrogradně rotujícího prstence a model skloněného magnetického rotátoru. [4] Ve svém článku zvažují všechny varianty, ke každé z nich však mají výhrady a v závěru se nepřiklání k žádné z nich.

V roce 1978 bylo u σ Ori E objeveno magnetické pole. [7] Podle článku hodnota magnetické indukce na povrchu hvězdy osciluje v rozmezí $-0,23 - -0,31$ T s periodou shodnou s periodou rotace hvězdy. Jejich výsledky vypovídají ve prospěch modelu skloněného rotátoru.

Groote a Hunger hvězdu dále studují a v roce 1982 publikují článek, v němž diskutují proměnnost v několika spektrálních oborech. [5] Vytvářejí model, ve kterém se v magnetosféře hvězdy nachází látka, která je soustředěna ve dvou oblacích, korotujících s hvězdou. Na tento model dále navázal Nakajima, který podrobně studoval potenciál v magnetosféře hvězdy a teoreticky odvodil rozložení hustoty látky v okolí hvězdy. [9] Tento model uspokojivě vysvětloval proměnné magnetické pole a proměnnou emisi v čáře H_{α} . Nebyl ale schopen vysvětlit některé jiné aspekty pekuliarity hvězdy, zejména její nadměrnou emisi v infračervené oblasti spektra.

Vetř a kol. se zabývali jiným zdrojem proměnnosti – nehomogenním rozložením helia na povrchu hvězdy. [15] Toto rozložení se pokusili určit a dospěli k závěru, že většina helia na povrchu hvězdy je soustředěna ve dvou velkých skvrnách.

Townsend a Owocki v roce 2005 opublikovali model s názvem *Rigidly Rotating Magnetosphere (RRM)*. [13] Ten je založen na předpokladu, že magnetické pole rotuje jako tuhé těleso společně s hvězdou. Tento model použijeme i v této práci. Jeho podrobnému popisu jsou věnovány následující kapitoly.

Kapitola 3

Model RRM

Podívejme se podrobněji na již zmíněný model RRM, jehož implementace bude hlavní náplní této práce. Budeme přitom vycházet z článku [13]. Podle tohoto modelu je proměnnost hvězdy způsobena absorbující látkou, která se nachází v magnetosféře a rotuje společně s hvězdou.

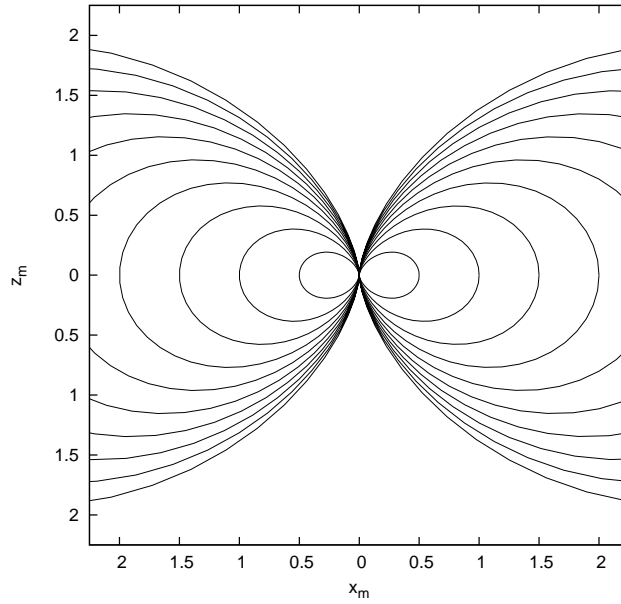
3.1 Popis problému

Na látku, skládající se z elektricky nabitých částic, která se nachází v blízkém okolí hvězdy a která je příčinou její proměnnosti, působí několik sil. Protože síla Lorentzova hraje v modelu RRM stěžejní roli, začneme popisem magnetického pole. Budeme předpokládat, že toto pole je dipólové. Nechť tento dipól je umístěn v počátku souřadnic $\{x_m, y_m, z_m\}$ a jeho osa je totožná s osou z_m (viz obr. 3.1). Indexem m u souřadnic budeme označovat skutečnost, že se jedná o souřadnice spojené s magnetickým polem.

Zavedeme-li nyní sférické souřadnice r_m , φ_m a ϑ_m tak, že $x_m = r_m \sin \varphi_m \cos \vartheta_m$, $y_m = r_m \sin \varphi_m \sin \vartheta_m$ a $z_m = r_m \cos \varphi_m$, tedy r_m je vzdálenost od středu, φ_m je šířková a ϑ_m délková souřadnice, můžeme rovnici magnetické indukční čáry zapsat ve tvaru

$$r_m = \gamma \sin^2 \varphi_m, \quad (3.1)$$

kde γ je poloměr indukční čáry ve $\varphi_m = \pi/2$. Budeme dále předpokládat, že elektricky nabitě částice hvězdného větru se mohou pohybovat pouze podél těchto křivek. Jejich pohyb na těchto křivkách pak bude určen efektivním potenciálem ve vztažné soustavě pevně spojené s rotující hvězdou, spojeným se



Obrázek 3.1: Indukční čáry dipólového magnetického pole v rovině $x_m z_m$

silou gravitační a silou setrvačnou. Protože poloha rotační osy hvězdy může být obecně různá od polohy magnetického dipólu, zavedeme pro popis efektivního potenciálu novou vztažnou soustavu. Protože tyto nové souřadnice budou spojeny s osou rotace, označme je indexem r .

Bude-li těžiště hvězdy umístěné v počátku souřadnic $\{x_r, y_r, z_r\}$ a osa rotace bude totožná s osou z_r , pak efektivní potenciál v bodě určeném polohovým vektorem \mathbf{r}_r je dán vztahem

$$\Phi_{\text{eff}} = -\frac{GM}{r_r} - \frac{1}{2}\Omega^2 r_r^2 \sin^2 \varphi_r, \quad (3.2)$$

kde G je gravitační konstanta, M je hmotnost hvězdy, Ω je úhlová rychlost rotace hvězdy a $\varphi_r = \arcsin \frac{x_r^2 + y_r^2}{z_r^2}$. Využijeme-li vztah pro kritický poloměr

$$r_K = \left(\frac{GM}{\Omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.3)$$

můžeme rovnici 3.2 přepsat do tvaru

$$\Phi_{\text{eff}} = \frac{GM}{r_K} \left(-\frac{1}{\xi} - \frac{1}{2} \xi^2 \sin^2 \varphi_r \right), \quad (3.4)$$

kde $\xi = \frac{r_r}{r_K}$. Kritický poloměr je právě takový poloměr, pro který v oblasti rovníku nastává rovnováha mezi silou setrvačnou a gravitační. Vydělením konstantním výrazem před závorkou přejdeme k bezrozměrnému potenciálu

$$\Psi_{\text{eff}} = \frac{r_K}{GM} \Phi_{\text{eff}}(\mathbf{r}_r) = -\frac{1}{\xi} - \frac{1}{2} \xi^2 \sin^2 \varphi_r. \quad (3.5)$$

Výhodou tohoto bezrozměrného potenciálu je, že již nezávisí explicitně současně na úhlové frekvenci Ω a vzdálenosti od osy rotace, ale je funkcí pouze souřadnice ξ a úhlu φ_r . [13]

3.2 Akumulační rychlost

Indukční trubici příslušející indukční čáře s rovníkovým poloměrem γ a rovníkovou souřadnicí ϑ budeme pro účely následujícího textu rozumět objemový element tvořený množinou všech indukčních čar s poloměry v intervalu $\left(\gamma - \frac{d\gamma}{2}; \gamma + \frac{d\gamma}{2} \right)$ a rovníkovými souřadnicemi $\left(\vartheta - \frac{d\vartheta}{2}; \vartheta + \frac{d\vartheta}{2} \right)$.

Celkové množství látky „uvězněné“ v dané indukční trubici bude přímo úměrné rychlosti, jakou v ní bude látka přibývat. Budeme-li předpokládat, že množství látky hvězdného větru vycházející z jednotkové plochy povrchu hvězdy za jednotku času je konstantní po celém jejím povrchu, pak rychlost přibývání bude úměrná průřezu dané trubice v místech, kde protíná povrch hvězdy:

$$\dot{m} = \frac{\mu_* \dot{M}}{4\pi R^2} dA, \quad (3.6)$$

kde μ_* je kosinus úhlu, který daná indukční čára svírá s normálou k povrchu hvězdy v bodě průsečíku s povrchem, dA je plocha povrchu hvězdy, která leží uvnitř dané indukční trubice, \dot{M} je ztráta hmoty hvězdy v důsledku hvězdného větru za jednotku času a R je poloměr hvězdy.

3.3 Rozložení hustoty podél indukčních čar

Teď víme, jaké je celkové množství látky nacházející se v jednotlivých indukčních trubicích. Zbývá nám zjistit, jaké je rozložení hustoty podél těchto trubic. Pro látku v magnetosféře, kterou budeme považovat za ideální plyn, platí stavová rovnice

$$pV = NkT,$$

kde p je tlak, V je objem, $k = 1.3806504 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$ je Boltzmannova konstanta, N počet částic a T je termodynamická teplota plynu. S pomocí hustoty ρ a střední hmotnosti částice μ se dá tato rovnice přepsat do podoby

$$p = \frac{\rho kT}{\mu}.$$

Zaveďme čarovou souřadnici s jako délkovou souřadnici jdoucí podél indukčních čar, podobně jako úhlová souřadnice φ , ale v jednotkách délky. Souřadnice s bude spojena s φ následujícím vztahem

$$\frac{ds}{d\varphi} = \gamma \sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi_m}.$$

Pro uvažovanou látku pak musí platit podmínka hydrostatické rovnováhy:

$$\frac{dp}{ds} = -\rho \frac{d\Phi_{\text{eff}}}{ds}.$$

Předpokládáme-li pro jednoduchost, že teplota T a střední hmotnost částice μ jsou konstantní po celé čáře, dostaneme pro rozložení hustoty podél čáry

$$\rho(s) = \rho_{\min} e^{-\mu[\Phi_{\text{eff}}(s) - \Phi_{\min}]/kT} \quad (3.7)$$

kde ρ_{\min} je hustota látky v bodě potenciálového minima a Φ_{\min} je hodnota efektivního potenciálu v tomtéž bodě. Upozorňujeme, že v předchozí rovnici vystupuje obyčejný efektivní potenciál, nikoliv bezrozměrný, jako v předchozím textu.

3.4 Výsledná hvězdná velikost

Známe-li hustotu okolohvězdné látky v okolí hvězdy jako funkci souřadnic, můžeme určit množství záření, které projde okolohvězdnou látkou. Nechť

intenzita záření vycházejícího z povrchu hvězdy je I_0 . Je-li opacita látky v bodě \mathbf{r} $K = \rho(\mathbf{r})\kappa$, pak můžeme určit optickou hloubku pro paprsek záření šířící se v daném směru:

$$\tau = \kappa \int \rho(\mathbf{r}) dl, \quad (3.8)$$

kde integrujeme po celé dráze šířícího se paprsku. Tok záření, které projde okolohvězdnou látkou a šíří se ve směru k detektoru, je pak

$$F = \frac{I_0 S}{D^2} e^{-\tau},$$

kde S je plocha průřezu hvězdy do roviny kolmé na směr šíření záření a D je vzdálenost detektoru od hvězdy. Protože však nemůžeme hvězdu v tomto případě považovat za bodový zdroj a optická hloubka bude obecně různá pro paprsky vycházející z různých částí povrchu hvězdy, bude třeba prošlé záření integrovat:

$$F = \frac{I_0}{D^2} \int_S dS e^{-\tau}, \quad (3.9)$$

kde integrál jde přes celý průřez viditelného povrchu hvězdy do roviny kolmé ke směru šíření záření. Pokud $F_0 = I_0 S$ je tok záření, dopadající do detektoru v případě, že záření hvězdy není ovlivněno okolohvězdnou látkou, můžeme změnu hvězdné velikosti Δm určit z Pogsonovy rovnice:

$$m = -2,5 \log \frac{F_0}{F}. \quad (3.10)$$

Světelná křivka pak vzniká při otáčení hvězdy spolu s okolohvězdnou látkou kolem vlastní osy.

Kapitola 4

Konstrukce modelu RRM

4.1 Numerická reprezentace magnetosféry

Indukční čáru magnetického pole bude v naší implementaci reprezentovat N_B body se souřadnicemi

$$\varphi_{mi} = \frac{\pi}{N_B} \left(i - \frac{1}{2} \right), \quad (4.1)$$

kde i nabývá hodnoty od jedné do N_B , odpovídající hodnotou r_{mi} , získanou pomocí vztahu 3.1 a hodnotou ϑ_m , která je pro danou čáru konstantní. Čáry se stejným poloměrem γ budou tvořit „slupky“. Každá taková slupka bude obsahovat N_C indukčních čar, rovnoměrně rozložených kolem osy z_m :

$$\vartheta_{mj} = \frac{\pi}{N_C} (2j - 1), \quad (4.2)$$

kde j nabývá hodnot od jedné do N_C . Celkem budeme uvažovat N_S slupek s poloměry γ v intervalu $(\gamma_{\min}; \gamma_{\max})$

$$\gamma_k = \gamma_{\min} + \frac{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}{N_S - 1} (k - 1), \quad (4.3)$$

kde k nabývá hodnot od jedné do N_S . Hodnoty γ_{\min} a γ_{\max} zvolíme tak, aby vytvořený model zahrnoval tu část magnetosféry, ve které hustota okolhvězdné látky nabývá nezanedbatelných hodnot. Jak se ukáže, je vhodné volit $\gamma_{\min} < 1 r_K$ a γ_{\max} není třeba nastavovat na hodnotu vyšší, než $10 r_K$. Pokud jde o počty modelovaných indukčních čar a bodů na nich, vzhledem

k parametrům použité výpočetní techniky (2 GB operační paměti) se hodnoty $N_B = 1024$, $N_C = 140$ a $N_S = 70$ ukázaly být nejlepším kompromisem mezi kvalitou aproximace a rychlostí výpočtu.

4.2 Vzájemná poloha hvězdy a magnetického dipólu

V předchozím textu jsme popsali magnetické pole hvězdy a efektivní potenciál v jejím okolí. Abychom však mohli sledovat tento potenciál podél indukčních čar magnetického pole, musíme definovat transformační vztahy mezi souřadnicovými systémy $\{x_m, y_m, z_m\}$ a $\{x_r, y_r, z_r\}$. V obecném případě se magnetický dipól nemusí nacházet ve středu hmotnosti hvězdy a magnetická osa bude mít směr odlišný od osy rotační. Protože budeme v práci užívat numerických metod, bude pravděpodobně nejvhodnější definovat transformaci pomocí matic. Využijeme zde tzv. *homogenních souřadnic*, jejichž nespornou výhodou je, že umožňují definovat posunutí o vektor $d\mathbf{r}$ jako lineární transformaci. [12]

Mějme vektorový prostor dimenze 4 tvořený vektory $\mathbf{v} = (v_1; v_2; v_3; v_4)$, které odpovídají vektorům $\mathbf{u} = \left(\frac{v_1}{v_4}; \frac{v_2}{v_4}; \frac{v_3}{v_4}\right)$ v trojrozměrném vektorovém prostoru. Čtvrtou složku vektoru v_4 je možné použít k úpravě délky tohoto vektoru. Dosadíme-li např. za v_4 nulu, dostaneme vektor nekonečné délky a směru daného prvními třemi souřadnicemi. My však tuto vlastnost homogenních souřadnic nevyužijeme, položíme pro všechny vektory $v_4 = 1$ a první tři složky tak budou odpovídat složkám odpovídajícího vektoru v klasickém trojrozměrném prostoru. Transformační vztah mezi dvěma vztažnými soustavami m a r v takovémto prostoru bude definován čtvercovou maticí $T = t_{ij}$ řádu 4 jako lineární zobrazení

$$\mathbf{v}_m = T\mathbf{v}_r^T, \quad (4.4)$$

neboli

$$v_{mi} = \sum_{j=1}^4 t_{ij}v_{rj}. \quad (4.5)$$

Situace, kdy je dipól umístěn ve středu hvězdy a osa magnetická je totožná s osou rotační, je reprezentována jednotkovou maticí. Snadno můžeme zavést

elementární transformace – *translace* (posunutí) a *rotace* kolem osy x , y a z . Posunutí o vektor $\Delta\mathbf{r} = (\Delta x; \Delta y; \Delta z)$ provedeme vynásobením transformační matice maticí

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Rotaci o úhel α postupně kolem os x , y a z pak reprezentují matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

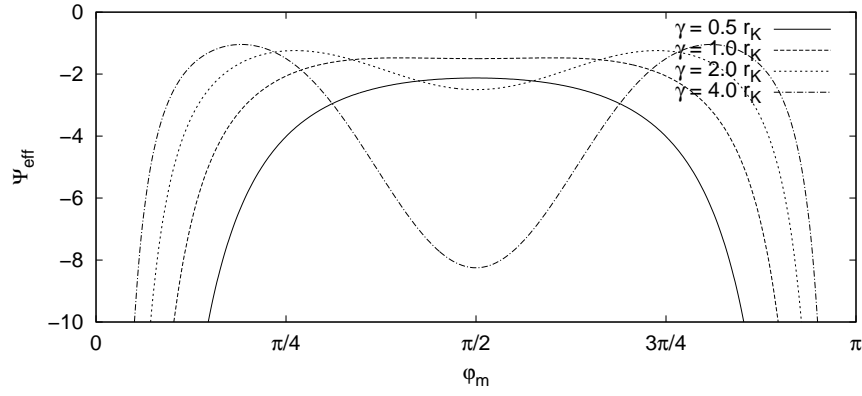
$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kombinací uvedených transformací pak můžeme vyjádřit libovolnou vzájemnou polohu obou vztahných soustav v prostoru.

4.3 Průběh bezrozměrného potenciálu pro různé vzájemné polohy rotační a magnetické osy

Podívejme se nyní, jak vypadá průběh bezrozměrného efektivního potenciálu Ψ_{eff} podél jednotlivých indukčních čar. Bohužel není prakticky možné zobrazit přehledně do grafu celou magnetosféru, vybereme tedy pro názornost několik reprezentativních indukčních čar. Jako nejzajímavější indukční čáry se jeví právě ty, které leží v rovině tvořené rotační a magnetickou osou. Z této roviny vybereme několik čar s různými poloměry γ , konkrétně $\gamma =$



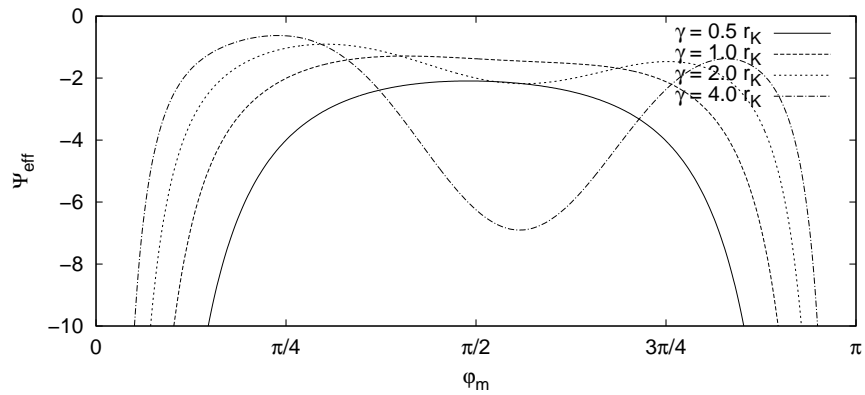
Obrázek 4.1: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 0^\circ$

$1/2$, 1 , 2 a $4 r_K$. Budeme sledovat, jak závisí průběh bezrozměrného efektivního potenciálu na úhlu β mezi magnetickou a rotační osou. Na grafech na obrázcích 4.1–4.6 je vyneseno bezrozměrný potenciál pro vybrané úhly β .

Je vidět, že se efektivní potenciál pro φ_m jdoucí k nule a k π blíží k minus nekonečnu. V těchto bodech převládá gravitační potenciál. Ve skutečnosti gravitační potenciál v tomto bodě nenabývá minus nekonečna, protože hmota hvězdy není soustředěna v jednom bodě. Průběh potenciálu pod povrchem hvězdy není ale pro náš model důležitý.

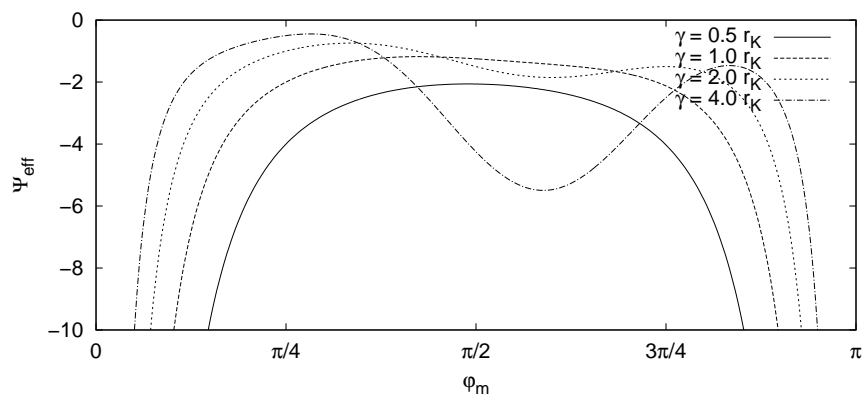
Budeme-li se vzdalovat od středu hvězdy, bude se gravitační potenciál blížit k nule a se vzdáleností od osy rotace poroste význam rotačního potenciálu. Pro malé hodnoty rovníkového poloměru γ má průběh potenciálu jedno maximum a směrem od něj k magnetickým pólům monotónně klesá. Pro γ přibližně $1 r_K$ se však na indukčních čarách začínají tvořit potenciálová minima. Odstředivá síla zde převládá nad gravitační a efektivní potenciál s rostoucí vzdáleností od hvězdy klesá. S rostoucí hodnotou γ se tato minima prohlubují.

Na obrázcích 4.7–4.12 je vyneseno bezrozměrný potenciál pro případ, kdy je magnetický dipól posunut o $0,2 r_K$ ve směru osy x . Situace je obdobná jako v předchozím případě. Potenciál zde již neklesá do minus nekonečna v magnetických pólech, ale nabývá konečné hodnoty, protože magnetický dipól již neleží v bodě nekonečného gravitačního potenciálu. Na čarách, které procházejí blízko středu hvězdy, se však v odpovídajících bodech objevují potenciálová minima, která jsou tím hlubší, čím blíže daná indukční čára

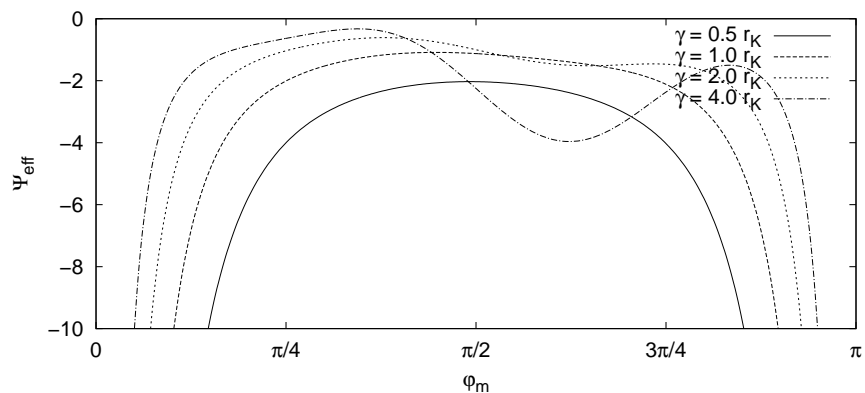


Obrázek 4.2: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 30^\circ$

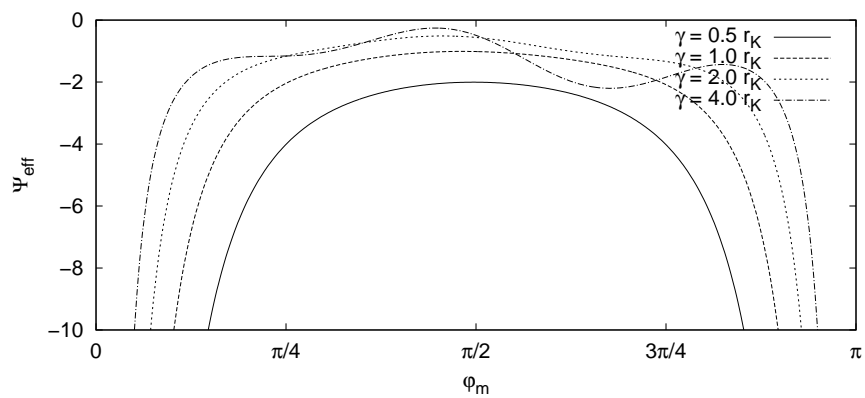
prochází kolem středu hvězdy. Pro některé indukční čáry není na grafech zobrazeno celé minimum potenciálu, které je poměrně hluboké.



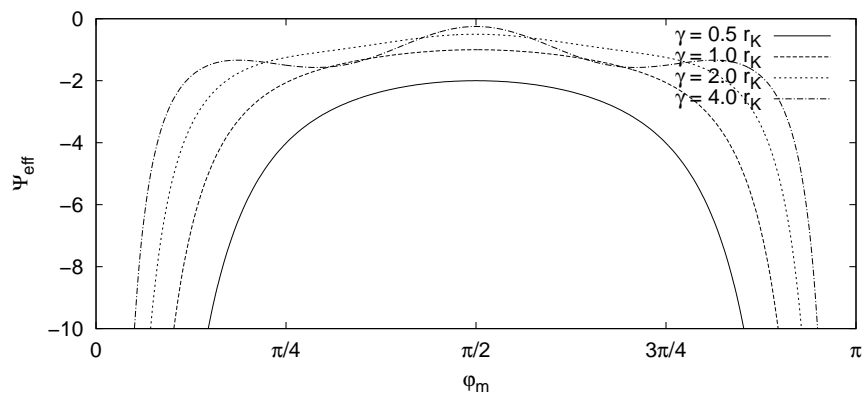
Obrázek 4.3: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 45^\circ$



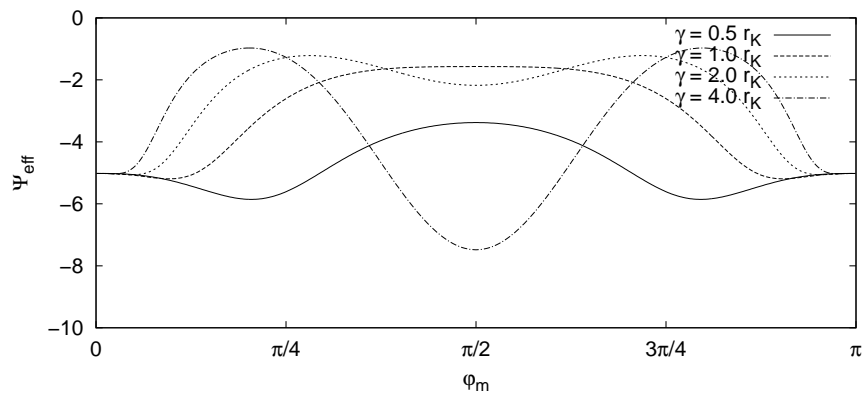
Obrázek 4.4: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 60^\circ$



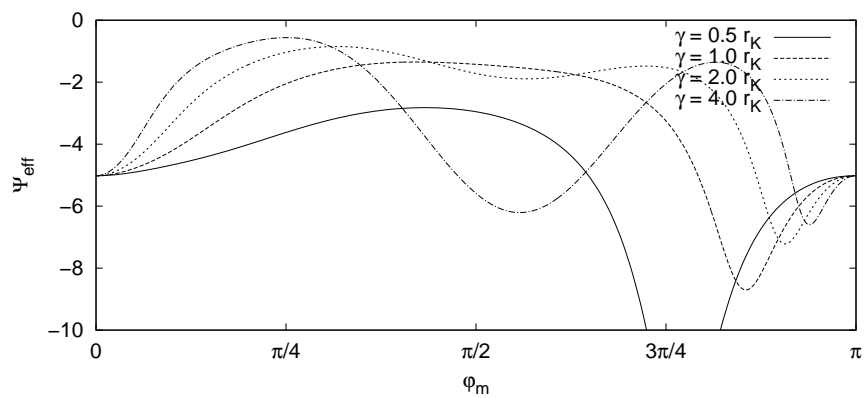
Obrázek 4.5: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 80^\circ$



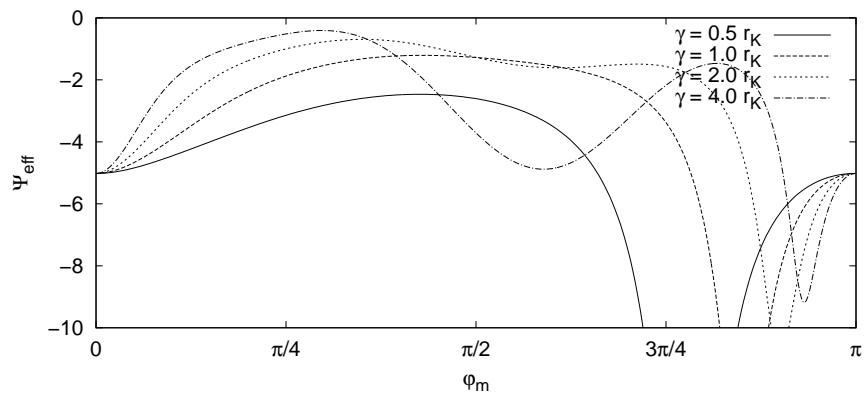
Obrázek 4.6: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 90^\circ$



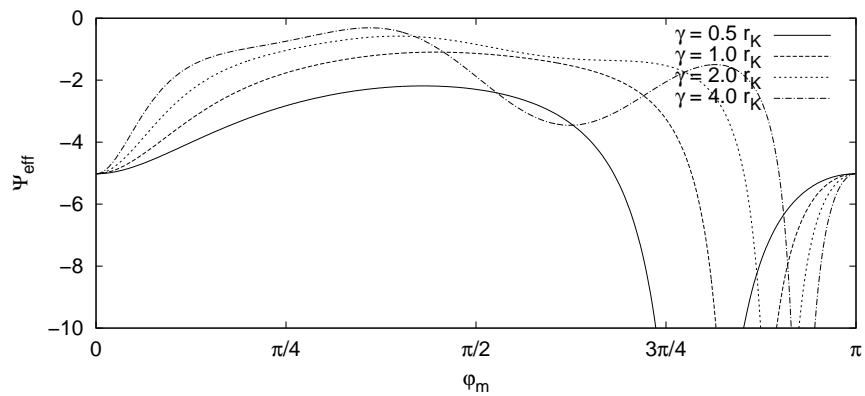
Obrázek 4.7: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 0^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .



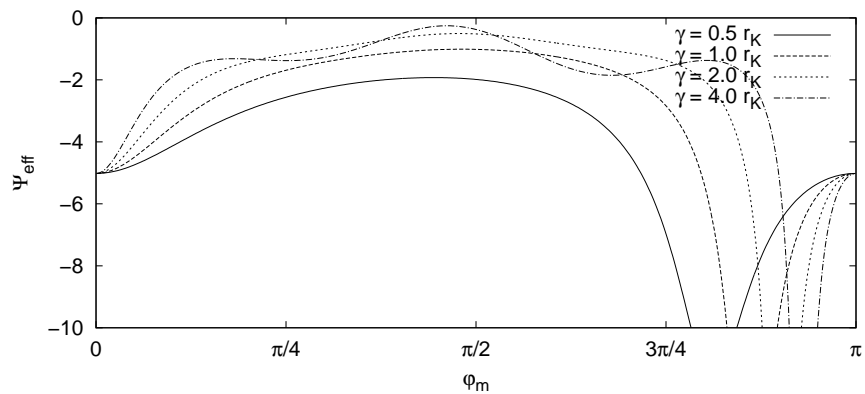
Obrázek 4.8: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 30^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .



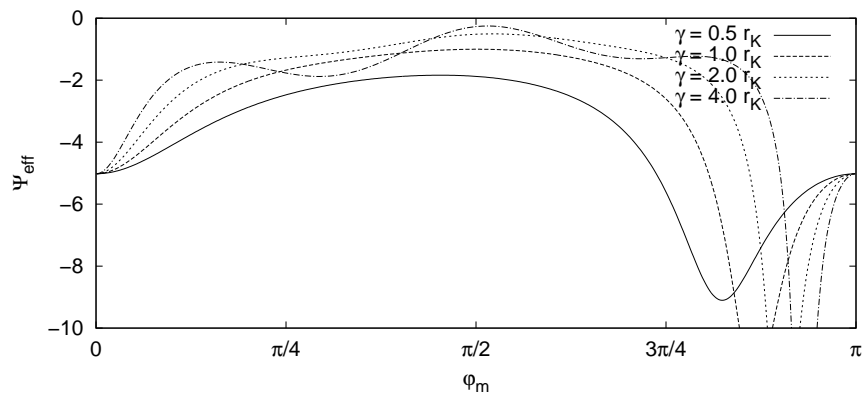
Obrázek 4.9: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 45^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .



Obrázek 4.10: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 60^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .



Obrázek 4.11: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 80^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .



Obrázek 4.12: Průběh bezrozměrného potenciálu podél indukčních čar v rovině rotační a magnetické osy pro $\beta = 90^\circ$. Střed magnetického dipólu je posunut o $0.2 r_K$ v ose x_r .

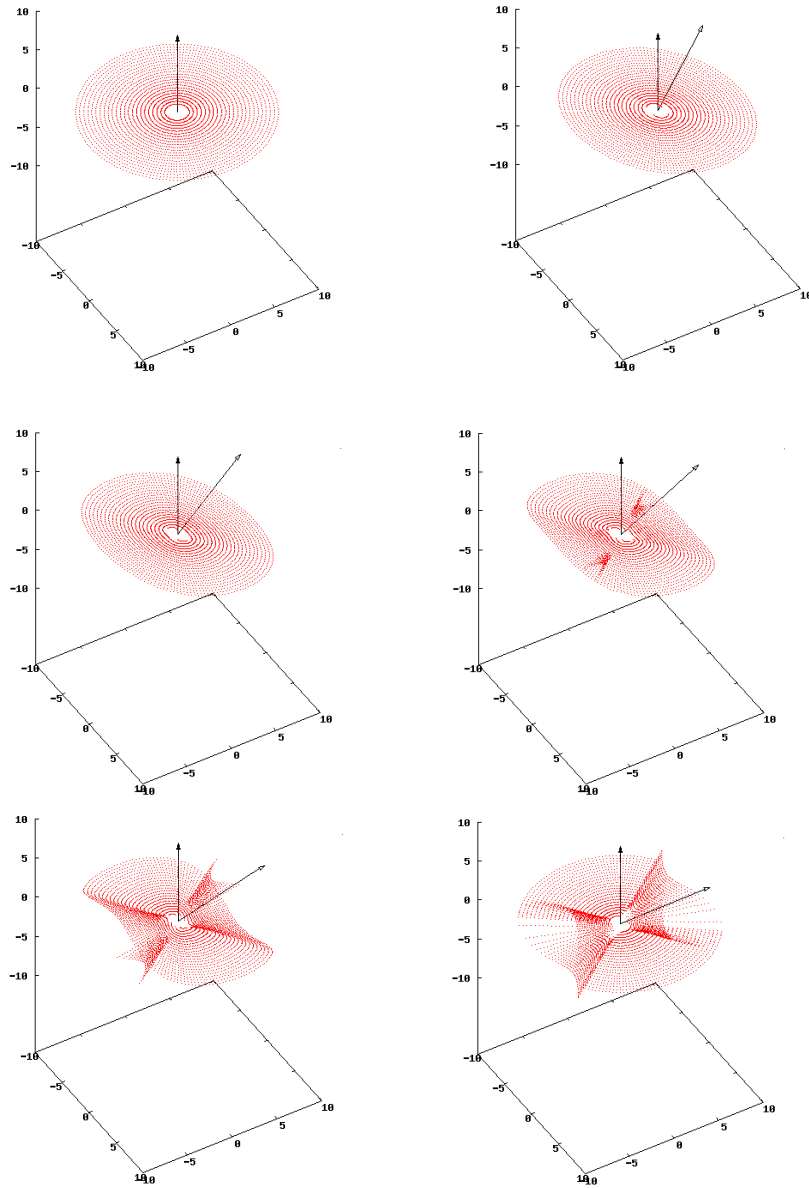
4.4 Hledání minim efektivního potenciálu

Pro každý bod každé indukční čáry se spočte bezrozměrný potenciál Φ_{eff} podle vztahu 3.5. Na každé čáře najdeme minima potenciálu. Pro dostatečně velkou hodnotu N_B můžeme předpokládat, že minimum potenciálu leží v bodě takovém, že

$$\Psi_{\text{eff}}(\mathbf{r}_{i-1}) > \Psi_{\text{eff}}(\mathbf{r}_i) < \Psi_{\text{eff}}(\mathbf{r}_{i+1}) \quad (4.6)$$

Tato minima tvoří v okolí hvězdy akumulární plochy, kolem nichž se bude hromadit ionizovaná látka hvězdného větru. Tyto plochy jsou pro úhly mezi osou magnetickou a rotační $\beta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ a 90° na obrázku 4.4.

Pro $\beta = 0^\circ$ je akumulárním povrchem plochý disk v rovníkové rovině. Je vidět, že disk nedosahuje povrchu hvězdy, ale končí přibližně ve vzdálenosti $1 r_K$ od osy rotace. Pro zvyšující se úhel β se disk začíná naklánět ve směru magnetické osy a začíná se deformovat. U případu $\beta = 60^\circ$ se začínají mimo plochu disku zřetelně formovat „křídla“ v místech, kde se na indukčních čarách objevuje sekundární minimum. Pro $\beta = 90^\circ$ má akumulární povrch tvar kuželové plochy, z vnější strany doplněné plochým diskem, tentokrát v rovině kolmé na rovinu rovníkovou.



Obrázek 4.13: Akumulační plochy v okolí $10 r_K$ kolem hvězdy ve vztažné soustavě spojené s magnetickým polem. Nahoru směřuje osa z_m , dolů osa x_m a doprava osa y_m . Plná šipka, směřující vždy svise vzhůru, znázorňuje osu magnetického dipólu, šipka s prázdnou hlavičkou představuje osu rotace.

4.5 Výpočet akumulční rychlosti

Nejdříve je třeba pro každou indukční čáru nalézt její průsečík s povrchem hvězdy. Průsečík s povrchem leží mezi dvěma body indukční čáry \mathbf{r}_{mi} a \mathbf{r}_{mi+1} , jestliže

$$(|T\mathbf{r}_{mi}| - R)(|T\mathbf{r}_{mi+1}| - R) < 0,$$

kde R je poloměr hvězdy. Přesněji pak můžeme jeho polohu odhadnout pomocí lineární interpolace. Dá se očekávat, že nachází-li se dipól uvnitř hvězdy, bude mít každá indukční čára buď žádný, nebo právě dva takovéto průsečíky s povrchem.

Když známe polohy průsečíků indukčních čar s povrchem hvězdy, můžeme spočítat plochu povrchu hvězdy, který přísluší každé indukční trubici. Za předpokladu, že počet čar, tedy čísla N_C a N_S , je dostatečně velký, můžeme plochu A_{jkl} příslušející j -té čáře v k -té slupce a l -tému průsečíku s povrchem \mathbf{r}_{jkl} vyjádřit jako čtvrtinu plochy tvořené odpovídajícími průsečíky na čtyřech nejbližších „sousedních“ čarách.

$$A_{jkl} = \frac{1}{4} \left[(\mathbf{r}_{(j+1)kl} - \mathbf{r}_{(j-1)kl}) \times (\mathbf{r}_{j(k+1)l} - \mathbf{r}_{j(k-1)l}) \right] \cdot \mathbf{t}_{jkl}$$

kde \mathbf{t}_{jkl} je jednotkový vektor tečný k j -té čáře v k -té slupce v bodě jejího l -tého průsečíku s povrchem hvězdy. Celková plocha A_{jk} pro danou indukční čáru pak bude dána součtem ploch pro všechny průsečíky této čáry s povrchem:

$$A_{jk} = \sum_l A_{jkl}.$$

Protože látka v magnetosféře hvězdy je neustále doplňována hvězdným větrem, její množství na akumulčních plochách se s časem lineárně zvyšuje. Předpokládáme-li, že v nějakém čase t_0 byla magnetosféra prázdná a pro $t > t_0$ platí:

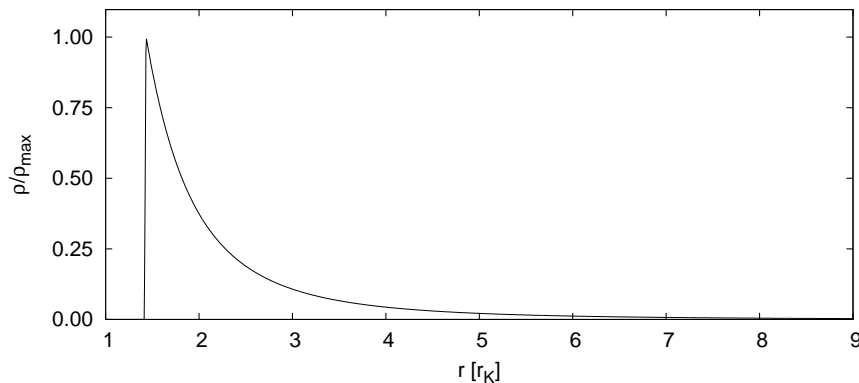
$$m_{jk} = \dot{m}(t - t_0)$$

neboli, s použitím vztahu 3.6,

$$m_{jk} = \frac{\mu_* \dot{M}}{4\pi R^2} A_{jk} (t - t_0).$$

Takto určíme množství látky m_{jk} pro všechny čáry, které mají průsečíky s povrchem, pro které existují příslušné „sousední“ čáry a tyto čáry mají odpovídající průsečíky. Pro ostatní čáry nechť je m_{jk} rovno nule. Protože neznáme čas $t - t_0$, spokojíme se s faktem, že m_{jk} je přímo úměrné ploše A_{jk} , konstantou úměrnosti může být obecně libovolné číslo α , které si ponecháme jako volný parametr.

4.6 Hustota okolohvězdné látky



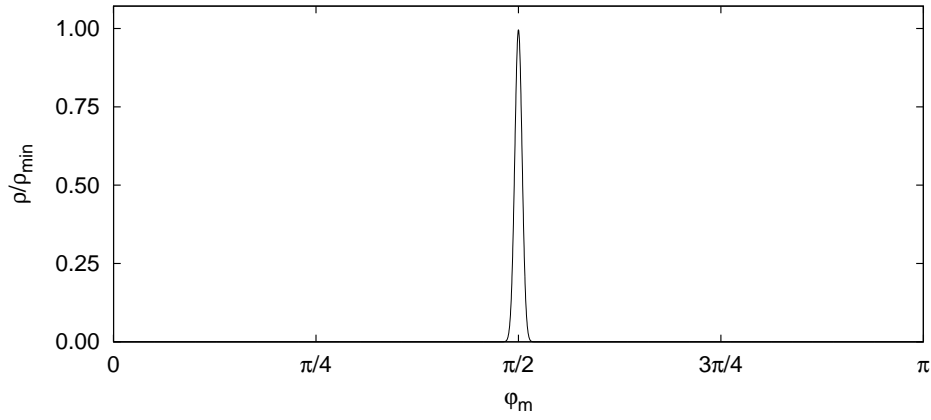
Obrázek 4.14: Průběh závislosti hustoty okolohvězdné látky na vzdálenosti od středu hvězdy v rovníkové rovině pro případ $\beta = 0^\circ$. ρ_{\max} je nejvyšší hodnota hustoty látky v okolí hvězdy.

V rovnici 3.7 $\rho(s)$ zjevně závisí přímo na efektivním potenciálu $\Phi_{\text{eff}}(s)$ bez ohledu na to, jak tento potenciál závisí na čarové souřadnici s . Můžeme stejně tak dobře používat potenciál jako funkci úhlové souřadnice φ , nebo, ještě lépe, na modelu j -té čáry v k -té slupce tvořené N_B body, jako funkci indexu i .

$$\rho_{ijk} = \rho_{jk\min} e^{-\mu[\Phi_{\text{eff}}(\varphi_{ijk}) - \Phi_{jk\min}]/kT},$$

Jak ale určíme hustotu v minimu potenciálu ρ_{\min} ? Tuto hodnotu můžeme určit ze známého celkového množství látky v dané indukční trubici. Víme, že

$$\sum_i \rho_{ijk} V_{ijk} = m_{jk} = \alpha S_{jk},$$



Obrázek 4.15: Průběh hustoty podél indukční čáry s poloměrem $\gamma = 1,5 r_K$ pro $\beta = 0^\circ$

kde V_{ijk} je objem daného elementu indukční trubice. Tento objemový element přibližně určíme jako

$$\begin{aligned} V_{ijk} &= \frac{1}{2}(\gamma_{k+1} - \gamma_{k-1}) \sin^2 \varphi_i \cdot \frac{2\pi}{N_C} \gamma_k \sin^3 \varphi_i \cdot \frac{\pi}{N_B} \gamma_k \sin^2 \varphi_i = \\ &= \frac{\pi^2}{N_C N_B} \gamma_k^2 (\gamma_{k+1} - \gamma_{k-1}) \sin^7 \varphi_i. \end{aligned}$$

Pak tedy

$$\rho_{jk\min} = \frac{\alpha S_{jk}}{\sum_i V_{ijk} e^{-\mu[\Phi_{\text{eff}}(\varphi_{ijk}) - \Phi_{jk\min}]/kT}}.$$

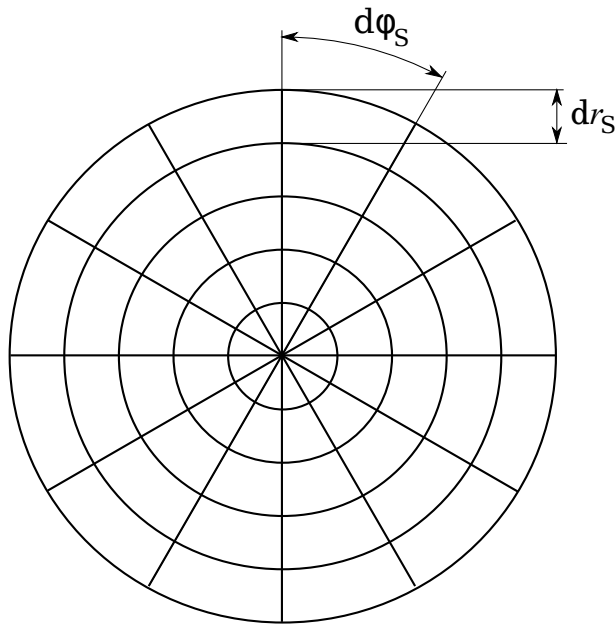
Hvězdný vítr vychází z povrchu hvězdy, proto sčítáme jen přes takové elementy indukčních trubic, které se nacházejí vně hvězdy. Dále je zřejmé, že látka se bude nacházet jen v potenciálních jámách v okolí potenciálových minim. Proto mezi povrchem hvězdy a nejbližším lokálním maximem efektivního potenciálu Φ_{eff} nebude docházet k akumulaci látky. Z tohoto důvodu nebudeme sčítat ani přes tyto elementy a hustotu v nich položíme rovnu nule.

Tímto je určené rozložení látky v okolí hvězdy až na konstantu α , kterou zvolíme tak, aby výsledná teoretická světelná křivka co nejlépe odpovídala křivce experimentálně získané.

4.7 Sestavení světelné křivky

Celý systém včetně magnetosféry a okolohvězdné látky v ní zachycené rotuje s periodou P . Světlo, vyzařované hvězdou a dopadající do detektoru, který se v inerciální vztažné soustavě spojené s okolními hvězdami nepohybuje, bude během této periody postupně procházet různými částmi magnetosféry. Protože hustota okolohvězdné látky je v různých místech magnetosféry různá, bude proměnný i světelný tok zaznamenaný detektorem. Budeme-li situaci interpretovat ve vztažné soustavě spojené s rotující hvězdou, bude magnetosféra nehybná a detektor (a tedy i směr zkoumaného světelného paprsku) bude rotovat kolem osy rotace hvězdy s periodou P .

Vzhledem k tomu, že okolohvězdná látka je koncentrována v disku, jehož tloušťka je mnohem menší, než poloměr hvězdy, nebude dostatečné zkoumat jen jeden paprsek jdoucí od hvězdy směrem k pozorovateli a předpokládat, že celý kotouček hvězdy je v daném okamžiku pro pozorovatele zakrytý téměř homogenním prostředím stejné optické hloubky. Bude třeba uvažovat několik rovnoběžných paprsků, vycházejících z různých částí povrchu hvězdy.



Obrázek 4.16: Elementy povrchu kotoučku hvězdy

Uvažujme kotouček hvězdy jako dvourozměrný kruh s poloměrem R rovným poloměru hvězdy a normálou orientovanou ve směru šíření studovaných

paprsků světla. Tento kruh budeme popisovat dvojicí polárních souřadnic r_S a φ_S . Rozdělme nyní kotouček na N_φ stejných výsečí a jeho poloměr na N_r dílů. Ze středu každého elementu $dr_S d\varphi_S$ povedeme jeden paprsek ve směru normály. Každý takový paprsek se bude skládat z malých elementů stejné délky dl . Pro každý takový element s indexem i nacházející se v bodě r_i stanovíme hustotu látky $\rho(r_i)$ metodou trilineární interpolace v souřadnicích $(r_m, \varphi_m$ a $\vartheta_m)$.

Budeme předpokládat, že okolohvězdná látka je pouze absorbující prostředí s koeficientem absorpce $K(\mathbf{r}) = \kappa\rho(\mathbf{r})$, tedy přímo úměrným hustotě látky. Pro každý zkoumaný světelný paprsek určíme optickou hloubku. K tomu použijeme vztah 3.8. Pro účely numerického výpočtu nahradíme integrál sumou:

$$\tau = \sum_i K(\mathbf{r})\Delta l = \kappa \sum_i \rho(\mathbf{r})\Delta l.$$

Protože hustota v každém elementu modelu závisí lineárně na konstantě α , bude na ní stejně tak záviset i hustota spočtená interpolací. Tedy i optická hloubka τ každého studovaného paprsku bude přímo úměrná této konstantě. Můžeme tedy psát

$$\rho(\mathbf{r}) = \alpha\rho_0(\mathbf{r})$$

$$\tau = \kappa\alpha \sum_i \rho_0(\mathbf{r})\Delta l$$

kde ρ_0 je hustota spočítaná pro konstantu α rovnou $1 M_\odot r_K^{-2}$. Označíme-li $C = \alpha\kappa$, a τ_0 optickou hloubku spočítanou pro $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0(\mathbf{r})$ a $\kappa = 1 r_K^2 M_\odot^{-1}$, budou v našem modelu množství a optické vlastnosti okolohvězdné látky reprezentovány jedním volným parametrem.

S pomocí vztahu 3.9 určíme tok záření šířícího se směrem k detektoru

$$F = \sum_{i,j} I_0 S_{ij} e^{-\tau_{ij}},$$

kde S_{ij} je plocha elementu kotoučku hvězdy, ze kterého vedeme paprsek s indexy i a j a integrál přes plochu kotoučku jsme nahradili sumou elementárních plošek S_{ij} .

Změnu hvězdné velikosti pak určíme s pomocí rovnice 3.10:

$$m = -2.5 \log \frac{F}{I_0 S}.$$

kde $S = \sum_{ij} S_{ij}$. Zde předpokládáme, že intenzita záření je po celém kotoučku hvězdy konstantní (zanedbáváme okrajové a gravitační ztemnění). Výpočet hvězdné velikosti provedeme postupně pro různé polohy detektoru během jeho pohybu kolem osy rotace hvězdy. Z těchto dat potom sestavíme světelnou křivku.

Kapitola 5

Průzkum prostoru parametrů

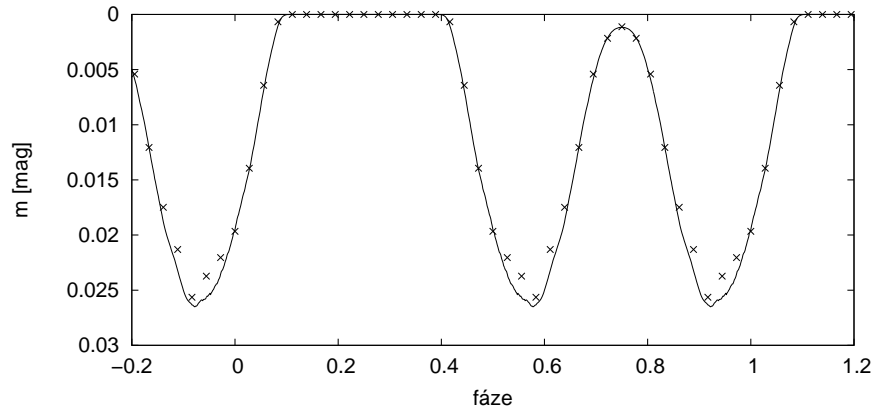
Model RRM, který jsme zkonstruovali v předchozí kapitole, závisí na několika parametrech. Je vhodné zkoumat, jakým způsobem ovlivňuje každý z těchto parametrů tvar světelné křivky. Přehled o závislosti světelné křivky na různých parametrech napomůže nalezení vhodných hodnot takových parametrů pro přizpůsobení modelu RRM konkrétním případům. V následující kapitole budeme vždy měnit jeden parametr modelu, přičemž ostatní budou konstantní. Nebude-li v textu přímo uvedeno jinak, jsou použity hodnoty $r = 0.547 r_K$, $T = 22\,500$ K, $i = 85^\circ$, $\beta = 60^\circ$ a $C = 1$.

5.1 Teplota a střední hmotnost částice

V rovnici 3.7 vystupuje v exponenciále koeficient $\frac{\mu}{kT}$. Podívejme se nyní, jaký vliv má tento parametr na tvar světelné křivky. Předpokládáme, že teplota látky v magnetosféře je konstantní a rovná efektivní povrchové teplotě hvězdy. Konkrétně pro hvězdu σ Ori E je tato teplota $T = 22\,500$ K. [6].

Z matematických vlastností funkce a průběhu potenciálu podél indukčních čar je zřejmé, že výraz $\frac{\mu}{kT}$ bude určovat šířku rozdělení hustoty a tedy i tloušťku okolohvězdného disku. Měla by tedy mít vliv i na šířku minim světelné křivky. Ukazuje se ovšem, že tento vliv je zcela zanedbatelný. Metodou popsanou v předchozí kapitole jsme sestavili světelné křivky pro střední hmotnost částice μ rovnou hmotnosti protonu a pro hodnoty o dva i čtyři řády nižší i vyšší. Mezi světelnými křivkami nebyl patrný žádný viditelný rozdíl. To jen dokazuje, že tloušťka disku tvořeného okolohvězdnou látkou je malá ve srovnání s poloměrem hvězdy. Rozhodující vliv na šířku minim tedy

bude mít poloměr hvězdy, konkrétně poměr jejího poloměru a vnitřního poloměru okolohvězdného disku. Na obrázku 5.1 je vykreslena světelná křivka pro dvě různé hodnoty μ .

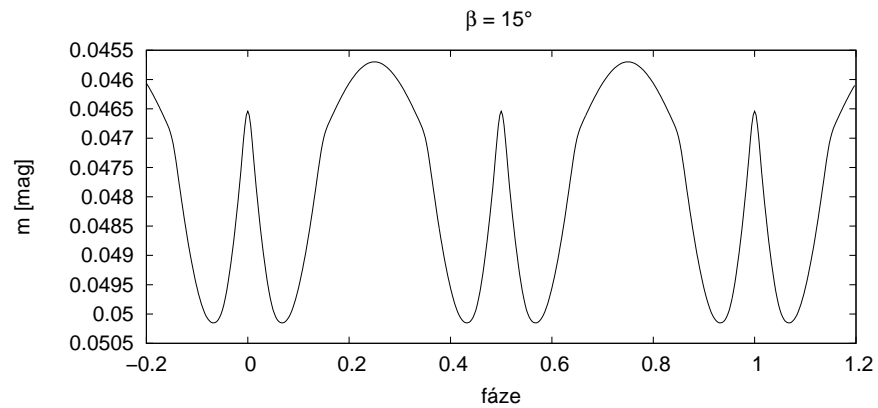


Obrázek 5.1: světelná křivka pro $\beta = 60^\circ$, $i = 80^\circ$, $T = 22\,500$ K. Plnou čarou je znázorněna křivka pro střední hmotnost částice $\mu = 1.672\,62 \cdot 10^{-27}$ kg. Křivka pro střední hmotnost částice $\mu = 1.672\,62 \cdot 10^{-25}$ kg je vyznačena jednotlivými body.

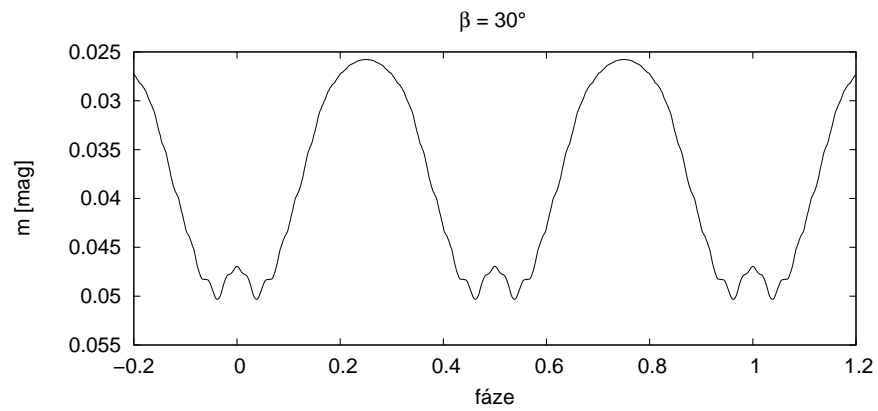
5.2 Úhel β

Důležitým parametrem modelu RRM je úhel β , tedy úhel, který svírá osa magnetického dipólu s osou rotační. Na něm závisí sklon a tvar akumulčních ploch v magnetosféře hvězdy. Sestavme nyní světelnou křivku pro několik různých hodnot úhlu β . Zvolme inklinaci systému $i = 90^\circ$. Magnetické pole budeme otáčet vůči ose rotace kolem osy x_r o úhel β . Pro hodnotu $\beta = 15^\circ$ hvězdná velikost nikdy nedosáhne nulové hodnoty. Okolohvězdný disk svírá s rovinou opisovanou paprsky směřujícími do detektoru tak malý úhel, že ani v bodě, kde jasnost hvězdy dosahuje maxima, neopouští tento disk svazek paprsků jdoucích od hvězdy k pozorovateli (tedy, z pohledu pozorovatele, je kotouček hvězdy i v tomto bodě částečně zakrytý okolohvězdnou látkou). Přesto však hvězdná velikost není konstantní – mění se, jak disk postupně zakrývá různé velké části kotoučku hvězdy. Na světelné křivce se objevují dvě stejná dvojitá minima vzdálená od sebe ve fázi o 0,5. Když zvětšujeme úhel β , plocha opisovaná studovaným paprskem během celé periody protíná

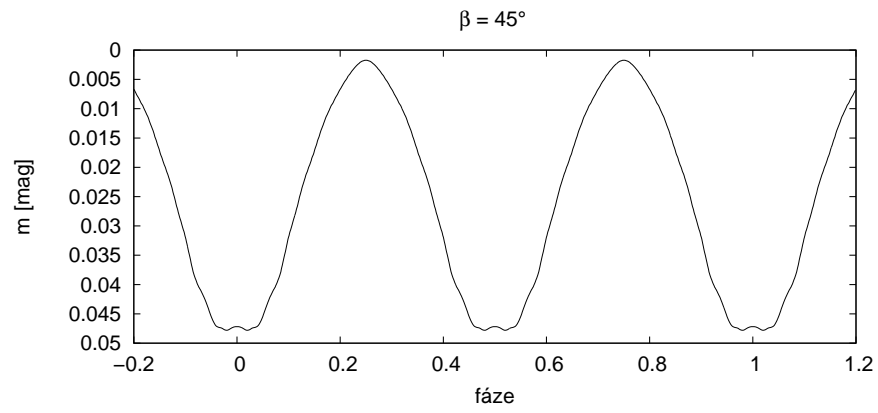
okolohvězdný disk pod stále větším úhlem – minima jsou užší a výraznější, oddělené úseky, kde je hvězdná velikost nulová. Světelné křivky pro různé hodnoty úhlu β jsou na obrázcích 5.2–5.7



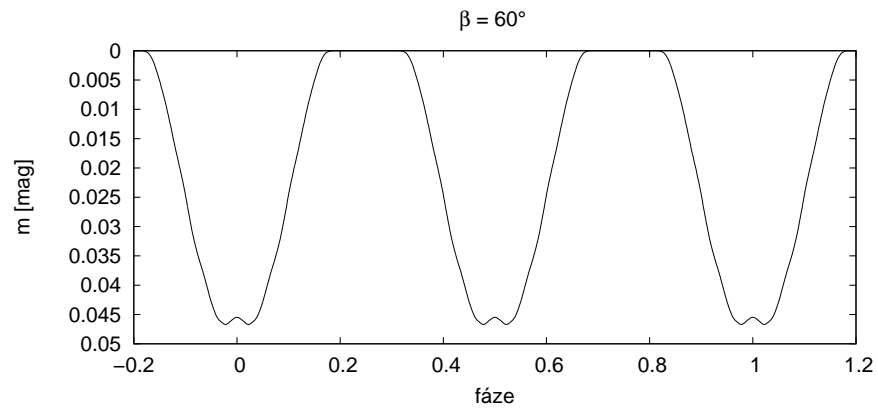
Obrázek 5.2: Světelná křivka pro $\beta = 15^\circ$



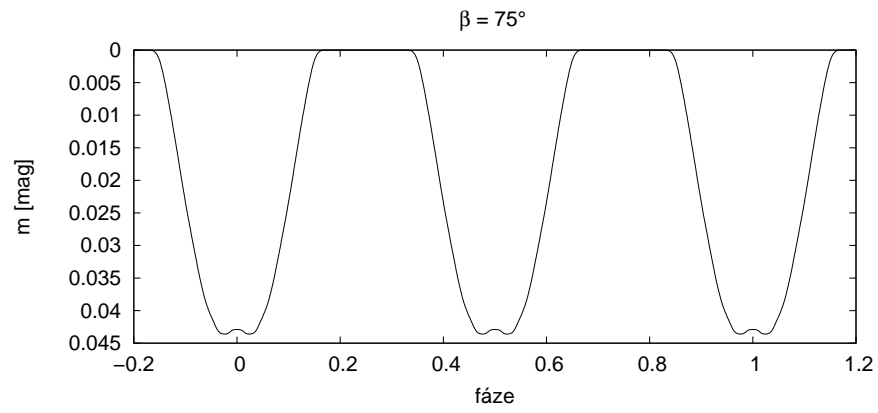
Obrázek 5.3: Světelná křivka pro $\beta = 30^\circ$



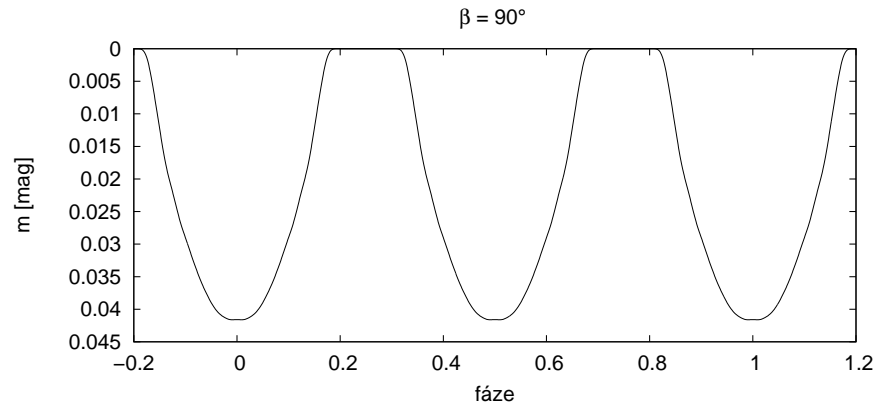
Obrázek 5.4: Světelná křivka pro $\beta = 45^\circ$



Obrázek 5.5: Světelná křivka pro $\beta = 60^\circ$



Obrázek 5.6: Světelná křivka pro $\beta = 75^\circ$



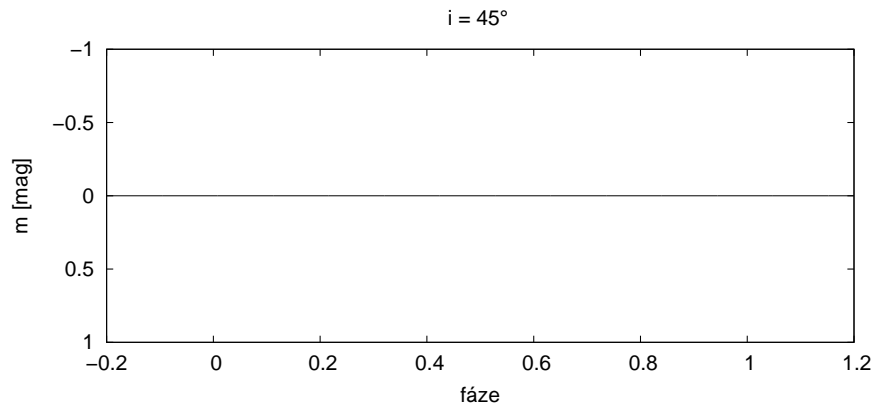
Obrázek 5.7: Světelná křivka pro $\beta = 90^\circ$

5.3 Inklinace systému

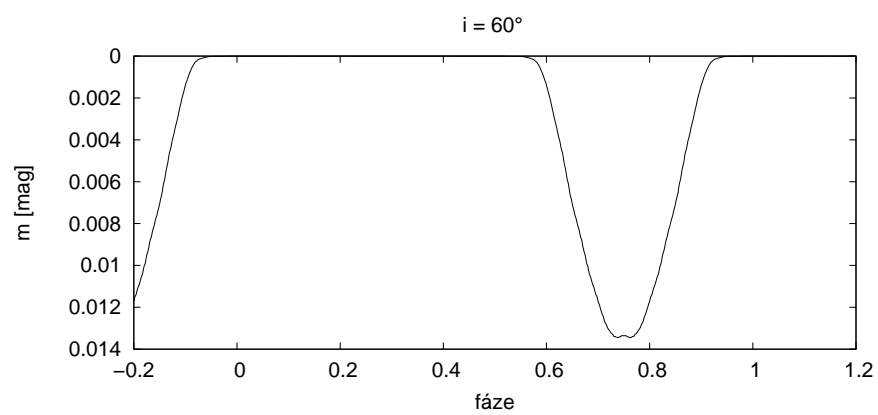
Dalším významným faktorem je inklinace systému. Inklinací rozumíme úhel, který svírá osa rotace s vektorem ve směru k pozorovateli. Tedy inklinace je 90° , když se na systém díváme „z boku“ a 0° , když se na něj díváme „shora“. Inklinace má vliv na tvar světelné křivky, protože na ní závisí směr, ve kterém jsou z hvězdy vedeny paprsky směrem k pozorovateli. Sledujme nyní, jak se bude světelná křivka měnit se změnou inklinace. Zvolme za úhel $\beta = 60^\circ$.

Pro inklinaci 45° (a zjevně také pro všechny menší hodnoty) nedochází k žádným zákrytům. Sklon disku k rovině rotačního rovníku je poměrně malý a studovaný svazek paprsků při dané inklinaci nikde disk neprotíná.

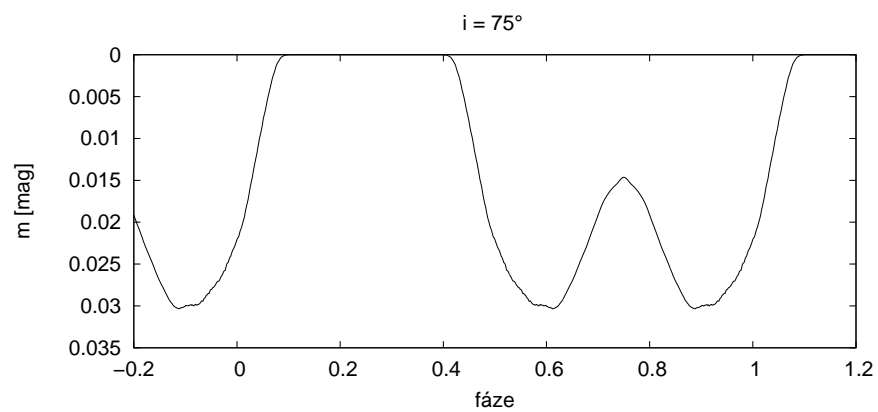
Pro větší hodnoty inklinace se nejdříve objeví jedno minimum, které se se zvyšující se inklinací mění v minimum dvojité a poté se rozděluje na dvě samostatná minima. Hlavním důsledkem změny inklinace jako parametru modelu RRM je tedy změna vzdálenosti minim na světelné křivce. Pro $i = 90^\circ$ je fázová vzdálenost minim 0,5. Pro vyšší hodnoty se minima začínají posouvat, až splynou v jedno. Jak rychle se minima posouvají v závislosti na inklinaci, závisí také na sklonu disku, potažmo na úhlu β . Světelné křivky pro různé inklinace jsou na obrázcích 5.8–5.11.



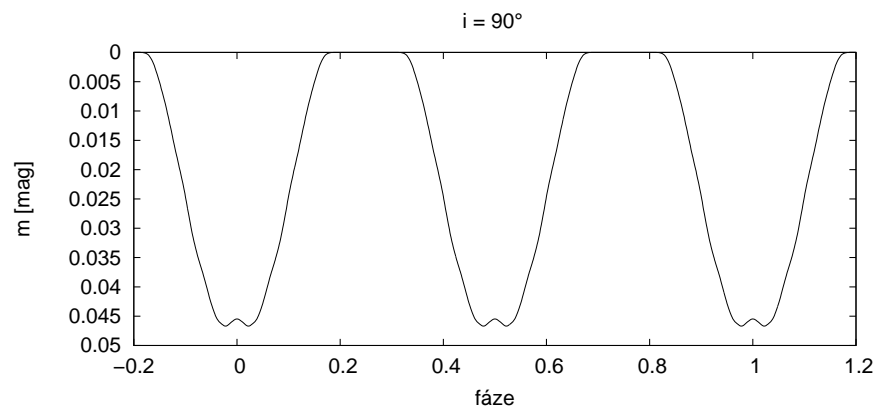
Obrázek 5.8: Světelná křivka pro $i = 45^\circ$



Obrázek 5.9: Světelná křivka pro $i = 60^\circ$



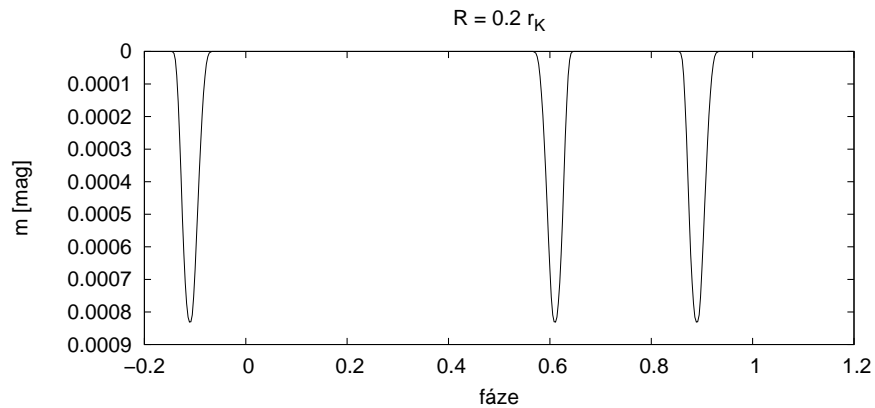
Obrázek 5.10: Světelná křivka pro $i = 75^\circ$



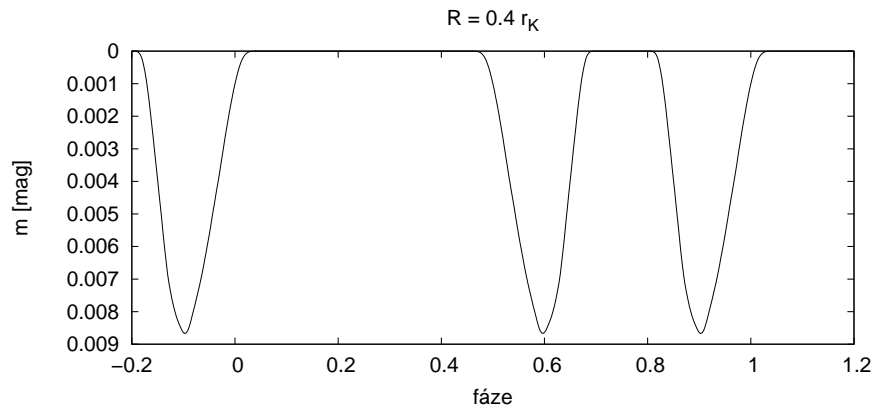
Obrázek 5.11: Světelná křivka pro $i = 90^\circ$

5.4 Poloměr hvězdy

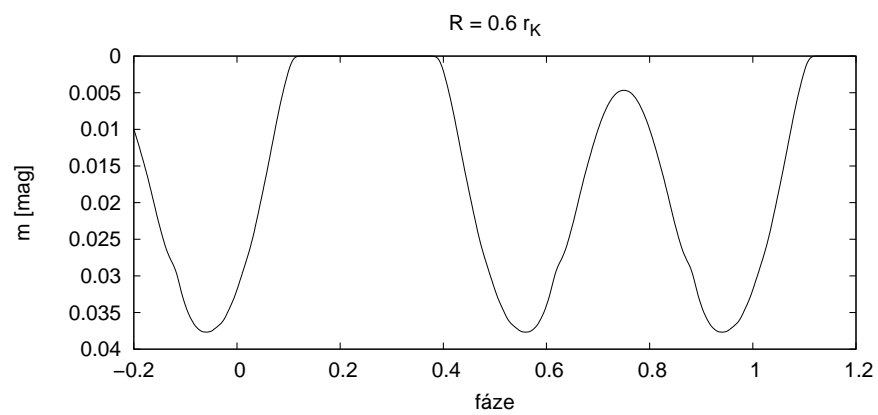
Podstatnou roli v našem modelu hraje také poloměr hvězdy. Čím je hvězda větší, tím delší dobu trvá, než disk okolohvězdné látky přejde přes kotouček hvězdy. Na poloměru hvězdy tedy bude záviset šířka minim světelné křivky. Na obrázcích 5.12–5.15 jsou světelné křivky pro různé hodnoty poloměru hvězdy.



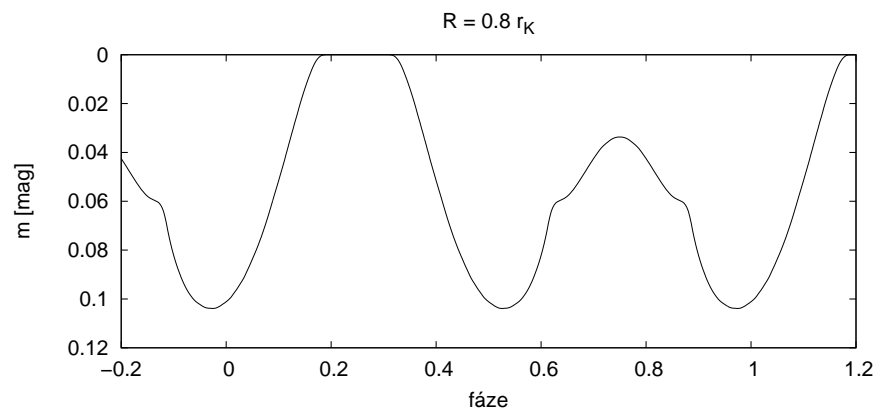
Obrázek 5.12: Světelná křivka pro $R = 0.2 r_K$



Obrázek 5.13: Světelná křivka pro $R = 0.4 r_K$



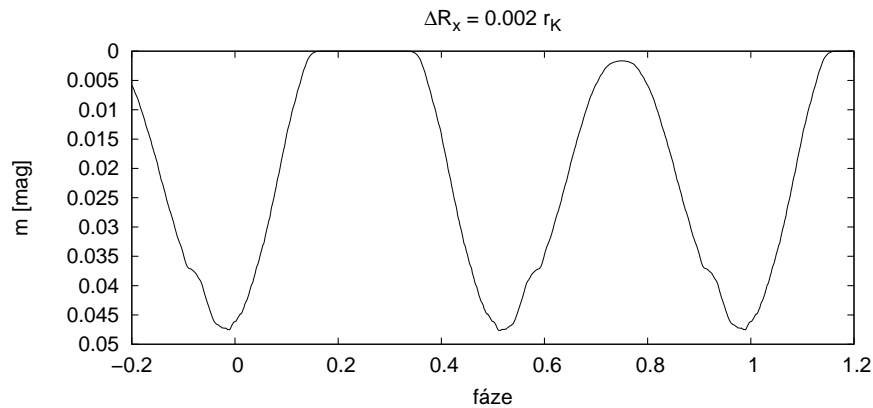
Obrázek 5.14: Světelná křivka pro $R = 0.6 r_K$



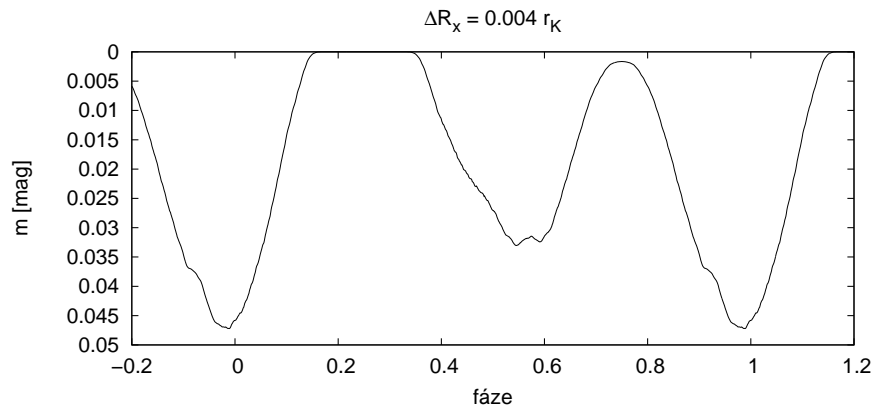
Obrázek 5.15: Světelná křivka pro $R = 0.8 r_K$

5.5 Poloha magnetického dipólu

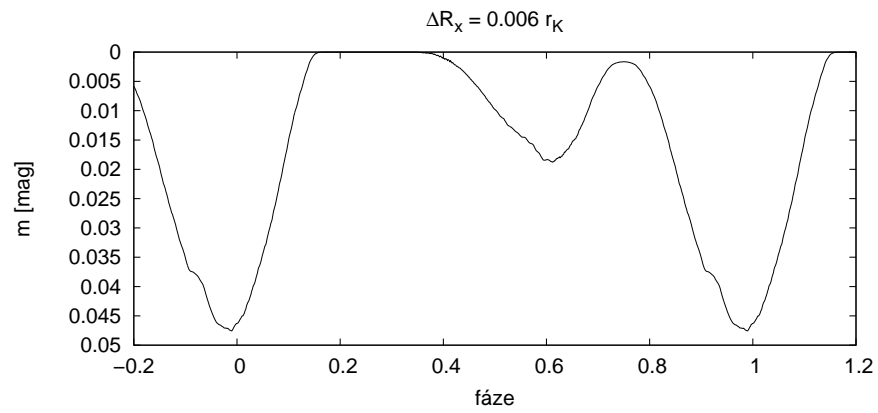
Jak bylo řečeno dříve, magnetický dipól se nemusí nacházet ve středu hvězdy. Zkusme nyní, jak se změní tvar světelné křivky při posunutí dipólu. Ukazuje se, že vliv posunutí ve směru os y_r a z_r má zanedbatelný vliv na tvar světelné křivky. Posunutí ve směru osy x_r narušuje symetrii rozložení hmoty v magnetosféře a tím i nesymetrii světelné křivky, jejíž minima již nejsou stejně hluboká. Světelné křivky pro různé polohy dipólu jsou na obrázcích 5.16–5.19



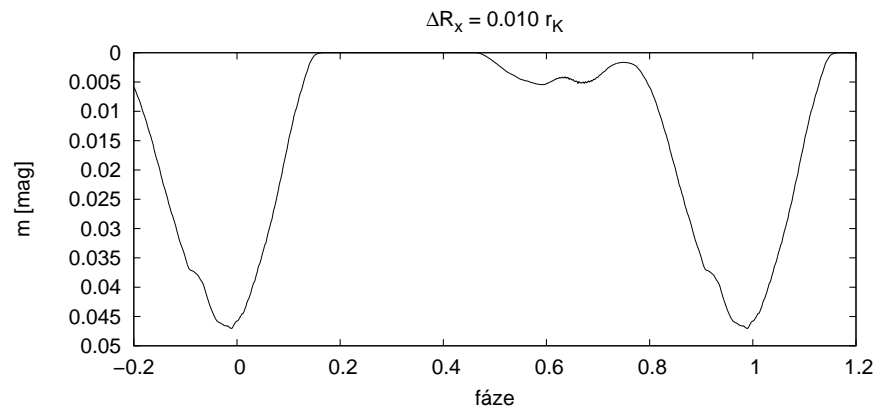
Obrázek 5.16: Světelná křivka pro $\Delta R_x = 0.002 r_K$



Obrázek 5.17: Světelná křivka pro $\Delta R_x = 0.004 r_K$



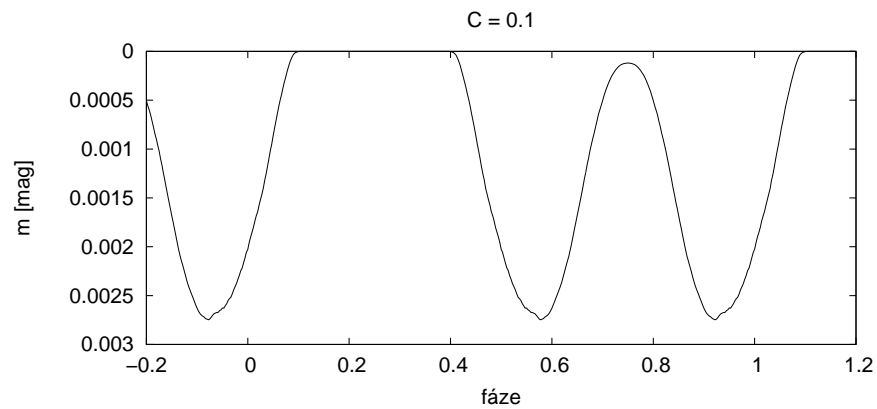
Obrázek 5.18: Světelná křivka pro $\Delta R_x = 0.006 r_K$



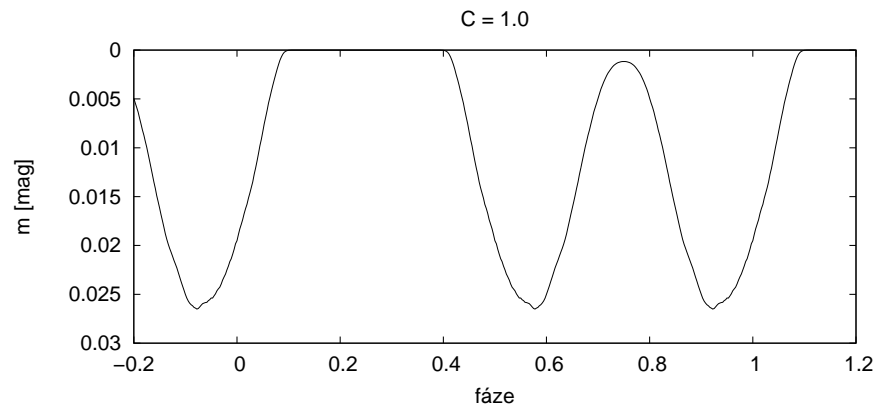
Obrázek 5.19: Světelná křivka pro $\Delta R_x = 0.010 r_K$

5.6 Vliv volného parametru C

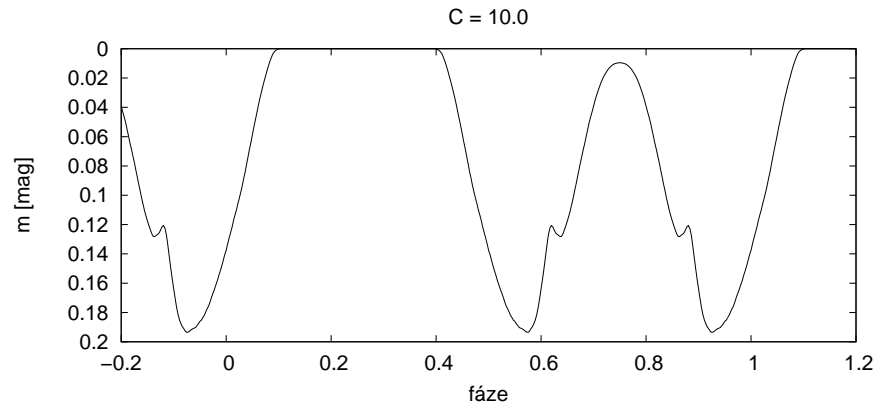
Posledním důležitým parametrem našeho modelu je volný parametr C . Tomuto parametru je úměrná výsledná optická hloubka každého studovaného paprsku. Dá se tedy očekávat, že větší hodnota parametru C bude mít na následek hlubší minima světelné křivky. Hvězdná velikost ale není aditivní veličina a její závislost na parametru C není lineární. Světelné křivky pro několik různých hodnot parametru C jsou na obrázcích 5.20–5.21. Zejména pro vysoké hodnoty hvězdné velikosti (tedy v okolí minim světelné křivky) je patrný rozdíl ve tvaru křivek. Světelné křivky pro různé hodnoty parametru C jsou na obrázcích 5.20–5.22



Obrázek 5.20: Světelná křivka pro $C = 0,1$



Obrázek 5.21: Světelná křivka pro $C = 1,0$



Obrázek 5.22: Světelná křivka pro $C = 10,0$

Kapitola 6

Model RRM a hvězda σ Ori E

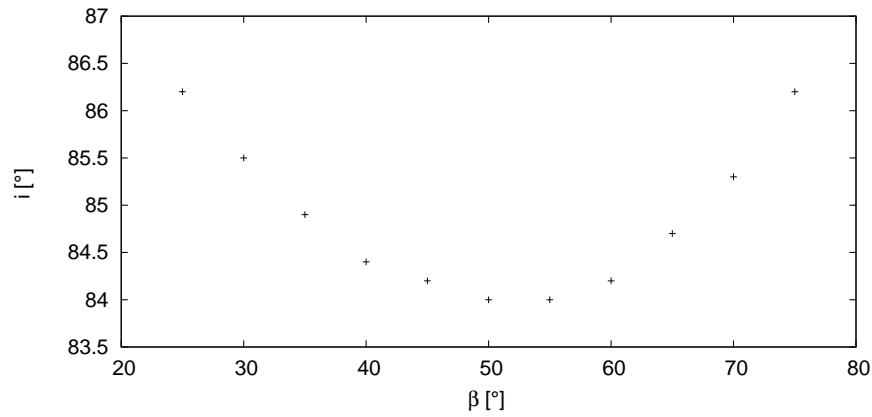
V předchozích kapitolách jsme zkonstruovali model RRM a seznámili se s jeho základními rysy a parametry. Můžeme tedy přikročit ke konkrétní aplikaci tohoto modelu. Touto konkrétní aplikací pro nás bude hvězda σ Ori E. Zkusme najít vhodné hodnoty potřebných parametrů a sestavit světelnou křivku pro tuto hvězdu.

6.1 Vzdálenost minim

Podívejme se nejdříve na vzdálenost minim na světelné křivce. Z pozorování hvězdy je tato vzdálenost ve fázi asi 0,42. [10] Autoři článku používají jako pravděpodobné parametry $\beta = 55^\circ$ a $i = 75^\circ$, sami však uvádějí, že obě hodnoty budou pravděpodobně vyšší. Zkusme najít alespoň přibližně pro každou hodnotu úhlu β hodnotu inklinace i takovou, aby vzdálenost minim byla právě 0,42. Výsledná závislost je v grafu na obr. 6.1. Z této závislosti nevyplývá jasně hodnota úhlu β , ale inklinace systému by měla být minimálně 84° . Na obrázku 6.2 je světelná křivka pro $\beta = 55^\circ$ a $i = 84^\circ$. Jako fyzické parametry hvězdy byly použity hodnoty $M = 8,9M_\odot$, $R = 5,3R_\odot$ a $T = 22\,500$ K podle článku [6].

6.2 Srovnání se světelnými křivkami z jiných zdrojů

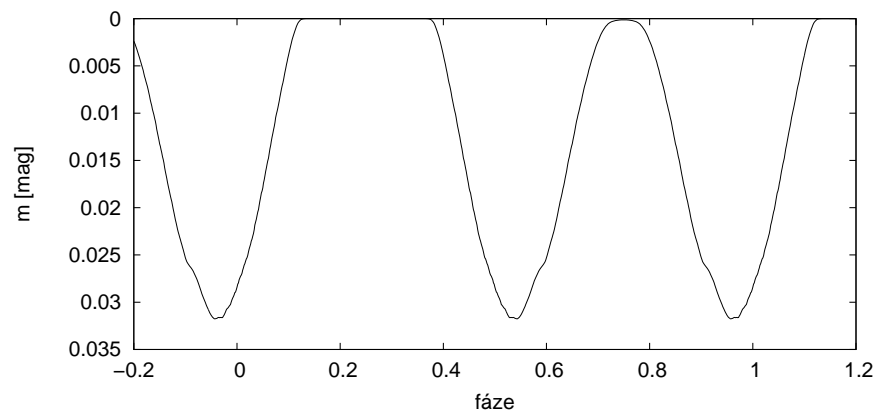
Je vhodné porovnat naše výsledky se světelnými křivkami získanými jiným způsobem. Na obrázku 6.3 jsou experimentálně získané světelné křivky



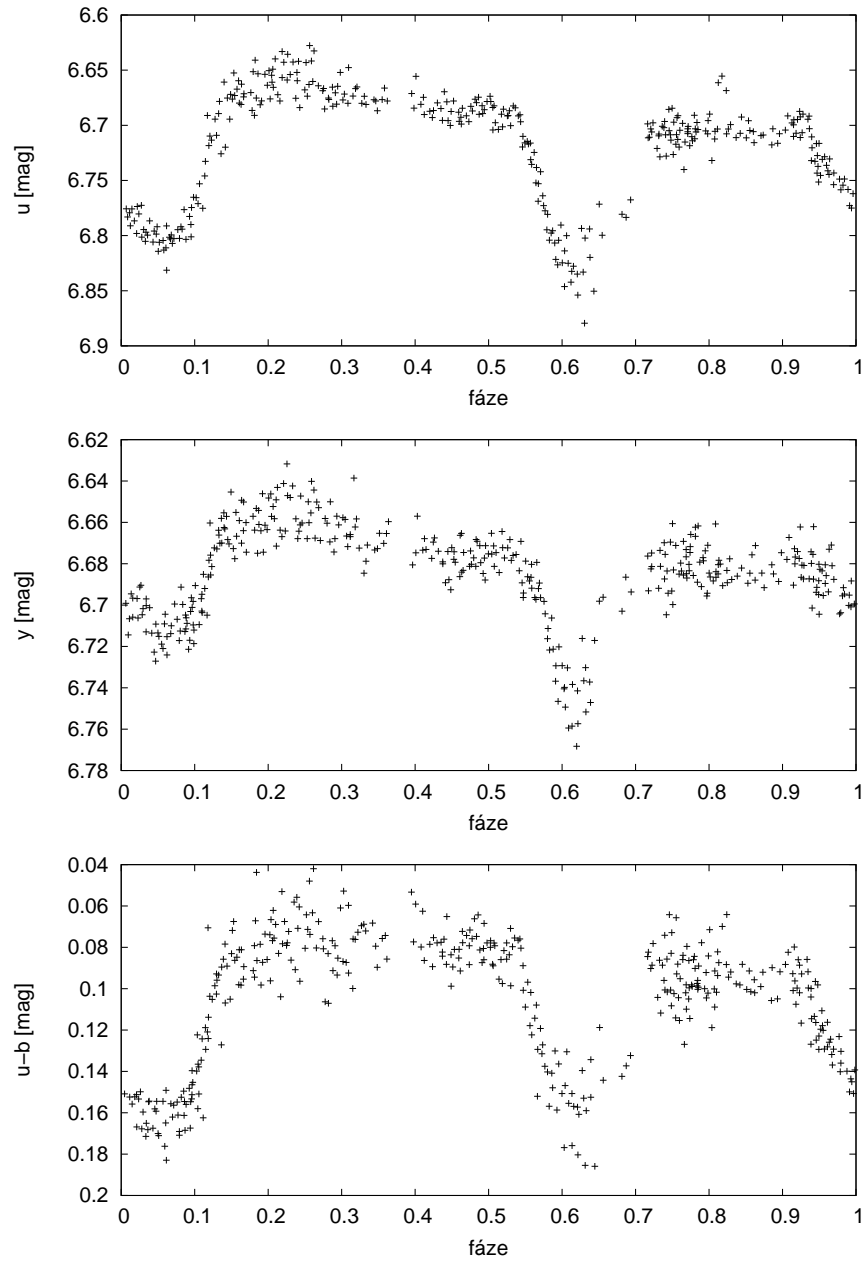
Obrázek 6.1: Hodnoty β a i pro vzdálenost minim 0,42

v oborech u , y a $u - b$ z článku [2]. Je vidět, že světelná křivka se dvěma minimy se v základních rysech podobá křivce předpovězené naším modelem. Minima jsou však v tomto případě širší než na křivce předpovězené naším modelem. To by mohlo ukazovat na nesprávnou hodnotu poloměru hvězdy R , úhlu β , nebo inklinace i . Dále je na experimentálních datech vidět, že v oblasti křivky mezi sekundárním a primárním minimem není hvězdná velikost konstantní, hvězda je zde mírně jasnější než v oblasti mezi primárním a sekundárním minimem. Pravděpodobně se zde projevuje ještě další zdroj proměnnosti, např. nehomogenní chemické složení povrchových vrstev hvězdy. Tento jev model RRM není schopen vysvětlit.

Dále můžeme naše výsledky porovnat s výsledky ze článku [14], kde jsou teoreticky předpovězeny křivky podle modelu RRM pro různé hodnoty inklinace i a úhlu β . I tyto křivky jsou kvalitativně podobné našim výsledkům, avšak některé parametry (např. šířka minim nebo jejich vzdálenost) se mírně liší. Důvodem odlišností může být například použití jiných parametrů modelu.



Obrázek 6.2: Světelná křivka pro $\beta = 55^\circ$ a $i = 84^\circ$



Obrázek 6.3: Naměřené světelné křivky z článku [2]

Závěr

V této práci jsme se zabývali modelováním proměnnosti hvězdy σ Ori E s pomocí modelu RRM. Vytvořili jsme model magnetosféry hvězdy a zkoumali průběh efektivního v v jejím okolí. Na indukčních čarách magnetického pole jsme našli potenciálová minima a ze známého potenciálu jsme byli schopni určit hustotu okolohvězdné látky jako funkci souřadnic. Určili jsme množství záření, které prochází okolohvězdnou látkou v různých směrech od hvězdy a předpověděli jsme tvar světelné křivky pro různé hodnoty parametrů modelu. Zdrojem opacity zde může být např. rozptyl na volných elektronech nebo nějaké volně-vázané procesy. Výsledky práce jsme porovnali s jinými zdroji, s teoretickými i experimentálními daty. Model RRM se projevil jako kvalitní model schopný v základních rysech vysvětlit, popsat a předpovědět proměnnost hvězdy σ Ori E.

Nicméně se ukazuje, že jev, který zde studujeme, tedy akumulace látky v magnetosféře hvězdy, pravděpodobně není jedinou příčinou proměnnosti hvězdy. Některé aspekty tvaru světelné křivky není model RRM schopen uspokojivě vysvětlit. Dochází také k mírným kvantitativním neshodám s experimentálními daty, které ovšem mohou být způsobeny chybně určenými hodnotami základních fyzikálních a geometrických parametrů modelu.

I přes tyto drobné nedostatky je model RRM velmi nadějným, úspěšným a užitečným modelem pro studium některých typů chemicky pekuliárních hvězd. Dalším studiem problematiky mohou být získány cenné informace. Podrobnější průzkum prostoru parametrů, zobecnění základních předpokladů a aplikace modelu na co možná největší počet podobných hvězd mohou přinést hodnotné výsledky a dále napomoci hlubšímu pochopení vlastností chemicky pekuliárních hvězd.

Literatura

- [1] Bolton, C. T.: ApJ **192** (1974), L7–L9
- [2] Hesser, J. E. et al.: Nature, **262** (1976), 116–118.
- [3] Hunger, K.: A&A **32** (1974), 449–451
- [4] Groote D., Hunger K.: A&A **56** (1977), 129–133
- [5] Groote D., Hunger K.: A&A **116** (1982), 64–74
- [6] Krtička D., Kubát J., Groote, D.: A&A, **460** (2006), 145–153.
- [7] Landstreet, J. D., Borra, E. F.: ApJ **224** (1978), L5–L8
- [8] Mikulášek Z., Krtička J.: *Fyzika horkých hvězd*, Brno (2008)
- [9] Nakajima R.: Ap&SS **116** (1985), 285–297
- [10] Oksala M., Townsend R. H. D.: ASPC, **361** (2007), 476.
- [11] Prvák M.: *Stanovení ultrafialové světelné křivky hvězdy σ ori E*, Bachelářská práce, Brno (2009)
- [12] Shreiner, D. et al.: *OpenGL[®] Programming Guide: The Official Guide to Learning OpenGL[®], Version 2.1 (6th Edition)*, Addison-Wesley, 2007.
- [13] Townsend, R. H. D., Owocki, S. P.: MNRAS, **357** (2005), 251–264.
- [14] Townsend, R. H. D.: MNRAS, **389** (2008), 559–566.
- [15] Vetř B. et al.: AN **2** (1991), 133–145
- [16] Walborn, N. R.: IAU Circ. **2612** (1973)