

MASARYKOVA UNIVERZITA

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MODELOVÁNÍ OBÁLEK BE HVĚZD

KLÁRA ŠEJNOVÁ

BRNO 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně, za použití uvedené literatury a podle pokynů vedoucího práce.

V Brně dne:

Podpis:

Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat hlavně mému vedoucímu Pavlovi Koubskému, Viktorovi Votrubovi a mamince za velikou pomoc a podporu. Také bych chtěla poděkovat Jano Budajovi a Mercedes Richards za poskytnutí jejich napozorovaných spekter.

„Hvězdy jsou krásné, protože je na nich květina, kterou není vidět...“

Antoine de Saint-Exupéry
Malý princ, 1943

Anotace

Be hvězdy jsou rychlerotující B hvězdy, u kterých se objevují emisní čáry vodíku. Emisní čáry vznikají patrně v disku, který leží v rovině rovníku hvězdy. Původ disku nebyl dosud jednoznačně vysvětlen. Tato práce navazuje na úspěšně obhájenou bakalářskou práci, ve které jsem se seznámila s programem `Shellspec`. V diplomové práci se pokouším program vylepšit s automatickým zadáváním řídicích parametrů. A následně ho používám pro namodelování Be hvězdy, 60 Cygni, u které dochází ke změnám ve spektru na nejrůznějších časových škálách.

Annotation

Be stars are rapidly rotating B stars whose spectra have, or have had at some time, one or more emission lines in the Balmer series. Emission lines originate in a disk which lies in the star's equatorial plane. There is still no explanation of its origin. This work ties together to successfully defended bachelor thesis where I have got to know the program `Shellspec`. In my diploma thesis I have upgraded this program with the automatically setting of the control parameters and afterwards I have used it for a modelling of the Be star spectra, 60 Cygni, that shows different changes of the spectra on different time scales.

OBSAH

1	Úvod	8
2	Spektrum a jeho analýza	9
2.1	Spektrum	9
2.1.1	Typy spekter	9
2.1.2	Spektrum vodíku	10
2.1.3	Profil spektrálních čar	11
2.1.4	Rozšíření čar	12
2.2	Spektrální klasifikace hvězd	13
2.2.1	Luminozitní třídy	15
3	Přenos záření	16
3.1	Specifická a střední intenzita	16
3.2	Tok záření	17
3.3	Hustota zářivé energie	18
3.4	Tlak záření a momenty intenzity	18
4	Rovnice přenosu záření	20
4.1	Opacita	20
4.1.1	Zdroje opacity	21
4.2	Emisní koeficient	22
4.3	Zdrojová funkce a rovnice přenosu záření	22
4.4	Optická délka a tloušťka	23
5	Einsteinovy a objemové koeficienty	26
5.1	Einsteinovy koeficienty	26
5.1.1	Spontánní deexcitace	26
5.1.2	Zářivá excitace	27
5.1.3	Indukovaná deexcitace	28
5.1.4	Srážková excitace a deexcitace	28
5.1.5	Einsteinovy relace	29
5.2	Objemové koeficienty	29
5.2.1	Extinkce	29
5.2.2	Emise	30
5.2.3	Zdrojová funkce	30

6	LTE - Lokální termodynamická rovnováha	31
6.1	Maxwellovo rozložení	31
6.2	Boltzmannovo rozdělení	32
6.3	Sahova distribuce	32
6.4	Sahova-Boltzmannova distribuce	33
6.5	Záření v LTE	33
6.5.1	Planckova funkce	33
6.5.2	Stefan-Boltzmannův zákon, Zákon čtvrté mocniny	34
6.5.3	Indukovaná emise	34
6.5.4	Extinkce čáry	34
7	Be hvězdy	35
7.1	Centrální hvězda	35
7.2	Rotace hvězd	36
7.3	Proměnnost Be hvězd	38
7.3.1	Krátkodobá proměnnost	38
7.3.2	Střednědobá proměnnost	39
7.3.3	Dlouhodobá proměnnost	39
7.4	Vlastnosti disku	39
7.4.1	Geometrie	40
7.4.2	Kinematika	40
7.5	Příčiny vzniku Be fenoménu	40
7.5.1	Disk stlačovaný hvězdným větrem	41
7.5.2	Disk stlačovaný magnetickým polem	41
7.5.3	Viskózní disk	41
7.5.4	Be hvězdy v podvojném systému	42
7.5.5	Pulzační hypotéza	42
7.5.6	Rotace	42
8	Rocheova geometrie	43
8.1	Rocheův model, Rocheova mez, Rocheovy laloky	43
9	Modelování spekter Be hvězd	47
9.1	Automatizace programu Shellspec	47
9.1.1	Zadávání řídicích parametrů - gridová metoda	49
9.1.2	Porovnání pozorovaného a spočítaného spektra	49
9.2	Porovnání hodnot TT Hya	50
9.2.1	Výsledné hodnoty pro TT Hya	50
9.3	Be hvězda 60 Cygni	54
9.3.1	Výsledné hodnoty pro Be hvězdu 60 Cygni	56
10	Závěr	63
	Literatura	64

KAPITOLA 1

ÚVOD

Be hvězdy jsou rychlerotující B hvězdy, u kterých se objevuje nebo v minulosti objevila emisní čára vodíku. Jsou to hvězdy, které se nacházejí na nebo v blízkosti hlavní posloupnosti Hertzsprungova-Russellova diagramu. V oblasti roviny rovníku Be hvězd se nachází disk, jehož vznik není dosud spolehlivě vysvětlen. Existuje několik různých hypotéz, které se tento Be fenomén snaží popsat, ale žádná z nich neplatí obecně.

Tato práce navazuje na úspěšně obhájenou bakalářskou práci [1], kde jsem se seznámila s programem `Shellspec`, který je schopen interpretovat přenos záření, jak v atmosféře hvězd, dvojhvězd nebo i hvězdy obklopené rozsáhlou obálkou.

V diplomové práci je popsán postup pro vylepšení programu `Shellspec` pomocí automatického zadávání parametrů, pro začátek pouze vnitřního a vnějšího poloměru disku a následné použití pro modelování spektra Be hvězdy 60 Cygni, u které dochází ke změnám ve spektru na nejrůznějších časových škálách. Rozšířit tak, již známé charakteristiky této hvězdy, kterou studoval Doubek ve své diplomové práci [2].

KAPITOLA 2

SPEKTRUM A JEHO ANALÝZA

Rozborem spektra vesmírných objektů lze získat mnoho informací, a proto spektrální analýza je v současnosti nejdůležitější metodou v astrofyzice. Podle přítomnosti spektrálních čar a jejich intenzity, můžeme zjistit chemické složení zdroje záření. Soustava spektrálních čar je pro každý druh atomů, každý prvek charakteristická. Na základě znalosti spektra lze každý prvek přesně identifikovat a provádět chemickou spektrální analýzu. Z celkového průběhu intenzity ve spektru lze určit radiální rychlost, povrchovou teplotu hvězdy, která souvisí s barvou a její spektrální třídou.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [1], [2], [16], [19], [21].

2.1 Spektrum

Elektromagnetické spektrum zahrnuje elektromagnetické záření všech možných vlnových délek. Elektromagnetické spektrum tělesa je charakteristickým rozdělením elektromagnetického záření, které je absorbované nebo emitované tím samým tělesem.

Elektromagnetické záření je příčným vlněním, kde proměnné vektory elektrické intenzity a magnetické indukce jsou navzájem kolmé a současně kolmé i ke směru šíření.

2.1.1 Typy spekter

Čárové spektrum Spektrum, které je tvořeno jednotlivými čarami. Vznikají v důsledku přechodů, které jsou spojeny s pohlcováním (absorpční spektrum) a vyzařováním (emisní spektrum) fotonu o energii odpovídající rozdílu příslušných hladin. Zdrojem čárového spektra jsou plyny nebo zahřáté páry kovů, v nichž probíhá elektrický výboj (sodíková výbojka, neonka, ...)

Emisní spektrum Spektrum tvořené emisními čarami. Vzniká přechodem elektronů z vyšší energetické hladiny na nižší, kdy dochází k emisi fotonu. Energie fotonu odpovídá elektronovým hladinám pro daný plyn. Pozorujeme pak emise určitých čar, odpovídajících nejrozličnějším přechodům mezi stavy. Pro malou

teplotu existuje pouze první excitovaný stav a vidíme jen jednu silnou emisní čáru. Při zvyšující se teplotě se postupně objevují další čáry.

Například Be hvězdy, jsou hvězdy, u kterých můžeme emisní čáry pozorovat.

Absorpční spektrum Spektrum, ve kterém pozorujeme absorpční čáry. Absorpční čáry vznikají, když světlo prochází chladnější částí atmosféry. Molekuly, atomy, ionty, které jsou v atmosféře, mohou pohltit pouze takové procházející fotony, jejichž energie odpovídá hladinám energie atomů, molekul. Světlo je o tyto fotony ochuzeno. Ve spektru fotony „vidíme“ jako tmavé čáry na vlnových délkách, odpovídajících vlnovým délkám fotonů.

Spojité spektrum Pokud spektrum v sobě obsahuje všechny vlnové délky a intenzita záření se v něm pomalu mění, říkáme, že jejich spektrum je spojité. Je všeobecně známo, že rozžhavená pevná, kapalná tělesa nebo žhavý hustý plyn září, a to tím víc, čím více jsou zahřátá. Vysílají přitom spojité záření, jehož spektrální složení se s teplotou zvolna mění. Rozložení energie ve spektru pak nese informaci o teplotě vyzařujícího tělesa. Jistou idealizací jejich záření je záření tzv. absolutně černého tělesa.

Planckův zákon pro záření absolutně černého tělesa:

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (2.1)$$

nebo v závislosti na frekvenci

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (2.2)$$

kde c je rychlost světla, λ je vlnová délka, h Planckova konstanta, k je Boltzmannova konstanta, ν je frekvence, I intenzita a T je teplota.

2.1.2 Spektrum vodíku

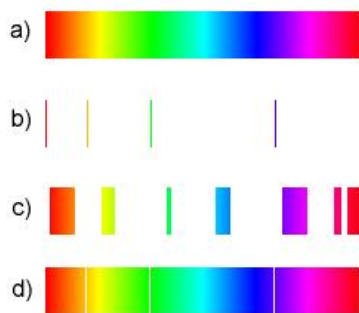
Jako jedno z prvních bylo zkoumáno spektrum nejjednoduššího prvku - vodíku. Švýcarský matematik a fyzik Johann Balmer si v roce 1885 všiml, že pro frekvence spektrálních čar vodíku platí jednoduchá zákonitost:

$$f = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.3)$$

kde $n = 2, 3, 4, \dots$ a $R = 3,290 \cdot 10^{15}$ Hz je Rydbergova frekvence. Frekvence (resp. vlnové délky) elektromagnetického záření vypočtené na základě uvedeného vztahu velmi dobře odpovídají hodnotám naměřeným při experimentech.

Začátkem 20. století byly zjištěny další čáry vodíkového spektra a to v ultrafialové a infračervené oblasti spektra elektromagnetického záření. Také tyto čáry se řadily do sérií a jejich frekvence bylo možné vyjádřit obecnějším vztahem

$$f = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.4)$$



Obrázek 2.1: a) spojité spektrum, b) čárové emisní spektrum, c) pásové spektrum, d) čárové absorpční spektrum, obrázek jsem převzala z [25]

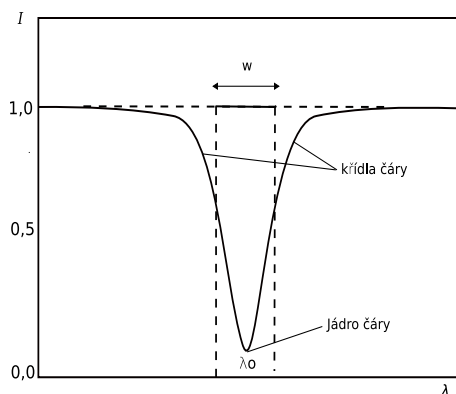
kde $n > m$, $m = 1, 2, 3, \dots$. Jednotlivé série byly nazvány podle svých objevitelů: Lymanova $m = 1$, Balmerova $m = 2$, Paschenova $m = 3$, Brackettova $m = 4$ a Pfundova $m = 5$.

Lymanova série			Balmerova série		
n	λ [nm]	označení	n	λ [nm]	označení
2	121,57	$L\alpha$	3	656,3	$H\alpha$
3	102,58	$L\beta$	4	486,2	$H\beta$
4	97,25	$L\gamma$	5	434,1	$H\gamma$
∞	91,2	hrana série	∞	364,4	hrana série
Paschenova série					
n	λ [nm]	označení			
4	1 875,1	$P\alpha$			
5	1 281,8	$P\beta$			
6	1 093,8	$P\gamma$			
∞	820,4	hrana série			

2.1.3 Profil spektrálních čar

Detailní tvar spektrální čáry se nazývá profil čáry. U profilů spektrálních čar rozeznáváme jejich vnitřní část - jádro a křídla čáry, které navazují na jádro a jsou vytvářeny útlumem nebo Starkovým jevem viz strana 13.

Profil čáry (obr. 2.2) se vztahuje ke kontinuu, což je úroveň spojitého spektra s relativní intenzitou 1. Plocha reálné spektrální čáry, vyjádřená v jednotkách vlnové délky, se nazývá ekvivalentní šířka čáry w . Udává množství záření, které ze spojitého spektra odstraní absorpční čára. Čára se změní na pruh o stejné ploše. U slabých čar pozorujeme pouze jádro.



Obrázek 2.2: profil spektrální čáry

2.1.4 Rozšíření čar

Profil čar je rozšířen zejména čtyřmi základními procesy. Přírozené rozšíření a rozšíření tlakem mají vliv hlavně na křídla profilů čar. Teplotní a turbulentní rozšíření ovlivňují jádra profilů čar.

Přírozené rozšíření čar

Přírozené rozšíření čar vyplývá z neurčitosti energie stavů spojené s přechodem. Toto rozšíření je jen velmi málo významné ve spektrech atomů.

Dopplerův jev

Dopplerův jev popisuje změnu vlnové délky záření, způsobenou nenulovou vzájemnou rychlostí pozorovatele a zdroje záření. V případě, když se zdroj pohybuje od nás, je vlnová délka posunuta k červenému konci, pokud se naopak zdroj přibližuje, pozorujeme vlnovou délku posunutou k modrému konci, jeví se nám kratší. Rovnice posuvu pro pozorovanou vlnovou délku je jednoduše daná:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}, \quad (2.5)$$

kde λ je neposunutá vlnová délka, v je radiální rychlost a c je rychlost světla. Tato rovnice platí, ale jen tehdy, když platí $v \ll c$. V jiném případě musíme použít vzorec pro relativistický Dopplerův jev

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad (2.6)$$

Dopplerův jev se pozoruje ve všech oblastech elektromagnetického záření. Pochopení tohoto jevu znamenalo velký průlom v pozorování vesmíru. Díky němu můžeme určit radiální rychlosti vesmírných objektů, oběžné rychlosti a hmotnosti dvojhvězd nebo jej využít při hledání exoplanet.

Dopplerovo rozšíření tepelným pohybem

Rozšíření čar, které je způsobeno tepelným pohybem atomu plynu se nazývá rozšíření teplotou nebo někdy Dopplerovo rozšíření. Atomy, které se pohybují od nás, vysílají čáry posunuté do červena. Přibližující se atomy, vysílají čáry posunuté k modrému konci spektra.

Podobný efekt v rozšíření čar jako má Dopplerovo rozšíření může být například způsobeno turbulencí.

Rozšíření srážkami

Jedna z věcí, které určitě ovlivňuje rozšíření čar, je počet atomů, které jsou schopny buď absorbovat nebo emitovat záření o určité vlnové délce. Pokud plyn bude řídký, srážky mezi jednotlivými atomy budou méně časté. S narůstající hustotou plynu bude narůstat i četnost srážek mezi atomy.

Atomy jsou elektricky nabitě a pokud se setkají dva atomy, jejich elektrická pole naruší energetické hladiny atomů, to dá za výsledek přechod mezi dvěma hladinami o vlnových délkách, které jsou posunuté od těch, které by byly normálně předpokládány.

Největší efekt má toto rozšíření v křídlech čar. Rozšíření srážkami je nejvíce zastoupené u hvězd, které mají atmosféru s velkou hustotou, například u bílých trpaslíků.

Starkův jev

Jako Starkův jev (Starkův efekt) se ve fyzice označuje štěpení spektrálních čar v důsledku změny vlnové délky emitovaného fotonu, která je způsobena působením silného elektrického pole na zdroj záření, tedy atom. Je-li velikost Starkova jevu úměrná intenzitě elektrického pole, mluvíme o tzv. lineárním Starkově jevu, pokud je úměrný druhé mocnině, pak se jedná o kvadratický Starkův jev.

Starkův jev je analogií Zeemanova jevu.

Zeemanův jev

Rozštěpení spektrálních čar, ke kterému dochází při působení vnějšího magnetického pole na atomy, se nazývá Zeemanův jev. U atomů s více elektrony se může ale projevit tzv. anomální Zeemanův jev, při kterém dochází k tomu, že daná spektrální čára se nedělí na očekávaný počet čar, ale na větší počet čar (duplet, triplet). Ale v některých případech se jednotlivé části rozštěpené spektrální čáry nachází tak blízko u sebe, že je nelze vzájemně odlišit. V takovém případě se původní spektrální čára jeví pouze jako rozšířená.

2.2 Spektrální klasifikace hvězd

V astronomii je spektrální klasifikace hvězd klasifikace, založená na vlastnostech jejich spektra.

Většina hvězd je v současnosti klasifikována pomocí velkých písmen O, B, A, F, G, K, a M, kde hvězdy třídy O jsou nejteplejší a další posloupnost písmen odpovídá postupnému chladnutí hvězd až k nejchladnějším hvězdám třídy M. Tato řada písmen, která nejsou abecedně seřazena, byla vyvinuta z dřívějšího schématu, které používalo všechny písmena od A po O, ale třídy hvězd byly uspořádány do současné podoby, když byla potvrzena souvislost s teplotou. Některé třídy byly vynechány, jelikož se shodovaly s jinou třídou. Díky nově objeveným hvězdám byly zavedeny další spektrální třídy. Jsou to hvězdy tříd W (horké Wolfovy-Rajetovy hvězdy), L a T pro chladné hvězdy, červené a hnědé trpaslíky, C (uhlíkové hvězdy), S, a spektrální třídy pro objekty, které nejsou hvězdy - P (planetární mlhoviny), Q (novy)

SPEKTRÁLNÍ KLASIFIKACE HVĚZD

označení	barva	teplota [K]	charakteristika
W		25 000 – 70 000	silné emisní čáry helia
O	modrá	> 30 000	spojité spektrum, absorpční čáry ionizovaného helia
B	modrobílá	11 000 – 30 000	absorpční čáry neutrálního helia, Balmerovy série vodíku a ionizovaného kyslíku
A	bílá	7 500 – 11 000	silné čáry Balmerovy série vodíku, objevují se čáry ionizovaného vápníku a čáry kovů
F	bíložlutá	5 900 – 7 500	čáry Balmerovy série slábnou, zesilují se čáry ionizovaného vápníku a kovů
G	žlutá	5 200 – 5 900	velmi silné čáry ionizovaného vápníku, početné čáry kovů, hlavně železa
K	oranžová	3 900 – 5 200	silné čáry kovů, slabé absorpční molekulové pásy
M	oranžovočervené	2 500 – 3 900	silné pásy molekul, TiO
C	červená	< 3 500	kovy, silné pásy molekul
L	tmavě červená	1 300 – 2 000	nápadné čáry hydridů a alkalických kovů
T	červenofialové	700 – 1 300	výskyt metanu ve spektru

V současné spektrální klasifikaci, Morganově-Keenanově klasifikaci, je k písmenům přidáváno číslo od 0 po 9, které odpovídá desetínám mezi jednotlivými třídami hvězd. Takže například A5 odpovídá pěti desetínám mezi A0 a F0.

Dalším doplněním bylo popsání různých zvláštností spekter. K velkým písmenům označujícím spektrální skupinu byly doplněny předpony nebo přípony. Před označením se například může psát: sd, d, wd, sg, g, c. Tyto zkratky se používají při rozlišení hvězd se stejnou povrchovou teplotou. A za označením se používají f, p, e, n, s, k, m, v, pec, které označují typ spektra. Například písmeno **f** označuje spektrum se širokými emisními čarami vodíku v horkých hvězdách nebo písmeno **m** označuje spektrum s čarami různých kovů, **e** ukazuje na přítomnost emisních čar.

2.2.1 Luminozitní třídy

Další rozměr pro zpřesnění Morganovy-Keenanovy spektrální klasifikace jsou tzv. luminozitní třídy, které se označují římskými číslicemi I, II, III, IV a V, které určují šířku absorpčních čar ve hvězdném spektru. Bylo ukázáno, že tato vlastnost je důležitá pro zjištění velikosti hvězdy a tedy i tedy i celkové luminozity, která přichází od hvězdy.

LUMINOZITNÍ TŘÍDY HVĚZD

Ia	nejjasnější obři	IV	podobři
Ib	méně jasní obři	V	hvězdy hlavní posloupnosti
II	jasní obři	VI	podtrpaslíci
III	normální obři	VII	bílí trpaslíci

KAPITOLA 3

PŘENOS ZÁŘENÍ

Záření, které získáváme od hvězd, obsahuje velkou spoustu informací o struktuře a složení jejich atmosfér. Hlavní cíl teorie hvězdných atmosfér je vyvinout metodu, která by získané informace zpětně popsala. Abychom správně interpretovali pozorované spektrum, musíme popsat, jak světlo prochází plynem, který tvoří hvězdu.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [15], [18], [22].

3.1 Specifická a střední intenzita

Specifická intenzita (nebo povrchová jasnost) I_ν je koeficient úměrnosti v

$$dE_\nu \equiv I_\nu(\vec{r}, \vec{l}, t) (\vec{l} \cdot \vec{n}) dA dt d\nu d\Omega \quad (3.1)$$

$$= I_\nu(x, y, z, \theta, \varphi, t) \cos \theta dA dt d\nu d\Omega, \quad (3.2)$$

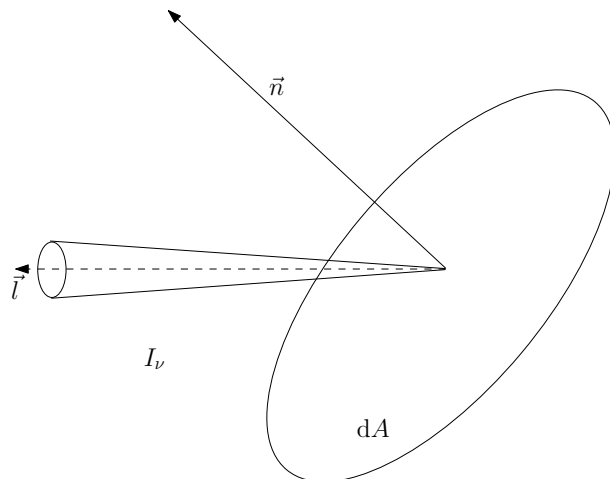
kde dE_ν je množství energie prošlé jednotkovou plochou dA v bodě \vec{r} , ve směru \vec{l} , s \vec{n} jako normálou k plošnému elementu dA , do prostorového úhlu $d\Omega$ v intervalu frekvencí $\nu + d\nu$ v čase t za čas $t + dt$. Jednotky: $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{ster}^{-1}$ nebo $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{ster}^{-1}$.

Toto je definice monochromatické intenzity; celková intenzita je definována jako $I \equiv \int_0^\infty I_\nu d\nu$.

Obecně, specifická intenzita I_ν závisí na směru. Střední intenzita záření se najde integrováním specifické intenzity přes všechny směry a vydělením výsledku $4\pi \text{sr}$, prostorovým úhlem, uzavřeným sférou, viz. obr. 3.1. Ve sférických souřadnicích tato průměrná hodnota je

$$J_\nu(\vec{r}, t) \equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (3.3)$$

Střední intenzita J_ν má jednotky $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{ster}^{-1}$, stejně jako specifická intenzita I_ν . Pro izotropní pole záření (se stejnou intenzitou ve všech směrech) platí $J_\nu = I_\nu$. Pro záření absolutně černého tělesa platí $J_\nu = B_\nu$.



Obrázek 3.1: k definici specifické intenzity I_ν

Pro osovou symetrii, s osou z ($\theta \equiv 0$) jako osou symetrie, střední intenzita J_ν se zjednoduší, při použití $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta = -2\pi d\mu$ kde $\mu \equiv \cos\theta$, na tvar

$$J_\nu(z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi I_\nu(z, \theta) 2\pi \sin\theta d\theta = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu(z, \mu) d\mu. \quad (3.4)$$

3.2 Tok záření

Další důležitou veličinou, která nás zajímá při popisu záření je tok záření. Monochromatický tok \mathcal{F}_ν :

$$\mathcal{F}_\nu(\vec{r}, \vec{n}, t) \equiv \int I_\nu \cos\theta d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (3.5)$$

jeho jednotka je $[\mathcal{F}_\nu] = \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ nebo $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$. Toto je čistý tok energie za sekundu, který projde skrz plochu umístěnou v bodě \vec{r} kolmé k \vec{n} . Jedná se o veličinu, která se používá pro vyjádření energetiky přenosu záření skrze hvězdná nitra, hvězdné atmosféry, atmosféry planet.

Celkový zářivý tok dostaneme, pokud monochromatický tok integrujeme přes všechny frekvence

$$\mathcal{F}(\vec{r}, \vec{n}, t) = \int_0^\infty \mathcal{F}_\nu(\vec{r}, \vec{n}, t) d\nu. \quad (3.6)$$

Pro izotropní záření platí $\mathcal{F}_\nu = 0$. Pro sféricky symetrické prostředí je nenulová pouze radiální složka vektoru toku záření.

3.3 Hustota zářivé energie

Množství energie obsažené v jednotce objemu:

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega \quad (3.7)$$

a má rozměr $[u_\nu] = \text{erg cm}^{-3} \text{Hz}^{-1}$ nebo $\text{J m}^{-3} \text{Hz}^{-1}$. Integrací přes ΔV a přes všechny směry paprsku dostaneme energii záření $E_\nu d\nu$ obsaženou v ΔV , frekvenčního pásma $d\nu$, jako

$$E_\nu d\nu = \frac{1}{c} \int_{\Delta V} \int_{\Omega} I_\nu d\Omega dV d\nu. \quad (3.8)$$

Hustota energie na jednotku objemu je pak daná rovnicí (3.7), protože pro dostatečně malý objem ΔV je intezita v ΔV homogenní, takže dvě integrace v rovnici jsou nezávislé.

Pro izotropní záření platí rovnice $u_\nu = (4\pi/c) J_\nu$, kde ve všech směrech platí $I_\nu = J_\nu$. Hustota monochromatické energie je

$$u_\nu = (4\pi/c) J_\nu \quad (3.9)$$

a celková hustota energie je $u_\nu = (4\pi/c) \int_0^\infty J_\nu d\nu = (4\pi/c) J$.

3.4 Tlak záření a momenty intenzity

Tlak záření je síla, kterou působí dopadající elektromagnetické záření na plochu. Protože záření je tok fotonů, tlak znamená přenos jejich hybnosti na plochu. Tenzor tlaku záření:

$$P_\nu = \frac{1}{c} \oint I_\nu \vec{n} \vec{n} d\Omega. \quad (3.10)$$

Tenzor tlaku záření má rozměr $[P] = \text{erg cm}^{-3} \text{Hz}^{-1}$, ve složkách je to symetrický tenzor ($P_{ij} = P_{ji}$).

Pro osovou symetrii (planparalelní atmosféra - směr šíření záření svírá s osou z úhel $\mu = \cos \theta$, jeho kosinus se používá k popisu směru šíření) první tři momenty intenzity jsou následující:

$$J_\nu(z) \equiv \frac{1}{c} \int_{-1}^{+1} I_\nu d\mu \quad (3.11)$$

$$H_\nu(z) \equiv \frac{1}{c} \int_{-1}^{+1} \mu I_\nu d\mu \quad (3.12)$$

$$K_\nu(z) \equiv \frac{1}{c} \int_{-1}^{+1} \mu^2 I_\nu d\mu. \quad (3.13)$$

Každý má stejný rozměr jako intenzita a všechny už jsou známy. Střední intenzita J_ν byla definovaná v rovnici (3.3). H_ν se jmenuje Eddingtonův tok a má tvar $H_\nu = \mathcal{F}_\nu/4\pi = F_\nu/4$, kde \mathcal{F}_ν je reálný tok a $F_\nu = \mathcal{F}_\nu/\pi$ je astrofyzikální tok. K_ν je K integrál a je ve vztahu s tlakem záření $p_\nu = (4\pi/c)K_\nu$. Tenzor tlaku záření, s využitím rovnic 3.9 a 3.13, můžeme psát ve tvaru

$$\mathbf{P}(z, \nu, t) = \begin{pmatrix} p_\nu & 0 & 0 \\ 0 & p_\nu & 0 \\ 0 & 0 & p_\nu \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3p_\nu - u_\nu & 0 & 0 \\ 0 & 3p_\nu - u_\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Pokud je záření izotropní, nezávisí specifická intenzita záření I na směru (tedy na μ) a ze vztahů 3.11 a 3.13 dostaneme:

$$J_\nu(z) = I_\nu \quad (3.15)$$

$$J_\nu(z) = 3K_\nu(z), \quad (3.16)$$

čímž se tenzor tlaku (3.14) zjednoduší na diagonální

$$\mathbf{P}(z, \nu, t) = \frac{4\pi}{c} \begin{pmatrix} K_\nu(z) & 0 & 0 \\ 0 & K_\nu(z) & 0 \\ 0 & 0 & K_\nu(z) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \frac{4\pi}{c} \begin{pmatrix} J_\nu(z) & 0 & 0 \\ 0 & J_\nu(z) & 0 \\ 0 & 0 & J_\nu(z) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

KAPITOLA 4

ROVNICE PŘENOSU ZÁŘENÍ

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [15], [18], [22].

4.1 Opacita

Neboli absorpční neboli extinkční koeficient. Monochromatický extinkční koeficient α_ν určuje množství energie pohlcené elementárním objemem, omezeným plochou dA a tloušťkou ds , za čas dt ze záření o intenzitě I_ν v intervalu frekvencí $d\nu$, dopadajícího ve směru normály k dA v elementu úhlu $d\omega$:

$$dE_\nu = \alpha_\nu I_\nu dA ds d\omega d\nu dt. \quad (4.1)$$

Při popisu pohlcování záření látkou se obvykle rozděluje extinkční koeficient na dva členy. Zavádí se absorpční koeficient α_ν^a pro pravou absorpci, při které dochází k pohlcování jednotlivých fotonů a na koeficient α_ν^r popisující rozptyl. Přitom platí vztah

$$\alpha_\nu = \alpha_\nu^a + \alpha_\nu^r. \quad (4.2)$$

Pokud v dané atmosféře je celkem N procesů, v důsledku kterých je atmosféra schopna absorbovat a rozptylovat záření, pak je celkový absorpční koeficient dán součtem příspěvků $\alpha_{\nu,i}$ jednotlivých procesů

$$\alpha_\nu = \sum_{i=1}^N \alpha_{\nu,i} = \sigma_i n_i, \quad (4.3)$$

kde n_i je koncentrace částic schopných absorbovat záření v důsledku i -tého procesu a σ je účinný průřez tohoto procesu. Pokud je například extinkční koeficient dán pouze rozptylem záření na volných elektronech, pak

$$\alpha_\nu = \sigma_{\text{Th}} n_e, \quad (4.4)$$

kde n_e je koncentrace volných elektronů a σ_{Th} je účinný průřez Thomsonova rozptylu.

Extinkční koeficient můžeme definovat vzhledem k částici, ke gramu nebo k cm^3 . Na jednu částici:

$$dI_\nu = -\sigma_\nu n I_\nu ds, \quad (4.5)$$

kde σ_ν je monochromatický extinkční koeficient nebo účinný průřez v cm^2 a n hustota pohlcujícího členu. Definice emisního koeficientu na cm délky vzdálenosti je:

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds, \quad (4.6)$$

kde $\alpha_\nu = \sigma_\nu n$ je monochromatický lineární extinkční koeficient. Definice na gram:

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds. \quad (4.7)$$

Tato definice se obvykle používá v analýze hvězdných atmosfér, kde κ_ν se nazývá opacita nebo častěji absorpční koeficient.

4.1.1 Zdroje opacity

Opacita hvězdného materiálu souvisí s tím, jak foton reaguje s částicemi (atomy, ionty, volnými elektrony). Obecně existují čtyři hlavní zdroje opacity, které umožňují odebrání elektronů z paprsku. Každý tento zdroj obsahuje změnu kvantového stavu elektronu, a výrazy *vázaný* (bound ... *b*) a *volný* (free ... *f*) jsou použity, aby popsaly zda je elektron vázaný k atomu či iontu ve svém počátečním nebo konečném stavu.

1. **Vázaně-vázaný přechod** (excitace, deexcitace) nastává tehdy, když elektron v atomu nebo iontu přejde z jedné hladiny na druhou. Elektron může přejít z hladiny s nižší energií na hladinu s vyšší energií, pokud je pohlčen foton s požadovanou energií. Je to právě $\alpha_{\nu,bb}$, která je zodpovědná za vznik absorpčních čar ve hvězdném spektru. Opačný proces, emise, nastane když elektron přejde z vyšší energetické hladiny do nižší.
2. **Vázaně-volná absorpce** také známá jako fotoionizace, nastává tehdy, když má foton dostatek energie ionizovat atom. Výsledný ionizovaný elektron může mít jakoukoliv energii, tedy jakýkoli foton s vlnovou délkou $\lambda \leq hc/\chi_n$, kde χ_n je ionizační energie n -té hladiny, může odstranit elektron z atomu. $\alpha_{\nu,bf}$ je jeden ze zdrojů opacity kontinua. Účinný průřez fotoionizace atomu vodíku v kvantovém stavu n , způsobená fotonem s frekvencí ν je

$$\sigma_{bf}(\nu) = \frac{m_e e^{10} Z^4 g_{bf}(n, \nu)}{48 \sqrt{3} \pi \epsilon_0^5 c h^6 n^5 \nu^3}. \quad (4.8)$$

Opačný proces volně-vázaná emise nastane tehdy, když volný elektron recombinační s iontem a emituje jeden nebo více fotonů do různých směrů.

3. **Volně-volná absorpce** je rozptyl, který nastává tehdy, když volný elektron v okolí iontu absorbuje foton, což způsobí nárůst rychlosti elektronu. Okolní elektron je k tomuto procesu potřebný kvůli zachování energie a hybnosti. Jelikož tento proces může nastat v okolí vlnových délek kontinua, volně-volná

opacita, $\alpha_{\nu,ff}$, je další součástí v tvorbě kontinua. Může se také stát, že po průchodu podél iontu, elektron emituje foton, což způsobí zpomalení elektronu. Tento proces volně-volné emise je znám jako *bremstrahlung*, přeloženo „brzdné záření“.

4. **Rozptyl elektronu** Foton je rozptýlen volným elektronem procesem známým jako Thomsonův rozptyl. V tomto procesu, si můžeme představit elektron jak osciluje v elektromagnetickém poli fotonu. Protože elektron je velmi malý terč pro foton, je i účinný průřez velmi malý. Účinný průřez Thomsonova rozptylu je stejný pro všechny fotony, všech vlnových délek:

$$\sigma_{\text{Th}} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0^2} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2. \quad (4.9)$$

Malá velikost Thomsonova účinného průřezu znamená, že rozptyl elektronu je nejvíc efektní jako zdroj opacity, kde elektronová hustota je vysoká, což vyžaduje i vysokou teplotu. V atmosférách nejjřhavějších hvězd, kde většina plynu je kompletně ionizována, většina zdrojů opacity, které zahrnují vázané elektrony, je ignorována. V těchto teplých oblastech, opacita způsobena rozptylem elektronů χ_{es} dominuje opacitě kontinua.

4.2 Emisní koeficient

Stejný element jako v rovnici (4.1) dále vyzařuje energii dE v intervalu frekvencí $d\nu$ do úhlu $d\omega$ ve směru \vec{n} za čas dt , pro kterou platí:

$$dE_\nu = \eta_\nu dA ds d\omega d\nu dt, \quad (4.10)$$

kde η_ν je emisní koeficient.

Jak se pohybuje paprsek světla plynem ve hvězdě, mění se jeho specifická intenzita, I_ν , podle toho jestli se pohybující se fotony absorbují nebo rozptylují a jsou nahrazeny fotony emitovanými okolním hvězdným materiálem. Kombinací rovnice pro klesající intenzitu způsobenou absorpcí záření a rovnice pro rostoucí intenzitu spojenou s emisí dostaneme obecný výsledek

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds + \eta_\nu ds. \quad (4.11)$$

4.3 Zdrojová funkce a rovnice přenosu záření

Poměr mezi emisním a absorbním rejtem¹ počítá, jak rychle se intenzita paprsku světla mění a popisuje tendenci fotonů v paprsku blížít se k lokálnímu zdroji fotonů v okolním hvězdném materiálu. Pro získání poměru emise a absorpce musíme vydělit rovnici (4.11) výrazem $\alpha_\nu ds$:

$$\frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dI_\nu}{ds} = -I_\nu + \frac{\eta_\nu}{\alpha_\nu}. \quad (4.12)$$

¹Zde jsem si dovolila použít z angličtiny počestný výraz „rate“, protože český překlad tohoto slova zatím nebyl zaveden. Tento výraz používám i v následujícím textu.

Podíl emisního a absorpčního koeficientu se nazývá zdrojová funkce, $S_\nu = \eta_\nu/\alpha_\nu$. Popisuje jak fotony, které se původně pohybovaly s paprskem, jsou nahrazovány fotony z okolního plynu. Zdrojová funkce má stejnou jednotku jako intenzita, tedy $\text{W m}^{-3} \text{sr}^{-1}$. Pokud do emise a extinkce přispívá vícero procesů, zdrojovou funkci potom můžeme psát jako

$$S_\nu^{\text{tot}} = \frac{\sum \eta_\nu}{\sum \alpha_\nu}, \quad (4.13)$$

kde každý pár η_ν a α_ν popisuje různé procesy.

Po dosazení zdrojové funkce do rovnice dostaneme

$$\frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dI_\nu}{ds} = -I_\nu + S_\nu. \quad (4.14)$$

Toto je jedna forma rovnice přenosu záření, někdy pouze rovnice přenosu. Podle rovnice přenosu, pokud intenzita světla se nemění (levá strana rovnice je rovna nule), intenzita je rovna zdrojové funkci, $I_\nu = S_\nu$. Pokud je intenzita větší než zdrojová funkce, potom dI_ν/ds je menší než 0 a intenzita klesá se vzdáleností. Na druhou stranu pokud je intenzita menší než zdrojová funkce, intenzita roste se vzdáleností.

Tato základní rovnice vyjadřuje, že fotony se nerozpadají spontánně, takže se intenzita podél paprsku nemění, pokud nejsou fotony do paprsku vloženy nebo odebrány. Pokud nenastane ani jeden z těchto procesů, intenzita zůstane neměnná.

Obě předchozí rovnice můžeme přepsat i v závislosti na vlnové délce a dostaneme

$$\frac{1}{\alpha_\lambda} \frac{dI_\lambda}{ds} = -I_\lambda + \frac{\eta_\lambda}{\alpha_\lambda} \quad \text{a} \quad \frac{1}{\alpha_\lambda} \frac{dI_\lambda}{ds} = -I_\lambda + S_\lambda. \quad (4.15)$$

Obě rovnice se liší jen velmi málo v notaci, ale liší se drasticky v jejich způsobu použití. Ve hvězdných atmosférách se setkáváme s LTE (Local Thermodynamic Equilibrium) nebo blízko k LTE, kdy platí $S_\nu = B_\nu(T)$ nebo $S_\nu \approx B_\nu(T)$, kde B_ν je Planckova funkce. Kombinace (α_ν, S_ν) potom představuje prostor parametrů více ortogonální, který popisuje přenos záření, než je tomu u kombinace (α_ν, η_ν) . Posledně dva zmíněné se mohou každý lišit velikostí magnitudy přes úzkou hranici spektrální čáry, čímž se rozdíl zruší úplně nebo skoro v poměru $S_\nu = \eta_\nu/\alpha_\nu$. Vznik fotosferických čar je pak popsán pomocí parametru α_ν , který podrobně popíše vlastnosti atomových částic (jako je například složení plynu, stupeň ionizace a excitace, pravděpodobnost přechodu v čáře v nějaké frekvenci) a který zadá prostupnost média (přesněji, hloubku, nad kterou je plyn dostatečně průhledný, aby fotony mohly uniknout směrem k našemu dalekohledu) a parametru S_ν , který popisuje termodynamický stav média jako soubor částic a fotonů. Tyto dva parametry mohou na sobě záviset, pokud LTE neplatí, ale jsou méně příbuzné než jsou α_ν a η_ν .

4.4 Optická délka a tloušťka

Monochromatická optická délka $d\tau_\nu$ je měřena ve směru paprsku, procházejícím plochou o šířce ds , a je definována:

$$d\tau_\nu(s) \equiv \alpha(s)ds, \quad (4.16)$$

monochromatickou optickou tloušťku média s celkovou tloušťkou D definujeme jako

$$\tau_\nu(D) = \int_0^D \alpha_\nu(s) ds \quad (4.17)$$

a je opět měřena ve směru paprsku. Pokud uvažujeme pouze extinkci (bez emise, $\eta_\nu = 0$), pro intenzitu dostaneme výraz

$$I_\nu(D) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(D)}.$$

Přechod mezi malou a velkou extinkcí leží na hodnotě $1/e$, to znamená, že optická tloušťka musí být $\tau_\nu = 1$. Vrstva je opticky tlustá je-li $\tau_\nu(D) > 1$ a opticky tenká pro $\tau_\nu(D) < 1$. Pokud dosadíme (4.16) do rovnice (4.15) dostaneme

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu, \quad (4.18)$$

odkud integrální forma rovnice přenosu záření je

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu)e^{-\tau_\nu-t_\nu} dt_\nu. \quad (4.19)$$

Pro homogenní médium, v kterém zdrojová funkce S_ν nezávisí na umístění, se předchozí rovnice zjednoduší na

$$I_\nu(D) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(D)} + S_\nu \left(1 - e^{-\tau_\nu(D)}\right) \quad (4.20)$$

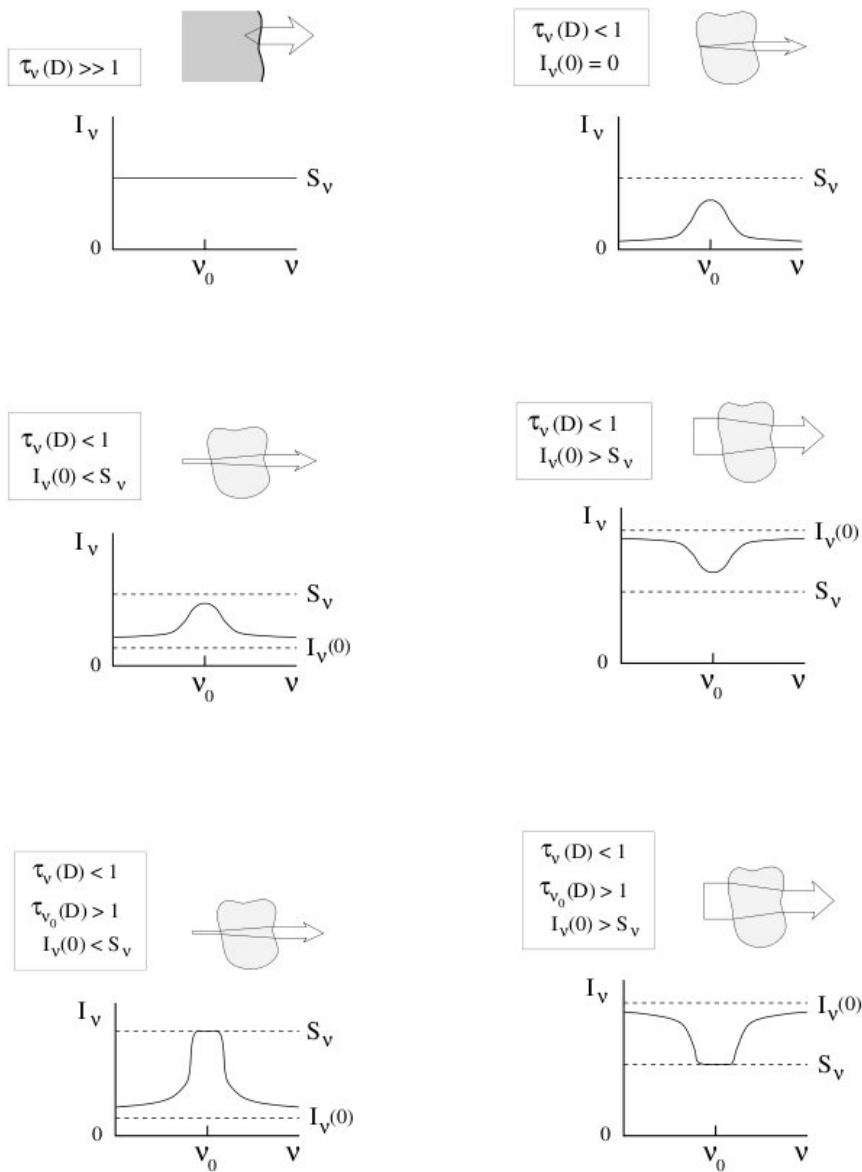
a tedy, pokud je objekt opticky tlustý

$$I_\nu(D) \approx S_\nu \quad (4.21)$$

a pokud je opticky tenký

$$I_\nu(D) \approx I_\nu(0) + [S_\nu - I_\nu(0)] \tau_\nu. \quad (4.22)$$

Základní řešení je zobrazeno na obrázku 4.1, který jsem převzala z [15].



Obrázek 4.1: Spektrální čáry z homogenního objektu se zdrojovou funkcí $S_\nu^l = S_\nu^c = S_\nu$. Neobjeví se žádné čáry, když je objekt opticky tlustý (levní horní graf). Pokud je opticky tenký, objeví se emisní čáry, pokud není objekt zpětně osvětlen ($I_\nu(0) = 0$, horní pravý), nebo pokud je osvětlen intenzitou $I_\nu(0) < S_\nu$. Absorpční čáry se objeví, když je objekt opticky tenký a $I_\nu(0) > S_\nu$. Výsledné čáry se nasatí k hodnotě $I_\nu(0) \approx S_\nu$, když je objekt opticky tlustý v centru čáry.

KAPITOLA 5

EINSTEINOVY A OBJEMOVÉ KOEFIICIENTY

Vázaně-vázané přechody mezi nižší l (lower) a vyšší u (upper) hladinou v atomu, iontu nebo molekule mohou nastat jako:

- zářivá excitace
- spontánní zářivá deexcitace
- indukovaná zářivá deexcitace
- srážková excitace
- srážková deexcitace

Pokud E_l a E_u jsou energie výše zmíněných hladin, potom $h\nu = E_u - E_l$ definuje frekvenci ν čáry, kterou zkoumáme.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [15], [17].

5.1 Einsteinovy koeficienty

Einsteinovy koeficienty určují pravděpodobnost přechodu při určitém procesu (spontánní deexcitace, zářivé excitace,...)

5.1.1 Spontánní deexcitace

Einsteinův koeficient pro spontánní deexcitaci je:

$$A_{ul} \equiv \text{pravděpodobnost přechodu při spontánní deexcitaci} \\ \text{ze stavu } u \text{ do stavu } l \text{ za sekundu, za částici ve stavu } u.$$

Toto přirozené rozšíření čar definuje emisní pravděpodobnostní distribuci $\psi(\nu - \nu_0)$ kolem středu čáry ($\nu = \nu_0$), která je daná Lorentzovým profilem

$$\psi(\nu - \nu_0) = \frac{\gamma^{rad}/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma^{rad}/4\pi)^2}. \quad (5.1)$$

A_{ul} koeficient je sumace přes celý profil, popisující pravděpodobnost pro celou čáru; pravděpodobnost za jednotku šířky vlnového pásma je dána $A_{ul}\psi(\nu - \nu_0)$ pokud je $\psi(\nu - \nu_0)$ měřeno v jednotkách Hertz. Rejt spontánní deexcitace na cm^3 je dán výrazem nA_{ul} .

Pro statickou atmosféru a za předpokladu, že každá deexcitace je nezávislá na předchozích procesech, které ukládá atom do stavu u („kompletní redistribuce“), platí pravděpodobnostní distribuce:

$$\psi(\nu - \nu_0) = \frac{H(a, \nu)}{\sqrt{\pi}} \Delta\nu_D, \quad (5.2)$$

kde $\Delta\nu_D$ je Dopplerovská šířka, která je definovaná jako

$$\Delta\nu_D \equiv \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (5.3)$$

kde m je hmotnost částice a $H(a, \nu)$ je Voigtova funkce¹.

5.1.2 Zářivá excitace

Einsteinův koeficient pro zářivou excitaci B_{lu} je definován jako:

$$B_{lu}\bar{J}_{\nu_0}^\varphi \equiv \text{počet zářivých excitací ze stavu } l \text{ do stavu } u \\ \text{za sekundu, částici ve stavu } l,$$

s indexem ν_0 definujícím specifickou spektrální čáru, jejíž extinkční profil $\varphi(\nu - \nu_0)$ je použit ke zjištění excitovaného pole záření přes hranici spektrální čáry

$$\bar{J}_{\nu_0}^\varphi \equiv \int_0^\infty J_\nu \varphi(\nu - \nu_0) d\nu, \quad (5.8)$$

¹Voigtova funkce je funkce, která popisuje tvar profilů čar. Vznikne složením Dopplerova profilu v jádru čáry a profilu útlumu na křídlech čáry.

$$H(a, \nu) \equiv \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{(v-y)^2 + a^2} dy \quad (5.4)$$

$$y \equiv \frac{\xi}{\xi_0} = \frac{\xi}{c} \frac{\nu_0}{\Delta\nu_D} = \frac{\xi}{c} \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_D} \quad (5.5)$$

$$v \equiv \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D} \quad (5.6)$$

$$a \equiv \frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D} = \frac{\lambda^2}{4\pi c} \frac{\gamma}{\Delta\lambda_D} \quad (5.7)$$

kde $\int \varphi(\nu - \nu_0) d\nu = 1$. Mnohem obecnější výraz pro tuto sumaci je

$$\bar{J}_{\nu_0}^{\varphi} \equiv \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_{-1}^{+1} I_{\nu} \varphi(\nu - \nu_0) d\nu, \quad (5.9)$$

který také platí pokud $\varphi(\nu - \nu_0)$ je anizotropní z důsledku Dopplerova posuvu. Pokud neplatí poslední zmíněný (statická atmosféra), funkce profilu $\varphi(\nu - \nu_0)$ je znovu stanovena náhodným Dopplerovým posuvem, zářivým a srážkovým utlumením a je dána normovanou Voigtovou funkcí, stejně jak tomu bylo u spontánní deexcitace,

$$\varphi(\nu - \nu_0) = \frac{H(a, v)}{\sqrt{\pi}} \Delta\nu_D. \quad (5.10)$$

Pro malé utlumení (Voigtův parametr $a < 1$) amplituda pro centrum čáry je

$$\varphi(\nu = \nu_0) = \frac{1 - a}{\sqrt{\pi}} \Delta\nu_D, \quad (5.11)$$

pokud $a = 1$, dostaneme čistý Gaussovský profil čáry (Dopplerovské utlumení)

5.1.3 Indukovaná deexcitace

Einsteinův koeficient pro indukovanou deexcitaci B_{ul} je podobně definován

$$B_{ul} J_{\nu_0}^X \equiv \text{počet indukovaných zářivých deexcitací ze stavu} \\ u \text{ do stavu } l \text{ za sekundu, částice ve stavu } u.$$

5.1.4 Srážková excitace a deexcitace

Einsteinovy koeficienty pro srážkovou excitaci a deexcitaci jsou:

$$C_{lu} \equiv \text{počet excitací srážkou ze stavu} \\ l \text{ do stavu } u \text{ za jednotku času a částice ve stavu } l,$$

$$C_{ul} \equiv \text{počet deexcitací srážkou ze stavu} \\ u \text{ do stavu } l \text{ za jednotku času a částice ve stavu } u.$$

Srážky elektronů (obvykle jedna z nejdůležitějších), které způsobují přechody ze stavu i do stavu j , mají rejty přechodů

$$n_i C_{ij} = n_i N_e \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{ij}(v) v f(v) dv, \quad (5.12)$$

kde N_e je elektronová hustota, $\sigma_{ij}(v)$ elektronový srážkový účinný průřez, $f(v)$ normovaná distribuce rychlosti (obvykle Maxwellova) se střední hodnotou $\int v f(v) dv$ a v_0 mezní rychlost, pro kterou platí $1/2 m v_0^2 = h\nu_0$. Účinný průřez srážky σ_{ij} je, stejně jako σ_{ν}^l , a příslušné Einsteinovy koeficienty A_{ul} , B_{lu} a B_{ul} , vlastnost materiálu každého přechodu, který je nezávislý na okolních stavových parametrech kromě rychlosti v .

5.1.5 Einsteinovy relace

Einsteinovy koeficienty jsou spojeny Einsteinovými relacemi

$$\frac{B_{lu}}{B_{ul}} = \frac{g_u}{g_l} \quad \frac{A_{ul}}{B_{ul}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}, \quad (5.13)$$

$$\frac{C_{ul}}{C_{lu}} = \frac{g_l}{g_u} e^{E_{ul}/kT}, \quad (5.14)$$

kde E_{ul} je energie přechodu. Poměry v (5.13) jsou spočítány pro TE, porovnáním vzestupných a sestupných zářivých rejtů, požadující rovnováhu $\varphi = \psi = \chi$ a rovnost výsledných výrazů pro J_ν a B_ν v libovolné teplotě. Poměru v (5.14) se dosáhne podobně, porovnáním vzestupných a sestupných srážkových rejtů v TE. Pokud platí Maxwellova distribuce, platí to také mimo TE.

5.2 Objemové koeficienty

5.2.1 Extinkce

Extinkční koeficient monochromatické čáry na jednotku délky vyjádřený pomocí Einsteinových koeficientů je:

$$\alpha_\nu^l = \frac{h\nu}{4\pi} [n_l B_{lu} \varphi(\nu - \nu_0) - n_u B_{ul} \chi(\nu - \nu_0)] \quad (5.15)$$

$$= \frac{h\nu}{4\pi} n_l B_{lu} \varphi(\nu - \nu_0) \left[1 - \frac{n_u g_l \chi(\nu - \nu_0)}{n_l g_u \varphi(\nu - \nu_0)} \right], \quad (5.16)$$

kde výraz v hranatých závorkách je korekce pro indukovanou emisi a bereme ji jako negativní extinkci. Celkový extinkční koeficient čáry je

$$\alpha_{\nu_0}^l \equiv \int_0^\infty \alpha_\nu^l d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} (n_l B_{lu} - n_u B_{ul}), \quad (5.17)$$

s použitím $\int h\nu\varphi(\nu - \nu_0)d\nu = h\nu_0$ a $\int h\nu\chi(\nu - \nu_0)d\nu = h\nu_0$ za předpokladu, že je profil symetrický nebo dostatečně úzký. Extinkční koeficient pro monochromatickou čáru na jednu částici je (bez korekce pro indukovanou emisi):

$$\sigma_\nu^l = \frac{h\nu}{4\pi} B_{lu} \varphi(\nu - \nu_0). \quad (5.18)$$

Celkový extinkční koeficient pro čáru za částici je

$$\sigma_{\nu_0}^l \equiv \sigma_\nu^l \int_0^l d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{lu} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{lu} = 0,02654 f_{lu} \text{ cm}^2 \text{ Hz}, \quad (5.19)$$

f_{lu} je klasická síla oscilátoru, veličina, která byla dříve zavedena pro korekci harmonicky oscilační síly jako předchůdce pro kvantově mechanické efekty. Rezonanční

čáry jako je například H I Ly α mají $f_{lu} \approx 1$. Závislost na ν v rovnicích (5.13) a (5.19) dává

$$A_{ul} \sim \frac{g_l}{g_u} f_{lu} (\Delta E_{ul})^2, \quad (5.20)$$

kde $\Delta E_{ul} = h\nu_0$ je energie přechodu. Číselně:

$$A_{ul} = 6,67 \times 10^{13} \frac{g_l}{g_u} \frac{f_{lu}}{\lambda^2} \text{s}^{-1}, \quad (5.21)$$

kde λ je v jednotkách nm.

5.2.2 Emise

Emisivita monochromatické čáry, vyjádřená v Einsteinových koeficientech je bez indukované emise

$$\eta_\nu^l = \frac{h\nu}{4\pi} n_u A_{ul} \psi(\nu - \nu_0). \quad (5.22)$$

Celková emise čáry

$$\eta_{\nu_0}^l = \int_0^\infty \eta_\nu^l d\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} n_u A_{ul}, \quad (5.23)$$

s použitím $\int h\nu\psi(\nu - \nu_0)d\nu = h\nu_0$, protože $\psi(\nu - \nu_0)$ je symetrický kolem $\nu = \nu_0$, pokud to bereme bez přítomnosti Dopplerova posuvu.

5.2.3 Zdrojová funkce

Zdrojová funkce monochromatické čáry, vyjádřena pomocí Einsteinových koeficientů, je

$$S_\nu^l \equiv \eta_\nu^l / \alpha_\nu^l = \frac{n_u A_{ul} \psi(\nu - \nu_0)}{n_l B_{lu} \varphi(\nu - \nu_0) - n_u B_{ul} \chi(\nu - \nu_0)} \quad (5.24)$$

nebo pomocí Einsteinových relací (5.13)

$$S_\nu = \frac{\frac{A_{ul}}{B_{ul}} \frac{\psi}{\varphi}}{\frac{n_l}{n_u} \frac{B_{lu}}{B_{ul}} - \frac{\chi}{\varphi}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{\psi/\varphi}{\frac{g_u n_l}{g_l n_u} - \frac{\chi}{\varphi}}. \quad (5.25)$$

U zdrojová funkce čáry se může silně měnit frekvence podél čáry, kde tvary profilů si nejsou rovny kvůli koherentnímu rozptylu nebo přerozdělení frekvence. Profily jsou si rovny, pokud platí celková redistribuce, kdy si každý proces bere nový vzorek z pravděpodobnostní distribuce, bez toho, aniž by si pamatoval jakýkoli předchozí proces, tedy $\varphi(\nu - \nu_0) = \psi(\nu - \nu_0) = \chi(\nu - \nu_0)$. Zdrojová funkce se pak zjednoduší na

$$S_{\nu_0}^l = \frac{n_u A_{ul}}{n_l B_{lu} - n_u B_{ul}} = \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \frac{1}{\frac{g_u n_l}{g_l n_u} - 1}, \quad (5.26)$$

zdrojová funkce se ještě více zjednoduší na tvar $S_{\nu_0}^l = B_{\nu_0}$ pokud se poměr n_l/n_u v (5.26) řídí Boltzmannovou distribucí, stejně tak jako v LTE.

KAPITOLA 6

LTE - LOKÁLNÍ TERMODYNAMICKÁ ROVNOVÁHA

LTE¹ - Myšlený stav hvězdné atmosféry, v níž se sice teplota s výškou mění (což v globální termodynamické rovnováze (TE) není možné), přitom se však v malém okolí každého místa plazma chová stejně jako v termodynamické rovnováze odpovídající určité teplotě. LTE je jednoduchý model hvězdné atmosféry, umožňující alespoň přibližně vypočítat její vlastnosti. Zjednodušení spočívá v tom, že v TE jsou všechny stavy atomů (stupeň ionizace - Sahaova rovnice, excitace - Boltzmannova rovnice, rychlosti - Maxwellovo rozložení rychlosti) i fotonů (Planckův zákon) určeny jediným parametrem, a to teplotou.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [15], [18], [22].

6.1 Maxwellovo rozložení

Maxwellovo rozložení rychlostí je statistické rozložení rychlostí v souboru částic v plynu (nebo plazmatu) v rovnovážném stavu. Jednotlivé částice mají sice různé rychlosti, avšak při určité teplotě T mají částice stejného druhu určitou střední hodnotu rychlosti. Pro částice s hmotností m je Maxwellovo rozložení rychlosti ve směru x :

$$\left[\frac{n(v_x)}{N} dv_x \right]_{\text{LTE}} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-(1/2)mv_x^2/kT} dv_x, \quad (6.1)$$

kde N je celkový počet částic o hmotnosti m na cm^2 . Dolní index [...]LTE vyjadřuje hodnotu TE rozdělovacího zákona v lokální kinetické elektronové teplotě T_e . V LTE je T_e rovna všem ostatním teplotám (kinetické ionizační teplotě, excitované, ionizační teplotě), takže můžeme psát $T \equiv T_e$. Pro velikost rychlosti částic, bez uvažování směru, Maxwellovo rozdělení je:

¹anglicky Local Thermodynamic Equilibrium

$$\left[\frac{n(v)}{N} dv \right]_{\text{LTE}} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-(1/2)mv^2/kT} dv. \quad (6.2)$$

Komponent rozložení v (6.1) je Gaussovský, naproti tomu rychlostní rozložení v (6.2) má konec díky faktoru v^2 . Poloha vrcholu definuje nejpravděpodobnější rychlost $v_p = \sqrt{2kT/m}$; střední hodnota rychlosti je $\langle v \rangle = \sqrt{3kT/m}$.

6.2 Boltzmannovo rozdělení

Boltzmannova excitační distribuce, která určuje počet systémů v daném kvantovém stavu je

$$\left[\frac{n_{r,s}}{n_{r,t}} \right]_{\text{LTE}} = \frac{g_{r,s}}{g_{r,t}} e^{-(\chi_{r,s} - \chi_{r,t})/kT}, \quad (6.3)$$

kde $n_{r,s}$ je počet atomů v cm^3 v hladině s v ionizačním stupni r , $g_{r,s}$ jsou statistické váhy hladiny s ve stupni r , $\chi_{r,s}$ je excitační energie v hladině s ve stupni r , měřeno ze základní hladiny $(r, 1)$ s $\chi_{r,s} - \chi_{r,t} = h\nu$ pro zářivý přechod mezi hladinami (r, s) a (r, t) , s hladinou s , která je vyšší než hladina t . Vyjadřuje, jak závisí počet molekul, atomů a iontů v různých energetických stavech na teplotě. Pokud ze spektrálních čar určíme obsazení energetických stavů, dovoluje nám Boltzmannova rovnice určit excitační teplotu.

6.3 Sahova distribuce

Sahova ionizační distribuce pro poměr obsazení mezi základní hladinou a následným ionizačním stupněm je:

$$\left[\frac{n_{r+1,1}}{n_{r,1}} \right]_{\text{LTE}} = \frac{1}{N_e} \frac{2g_{r+1,1}}{g_{r,1}} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_r/kT}, \quad (6.4)$$

kde N_e je hustota elektronů, m_e hmotnost elektronů, $n_{r+1,1}$ a $n_{r,1}$ je hustotní obsazení dvou základních stavů následující ionizační stupně r a $r+1$, χ_r je ionizační energie stupně r (minimální energie, která je potřeba k tomu, aby se uvolnil elektron ze základního stavu o stupni r , s $\chi_r = h\nu_{\text{threshold}}^2$) a $g_{r+1,1}$ a $g_{r,1}$ statistické váhy dvou základních hladin. Uvolněný elektron má statistické váhy 2, kvůli jeho volbě orientace spinu. Pro dvě celková obsazení ionizačních stupňů je Sahova distribuce:

$$\left[\frac{N_{r+1}}{N_r} \right]_{\text{LTE}} = \frac{1}{N_e} \frac{2U_{r+1}}{U_r} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_r/kT}, \quad (6.5)$$

kde N_{r+1} a N_r jsou celkové hustoty obsazení dvou následujících ionizačních stupňů r a $r+1$, χ_r je ionizační energie stupně r a partiční funkce U_r stupně r dána rovnicí

$$U_r \equiv \sum_s g_{r,s} e^{-\chi_{r,s}/kT}. \quad (6.6)$$

²threshold anglicky hraniční úroveň

Rovnice vyjadřují, že ionizace je tím početnější, čím vyšší je teplota. Ze spektra hvězd lze určit poměry počtu atomů v různých stupních ionizace, a tak stanovit pomocí Sahovy rovnice teplotu. Tímto způsobem odvozená teplota se nazývá ionizační teplota.

6.4 Sahova-Boltzmannova distribuce

Kombinace předchozích dvou distribucí nám dává LTE poměr obsazení mezi částicovou (particular) hladinou i a iontovým stavem c , ve které se ionizuje jako

$$\left[\frac{n_c}{n_i} \right]_{\text{LTE}} = \frac{1}{N_e} \frac{2g_c}{g_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_{ci}/kT}, \quad (6.7)$$

s n_i jako celková hustota obsazení hladiny i , n_c počet iontů v ionizační hladině c a $\chi_{ci} = \chi_r - \chi_{r,i} + \chi_{r+1,c} - h\nu_{\text{threshold}}$ ionizační energie z hladiny i do stavu c .

6.5 Záření v LTE

6.5.1 Planckova funkce

Boltzmannovo rozdělení v LTE se chová tak, že zdrojová funkce se zjednoduší z (5.25) na Planckovu funkci:

$$\left[S_\nu^l \right]_{\text{LTE}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[\frac{g_u n_l}{g_l n_u} \right]_{\text{LTE}} - 1} \quad (6.8)$$

$$= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \equiv B_\nu(T). \quad (6.9)$$

Tato rovnost $S_\nu = B_\nu$ je formálně odvozena z Einsteinových koeficientů pro vázaně-vázané procesy.

Wienova a Rayleighova-Jeansova aproximace

Pro velké $h\nu/kT$ je čítec $e^{h\nu/kT} \gg 1$ a to vede k Wienově aproximaci:

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}, \quad (6.10)$$

kteřá vyjadřuje, že se fotony chovají jako částice, ve vysokých energiích a je shodná s Boltzmannovým rozdělením. Pro malé $h\nu/kT$ aproximace $e^{h\nu/kT} - 1 \approx h\nu/kT$ nám dává Rayleighova-Jeansovu aproximaci:

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2 kT}{c^2}, \quad (6.11)$$

což je vlnového charakteru.

6.5.2 Stefan-Boltzmannův zákon, Zákon čtvrté mocniny

Tento zákon vyplývá z obecnějšího Planckova zákona. Spektrální integrací dostaneme Stefan-Boltzmannův zákon:

$$B(T) = \int_0^{\infty} B_{\nu} d\nu = \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (6.12)$$

kde

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}. \quad (6.13)$$

6.5.3 Indukovaná emise

LTE korekce pro vázaně-vázanou indukovanou emisi v (5.17) je

$$\left[1 - \frac{n_u B_{ul} \chi(\nu - \nu_0)}{n_l B_{lu} \varphi(\nu - \nu_0)} \right]_{\text{LTE}} = 1 - e^{-h\nu_0/kT}. \quad (6.14)$$

Profilové funkce $\alpha(\nu - \nu_0)$ a $\varphi(\nu - \nu_0)$ si jsou v LTE rovny, protože jinak by rovnováha ve vlnové délce nebyla v TE možná.

6.5.4 Extinkce čáry

Koeficient LTE extinkce čáry je:

$$\left[\alpha_{\nu}^l \right]_{\text{LTE}} = \frac{\pi e^2}{m_e c} n_l^{\text{LTE}} f_{lu} \varphi(\nu - \nu_0) \left[1 - e^{h\nu_0/kT} \right], \quad (6.15)$$

kde n_l^{LTE} dané Sahovým-Boltzmannovým rozdělením pro lokální kinetickou teplotu T_e . Klasická síla oscilátoru f_{lu} je dána rovnicí (5.19).

KAPITOLA 7

BE HVĚZDY

23. srpna v roce 1866 otec Angelo Secchi, ředitel observatoře Collegio Romano, napsal editorovi *Astronomische Nachrichten* dopis obr. 7.1, kde oznamuje „une particularité de l'étoile γ Cassioppé.“ Místo Balmerovy absorpční čáry, jako je tomu u Siria či Vegy, hvězda ukazuje „une ligne lumineuse très belle et bien plus brillante que tout le reste du spectre“ (Secchi 1867). Toto byla první detekovaná hvězda s emisními čarami a první zpráva o Be hvězdě.

Po více než 120 letech Collins (1987) přináší definici Be hvězdy: rychlerotující hvězda typu B, luminozitivních tříd V–III, jejíž spektrum má nebo někdy mělo, jednu nebo více Balmerových čar v emisi; která se dodnes používá. Nejčastěji jsou v emisi pozorovány čáry H I, He I, Fe II a někdy také Si II a Mg II.

V oblasti roviny rovníku Be hvězd se nachází disk, jehož vznik není dosud spolehlivě vysvětlen. Existuje několik různých hypotéz, které se tento Be fenomén snaží popsat, ale žádná z nich neplatí obecně.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [6], [5].

7.1 Centrální hvězda

Centrální hvězda je hvězda typu B. I když Be fenomén může být pozorován i u hvězd typu O a ranných hvězd typu A, je hlavně spojován s hvězdami typu B. Jaschek & Jaschek v roce 1983 identifikovali 12 % všech B hvězd z Bright Star Catalogue jako Be hvězdy. Další práce ukázaly, že střední výskyt Be hvězd je 17 %, ačkoli je toto číslo závislé na spektrálním typu. Většina autorů souhlasí, že největší podíl Be hvězd se objevuje jako spektrální typ B1e–B2e. Podle pozorování se Be hvězdy nachází buď na nebo v blízkosti hlavní posloupnosti v H–R (Hertzsprungově–Russellově) diagramu.

Jsou Be hvězdy „rozeny“ jako Be hvězdy, nebo se vyvíjejí z B hvězd na Be hvězdy? Ukázalo se, že největší podíl Be hvězd, je pro oblasti hlavní posloupnosti pro třídy O9–B3 a pro starší oblasti se počet zmenšuje. Často byl tento výsledek brán jako evidence vývoje Be hvězd, ale také to může jednoduše reflektovat fakt, že podíl Be hvězd ranných spektrálních typů je vyšší než pro pozdní typy a tudíž to nemusí být evidence vývoje Be hvězd.

Schreiben des Herrn Prof. Secchi, Dir. der Sternwarte des Collegio Romano, an den Herausgeber.

Dans ma dernière je vous annonçais la grande facilité d'observer les spectres stellaires avec la nouvelle construction de spectroscope que j'ai réussi à combiner. Bientôt j'espère de pouvoir vous envoyer une liste des objets examinés, mais pour le moment je ne pourrais différer davantage à vous signaler une particularité curieuse de l'étoile γ Cassiopée, unique jusqu'à présent. Celle-ci est que pendant que la grande majorité des étoiles blanches montre la raie f très-nette et large, et comme α Lyre, Sirius etc., γ Cassiopée a à sa place une ligne lumineuse très-belle et bien plus brillante que tout le reste du spectre. La place de cette raie est, autant que j'en ai pu prendre des mesures, exactement coïncidente avec celle de f , et on peut très-bien en faire la comparaison avec l'étoile voisine β Cassiopée. La mesure je l'ai prise en plaçant une pointe de repère dans le chercheur et couvrant la raie dans la grande lunette avec la pointe micrométrique du spectroscope: si les deux lunettes sont portées de l'étoile γ à l'étoile β et placées de la même manière sur l'une et sur l'autre on

trouve que la position de la raie luisante de la première correspond à la raie obscure de la seconde. J'espère pouvoir faire ces mesures d'une manière plus exacte encore. En comparant ainsi l'étoile β Pégase on trouve que la f tombe sur une région noire des bandes que cette étoile présente. Du reste la bande luisante que montre γ Cassiopée, n'est pas unique, il y en a plusieurs autres, mais assez plus petites, et je ne les ai pas mesurées. Cette étoile présente donc un spectre inverse de celui du type ordinaire des étoiles blanches.

Pour vous donner une idée pratique de l'effet de cette bande je vous dirai que cette ligne brille sur le reste du spectre comme le groupe du magnésium brille sur le fond lumineux du spectre lorsqu'on brûle ce métal.

Dans une autre lettre les détails des autres étoiles. ~
M. Respighi a vérifié ces résultats et a même vu avec sa lunette de 5 pouces seulement plusieurs beaux spectres avec l'usage de ma combinaison.

Rome, 1866 Août 23.

A. Secchi.

Obrázek 7.1: Dopis editorovi Astronomische Nachrichten [10], kde se Secchi poprvé zmiňuje o hvězdě s emisními čarami.

Tvrzení i protitvrzení detekce vývojového efektu Be hvězd dává jen předčasnou informaci. Je to téma, které si vyžádá v budoucnosti ještě hodně práce.

Jaký je širší astrofyzikální kontext Be hvězd? Be hvězdy jsou hvězdy, které se otáčejí rychlostí blízké jejich kritické mezi, kdy odstředivá síla je v rovnováze s gravitací. Rotace je největší neznámá v současném pochopení hvězdného vývoje a speciálně u horkých hvězd. Proč Be hvězdy rotují tak rychle?

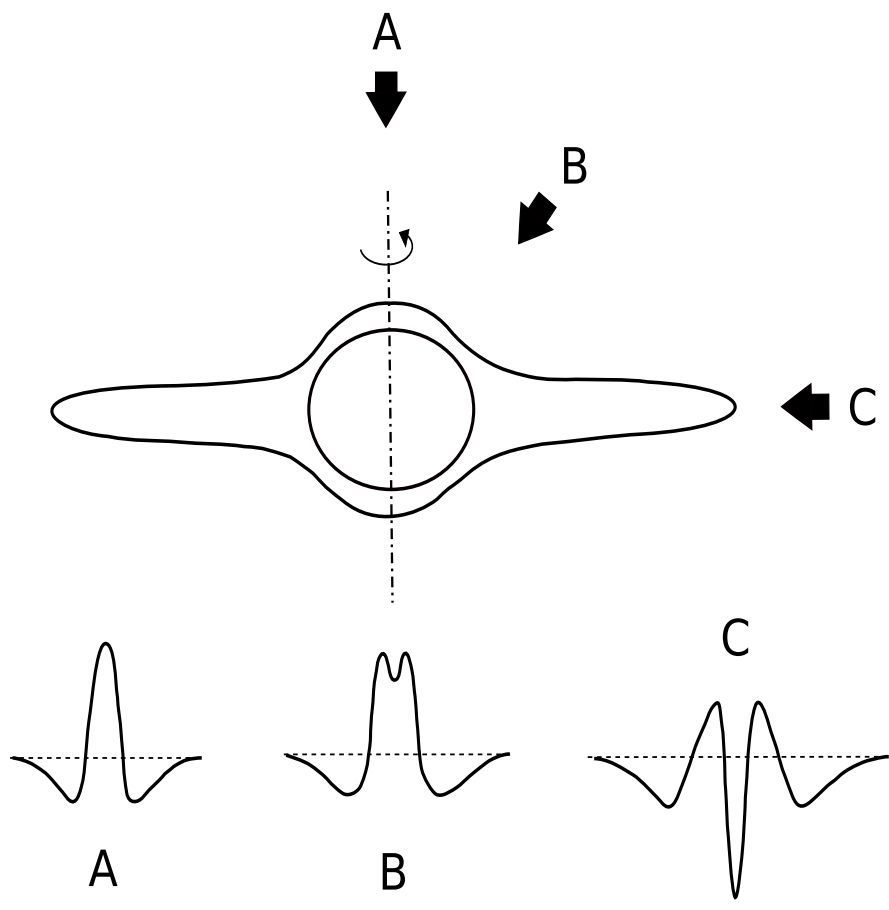
7.2 Rotace hvězd

První realizovaný model byl navržen Struvem v roce 1931, který navrhl, že Be hvězdy jsou rychlerotující, formující disk, který se nachází v rovině rovníku. Tento postoj se dochovává až dodnes. Tento disk ale nesouvisí s prvotním diskem, který hvězda měla během své akreční fáze.

Struve si myslel, že emise pochází právě z disku kolem hvězdy. Snažil se přijít na to jak dochází ke vzniku Be fenoménu. Zjistil, že čáry jsou u Be hvězd široké, mnohem širší než u klasických hvězd. Byl si vědom toho, že čím jsou čáry širší, tím je rotační rychlost hvězdy větší. Domníval se, že hvězda rotuje tak rychle, že dochází k uvolnění materiálu z fotosféry, který poté tvoří disk. Předpokládal, že rotační rychlost dosáhne kritické hodnoty, kdy dochází k rovnováze mezi gravitační a odstředivou silou a obálka pak vzniká rotační nestabilitou.

Nicméně proces tvarování disku není tak přímočarý, jak navrhl Struve. Ačkoli Be hvězdy rychle rotují, je široce citováno, že rotují pouze 70%–80% kritické rychlosti. Navíc Struveova myšlenka nevysvětluje cyklické vznikání a zanikání disku. Velká část výzkumu mechanismu vzniku disku je tedy zaměřena na rotaci.

Rotace byla dříve určena jako důležitá složka hvězdy, která může podstatně přispívat k vytváření okolohvězdného prostředí. Fotosférické absorpční čáry vykazují šířky čar, vyjádřených v jednotkách rychlosti, v několika stovkách km s^{-1} . Slettebak



Obrázek 7.2: **A** – pole-on hvězdy, **B** – Be hvězdy s emisními křídly, **C** – Be shell hvězdy

publikoval velmi významnou a rozsáhlou sadu šířek čar pro všechny spektrální typy Be hvězd. Tato měření šířek čar jsou zavedena pro popis rotační rychlosti hvězd v vynásobené sinem inklinace pólu a směru záření, neboli $v \sin i$. $v \sin i$ se dá z profilu čar určit, ale sklon i neznáme.

Základní rozložení rotační rychlosti Be hvězd je velmi důležité, protože dává jistá omezení pro modely vzniku disku. Nicméně toto rozložení konvoluje spolu s inklinací ke směru záření. Toto je velmi dobře známý historický problém a bylo provedeno i několik numerických pokusů dekonvoluce $v \sin i$ distribuce Be hvězd. Výsledky pokusů prokázaly, že Be hvězdy nerotují s kritickou rychlostí. Místo toho vrchol v rozložení byla hodnota 70 %–80 % kritické rychlosti. Toto je velmi zajímavý objev. Nepochybně střední rotace je vysoká v Be hvězdách, což ukazuje na to, že to je důležitý příspěvek k rozlišení B hvězd od Be. Nachází se tu jedna otázka, některá pozorování hvězd vykazují menší hodnotu než je střední hodnota rotace, což spolehlivost problému snižuje. Na druhé straně, výše zmíněné studie předpokládají, že rychlost šířek fotosférických čar je přesný odhad $v \sin i$ hvězd, což může být nepřesné pro nejrychleji rotující hvězdy.

V poslední době se ale ukazuje, že při těchto měřeních byl špatně započítán vliv gravitačního zrychlení. Je tedy možné, že Be hvězdy rotují mnohem rychleji než se doposud myslelo. Jejich rotační rychlost by mohla být velmi blízká kritické rychlosti, ale stále neexistuje vysvětlení vzniku disku. Potřebným mechanismem by mohla být pulzace, hvězdný vítr nebo tlak záření.

Díky modelu rotační nestability dokázal Struve vysvětlit několik profilů emisních čar, obrázek 7.2. Můžeme tak dělit Be hvězdy na hvězdy s dvěma emisními křídly, Be shell hvězdy a pole-on hvězdy.

7.3 Proměnnost Be hvězd

Definice Be hvězd, která tvrdí, že to jsou objekty, které mají nebo měly Balmerovy čáry v emisi, už sama charakterizuje jejich základní vlastnost: proměnnost. Existuje několik druhů proměnnosti.

Dlouhodobá a pozvolná změna emisních a absorpčních čar je společná pro většinu Be hvězd. Kromě této změny, existuje i rychlá proměnnost, v časovém rozmezí od několika minut po několik dní. Někdy dochází i k násobení period.

7.3.1 Krátkodobá proměnnost

Jelikož samotná rotace nezpůsobí vznik disku, krátkodobé změny jsou hlavním kandidátem, který by vysvětlil dodatečný mechanismus, který je potřebný k tomu, aby se rychle rotující B hvězda stala Be hvězdou. Jedná se hlavně o změny profilu čar a změny v jasnosti.

Krátkodobé změny byly rychle nalezeny v raných Be hvězdách, ale stejné pokusy u Be hvězd pozdějších než typu B5 nebyly úspěšné.

Pulzace

Pulzace je způsobena změnami hydrostatické rovnováhy ve vnějších vrstvách hvězdy. Pulzace může být radiální nebo neradiální. Za příčinu krátkodobé proměnnosti v časovém rozmezí 0,5 až 2 dny byla považována neradiální pulzace.

Nicméně později jiní vědci argumentovali, že proměnnost je lépe vysvětlena hvězdnou rotací a za příčinu změny profilu čar považují hvězdné skvrny a později korotační oblaka.

Pro vyřešení tohoto problému se většina badatelů soustředila na několik snadno pozorovatelných objektů, ke kterým patří například ω CMa, μ Cen, ω Ori a η Cen. Tyto objekty byly pozorované několika vědeckými skupinami, které došly k různým výsledkům.

Obhájci obou teorií, jak pulzace tak i hvězdných skvrn, souhlasili, že detekce skutečné multiperiodicity by rozhodla problém ve prospěch neradiální pulzace.

Multiperiodicita byla nalezena u μ Cen a také u η Cen. Porovnání časů vzplanutí emisních čar u μ Cen s modelem multiperiodicity ukazuje, že pulzace v různých módech hraje při nejmenším spouštěcí roli při přesunu hmoty z hvězdy do disku nebo alespoň je schopná ho předpovědět.

V okamžiku, kdy se několik módů sejde ve fázi, dojde k dodání potřebné kinetické energie pro dosažení kritické rotace. Důsledkem je vyvržení materiálu a vytvoření obálky. Tento náález může být důkazem pro vznik disku u μ Cen, ale většina Be hvězd se zdá, že nemají pulzaci v tolika módech.

7.3.2 Střednědobá proměnnost

Střednědobá proměnnost má frekvenci několika týdnů až měsíců. Často se jedná o změny radiální rychlosti, změny v poměru V/R , viz podkapitola 7.4.2, nebo i intenzity spektrálních čar.

Pokud je proměnnost periodická, je často spojována s podvojným systémem Be hvězd. Sekundární složka může přispívat ke vzniku disku, viz podkapitola 7.2.

7.3.3 Dlouhodobá proměnnost

Dlouhodobá proměnnost je typ proměnnosti, kdy se hvězda třídy B mění na hvězdu třídy Be a naopak. Je to nejvýznamnější proměnnost, kdy dochází ke ztrátě disku nebo k jeho eventuálnímu znovuvytvoření. To znamená, že ve spektru hvězdy se objevuje a časem opět mizí emisní čára. Vyskytují se i domněnky, že všechny hvězdy typu B jsou typu Be, ale ne všechny projeví emisní aktivitu.

7.4 Vlastnosti disku

Zatímco po mnoho let bylo přijímáno, že Be hvězdy mají okolo sebe plyn, jeho geometrie a kinematika zůstaly jako sporné téma.

7.4.1 Geometrie

Dlouhou dobu se věřilo, že plyn okolo hvězdy má tvar disku (Struve 1931), polarizační studium ukázalo, že tento plyn není sféricky symetrický.

Velký skok dopředu byl udělán v roce 1992 s prvním interferometrickým pozorováním Be hvězd, který provedli Dougherty a Taylor. Toto radiové pozorování ψ Per na VLA¹ potvrdilo, že geometrie oblasti okolo hvězdy není sféricky symetrická. Nedávno, optická interfotometrie začala produkovat výsledky pro Be hvězdy, zvláště od skupin na Mount Wilsonu a Observatoire de la Côte d'Azur. Výsledky od těchto skupin potvrdily asférickou geometrii emise v okolí hvězdy.

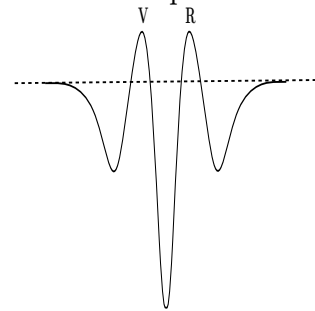
7.4.2 Kinematika

Kinematika okolohvězdného plynu vyvolává hodně pozornosti. Dopplerův posuv v dis-ku může odhalit rychlostní uspořádání disku skrz profil čáry. Profily čar mohou mít buď jeden vrchol nebo může mít vrchol dvojitý a může být nesymetrický, i když nejčastěji jsou profily s dvojitým vrcholem a symetrické. Nesymetrie se může objevit časem v tom, že červené a modré části čáry mohou být dominantní v různých časech (známé taky jako V/R poměr - violet-to-red poměr).

V/R poměr

Pro typické emisní čáry s dvojitým vrcholem, výšky do modra a červena posunutého vrcholu jsou označeny jako V respektive R . Dlouho trvající cyklické změny v poměru V/R jsou pozorovány u mnoha hvězd, trvají několik let až několik desetiletí dokud se cyklus neuzavře. Morfologie cyklu byla popsána Hanuschikem a spol., kdy použili data s vysokým rozlišením. Našli, že chování emisní čáry je shodné s jednoramennou hustotní vlnou v disku.

Použití přenosu záření při modelování jednoramenné hustotní vlny, která reprodukuje V/R poměr (obr. 7.3), který je pozorovaný v profilech čar, nám ukazuje kinematickou strukturu jednoramenných oscilací, která je shodná s pozorováním. Pro tyto jednoramenné hustotní vlny, aby vytvořily pozorovanou magnitudu, musí platit, že disk oběhne hvězdu několikrát. Tudiž ukládá striktní kritérium pro rychlostní pole uvnitř disku: rychlost rotace musí být mnohem větší než radiální únik.



Obrázek 7.3: V/R poměr

7.5 Příčiny vzniku Be fenoménu

Ať už je mechanismus pro vyvržení plynu z fotosféry jakýkoli, musí vytvořit dostatečně hustou oblast v rovině rovníku hvězdy na to, aby vysvětlila pozorované kontinuum a čáry a z kinematiky se zdá, že bude muset být schopný dodávat dostatečnou hybnost disku a disk obnovovat.

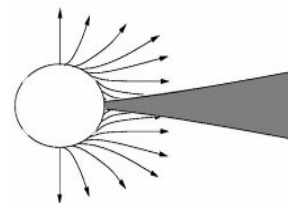
¹Very Large Array je radioastronomická observatoř, která se nachází na Pláních svatého Augustina v Novém Mexiku.

7.5.1 Disk stlačovaný hvězdným větrem

Existuje několik navrhovaných mechanismů, které by dokázaly vyvrhnout plyn z fotosféry. Samozřejmě volba je zářením poháněný vítr.

Bjorkman a Cassinelli v roce 1993 představili model, ve kterém zářením poháněný vítr vytváří tok směrem k rovníku. Proudnice větru zůstává v oběžné rovině: kdyby rotace byla dostatečně velká, proudnice by překročily rovinu rovníku. Proudnice z obou hemisfér by si pak v rovině rovníku překážely a výsledek toho by byl vznik vzruchu. Tento vzruch vytváří oblast s vyšší hustotou, která by představovala disk, omezený pouze na rovinu rovníku a opačně směřujícími tlaky větrů z obou hemisfér.

Pozdější výzkum však ukázal, že disk okolo Be hvězdy nevzniká důsledkem hvězdného větru. A to v důsledku toho, že je hvězdný vítr v oblasti rovníku díky gravitačnímu ztemnění slabší než na polárních oblastech.

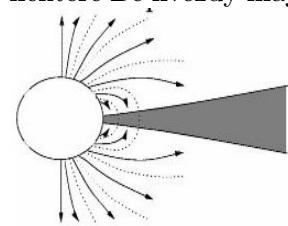


Obrázek 7.4: disk stlačovaný hvězdným větrem, obrázek jsem převzala z [5]

7.5.2 Disk stlačovaný magnetickým polem

Existují i modifikace výše zmíněného modelu. Ukazuje se, že některé Be hvězdy mají silné magnetické pole, které je schopno ovlivnit dynamiku hvězdného větru. Cassinelli a spol. v roce 2002 spočítali efekt dipolárního hvězdného magnetického pole na dynamiku hvězdného větru. Pro oblasti, kde magnetická energie převažuje nad kinetickou hustotní energií, proudnice toku větru sledují magnetické siločáry. Pro uzavřené magnetické smyčky poblíž rovníku, síla nutí plyn, aby se pohyboval ve směru roviny rovníku od obou hemisfér a výsledná oblast vzruchu je pak disk.

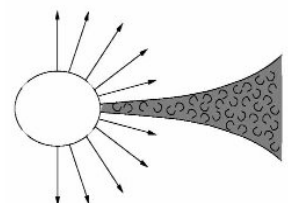
Další magnetohydrodynamické simulace, ale opět nevytváří disky, které by se shodovaly s disky pozorovanými.



Obrázek 7.5: disk stlačovaný magnetickým polem, obrázek jsem převzala z [5]

7.5.3 Viskózní disk

Alternativní hypotéza k hypotéze stlačovaného disku je viskózní disk. Dynamika takovýchto disků funguje ve stejném smyslu jako u akrečních disků, až na to, že plyn a moment hybnosti, jsou přidávány do vnitřních oblastí a potom jsou rozptýleny ven ve formě turbulence magnetohydrodynamické viskozity. Nejjednodušší představa je taková, že oblasti kolem rovníku hvězdné atmosféry jsou zrychlovány až skoro do super-Keplerovské rotace, například pulzací. Pokud do plynu bude nadále dodáván moment hybnosti, zvedne se z hvězdného povrchu a bude se pohybovat dále od hvězdy. A potom může být vytvořen disk.



Obrázek 7.6: viskózní disk, obrázek jsem převzala z [5]

Důležitou složkou v tomto modelu je kritická rotace hvězdy, kterou je velmi obtížně pozorovat. Největší neznámou v modelu je otázka jak dochází k dodávání momentu hybnosti do disku. Jednou možností je pulzace. Další možný mechanismus je takový, že plyn se z hvězdy dostane díky nějakému výbuchu.

I když tento model dosáhl nějakých úspěšných výsledků, má stále spoustu nedostatků v dobrém popisu dodání důležitého momentu hybnosti.

7.5.4 Be hvězdy v podvojném systému

Kříž a Harmanec ve svém článku z roku 1975 navrhli, že Be hvězdy jsou dvojhvězdy s neodhaleným průvodcem.

Podvojnost Be hvězd je důležitým aspektem, protože průvodce u Be hvězd, které byly potvrzeny jako dvojhvězdy, může představovat další omezení pro parametry modelů. Další důvod je ten, že slapové síly mohou pomoci hmotě opustit Be hvězdu a vytvořit disk. K přenosu hmoty by mělo dojít v důsledku změny poloměru, během vývoje hvězdy.

Průvodce hvězdy mohl mít také vliv na Be hvězdu jako výsledek předchozího přesunu hmoty, to znamená její roztočení. Zvýšenou rotační rychlost pozorovanou u Be hvězd bychom pak mohli vysvětlit jako důsledek přenosu momentu hybnosti mezi složkami.

I když mnohé Be hvězdy jsou dvojhvězdy, nejsou u sebe tak blízko, aby docházelo k přenosu látky a momentu mezi složkami. Navíc pouze 1/3 Be hvězd se nachází ve dvojhvězdné soustavě, proto nemůžeme brát tuto hypotézu obecně platnou pro všechny Be hvězdy.

7.5.5 Pulzační hypotéza

Dalším možným mechanismus je pulzace, viz v podkapitole s názvem Pulzace na straně 39.

7.5.6 Rotace

Popsáno výše v podkapitole 7.2.

Stále neexistuje teoretický model, který by platil pro vznik disku Be hvězd. V problému Be hvězd, stále zůstává hodně otázek, které je potřeba zodpovědět, například otázka ohledně vývojové fáze Be hvězd, hvězdné rotace, výskyt a původ magnetického pole a nebo přenos hmoty a momentu hybnosti.

KAPITOLA 8

ROCHEOVA GEOMETRIE

Jako velká spousta hvězd, více než 70 % všech hvězd tvoří dvojhvězdy, i Be hvězdy se mohou nacházet v podvojném systému. Složky tohoto systému mohou mít tvar podle Rocheova modelu pro oddělené i dotykové dvojhvězdy.

Jelikož program `Shellspec` zahrnuje Rocheovu geometrii do svých výpočtů, rozhodla jsem se geometrii popsat i v této práci.

Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [11], [12], [14].

8.1 Rocheův model, Rocheova mez, Rocheovy laloky

Rocheův model dvojhvězd je pojmenován podle francouzského matematika z 19. st., Edouarda Rochea. Je založen na ideji, že uvažujeme celkový gravitační potenciál v systému dvou hmotných bodů, které se pohybují po kruhových orbitách kolem jejich barycentra.

Při některých problémech, kdy se studuje pohyb nějaké velmi malé částice, je důležité znát tvar ploch, které jsou místem určitého gravitačního potenciálu. V případě rotujícího systému dvou těles o hmotnostech m_1 a m_2 je potenciál v souřadném systému x, y, z rotujícím se soustavou (tj. např. osa x leží na spojnici m_1, m_2) v libovolném bodě $P(x, y, z)$ součtem dvou potenciálů bodové částice a rotačního potenciálu

$$\Phi = -\frac{Gm_1}{r_1} - \frac{Gm_2}{r_2} - \frac{\omega^2}{2} \left[\left(x - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 + y^2 \right], \quad (8.1)$$

kde $r_1 = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ a $r_2 = [(x - 1)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$ jsou vzdálenosti bodu P od hmot m_1 a m_2 a ω je úhlová rychlost. Je patrné, že první dva členy vyvolávají gravitační zrychlení, které působí v bodě P , kdežto třetí člen je odpovídající za odstředivé zrychlení vyvolané rotací systému.

Chceme-li vypočítat umístění ekvipotenciálních ploch, obklopujících dva hmotné body, které obíhají kolem společného těžiště, předpokládáme oběžné kruhové dráhy se středem ve hmotnější hvězdě, o hmotnosti m_1 , obíhající konstantní rychlostí

ω s podvojným systémem. Méně hmotná hvězda, o hmotnosti m_2 , je ve vzdálenosti $a \equiv 1$ od počátku.

Předpokládáme-li $a \equiv 1$ a časově souběžnou rotaci (to znamená, že hvězdný povrch se otáčí spolu s oběžnou dobou rotace), dostaneme

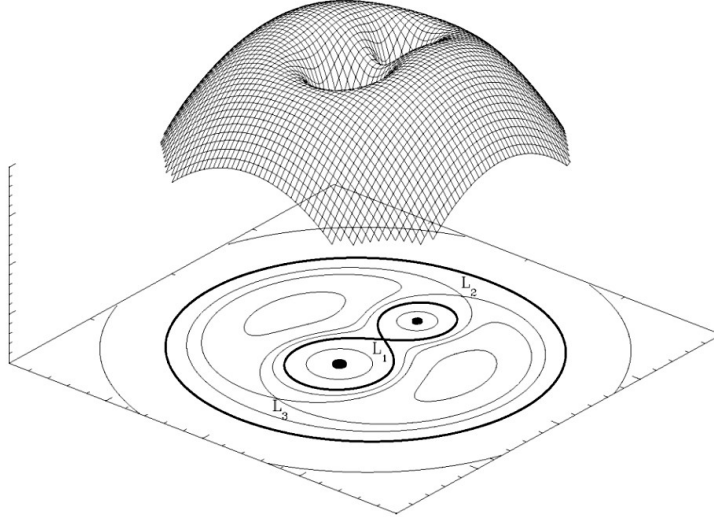
$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{a^3} = G(m_1 + m_2), \quad (8.2)$$

což pochází z třetího Keplerova zákona¹ pro oběžnou dobu.

Pokud definujeme veličinu $\Phi_n = -2\Phi/G(m_1 + m_2)$ a hmotnostní podíl $q = m_2/m_1$ ($0 < q \leq 1$), potom

$$\Phi_n = \frac{2}{(1+q)r_1} + \frac{2q}{(1+q)r_2} + \left(x - \frac{q}{(1+q)}\right)^2 + y^2. \quad (8.4)$$

Φ_n je normovaný potenciál a můžeme ho spočítat pro jakýkoli umístění x, y, z okolo dvou hmotných bodů. Proto plochy konstantního potenciálu, nebo-li ekvipotenciální plochy, můžeme nalézt, a očividně závisí na hmotnostním podílu q .



Obrázek 8.1: Řez oběžné dráhy rovinou (x, y) plochy s konstantním normovaným potenciálem Φ_n pro dvojný systém a mřížka reprezentující hodnotu normovaného potenciálu Φ_n . Obrázek jsem převzala z [24].

Všimněme si na obr. 8.1 tvarů ploch blízko hmotných bodů, m_1, m_2 , které jsou kruhové v řezu rovinou (x, y) a stejně platí i pro roviny (y, z) a (x, z) . U hvězd,

¹Třetí Keplerův zákon uvádí vztah mezi oběžnými dobami planet T a hlavními poloosami jejich trajektorií a :

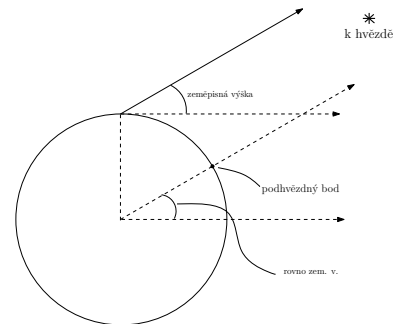
$$\frac{T^2}{a^3} = \text{konst.} \quad (8.3)$$

kteřé jsou bezdotykové dvojhvězdy, mají kulový tvar. Pokud se budeme vzdalovat od těchto dvou hvězdných středů, plochy budou více zdeformované, zvláště ve středu linie, která spojuje dvě hvězdy, naopak protilehlé polokoule zůstávají skoro sférické. Nakonec plochy, obklopující dva hmotné body, se spojí v bodě označeném jako L_1 na obrázku. Tento bod se často nazývá vnitřní Lagrangianův bod. Plochy, které vzniknou po spojení dvou Rocheových ploch v Lagrangianově bodě L_1 , se nazývají Rocheovy meze pro dva komponenty dvojného systému. Definují dva třídimenzionální limitní objemy, obvykle nazývané Rocheovy laloky. Důvod proč se jim říká limitní objemy, je v tom, že definují maximální objem, který hvězda může mít ve dvojném systému a stále si uchovat všechny své složky (atomy, ionty, atd.) pod svou vlastní gravitační kontrolou. Skutečná fyzikální velikost každého limitního objemu je definována hlavně vzdáleností a a pak v menší míře hmotnostním poměrem q . Pokud je hmotnostní podíl jednotkový, dva Rocheovy limitní objemy mají stejnou velikost. Pokud q je menší než 1, relativní velikost Rocheova laloku hmotnější hvězdy narůstá, zatímco méně hmotné hvězdy klesá.

Ekvipotenciální plocha na obrázku 8.1, která leží hned za obrazcem -8 Rocheových mezí, ukazuje tvar, který vznikne pokud se jedná o dotykový dvojný systém. V takovémto systému jsou dvě hvězdy ve fyzickém kontaktu pomocí zúžení v bodě L_1 , a jsou spojené společnou obálkou, která se nachází mezi Rocheovou mezí a ekvipotenciální plochou, která odpovídá povrchu tohoto systému. Za touto oblastí je další ekvipotencionální plocha; úplně obklopuje dvojhvězdu a zobrazuje průsečík v L_2 . Toto je vnější Lagrangianův bod, kterým může hmota z gravitačního pole dvojhvězdy unikat mnohem snadněji.

Existuje ještě další průsečík, který není zobrazen na obrázku 8.1, na opačné straně dvou hmot od L_2 , známý jako L_3 , který poskytuje další možnou únikovou cestu zónou s vyšším potenciálem než ten v L_2 . V ještě větší vzdálenosti od dvou hvězd leží maxima potenciálu, značena jako L_4 a L_5 , které leží na místech tvořící rovnostranné trojúhelníky s dvěma hvězdami.

Rocheův povrch pro oddělené komponenty je definován jako ekvipotenciální plocha $C_s = \Phi_n(x_s, y_s, z_s)$ procházející podhvězdným bodem (x_s, y_s, z_s) (bod na povrchu hvězdy mezi oběma hvězdami, $0 < x_s < 1, y_s = z_s = 0$), který je lokalizovaný „doplňovacím“



Obrázek 8.2: definice podhvězdného bodu (fill-in) parametrem $f_i \leq 1$, který popisuje stupeň, v kterém ekvipotencionální plocha odpovídá vyplnění Lagrangianovské plochy nulové rychlosti fotosférou. Definujeme ho jako

$$f_i = \frac{x_s}{L_{1x}}, \quad f_i = \frac{1 - x_s}{1 - L_{1x}}, \quad (8.5)$$

pro primární a sekundární složku. L_{1x} tu představuje x -ovou souřadnici bodu L_1 v $(L_{1x}, 0, 0)$.

Rocheho ekvipotenciální plocha C_s dotykového systému je definována pomocí „fill-out“ parametru $1 < f_o \leq 2$:

$$f_o = \frac{\Phi_{n1} - C_s}{\Phi_{n1} - \Phi_{n2}} + 1, \quad (8.6)$$

kde Φ_{n1} a Φ_{n2} odpovídají potenciálům v bodech L_1 a L_2 . A musí platit $\Phi_{n1} \geq C_s \geq \Phi_{n2}$

Nejdříve musíme spočítat L_1, L_2, C_s a x -ové souřadnice tělesa s využitím Newtonovy - Raphsonovy iterační metody ve směru x :

$$x_{i-1} = x_i - \frac{\Phi_n(x_i, 0, 0) - \Phi}{\Phi_{nx}(x_i, 0, 0)} \quad (8.7)$$

a potom 3D tvar plochy je vyřešen pomocí Newtonovy - Raphsonovy iterační metody v y -ových a z -ových souřadnicích s přesností 10^{-5} .

Potřebné derivace pro výpočet:

$$\frac{\partial \Phi_n}{\partial x} = -\frac{2x}{(1+q)r_1^3} - \frac{2q(x-1)}{(1+q)r_2^3} + 2x - \frac{2q}{1+q} \quad (8.8)$$

$$\frac{\partial \Phi_n}{\partial y} = -\frac{2y}{(1+q)r_1^3} - \frac{2qy}{(1+q)r_2^3} + 2y \quad (8.9)$$

$$\frac{\partial \Phi_n}{\partial z} = -\frac{2z}{(1+q)r_1^3} - \frac{2qz}{(1+q)r_2^3} \quad (8.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial x^2} = \frac{6x^2}{(1+q)r_1^5} + \frac{6q(x-1)^2}{(1+q)r_2^5} - \frac{2}{(1+q)r_1^3} - \frac{2q}{(1+q)r_2^3} + 2. \quad (8.11)$$

Také gravitační ztemnění je brané v úvahu prostřednictvím měnící se teploty podle následujícího zákona:

$$\frac{T}{T_p} = \left(\frac{g}{g_p} \right)^\beta, \quad (8.12)$$

kde g je normovaná povrchová gravitace, β je koeficient gravitačního ztemnění, T_p a g_p jsou teplota a gravitace na pólu rotace. Normovaná gravitace je

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_n}{\partial z} \right)^2}. \quad (8.13)$$

Faktor gravitačního ztemnění je pak spočítán jako

$$f_{GD} = B_\nu(T)/B_\nu(T_p). \quad (8.14)$$

Hrozí tu ale možná singularita ve výpočtech v okolí bodů L_1 a L_2 , kde gravitace klesá k nule a tedy i teplota jde k nule. Tento problém je v našem případě, v programu **Shellspec**, vyřešen tak, že jako nejmenší hodnota je určena na: $g/g_p = 10^{-4}$, podle [3]

KAPITOLA 9

MODELOVÁNÍ SPEKTER BE HVĚZD

Diplomová práce navazuje na předchozí bakalářskou práci [1]. Hlavním cílem bakalářské práce bylo naučit se pracovat s programem **Shellspec**.

Program **Shellspec** (autor Jano Budaj, [3]) je navržený tak, aby spočetl světelné křivky, spektra, interagujících dvojhvězd obklopených pohybujícím se okolohvězdným opticky tenkým materiálem. Za předpokladu LTE (viz kapitola 6) je schopen určit intenzitu záření z rovnice přenosu záření a určit tak spektrum objektu resp. světelnou křivku. Do problému lze zahrnout také přítomnost (ne)průhledných objektů, například disku, jetu, skvrny, obálky nebo sekundární hvězdy. Program ale není schopen řešit inverzní problém - hledání parametrů primární hvězdy. Tyto hodnoty se musí dohledat.

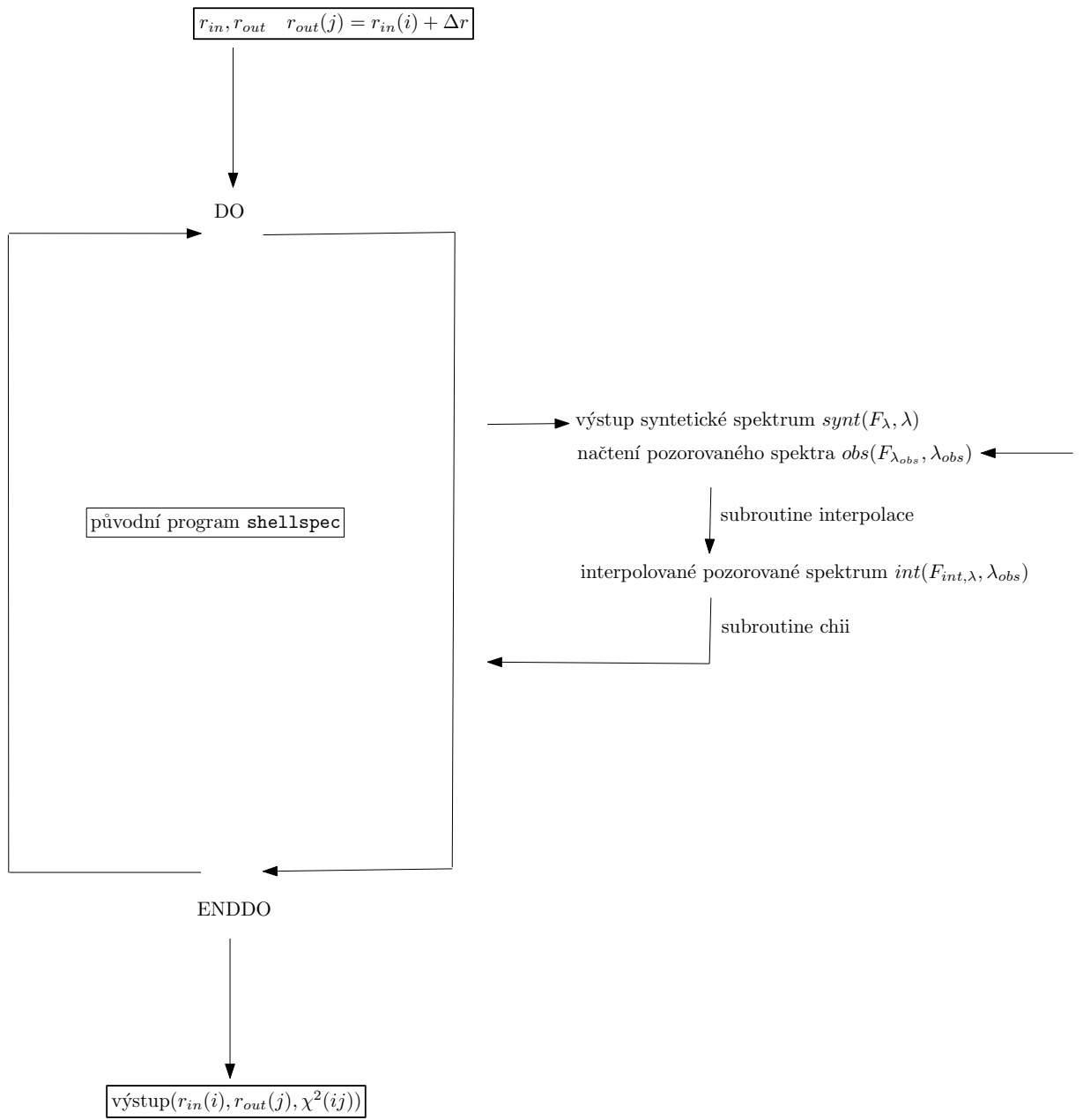
Při psaní této kapitoly jsem čerpala hlavně z [2], [1], [7], [8], [9], [3], [4].

9.1 Automatizace programu **Shellspec**

Úkolem diplomové práce bylo zpřesnit výsledky z bakalářské práce [1], kde výsledky neodpovídaly fyzikálním předpokladům.

Problém nastává tehdy, když se do programu **Shellspec** zadávají parametry disku. Kombinace vstupních parametrů mohou být nepřesné nebo chybné. Rozhodla jsem se, že program **Shellspec** upravím tak, aby se vstupní parametry vkládaly samy, a aby se pro každou kombinaci parametrů našla odchylka mezi pozorovaným a spočítaným spektrem hvězdy, následně kombinace parametrů s nejmenší odchylkou bude i ta nejpřesnější, která popisuje pozorované spektrum.

Hlavním vstupním souborem v programu **Shellspec** je `shellspec.in` (popis tohoto souboru a dalších lze najít v mé bakalářské práci [1]), kde se dají volit parametry primární hvězdy, sekundární hvězdy, jetu, disku, apod. podle toho jaký systém chceme studovat. Právě s tímto souborem jsem pracovala při zpřesňování zadávání řídicích parametrů.



Obrázek 9.1: Schematické rozvržení programu

9.1.1 Zadávání řídicích parametrů - gridová metoda

První část úpravy programu `Shellspec` se týká zadávání řídicích parametrů, pomocí tzv. gridové metody, která postupně prochází pole všech možných kombinací řídicích parametrů. Jedná se tedy o metodu, která velmi zjednodušeně řeší inverzní problém tedy hledání optimálních parametrů pro daný problém. Je možné zadat hraniční body intervalů pro daný parametr, nejmenší a největší hodnotu parametru. Je zde také možné upravit jak velké skoky jsou mezi po sobě následujícími hodnotami.

Pro začátek jsem změnila pouze vnitřní a vnější poloměr. Jelikož jsem zvolila 100 hodnot pro každý parametr, získala jsem tak 10000 kombinací pro vnitřní a vnější parametr. Každá kombinace znamená nové spuštění programu `Shellspec`, je tedy vidět značná časová náročnost úlohy.

Z definice problému hvězd je patrné, že vnitřní poloměr musí být větší než poloměr hvězdy, aby nezasahoval dovnitř hvězdy, tudíž jsem pro svůj konkrétní problém, modelování spekter 60 Cygni, dala jako vnitřní mez $1,02 R_*$, kde R_* je poloměr hvězdy. Jako vnější mez jsem zvolila $6 R_*$, což je vzdálenost, kdy dochází k rozpadu disku, kterou odhadl Doubek ve své diplomové práci [2], viz podkapitola 9.3.

9.1.2 Porovnání pozorovaného a spočítaného spektra

Hlavní výstup z programu `Shellspec`, je soubor `shellspectrum`, kde se nachází vypočítaná data toků a vlnových délek. Toto syntetické spektrum porovnávám v dalším kroku ve své nové části programu `Shellspec` s pozorovaným spektrem. Jak jsem zmínila výše, použila jsem stejná data jako Doubek v jeho diplomové práci. Pro každou kombinaci vnitřního a vnějšího poloměru se spočítá syntetické spektrum, které se porovná s pozorovaným. Na základě znalosti pozorovaného spektra se pak zjistí hodnota χ -kvadrátu pro určení kvality shody.

$$\chi^2 = \sum \frac{(F_{obs} - F_{synt})^2}{F_{synt}} \quad (9.1)$$

Do předem připraveného souboru `vystup.dat` se následně ukládají hodnoty vnitřního poloměru, vnějšího poloměru a nakonec χ -kvadrátu. V závěrečné fázi výpočetního postupu určíme kombinaci parametrů, která nejlépe odpovídá pozorování. Zvoleným kritériem je hodnota χ -kvadrátu.

Průběh hodnot χ -kvadrátu v závislosti na řídicích parametrech je znázorněn na obrázcích 9.2, 9.3 a 9.4 pro modelaci hvězdy TT Hya, kterou jsem popsala v následující podkapitole a pro hvězdu 60 Cygni na obrázcích 9.15, 9.16, 9.17, 9.18 a 9.19, jejíž spektrum jsem studovala v podkapitole 9.3.

U grafů pro 60 Cygni, hlavně u profilů P2, P23, P233 a P3, je vidět větší šum. Nejpravděpodobněji je to způsobeno tím, že datových bodů pro tyto profily bylo méně. Pro profil P1 se jednalo zhruba o 1000 datových bodů a u ostatních profilů necelých 300 bodů. Všechny soubory u hvězdy TT Hya měly kolem 1000 datových bodů.

9.2 Porovnání hodnot TT Hya

Nejdříve, abych zjistila, jestli moje část kódu funguje správně, použila jsem ji při zjištění hodnot u hvězdy TT Hya, kterou již zkoumali Budaj a Richards ve svém článku [4] a kde jsou i uvedené výsledné hodnoty pro disk této hvězdy. Výsledné hodnoty, ke kterým dospěli v článku [4], jsou v tabulce 9.1.

S novou částí kódu, kterou jsem napsala, jsem chtěla ověřit výsledky, k jakým došli v [4]. Se souhlasem od obou autorů jsem využila jejich napozorovaných spekter, abych vycházela ze stejného zdroje. Jelikož je zatím možné zkoumat pouze vnitřní a vnější poloměr, ostatní parametry, jako je například teplota disku, hustota apod., jsem nechala stejné jako měli v [4].

Primární		Sekundární		Disk	
M	$2,63 M_{\odot}$	M	$0,59 M_{\odot}$	i	$82,84^{\circ}$
R	$1,95 R_{\odot}$	$\log g$	2,66	α	$2 R_{\odot}$
$\log g$	4,23	T_p	4600 K	R_{in}	$2 R_{\odot}$
T	9800 K	u	0,8	R_{out}	$10 R_{\odot}$
$v \sin i$	168 km s^{-1}	β	0,08	$\rho(R_{\text{in}})$	$4 \times 10^{-14} \text{ g cm}^{-3}$
u	0,5			$n_e(R_{\text{in}})$	$2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
a	$22,63 R_{\odot}$			T	6200 K
				v_{trb}	30 km s^{-1}

Tabulka 9.1: Tabulka výsledných hodnot pro hvězdu TT Hya z článku, kde u je koeficient okrajového ztemnění, a je vzdálenost komponentů, T_p je teplota na pólu rotace, β exponent gravitačního ztemnění, i inklinace, α vertikální pološířka, R_{in} vnitřní poloměr, R_{out} vnější poloměr, $\rho(R_{\text{in}})$ hustota, $n_e(R_{\text{in}})$ elektronová hustota a v_{trb} mikroturbulence

Jestli moje část kódu funguje správně, měla bych dojít k podobné hodnotě pro poloměry jako v [4], tedy $R_{\text{in}} = 2 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 10 R_{\odot}$.

9.2.1 Výsledné hodnoty pro TT Hya

K dispozici jsem měla spektra z různých období, a různých fází, vybrala jsem náhodně spektra: 3579.999 (kdy dochází k největšímu, úplnému zákrytu), 3606.217, 3606.071, čísla vyjadřují epochu a fázi hvězdy. Nechtěla jsem modelovat disk této hvězdy, pouze si ověřit zda moje obměna programu funguje. Výsledné hodnoty pro vnitřní a vnější poloměr jsou vypsány v tabulce 9.2.

Z tabulky 9.2, je vidět, že hodnota vnitřního poloměru vyšla v dobré shodě, vnější poloměr se lehce liší od hodnoty, která vyšla Budajovi a Richards. Syntetická spektra pro jednotlivé fáze jsou na obrázcích 9.5, 9.6 a 9.7, kde jsou vykreslena spolu s pozorovaným spektrem.

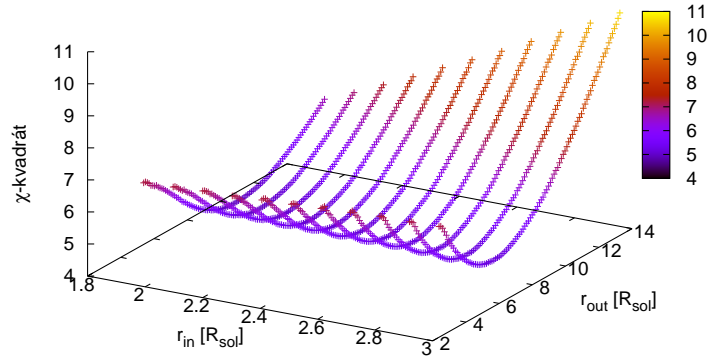
Dospěla jsem tedy k jinému řešení hodnot pro vnitřní a vnější poloměr, jelikož ale moje syntetická spektra popisují pozorovaná podobně jako v případě [4], můžu

TT Hya		
epocha a fáze	R_{in}	R_{out}
3579.999	$1,989 R_{\odot}$	$11,669 R_{\odot}$
3606.071	$1,989 R_{\odot}$	$7,5989 R_{\odot}$
3606.217	$1,989 R_{\odot}$	$8,1489 R_{\odot}$

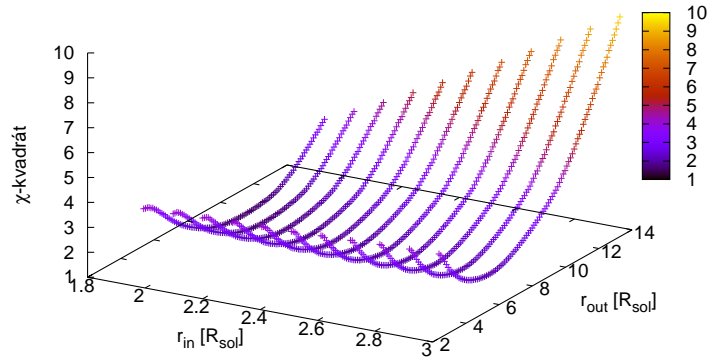
Tabulka 9.2: Výsledné hodnoty pro TT Hya pomocí mé části kódu.

soudit, že i moje výsledky mohou být správné. Důvodů proč se moje hodnoty liší od [4] by mohlo být několik. Například, že minimalizační metoda mohla najít lokální a ne globální minimum, využití LTE ve výpočtech nebo nevyužití `Synspecu` při výpočtech `Shellspecu`.

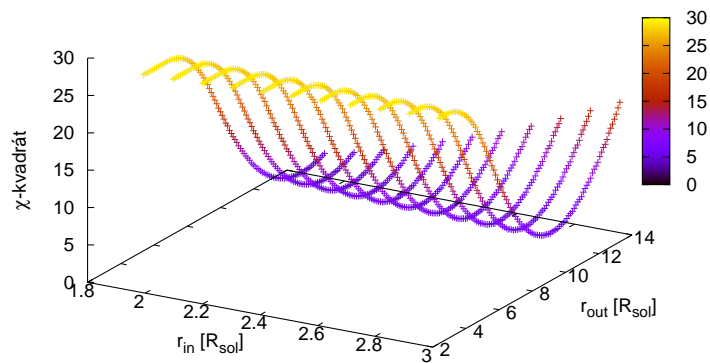
Poté co jsem si ověřila, že moje úpravy programu `Shellspec` fungují, postoupila jsem k modelování spekter Be hvězdy 60 Cygni.



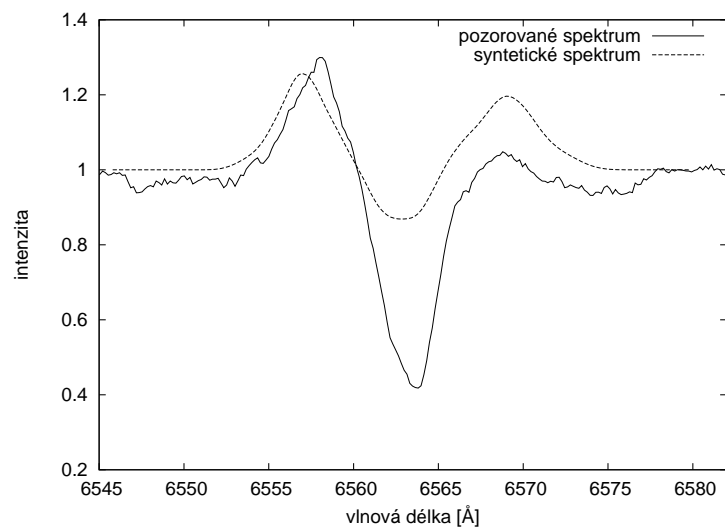
Obrázek 9.2: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro epochu a fázi 3606.071. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 1,989 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 8,1489 R_{\odot}$.



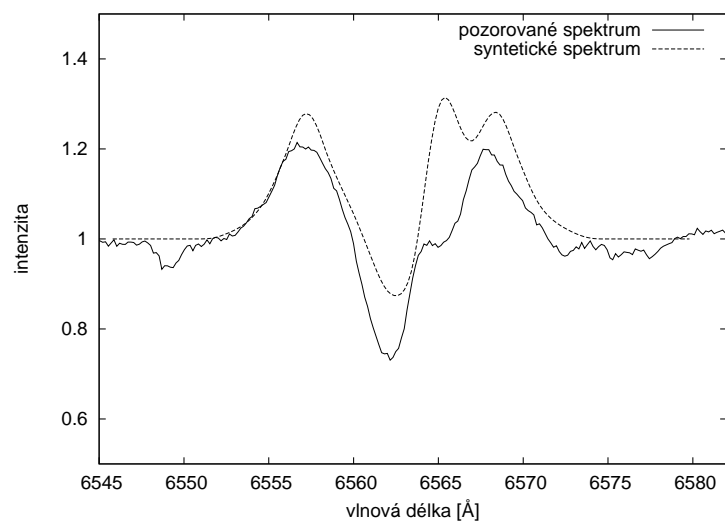
Obrázek 9.3: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro epochu a fázi 3606.217. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{in} = 1,989 R_{\odot}$ a $R_{out} = 7,5989 R_{\odot}$.



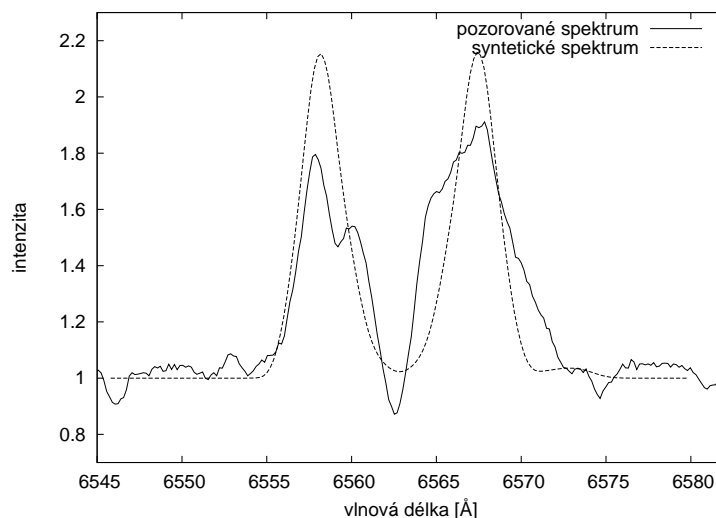
Obrázek 9.4: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro epochu a fázi 3579.999. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{in} = 1,989 R_{\odot}$ a $R_{out} = 11,669 R_{\odot}$.



Obrázek 9.5: Pozorované a spočítané spektrum pro TT Hya v epoše a fázi 3606.071. Syntetické spektrum sedí pěkně na pozorované v křídlech čáry, ale v její centrální absorpci profil nepopisuje přesně.



Obrázek 9.6: Pozorované a spočítané spektrum pro TT Hya v epoše a fázi 3606.217. U tohoto profilu syntetické spektrum opět popisuje správně křídla čáry pozorovaného profilu, absorpce a emise čáry se od pozorovaného spektra lehce liší.



Obrázek 9.7: Pozorované a spočítané spektrum pro TT Hya v epoše a fázi 3579.999. Syntetické spektrum se dobře shoduje s pozorovaným spektrem až na dva emisní píky, které u pozorovaného profilu mají menší intenzitu.

9.3 Be hvězda 60 Cygni

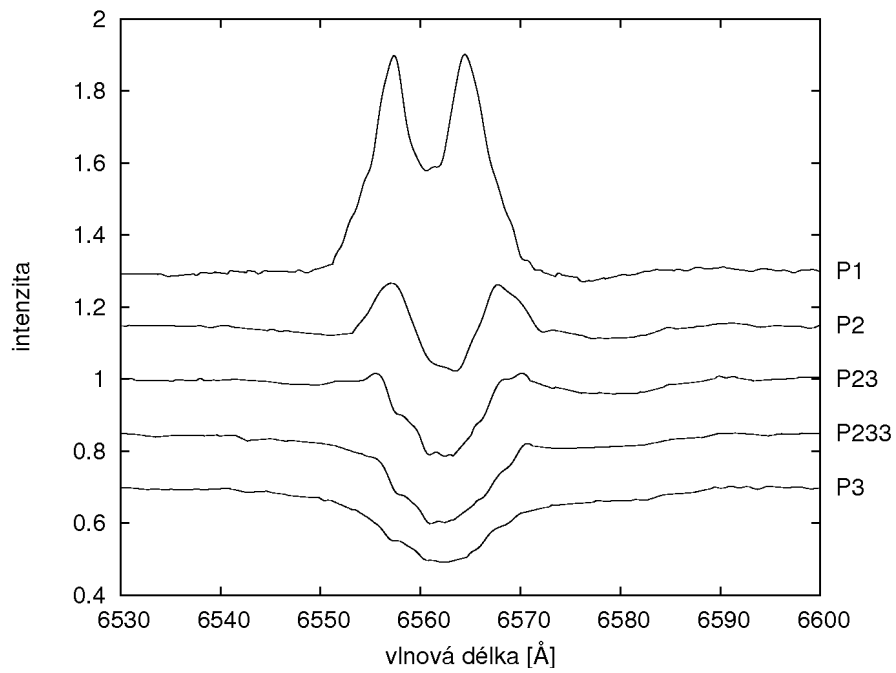
60 Cygni je Be hvězda, u které dochází ke změnám ve spektru na nejrůznějších časových škálách. Dlouhodobé změny souvisí se vznikem a zánikem disku. Byly pozorovány přechody ze stavu emise na absorpci a naopak. Tento vývoj disku jsem analyzovala s použitím programu *Shellspec*.

Během posledních let se spektrum 60 Cyg několikrát změnilo. V období 1992–1993 u profilu čáry $H\alpha$ byla pozorována absorpce. V roce 1994 byla sledována slabá emise. Od roku 1996 až do 2000 měla $H\alpha$ silnou emisi. Od konce roku 2000 do roku 2005 byla přítomna zejména absorpce s občasným výskytem slabé emise. V září 2005 došlo k rychlému vytvoření obálky, která byla v důsledku další emise pozorována v $H\alpha$.

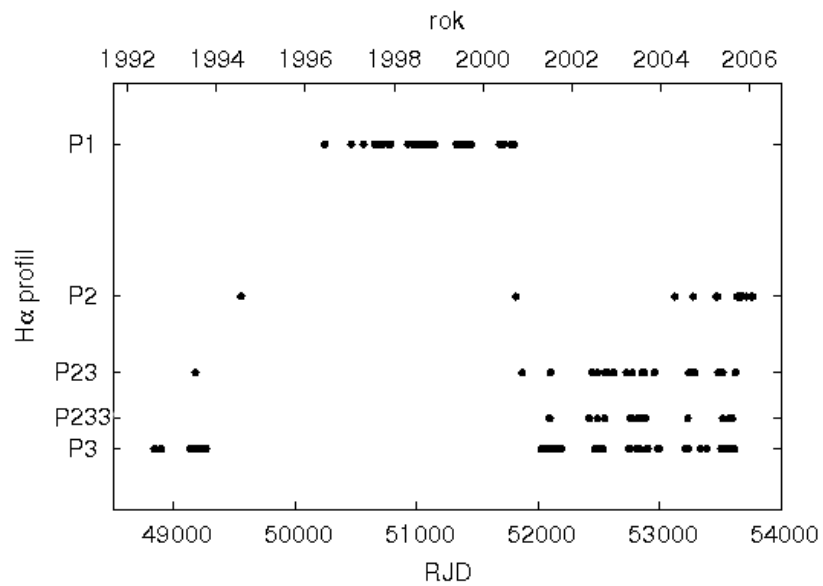
V diplomové práci [2] jsou profily čáry $H\alpha$ rozděleny do pěti typů, které jsou zobrazeny na obr. 9.8. Na obr. 9.9 je ukázána závislost jednotlivých profilů na čase. Stejný výběr profilů jsem použila i já pro svou modelaci.

Doubek ze studia dlouhodobých změn u hvězdy 60 Cygni zjistil, že emise v čáře $H\alpha$ se začne naplno projevovat, až v určité vzdálenosti obálky od hvězdy, a že obálka vzniká vyvržením materiálu z hvězdy. Postupně se obálka od hvězdy vzdaluje a emisní aktivita v čáře $H\alpha$ sílí, dokud se obálka nerozpadne a emise poté slabne. Doubek rovněž zjistil, že při dopadu obálky na povrch hvězdy dojde krátce poté k prudkému zvýšení emisní aktivity.

Z naměřených rotačních rychlostí obálky se Doubek ve své práci také pokusil zjistit vzdálenost, kde se obálka rozpadla. Za předpokladu, že $v \sin i = 320 \text{ km s}^{-1}$ a $v_{\min} \simeq 140 \text{ km s}^{-1}$ dospěl k hodnotě $r_r \simeq 5 - 6 R_*$, kde R_* je poloměr hvězdy.



Obrázek 9.8: Pozorované profily čáry H α hvězdy 60 Cygni



Obrázek 9.9: Profily čáry H α v závislosti na čase, obrázek jsem převzala z [2]

60 Cyg	
M	$11,8 M_{\odot}$
R	$5,1 R_{\odot}$
$\log g$	4
T	27000 K
$v \sin i$	320 km s^{-1}

Tabulka 9.3: Hodnoty charakterizující primární hvězdu 60 Cyg

Tuto mezní hodnotu jsem použila jako maximální možnou hodnotu při definování okrajových hodnot pro gridovou metodu, viz podkapitola 9.1.

9.3.1 Výsledné hodnoty pro Be hvězdu 60 Cygni

Hodnoty parametrů pro primární hvězdu 60 Cyg jsme získala z článku [8], viz tabulka 9.3. Zbývalo mi jen nalézt parametry pro disk. Jistou představu jakou hodnotu by měly mít některé parametry, jsem získala z článku [9], kde se zabývali tím, jak se profil spektra čáry $H\alpha$ mění při změně hustoty a inklinace. Zbylé parametry potom bylo snadné najít.

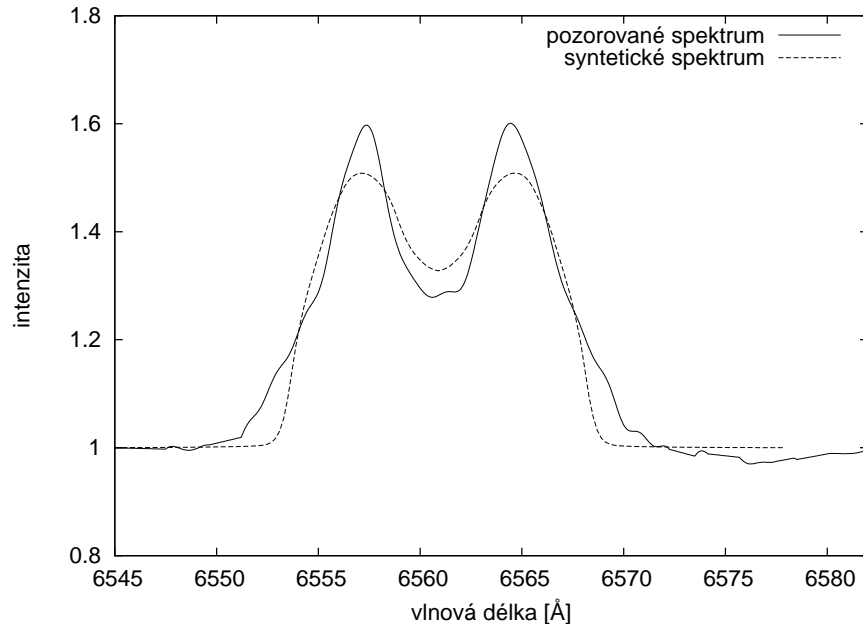
Poté co jsem našla všechny přibližné hodnoty parametrů, u kterých se zdálo, že pozorovaný profil čáry $H\alpha$ popisují nejlépe, spustila jsem program `Shellspec`, který obsahoval i moji novou část, aby našel co nejpřesnější hodnoty vnitřního a vnějšího poloměru, viz podkapitola 9.1. Tyto dva parametry jsou, co se týče geometrie disku, nejdůležitější.

V tabulce 9.4, jsou vypsány všechny výsledné hodnoty parametrů disku. Tabulka je seřazena od profilu s nejsilnější emisí až po profil s velmi slabou aktivitou emise. Podle parametrů je vidět, že emise vzniká podle přítomnosti disku, u profilu P1 je emise nejsilnější a tedy, jak správně vyšlo, je v této fázi disk největší, vnitřní poloměr vyšel $R_{\text{in}} = 5,202 R_{\odot}$ a rozprostírá se do vzdálenosti vnějšího poloměru $R_{\text{out}} = 12,681 R_{\odot}$. Postupně jak se zvětšuje disk, zvyšuje se také aktivita emise v čáře $H\alpha$, snižuje se hustota disku a s ní i teplota, což odpovídá fyzikální představě.

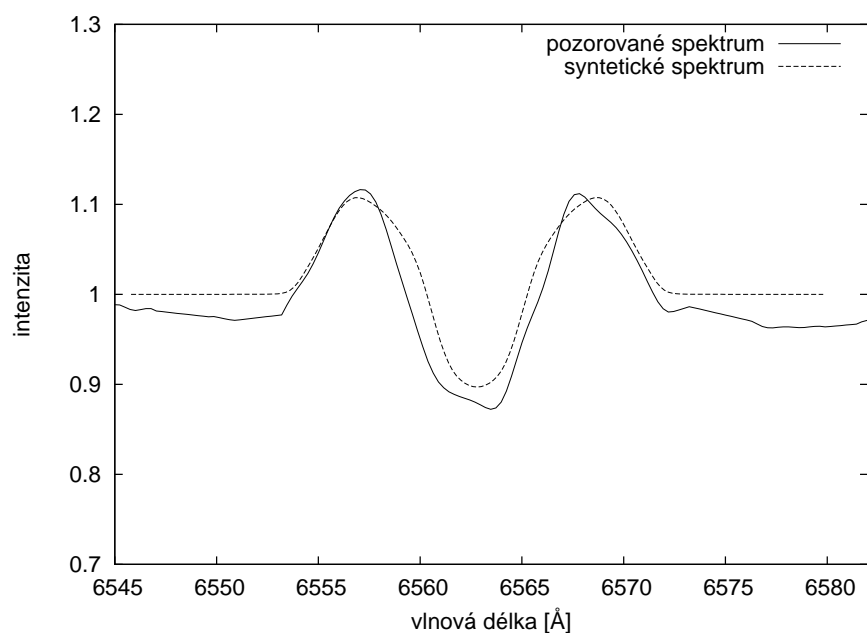
Na obrázcích 9.10, 9.11, 9.12, 9.13 a 9.14 jsou vyneseny grafy pozorovaného a syntetického spektra pro Be hvězdy 60 Cygni s použitím parametrů hvězdy a disku, viz. tabulky 9.3 a 9.4.

	i	R_{in}	R_{out}	T	ρ	v_{trb}
P1	30	$5,202 R_{\odot}$	$12,681 R_{\odot}$	13000 K	$9 \times 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$	90 km s^{-1}
P2	30	$6,979 R_{\odot}$	$7,748 R_{\odot}$	13000 K	$1 \times 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$	60 km s^{-1}
P23	30	$5,202 R_{\odot}$	$6,742 R_{\odot}$	14000 K	$1 \times 10^{-11} \text{ g cm}^{-3}$	80 km s^{-1}
P233	30	$5,455 R_{\odot}$	$5,982 R_{\odot}$	14600 K	$1 \times 10^{-11} \text{ g cm}^{-3}$	70 km s^{-1}
P3	30	$5,202 R_{\odot}$	$5,532 R_{\odot}$	14500 K	$2 \times 10^{-11} \text{ g cm}^{-3}$	80 km s^{-1}

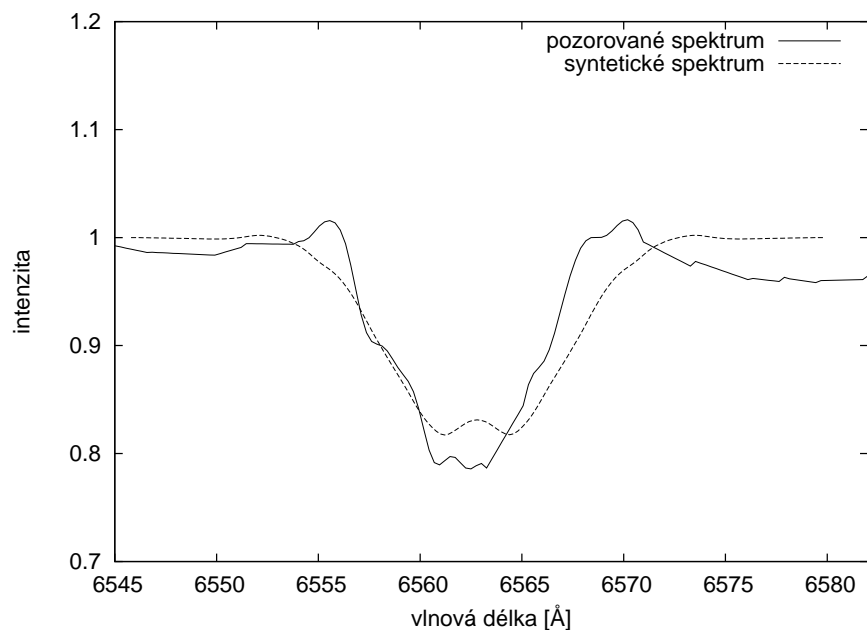
Tabulka 9.4: Tabulka s výslednými hodnotami pro disk hvězdy 60 Cygni, kde i je inklinace, R_{in} je vnitřní poloměr, R_{out} vnější poloměr, T je teplota, ρ hustota a v_{trb} je mikroturbulence



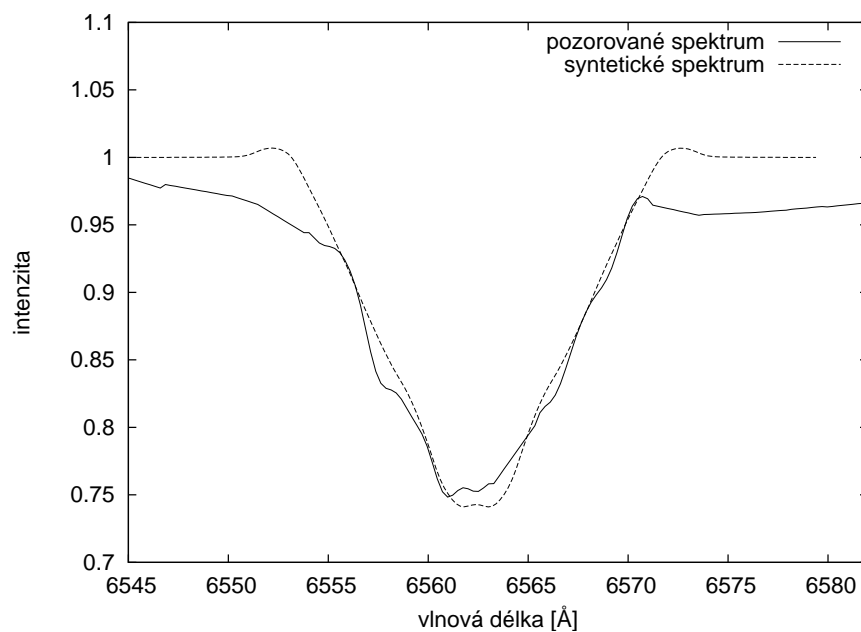
Obrázek 9.10: Pozorované spektrum a vypočítané spektrum s parametry disku viz tabulka 9.4 pro profil P1. Syntetický profil popisuje pozorovaný profil velmi dobře až na dva emisní píky, které u pozorovaného profilu mají větší intezitu.



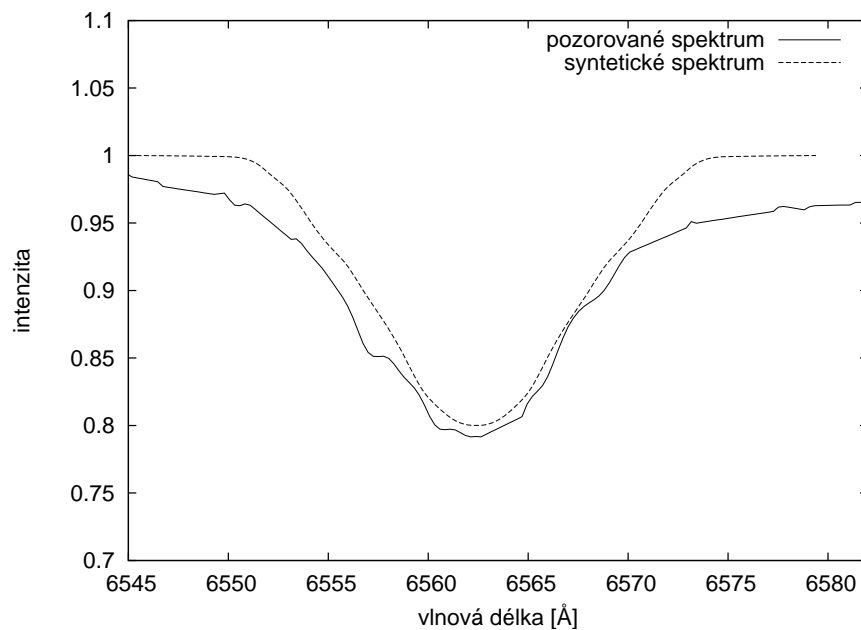
Obrázek 9.11: Pozorované spektrum a vypočítané spektrum s parametry disku viz tabulka 9.4 pro profil P2. Syntetické spektrum popisuje pozorované spektrum s dobrou shodou.



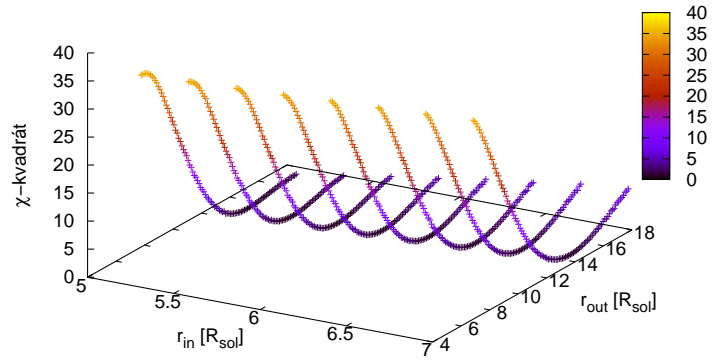
Obrázek 9.12: Pozorované spektrum a vypočítané spektrum s parametry disku viz tabulka 9.4 pro profil pro P23. Syntetický profil správně prokládá pozorovaný profil v jádře čáry, křídla pozorovaného profilu jsou však více v emisi než u syntetického profilu.



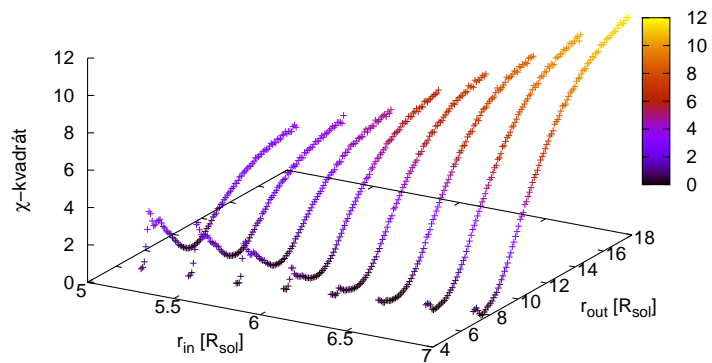
Obrázek 9.13: Pozorované spektrum a vypočítané spektrum s parametry disku viz tabulka 9.4 pro profil pro P233. U tohoto grafu je vidět, že syntetické spektrum opět popisuje správně jádro absorpční čáry. Křídla čáry syntetického spektra jsou ale více v emisi.



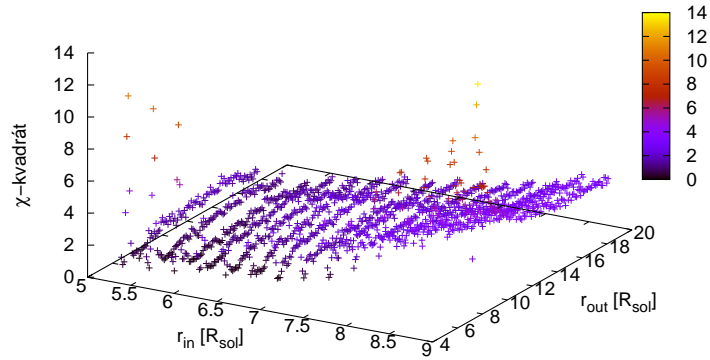
Obrázek 9.14: Pozorované spektrum a vypočítané spektrum s parametry disku viz tabulka 9.4 pro profil pro P3. Opět souhlas syntetického a pozorovaného spektra v jádru čáry, křídla čáry jsou u pozorovaného spektra více v absorpci.



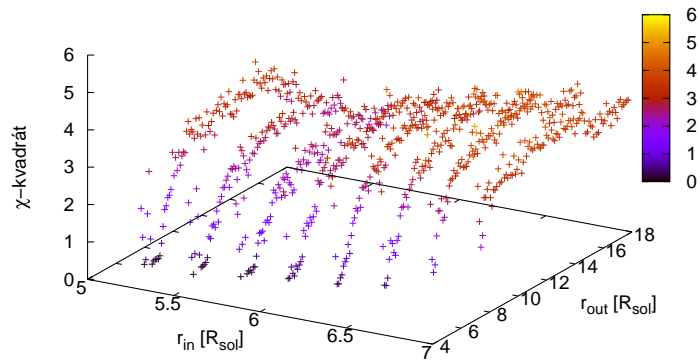
Obrázek 9.15: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro profil čáry $H\alpha$ P1. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 5,202 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 12,681 R_{\odot}$.



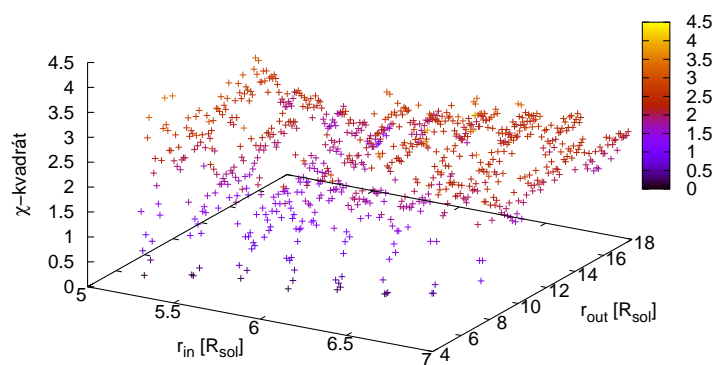
Obrázek 9.16: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro profil čáry $H\alpha$ P2. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 6,979 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 7,748 R_{\odot}$.



Obrázek 9.17: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro profil čáry $H\alpha$ P23. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 5,202 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 6,742 R_{\odot}$. Šum vznikl zřejmě kvůli menšímu počtu datových bodů.



Obrázek 9.18: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro profil čáry $H\alpha$ P233. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 5,455 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 5,982 R_{\odot}$. Šum vznikl zřejmě kvůli menšímu počtu datových bodů.



Obrázek 9.19: Vynesení závislosti χ -kvadrátu na řídicích parametrech pro profil čáry $H\alpha$ P3. Nejmenší hodnota χ -kvadrátu vyšla pro kombinaci poloměrů $R_{\text{in}} = 5,202 R_{\odot}$ a $R_{\text{out}} = 5,532 R_{\odot}$. Šum vznikl zřejmě kvůli menšímu počtu datových bodů.

KAPITOLA 10

ZÁVĚR

Be hvězdy jsou rychlerotující B hvězdy, u kterých se objevuje nebo v minulosti objevila emisní aktivita u čáry $H\alpha$. Jsou to hvězdy, které se nacházejí na nebo v blízkosti hlavní posloupnosti Hertzsprungova-Russellova diagramu. V oblasti roviny rovníku se nachází disk, u kterého dodnes není znám jeho vznik. Existuje několik různých hypotéz, které se tento Be fenomén snaží popsat, ale každá z nich je schopná popsat vznik pouze u určité skupiny hvězd, ale neplatí obecně.

60 Cygni je jedna z mnoha Be hvězd, které byly dosud objeveny. Dochází u ní k několika změnám ve spektru čáry $H\alpha$ v různých časových škálách. Já jsem se v této diplomové práci zaměřila na to, abych tyto změny popsala z pohledu vývoje disku a jeho parametrů.

Nejdříve bylo nutné automatizovat program `Shellspec` a zajistit tak, aby se parametry pro disk hvězdy ve vstupním souboru `shellspec.in` nemusely zadávat ručně, ale místo toho byla systematicky prohledávaná oblast parametrů a pak nalezena nejvhodnější kombinace parametrů, která by popsala pozorované spektrum.

V prvním kroku jsem použila gridovou metodu pro prohledávání oblasti parametrů. Vytvořený algoritmus využívající gridovou metodu jsem použila pro modelaci 60 Cygni a zjistila parametry disku.

S výslednými parametry disku jsem dospěla k závěru, že disk se se zvětšující aktivitou emise v čáře $H\alpha$ zvětšuje a současně u něj dochází k poklesu hustoty a teploty.

Jak je patrné na obrázcích 9.10, 9.11, 9.12, 9.13, 9.14 synteticky určená spektra nekorespondují zcela s pozorovanými. Faktorů může být více. Nicméně jako hlavní příčiny lze označit malé množství volných parametrů (pouze 2) a s tím související nepřilíš přesné hodnoty fixovaných parametrů a také LTE přiblížení rovnice přenosu záření.

Gridová metoda, ale pro vyhledávání parametrů nepatří mezi nejefektivnější metody v důsledku velké výpočetní náročnosti. Jako další možnost zvýšení efektivity je využití genetických algoritmů. Ta by umožnila i rozšíření volby parametrů.

Určitě by stálo za to v této práci pokračovat a využít dalších algoritmů při automatizaci zadávání řídicích parametrů a popsat tak systematictější větší množství Be hvězd.

LITERATURA

- [1] ŠEJNOVÁ, K.: Modelování obálky kolem Be hvězdy 60 Cyg
Bakalářská práce MU Brno 2007
- [2] DOUBEK, J.: Spektroskopie Be hvězdy 60 Cyg
Diplomová práce MFF UK 2006
- [3] BUDAJ, J. AND RICHARDS, M. T.: A description of the Shellspec code, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* 34, 1–30, 2004
- [4] BUDAJ, J., RICHARDS, M. T. A MILLER, B.: A Study of synthetic and observed $H\alpha$ spectra of TT Hydrae, *The Astrophysics Journal*, 623; 411–424, 2005
- [5] PORTER, J.M. A RIVINIUS, T.: Classical Be Stars, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 115, 1153–1170, 2003
- [6] SLETTEBAK, A.: The Be Stars, *Space Science Reviews* 23, 541–580, 1979
- [7] KOUBSKÝ, P., ET AL.: Spectral and Light variability of Be star 60 Cygni, *ASP Conference Series*, vol. 214, 2000
- [8] KOUBSKÝ, P., ET AL.: Properties and nature of Be stars. XIX, *Astron. Astrophys.* 356, 913–928, 2000
- [9] SILAJ, J., JONES, C.E., TYCNER, C., SIGUT, T.A.A., SMITH, A.D.: A systematic study of $H\alpha$ profiles of Be stars
- [10] SECCHI, A.: *Astron. Nachr.*, 68, 63, 1867
- [11] HILDITCH, R. W.: *An Introduction to Close Binary Stars*, Cambridge University Press, 2001
- [12] PLAVEC, M. A KRATOCHVÍL, P.: Tables for the roche model of close binaries, *BAC Vol.* 15, 1964
- [13] MOCHNACKI, S. W. A DOUGHTY, N. A.: A model for the totally eclipsing W Ursae Majoris system a W UMA, *Mon. Not. R. astr. Soc.* 156, 51–65, 1972
- [14] LUCY, L. B.: Gravity-Darkening for Stars with Convective Envelopes, *Zeitschrift für Astrophysik* 65, 89–92, 1967

- [15] RUTTEN, R. J.: Radiative Transfer in Stellar Atmospheres, Utrecht University lecture notes, 8th edition, 2003
- [16] ROBINSON, K.: Spectroscopy: The Key to the Stars, Springer-Verlag London Limited, 2007
- [17] KLECZEK, J.: Velká encyklopedie vesmíru, Academia Praha 2002
- [18] CARROL, B. V., OSTLIE, D. A.: An Introduction to Modern Astrophysics, Pearson, 2007
- [19] KARTTUNEN, H., KRÖGER, P., OJA, H., POUTANEN, M., DONNER, K.J.: Fundamental Astrophysics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987, 1994
- [20] HANSEN, C. J., KAWALER, S. D.: Stellar interiors, Springer-Verlag New York, 1994
- [21] MIKULÁŠEK, Z., KRTIČKA, J.: Základy fyziky hvězd, skripta Brno 2005
- [22] KUBÁT, J.: Fyzika hvězdných atmosfér, poznámky k přednášce 2009
- [23] HŘEBÍČEK, J., KOPEČEK, I., KUČERA, J., POLCAR, P.: Programovací jazyk FORTRAN 77 a vědeckotechnické výpočty, Academia Praha, 1989
- [24] http://en.wikipedia.org/wiki/Roche_lobe
- [25] http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Spektrum_spojite_carove.png