

Masarykova univerzita v Brně
Přírodovědecká fakulta
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Zákrytová dvojhvězda HR 6611

Diplomová práce

Brno 2006

Eva Žampachová

Vysoká škola: **Masarykova univerzita v Brně**

Fakulta: **Přírodovědecká**

Sekce: **Fyzika**

Školní rok: **2004/2005**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

obor: Teoretická fyzika a astrofyzika

pro: Evu Žampachovou

název tématu: Zákrytová dvojhvězda HR 6611

zásady pro vypracování:

Úvod: seznámení s předmětem diplomové práce – chemicky pekulárními hvězdami, zejména pak s metalickými hvězdami typu Am, dále pak s oddělenými zákrytovými dvojhvězdami, základy astronomické fotometrie a spektroskopie.

Vlastní práce – na základě vlastních i převzatých fotometrických a spektroskopických pozorovacích dat zjistit parametry neobvyklé zákrytové soustavy HR 6611 obsahující dvě Am hvězdy, z nichž ta hmotnější zřejmě právě opouští hlavní posloupnost. Výzkum má značnou důležitost, neboť existuje podezření, že tato primární komponenta má mírně asynchronní rotaci a snad i jisté magnetické pole, které se jinak u hvězd typu Am nepozoruje.

seznam odborné literatury:

Jan Janík: *Komplexní studium V 436 Per*, disertační práce, Brno 2003;

Milan Meloun, Jiří Militký: *Kompendium statistického zpracování dat*, Academia, Praha 2002;

Zdeněk Mikulášek: *Úvod do fyziky hvězd a hvězdných soustav*, Brno 2001;

Zdeněk Mikulášek: *Proměnné hvězdy*, Brno 2002;

Zdeněk Mikulášek, Jiří Krtička: *Fyzika horkých hvězd*, Brno 2003;

Chris Sterken, Carlos Jaschek: *Light curves of variable stars*, Cambridge University Press, 1996;

vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

konzultant: Mgr. Jan Janík, PhD.

Datum zadání diplomové práce 27. října 2004

Termín odevzdání diplomové práce 27. 5. 2006

Vedoucí sekce fyzika



Annotation

In this thesis we present an analysis of the eclipsing binary HR 6611. It is an extraordinary system consisting of two metallic stars whereas the more massive component is probably just before the reaching of the terminal main sequence. The following light elements and physical parameters were obtained by the processing of both photometric and spectroscopic data. The orbital period was found to be $P = (3,894\,983\,93 \pm 0,000\,000\,29)$ days, the moment of the primary minimum: $JD_{\text{hel}}(M_0) = 2\,440\,321,003\,24 \pm 0,000\,44$. The masses of the components are $M_A = (2,250 \pm 0,019) M_{\odot}$, $M_B = (1,858 \pm 0,017) M_{\odot}$, the radii of the circular orbits were found to be $a_A = (7,54 \pm 0,03) R_{\odot}$, $a_B = (9,14 \pm 0,03) R_{\odot}$. The analysis of the $O-C$ diagram does not indicate any orbital period variations. A slightly asynchronous rotation of the primary component derived from the line profiles was confirmed. We guess it is due to the advanced evolutionary status of this component.

Anotace

V předkládané diplomové práci se zabýváme studiem zákrytové dvojhvězdy HR 6611. Jedná se o poměrně neobvyklou soustavu složenou ze dvou metalických hvězd, přičemž hmotnější složka se zřejmě dostává do stadia hvězdy na konci vývoje na hlavní posloupnosti. Na základě fotometrických a spektroskopických pozorovacích dat byly určeny následující světelné elementy a další fyzikální parametry soustavy. Oběžná perioda má hodnotu $P = (3,894\,983\,93 \pm 0,000\,000\,29)$ dnů, okamžik základního minima jasnosti je $JD_{\text{hel}}(M_0) = 2\,440\,321,003\,24 \pm 0,000\,44$. Hmotnosti jednotlivých složek jsou: $M_A = (2,250 \pm 0,019) M_{\odot}$, $M_B = (1,858 \pm 0,017) M_{\odot}$, poloměry kruhových drah činí: $a_A = (7,54 \pm 0,03) R_{\odot}$, $a_B = (9,14 \pm 0,03) R_{\odot}$. Analýza $O-C$ diagramu neukázala žádné změny oběžné periody, ke kterým by mohlo docházet v důsledku pokročilého vývojového stadia primární složky. Tentýž důvod má ale pravděpodobně za následek mírně asynchronní rotaci primární složky, která byla ověřována pomocí průmětu rovníkových rotačních rychlostí.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně jen s použitím uvedené literatury.

V Brně dne 25. 5. 2006

Poděkování

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu diplomové práce doc. RNDr. Zdeňku Mikuláškoví, CSc. za cenné rady a připomínky, které mi ochotně poskytoval vždy, když jsem potřebovala.

Obsah

1	Fyzika dvojhvězd	7
1.1	Spektroskopické dvojhvězdy	7
1.2	Zákrytové dvojhvězdy	10
1.3	Metody zlepšování světelných elementů	16
2	Chemicky pekuliární hvězdy	19
2.1	Historie výzkumu CP hvězd	19
2.2	Příčiny chemické anomálie	20
2.3	Model magnetických CP hvězd	21
2.4	Spektrální charakteristiky CP hvězd	21
2.5	Zeemanův jev	22
3	Vývoj hvězd a dvojhvězd	24
3.1	Vývoj hvězd na hlavní posloupnosti	24
3.2	Vývoj těsných dvojhvězd	25
4	Dosavadní výzkum HR 6611	27
5	Zpracování a analýza pozorování	32
5.1	Analýza fotometrických pozorování	32
5.2	Analýza spektroskopických pozorování	36
5.3	<i>O-C</i> diagram	39
5.4	Určení dalších fyzikálních parametrů	42
5.5	Synchronizace rotace	43
5.6	Diskuse výsledků	44
6	Závěr	46

1 Fyzika dvojhvězd

Většina hvězd v okolí Slunce tvoří dvojhvězdy nebo vícenásobné hvězdné soustavy. Stabilní násobné soustavy můžeme chápat jako hierarchicky uspořádané podvojně soustavy, takže se stačí zabývat fyzikálním popisem dvojhvězd. Dnes víme, že hvězdy jsou ve dvojhvězdách vázány gravitačně, a musí proto obíhat po obecně eliptických drahách kolem těžiště, které se nachází ve společném ohnisku obou oběžných elips. Právě potvrzení této skutečnosti po objevu prvních fyzických dvojhvězd Williamem Herschelem kolem roku 1802 ukázalo, že Newtonův gravitační zákon platí nejen ve sluneční soustavě, ale v celém vesmíru.

Mnoho vlastností konkrétní hvězdy jako např. povrchovou teplotu, rozměry, svítivost, umíme určit poměrně jednoduše. Ale hmotnost libovolného nebeského tělesa lze přímo stanovit pouze z jeho gravitačního působení na jiné těleso v jeho blízkosti. Proto nám zkoumání dvojhvězd přinese více informací než nám mohou podat osamělé hvězdy.

Dvojhvězdy lze rozdělit na dvě skupiny:

1. *optické* dvojhvězdy – vznikají pouze náhodným promítnutím dvou hvězd s malou úhlovou vzdáleností na obloze, ale ve skutečnosti jsou od pozorovatele různě daleko a nejsou spolu gravitačně vázány
2. *fyzické* dvojhvězdy – skutečné hvězdné páry obíhající kolem společného gravitačního těžiště

Fyzické dvojhvězdy se dále dělí podle způsobu objevu na následující typy:

1. *vizuální* dvojhvězdy – první objevený typ (existence prokázána 1802 Herschelem), na dvě složky rozloženy opticky, nejčastěji dalekohledem (v současnosti se limitní rozlišovací schopnost dalekohledu pohybuje kolem $0,03''$)
2. *astrometrické* dvojhvězdy – vizuální dvojhvězdy se špatně pozorovatelným nebo neviditelným průvodcem, objeveny na základě nerovnoměrného vlastního pohybu jasné složky (1834 Bessel pozoroval vlnitý vlastní pohyb Siria, 1862 objeven opticky Sirius B)
3. *spektroskopické* dvojhvězdy – objeveny díky periodickým změnám polohy spektrálních čar, dochází k nim v důsledku Dopplerova jevu při oběhu složek
4. *zákrytové* dvojhvězdy – nalezeny podle světelných změn soustavy, jejíž složky se při orbitálním pohybu vzájemně zakrývají

V následujících odstavcích se budeme vzhledem k předmětu této diplomové práce podrobněji věnovat spektroskopickým a zákrytovým dvojhvězdám.

1.1 Spektroskopické dvojhvězdy

Jestliže je úhlová vzdálenost složek dvojhvězdy pod mezí rozlišitelnosti optickými přístroji a v jejím spektru dochází k periodickému posuvu spektrálních čar, jedná se o *spektroskopickou* dvojhvězdu.

Tento typ dvojhvězd byl objeven roku 1889 A. C. Mauryovou a W. H. Pickeringem, kteří zjistili, že ve spektru Mizaru dochází k pravidelnému rozdvajování spektrálních čar s periodou kolem 20 dní. Správně určili, že se Mizar skládá ze dvou složek, které obíhají kolem společného těžiště v těsné blízkosti. Spektrum takové soustavy tedy vzniká překrytím spekter dvou obecně různě jasných hvězd. Periodické rozdvajování a změny poloh spektrálních čar jsou důsledkem změn radiální rychlosti při orbitálním pohybu složek dvojhvězdy (Dopplerův princip). Pro Dopplerův posuv $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ platí:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}, \quad (1.1)$$

kde λ_0 je laboratorní vlnová délka příslušné čáry, λ je naměřená vlnová délka čáry, v_r je radiální rychlost příslušné složky dvojhvězdy a c je rychlost světla.

Spektrální čáry oscilují kolem jisté klidové hodnoty radiální rychlosti v_0 , která odpovídá radiální rychlosti těžiště soustavy vzhledem k pozorovateli. Rozdíly $v_r - v_0$ potom určují okamžitou složku radiální rychlosti způsobenou oběhem příslušné složky kolem společného těžiště. Vynesením těchto hodnot v různých časech do grafu získáme křivku radiálních rychlostí. Jestliže jsou obě složky dostatečně jasné, jsou ve výsledném spektru vidět čáry obou složek a jedná se o dvojhvězdu *dvoučárovou*. Protože se obě složky vzhledem k těžišti pohybují stále opačnými směry, musí změny poloh spektrálních čar příslušejících různým složkám probíhat v antifázi. Navíc platí, že poměr amplitudy změn radiálních rychlostí obou složek je roven převrácené hodnotě poměru jejich hmotností M_A, M_B . Výše uvedené skutečnosti lze v těžišťové soustavě shrnout do vztahu:

$$M_A \mathbf{v}_A = -M_B \mathbf{v}_B, \quad (1.2)$$

kde $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_B$ jsou vektory rychlostí jednotlivých složek vzhledem k těžišti. Pokud je jedna složka mnohem slabší než druhá, objeví se ve spektru pouze jeden soubor čar (většinou té hmotnější složky), jejichž vlnová délka se periodicky mění. Jedná se pak o dvojhvězdy *jednočárové*.

Na rozdíl od vizuálních dvojhvězd je pravděpodobnost objevu spektroskopické dvojhvězdy tím větší, čím jsou si její složky navzájem blíže. Tím rychleji totiž obíhají kolem společného těžiště a tím větší jsou příslušné Dopplerovy posuvy jejich spektrálních čar.

Hmotnost složek vizuálních dvojhvězd můžeme určit ze znalosti oběžné periody P a délky velkých poloos a_A, a_B elips, po kterých se složky pohybují (mají stejnou číselnou excentricitu e a leží ve stejné rovině). Prakticky se pozorování provádí relativně, tj. poloha slabší složky se vztahuje vůči jasnější složce. Relativní trajektorie slabší složky je také eliptická se stejnou číselnou excentricitou e a s jasnější složkou v ohnisku. Pro velkou poloosu této elipsy pak platí: $a = a_A + a_B$. Periodu P lze zjistit pozorováním, délku velké poloosy a pak z úhlové vzdálenosti obou složek a známé vzdálenosti (paralaxy) soustavy. Rovina dráhy může být v prostoru vůči pozorovateli orientována libovolně, proto je nutné také zjistit úhel sklonu trajektorie i (úhel mezi normálou k rovině trajektorie a směrem zorného paprsku). Jestliže tedy není rovina trajektorie kolmá na směr k pozorovateli, je nutné vzít v úvahu zkrácení

délky a . Z třetího Keplerova zákona potom snadno určíme součet hmotností složek dvojhvězdy jako:

$$M_A + M_B = \frac{4\pi^2 a^3}{P^2 \kappa}, \quad (1.3)$$

kde κ je gravitační konstanta. Jelikož dále platí:

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{M_B}{M_A}, \quad (1.4)$$

zjistíme při změření hodnot a_A , a_B v obloukových vteřinách hmotnosti jednotlivých složek.

Protože Dopplerovy posuvy spektrálních čar umožňují určit pouze složku rychlosti ve směru k pozorovateli (radiální rychlost) a ne rychlost v dráze, nemůžeme v obecném případě určit přímo velikost velké poloosy a , ale pouze její průmět $a \sin i$ do roviny procházející zorným paprskem. Je tedy zřejmé, že pokud máme k dispozici jenom křivku radiálních rychlostí, nemůžeme zjistit přímo hmotnosti složek, ale pouze určitou funkci závislou na hmotnosti soustavy (funkci hmotnosti). Jelikož tvoří spektroskopické dvojhvězdy těsnější systémy než vizuální dvojhvězdy, jsou jejich trajektorie mnohem častěji blízké kružnicím. Čím těsnější totiž dvojhvězda je, tím více se její složky ovlivňují a tyto interakce mají často za následek pokles excentricity dráhových elips.

Uvažujme tedy kruhové trajektorie, po kterých se složky dvojhvězdy pohybují rovnoměrně rychlostmi v_A a v_B a platí:

$$v_A = \frac{2\pi a_A}{P} = \frac{2\pi a M_B}{(M_A + M_B)P}, \quad v_B = \frac{2\pi a_B}{P} = \frac{2\pi a M_A}{(M_A + M_B)P}, \quad v = \frac{2\pi a}{P}, \quad (1.5)$$

kde $v = v_A + v_B$ (její hodnotu známe v případě dvoučárové spektroskopické dvojhvězdy). Křivky radiálních rychlostí jsou v tomto ideálním případě sinusoidy s amplitudami $v_A \sin i$ a $v_B \sin i$. Jestliže je excentricita výrazně nenulová, bude tvar křivek radiálních rychlostí ovlivněn nerovnoměrností pohybu hvězd po eliptických drahách a také závislostí na orientaci velké poloosy vzhledem k pozorovateli (obr. 1, Vanýsek, 1980).

V případě kruhové dráhy lze velikost průmětu velké poloosy relativní dráhy pomocí rovnic (1.5) určit ze vztahu:

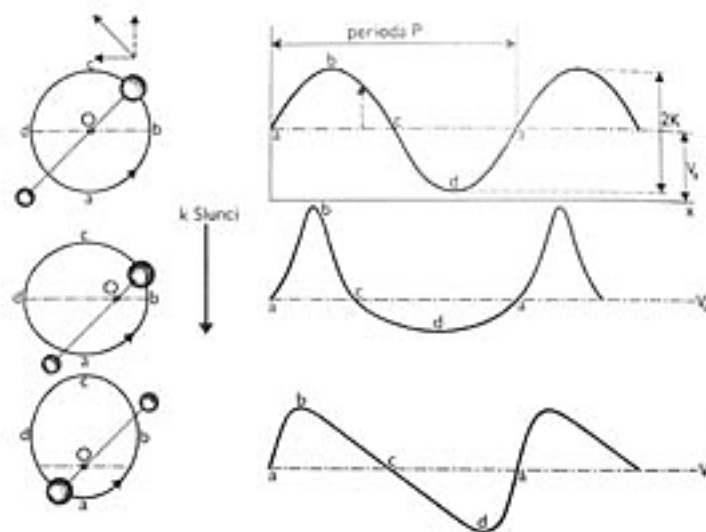
$$a \sin i = \frac{Pv \sin i}{2\pi}. \quad (1.6)$$

Z rovnic (1.3) a (1.6) dostaneme vztah pro hmotnost soustavy:

$$(M_A + M_B) \sin^3 i = \frac{(v \sin i)^3 P}{2\pi \kappa}. \quad (1.7)$$

Protože platí (ze vztahu (1.2))

$$\frac{v_A \sin i}{v_B \sin i} = \frac{M_B}{M_A}, \quad (1.8)$$



Obrázek 1: Křivky radiální rychlosti jasnější (větší) složky spektroskopické dvojhvězdy. Amplituda radiální rychlosti je $2K$, radiální rychlost těžiště dvojhvězdy je V_0 . Nahoře je křivka pro kruhovou trajektorii, další dva grafy znázorňují deformaci této křivky vlivem excentrické dráhy a různé orientace velké poloosy vzhledem k zornému paprsku.

lze určit hodnoty $M_A \sin^3 i$ i $M_B \sin^3 i$, které udávají minimální možné hmotnosti složek. V případě, že se jedná o jednočárovou spektroskopickou dvojhvězdu, známe pouze hodnotu průmětu radiální rychlosti jasnější složky $v_A \sin i$. Za těchto podmínek dostaneme vztah pro funkci hmotnosti:

$$\frac{(M_B \sin i)^3}{(M_A + M_B)^2} = \frac{(v_A \sin i)^3 P}{2\pi\kappa}, \quad (1.9)$$

která umožňuje provádět odhady související s minimální hmotností slabší složky. Je vidět, že v obou případech je nutné pro určení skutečné hmotnosti složek zjistit sklon oběžné roviny i . Za určitých okolností nám pro určení sklonu dráhy může pomoci pozorování změn v jasnosti dvojhvězdy. Za jakých podmínek je možné tyto změny pozorovat a jak nám to pomůže při určování sklonu oběžné roviny, uvidíme v následujícím odstavci.

1.2 Zákrytové dvojhvězdy

Dvojhvězdy, které nelze opticky rozlišit na jednotlivé složky, ale které mají sklon oběžné dráhy velmi blízký 90° , se nazývají *zákrytové* dvojhvězdy. V důsledku vzájemného periodického zakrývání složek u nich totiž během každého oběhu dochází k pravidelným změnám jasnosti. Jedná se tedy o *geometricky proměnné* hvězdy, u kterých se nemění světelný tok, ale pouze svítivost.

Nejdéle známou zákrytovou dvojhvězdou je Algol. Už koncem 18. století pozoroval a správně vysvětlil podstatu její proměnnosti J. Goodricke. Model zákrytové

dvojhvězdy byl ale přijat až díky kombinaci fotometrických a spektroskopických měření provedených o více než sto let později E. C. Pickeringem a H. Vogelem. V současné době známe těchto soustav několik tisíc s periodami v řádech hodin až desítek dnů, výjimečné jsou periody delší než rok. Zákrytové dvojhvězdy se dělí podle tvaru *světelné křivky* (závislost jasnosti nebo hvězdné velikosti sledované dvojhvězdy na čase) do tří skupin (obr. 2, Projekt Prosper, IBVS, 2005):

- EA – typ Algol (algotidy) – oddělené soustavy \Rightarrow hvězdy téměř sférického tvaru, různých povrchových teplot, začátky sestupných i konce vzestupných větví minima jasnosti jsou dost ostré, periody jsou poměrně dlouhé, tvoří asi 70% dosud známých soustav
- EB – typ β Lyrae – polodotykové soustavy \Rightarrow hvězdy tvaru rotačního elipsoidu různých rozměrů, dochází k interakci mezi složkami (přenos hmoty), světelná křivka je zaoblená, periody jsou většinou delší než jeden den
- EW – typ W Ursae Majoris – dotykové soustavy \Rightarrow téměř stejně velké elipsoidální hvězdy o stejné povrchové teplotě, světelná křivka je zaoblená se zhruba stejně hlubokými minimy, periody jsou kratší než jeden den, mají společnou atmosféru

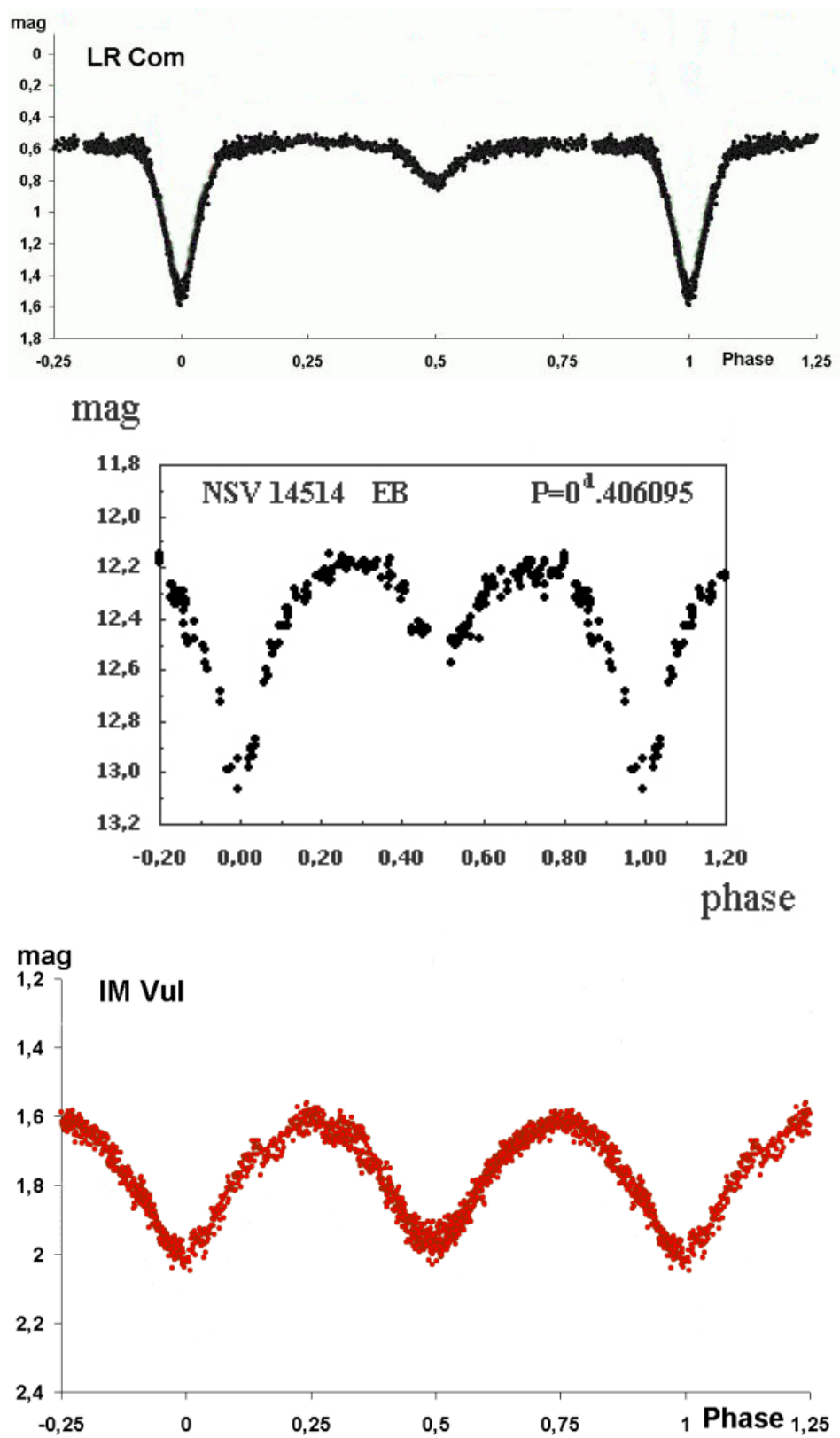
Jak je vidět z popisu jednotlivých typů zákrytových dvojhvězd, existuje ještě klasifikace pro těsné dvojhvězdy, kterou zavedl v roce 1955 Z. Kopal. Těsné dvojhvězdy jsou soustavy, u kterých v průběhu vývoje alespoň jedna složka vyplní svůj Rocheův lalok a začne tedy přes librační bod L_1 docházet k přenosu látky na druhou složku. Při běžných hmotnostech složek lze mezi těsné dvojhvězdy řadit všechny s periodou kratší než několik desítek dní, což splňuje většina pozorovaných dvojhvězd. Rozlišují se následující tři typy soustav:

- oddělené soustavy – obě složky jsou uvnitř Rocheovy plochy, např. algotidy
- polodotykové soustavy – jedna složka vyplňuje svůj Rocheův lalok, např. dvojhvězdy typu β Lyrae, klasické algotidy
- dotykové soustavy – obě složky vyplňují své Rocheovy laloky, např. dvojhvězdy typu W Ursae Majoris

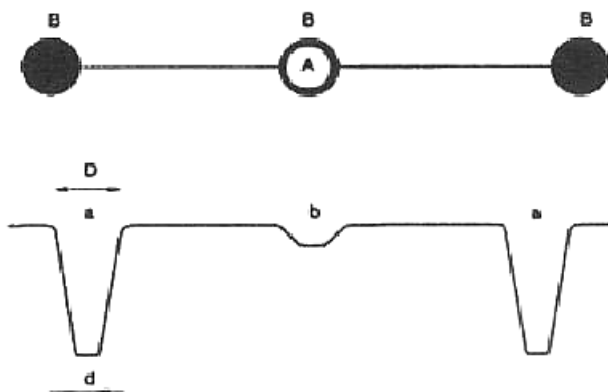
Jak již bylo řečeno, k zákrytům složek bude docházet tím spíše, čím více se sklon jejich oběžné dráhy vzhledem ke směru zorného paprsku blíží 90° a čím je menší vzdálenost mezi oběma složkami. Fotometrickým pozorováním zákrytových dvojhvězd získáme světelnou křivku, jejímž rozbořením je možné získat mnoho informací o různých vlastnostech složek. Patří mezi ně hlavně sklon oběžné roviny vzhledem k pozorovateli i , relativní rozměry a svítivosti obou složek.

Uvažujme idealizovaný případ, kdy kulové hvězdy o poloměrech R_A a R_B obíhají kolem společného těžiště po kruhových drahách ve vzájemné vzdálenosti a . Zákryty bude možné pozorovat u soustav, pro jejichž sklon oběžné roviny platí $i > 90^\circ - \alpha$, kde

$$\sin \alpha = \frac{R_A + R_B}{a}. \quad (1.10)$$



Obrázek 2: Světelné křivky dvojhvězdy typu Algol, β Lyrae a W Ursae Majoris.



Obrázek 3: Schematická světelná křivka aligidy s centrálními zákryty a její model.

Budeme dále předpokládat, že ve sledované dvojhvězdě nastávají centrální zákryty ($i = 90^\circ$) a zvolíme větší hvězdu s poloměrem R_A za centrální těleso, kolem kterého bude obíhat menší složka s periodou P (její hodnotu určíme ze světelné křivky). Během jednoho oběhu nastanou dvě minima jasnosti dvojhvězdy. Jedno z nich je způsobeno *přechodem (transitem)* menší složky přes kotouč větší složky. K prvnímu kontaktu dojde v okamžiku, kdy spojnice středů hvězd bude se směrem k pozorovateli svírat úhel α_1 daný vztahem:

$$\sin \alpha_1 = \frac{R_A + R_B}{a}. \quad (1.11)$$

Tehdy nastává částečný zákryt větší složky, vyzařující plocha zakrývané hvězdy se zmenšuje a jasnost soustavy skoro lineárně klesá. Ve světelné křivce se objevuje sestupná větev minima jasnosti. Ve chvíli druhého kontaktu, kdy se menší složka dotkne větší složky zevnitř, se rychlý pokles jasnosti zastaví. Pro úhel α_2 mezi spojnicí středů hvězd a směrem k pozorovateli bude platit:

$$\sin \alpha_2 = \frac{R_A - R_B}{a}. \quad (1.12)$$

Poté menší složka postupuje až do středu kotouče větší složky, kde dojde ke středu zákrytu. Po průchodu středem celý úkaz symetricky pokračuje a během této doby se na světelné křivce vytváří mělké dno, hvězda se nachází v tzv. „zastávce“. Protože ale na většině hvězd není jas rozložen rovnoměrně (okrajové ztemnění), bude jasnost hvězdy mírně klesat a dojde tak k „zaoblení“ světelné křivky. Po třetím kontaktu se podíl zakrývané plochy začne zmenšovat, objevuje se vzestupná větev minima a celý přechod končí čtvrtým kontaktem (obr. 3, Machoň et al., 2005). Při malých úhlech použijeme aproximaci $\sin \alpha \cong \alpha$ a dobu minima jasnosti (mezi prvním a čtvrtým kontaktem) D vyjádříme ze vztahu:

$$\frac{D}{P} = \frac{2\alpha_1}{2\pi} = \frac{R_A + R_B}{\pi a}. \quad (1.13)$$

Analogickou úvahou dostaneme pro trvání zastávky d :

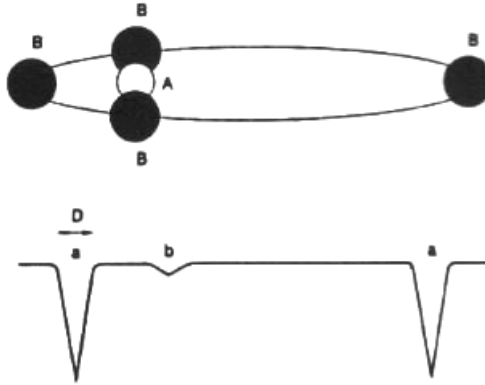
$$\frac{d}{P} = \frac{2\alpha_2}{2\pi} = \frac{R_A - R_B}{\pi a}. \quad (1.14)$$

Je vidět, že obě tyto veličiny závisí na relativních rozměrech složek a na době oběhu. Z rovnic (1.13) a (1.14) už snadno určíme relativní rozměry obou složek:

$$\frac{R_A}{a} = \frac{(D+d)\pi}{2P}, \quad \frac{R_B}{a} = \frac{(D-d)\pi}{2P}. \quad (1.15)$$

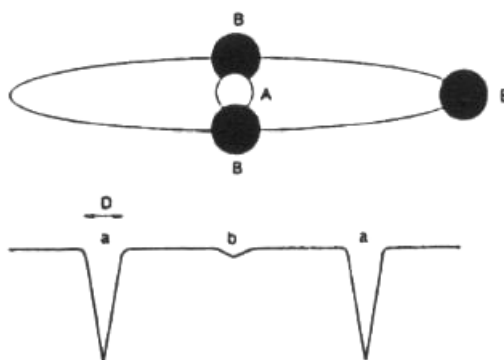
Přesně po půl periodě dojde k tzv. *zákrytu (okultaci)*, kdy je menší složka zakrývána větší. Vše probíhá analogicky jako u transitu, jasnost od prvního do druhého kontaktu klesá, v zastávce je konstantní a mezi třetím a čtvrtým kontaktem roste. Hloubka minima závisí na svítivostech jednotlivých složek, proto v případě rozdílných složek jsou minima různě hluboká. Hlubší minimum nazýváme *primární*, druhé je minimum *sekundární*. Jestliže jsou obě složky hvězdy hlavní posloupnosti, je hmotnější složka větší a teplejší než složka méně hmotná. Tehdy nastává primární minimum při transitu. Pokud je efektivní teplota menší složky vyšší než teplota větší složky (klasické algolidy – polodotykové soustavy složené z podobra a hvězdy hlavní posloupnosti), dochází k primárnímu minimu při okultaci.

Pokud trajektorie hvězd nejsou kruhové, nenastává sekundární minimum většinou přesně ve fázi 0,5 (obr. 4, Machoň et al., 2005). Při sklonu $i \neq 90^\circ$ nemusí



Obrázek 4: Schematická světelná křivka algolidy a její model pro eliptickou trajektorii.

docházet k úplnému zákrytu. Tehdy nenastane v minimu jasnosti zastávka a sklon se tedy odrazí ve tvaru světelné křivky (obr. 5, Machoň et al., 2005). Složky velmi těsných dvojhvězd mají tvar rotačního elipsoidu, protože jsou výrazně slapově deformovány. Během oběhu se mění jejich natočení vůči pozorovateli a v důsledku toho se mění jasnost soustavy i mezi jednotlivými minimy. Další komplikaci světelné křivky může u těchto dvojhvězd přinést existence svítící nebo absorbující látky pocházející z přetoku hmoty mezi složkami. Kromě toho se obě složky vzájemně osvětlují a část



Obrázek 5: Schematická světelná křivka algolidy a její model pro kruhovou trajektorii se sklonem $i \sim 70 - 80^\circ$.

záření jedné hvězdy dopadající na povrch hvězdy druhé se opět vyzáří směrem k pozorovateli. Všechny tyto jevy deformují světelné křivky, ale většinou se jedná o vlivy druhého řádu.

Zákrytové dvojhvězdy jsou současně spektroskopickými dvojhvězdami, ale zejména u slabších objektů není snadné získat křivky radiálních rychlostí. Naproti tomu světelnou křivku lze získat i u velmi slabých hvězd a zákrytové dvojhvězdy jsou proto jediným typem dvojhvězd, který je možno objevit i ve vzdálených částech vesmíru. Pokud však vedle světelné křivky máme k dispozici i obě křivky radiálních rychlostí, pak je taková dvojhvězda jedním z nejdokonalějších zdrojů informací o vlastnostech hvězd.

Už víme, že ze znalosti křivek radiálních rychlostí umíme určit hodnotu průmětu velké poloosy relativní oběžné trajektorie $a \sin i$ a dále hodnoty veličin $M_A \sin^3 i$ a $M_B \sin^3 i$ závislých na hmotnostech složek. Kombinací těchto veličin s hodnotami i , R_A/a a R_B/a získanými rozborem světelné křivky snadno určíme velikost a , absolutní rozměry složek R_A a R_B a také hmotnosti obou složek M_A a M_B . Je vidět, že k těmto výpočtům nemusíme znát vzdálenost soustavy, což u vizuálních dvojhvězd neplatí. Jestliže navíc známe vzdálenost zákrytové dvojhvězdy, dokážeme na základě poloměrů a svítivosti složek určit i jejich povrchové teploty. Můžeme tedy nezávislým způsobem ověřit jejich „barevnou“ teplotu. Pokud naopak odhadneme efektivní teploty složek ze spektra, jsme schopni stanovit zářivé výkony a absolutní i pozorované hvězdné velikosti a odtud potom odvodíme vzdálenost soustavy. Astrofyzikální údaje, které můžeme získat při pozorování zákrytových dvojhvězd, se však neomezují jen na informace o hmotnostech a rozměrech složek i oběžných drah. Analýzou světelných křivek lze získat informace o změnách dráhových elementů, zejména oběžné periody a stáčení přímky apsid, které mohou svědčit o přítomnosti třetího tělesa. Dále je možné studovat okrajové i gravitační ztemnění (vzniká tím, že gravitační zrychlení je u silně zploštělých hvězd v rovníkových oblastech jiné než u pólů) a také jevy související s přenosem hmoty mezi složkami.

1.3 Metody zlepšování světelných elementů

Významným zdrojem informací o zákrytové proměnné hvězdě je její světelná křivka, což je závislost hvězdné velikosti dané hvězdy na čase (např. obr. 2).

Hvězdná velikost proměnné hvězdy se určuje většinou relativně pomocí poměru jasnosti zkoumané hvězdy j_{var} a jasnosti vhodně zvolené neproměnné srovnávací hvězdy j_{com} . Na vertikální osu grafu světelné křivky se potom vynáší relativní magnituda $\Delta m = -2,5 \log \frac{j_{\text{var}}}{j_{\text{com}}}$.

Čas pozorování světelných změn se vyjadřuje většinou v juliánských dnech (JD). Přitom čas vyjádřený v příslušném pásmovém čase je nutné převést na čas světový (UTC) a pak na geocentrické juliánské datum. Jestliže nás zajímá periodičita světelných změn daného objektu, je výhodné toto geocentrické datum pomocí *heliocentrické korekce* převést na heliocentrické juliánské datum (JD_{hel}). Tímto způsobem se pozorování ze zrychleně se pohybující Země vztáhne ke Slunci, které se pohybuje mnohem rovnoměrněji. Protože heliocentrická korekce může dosáhnout maximálně 500 s, je možné ji u hvězd se světelnými změnami ve škále dní zanedbat. Pokud se ale jedná o rychle proměnnou hvězdu, je nutné heliocentrickou korekci započítat a měřit juliánské datum s dostatečnou přesností (alespoň na čtyři desetinná místa).

Protože se většinou nepodaří získat jedním pozorováním celou světelnou křivku dostatečně pokrytou body a navíc jsou jednotlivá měření vždy zatížena chybami, je velmi výhodné využít toho, že světelné změny některých typů proměnných hvězd (i zákrytových dvojhvězd) mají periodický charakter. V tomto případě lze pozorování získaná v různých cyklech složit do jediné, tzv. *skládání* světelné křivky. K jejímu vytvoření je nutné znát *světelné elementy*. Pro ideálně proměnnou hvězdu s jednou periodou světelných změn jsou to: okamžik základního extrému jasnosti (minima u zákrytových dvojhvězd) M_0 v juliánském datování a perioda P světelných změn ve dnech. Z periodicity plyne, že heliocentrické juliánské datum okamžiku extrému lze předpovědět podle vztahu:

$$JD_{\text{hel}}(t_{\text{min}}) = M_0 + EP, \quad (1.16)$$

kde E je číslo cyklu počítané od základního extrému, tzv. *epocha*. Pomocí výše zmíněných elementů určíme *fázi* proměnné hvězdy jako:

$$\varphi(t) = \text{frac} \left(\frac{JD_{\text{hel}}(t) - M_0}{P} \right), \quad (1.17)$$

kde $\text{frac}(x) = x - \text{floor}(x)$ a $\text{floor}(x)$ je nejbližší menší celé číslo od x . Fáze tedy zastupuje čas a nabývá hodnot od 0 do 1.

Jednotlivá měření hvězdné velikosti proměnné hvězdy tvoří body časové řady s nepravidelným časovým rozložením a pro hledání její periody existují dva základní přístupy (Mikulášek, 2002).

Prvním z nich je metoda minimalizace fázového rozptylu, která pro každou zkoušku periodu setřídí data do fázového diagramu a v jednotlivých fázových intervalech zkoumá míru rozptylu bodů. Za nejlepší se považuje perioda, pro kterou je rozptyl ve všech fázových intervalech minimální. Výhodou této metody je, že nemusíme znát tvar světelné křivky, a je tedy vhodná pro počáteční odhad periody zcela neprozkoumané proměnné hvězdy.

Jestliže už o zkoumané hvězdě něco víme, můžeme použít metodu založenou na modelování světelné křivky. Tu vyjádříme pomocí jejího modelu jako funkci fáze a dalších parametrů β , nejčastější je použití trigonometrických polynomů:

$$y(\beta, \varphi) = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i \cos(2\pi\varphi_i) + B_i \sin(2\pi\varphi_i). \quad (1.18)$$

Pomocí nelineární regrese hledáme takovou periodu, pro kterou je shoda námi předpokládané regresní funkce s N pozorovanými daty m_i maximální, tzn.

$$S(\beta, P) = \sum_{i=1}^N [m_i - y(\beta, \frac{t_i}{P})]^2 \rightarrow \min. \quad (1.19)$$

V tomto případě získáme odhad periody včetně nejistoty jejího určení a navíc dostaneme analytický tvar světelné křivky, což nám umožňuje zjistit další charakteristiky světelné křivky.

Jestliže máme k dispozici např. okamžiky minima dané proměnné hvězdy pokrývající delší časový úsek, je velmi výhodné vytvořit tzv. *O-C diagram*. Jedná se o časovou závislost rozdílu okamžiku pozorovaného O a vypočteného C minima. Místo času se častěji pracuje s epochou E . Pomocí regresních metod proložíme naměřenými body funkci, která co nejlépe aproximuje hledanou závislost. Z charakteru této závislosti lze poté vyčíst mnoho zajímavých informací o procesech ovlivňujících světelné změny zkoumané hvězdy, zlepšovat její světelné elementy, případně odhalit vícenásobnost soustavy. Nejčastěji nastávají následující případy:

- grafem je vodorovná přímka procházející bodem $O-C=0 \Rightarrow$ hvězda má jen jednu periodu světelných změn a použité světelné elementy jsou v pořádku
- grafem je vodorovná přímka procházející bodem $O-C = \delta M_0 \Rightarrow$ perioda světelných změn je jediná a určena správně, okamžik základního minima je nutné opravit o hodnotu δM_0
- grafem je přímka se směrnici $\delta P = \frac{d(O-C)}{dE}$ procházející bodem $[0, 0] \Rightarrow$ okamžik základního minima je určen správně, periodu světelných změn je nutno opravit o směrnici přímky δP
- grafem je parabola \Rightarrow perioda světelných změn se lineárně zkracuje (parabola otevřená dolů) nebo prodlužuje (parabola otevřená vzhůru), jde o skutečné změny periody způsobené fyzikálními procesy na povrchu (přenos hmoty, fotosférické skvrny, změna momentu hybnosti soustavy)
- grafem je polynom vyššího stupně \Rightarrow změny periody jsou komplikovanější, předpověď okamžiku minima je Taylorovým rozvojem se středem v $E = 0$:

$$JD_{\text{hel}}(t_{\text{min}}) = M_0 + EP_0 + \frac{1}{2}E^2 \frac{\partial P}{\partial E} \Big|_0 + \dots \quad (1.20)$$

- grafem je sinusoida \Rightarrow periodické změny okamžiků minim způsobené tzv. *light-time efektem* – dvojhvězda obíhá kolem společného těžiště v soustavě se třetí hvězdou, jejíž gravitační působení způsobuje střídavé vzdalování a přibližování dvojhvězdy od pozorovatele a tedy zdánlivou změnu periody dvojhvězdy, perioda závislosti $O-C$ odpovídá oběžné době třetího tělesa

Podrobnější popis hledání okamžiků minim z fotometrických a spektroskopických dat bude proveden v kapitole 5.

2 Chemicky pekuliární hvězdy

Chemicky pekuliární hvězdy (CP hvězdy) jsou hvězdy hlavní posloupnosti s efektivní teplotou mezi 7000 K a 30 000 K (tj. spektrálního typu F2 až B0 a hmotností 1,5 až 15 M_{\odot}) s anomálním chemickým složením povrchových vrstev. To je příčinou jejich neobvyklých spekter. Vzhledem k teplotnímu intervalu se jedná o horké hvězdy, pro které je typická klidná atmosféra, výskyt stabilních globálních magnetických polí a projevy zářivé difuze, vedoucí až ke vzniku CP hvězd. Míra pekuliárnosti CP hvězd je velmi různorodá. Existují hvězdy s téměř normálním chemickým složením i hvězdy, u kterých se obsah některých prvků liší od normálního obsahu o několik řádů. Za normální chemické složení přitom považujeme chemické složení Slunce. Mezi CP hvězdy patří podle pozorování asi 10 % hvězd horní části hlavní posloupnosti.

2.1 Historie výzkumu CP hvězd

Pojem pekuliární spektrum použila poprvé A. Mauryová v roce 1897 pro hvězdu α^2 CVn. Všimla si ve spektru nepatříčně slabých vápníkových čar a neobvykle intenzivního dubletu Si II na vlnové délce 412,831 nm. Další pozorovatelé zjistili, že některé spektrální čáry mění svoji intenzitu a určili hodnotu periody těchto změn na 5,5 dne. Navíc se ukázalo, že křivka radiální rychlosti se za křivkou intenzity čáry opožďuje o čtvrt periody. Tento jev byl správně vysvětlen rotací hvězdy a tedy i oblastí se zvýšenou koncentrací příslušného prvku již na začátku 20. století. V roce 1933 ukázal Morgan, že jde o typickou představitelku tzv. Ap hvězd.

Postupem času byly objeveny další typy CP hvězd, přičemž v současné spektrální klasifikaci zavedené Prestonem a Maitzenem jsou jednotlivé typy řazeny podle rostoucí teploty následovně:

- *CP1 hvězdy* – Am (metalické) hvězdy – objeveny roku 1940 Titusem a Morganem, slabé vápníkové čáry, silnější čáry kovů (Fe, Cr, Ti), většinou bez měřitelného magnetického pole, fotometricky ani jinak neproměnné, tvořeny hlavně dvojhvězdami s vázanou rotací
- *CP2 hvězdy* – magnetické hvězdy – spektrálně a fotometricky proměnné Ap a Bp hvězdy, tj. hvězdy typu λ 4200-Si, Si, SiCrEu, SrCrEu a Sr (tato označení znamenají, že se ve spektru nacházejí neobvykle silné čáry uvedených prvků), zavedeny roku 1958 C. a M. Jaschekovými
- *CP3 hvězdy* – Hg-Mn hvězdy – obdoba CP1 hvězd s vyšší teplotou a s výraznými čarami manganu a rtuti
- *CP4,5 hvězdy* – heliově slabé hvězdy (He-weak) – vysokoteplotní varianta CP2 hvězd spektrálního typu B se slabými čarami He⁴ a relativním nadbytkem He³, objeveny byly Garissonem v roce 1967
- *CP6,7 hvězdy* – heliově silné hvězdy (He-strong) – hvězdy spektrálního typu B0 až B2 s extrémně silnými čarami He⁴ (abundance helia někdy dosahuje větších hodnot než abundance vodíku), objeveny MacConellem roku 1970

Samotný pojem chemicky pekuliární hvězdy zavedl Preston až v roce 1974, protože se při výzkumu hvězd s pekuliárními spektry ukázalo, že pozorované spektrum nelze vysvětlit anomální stavbou atmosféry, ale že je opravdu důsledkem odlišného chemického složení hvězdy. Dále se zjistilo, že typ pekuliárnosti souvisí s povrchovou teplotou, a proto by měly být odchylky v chemickém složení způsobeny ději v povrchových vrstvách. Navíc jsou vlastnosti určené vnitřní stavbou hvězd jako např. hmotnost, poloměr, zářivý výkon u CP hvězd a normálních hvězd hlavní posloupnosti o stejné efektivní teplotě identické. Předpokládá se tedy, že počáteční i vnitřní chemické složení CP hvězd je standardní. Tento předpoklad je podpořen jednak tím, že nejsou známi vývojoví předchůdci ani následovníci CP hvězd (např. něco jako CP T Tauri nebo CP obří), dále existencí oddělených dvojhvězd s různě pekuliárními složkami a také rovnoměrným rozložením určitých prvků (např. vzácné zeminy, rtuť, mangan) ve vesmíru. CP hvězda je tedy nejspíš normální hvězda hlavní posloupnosti s velmi tenkou a hmotnostně zanedbatelnou chemicky pekuliární vrstvou.

V minulosti byly CP hvězdy objevovány výhradně spektrální analýzou, u které bylo vzhledem k různorodosti spekter obtížné zavést nějaký spolehlivý parametr popisující míru této pekuliárnosti. Maitzen v roce 1976 pozoroval u CP2 hvězd depresi v rozložení energie kolem vlnové délky 520 nm. Od té doby slouží hloubka této nebo jiné deprese charakteristické pro jiné typy CP hvězd jako indikátor pekuliárnosti, a protože ji lze měřit fotometricky, zvýšil se výrazně počet hvězd vhodných pro pozorování. Zatím se zdá, že neexistuje žádná reálná hranice mezi normálními a pekuliárními hvězdami, a hvězdy se tedy liší jen mírou pekuliárnosti.

2.2 Příčiny chemické anomálie

Hypotéz o původu chemické anomálie bylo vysloveno od roku 1955 několik (Mikulášek, Krtička, 2003a). První z nich se opírala o povrchové jaderné reakce, další byly založeny na existenci vnitřní nukleosyntézy ve hvězdě po opuštění hlavní posloupnosti nebo na kontaminaci povrchových vrstev při výbuchu blízké supernovy.

V současnosti přijímanou hypotézu, podle které jsou pozorované chemické odchylky důsledkem zářivé difuze, vytvořil Michaud a další vědci v 80. letech minulého století. Zářivá difuze je pomalé vzlínání atomů s velkým účinným průřezem vůči prostupujícímu záření (vzácné zeminy, kovy) a sedimentace opticky neaktivních atomů (He^4 , C, O). Aby se tento děj mohl ve hvězdě projevit, musí zde být horní vrstvy velmi stabilní. Právě proto pozorujeme chemické anomálie jen u hvězd hlavní posloupnosti spektrálních typů B0 až F2, které tuto podmínku splňují. U hvězd chladnějších než F2 dochází v podpovrchových vrstvách ke konvekci, v důsledku níž se vnější část hvězdy promíchává. Horní vrstvy hvězd teplejších než B0 jsou obrušovány silným hvězdným větrem, takže se zde chemické odchylky nemohou dostatečně rozvinout. Rovněž příliš rychlá rotace potlačuje vznik chemické anomálie. Čím rychleji totiž hvězda rotuje, tím více je zploštělá a tím více se liší hodnota gravitačního zrychlení a tedy i povrchové teploty na pólech a na rovníku. Vlivem této teplotní nerovnoměrnosti vznikají tzv. meridionální proudy, které promíchávají podpovrchové vrstvy podobně jako konvekce. Proto je pomalá rotace (rotační rychlost nižší než 90 km s^{-1}) pro vznik CP hvězd nutnou podmínkou.

Protože se většina Am hvězd nachází ve dvojhvězdách, je díky vzájemné slapové interakci zpomalena jejich rotace na rotaci vázanou. Pokud má hvězda globální magnetické pole (CP2, CP4-7 hvězdy), které brání neuspořádanému pohybu elektricky nabitých částic, je stabilizace horních vrstev ještě větší a chemická anomálie se může projevit velmi brzy (za 10^5 let). Typ peculiárnosti závisí na podmínkách panujících ve vrstvách, kde probíhá zářivá difuze (u heliově slabých hvězd dochází k sedimentaci helia, kdy těžší He^4 klesá rychleji než He^3 , heliově silné hvězdy vznikají díky hvězdnému větru obrušujícím vrstvy chudé na helium a odhalujícím tak vrstvy s vysokým obsahem helia).

2.3 Model magnetických CP hvězd

V současnosti všeobecně uznávaným modelem magnetických CP hvězd, tzn. CP2 a CP4-7 hvězd, je model hvězdy, která rovnoměrně rotuje jako tuhé těleso se skloněným zhruba dipólovým magnetickým polem, spektroskopickými a fotometrickými skvrnami. Už v roce 1947 objevil Babcock u několika Ap hvězd proměnné magnetické pole včetně změny jeho polarity. Stibbs pak roku 1950 vytvořil model hvězd s víceméně dipólovým magnetickým polem, kde dipólová osa svírá s rotační osou obecně nenulový úhel. Magnetické pole je zamrzlé do elektricky vodivého plazmatu hvězdy a k pozorovaným změnám tedy dochází v důsledku měnícího se natočení magnetického pole.

Původ globálního magnetického pole není zcela jasný, v současnosti má nejvíce zastánců fosilní původ, tj. jde o pomalu se rozpadající pozůstatek po mezihvězdném magnetickém poli zamrzlém do zárodečného materiálu. Jak už bylo řečeno výše, existence magnetického pole přispívá ke vzniku chemické anomálie, ale navíc ovlivňuje i rozložení spektroskopických skvrn. Tyto skvrny vznikají důsledkem nehomogenního rozložení chemických prvků po povrchu hvězdy a pomocí jejich existence lze dobře vysvětlit pozorovaný fázový rozdíl křivek radiální rychlosti a intenzity určitých prvků. Fotometrická proměnnost je obdobně vysvětlována pomocí fotometrických skvrn, což jsou oblasti s odlišným rozložením energie ve spektru. Oproti skvrnám na Slunci jde o velmi rozsáhlé a dlouhodobé oblasti, jejichž barevné nebo jasové teploty se v určitých vlnových délkách liší, bolometrický jas (a tedy i efektivní teplota) je stejný po celém povrchu hvězdy. Rozložení energie ovlivňují dva vzájemně související jevy (celkově tzv. line blanketing) – absorpce záření v důsledku vázaně-vázaných (čáry) a zejména volně-vázaných přechodů (tzv. line blocking) a zpětné nahřátí atmosféry pohlcenou energií (tzv. backwarming), které vede ke zvýšení úrovně kontinua. Typické hodnoty amplitudy světelných změn jsou setiny magnitudy. Protože polohy skvrn zřejmě souvisí s geometrií magnetického pole, dochází v důsledku rotace hvězdy k periodickým změnám (perioda změn rovna rotační periodě) spektra, jasnosti a magnetického pole, jejichž extrémy jsou ve fázi.

2.4 Spektrální charakteristiky CP hvězd

Přestože se postupně zlepšovaly dalekohledy, spektrografy i emulze, stále existovala jen fotografická spektra, u nichž je převod fotografických denzit na intenzity

zdrojem nespolehlivých závěrů. Až použití CCD umožňuje získat kvalitní vysoko-disperzní spektrum s vysokým poměrem signál/šum, kde je téměř lineární závislost mezi signálem a intenzitou. Se zvyšováním disperze se zjistilo, že neexistují dvě CP hvězdy, které by měly stejné spektrum. Spektra CP hvězd jsou ale složitá a identifikace spektrálních čar je ztížena jednak tím, že se často jedná o překryvy několika čar, dále se tu vyskytují čáry málo běžných prvků bez spolehlivých atomových dat, čáry mohou být vlivem magnetického pole rozštěpeny a také se mění jejich vzhled kvůli nerovnoměrnému rozložení prvků po povrchu.

V minulosti se nejprve odhadla lokální radiální rychlost pomocí systému srovnávacích čar z laboratorního zdroje. Poté se ze seznamů spektrálních čar s pozorovanými vlnovými délkami vybrali kandidáti na určitou čáru a provedlo se zpřesnění radiální rychlosti. Dále se kontrolovala intenzita a kompletnost multipletů jednotlivých spektrálních čar. Vzhledem k tomu, že se jedná o velmi časově náročnou činnost s mnoha problémy, je snaha se dnes detailní identifikaci čar pokud možno vyhnout.

Ze způsobu zavedení CP hvězd je vidět, že nejvíce tyto hvězdy charakterizuje anomálie jejich povrchového chemického složení. Určuje se z výskytu a intenzity spektrálních čar příslušných prvků ve spektru, přičemž kvantitativně je popsána *abundancí* prvku. Ta vyjadřuje relativní zastoupení příslušného prvku vůči vodíku a je dána buď absolutně $\log\left(\frac{N_{prvek}}{N_H}\right) + 12$ nebo relativně (porovnáním absolutních abundancí prvku ve hvězdě a ve Slunci).

Dříve se abundance určovaly pomocí modelů atmosfér zkonstruovaných metodou křivek růstu. Bylo nutné určit ekvivalentní šířky čar a proto se musely tyto čáry správně zidentifikovat (což, jak jsme viděli výše, bylo obtížné) a dále bylo potřeba správné proložení kontinua. V současnosti se vytváří syntetická hvězdná spektra a změnami určitých parametrů (efektivní teplota hvězdy, velikost povrchového gravitačního zrychlení, mikroturbulence, abundance jednotlivých prvků, rotační rychlost, . . .) se hledá nejlepší shoda mezi pozorovaným a syntetickým spektrem. Zatím v sobě ale žádný model atmosféry současně nezahrnuje vliv reálného globálního magnetického pole, existence mnoha čar v UV oblasti a nehomogenního rozložení prvků po povrchu, a proto jsou modely atmosfér CP hvězd vždy pouze jistým přiblížením ke skutečným atmosférám. Obecně platí, že u CP hvězd jsou v nadbytku Si, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Sr, Hg, U, vzácné zeminy (hlavně Eu). Naopak v deficitu bývají Ca a Sc. U metalických CP1 hvězd se projevuje výrazná korelace mezi prvky, tyto hvězdy mají zhruba jednotné anomální složení. Korelace se stářím, rotací a magnetickým polem u CP hvězd zřejmě neexistuje.

2.5 Zeemanův jev

Protože se zdá, že jedna složka dvojhvězdy, kterou se tato práce zabývá, by mohla mít měřitelné magnetické pole, musíme zde popsat tzv. Zeemanův jev. Při nulové magnetické indukci je energie hladiny určena kvantovými čísly n (hlavní kvantové číslo), L (součet vedlejších kvantových čísel všech elektronů v atomu) a $J = L + S$ (celkový moment hybnosti atomu, S – součet spinových čísel všech elektronů). Za přítomnosti magnetického pole dochází k rozštěpení některých energetických hladin atomů na $2J + 1$ hladin charakterizovaných magnetickým kvantovým číslem M .

Přechody mezi energiovými hladinami, které mají za následek vznik spektrálních čar, jsou omezeny výběrovými pravidly $\Delta M = 0$, $\Delta M = \pm 1$ a $\Delta L = \pm 1$. Proto se spektrální čára v magnetickém poli rozštěpí na tři složky se změnou energie $\Delta E = g\mu_B\Delta MB$, kde $g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$ je Landého faktor, $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e}$ je Bohrov magneton a B je velikost magnetické indukce.

Při $\Delta M = 0$ vzniká π složka, která je vždy lineárně polarizovaná ve směru magnetického pole. Složky, při kterých je $\Delta M = \pm 1$, se nazývají σ složky a jsou polarizované elipticky vzájemně opačně orientované s vektorem elektrické intenzity kolmým k vektoru magnetické indukce. Rozštěpení a různou polarizací lze obecně popsat lineární kombinací příčného a podélného Zeemanova jevu. Při příčném Zeemanově jevu je magnetické pole kolmé k pozorovateli a pozorujeme všechny tři složky lineárně polarizované. Pokud jsou magnetické siločáry rovnoběžné se směrem k pozorovateli (podélný Zeemanův jev), π složka zmizí a objeví se jen kruhově polarizované σ složky. V praxi se většinou měří vzájemné posuvy čar a tedy podélná složka magnetické indukce. Pro průměrnou výchylku σ složek od λ_0 (pro $B = 0$) platí:

$$\Delta\lambda = \pm \frac{\mu_B z B \lambda_0^2}{c}, \quad (2.1)$$

kde z je vážený střed σ složek a B je tzv. efektivní magnetické pole (součet příspěvků přes viditelnou polokouli).

Měření se provádí Zeemanovým analyzátozem, který je složen z korekční destičky, čtvrtvlnné destičky (kruhově polarizované světlo transformuje na lineárně polarizované), dvojlomého islandského vápence (rozklad na řádný a mimořádný paprsek s opačnými polarizacemi) a polarizačního filtru (propuští jen určitou polarizaci). Výsledkem jsou dvě spektra s čarami opačně orientovaných polarizací, ze kterých můžeme určit rozdíl $\Delta\lambda$. Při změně orientace magnetického pole způsobené např. rotací hvězdy se totiž mění také orientace kruhově polarizovaných σ složek a tyto čáry si tedy periodicky vyměňují svoje polohy (vlnové délky). Rozštěpení čar způsobené Zeemanovým jevem se často projevuje spíše jako rozšíření čar. Měření musí být proto prováděno na velmi ostrých čarách, hvězda nesmí příliš rychle rotovat (aby nevzniklo příliš velké rotační rozšíření) a je možné spolehlivě určit jen silná magnetická pole (aby byl rozštěp vůbec měřitelný).

3 Vývoj hvězd a dvojhvězd

Jak jsme viděli, za CP hvězdy považujeme horké hvězdy hlavní posloupnosti se standardním počátečním chemickým složením (70% vodíku, 25 – 28% hélia a zbytek těžších prvků). Jejich vývoj probíhá podobně jako vývoj normálních hvězd se stejnou hmotností, proto si nyní tento vývoj stručně popíšeme.

3.1 Vývoj hvězd na hlavní posloupnosti

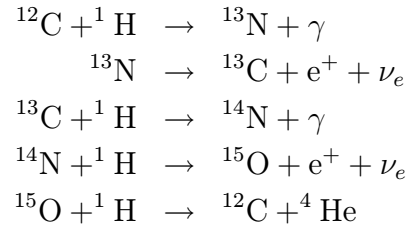
Zárodek hvězdy po osamostatnění od mezihvězdného oblaku začne ztrácet energii vyzařováním do okolí. Smršťováním hvězdy se uvolňuje potenciální energie, z níž jedna polovina hradí ztráty způsobené vyzařováním a druhá polovina způsobuje zahřívání hvězdy. Doba, kterou stráví hvězda ve fázi gravitačního smršťování, závisí zejména na hmotnosti hvězdy a lze ji určit pomocí tzv. Kelvinovy-Helmholtzovy škály ($t_{KH} \cong 3 \cdot 10^7 \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)$ let). Hvězdy různých hmotností se přesouvají na *hlavní posloupnost nulového stáří* (ZAMS) z tzv. Hayashiho linie (geometrické místo bodů na pravé straně H-R diagramu ¹, od nichž napravo jsou hroutící se hvězdy v kompletní konvektivní rovnováze) poté, co se v jejich centrech zažehnou termonukleární reakce. Jejich výkon musí být schopen uhradit energetické ztráty způsobené tokem energie z nitra na povrch hvězdy. Většinou se hvězda dostane na ZAMS v okamžiku zažehnutí vodíku. V této chvíli jsou hvězdy chemicky homogenní objekty díky předchozímu konvektivnímu promíchání.

Ve stadiu hvězdy hlavní posloupnosti stráví hvězdy většinu svého života (80 – 90 %). Počáteční poloha, zářivý výkon i doba strávená na hlavní posloupnosti jsou dány hlavně hmotností hvězdy (čím má hvězda větší hmotnost, tím je větší zářivý tok, tím výše je na hlavní posloupnosti a tím kratší dobu zde stráví). Počáteční chemické složení, rotace a stáří hvězdy ovlivňují charakteristiky hvězd mnohem méně. Pro horké hvězdy hlavní posloupnosti a tedy i CP hvězdy platí, že s rostoucí hmotností roste jejich efektivní teplota a poloměr, zatímco povrchové gravitační zrychlení a průměrná hustota klesají.

Hvězdy hlavní posloupnosti jsou mimořádně stabilní, protože v nich probíhá jaderná přeměna vodíku jakožto nejvýhřevnějšího známého paliva. Termonukleární syntéza vodíku na hélium může v centru hvězd probíhat několika způsoby, přičemž jejich energetická účinnost velmi závisí na teplotě. Ve hvězdách s hmotnostmi pod $1,8 M_{\odot}$, které mají centrální teplotu od 7 do 17 milionů kelvinů, se uplatňuje hlavně *protonově-protonový (p-p) řetězec*. Protože energetická vydatnost závisí v tomto případě na 4. až 6. mocnině teploty, jaderné reakce probíhají v poměrně velké oblasti poblíž centra. Energie se proto přenáší zářivou difuzí, nedochází tedy k přísunu nového jaderného paliva a zastoupení vodíku se směrem k centru mění jen pozvolna. Jestliže přesáhne centrální teplota 17 milionů kelvinů, začne hrát rozhodující roli

¹Hertzsprungův-Russellův diagram. Velmi důležitý prostředek při studiu vývoje hvězd. Zachycuje vztah mezi zářivým výkonem hvězdy a její efektivní teplotou. Na vodorovnou osu diagramu se vynášejí efektivní teplota, spektrální typ nebo barevný index hvězd, na svislé ose jsou vyneseny zářivý výkon nebo absolutní hvězdná velikost.

CNO cyklus, který může probíhat následovně (Mikulášek, 2000):



Jádra uhlíku, dusíku a kyslíku zde fungují jako katalyzátory. Energetická vydatnost je na teplotě mnohem citlivější než u p-p řetězce (mezi 16. až 18. mocninou teploty), a proto se vodík spaluje jen v nepatrném okolí centra. Zdroj energie je tedy téměř bodový, vzniká tu obrovský teplotní gradient a energie musí být přenášena konvekcí. Ta také přináší do oblasti hoření stále nový vodík. Zastoupení tohoto prvku se nárůdíl od hvězd, kde probíhá p-p řetězec, mění skokově na rozhraní konvektivního jádra. Jelikož nejpomaleji probíhá v CNO cyklu předposlední reakce, musí v oblasti hoření vodíku narůst zastoupení ${}^{14}\text{N}$ na úkor jiných izotopů ze skupiny CNO. V průběhu vývoje se potom může dostat na povrch látka s takto změněným chemickým složením dokazující, že ve hvězdě probíhal CNO cyklus.

Pozorovatelné charakteristiky hvězd hlavní posloupnosti (např. zářivý výkon) se v tomto období mění jen pozvolna, protože jsou dány hlavně vlastnostmi vnějších vrstev a ty nejsou jadernými reakcemi v centru příliš ovlivněny. Přesto ale změnou chemického složení v oblasti jaderného hoření nebo konvektivního jádra (pro hvězdy hmotnější než $1,8 M_{\odot}$ a tedy i pro většinu CP hvězd) k určitému vývoji dochází. V nitru se postupem času vyčerpává zásoba vodíku, ale protože se nemůže narušit mechanická rovnováha, centrální část se se zvyšujícím se podílem hélia hroutí, nahřívá se a rychlost i energetická vydatnost jaderných reakcí rostou. Proto roste i tok energie uvolňované v centru, který má za následek jak zvyšování zářivého výkonu, tak nárůst potenciální energie vnějších vrstev. Hvězda se tedy rozpíná a dochází ke změně efektivní teploty – u hvězd s hmotností nad $1,8 M_{\odot}$ mírně klesá, u hvězd méně hmotných než Slunce mírně roste. Na H-R diagramu se ale kromě velmi hmotných hvězd (nad $50 M_{\odot}$) posouvají hvězdy doprava od ZAMS. Hlavní posloupnost hvězdy opouští, když se v centru vyčerpají zásoby vodíku. V tomto okamžiku se hvězda nachází na konečné hlavní posloupnosti (TAMS), přičemž už snadno můžeme nalézt hranici mezi jejím jádrem a vnějším obalem a jádro navíc začíná určovat vlastnosti zbytku hvězdy.

3.2 Vývoj těsných dvojhvězd

Většina horkých hvězd a z nich také většina Am hvězd je vázána ve dvojhvězdách nebo vícenásobných hvězdných systémech. Odtud se dá usoudit, že vznik hvězd ve dvojhvězdách, případně vícenásobných soustavách je výhodnější než vznik samostatných hvězd. Tento fakt se vysvětluje tím, že se zde přebytečný moment hybnosti, který by jinak bránil vzniku samostatné hvězdy, uloží do orbitálního pohybu složek. Tyto složky se zformovaly ve stejnou dobu v téže části zárodečného oblaku a mají tedy stejné počáteční chemické složení.

Jak už jsme viděli výše, většinu dvojhvězd lze zařadit mezi těsné dvojhvězdy. Proto v nich dříve nebo později dojde k přenosu látky mezi složkami. Jestliže jsou obě složky hvězdami hlavní posloupnosti, leží uvnitř svých Rocheových laloků a tvoří tedy oddělené soustavy. Hvězdy se vyvíjejí nezávisle na sobě stejně jako kdyby byly samostatné a jejich tvar není existencí další hvězdy ovlivňován. Rychleji se samozřejmě vyvíjí hmotnější složka. Při poklesu obsahu vodíku v nitru pod určitou hranici dojde k expanzi vnějších vrstev, ale prostor pro rozpínání je omezen Rocheovým lalokem, který hvězda v určitou chvíli vyplní. To má za následek vznik polodotykové soustavy, ve které dochází k přenosu látky i momentu hybnosti z primární složky na sekundární přes bod L_1 . Klesá oběžná perioda a po jisté době rychlého přetoku látky si obě složky vymění své role v soustavě. Poté se nyní sekundární složka vyvíjí podle stavu svého nitra, které je dostatečně husté a samostatné, takže se ho přenos látky z vnějších vrstev téměř nedotkne. Obal hvězdy se neustále rozpíná a pořád dochází k přenosu látky, i když pomaleji. Orbitální perioda by měla růst. V této fázi nacházíme dost zákrytových dvojhvězd, kdy primární složkou je hvězda hlavní posloupnosti pod Rocheovou plochou a sekundární složkou je podobr vyplňující svůj Rocheův lalok.

Další vývoj sekundární složky závisí na její počáteční hmotnosti – jestliže měla na začátku hmotnost menší než $3 M_{\odot}$, stane se nakonec heliovým bílým trpaslíkem, hvězdy na počátku hmotnější než $3 M_{\odot}$ skončí jako uhlíkokyslíkoví bílí trpaslíci a hvězdy s počáteční hmotností větší než $15 M_{\odot}$ mohou ukončit svůj vývoj jako neutronové hvězdy nebo černé díry. Jakmile vyplní svůj Rocheův lalok primární složka, začne docházet k přetoku látky na zhroucenou sekundární složku, což má za následek např. výbuchy novy nebo vznik energetického záření.

4 Dosavadní výzkum HR 6611

Petrie roku 1928 pořídil spektra s disperzí 29 \AA mm^{-1} a zjistil, že HR 6611 (V624 Her, HD 161321, ADS 10749, GSC 01005-02131,...) je dvoučárovou spektroskopickou dvojhvězdou s téměř kruhovou trajektorií. Další měření provedl Luyten (1936), který získal téměř stejné spektroskopické elementy. Zissell roku 1969 zjistil, že se jedná o zákrytovou dvojhvězdu, a protože byla tehdy klasifikována jako hvězda spektrálního typu Ap, tedy CP hvězda, začal ji zkoumat podrobněji, aby zlepšil znalosti o fyzikálních vlastnostech CP hvězd. Na základě fotoelektrických pozorování v barvě V (1972) odvodil oběžnou periodu a další světelné elementy této soustavy pak určil pomocí nomografické metody pro částečné zákryty. Protože se jedná o oddělenou soustavu, a jde tedy o algolidu s oběma složkami na hlavní posloupnosti, je složka vytvářející slabší spektrální čáry méně hmotná s menším poloměrem. Primární minimum proto nastává při transitu a sekundární při okultaci. Protože jsou ale amplitudy světelných změn malé a minima jsou navíc téměř stejně hluboká (0,18 mag při primárním zákrytu, 0,17 mag při sekundárním), je určení poměru poloměrů složek pouze ze světelné křivky poměrně neurčitě. Zissell tento poměr odhadl pomocí průměrné hodnoty poměru povrchových jasností a poměru tloušťky spektrálních čar odvozených Petriem (1928). Přepočítal také Petrieho spektroskopické elementy pro nulovou excentricitu a nově určenou periodu a z kombinace fotometrických a spektroskopických dat určil hmotnosti a poloměry složek.

V HD katalogu je dvojhvězda klasifikována jako A3p s poznámkou, že spektrum obsahuje silné čáry SrII (4077,9 \AA), SiII (4128,1 \AA , 4131,1 \AA). Další spektra obsahovala čáry SrII, ale žádné čáry SiII. Petrie (1950) ze svých spektroskopických pozorování usoudil na spektrální typy A4 a A7. Cowley et al. (1969) klasifikoval dvojhvězdu na A3m. Abt s Bidelmanem (1969) na základě souhlasu pozorovaného barevného indexu $B - V = 0,21$ mag s intervalem (0,07;0,35) mag odvozeným pro Am hvězdy Abtem (1965) potvrdili, že se určitě jedná o metalické hvězdy. Hodnoty zářivého výkonu jednotlivých složek nebyly v té době ještě známy, protože nebyla určena paralaxa soustavy. Pro normální hvězdy hlavní posloupnosti lze paralaxu odvodit ze znalosti pozorované hvězdné velikosti a tabelované hodnoty absolutní hvězdné velikosti pro hlavní posloupnost. Eggen (1957) ale zjistil, že se Am hvězdy nachází asi 1 mag nad hlavní posloupností, a proto nebylo možné spolehlivě určit absolutní hvězdnou velikost. Ta se běžně určuje z poloměru a teploty hvězdy, ale protože jsou spektra Am hvězd pekulární, není tato metoda spolehlivá.

Zkoumání Petrieho spekter ukázalo, že relativně slabší čáry sekundární složky byly při jeho disperzi asi špatně měřitelné, což do výsledků muselo vnést chyby. Navíc Zissellovo fotometrické měření ukázalo, že pro přesné řešení soustavy je nutné určit co nejpřesněji poměr zářivostí složek. Proto Popper (1984) v letech 1972 – 1982 pořídil spektra s vysokou disperzí $6,7 \text{ \AA mm}^{-1}$ a jejich zpracováním přesnější hodnotu tohoto poměru získal. Navíc znovu zpracoval Zissellovo fotometrické měření přesnější metodou využívající celé světelné křivky, protože nomografická metoda použitá Zissellem využívala pro určení světelných elementů pouze vybrané body světelné křivky. Popper (1984) ve své práci většinu charakteristik určil s menšími chybami než jeho předchůdci (tabulka 1). Všiml si také, že obě složky jsou větší

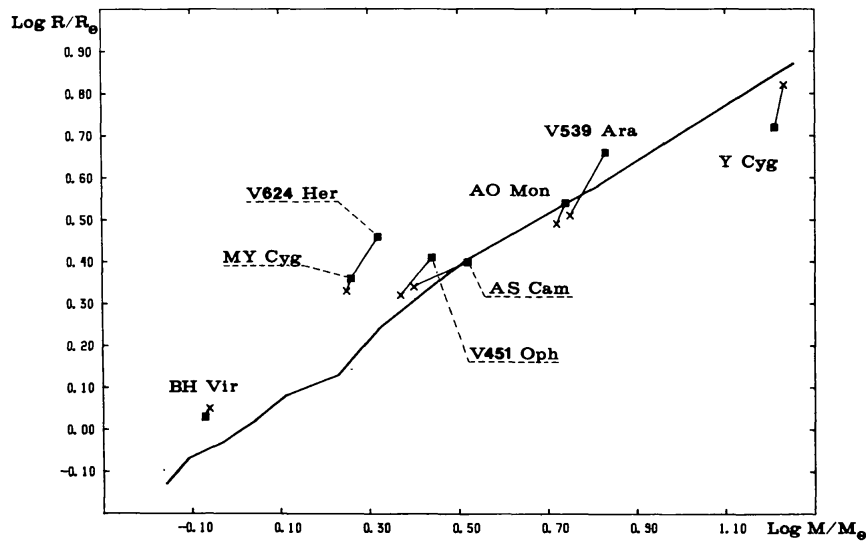
	Petrie	Zissell	Giuricin et al.	Popper
P [dny]	3,894	3,894977 $\pm 0,000008$	3,89498	3,894977 $\pm 0,000008$
e	$0,04 \pm 0,02$	0	–	–
K_A [$\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$]	$96,56 \pm 3,44$	$98,9 \pm 3,0$	–	$96,6 \pm 0,3$
K_B [$\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$]	$108,14 \pm 4,20$	$110,4 \pm 8,1$	–	$117,2 \pm 0,3$
V_0 [$\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$]	$-32,39 \pm 2,21$	$-31,9 \pm 3,9$	–	$-38,6 \pm 0,3$
$a_A \sin i$ [R_\odot]	7,4	7,6	–	$7,44 \pm 0,02$
$a_B \sin i$ [R_\odot]	8,3	8,5	–	$9,03 \pm 0,02$
$M_A \sin^3 i$ [M_\odot]	1,83	$1,96 \pm 0,24$	–	$2,16 \pm 0,013$
$M_B \sin^3 i$ [M_\odot]	1,63	$1,74 \pm 0,17$	–	$1,78 \pm 0,012$
i [$^\circ$]	–	$79,3 \pm 0,3$	$79,5 \pm 0,1$	$79,4 \pm 0,2$
$\log L_A$ [L_\odot]	–	–	$1,62 \pm 0,08$	$1,56 \pm 0,02$
$\log L_B$ [L_\odot]	–	–	$1,20 \pm 0,1$	$1,23 \pm 0,02$
M_A [M_\odot]	–	$2,05 \pm 0,25$	$2,1 \pm 0,2$	$2,27 \pm 0,014$
M_B [M_\odot]	–	$1,84 \pm 0,18$	$1,8 \pm 0,2$	$1,87 \pm 0,013$
R_A [R_\odot]	–	$3,00 \pm 0,15$	$2,8 \pm 0,2$	$3,03 \pm 0,03$
R_B [R_\odot]	–	$2,22 \pm 0,22$	$2,3 \pm 0,2$	$2,21 \pm 0,03$
$\log T_A$ [T_\odot]	–	–	$3,944 \pm 0,002$	$3,911 \pm 0,008$
$\log T_B$ [T_\odot]	–	–	$3,935 \pm 0,002$	$3,900 \pm 0,008$
$\log g_A$ [CGS]	–	–	–	$3,83 \pm 0,02$
$\log g_B$ [CGS]	–	–	–	$4,02 \pm 0,02$

Tabulka 1: Spektroskopické a fotometrické elementy dvojhvězdy HR 6611

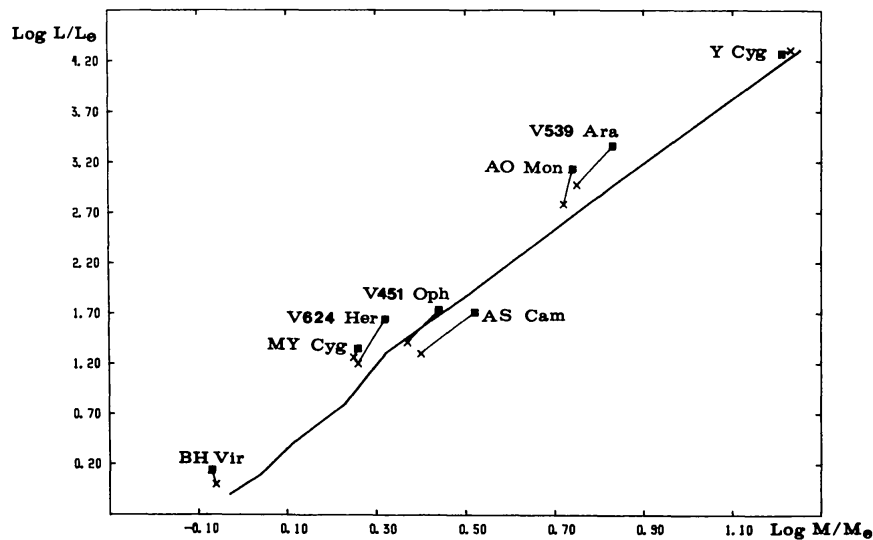
a zářivější než ostatní hvězdy typu A přibližně stejné hmotnosti (obr. 6, 7, Giuricin et al., 1980). Navíc se ukázalo, že hmotnější složka leží na HR diagramu blízko konečné hlavní posloupnosti (TAMS) (obr. 8, Giuricin et al., 1980) a je tedy vyvinutější než kterákoli jiná Am hvězda se spolehlivě určenými vlastnostmi. Cowley et al. (1969) se domníval, že metalicita v primární složce není příliš výrazná. To bylo ve shodě s Popperovou (1971) hypotézou, že největší metalicity u hvězd spektrálního typu A dosahují hvězdy ještě nepříliš vyvinuté.

Ribas et al. (1998) klasifikoval dvojhvězdu do tříd A3m a A7V. Babcock (1958) zařadil HR 6611 mezi hvězdy, u kterých se s určitou pravděpodobností projevuje Zeemanův efekt. Teprve v roce 2002 zkoumal Elkin et al. detailně depresi poblíž vlnové délky 5200 Å a na vlnové délce 5150 Å narazil na relativně silný rys ukazující na možnou přítomnost magnetického pole.

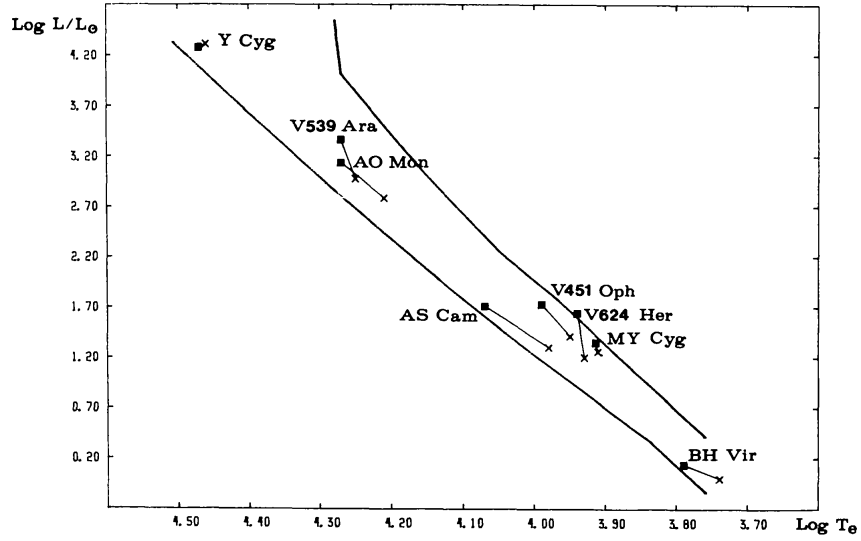
Proto Mikulášek et al. (2003b) provedli spektroskopické měření a získali velmi kvalitní Zeemanovy spektra s poměrem signál – šum větším než 100. Při počítání syntetických spekter vycházeli z hodnot fyzikálních charakteristik určených Popperem (1984). Hodnota průmětu rovníkové rotační rychlosti $V \sin i$ byla odhadnuta srovnáním pozorovaného a syntetických profilů čáry FeII 4508,2 Å na $V_A \sin i = 35 \text{ kms}^{-1}$, $V_B \sin i = 29 \text{ kms}^{-1}$ s chybou menší než 1 kms^{-1} . Hodnoty těchto veličin za předpokladu synchronně rotujících složek s rotačními osami kolmými k oběžné



Obrázek 6: Závislost poloměru na hmotnosti 8 oddělených zákrytových dvojhvězd včetně HR 6611 (V624 Her). Čtverečky reprezentují primární složky, křížky sekundární složky. Plná čára popisuje závislost pro hvězdy hlavní posloupnosti (Allen,1973).



Obrázek 7: Závislost zářivého výkonu na hmotnosti 8 oddělených zákrytových dvojhvězd. Čtverečky reprezentují primární složky, křížky sekundární složky. Plná čára popisuje závislost pro hvězdy hlavní posloupnosti (Allen,1973).



Obrázek 8: HR diagram 8 oddělených zákrytových dvojhvězd. Čtverečky reprezentují primární složky, křížky sekundární složky. ZAMS a TAMS (Iben,1967) jsou vyznačeny plnou čarou.

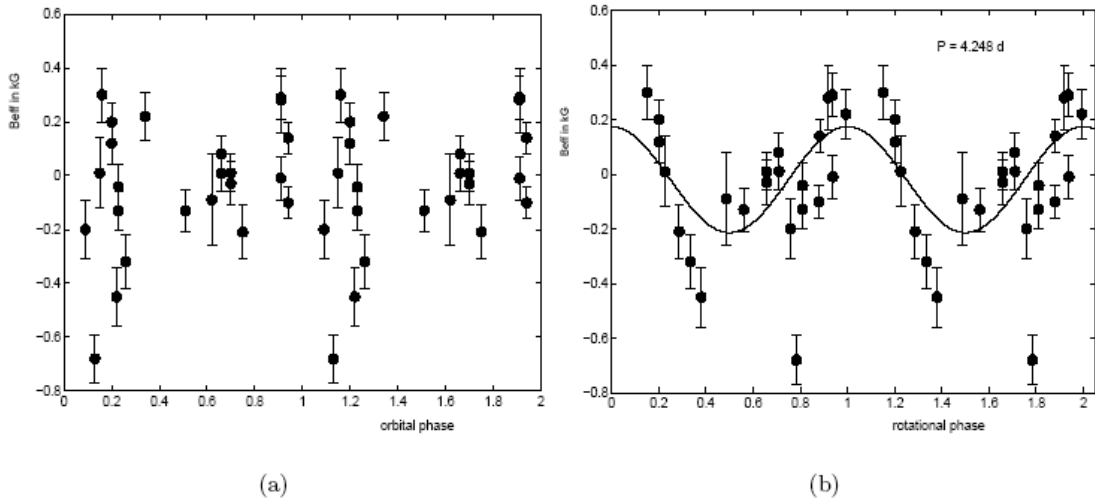
rovině jsou ale $V_A \sin i = 38,7 \text{ km s}^{-1}$, $V_B \sin i = 28,2 \text{ km s}^{-1}$. Odtud je vidět, že primární složka pravděpodobně rotuje pomaleji než by měla v případě synchronní rotace a to s periodou $P_{rotA} \sim 4,3$ dne. Tato asynchronní rotace lze vysvětlit tím, že se primární složka nachází blízko TAMS ve fázi rychlé přeměny stavby vnitřních částí, což má za následek změnu rotační periody. Protože zkoumaná dvojhvězda není příliš těsná, nestačí slapové interakce soustavu zesynchronizovat.

Porovnáváním syntetických a pozorovaných spekter dále byly určeny abundance určitých prvků. Primární složka obsahuje nadbytek Cr, Fe, Mg, Ti, Na, Ni, Zr, Ba a Y, slabě zastoupené jsou naopak Si, Sc, C, O, Ca. V sekundární složce jsou v deficitu Sc, Ca, C, Mg, Si, silně zastoupené jsou zde Cr, Fe, Ni, Ba, Na. Ukazuje se, že tyto abundance jsou v souladu s dřívějšími pozorováními a obě složky patří tedy skutečně mezi Am hvězdy.

Přítomnost magnetického pole byla posuzována měřením Zeemanových posuvů opačně orientovaných σ složek $\Delta\lambda$ (konec odstavce 2.5). Protože mají obě složky velmi podobné charakteristiky atmosfér, jsou jejich spektra téměř stejná a kolem primárního minima nebylo proto možné vybrat čisté (nepřekryté jinými čarami) spektrální čáry. Magnetické pole bylo určováno ze vztahu

$$\Delta\lambda = 0,0193 \left(\frac{\lambda}{454,3} \right)^2 g B_{ef}, \quad (4.1)$$

kde λ je vlnová délka v nm, B_{ef} je efektivní magnetické pole v kG, g je Landého faktor. U sekundární složky měly vypočtené hodnoty B_{ef} střední hodnotu $B_{efB} = (-0,03 \pm 0,15) \text{ kG}$ a velkou směrodatnou odchylku $0,55 \text{ kG}$, navíc byly některé hodnoty zatíženy poměrně velkou chybou (až $0,28 \text{ kG}$) způsobenou malým



Obrázek 9: Závislost efektivního magnetického pole primární složky na a) orbitální fázi ($P = 3,895$ d), b) na možné rotační fázi ($P = 4,248$ d, $JD_{max} = 2\,442\,755,1$).

počtem použitých čar. V případě primární složky byly hodnoty B_{ef} určeny mnohem přesněji (chyba jednotlivých hodnot 0,10 kG) a vykazovaly „slušnou“ závislost na fázi. Po vynesení do grafu (obr. 9) se ale ukázalo, že se magnetické pole pravděpodobně nemění s oběžnou periodou. Nejlepšího řešení bylo dosaženo pro periodu $P = (4,248 \pm 0,006)$ dne, která by mohla být zároveň rotační periodou primární složky. Střední hodnota v tomto případě je $B_{efA} = (-0,02 \pm 0,04)$ kG a amplituda změn dosahuje asi 0,4 kG. Z nově určené periody byla vypočtena hodnota radiální rychlosti $V_A \sin i = (35,5 \pm 0,4)$ kms^{-1} , která je ve výborné shodě s pozorovanou hodnotou 35 kms^{-1} .

Aby se ale potvrdila přítomnost magnetického pole u primární složky, i její případná rotační perioda, je nutné pořídít další spektra. Zatím není známa žádná Am hvězda s proměnným efektivním magnetickým polem a nevázanou rotací, takže je tento výzkum dosti důležitý.

5 Zpracování a analýza pozorování

Cílem této diplomové práce bylo zpřesnit světelné elementy a další fyzikální parametry zákrytové dvojhvězdy HR 6611 zpracováním všech dostupných fotometrických a spektroskopických dat.

Zdroje použitých pozorovacích dat jsou uvedeny v tabulce 2 včetně měřené veličiny (U, B, V, R – hvězdné velikosti ve filtrech U, B, V, R ; v_{rad} – radiální rychlosti), počtu pozorování n a intervalu epoch E jednotlivých pozorovatelů. Epochy jsou počítány podle světelných elementů určených Zissellem: perioda $P = 3,894\,977$ dne a okamžik základního minima $JD_{\text{hel}}(M_0) = 2\,440\,321,005$.

zdroj	veličina	n	E
(1) Zissell (1972)	V	1000	$-0,6 - 129,6$
(2) Popper (1984)	v_{rad}	68	$302,7 - 1256,7$
(3) Mikulášek et al.(2003)	v_{rad}	21	$3168,1 - 3212,9$
(4) Mikulášek et al.(2003)	v_{rad}	10	$3280,0 - 3356,8$
(5) Ondřejov (2004)	v_{rad}	12	$3308,0 - 3388,8$
(6) Skalnaté Pleso (2005)	V	10	$3386,51 - 3386,55$
(7) Tatranská Lomnica (2005)	V	123	$3395,49 - 3395,53$
(8) Tatranská Lomnica (2005)	U, B, V, R	40	$3404,47 - 3404,51$
(9) Skalnaté Pleso (2006)	V	4	$3452,8 - 3461,3$
(10) Tatranská Lomnica (2006)	B, V	24	$3460,00 - 3460,01$

Tabulka 2: Použitá pozorování dvojhvězdy HR 6611.

(1) – Bethany Observing Station of Yale University, Fan Mountain Observing Station of the University of Virginia; (2) – Lick Observatory; (3) a (4) – Special Astrophysical Observatory of the Russian Academy of Sciences, Nizhnij Arkhyz.

5.1 Analýza fotometrických pozorování

Celkem bylo k dispozici šest souborů fotometrických pozorování hvězdy HR 6611 ve filtru V . Dva soubory pozorování z Tatranské Lomnice (8 a 10) ale pokrývaly pouze část sestupné větve světelné křivky, pozorování ze Skalnatého Plesa (6) zachycovala jen část vzestupné větve, data ze Skalnatého Plesa (9) pocházela z konstantní části světelné křivky, takže nebylo možné z těchto dat určit spolehlivě okamžik minima. Proto byly nakonec okamžiky minima určeny jen z pozorování Zissella (1) a druhého souboru měření z Tatranské Lomnice (7).

Okamžik minima O včetně odhadu nejistoty jeho určení $\delta(O)$ byl určován pomocí programů *Maxipes007*, *Maxipes1* a *Leslie2* napsaných v Matlabu (Mikulášek, 2005b). *Maxipes007* provádí stejnoměrné proložení dat váhovanými Čebyševovými polynomy, *Maxipes1* používá obyčejné polynomy bez vah a *Leslie2* pracuje se symetrickými harmonickými polynomy, které mají inflexní bod na konci delší z obou větví symetrické světelné křivky. *Maxipes007* a *Maxipes1* využívá lineární regrese následujícím způsobem. Předpokládejme, že máme N hodnot rozdílu hvězdné velikosti

zkoumané a srovnávací hvězdy Δm_i s neurčitostí σ_i bez odlehlých bodů získaných v časech t_i ($i = 1 \dots N$). Nechť $y(t)$ je spojitá hladká funkce, která je vhodnou aproximací pozorované světelné křivky. V případě lineární regrese má obecně tvar:

$$y(t) = \sum_{j=1}^g \beta_j f_j(t) = \mathbf{f}^T(t)\beta, \quad (5.1)$$

kde β je vektor regresních koeficientů a $\mathbf{f}(t)$ je vektor bázových funkcí. Odhady b_j parametrů β_j získáme váženou metodou nejmenších čtverců, tj. minimalizací váženého součtu čtverců odchylek $S(\beta) = \sum_{i=1}^N [(\Delta m_i - y(t_i))w_i]^2$. Koeficienty b_j jsou potom dány následovně:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}, \quad (5.2)$$

kde $\mathbf{X} = [X_{ij}] = [f_j(t_i)]_{i=1 \dots N}^{j=1 \dots g}$, \mathbf{Y} je vektor naměřených Δm_i a $\mathbf{W} = [W_{ii}] = [w_i]_{i=1 \dots N}$ je diagonální váhová matice. Vektor $\mathbf{Y}_p = \mathbf{X} \mathbf{b}$ je pak nejlepší aproximací vektoru \mathbf{Y} a umožňuje předpovídat hodnoty měřené veličiny (v našem případě hvězdné velikosti). Směrodatná odchylka jednoho měření je dána vztahem:

$$\sigma = \sqrt{\frac{R}{\bar{w}(N-g)}}, \quad (5.3)$$

kde $R = \mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y}$ je vážený reziduální součet čtverců odchylek. Odhad nejistoty určení velikosti parametrů \mathbf{b} (směrodatná odchylka) je tvaru:

$$\delta \mathbf{b} = \sigma \sqrt{\bar{w}(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1}}, \quad (5.4)$$

kde \bar{w} je střední hodnota všech vah. Odhad nejistoty funkční hodnoty nalezené regresní funkce v čase t je:

$$\delta y_p(t) = \sigma \sqrt{\bar{w} \mathbf{f}^T(t) (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{f}(t)}. \quad (5.5)$$

Analogicky pro směrodatnou odchylku první derivace $y'_p(t)$ platí:

$$\delta y'_p(t) = \sigma \sqrt{\bar{w} \mathbf{f}'(t)^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{f}'(t)}. \quad (5.6)$$

V okamžiku minima t_{min} je derivace světelné křivky nulová, tj. $y'(t_{min}) = 0$. Nejistota určení tohoto času je dána vztahem (po dosazení z rovnic (5.6) a (5.1)):

$$\delta(t_{min}) = \frac{\delta y'_p(t_{min})}{|y''_p(t_{min})|} = \frac{\sigma \sqrt{\bar{w} \mathbf{f}'(t)^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{f}'(t)}}{|\mathbf{f}''(t_{min})^T \mathbf{b}|}. \quad (5.7)$$

Je známo, že při použití obyčejných polynomů dochází na krajích časového intervalu k oscilacím regresní funkce a není tedy možné spolehlivě určovat extrémů poblíž těchto míst. Jestliže ale transformujeme hodnoty času na vhodný interval ($\langle 0, 1 \rangle$ nebo $\langle -1, 1 \rangle$) a použijeme nějakou množinu ortogonálních funkcí jako jsou např. váhované

Čebyševovy polynomy nebo trigonometrické funkce $\{1; x; \sin(\pi x); \sin(2\pi x); \dots\}$, můžeme určovat extrémy i blízko počátku a konce pozorování (Mikulášek et al., 2005a).

Jestliže máme k dispozici nejistoty jednotlivých měření σ_i , je vhodné použít váhy ve tvaru: $w_i = \frac{k}{\sigma_i^2}$. Jejich užitím se vezme v úvahu různá přesnost jednotlivých pozorování a zmenší se vliv méně přesných měření. Pokud pozorování obsahuje hodně odlehlé body, je nutné k jejich vyloučení použít metod robustní regrese. Robustní regrese používá speciální váhovou funkci, která nabývá maxima pro body blízké předpokládané regresní funkci a monotónně klesá k nule pro body velmi vzdálené. Tyto vlastnosti má např. funkce ve tvaru:

$$w(\Delta y_i, s) = w_i = w_{0i} e^{-\left(\frac{\Delta y_i}{2,5\sigma}\right)^4}, \quad (5.8)$$

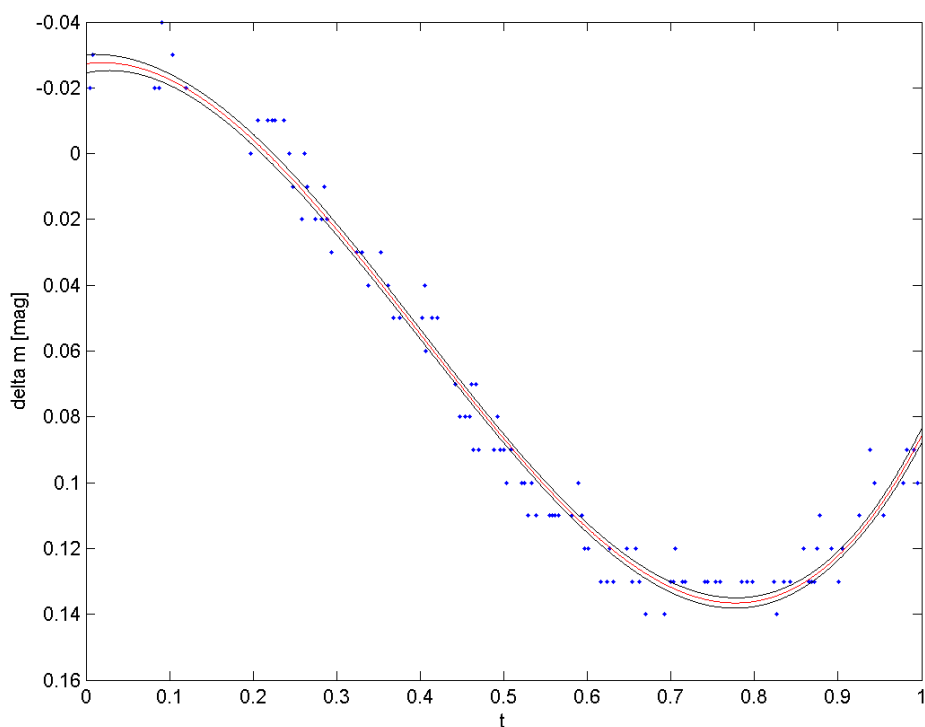
kde $w_{0i} = \frac{1}{\sigma_i^2}$ je váha jednotlivých měření používaná ve vážené metodě nejmenších čtverců a $\Delta y_i = y_i - F(\beta, x_i)$ je odchylka naměřeného bodu od předpokládané regresní funkce. Výpočet regresních koeficientů, jejich nejistot a intervalů spolehlivosti pro regresní funkci probíhá analogicky jako v případě vážené metody nejmenších čtverců (viz výše), liší se pouze vztah pro reziduální součet čtverců odchylek: $R = 1, 23(\mathbf{Y}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} - \mathbf{b}^T \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y})$. Navíc je tato metoda iterační, kdy za nultou iteraci použijeme výsledky vážené metody nejmenších čtverců, a poté iterujeme, dokud nedostaneme stabilní řešení. Metoda většinou konverguje velmi rychle.

Vhodnost volby počtu bázových funkcí g provádíme jednak vizuální kontrolou proložení křivky naměřenými daty a dále podle závislosti velikosti směrodatné odchylky modelu na g . Jestliže analyzovaná data obsahují více extrémů, je dobré rozdělit si pozorování na několik částí, abychom snížili počet potřebných regresních parametrů. Tohoto přístupu bylo použito při zpracování Zissellových dat, která byla rozdělena na úseky obsahující části sestupné i vzestupné větve světelné křivky včetně okamžiku minima. Takto byly získány tři okamžiky minima ležící v časových intervalech (v redukovaném JD_{hel}) $\langle 40\,369, 6296; 40\,369, 8269 \rangle$, $\langle 40\,698, 7855; 40\,698, 9009 \rangle$ a $\langle 40\,774, 5909; 40\,774, 8275 \rangle$. Jako příklad výsledku zpracování je na obr. 10 zobrazeno okolí minima z třetího intervalu včetně aproximace světelné křivky. Je zde vidět, že použití váhovaných Čebyševových polynomů na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ (s váhami $w = \frac{1}{\sqrt{1-(2t-1)^2}}$) zaručuje přibližně stejnou šířku intervalu spolehlivosti regresní funkce v celém časovém intervalu a tím odstraňuje problémy při určení okamžiku minima poblíž hranic tohoto intervalu.

Výsledky jednotlivých programů jsou v tabulce 3. Konečná hodnota okamžiku minima O byla získána jako aritmetický průměr hodnot ze všech použitých metod, směrodatná odchylka byla určena ze zákona šíření chyb.

Všechna fotometrická data byla využita v programu *perioda_phot* (Mikulášek, 2005b), který slouží k určení světelných elementů (periody a základního minima). Jako počáteční odhad byly použity Zissellovy elementy. Výsledky po čtyřech iteracích jsou následující:

$$P = (3, 894\,983\,93 \pm 0, 000\,000\,29) \text{ dne}, \quad M_0 = 2\,440\,321, 003\,24 \pm 0, 000\,44. \quad (5.9)$$



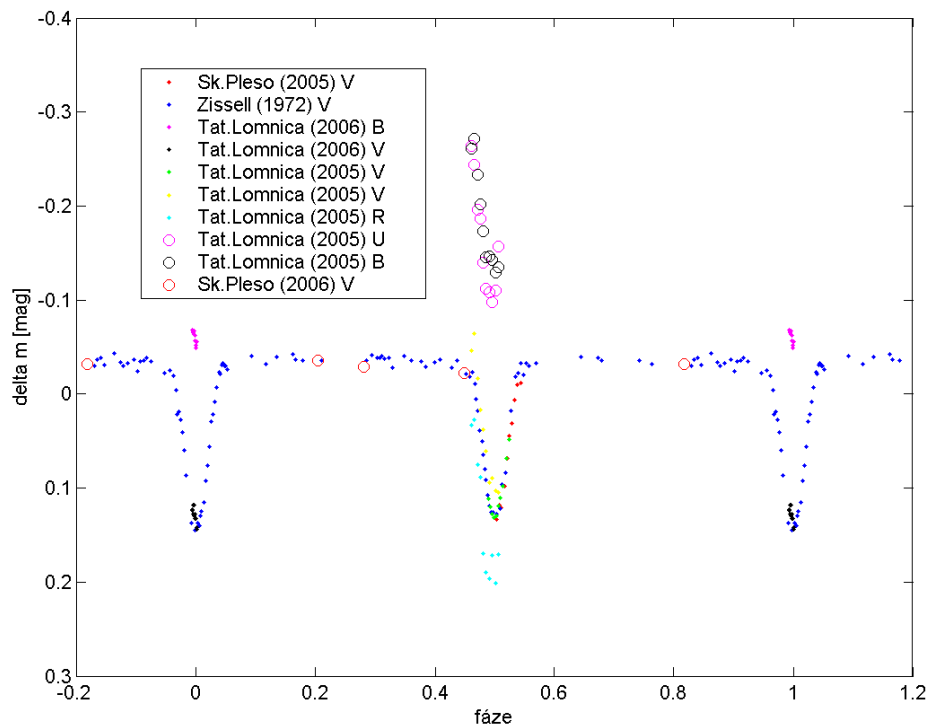
Obrázek 10: Část Zissellových pozorování kolem okamžiku minima a aproximace světelné křivky včetně intervalů spolehlivosti pomocí váhovaných Čebyševových polynomů programem *Maxipes007*.

	<i>Maxipes007</i> (4)	<i>Maxipes1</i> (4)	<i>Leslie2</i> (1)	O
Zissell (1972)	40 369,6857 ±0,0034	40 369,6848 ±0,0038	40 369,6856 ±0,0034	40 369,6854 ±0,0020
Zissell (1972)	40 698,8144 ±0,0017	40 698,8141 ±0,0021	40 698,8139 ±0,0016	40 698,8141 ±0,0011
Zissell (1972)	40 774,77625 ±0,00081	40 774,77418 ±0,00094	40 774,76950* ±0,00070	40 774,7733 ±0,0005
Tat. Lomnica (2005)	53 546,41582 ±0,00077	53 546,41629 ±0,00074	53 546,41907 ±0,00054	53 546,4171 ±0,0004

* použito *Leslie2*(2)

Tabulka 3: Okamžiky minim dvojhvězdy HR 6611 z fotometrických dat. Čísla v závorce u jednotlivých programů znamenají nejvyšší stupeň použitých polynomů. Čas je uveden v redukovaném heliocentrickém juliánském datování.

Všechna fotometrická pozorování jsou vykreslena v závislosti na fázi na obr. 11. Pro Zissellovy pozorování bylo pomocí programu *normles1* (Mikulášek, 2005b) vypočteno 100 *normálních bodů*. Vertikální posun části naměřených hodnot je způsoben měřením v různých filtrech (U , B , V , R).



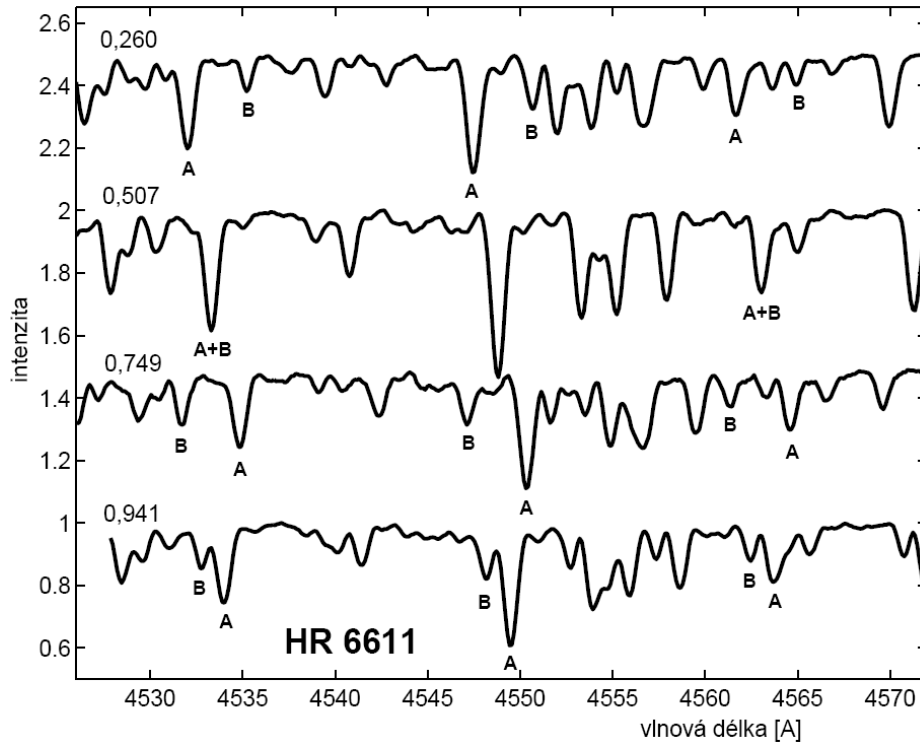
Obrázek 11: Všechna dostupná fotometrická data vynesena v závislosti na fázi.

5.2 Analýza spektroskopických pozorování

Byly analyzovány čtyři soubory spektroskopických pozorování (č. 2 – 5 z tab. 2). Popperovy pozorování byly pro účely zpracování rozděleny na tři skupiny (časy jsou uvedeny v redukovaném JD_{hel}) $\langle 41\,499, 818; 41\,881, 772 \rangle$, $\langle 42\,208, 923; 43\,355, 666 \rangle$ a $\langle 44\,332, 047; 45\,215, 703 \rangle$.

Obr. 12 ukazuje část spektra studované dvojhvězdy získaného Mikuláškem et al. (2003) v různých fázích soustavy. Na třech vybraných spektrálních čarách je dobře vidět jejich periodický posuv a překrývání způsobený Dopplerovým jevem. Z velikostí těchto posuvů se podle vztahu (1.1) určuje velikost radiálních rychlostí složek, které potom slouží ke konstrukci křivek radiálních rychlostí.

Při určování okamžiků minima jasnosti dvojhvězdy se vycházelo z předpokladu nulové excentricity trajektorie dvojhvězdy, tzn. obě složky dvojhvězdy se pohybují po kruhových drahách. Tento předpoklad lze ospravedlnit následující úvahou. Proložíme



Obrázek 12: Část spektra dvojhvězdy HR 6611 pro čtyři různé fáze.

naměřená data v_{rad_i} fázovými křivkami radiálních rychlostí ve tvaru:

$$v_{rad_i}(t) = K_i \sin(2\pi\varphi) + S_i \sin(4\pi\varphi) + V_0, \quad (5.10)$$

kde $i = A; B$ označuje složku dvojhvězdy, t je čas, φ je fáze, K_i , S_i jsou amplitudy rychlosti a V_0 je rychlost těžiště dvojhvězdy vzhledem k pozorovateli. Metodou nejmenších čtverců dostaneme pro Popperovy data tyto hodnoty hledaných parametrů (všechny jsou v km s^{-1}):

$$\begin{aligned} K_A &= -96,7 \pm 0,3, & S_A &= 0,3 \pm 0,4 \\ K_B &= 117,1 \pm 0,3, & S_B &= -0,2 \pm 0,4 \\ V_0 &= -38,5 \pm 0,2 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Odtud je vidět, že intervaly spolehlivosti pro amplitudy S_i obsahují hodnotu nula, a lze tedy říci, že tyto koeficienty jsou statisticky nevýznamné. Proto můžeme považovat křivky radiálních rychlostí za přesné sinusoidy tak, jak to odpovídá představě dráhy s nulovou excentricitou. Budeme tedy nadále předpokládat, že hvězdy v systému obíhají po kruhových drahách.

Okamžik minima nastává tehdy, když mají obě složky stejnou velikost rychlosti, která je rovna rychlosti těžiště dvojhvězdy vzhledem k pozorovateli. Odtud je vidět, že k této situaci dochází, když se křivky radiálních rychlostí obou složek protnou. K určení okamžiku minima jasnosti by nám tedy stačilo najít průsečíky křivek radiálních rychlostí.

Nejjednodušší metodou by pravděpodobně bylo použití lineární interpolace křivek v okolí jejich průsečíku (tj. jakési zobecnění metody bisekce). Hledali bychom totiž řešení rovnice $y(t) = z(t)$, kde $y(t)$, $z(t)$ jsou funkce aproximující křivky radiálních rychlostí jednotlivých složek dvojhvězdy. Nejistota určení okamžiku minima by se určila podobně jako ze vztahu (5.7):

$$\delta(t_{min}) = \frac{\delta y(t_{min})}{|y'(t_{min})|}. \quad (5.12)$$

Protože ale naměřená data pokrývají křivky velmi nerovnoměrně (obr. 13), přičemž nejvíce jich je v oblasti extrémů a v okolí průsečíků křivek je jich nejméně (což je přesně naopak než bychom pro tuto metodu potřebovali), bylo nutné použít nějaký jiný přístup.

Tímto vhodnějším přístupem bylo použití regresních metod následujícím způsobem. Jak už bylo řečeno výše, předpokládá se pohyb složek po kruhových drahách. V tomto nejjednodušším případě jsou křivky radiálních rychlostí přesné sinusoidy, takže průběh radiální rychlosti lze zapsat ve tvaru:

$$v_{rad_i}(t) = K_i \sin\left(2\pi \frac{t - t_{min}}{P}\right) + V_0, \quad (5.13)$$

kde $i = A; B$ označuje složku dvojhvězdy, K je amplituda rychlosti, t je čas, t_{min} je okamžik protnutí křivek (tzn. námi hledaný okamžik minima jasnosti dvojhvězdy), P je oběžná perioda a V_0 je rychlost těžiště dvojhvězdy vzhledem k pozorovateli. Jestliže vyjdeme z Zissellových elementů, tzn. periodu pokládáme za známý parametr, budou regresními parametry K_i , t_{min} a V_0 . Je vidět, že vzhledem k parametru t_{min} se jedná o regresi nelineární, takže je na místě provést linearizaci regresní funkce pomocí Taylorova rozvoje. Regresní koeficienty budeme hledat iteračně, tedy ve tvaru:

$$K_i^k = K_i^{k-1} + \Delta K_i^k, t_{min}^k = t_{min}^{k-1} + \Delta t_{min}^k, V_0^k = V_0^{k-1} + \Delta V_0^k, \quad (5.14)$$

kde k značí číslo iterace. Po linearizaci a zanedbání veličiny druhého řádu bude průběh radiální rychlosti popsán následovně:

$$\begin{aligned} v_{rad_i}(t) &= (K_i^{k-1} + \Delta K_i^k) \left\{ \sin\left(2\pi \frac{t - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - \frac{2\pi}{P} \Delta t_{min}^k \cos\left(2\pi \frac{t - t_{min}^{k-1}}{P}\right) \right\} + \\ &+ V_0^{k-1} + \Delta V_0^k = K_i^{k-1} \sin\left(2\pi \frac{t - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - \frac{2\pi}{P} K_i^{k-1} \Delta t_{min}^k \cos\left(2\pi \frac{t - t_{min}^{k-1}}{P}\right) + \\ &+ \Delta K_i^k \sin\left(2\pi \frac{t - t_{min}^{k-1}}{P}\right) + V_0^{k-1} + \Delta V_0^k. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Maticový zápis, který je vhodný pro implementaci programu v Matlabu, bude tvaru:

$$\mathbf{Y}^k = \mathbf{X}^k \beta^k, \quad (5.16)$$

kde

$$\mathbf{Y}^k = \begin{pmatrix} v_{rad_A}(t_1) - K_A^{k-1} \sin\left(2\pi \frac{t_1 - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - V_0^{k-1} \\ \vdots \\ v_{rad_A}(t_n) - K_A^{k-1} \sin\left(2\pi \frac{t_n - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - V_0^{k-1} \\ v_{rad_B}(t_1) - K_B^{k-1} \sin\left(2\pi \frac{t_1 - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - V_0^{k-1} \\ \vdots \\ v_{rad_B}(t_n) - K_B^{k-1} \sin\left(2\pi \frac{t_n - t_{min}^{k-1}}{P}\right) - V_0^{k-1} \end{pmatrix},$$

\mathbf{X}^k je matice typu $2n \times 4$ a $\beta = (\Delta t_{min}^k, \Delta K_A^k, \Delta K_B^k, \Delta V_0^k)^T$.

Právě uvedený matematický zápis se čtyřmi regresními koeficienty je použitelný pro jediný soubor pozorování. V našem případě byly ale k dispozici čtyři soubory pozorování ze tří různých spektrografů, takže se počet regresních koeficientů zvýšil na devět:

$$\beta = (\Delta t_{min_1}^k, \Delta t_{min_2}^k, \Delta t_{min_3}^k, \Delta t_{min_4}^k, \Delta K_A^k, \Delta K_B^k, \Delta V_{0_1}^k, \Delta V_{0_2}^k, \Delta V_{0_3}^k)^T. \quad (5.17)$$

$t_{min_1}^k, t_{min_2}^k, t_{min_3}^k$ jsou okamžiky minim poblíž těžišť tří skupin z Popperových dat. $t_{min_4}^k$ určuje okamžik minima ze zbylých dat, které byly kvůli malému počtu pozorování sloučeny do jedné skupiny. Kdybychom tak neučinili, nebyly by výsledky regrese příliš spolehlivé a byly by zatíženy velkou chybou. Navíc nejsou tyto tři soubory pozorování příliš časově vzdálené, takže by nám případné další okamžiky minim nepřinesly do $O-C$ diagramu příliš nových informací. Hodnoty V_0 závisí na spektrografu, takže byly hledány tři hodnoty: $V_{0_1}^k, V_{0_2}^k, V_{0_3}^k$.

Jako počáteční odhady K_i^0 a $V_{0_j}^0$ použijeme hodnoty získané z fázových křivek radiálních rychlostí, tzn. proložíme naměřené body regresní funkcí ve tvaru:

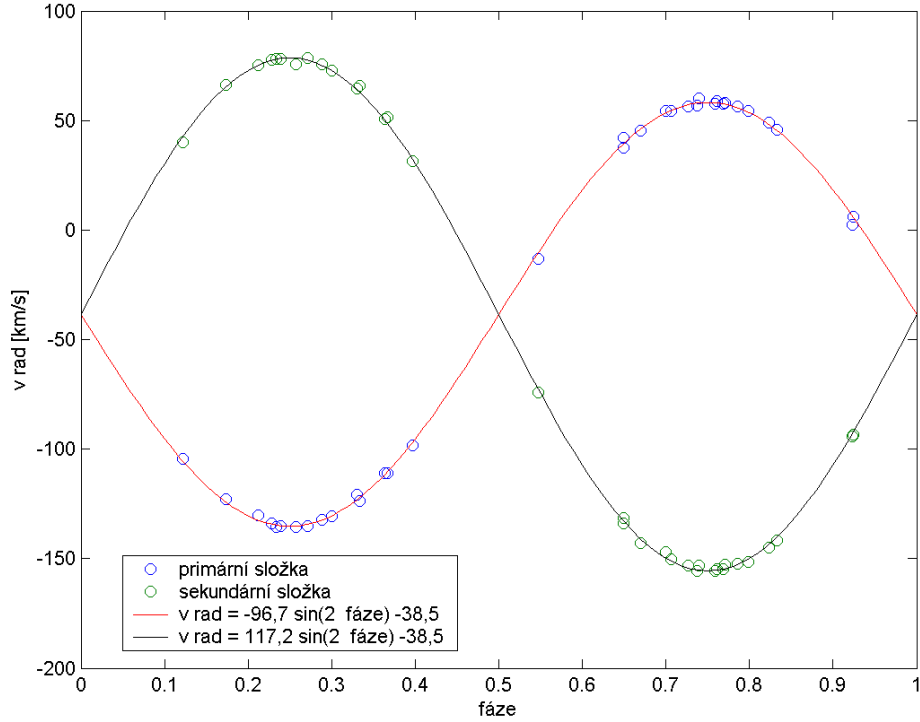
$$v_{rad_{ij}}(t) = K_i \sin(2\pi\varphi) + V_{0_j}, \quad (5.18)$$

kde fáze φ je určena rovnicí (1.17). Příklad fázových křivek radiálních rychlostí je uveden na obr. 13. Hodnoty t_{min_j} budeme hledat poblíž těžišť jednotlivých skupin a počáteční odhad $t_{min_j}^0$ určíme ze vztahu $t_{min_j}^0 = M_0 + E_j P$ (jde tedy o vypočtený okamžik minima C).

Pro realizaci výše popsaného výpočtu byl vytvořen program v Matlabu, jehož výsledky po dvou iteracích jsou zapsány v tabulce 4.

5.3 $O-C$ diagram

Význam $O-C$ diagramu pro zlepšování světelných elementů proměnné hvězdy byl popsán v odstavci 1.3. Ke konstrukci tohoto diagramu je nutné k výše určeným pozorovaným okamžikům minima O_i spočítat příslušné okamžiky minima C_i . Aby byla případná oprava základního minima co nejpřesnější, posuneme Zissellovo základní minimum $M_0 = 2\,440\,321,005$ do blízkosti těžiště souboru našich okamžiků O_i ($i = 1, \dots, 8$).



Obrázek 13: Fázová křivka radiálních rychlostí pro Popperovy data.

V případě, že bude závislost $O-C$ na epoše lineární, tj. $O - C = a + bE$, platí pro nejistotu určení absolutního členu a vztah $\delta a = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\overline{E^2}}{E^2 - \overline{E}^2}}$ (σ dáno vztahem (5.3)). Odtud je vidět, že tato nejistota bude minimální tehdy, když počátek souřadnic umístíme do těžiště, tzn. provedeme transformaci $E_i^* = E_i - \overline{E}$ (viz dále).

Epochy pak budeme počítat od tohoto nového základního minima M_0^* . Matematicky tuto operaci zapíšeme následovně:

$$M_0^* = M_0 + P\overline{E}, \quad (5.19)$$

kde $\overline{E} = \text{round} \left(\frac{\sum_{i=1}^m E_i w_i}{\sum_{i=1}^m w_i} \right)$ značí počet cyklů od M_0 k M_0^* (funkce round značí zaokrouhlení), $E_i = \frac{O_i - M_0}{P}$ jsou epochy jednotlivých okamžiků minim O_i vzhledem k M_0 , $w_i = \frac{1}{s^2(O_i)}$ jsou váhy jednotlivých O_i a P je Zissellova perioda, kterou chceme opravit. Předpovědi okamžiků minim C_i pak získáme ze vztahu:

$$C_i = M_0^* + P(E_i - \overline{E}) = M_0^* + PE_i^*. \quad (5.20)$$

Všechny pozorované (O) a vypočtené (C) okamžiky minim včetně rozdílu $O-C$ a příslušné epochy E^* jsou v tabulce 5. Protože předpokládáme, že složky se pohybují po kruhových drahách, budou se primární a sekundární minima střídat přesně po půl

K_A	$-96,33 \pm 0,41$
K_B	$116,69 \pm 0,41$
V_{0_1}	$-38,47 \pm 0,31$
V_{0_2}	$-39,66 \pm 0,46$
V_{0_3}	$-36,97 \pm 0,74$
t_{min_1}	$41\,653,0933 \pm 0,0079$
t_{min_2}	$42\,872,2205 \pm 0,0065$
t_{min_3}	$44\,710,6476 \pm 0,0062$
t_{min_4}	$53\,045,9028 \pm 0,0035$

Tabulka 4: Parametry křivek radiálních rychlostí dvojhvězdy HR 6611. Velikosti amplitud a rychlostí těžiště dvojhvězdy jsou uvedeny v km s^{-1} . Okamžiky minima jsou zapsány v redukovaném heliocentrickém juliánském datování.

O	C	E^*	$O-C$	
$40\,369,6854 \pm 0,0020$	$40\,369,6922$	$-1912,5$	$-0,0068 \pm 0,0020$	f
$40\,698,8141 \pm 0,0011$	$40\,698,8177$	$-1828,0$	$-0,0036 \pm 0,0011$	f
$40\,774,7733 \pm 0,0005$	$40\,774,7698$	$-1808,5$	$0,0035 \pm 0,0005$	f
$41\,653,0933 \pm 0,0079$	$41\,653,0871$	$-1583,0$	$0,0062 \pm 0,0079$	s
$42\,872,2205 \pm 0,0065$	$42\,872,2149$	$-1270,0$	$0,0056 \pm 0,0065$	s
$44\,710,6476 \pm 0,0062$	$44\,710,6441$	$-798,0$	$0,0035 \pm 0,0062$	s
$53\,045,9028 \pm 0,0035$	$53\,045,8948$	$1342,0$	$0,0080 \pm 0,0035$	s
$53\,546,4171 \pm 0,0004$	$53\,546,3994$	$1470,5$	$0,0177 \pm 0,0004$	f

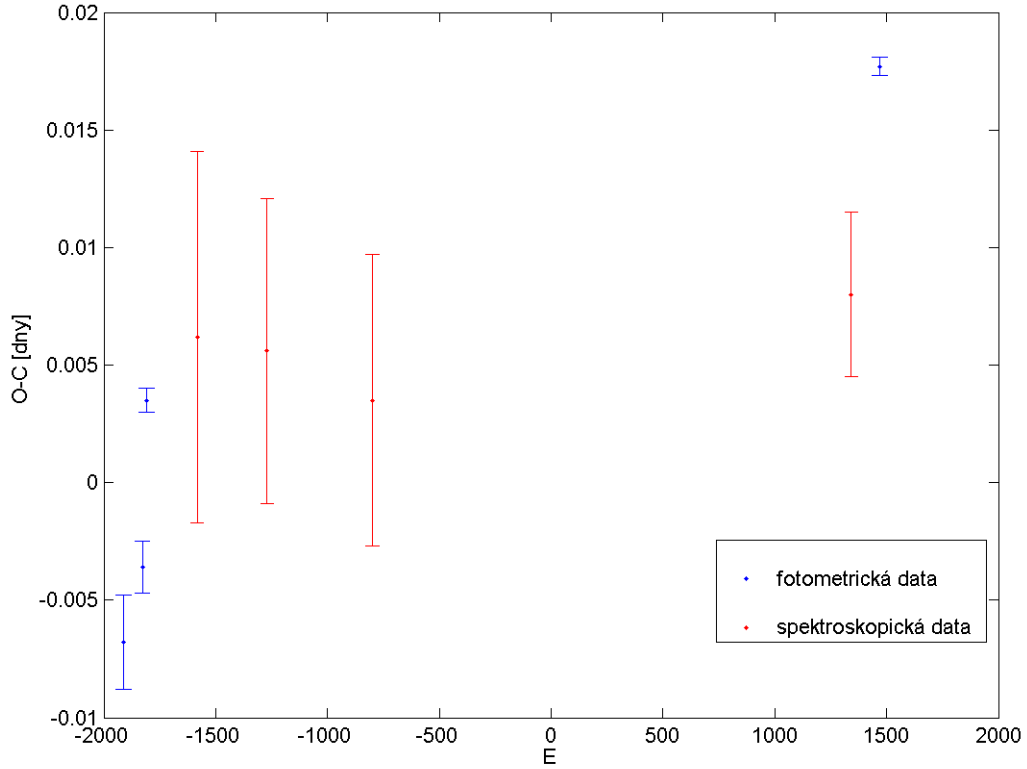
f – fotometrie, s – spektroskopie

Tabulka 5: Pozorované a vypočtené okamžiky minim, příslušné epochy a rozdíly $O-C$ pro dvojhvězdu HR 6611 z fotometrických a spektroskopických dat.

Čas je uveden v redukovaném heliocentrickém juliánském datování. Hodnoty $O-C$ jsou udány ve dnech.

periodě, tj. rozdíl ve fázi mezi nimi bude 0,5. Tedy primárnímu minimu odpovídají v tabulce 5 celočíselné hodnoty epochy a sekundární minima nastávají v poločíselných epochách.

Na obr. 14 je uveden $O-C$ diagram studované dvojhvězdy. Je vidět, že prokládání bodů nějakou funkcí nemá smysl, protože nejistoty určení jednotlivých bodů $O-C$ se liší až o řád a tedy jsou zde i velké rozdíly v přiřazených vahách. Při vážené metodě nejmenších čtverců by proto byly důležité pouze dva body získané z fotometrických pozorování s nejmenšími chybami. Parametry takto získané závislosti a jejich chyby by byly značně nespolehlivé, takže provádět zpřesňování světelných elementů dvojhvězdy HR 6611 pomocí $O-C$ diagramu získaného v této práci nelze. Protože ale $O-C$ diagram vykazuje lineární závislost s kladnou směrnici, můžeme odtud alespoň usoudit, že oprava periody bude kladná. To je v souladu s hodnotou periody určenou v (5.9), která je větší než zpřesňovaná Zissellova perioda. Zde uvedený $O-C$ diagram můžeme využít hlavně ke konstatování, že ve studované dvojhvězdě nedochází ke změně periody, jak bude zdůvodněno v odstavci 5.6.



Obrázek 14: $O-C$ diagram dvojhvězdy HR 6611.

5.4 Určení dalších fyzikálních parametrů

Pomocí opravené hodnoty orbitální periody získané zpracováním fotometrických měření $P = (3,894\,983\,93 \pm 0,000\,000\,29)$ dnů a amplitud křivek radiálních rychlostí $K_A = (96,33 \pm 0,41)$ km s⁻¹, $K_B = (116,69 \pm 0,41)$ km s⁻¹ určíme nyní některé další parametry studované dvojhvězdy. Při převodu výsledků do slunečních jednotek používáme následující hodnoty hmotnosti a poloměru Slunce a gravitační konstanty: $M_\odot = 1,988\,9 \cdot 10^{30}$ kg, $R_\odot = 6,958\,3 \cdot 10^8$ m, $\kappa = 6,672\,6 \cdot 10^{-11}$ m³kg⁻¹s⁻².

Excentricitu dráhy dvojhvězdy uvažujeme $e = 0$, jak již bylo zdůvodněno na začátku odstavce 5.2.

Nejprve ze vztahu (1.6) vypočteme velikosti průmětu poloměru drah jednotlivých složek, přičemž $v_A \sin i \equiv K_A$, $v_B \sin i \equiv K_B$. Po dosazení příslušných hodnot dostaneme:

$$a_A \sin i = (5\,160 \pm 20) \cdot 10^3 \text{ km} = (7,42 \pm 0,03) R_\odot, \quad (5.21)$$

$$a_B \sin i = (6\,250 \pm 20) \cdot 10^3 \text{ km} = (8,98 \pm 0,03) R_\odot. \quad (5.22)$$

Nejistoty určení všech parametrů jsou vypočteny ze zákona šíření chyb.

Kombinací rovnic (1.7) a (1.8) dostaneme následující vztahy popisující minimální hmotnosti složek:

$$M_A \sin^3 i = \frac{(v_A \sin i + v_B \sin i)^2 P v_B \sin i}{2\pi\kappa}, \quad M_B \sin^3 i = \frac{(v_A \sin i + v_B \sin i)^2 P v_A \sin i}{2\pi\kappa}. \quad (5.23)$$

Výsledkem jsou hodnoty:

$$M_A \sin^3 i = (4,250 \pm 0,035) \cdot 10^{30} \text{ kg} = (2,137 \pm 0,018) M_\odot, \quad (5.24)$$

$$M_B \sin^3 i = (3,509 \pm 0,032) \cdot 10^{30} \text{ kg} = (1,764 \pm 0,016) M_\odot. \quad (5.25)$$

K určení skutečné velikosti poloměrů oběžných drah a_A , a_B a hmotností M_A , M_B potřebujeme znát úhel sklonu oběžné roviny i . Použijeme hodnotu této veličiny stanovenou Popperem (1984): $i = (79,4 \pm 0,2)^\circ$. Primární složka se pohybuje po kruhové dráze s poloměrem

$$a_A = (5\,250 \pm 20) \cdot 10^3 \text{ km} = (7,54 \pm 0,03) R_\odot \quad (5.26)$$

a má hmotnost

$$M_A = (4,476 \pm 0,038) \cdot 10^{30} \text{ kg} = (2,250 \pm 0,019) M_\odot. \quad (5.27)$$

Sekundární složka má poloměr dráhy

$$a_B = (6\,360 \pm 20) \cdot 10^3 \text{ km} = (9,14 \pm 0,03) R_\odot \quad (5.28)$$

a hmotnost

$$M_B = (3,695 \pm 0,035) \cdot 10^{30} \text{ kg} = (1,858 \pm 0,017) M_\odot. \quad (5.29)$$

5.5 Synchronizace rotace

Ve většině dvojhvězd jsou rotační periody obou složek rovny nebo velmi blízké oběžné periodě, přičemž tato synchronizace je způsobena slapovými jevy probíhajícími mezi složkami. Jestliže se ale nějaká složka nachází v konečném stadiu vývoje na hlavní posloupnosti, může u ní dojít v důsledku měnící se stavby vnitřních částí ke změně periody. Vyšetření synchronizace soustavy nám tedy může dát informace o vývojové etapě dvojhvězdy.

Jak již bylo řečeno na konci kapitoly 4, Mikulášek et al. (2003b) spektroskopickým rozborem zjistili, že primární složka pravděpodobně rotuje pomaleji, než by odpovídalo synchronní rotaci. Navíc určili možnou hodnotu této rotační periody, se kterou by navíc mohlo docházet ke změnám magnetického pole:

$$P = (4,248 \pm 0,006) \text{ dne}. \quad (5.30)$$

Lin-sen (2004) ve své práci vyšetřuje synchronizaci dvojhvězdy na základě nejruznějších parametrů získaných z fotometrických i spektroskopických měření. Definuje

zde *synchronní parametr* Q jako poměr rotační periody P_{rot} jednotlivých složek a oběžné periody P :

$$Q = \frac{P_{rot}}{P}. \quad (5.31)$$

Úplná synchronizace nastává v případě, že $Q = 1$. Pro průmět rovníkové rotační rychlosti platí:

$$V_{A,B} \sin i = \frac{2\pi R_{A,B}}{P_{rot}} \sin i. \quad (5.32)$$

Dosazením P_{rot} z této rovnice do (5.31) dostaneme:

$$Q_{A,B} = \frac{2\pi R_{A,B} \sin i}{P V_{A,B} \sin i}. \quad (5.33)$$

Jestliže použijeme hodnoty $V_A \sin i = (35 \pm 1) \text{ km s}^{-1}$, $V_B \sin i = (29 \pm 1) \text{ km s}^{-1}$ zjištěné Mikuláškem et al. (2003b), hodnotu oběžné periody danou (5.9) a poloměry složek $R_A = (3,03 \pm 0,03) R_\odot$, $R_B = (2,21 \pm 0,03) R_\odot$ určené Popperem (1984), dostaneme pro synchronní parametry jednotlivých složek hodnoty:

$$Q_A = 1,11 \pm 0,03, \quad (5.34)$$

$$Q_B = 0,97 \pm 0,04. \quad (5.35)$$

Z hodnoty synchronního parametru primární složky lze usuzovat na mírně asynchronní rotaci této složky, což je v souladu s jejím předpokládaným vývojovým stupněm. Protože interval spolehlivosti pro Q_B daný v (5.35) obsahuje hodnotu 1, lze říci, že sekundární složka rotuje synchronně.

Nyní spočteme synchronní parametr primární složky pro rotační periodu danou v (5.30):

$$Q_A = 1,091 \pm 0,002. \quad (5.36)$$

Je vidět, že tato hodnota je v dobrém souladu s hodnotou získanou v (5.34) a perioda určená na základě změn magnetického pole by tedy mohla odpovídat rotační periodě.

V současnosti to ale vypadá tak, že studovaná dvojhvězda HR 6611 žádné magnetické pole nemá. Wade (2005) totiž pozoroval dvojhvězdu kolem okamžiku předpokládaného extrému magnetického pole a zjistil, že magnetické pole primární složky je nulové a tudíž se ani nemůže měnit. Zdánlivá přítomnost a periodicitu magnetického pole u primární složky zjištěná Mikuláškem et al. (2003b) byla pravděpodobně způsobena problémy s nastavením pozorovacích přístrojů, které vnesly chyby do zpracovávaných dat.

5.6 Diskuse výsledků

Z $O-C$ diagramu je patrné, že hodnoty $O-C$ zjištěné z fotometrických pozorování jsou určeny s mnohem menší nejistotou než hodnoty nalezené ze spektroskopických pozorování. Tuto skutečnost je možné zdůvodnit následujícím způsobem. Fotometrické okamžiky minim byly určovány ze světelné křivky, jejíž části v okolí minima byly dobře pokryté body. Naproti tomu při určování okamžiků minim z křivek radiálních rychlostí byly problémy s malým počtem měření navíc velmi nerovnoměrně

rozložených. Obecně platí, že směrodatná odchylka libovolné veličiny je nepřímo úměrná odmocnině z počtu měření (Čebyševova nerovnost), tzn. klesá při rostoucím počtu bodů. A dále je derivace světelné křivky v blízkosti minima větší než derivace křivek radiálních rychlostí (sinusoidy) v blízkosti jejich průsečíků. Protože je nejistota určení okamžiku minima nepřímo úměrná právě derivaci příslušné křivky, plyne odtud, že fotometrické okamžiky minim budou přesnější. Proto je (pokud je to možné) pro zpřesňování světelných elementů vhodnější získávat a používat fotometrická data.

Vzhledem k pokročilému vývojovému stadiu primární složky by teoreticky mohlo docházet ke změně periody, tzn. $O-C$ diagram by vykazoval nelineární závislost. Tato domněnka se ale neprokázala, protože data v $O-C$ diagramu se jeví spíše lineárně závislá. $O-C$ hodnot je ale k dispozici poměrně málo, spektroskopická data jsou zatížena poměrně velkými chybami a mezi Popperovými (1984) a současnými daty je dost velký časový odstup, takže hledání parametrů aproximující funkce nemá smysl. Nicméně přes tyto nedostatky právě spektroskopická Popperova (1984) data, která pokrývají významný časový úsek, alespoň posloužila ke zpochybnění hypotézy o změně periody.

Hodnoty výše určených parametrů dvojhvězdy jsou ve všech případech v dobrém souladu s dříve publikovanými hodnotami Poppera (1984) i Giuricina et al. (1980). Na obr. 6 si pro námi získané hodnoty poloměrů a hmotností hvězd můžeme ověřit, že obě složky dvojhvězdy HR 6611 mají větší poloměry než by odpovídalo hvězdám na hlavní posloupnosti s příslušnými hmotnostmi. To potvrzuje, že složky dvojhvězdy jsou v pokročilém stupni svého vývoje, nicméně ani primární složka dosud hlavní posloupnost neopustila.

6 Závěr

V této práci byla zpracována dostupná fotometrická i spektroskopická pozorování dvojhvězdy HR 6611. Tato data byla použita k určení okamžiků minim jasnosti dvojhvězdy. Ukázalo se, že okamžiky minim jasnosti zjištěné ze světelných křivek jsou zatíženy mnohem menší chybou než okamžiky minim určené z křivek radiálních rychlostí. To je dáno tím, že nejistota určení okamžiku minima je nepřímo úměrná derivaci příslušné křivky a nepřímo úměrná odmocnině z počtu měření. Proto mají pro zpřesňování světelných elementů zákrytové dvojhvězdy větší význam fotometrická pozorování.

Následně byl z okamžiků minim zkonstruován $O-C$ diagram. Protože ale jednotlivé okamžiky minim a tedy i rozdíly $O-C$ byly určeny s řádově různě velkou chybou, nebylo možné spolehlivě proložit získaná data nějakou vhodnou funkcí. Oprava světelných elementů dvojhvězdy (oběžné periody a základního minima) tedy byla provedena analýzou pouze fotometrických měření pomocí programu *perioda_phot*. Nově určená hodnota oběžné periody je $P = (3, 894\,983\,93 \pm 0,000\,000\,29)$ dnů a okamžik základního minima má hodnotu $JD_{\text{hel}}(M_0) = 2\,440\,321,003\,24 \pm 0,000\,44$. Nová hodnota periody je větší než opravovaná Zissellova hodnota, což je v souladu se vzhledem $O-C$ diagramu. Ten totiž vykazuje lineární závislost s kladnou směrnici. Spektroskopická měření a $O-C$ diagram ale posloužily hlavně ke zpochybnění hypotézy, že v soustavě dochází ke změně oběžné periody v důsledku rychlejšího vývoje primární složky, která se dostává do stadia hvězdy na konci vývoje na hlavní posloupnosti.

Ze spektroskopických pozorování byly dále určeny parametry křivek radiálních rychlostí, kde hodnoty jejich amplitud jsou následující: $K_A = (-96, 33 \pm 0, 41)$ km s⁻¹ a $K_B = (116, 69 \pm 0, 41)$ km s⁻¹. Dále bylo zjištěno, že primární složka má hmotnost $M_A = (2, 250 \pm 0, 019) M_{\odot}$ a poloměr kruhové dráhy $a_A = (7, 54 \pm 0, 03) R_{\odot}$, zatímco obdobné parametry sekundární složky mají hodnoty: $M_B = (1, 858 \pm 0, 017) M_{\odot}$ a $a_B = (9, 14 \pm 0, 03) R_{\odot}$.

Existence magnetického pole primární složky, které se zatím u žádné metalické dvojhvězdy nepozorovalo, potvrzena nebyla. Byla ale zkoumána synchronizace rotace obou složek a zdá se, že primární složka rotuje mírně asynchronně. Tato skutečnost může být způsobena tím, že se tato složka nachází blízko konečné hlavní posloupnosti (TAMS), což z ní činí velmi zajímavý objekt vhodný k dalšímu zkoumání.

V celé práci se předpokládalo, že složky dvojhvězdy obíhají po kruhových drahách. Tento předpoklad zde sice byl určitým způsobem zdůvodněn, ale je nutné ho ještě ověřit dalším fotometrickým pozorováním zejména v období primárního minima, k čemuž se v květnu 2006 chystá pozorovací kampaň v Brně, Tatranské Lomnici, Hlohovci a Polsku.

Literatura

- Abt, H. A. (1965). The Frequency of Binaries among Normal A-Type Stars. *Astrophys. J. Suppl.* **11**, 429
- Abt, H. A., Bidelman, W. P. (1969). Spectral Classification of A-Type Spectroscopic Binaries. *Astrophys. J.* **158**, 1091
- Allen, C.W. (1973). *Astrophysical Quantities*. London: The Athlone Press
- Babcock, H.W. (1958). A Catalog of Magnetic Stars. *Astrophys. J. Suppl.* **3**, 141
- Cowley, A., Cowley, C., Jaschek, M., Jaschek, C. (1969). A Study of the Bright Stars. I. A Catalogue of Spectral Classifications. *Astron. J.* **74**, 375
- Eggen, O. J. (1957). Distribution of the Nearer Bright Stars in the Color-Luminosity Array. *Astron. J.* **62**, 45
- Elkin, V. G., Kudryavtsev, D. O., Romanyuk, I. I. (2002). New Magnetic Chemically Peculiar Stars. *Astronomy Letters* **28**, 169
- Giuricin, G., Mardirossian, F., Mezzetti, M. (1980). Revised Photometric Elements of Eight Detached Systems. *Astron. Astrophys.* **131**, 152
- Iben, I. (1967). Stellar Evolution Within and off the Main Sequence. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **5**, 571
- Lin-sen, L. (2004). An Apparent Descriptive Method for Judging the Synchronization of Rotation of Binary Stars. *J. Astrophys. Astr.* **25**, 203
- Luyten, W. J. (1936). A Rediscussion of the Orbits of Seventy-Seven Spectroscopic Binaries. *Astrophys. J.* **84**, 85
- Mikulášek, Z. (2000). *Úvod do fyziky hvězd a hvězdných soustav*. Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z. (2002). *Proměnné hvězdy*. Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z., Krtička, J. (2003a). *Fyzika horkých hvězd*. Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z., Zverko, J., Romanyuk, I. I., Žižňovský, J., Elkin, V. G., Kudryavtsev, D. O. (2003b). Spectroscopic Study of the Am SB2 Eclipsing Binary HR 6611. *Magnetic Stars, Proceedings of the International Conference*, eds.: Glagolevskij, Y., Kudryavtsev, D., Romanyuk, I., Nizhnij Arkhyz, 191
- Mikulášek, Z., Wolf, M., Zejda, M., Pejcha, O., Pribulla, T. (2005a). Useful Methods for Determination of Times of Light Curves' Extremes and Their Applications. *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **36**, 1
- Mikulášek, Z. (2005b). Maxipes007, Maxipes1, Leslie2, perioda_phot, normles1 [počítačové programy]. Soukromá komunikace.
- Petrie, R. M. (1928). Two A-type binaries and the radial velocities of 50 stars. *Publ. Dominion Astrophys. Obs.* **4**, 81

Petrie, R. M. (1950). The magnitude differences between the components of eighty-two spectroscopic binaries. *Publ. Dominion Astrophys. Obs.* **8**, 319

Popper, D. M. (1971). Some Double-Lined Eclipsing Binaries with Metallic-Line Spectra. *Astrophys. J.* **169**, 549

Popper, D. M. (1984). Rediscussion of Eclipsing Binaries. XIV. The Bright Am System V624 Herculis. *Astron. J.* **89**, 1057

Ribas, I., Giménez, A., Torra, J., Jordi, C., Oblak, E. (1998). Effective temperature of detached eclipsing binaries from Hipparcos parallax. *Astron. Astrophys.* **330**, 600

Wade, G. A. (2005). Soukromá komunikace.

Vanýsek, V. (1980). *Základy astronomie a astrofyziky*. Praha: Academia

Zissell, R. (1969). New Bright Eclipsing Binary. *Comm. 27 IAU IBVS* 378

Zissell, R. (1972). Eclipsing Binary HR 6611. *Astron. J.* **77**, 610

Elektronické zdroje:

IBVS 5699 (cit. 26. 10. 2005). <http://www.konkoly.hu/cgi-bin/IBVSfigure?5699-f56>

Machoň, M., Rottenborn, M., Štemberová, O. (cit. 25. 10. 2005). *Těsné zákrytové dvojhvězdy*. ČAS Západočeská pobočka.

<http://www.astro.zcu.cz/promenne/zakrytove.html>

Projekt Prosper (cit. 26. 10. 2005). <http://prosper.ssph-brno.org>