

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Mgr. Jiří Dušek

Fotometrické studium
sedmi uhlíkových hvězd

Disertační práce

Školitel: doc. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.

Brno 2002

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci
vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou
literaturu, kterou jsem k jejímu sestavení použil.

Jiří Dušek

Na tomto místě bych si dovolil poděkovat dvěma lidem, kteří mi při sestavování této disertační práce nezištně pomohli. Na prvním místě musím jmenovat dr. Jiřího Papouška, jenž mi zpřístupnil fotometrická měření zhotovená v minulosti na pozorovatelně Masarykovy univerzity. Můj velký dík patří i doc. Zdeňku Mikuláškoví, vedoucímu disertační práce, který mne nejen skvěle vedl po celé roky mého studia, ale který mi v řadě případů pomohl nad rámec svých povinností a na úkor svého volného času. Děkuji.

Obsah

1	Úvod	6
2	Historický úvod	8
3	Nástin vývoje hvězd o hmotnosti 0,8 až 8 M_{\odot}	9
4	Asymptotická větev obrů	13
4.1	AGB hvězdy	13
4.2	Vnitřní stavba AGB hvězd	14
4.2.1	Centrální část jádra	15
4.2.2	Vodíkový obal jádra	16
4.2.3	Fáze uhlíkové hvězdy a její ukončení	18
4.3	Atmosféry AGB hvězd	20
4.4	Okolohvězdné obálky	20
5	Uhlíkové hvězdy	23
5.1	Identifikace uhlíkových hvězd	24
5.2	Spektrum uhlíkových hvězd	25
5.2.1	Vznik spektra uhlíkových hvězd	26
5.2.2	Spojitě spektrum uhlíkových hvězd	27
5.2.3	Diskrétní spektrum uhlíkových hvězd	28
5.2.4	Detailní popis spektra	28
5.2.5	Spektrální klasifikace uhlíkových hvězd	31
5.3	Uhlíkové hvězdy jako proměnné hvězdy	32
5.3.1	Proměnné typu Mira	34
5.3.2	Polopravidelné proměnné hvězdy (typ SR)	34
5.3.3	Cefeidy (CW, CWA, CWB)	34
5.3.4	Symbiotické hvězdy (Z And)	34
5.3.5	R Coronae Borealis	35
5.3.6	Pomalé nepravidelně proměnné hvězdy (Lb)	35
5.4	Statistika světelné proměnnosti uhlíkových hvězd	35
5.5	Model světelných změn uhlíkových hvězd	38
6	Fotometrie vybraných uhlíkových hvězd	41
6.1	Popis fotometrické aparatury	41
6.1.1	Observatoř Masarykovy univerzity	41
6.1.2	Sonda Hipparcos	42

7	Obecný popis sledovaných hvězd	49
7.1	WZ Cassiopeiae	49
7.2	VY Ursae Maioris	51
7.3	Y Canum Venaticorum	52
7.4	RY Draconis	55
7.5	T Lyrae	56
7.6	HK Lyrae	58
7.7	TT Cygni	58
8	Vyšetřování světelných změn vybraných hvězd	59
8.1	Analýza chyb v barvě H_p	59
8.2	Korelace změn jasnosti v barvách V a B	62
8.3	Prostý model světelných změn	64
8.3.1	Vytipování period světelných změn	65
8.4	Vyšší model světelných změn	67
8.4.1	Jednodušší model	68
8.4.2	Model T Lyrae	68
8.4.3	Složitější model	69
8.4.4	Charakteristická perioda a amplituda	69
8.5	Výsledky vyššího modelu světelných změn	70
8.5.1	Globální charakteristiky	70
8.5.2	Podrobné výsledky vyššího modelu světelných změn	71
9	Diskuze výsledků	85
9.1	Vztah mezi barevnými indexy $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$	86
9.2	Vztah mezi P_{char} , A_{char} a barevnými indexy	87
10	Perspektivy dalšího studia uhlíkových hvězd	91
11	Závěr	93
12	Dodatek A	94
13	Dodatek B	100
14	Dodatek C	107
15	Seznam použité literatury	117

1 Úvod

Předložená disertační práce *Fotometrické studium sedmi uhlíkových hvězd* se dělí na dvě přibližně stejně obsáhlé části. V první, do které patří kapitoly 2 až 5, se autor pokusil nastínit současné znalosti o uhlíkových hvězdách, resp. širší skupině hvězd tzv. asymptotické větve obrů, včetně jejich zařazení do vývojové posloupnosti hvězd různých hmotností. Uhlíkové hvězdy se zde prezentují jako fenomén, který si zaslouží patřičnou pozornost. Asymptotická větev obrů totiž představuje finální stadium vývoje většiny osamocených hvězd v rozmezí hmotností přibližně od 0,8 až do 8 M_{\odot} , které v centrálních oblastech ukončily spalování vodíku a helia (do fáze uhlíkové hvězdy přitom dospěje každá z hvězd s počáteční hmotností mezi 1,5 a 4 M_{\odot}).

Vzhledem k celkové době existence jednotlivých stálic je tato fáze sice relativně krátká (desítky milionů roků), přesto však představuje nesmírně zajímavé a dramatické období. Tyto hvězdy jsou obklopeny rozsáhlými plynoprachovými obálkami, kde vznikají jednoduché i složitější molekuly, které se ve větších vzdálenostech váží na částičky uhlíkového a křemíkového prachu. Hvězdy asymptotické větve obrů jsou proto zdrojem řady běžných i exotických chemických prvků, kterými obohacují mezihvězdné prostředí a zásadním způsobem tak ovlivňují chemickou evoluci vesmíru jako celku.

Z astrofyzikálního hlediska je také velmi zajímavé, že přenos energie z centrálních oblastí těchto hvězd až k povrchu zajišťuje mohutná konvekce, která v jistých údobích dosahuje až k samotnému jádru, kde probíhá termonukleární hoření. Materiál je pak vzestupnými proudy vynášen do vnějších vrstev hvězdy, kde vzniká pozorované spektrum, takže máme u těchto objektů jedinečnou šanci sledovat v atmosférách přímé produkty nukleosyntézy probíhající v centrálních oblastech.

Ve druhé části této disertační práce, tj. v kapitolách 6 až 9, je předložena detailní analýza světelných křivek sedmi uhlíkových hvězd pozorovaných na observatoři Masarykovy univerzity na Kraví hoře v letech 1979 až 1994. Konkrétně se jedná o hvězdy WZ Cas, VY UMa, Y CVn, RY Dra, HK Lyr, T Lyr a TT Cyg. Ukazuje se, že jejich světelné změny – na první pohled zcela nepravidelné nebo polopravidelné, můžeme popsat superpozicí několika periodických dějů. Při popisu střednědobých periodických změn si přitom vystačíme s předpokladem jednoduchého sinusového průběhu bez vyšších harmonických frekvencí. Důležitý je i ten fakt, že kdyby se časem ukázala interpretace světelných změn přísně periodickými ději jako nesprávná, řada jiných závěrů prezentovaná v této práci zůstane i přesto v platnosti.

Obecně lze říci, že

1. dosud udávané parametry světelných změn uhlíkových hvězd, tj. omezujících se na jednu periodu a amplitudu, které zpravidla vycházejí z foto-

graficko/vizuálních pozorování v první polovině dvacátého století a které se dosud běžně užívají, mohou být v řadě případů zkreslené, či zcela zavádějící.

2. dělení na nepravidelně, polopravidelně a pravidelně se měnící hvězdy tak, jak to známe z běžné literatury, není případné. Mnohem exaktnější by bylo rozdělovat tento typ hvězd na "dostatečně" a "nedostatečně" sledované.
3. k důkladnému pochopení chování nejen těchto uhlíkových hvězd, ale uhlíkových hvězd obecně, je nezbytné shromáždit ještě větší množství pozorování. V tomto případě mají velkou perspektivu především nové automatické observatoře, ať už pozemské nebo kosmické.

Fotometrická měření analyzovaná v této práci, která vznikla na pozorovatelně Masarykovy univerzity v průběhu let 1979 až 1994, jsou naprosto unikátní a výsledky jejich rozboru jsou postupně publikovány v mezinárodních astronomických časopisech. Zcela zapadají do nejnovějších představ o chování uhlíkových hvězd a právem si tak zaslouží patřičnou pozornost.

2 Historický úvod

Uhlíkové hvězdy mají natolik specifické vlastnosti, že se už na úsvitu hvězdné astronomie staly první, jasně vydělenou skupinou hvězd. Dokonce mnohem dříve, než byla rozpoznána jejich pravá podstata a než se zařadily mezi obří hvězdy sluneční hmotnosti v pokročilém stadiu vývoje, do tzv. asymptotické větve obrů v Hertzsprung-Russellově diagramu.

Prvním astronomem, který vytipoval uhlíkové hvězdy jako samostatnou kategorii stálic, byl Ital Angelo Secchi (1818–1878). S jednoduchým spektroskopem totiž od roku 1862 prováděl na nové Vatikánské observatoři vizuální prohlídku spekter jasnějších hvězd, jež nakonec rozdělil do tří kategorií s podobnými vlastnostmi: tzv. bílé hvězdy označené římskou číslicí I, žluté hvězdy označené II a hvězdy červené III (Hearnshaw, 1986). V roce 1867 ale Secchi narazil na zcela nový druh hvězdného spektra u slabých, nápadně červených stálic. Jejich spektru na první pohled dominovaly tři temné pásy, z nichž jeden zcela překrýval modrou část kontinua. Secchi pro tento druh hvězd zavedl další kategorii označovanou římskou číslicí IV. Také si správně všimnul, že tři nápadné absorpční pásy připomínají laboratorní emisní spektrum uhlíku.

Z pohledu vizuálního pozorovatele jevíly "uhlíkové" hvězdy nápadně červené zabarvení (jejich barevný index $(B-V)$ je ze všech typů hvězd největší) a mnohé z nich vykazovaly i nepřehlédnutelné změny jasnosti. Proto se také zařadily mezi první proměnné hvězdy identifikované ve většině souhvězdí. Nápadně červené zabarvení má přitom za následek kombinace několika jevů, především pak rozsáhlé absorpční pásy v modré části viditelného spektra a nízká povrchová teplota.

Od té doby byly uhlíkové hvězdy považovány za zvláštní typ, na první pohled "podivných" stálic. Už v počátcích spektrální klasifikace dostaly samostatné označení písmenem "N", pod kterým je v *Henry Draper Catalogue* uvedeno necelých tři sta objektů. Ve stejné době vznikla třída "R" pro stálice se spektrem podobným typu N, avšak sahající dál do modrého spektra (tj. poněkud teplejších). Samozřejmě s následným, jemnějším dělením na podtřídy 0 až 9. Dnes se ovšem spektrální třídy N a R slučují do jediné kategorie C, i když se o oprávněnosti tohoto kroku stále ještě vedou diskuze.

Ve třicátých letech dvacátého století bylo poprvé laboratorně zkoumáno spektrum izotopu uhlíku ^{13}C , jehož absorpční čáry byly vzápětí identifikovány ve spektrech uhlíkových hvězd (Bouigue, 1954). Astronomové tak začali odkrývat další a další vlastnosti tohoto druhu stálic (chemické složení, radiální rychlosti, odhady vzdáleností, změny jasnosti...). Ve spektrech uhlíkových hvězd se podařilo nalézt celou řadu chemických prvků i sloučenin, počínaje nápadným pásem "G" radikálu OH u některých R hvězd, které pak vytvořily zvláštní skupinu tzv. "CH hvězd", přes lithium až třeba po technecium, včetně jeho izotopu ^{99}Tc s astrofyzikálně krátkým poločasem rozpadu $2 \cdot 10^5$ roků. To vedlo astronomy k závěru,

že v jádrech uhlíkových hvězd vznikají lehčí i těžší prvky, které jsou pak nějakým mechanismem vynášeny z oblastí jaderného hoření až na povrch, do atmosféry, kde se tvoří pozorované spektrum hvězdy. Přítomnost izotopu ^{13}C navíc naznačovala, že v jejich případě hrají nezanedbatelnou roli jaderné reakce probíhající za vysokých teplot při vodíkovém CNO cyklu a při tzv. Salpeterově reakci (3α -reakci), kdy se tři jádra helia spojují v jádro uhlíku.

V padesátých letech 20. století bylo známo, že se jasnost většiny uhlíkových hvězd mění: buď více méně pravidelně, jako v případě tzv. mirid, nebo v relativně stabilních cyklech u některých polopravidelných proměnných či zcela nahodile tak, jak to sledujeme u hvězd typu R Coronae Borealis.

Od sedmdesátých let 20. století jsou uhlíkové hvězdy zařazeny do širší skupiny hvězd tzv. *asymptotické větve obrů*. Ve stejné době se staly zajímavými cíly pro infračervené a mikrovlnné detektory, které v jejich chladných obálkách našly jednoduché i složitější molekuly a okolohvězdné obálky s prachovými částicemi. Naše představy o stavbě centrálních oblastí hvězd asymptotické větve obrů, jejich atmosfér, včetně modelů pozorovaných spekter a změn jasnosti jsou však i přes mimořádnou pozornost teprve na samotném počátku.

3 Nástin vývoje hvězd o hmotnosti 0,8 až $8 M_{\odot}$

Hvězdy jsou dynamické objekty, jejichž charakteristiky se s časem mění. Příčinou jejich vývoje je fakt, že představují otevřené systémy, které do okolí předávají svoji látku i energii (tu především prostřednictvím fotonů). Způsob jejich vývoje i jeho rychlost jsou přitom určeny mírou otevřenosti, která je dána především hmotností hvězdy.

Nejdelším a vlastně i nejklidnějším obdobím v zářivé existenci každé stálice je její pobyt na tzv. *hlavní posloupnosti* v Hertzsprung-Russellově diagramu. V této fázi vývoje je ztráta energie zářením z povrchu hrazena z energie uvolňované přeměnou vodíku na helium v centrálních částech hvězdy. Termonukleární syntéza se přitom uskutečňuje prostřednictvím řady jaderných reakcí, jejichž energetická účinnost silně závisí na teplotě. Ve hvězdách s centrální teplotou od 7 do 18 milionů kelvinů se nejvíce energie uvolní prostřednictvím tzv. *protonově-protonového řetězce*, v centrech hmotnějších stálic, kde vládne teplota vyšší než 18 milionů kelvinů, je energeticky významnější *uhlíko-dusíko-kyslíkový (CNO) cyklus*, v němž jádra uhlíku, dusíku a kyslíku slouží jako katalyzátory pro spojování jader vodíku v jádra helia. Celkové charakteristiky hvězdy (zářivý výkon L , poloměr R a hmotnost M) se v této době mění jenom pozvolna, k jistému vývoji přesto dochází. V centrálních oblastech, kde probíhá reakce $4\text{H} \rightarrow 1\text{He}$, se mění chemické složení a v důsledku toho zde také klesá počet částic připadajících na jednotku

hmotnosti. Vzhledem k tomu, že tlak v ideálním plynu je úměrný počtu částic v objemové jednotce, dochází v centru k plynulému narušování hydrostatické rovnováhy ve prospěch tíhy svrchních vrstev. Jádru hvězdy na hlavní posloupnosti se tak pozvolna hroutí – houstne a zahřívá se. V důsledku vzrůstu hustoty a zejména teploty centrálních částí roste i výkon termionukleárních reakcí – třebaže zastoupení vodíku jakožto paliva klesá. Ve výsledku tedy narůstá zářivý výkon hvězdy L a poloměr obalu R se pozvolna zvětšuje, aby dokázal vyzářit energii uvolněnou při nukleosyntéze v jádře.

Jakmile je vodík ve středu hvězdy takřka vyčerpán, dojde k rychlému smrštění centrálních oblastí a i také jejich zahřátí. Na povrchu heliového jádra se vznítí vodík – nejdříve v poměrně tlusté, pak ale stále se ztenčující vrstvě. S pokračujícím jaderným hořením vzrůstá hmotnost heliového jádra. U méně hmotných stálic $M \leq 4 M_{\odot}$ však dojde v centrálních oblastech k elektronové degeneraci, která další smršťování jádra výrazně zpomalí. Rozměry elektronově degenerovaného heliového jádra jsou od té chvíle určeny zejména jeho okamžitou hmotností M_c .

S tím, jak v důsledku slupkového vodíkového hoření roste hmotnost jádra M_c , klesá také jeho poloměr. Hroucením se však jádro nadále zahřívá, takže roste teplota nejen jádra, ale i přilehlých oblastí. Zvyšuje se tak i teplota aktivní vodíkové vrstvy a tím i celkový výkon jaderných reakcí. Výkon hvězdy proto roste, a to dokonce stále rychleji. (Materiál v centrálních oblastech hmotnějších hvězd $M \geq 4 M_{\odot}$ se ale chová jako ideální plyn, takže se může smršťovat a zahřívát bez omezení.)

Na přebytek zářivého výkonu reaguje obal hvězdy celkovou expanzí. Hvězda tedy řídne, její vnější vrstvy chladnou, ovšem celkový zářivý výkon hvězdy L postupně roste. Stálice na Hertzsprung-Russellově diagramu opustí oblast hlavní posloupnosti a přesune se do oblasti větve tzv. *červených obrů* (anglicky *Red Giant Branch*, zkr. *RGB*). Zatímco poloměr hvězdy R se oproti pobytu na hlavní posloupnosti zvětší zhruba stokrát, zářivý výkon L vyšplhá na tisícínásobky.

Hustota toku energie vystupujícího z oblasti jaderného hoření je u červených obrů mimořádně vysoká a jediným možným způsobem jeho transportu do vyšších vrstev se stává konvekce, kdy teplejší plyn vzlíná vzhůru a je nahrazován sestupujícím chladnějším materiálem z vnějších vrstev. Teplo se konvekcí přenáší v celé hvězdě s výjimkou jádra a jeho blízkého okolí, spodní konvektivní víry dokonce zasahují až do oblastí nukleárního hoření a roznášejí produkty jaderných reakcí po celé stálici, včetně atmosféry, kde vzniká pozorované spektrum. Dochází tak k prvnímu *prohrabání* vnitřních oblastí hvězdy. (Rozsáhlá konvekce zachvacující prakticky celý obal jádra se v anglické literatuře označuje termínem *dredge up*, v českém překladu snad nejlépe *prohrabání* či *bagrování*.)

Mohutné promíchávání přináší do oblasti jaderného hoření čerstvé palivo. Vrcholy konvektivních proudů ve vnějších vrstvách obalu jsou zase zodpovědné za

nejrůznější projevy hvězdné aktivity, včetně mohutného hvězdného větru, prostřednictvím kterého nenávratně uniká podstatná část látky, především vodíku, do okolního prostoru. Stálice tak může přijít až o třetinu počáteční hmotnosti M .

Jakmile teplota v heliovém jádru dosáhne sto milionů kelvinů, dojde zde k zapálení heliových reakcí, při kterých se jádra helia spojují v jádra uhlíku, event. kyslíku (3α -proces: $3\ ^4\text{He} \rightarrow\ ^{12}\text{C} + \text{energie}$). Pokud je jádro elektronově degenerované, pak je vznícení 3α -procesu děj natolik dramatický, že se o něm hovoří jako o *heliovém záblesku*.

Během heliového záblesku vzroste na pár okamžiků výkon heliového jádra až na $L \sim 10^{10} L_{\odot}$. Výbuch poněkud zvýší teplotu jádra, ale zejména jej nafoukne na zhruba trojnásobek původního rozměru. Řádový pokles hustoty odstraní elektronovou degeneraci, takže se materiál v centru hvězdy začne opět chovat jako ideální plyn.

V centru se od tohoto okamžiku spaluje helium na uhlík a kyslík, vrstva hořícího vodíku se posune do vzdálenější oblasti s menší hustotou a teplotou, kde se tempo vodíkových reakcí zmenší, takže poklesne i celkový výkon uvolňované energie. Obal na tuto změnu reaguje smrštěním a zahřátím – hvězda se dostane na tzv. *horizontální větev obrů*, stane se žlutým či oranžovým obrem. Průměr hvězdy R tehdy odpovídá několiknásobku průměru hvězdy odpovídající hmotnosti na hlavní posloupnosti, zářivý výkon vzroste o jeden a půl řádu.

Po krátké době (zhruba jedno procento z doby strávené na hlavní posloupnosti) se uprostřed hvězdy opět vytvoří elektronově degenerované jádro, nyní však z produktů předcházejícího jaderného hoření, tedy C, N, O a Ne. Elektronová degenerace přitom zachvacuje všechny stálice až do počáteční hmotnosti $M \leq 11 M_{\odot}$.

Nukleosyntéza helia na uhlík a kyslík se ihned přesune do slupky kolem centra. Vrstva hořícího vodíku se zahřeje, celkový výkon hvězdy L opět roste, její zářivý tok překonává až o čtyři řády tok, který stálice měla ve stadiu hlavní posloupnosti. Obal se opět nafoukne a ochlazuje a hvězda se už podruhé stane červeným obrem ($R \sim 200 R_{\odot}$).

Tabulka 1 Časová škála vývoje hvězd o hmotnosti 1 a 5 M_{\odot} (Vassiliadis, Wood 1993).

počáteční hmotnost	1 M_{\odot}	5 M_{\odot}
hlavní posloupnost	1.10^{10} r	1.10^8 r
větev červených obrů	3.10^9 r	3.10^6 r
horizontální větev obrů	1.10^8 r	2.10^7 r
E-AGB	1.10^7 r	1.10^6 r
TP-AGB	5.10^5 r	3.10^5 r
finální hmotnost	0,57 M_{\odot}	0,89 M_{\odot}

Jelikož se na Hertzsprung-Russellově diagramu tato vývojová fáze přimyká ke klasickým červeným obrům s heliovým, elektronově degenerovaným jádrem, hovoří se v tomto případě o tzv. *asymptotické větvi obrů*, v anglické literatuře označované jako *asymptotic giant branch*, zkráceně *AGB*.

Od tohoto okamžiku se energie v jádru hvězdy uvolňuje hned dvěma procesy: přeměnou vodíku na helium ve vnitřních oblastech vodíkového obalu a syntézou helia na uhlík a kyslík ve slupkách kolem degenerovaného kyslíkohlíkového jádra.

V počátku pobytu stálice na asymptotické větvi obrů (tzv. *E-AGB*, *early AGB*) převládá v energetice hvězdy spalování helia. U hvězd s počáteční hmotností $M \geq 4 M_{\odot}$ dokonce konvektivní vrstva sestupuje až do oblasti hoření vodíku. Dochází tak ke druhému radikálnímu prohrabání obalu a vynesení produktů nukleosyntézy z CNO cyklu do atmosféry. U méně hmotných stálic však ke *druhému prohrabání* nedojde.

Později ale převýší aktivita vodíkové vrstvy, spalování helia se stane značně nestabilní a vznikají tzv. *tepelné pulzy* (*thermal pulse*), kdy se v cyklech dlouhých zhruba $\sim 10^5$ roků střídá aktivita vodíkové a heliové vrstvy. Krátce po zapálení heliové slupky se přitom pokaždé promíchává celý vodíkový obal. V průběhu této třetí fáze bagrování se tedy znovu vynáší produkty jaderného hoření do atmosféry stálice, až zde může dojít k výrazným změnám v poměru zastoupení kyslíku a uhlíku C/O z pouhých desetin na celé jednotky a tedy i k vytvoření "uhlíkové" hvězdy.

Svrchní vrstvy těchto TP-AGB hvězd (zkratka anglického označení *thermally pulsing AGB stars*) jsou díky konvektivním proudům v neustálém pohybu. Z povrchu stálic vane silný hvězdný vítr, kterým se ztrácí až $10^{-7} M_{\odot}$ ročně. Odhad množství látky \dot{M} unikající ze stálice ve slunečních hmotnostech za jeden rok dává empirický tzv. Reimersův vztah

$$\dot{M} = \eta (4 \cdot 10^{-13} M_{\odot} \text{ r}^{-1}) (L/L_{\odot}) (R/R_{\odot}) / (M/M_{\odot}), \quad (3.1)$$

kde η je koeficient odpovídající typu hvězdy. V případě slunečního větru se odhaduje na $\eta \sim 1 \cdot 10^{-13}$.

Další příčinou úniku látky z chladných hvězd jsou pulzace, které ve vnějších řidších vrstvách přecházejí v rázové vlny, jež z nich vypuzují spousty látky. Hvězdy mohou tímto mechanismem ve fázi červeného obra nebo veleobra ztratit rozhodující část své hmoty. Z pozorování vycházejí hodnoty od $10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ (u proměnných hvězd typu Mira s krátkou periodou) až na $10^{-4} M_{\odot}/\text{rok}$ u svítivých dlouhoperiodických proměnných hvězd (Wood, 1997). Vypuzený materiál v okolí hvězd přitom rychle chladne, takže v něm kondenzují prachové částice, které zmíněné hvězdy zahalují do neprůhledných okolohvězdných obálek. Objekty pak zůstávají nápadnými zdroji v blízké i vzdálené infračervené oblasti spektra.

Odtok látky, doprovázený rozsáhlou aktivitou, která se projevuje nejen změnami celkové jasnosti, ale také řadou dalších efektů, vede až k naprosté ztrátě

vodíkového obalu. Jádro a přilehlé okolí, kde probíhají termonukleární reakce, tak přestane být chráněné před vychladnutím a současně dojde k přerušení přívodu jaderného paliva. Pobyt na asymptotické větvi obrů je proto pro hvězdy s hmotností 0,8 až 8 M_{\odot} posledním obdobím jejich aktivního vývoje. Na jeho konci z hvězdy zůstává osamocené horké elektronově degenerované kyslíkohlíkové jádro ($\geq 3 \cdot 10^5$ K), budoucí bílý trpaslík s hmotností od 0,6 do 1,4 M_{\odot} a v jeho okolí expandující obálka, která se rychle smísí s mezihvězdným prostředím. Obálka může po dobu nanejvýš sta tisíce let vytvořit kolem obnaženého jádra tzv. planetární mlhovinu.

4 Asymptotická větev obrů

4.1 AGB hvězdy

Asymptotická větev obrů představuje finální stadium vývoje většiny osamocených hvězd v rozmezí hmotnosti M přibližně od 0,8 až do 8 M_{\odot} , které v centrálních oblastech ukončily spalování vodíku a helia. Je pro ně typická nízká efektivní teplota T_{ef} v rozmezí od 2500 po 5000 kelvinů, velký zářivý výkon L nad 3000 L_{\odot} , poloměr R v řádu několika set poloměrů Slunce a poměrně rozsáhlý únik látky v řádu 10^{-7} M_{\odot} ročně (v extrémních případech krátkodobě až do 10^{-4} M_{\odot} ročně).

Vzhledem k celkové době existence jednotlivých stálic je pobyt na asymptotické větvi obrů relativně krátký (desítky milionů roků), přesto všechno představuje nesmírně zajímavé a svým způsobem i dramatické období. Do podobného stadia dospěje za sedm miliard roků i naše Slunce. Hvězda s počáteční hmotností 1 M_{\odot} setrvá na asymptotické větvi obrů $2 \cdot 10^5$ roků, hvězda s hmotností 2 M_{\odot} $8 \cdot 10^5$ roků a hvězda s hmotností 3 M_{\odot} $1,8 \cdot 10^6$ roků (Groenewegen et al. 1995).

AGB hvězdy reprezentují konečnou fázi aktivního vývoje více než poloviny zářivé hmoty v Galaxii. Navíc zásadním způsobem ovlivňují chemickou evoluci vesmíru jako celku. Jsou zdrojem řady běžných i exotických chemických prvků, kterými obohacují mezihvězdné prostředí, včetně nových generací stálic a samozřejmě planet v jejich okolí. AGB hvězdy obklopují rozsáhlé plynoprachové obálky, kde vznikají jednoduché i složitější molekuly, které se ve větších vzdálenostech vážou na částičky uhlíkového a křemíkového prachu. Obří asymptotické větve jsou proto ve vesmíru hlavním zdrojem prachových částic, jež jsou nezbytné při tvorbě stálic v hustých molekulárních mračnecích.

Z astrofyzikálního hlediska je velmi zajímavé, že přenos energie z centrálních oblastí AGB hvězdy až k povrchu zajišťuje mohutná konvekce, která v jistých údobích dosahuje až k samotnému jádru, kde probíhá termionukleární hoření. Dochází tak k několikanásobnému *prohrabání* (*dredge up*) centrálních částí hvězdy, jejichž materiál je pak vzestupnými proudy vynášen až k povrchu. U AGB stálic tak máme jedinečnou možnost sledovat v atmosférách přímé produkty nukleosyntézy probíhající v centrálních oblastech. Obří asymptotické větve jsou tedy pro astronomy "průhledy" do hvězdných nití. V neposlední řadě jsou AGB hvězdy zajímavými indikátory celkové struktury i dynamiky galaxií a slouží také jako fotometrická opora při odhadování vzdáleností v našem bližším extragalaktickém okolí.

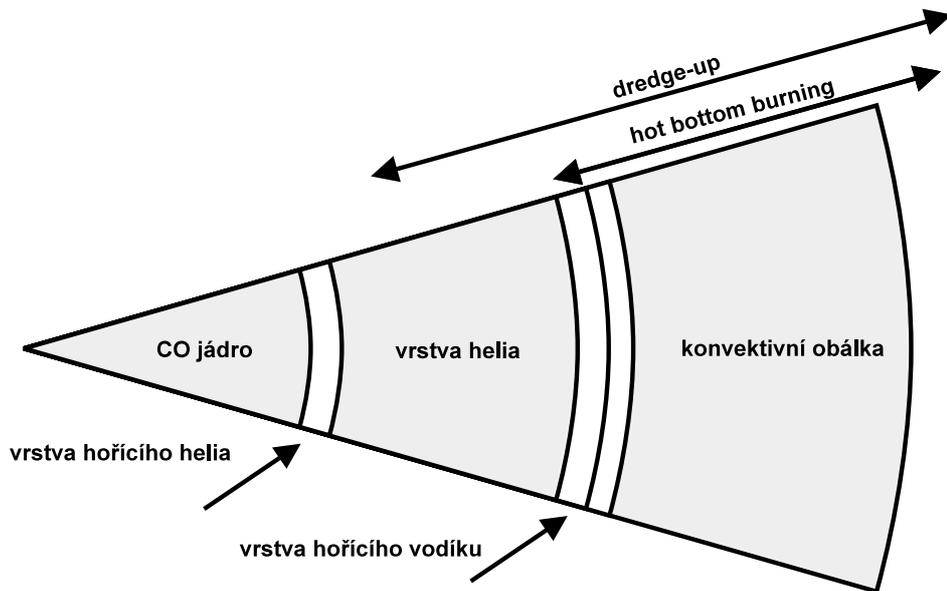
Na druhou stranu je nutné poznamenat, že není vůbec jednoduché oddělit AGB hvězdy od mnohem početnější skupiny červených obrů, resp. dalších chemicky pekulárních stálic pozdního typu. Většina odborníků se shoduje v názoru, že především u málo svítivých AGB hvězd může být tato "kontaminace" obzvláště velká, bezvýznamná přitom nebude ani v případě veleobrů.

Způsobů, jak identifikovat hvězdy asymptotické větve obrů, je přitom celá řada. Na prvním místě je to rozbor dostatečně podrobného spektra. V praxi se dále využívá vícebarevná fotometrie, obzvláště v infračerveném oboru spektra, event. úzkopásmová fotometrie centrovaná na některé výrazné absorpční pásy TiO a CN. Dále se porovnává emise CO, intenzita některých rádiových čar pozorovaných v okolohvězdných obálkách v rádiovém oboru apod.

4.2 Vnitřní stavba AGB hvězd

Na asymptotickou větev obrů dospějí všechny stálice s hmotností od $0,8 M_{\odot}$ až do přibližně $8 M_{\odot}$. Jejich vnitřní stavbu lze přitom rozdělit na dvě zcela rozdílné části (viz obrázek 1): V centru těchto červených obrů se nachází velmi malé, horké, elektronově degenerované jádro (teplota $\sim 10^8$ K, hmotnost M_c 0,6 až $1,4 M_{\odot}$, poloměr 10^7 m a hustota $\sim 10^9$ kg.m⁻³) složené z produktů předcházejícího jaderného hoření, především uhlíku, dusíku, kyslíku a neonu. Kolem jádra se rozkládá výrazně chladnější obal bohatý na vodík, jehož poloměr může dosáhnout až 1 AU a povrchová teplota klesnout až na 2500 kelvinů. Vodíkový obal hvězdy nakonec přechází v rozsáhlou (desítky AU), velmi řídkou, chladnou (desítky kelvinů) a komplikovanou okolohvězdnou obálku tvořenou unikajícím plynem a prachem.

Vazba mezi kyslíkohlíkovým jádrem a vodíkovým obalem AGB hvězdy je poměrně volná, podstatné jevy se odehrávají především v základně vodíkového pláště, poblíž elektronově degenerovaného kyslíkohlíkového jádra, kde je natolik dostatečná teplota, aby zde mohla probíhat nukleosyntéza vodíku a helia. Velký gradient teploty pak způsobuje, že se obal jádra intenzivně promíchává, což má dopad i na celkovou pozorovanou aktivitu hvězdy.



Obrázek 1 Schematický průřez centrálními oblastmi AGB hvězdy (není v měřítku).

4.2.1 Centrální část jádra

V centru hvězd asymptotické větve obrů se nachází homogenní jádro složené převážně z uhlíku a kyslíku, které je ve stavu elektronové degenerace. I když je jeho poloměr R_c v porovnání s celkovou velikostí stálice nepatrný ($R_c/R \sim 10^{-4}$), soustřeďuje značnou část celkové hmotnosti – u málo hmotných AGB hvězd se počáteční hmotnost jádra M_c odhaduje na $M_c \sim 0,5 M_\odot$, zatímco u hmotnějších a svítivějších až na $M_c \sim 1,1 M_\odot$.

Zastoupení kyslíku a uhlíku v jádru závisí na řadě dosud nepříliš známých faktorů a s ohledem k celkové hmotnosti se poměr obou prvků pohybuje C/O od 0,1 až do 1 (Olofsson, 1999).

Vzhledem k nízké teplotě elektronově degenerovaného jádra zde žádné jaderné reakce neprobíhají a u hvězd s počáteční hmotností od $0,8$ do $8 M_\odot$, které se dostaly na asymptotickou větev obrů, je proto jaderný vývoj centrálních oblastí uzavřen. Na "scéně" se jádro znovu objeví až po rozplynutí vodíkového obalu jako malý, hustý, horký, avšak rychle chladnoucí bílý trpaslík.

Stálice s počáteční hmotností $M \leq 0,8 M_\odot$ nedokončí spalování vodíku v konečně dlouhé době, u hvězd s hmotností menší než $M \leq 0,5 M_\odot$ dokonce elektronová degenerace zabrzdí další vývoj po absolvování stadia hvězdy na hlavní posloupnosti – nikdy se u nich nevytvoří teplota dostatečná k zapálení heliových reakcí.

Naopak hmotnější stálice $M \geq 6-8 M_{\odot}$ mohou své centrální oblasti natolik stlačit a tím i zahřát, že zde vzniknou podmínky pro zapálení dalších termonukleárních reakcí, při kterých hoří uhlík a kyslík na těžší prvky až po skupinu železa. Teplota jádra u nich prudce narůstá, stejně tak tempo vývoje. Struktura centrálních oblastí takových hvězd je značně komplikovaná, existuje zde řada aktivních i neaktivních vrstev. Jakmile se ve hvězdě vytvoří degenerované železné jádro dostatečné hmotnosti ($M_c \geq 1,4 M_{\odot}$) dojde ke zhroucení celého vnitřku hvězdy. Hvězda vzplane jako supernova typu II, respektive Ib. (Obecně řečeno, hvězdy s počáteční hmotností větší než $M \geq 8 M_{\odot}$ pobývají na asymptotické větvi obrů jenom velmi krátkou dobu $\sim 5 \cdot 10^5$ roků.) V některých případech však mohou hvězdy s počáteční hmotností od 8 do $10 M_{\odot}$ vytvořit vzácný případ kyslíkoneonového (ONe) bílého trpaslíka s finální hmotností od 1,1 do $\sim 1,38 M_{\odot}$. Stálice hmotnější než $M \geq 10 M_{\odot}$ však každopádně končí jako supernovy.

Hmotnost elektronově degenerovaného jádra M_c AGB hvězdy je tedy shora ohraničena hodnotou $1,4 M_{\odot}$. Pokud by totiž překročilo tuto mez, došlo by ke zhroucení kyslíkuhlíkového jádra a ke vzplanutí supernovy typu Ia, které po sobě nezanechává žádný zbytek, nebo ke zhroucení na neutronovou hvězdu, resp. na černou díru doprovázené výbuchem opticky méně jasného typu supernovy (II nebo Ib).

V průběhu jaderného vývoje (viz dále) se sice hmotnost jádra M_c pomalu zvětšuje, pozorování i jednotlivé modely však ukazují, že pouze minimálně: I ty nejhmotnější hvězdy během fáze TP-AGB přidávají k celkové hmotnosti jádra M_c pouze několiknásobek $0,01 M_{\odot}$ (Frogel et al 1990). Typická hmotnost M_c se pohybuje kolem $0,5$ až $0,6 M_{\odot}$, což dobře souhlasí s hmotnostním zastoupením bílých trpaslíků v okolí Slunce. Situace jasně svědčí o intenzivní ztrátě hmoty, která u AGB hvězd rychle ukončuje jaderný vývoj centrálních oblastí i nárůst hmotnosti kyslíkuhlíkového jádra M_c . Hvězdy s počáteční hmotností v rozmezí 1 až $2 M_{\odot}$ dávají za vznik bílým trpaslíkům o hmotnosti $M_c \sim 0,6 M_{\odot}$, hmotnější stálice $2-8 M_{\odot}$ pak v rozmezí $M_c \sim 0,6-1,1 M_{\odot}$ a hvězdy s počáteční hmotností $8-10 M_{\odot}$ (pokud neskončí jako supernovy) po sobě zanechávají kyslíkoneonového bílého trpaslíka s hmotností $M_c \sim 1,1-1,38 M_{\odot}$ (Iben 1991).

4.2.2 Vodíkový obal jádra

Zatímco kyslíkuhlíkové jádro je relativně homogenní a jeho vývoj není nijak dramatický, ve vodíkovém obalu probíhá celá řada dynamických procesů (viz obrázek 1). Pokud bychom postupovali směrem od centra k okraji, pak přímo na jádro naléhá tenká slupka hořícího helia, za níž následuje o něco mocnější, avšak chladnější vrstva neaktivního helia. Nad ní se nachází slupka hořícího vodíku, která spojitě navazuje na rozsáhlý vodíkový obal ($R \sim 100$ až $1000 R_{\odot}$).

Energie uvolňovaná v nitru AGB hvězd tak pochází hned ze dvou zdrojů: Z přeměny vodíku na helium ve vnitřních oblastech vodíkového obalu a helia na

uhlík a kyslík ve slupkách kolem degenerovaného kyslíkohlíkového jádra. Jak už ale ukázal Schwarzschild a Härm (1967), jedná se o poměrně nestabilní proces, který probíhá v několika fázích.

V raných AGB hvězdách (E-AGB) dominuje nukleosyntéza helia ve vrstvě kolem degenerovaného jádra (3α -reakce). U stálic s počáteční hmotností větší než $M \geq 4 M_{\odot}$ přitom dochází k sestoupení konvektivní vrstvy až k oblastem, kde utlumeně probíhá nukleosyntéza vodíku, takže dochází k vynesení produktů CNO cyklu do atmosféry (tzv. druhé *prohrabání*).

Tempo heliových reakcí je úměrné třicáté mocnině teploty a čtvrtci hustoty, což brzo vede k vyčerpání helia. Proto heliová slupka časem ustoupí do pozadí a navrch dostane slupka s hořícím vodíkem. AGB hvězda tak vstoupí do druhé fáze tzv. tepelných pulzů (TP-AGB), kdy se střídá aktivita vrstvy hořícího vodíku a vrstvy hořícího helia.

Další jaderné reakce probíhají přibližně v tomto sledu. Většinu doby se na vnitřní straně vodíkového obalu (tj. jeho základně) za teplot od 10^7 kelvinů usku-tečňuje nukleosyntéza vodíku na helium proton-protonovým řetězcem, event. za vyšších teplot uhlíko-dusíko-kyslíkovým cyklem, zatímco slupka hořícího helia přispívá k celkové produkci energie prakticky zanedbatelně. "Popel" tohoto hoření, tedy především kyslík a uhlík, se však ukládá do slupky kolem kyslíkohlíkového degenerovaného jádra. Množství ukládaného helia se přitom pohybuje od $\sim 4 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ (pro jádro o $M_c \sim 0,6 M_{\odot}$) po $\sim 4 \cdot 10^{-6} M_{\odot}/\text{rok}$ ($M_c \sim 1,1 M_{\odot}$ (Iben et al. 1989)). S rostoucí hmotností je tato slupka pod tíhou vnějších vrstev pomalu stlačována, čímž se po dobu $\sim 10^5$ roků zvyšuje její hustota a uvolňováním gravitační energie i její celková teplota.

Po překročení meze 100 milionů kelvinů dojde k zapálení heliové slupky, kdy se helium začne přeměňovat na uhlík a kyslík (3α -reakce a další, při kterých kromě fotonů vznikají i pomalé neutrony objevující se v tzv. *s*-procesech). Počátek aktivity heliové slupky se nazývá *tepelný pulz* (*thermal pulse*) a trvá $\approx 10^2$ až 10^5 let. Zářivý výkon jádra v té době značně vzroste (až na 10^7 – $10^8 L_{\odot}$), na což vodíkový obal reaguje expanzí a ochlazením. Vrstva hoření vodíku se tehdy přesune do relativně chladnějších oblastí, čímž dojde k útlumu její aktivity.

Slupka s hořícím heliem je od tohoto okamžiku natolik energeticky vydatná, že se většina energie předává směrem k povrchu konvekcí. Nejdříve se promíchává pouze samotná heliová slupka, vzápětí k ní ale při rozpínání vodíkového obalu sestupuje konvektivní vrstva, která byla původně pouze blízko povrchu hvězdy. Produkty nukleosyntézy, uhlík ^{12}C , méně zastoupený kyslík ^{16}O a další prvky jsou tehdy vynášeny do vnějších oblastí obalu, do atmosféry, kde je můžeme také pozorovat.

4.2.3 Fáze uhlíkové hvězdy a její ukončení

Právě tato třetí fáze bagrování mění poměr zastoupení uhlíku a kyslíku C/O a dává za vznik uhlíkovým hvězdám. Zatímco u stálic s počáteční hmotností menší než $1,5 M_{\odot}$ je tento poměr prakticky konstantní, u hmotnějších stálic roste (Groenewegen et al. 1995). Hvězda s počáteční hmotností $2 M_{\odot}$ se stane uhlíkovou za $4,5 \cdot 10^5$ roků po vstupu na asymptotickou větev obrů (přibližně sedmi tepelných pulzech), zatímco hmotnější stálice $M \sim 3,5 M_{\odot}$ se do podobné situace dostane až za cca $8,5 \cdot 10^5$ roků (8 tepelných pulzů).

Po vyčerpání helia dochází k ochlazení centrálních oblastí, které se pod tíhou vnějších vrstev poněkud stlačí. Tím ale vzroste teplota vodíkové slupky, kde se opět naplno rozhoří jaderné reakce. Celkový zářivý výkon jádra poklesne, na což obal reaguje smrštěním a zahřátím. Cyklus výměny aktivity mezi slupkou helia a vodíku se uzavře a může se po čase zopakovat.

Počet těchto cyklů, kterými AGB hvězda projde, a také jejich rychlost jsou určeny mnoha faktory, především počáteční hmotností hvězdy, počátečním zastoupením těžších prvků. Obecně se soudí, že se tepelné pulzy opakují v cyklech dlouhých $\sim 10^{3-5}$ roků. Tyto prodlevy jsou přitom delší u méně hmotnějších stálic (Wagenhuber, Groenewegen, 1998).

Například u modelové hvězdy s počáteční hmotností $3 M_{\odot}$ probíhá heliový záblesk, kdy se začne spalovat helium ve slupce kolem degenerovaného jádra a kdy zde dochází k rozsáhlé konvekci zhruba 150 roků. O 250 roků později začne mohutné prohrabávání, kdy do aktivních oblastí sestupuje z povrchu konvektivní vrstva. Vodíková slupka se opět zažehne za 5 tisíc roků a další tepelný pulz přijde o 60 tisíc roků později (Herwig et al. 1997).

Z průběhu cyklu je také zřejmé, že se velké množství energie uvolňované během tepelných pulzů "uskladňuje" ve formě potenciální energie rozpínajícího se obalu, která se pak vyzařuje po delší dobu než probíhá samotný zážeh heliové slupky. Povrchové změny, tj. změny poloměru R a zářivého výkonu L , jsou tudíž poměrně utlumeny a mohou zaniknout ve změti jiných jevů, které ovlivňují pozorované vlastnosti AGB hvězd (především v rozsáhlé atmosféře a na ní navazující okolohvězdné obálce).

Kromě výše zmiňovaných aktivních vrstev jsou ve vodíkovém plášti ještě další dva dodatečné zdroje nukleosyntézy. V období tepelného pulzu dochází v několika jaderných reakcích ke vzniku velkého množství pomalých neutronů, díky nimž se v s -procesech tvoří izotopy středně těžkých prvků, například Sr, Zr, Ba, Po a Tc, z jader prvků lehkých. Stručný popis reakce je uveden například v pracích Ibeny (1975, 1991) nebo Jörgensena (1993).

U masivnějších hvězd je také efektivní tzv. *hot bottom burning* (zkr. HBB): Konvektivní vrstva u zástupců asymptotické větve obrů s počáteční hmotností $M \geq 4 M_{\odot}$ může v období mezi tepelnými pulzy dosáhnout až do slupky, kde probíhá nukleosyntéza vodíku na helium. V důsledku toho se produkty jaderného

hoření dostávají bezprostředně do fotosféry. CNO cyklus, který se uskutečňuje za teplot 10^8 K, přeměňuje ^{12}C na ^{14}N a ^{13}C , což vede k nárůstu poměru $^{14}\text{N}/^{12}\text{C}$ a naopak poklesu $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$. HBB tedy zpomaluje a nebo zcela zabraňuje vstupu hmotnějších stálic do fáze uhlíkové hvězdy.

Ze srovnání modelů a pozorování (Groenewegen et al. 1995) vychází, že se nejnížší počáteční hmotnost M uhlíkové stálice pohybuje kolem $1,5 M_{\odot}$ (viz tabulka 2). Do tohoto stavu se dostane s posledním tepelným pulzem (pátým či šestým v pořadí) a vydrží tak pouze několik 10^4 roků. Hmotnější stálice se do podobného stadia dopracují za větší počet cyklů (25 pro hvězdu $3 M_{\odot}$) a také v něm setrvávají déle, až 10^6 roků. Hvězdy s počáteční hmotností $M \geq 4 M_{\odot}$ se potom uhlíkovými hvězdami nestávají vůbec, zabrání jim v tom *hot bottom burning*. Přesto všechno jsou schopny ve velmi krátké době vykonat několik desítek až stovek tepelných pulzů.

Průměrná doba, kdy můžeme hvězdu zastihnout v "uhlíkovém" stavu se tedy pohybuje kolem $\sim 3 \cdot 10^5$ roků. Naopak hvězdy s počáteční hmotností menší než $1,5 M_{\odot}$ přijdou o vodíkový obal a ukončí tak další jaderný vývoj dříve, než by se mohly stát uhlíkovými hvězdami. Vývoj AGB hvězdy totiž končí v okamžiku, kdy se vodíková obálka kyslíkouhlíkového jádra zredukuje na $\sim 10^{-3} M_{\odot}$.

Tabulka 2 Časová škála vývoje některých AGB hvězd – Reimersův model (Groenewegen et al. 1995). TM , TS , TC udává dobu, po kterou je stálice klasifikována jako M, S, C AGB hvězda, N_c je počet tepelných pulzů, po kterých se stává uhlíkovou, N_{tot} představuje odhad celkového počtu tepelných pulzů.

počáteční hmotnost	TM [10^3 r]	TS [10^3 r]	TC [10^3 r]	N_c	N_{tot}
$1,0 M_{\odot}$	206	0	0	–	3
$1,5 M_{\odot}$	356	0	52	6	6
$2,0 M_{\odot}$	352	91	310	7	10
$3,0 M_{\odot}$	437	185	1001	9	21
$4,0 M_{\odot}$	55	83	537	11	48
$5,0 M_{\odot}$	391	161	0	–	129

4.3 Atmosféry AGB hvězd

Opakované *prohrabávání* centrálních oblastí AGB hvězd, kde střídavě probíhá nukleosyntéza vodíku a helia, vede k tomu, že se v atmosférách těchto stálic pozvolna zvětšuje zastoupení těžších prvků, které se dokonce v chladnějších oblastech spojují v jednoduché molekuly jako je CO, TiO, C₂ apod.

Hvězdy s poměrem zastoupení uhlíku a kyslíku C/O menší než jedna se nazývají *kyslíkové AGB hvězdy*. V jejich spektru dominují pásy molekul H₂O, TiO a CO. Všechn uhlík je přitom pevně vázán v molekule CO, která má relativně velkou disociační energii 11,09 eV. Do této kategorie patří především AGB hvězdy spektrální třídy M, z nichž nejvýraznějším zástupcem jsou dlouhoperiodické proměnné typu Mira. Proto se také kyslíkové AGB hvězdy označují jako *M-AGB*.

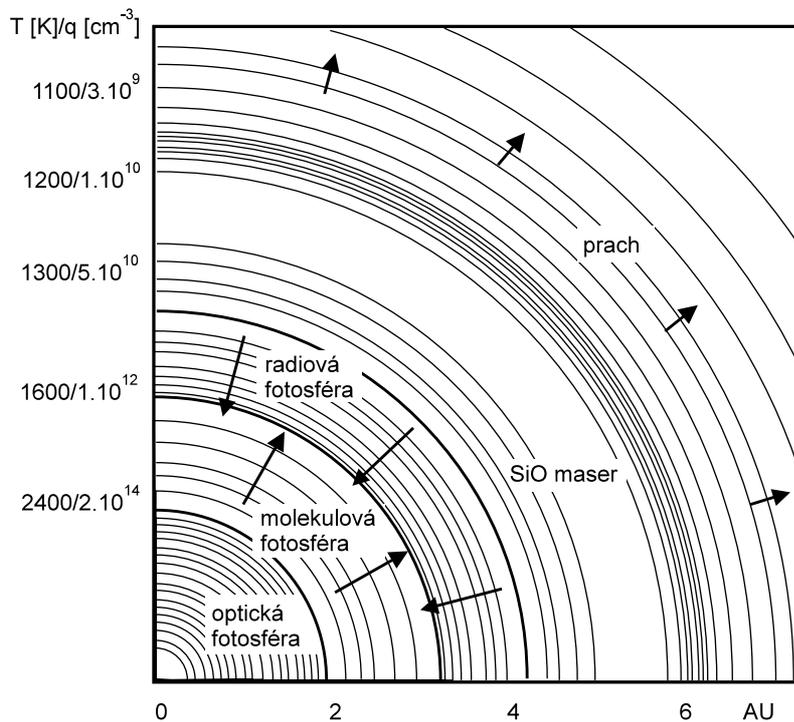
Jakmile poměr C/O překročí jednotky, začnou ve spektru hvězdy dominovat spektrální čáry a pásy molekul obsahující uhlík, tedy především C₂, CN a HCN. Takovou hvězdu pak nazýváme *uhlíkovou* (též *C-AGB hvězdou*). Je však možné, že se při zvyšování obsahu uhlíku v atmosféře AGB hvězd uplatňují i další mechanismy. Velký přebytek uhlíku pozorovaný u některých hvězd vysvětluje Stenel, Pesce, MacGregor (1989) také tak, že kyslík z atmosfér těchto hvězd je vytlačován zářením ve formě prachových částic bohatých na kyslík.

Na pomezí mezi C a O AGB hvězd se nacházejí poměrně vzácné tzv. *S hvězdy*, u kterých je poměr C/O ~ 1 a v jejichž spektru pozorujeme bohaté zastoupení prvků vznikajících při *s*-procesech.

Současné modely vývoje AGB hvězd přitom předpokládají, že se každá stálice s počáteční hmotností M od 0,8 do 8 M_{\odot} stane nejdříve kyslíkovou AGB hvězdou (na dobu $\approx 5 \cdot 10^5$ roků, s rostoucí hmotností se tato doba zkracuje). Opakované prohrabávání obalu v jednotlivých tepelných cyklech dostane hvězdy s počáteční hmotností od 1,5 do 4 M_{\odot} nakrátko do stavu "S hvězd", avšak ihned poté se stálice zařadí mezi uhlíkové (viz tabulka 2). U hmotnějších hvězd $\geq 4 M_{\odot}$ může přebytek uhlíku ¹²C eliminovat *hot bottom burning*, při kterém konvektivní proudy vynášejí do atmosféry produkty jaderného hoření i v údobí mezi tepelnými pulzy. Právě tento jev může mít za následek i nárůst zastoupení ⁷Li a vzácně tak vytvořit tzv. *lithiovou hvězdu*.

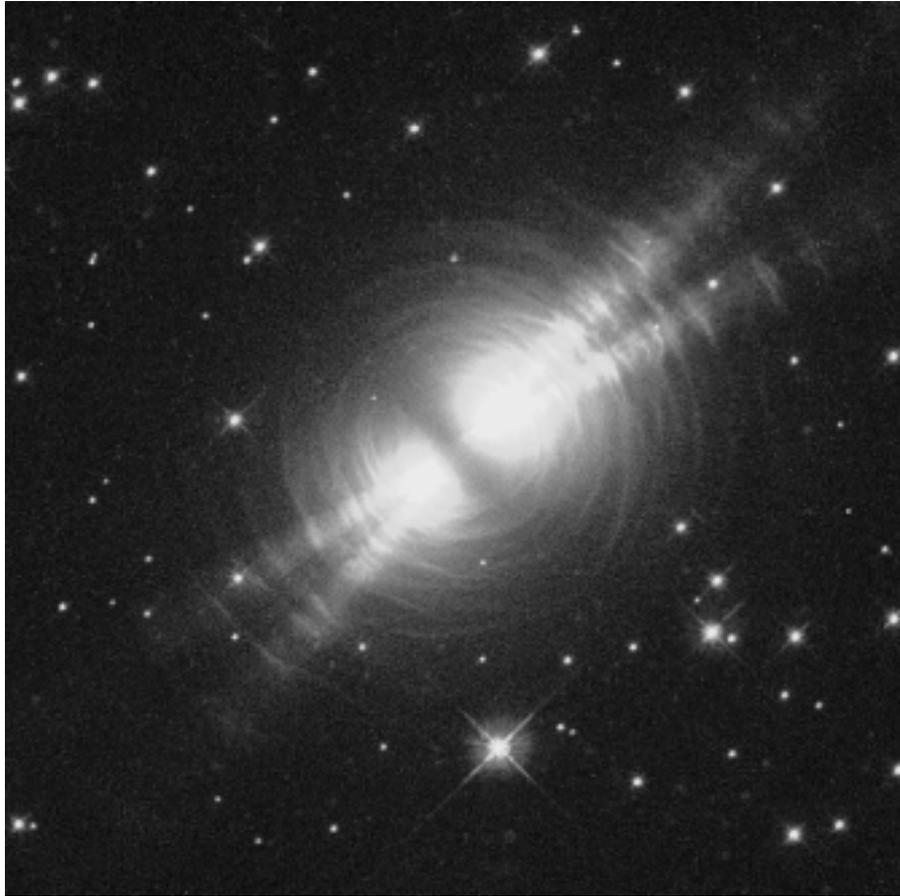
4.4 Okolohvězdné obálky

Pro hvězdy na asymptotické větvi obrů, tedy objekty s nízkým povrchovým gravitačním zrychlením, je typický rozsáhlý únik látky v rozsahu od $10^{-7} M_{\odot}$ až do $10^{-4} M_{\odot}$ za rok v podobě hvězdného, relativně pomalého větru ($\sim 15 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$). AGB hvězdy se tak zahalují do více či méně neprůhledných okolohvězdných obálek a jsou pak nápadnými zdroji v blízké i vzdálené infračervené oblasti spektra.



Obrázek 2 Schematický model atmosféry dlouhoperiodické proměnné hvězdy (Reid, Menten 1997). (Hodnota q udává počet vodíkových atomů v centimetru krychlovém.) Optický průměr hvězdy, tj. fotosféry, je samozřejmě závislý na zvolené vlnové délce. Nad touto nejteplejší vrstvou vzniká molekulové spektrum s komplikovanou soustavou absorpčních čar. Následuje tzv. "radiová fotosféra" na úrovni dvojnásobku poloměru $2R$, kde se uskutečňují volně-volné přechody, při nichž elektron při těsném průletu kolem iontu vyše foton a ztratí přitom část své kinetické energie. Za ní je vrstva, kde dochází ke vzniku SiO maserů a za nižších teplot i k vytváření prachových částic.

Mezi příčinami úniku látky hrají v atmosféře nejdůležitější roli pulzace, jež přecházejí v rázové vlny vytlačující velké množství plynu. S rostoucí vzdáleností od hvězdy klesá teplota, takže se v materiálu – vodíku obohaceném o produkty nukleosyntézy vynášené konvektivními proudy – vytvářejí nejdříve jednodušší molekuly (ve vzdálenosti zhruba dvojnásobku poloměru hvězdy), které zvolna kondenzují na větší molekuly (u C hvězd to jsou uhlíkové řetězce a polyaromatické uhlovodíky) a ve vzdálenosti kolem pětinašobku poloměru R i na prachové částice (viz obrázek 2). Tak vstupuje do hry druhý, pravděpodobně ještě účinnější mecha-



Obrázek 3 Snímek protoplanetární mlhoviny AFGL 2688 z Hubblova kosmického dalekohledu (Sahai et al. 1998). Struktura okolohvězdné obálky, stejně jako bipolární výtrysky, jsou patrné na první pohled. AFGL 2688 se považuje za přechod mezi AGB hvězdou a planetární mlhovinou. Předpokládá se přitom, že toto stadium vývoje hvězdy existuje řádově tisíce roků.

nismus odtoku látky z AGB hvězd: gradientem tlaku záření vytlačované prachové částice do tzv. okolohvězdných obálek. Díky konvektivním proudům, které zasahují až do atmosféry, přitom v bezprostředním okolí AGB hvězd vznikají nejrozličnější nehomogenity, které pak ovlivňují tvorbu samotného prachu. Například náhlé poklesy jasnosti u proměnných hvězd typu R CrB se připisují oblakům uhlíkového prachu, které se formují poblíž fotosféry ($2\text{--}10 R$) a jsou pak působením záření vytlačeny ve směru zorného paprsku pryč od hvězdy.

V okolí AGB hvězd se tedy pozorují velmi rozsáhlé obálky plynu a prachu ($\sim 10^3 R$), jejichž skladba odráží především historii, jakým způsobem stálice v minulosti ztrácela látku. Proto mají podobu jakýchsi velmi komplikovaných slupek s různou hustotou, poloměrem i šířkou. Interferometrická i rádiová pozorování přitom ukazují, že nejsou v žádném případě symetrické, nýbrž že je doplňují nej-různější disky, bipolární výtrysky apod. (viz obrázek 3).

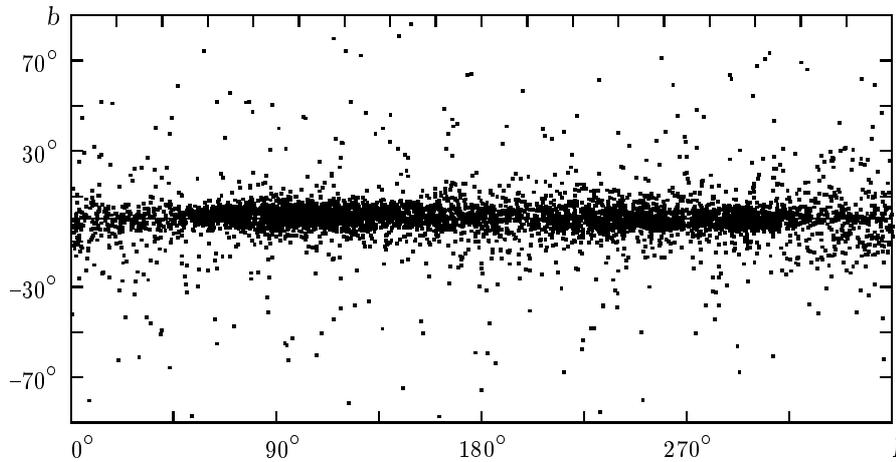
Chemické složení okolohvězdných obálek souvisí s chemickým složením atmosfér AGB hvězd. Kromě nejhojněji zastoupené molekuly vodíku H_2 se zde pozoruje především radikál CO, jehož nejnižší přechod rotačního stavu dává za vznik emisním čarám v mikrovlnné oblasti elektromagnetického spektra. Plyno-prachové obálky se tedy sledují v infračerveném oboru (ohřáté prachové částice), resp. v rádiovém oboru (rotačně-vibrační přechody nej-různějších molekul). Dosud zde bylo identifikováno na šedesát druhů nej-různějších sloučenin.

Dokonce lze říci, že v pozemských laboratořích máme k dispozici vzorky okolohvězdných obálek. V osmdesátých letech dvacátého století se totiž podařilo v primitivních meteoritech identifikovat zrníčka prachu, která vznikla v chladných atmosférách hvězd, event. v rozpínajících se obálkách supernov a přežila období vzniku sluneční soustavy. Obzvláště v případě molekul Al_2O_3 a SiC se soudí, že pocházejí přímo z AGB hvězd (Zinner, Amari 1999).

5 Uhlíkové hvězdy

Jako uhlíkové hvězdy se označují všechny AGB hvězdy, v jejichž atmosférách je zastoupení uhlíku větší než zastoupení kyslíku. Pozorování i jednotlivé modely přitom ukazují, že by se do tohoto stavu měla dostat každá stálice s počáteční hmotností M od 1,5 do 4 M_\odot a setrvat v něm v průměru $\sim 3 \cdot 10^5$ roků (Groenewegen et al. 1995). V praxi získáváme informace o jednotlivých uhlíkových hvězdách sledováním jejich záření ve vybraných fotometrických pásmech o pološířce několika desítek nanometru a studiem jejich spektra – tedy jistou formou téměř monochromatické fotometrie.

Fotometrická pozorování nám dávají představu o rozdělení energie ve spektru hvězd, a tím i o efektivní teplotě, pulzacích hvězdy a dalších pochodech, které ovlivňují její celkovou jasnost. Současně se nám tímto způsobem dostává informace o vzdálenosti a prostředí, které leží mezi námi a hvězdou (okolohvězdná, případně mezihvězdná extinkce). Studium spektra, související s optickou hloubkou atmosféry a chodem teploty ve fotosféře, slouží k odhadům teploty a tlaku ve fotosféře, povrchového zrychlení, k určení excitační energie, koncentrace jednotlivých elementů a také ke studiu pohybu plynu v atmosféře hvězdy.



Obrázek 4 Rozložení uhlíkových hvězd na obloze v galaktických souřadnicích. Pozice byly brány z *General Catalog of Galactic Carbon stars, 2d Ed.* (Stephenson 1989). Je patrné, že se uhlíkové hvězdy zřetelně koncentrují kolem galaktického rovníku. Z jiných rozborů (Stephenson 1989, Ishida 1960) pak vyplývá, že se ke galaktickému rovníku více koncentrují hvězdy spektrální třídy N než třídy R. Zřetelný je také jejich úbytek směrem ke středu Galaxie ($l = 0^\circ$ a směrem právě opačným ($l = 180^\circ$) a naopak větší množství hvězd ve směrech $l \sim 90^\circ$ a $l \sim 270^\circ$. Směrem ke středu Galaxie však nezanedbatelnou úlohu hraje mezihvězdná absorpce, ostatně v infračerveném oboru hustota AGB hvězd směrem ke středu Galaxie roste (Habing 1986).

5.1 Identifikace uhlíkových hvězd

Uhlíkové hvězdy se už od poloviny devatenáctého století identifikují především na základě existence absorpčních jevů ve viditelné oblasti spektra, které náleží molekule uhlíku C_2 . Jako zcela odlišné od ostatních byly popsány již roku 1867 průkopníkem spektroskopie Italem A. Secchim (Hearnshaw 1986). Na začátku dvacátého století byly v *Henry Draper Catalogue* (Cannon 1918–1924) pro uhlíkové hvězdy zavedeny dvě spektrální třídy R a N. Z celkového počtu přes 225 000 hvězd klasifikovaných v HD katalogu však tvoří pouze jedno promile.

Další uhlíkové hvězdy byly objeveny při různých systematických i náhodných přehlídkách. Hlavním poznávacím znakem se stal Swanův systém rotačně-vibračních pásů C_2 v modré oblasti viditelného spektra (473,7; 516,5 a 563,6 nm), který je pozorovatelný i ve spektrech s malou disperzí. U hvězd, u nichž není možné z nějakého důvodu tuto oblast sledovat, slouží za další identifikační znak pásy CN v blízké infračervené oblasti (421,6 nm). V řadě případů se pozorují emise také SiC na 11,2 μm (jejich vznik se připisuje pevným částicím SiC, které se formují v chladné atmosféře), které mohou mít na svědomí i excess na vlnové délce 60 μm .

Jako poznávací znak může posloužit i velký barevný index ($B - V$), resp. ($U - B$), tj. rozdíl hvězdných velikostí hvězdy v barvách B a V , který je vždy větší než 1 mag. Velký barevný index je způsoben jak nízkou efektivní teplotou, tak zejména tzv. fialovou depresí – různě intenzivním zeslabením krátkovlnného konce spektra, které se přisuzuje molekulám C_3 , SiC_2 a také jejich kondenzátům – grafitu a krystalickým částicím SiC (Walker 1976). Svůj podíl na *odmodrání* hvězd má jistě i selektivní extinkce materiálem okolohvězdné obálky.

Rostoucí hustota a komplikovanost okolohvězdných obálek přitom způsobuje, že většina uhlíkových hvězd přestává být časem pozorovatelná ve viditelné oblasti spektra a stává se nápadnými infračervenými zdroji. Mnohé infračervené uhlíkové hvězdy objevila například družice IRAS. Vynikajícím prostředkem na odhalování nových uhlíkových hvězd se stala dosud nejrozsáhlejší infračervená přehlídka oblohy *Two Micron All Sky Survey (2MASS)*, která prostřednictvím barevných indexů změřených v řadě vybraných oblastí viditelného a infračerveného spektra vytypovala na 30 tisíc uhlíkových hvězd z 500 tisíc všech bodových zdrojů, které 2MASS dosud registrovala (zhruba 5 procent z celého souboru). Dosud nejrozsáhlejší katalog uhlíkových hvězd *General Catalog of Galactic Carbon stars, 3d Ed.* (Alksnis et al. 2001), jenž obsahuje takřka sedm tisíc položek, tak evidentně představuje pouze "špičku ledovce".

5.2 Spektrum uhlíkových hvězd

Svrchní vrstvy uhlíkových hvězd jsou sice z větší části složeny z vodíku a helia, avšak tyto prvky tvoří pouze jedinou stabilní molekulu H_2 . Navíc nemá homonukleární molekula H_2 rotační, ani vibrační stavy, pouze stavy elektronové.

Díky nukleosyntéze v centrálních oblastech a opakovaným *prohrabáváním* jsou v atmosférách AGB hvězd zastoupeny v dostatečném množství i další prvky – především C, N a O, které mohou v chladném prostředí $T_{ef} < 3500$ K vytvářet jednoduché molekuly, především šestici CO, CN, C_2 , C_3 , HCN a C_2H_2 . I když je množství těchto molekul v objemové jednotce o několik řádů menší než H_2 , mají výrazně větší absorpční koeficienty, a proto se v pozorovaném spektru snadněji prosazují. Například u červeného obra slunečního složení s teplotou fotosféry kolem 3500 kelvinů připadá na jednu molekulu TiO asi jeden milion molekul H_2 . Ve spektru však dominuje TiO (Jørgensen et al. 1992).

Strukturu atmosfér C hvězd určuje (např. Jørgensen et al. 1992) střední efektivní teplota, povrchové zrychlení, zastoupení prvků těžších než helium a především poměr C/O. Právě velikost tohoto poměru, jak ukazují modely, radikálně mění vzhled pozorovaného spektra hvězdy a vytváří tak rozdíl mezi K, M obry bohatých na kyslík, S hvězdami, které tvoří vzácnou přechodnou skupinu, a C hvězdami (bohatými na uhlík). Molekuly dominující ve spektru kyslíkových a uhlíkových hvězd jsou totiž zcela jiné. Parametr C/O je navíc velmi významný při

modelování změn hvězdných velikostí C hvězd (Fleischer 1994). Základní představu o tom, s jakými molekulami se můžeme v atmosférách uhlíkových hvězd setkat, poskytují jejich disociační energie. Nejdříve se totiž v atmosféře hvězdy tvoří molekuly s nejvyššími energiemi, tvorba další ve větší míře následuje až po vyčerpání jednoho z prvků, který je v molekule zastoupen. Některé z molekul, které se u AGB hvězd vyskytují, jsou uvedeny v tabulce 3 (Tsuji 1964, Costes et al. 1990, Colket 1984).

Tabulka 3 Disociační energie některých molekul, se kterými se setkáváme v atmosférách uhlíkových hvězd (Tsuji 1964, Costes et al. 1990, Colket 1984).

molekula	CN	HCN	C ₂	C ₂ H	C ₂ H ₂	C ₃	C ₃ H	C ₄	C ₅
dis. energie [eV]	7,77	4,94	6,12	5,72	4,92	7,74	4,92	5,21	7,41
molekula	SiC	SiC ₂	CH ₄	NH ₃	NO	CO	CO ₂	H ₂ O	SiO
dis. energie [eV]	4,5	8,7	4,38	4,52	6,50	11,09	5,45	5,10	8,1
molekula	TiO	TiO ₂	VO	ZrO	ScO	YO	LaO		
dis. energie [eV]	7,95	6,7	6,4	7,8	6,9	9,0	8,15		

5.2.1 Vznik spektra uhlíkových hvězd

Většina viditelného a infračerveného záření hvězdy vzniká ve vrstvě zvané fotosféra. Intenzita $I_\nu(r, \vartheta)$ záření o frekvenci ν přicházející ve směru ϑ vůči normále k povrchu hvězdy je kromě efektivní teploty určena složením prostředí, kterým prochází, resp. jeho neprůhledností. Ztrátu na intenzitě dI_ν podél dráhy dr lze vyjádřit vztahem

$$\cos \vartheta \frac{dI_\nu}{dr} = -\kappa_\nu I_\nu + j_\nu. \quad (5.1)$$

Koeficient κ_ν se nazývá absorpční (extinkční) koeficient, j_ν koeficient emisivity. Optickou hloubku $\tau_\nu(r)$ je potom možné vyjádřit jako

$$\tau_\nu(r) = \int_r^\infty \kappa_\nu dr. \quad (5.2)$$

Záření může být vyzářeno do jiného směru rozptylem např. na volných elektronech do různých směrů, či pohlceno částicí a po jisté době opět emitováno (tzv. pravá absorpce). Obyčejně se absorpce dále rozděluje na absorpci v kontinuu a v čarách. Koeficient absorpce v kontinuu se s frekvencí ν zpravidla mění pomalu, kdežto koeficient absorpce v čarách je charakterizován rychle se měnící funkcí.

Obecně platí

$$\kappa_\nu = \sum_i N(i) \sigma_\nu(i), \quad (5.3)$$

kde $N(i)$ udává hustotu, resp. počet částic i , a $\sigma_\nu(i)$ charakterizuje schopnost absorpce, resp. rozptylu světla s frekvencí ν . Spektrální čáry nejsou ale přísně monochromatické, i v poměrně velké vzdálenosti od středu čáry ν_0 mohou být absorbovány fotony o frekvencích ν , $\nu \neq \nu_0$.

Molekulární absorpce se skládá z absorpce v jednotlivých čarách. Bude-li e náboj a m hmotnost elektronu, c rychlost světla, ρ hustota, g_m a g_n statistické váhy pro obsazení stavu m a n , N_m a N_n počet atomů na hladině m , n a $f_{m,n}$ síla oscilátoru pro přechody ze stavu m na hladinu n

$$f_{m,n} = \frac{h \nu m c}{4\pi^2 e^2} B_{m,n}, \quad (5.4)$$

($B_{m,n}$ je Einstenův koeficient pravděpodobnosti absorpce kvanta energie odpovídající přechodu elektronu ze stavu m do stavu n), je možné absorpční koeficient v čáře vyjádřit běžně užívaným vztahem (např. Vanýsek 1980):

$$\kappa_\nu = \frac{\pi e^2}{mc\rho} \left(1 - \frac{g_m N_n}{g_n N_m}\right) N_m f_{m,n}. \quad (5.5)$$

Je zřejmé, že stav m , stejně jako stav n , je nutné v případě molekul přesněji specifikovat elektronovým, vibračním a kvantovým číslem, celkovým spinem elektronu, spinem multipletu a symetrií. Při výpočtu absorpčního koeficientu dané molekuly se musí počítat se všemi diskrétními energiovými stavy. I když existují různé aproximativní postupy, počet čar většinou přesahuje 10^6 . Například pro každou z izotopických kombinací CN publikoval Jørgensen a Larsson (1990) $1,1 \cdot 10^6$ čar. Proto se pro snadnější práci používá místo velkého počtu absorpčních koeficientů jednotlivých čar síť absorpčních koeficientů v malých úsecích $\Delta\lambda$. Lze tak snadněji získat představy o opacitě atmosféry.

5.2.2 Spojité spektrum uhlíkových hvězd

Ve spojitém spektru uhlíkových hvězd dominuje ve viditelné a infračervené oblasti fotoionizace záporného iontu vodíku H^- (disociační energie H^- je 0,75 eV), která se projevuje pro $\lambda < 1650$ nm ($H^- + h\nu \rightarrow H + e$). Směrem k větším vlnovým délkám je nutné vzít v úvahu i přechody ve spojitém spektru H^- . Jistou roli u horkých C hvězd hraje v ultrafialové oblasti spektra i fotoionizace neutrálního vodíku a nejrozšířenějších kovů. Ukazuje se také, že v některých případech není zanedbatelná ani disociace nejrozšířenějších molekul.

Ve vnějších oblastech atmosfér je třeba přihlídnout k Thompsonovskému rozptylu na volných elektronech, Rayleighově rozptylu na atomech a molekulách a Mieově rozptylu na prachových částicích. Koeficient rozptylu na volných elektronech nezávisí na frekvenci (účinný průřez elektronu je totiž pro všechny vlnové délky stejný $\sigma_e = 6,65 \cdot 10^{-29}$ m⁻² (Mikulášek 2000)), naopak Rayleighův rozptyl

je v prvním přiblížení závislý na λ^{-4} . (Koefficienty rozptylu mají stejný význam jako koeficienty absorpce.)

V chladných atmosférách uhlíkových hvězd ($T_{ef} < 1500$ K, v závislosti na složení a tlaku) také mohou kondenzovat malé prachové částice, jejichž rozměr je zpravidla menší jak $0,25 \mu\text{m}$ (Alexander 1993). Jak se ukazuje, jedná se především o amorfni částice uhlíku, v menší míře pak SiC a železo. Monochromatická absorpce se vyjadřuje vztahem

$$\kappa = \frac{\pi \sum_a Q_{abs} n(a) a^2}{\rho}, \quad (5.6)$$

kde $n(a)$ je počet částic o velikosti a v cm^3 , ρ je celková hustota, Q_{abs} charakterizuje účinnost absorpce, která závisí na vlnové délce světla (resp. λ^{-1} a velikosti částic a).

5.2.3 Diskrétní spektrum uhlíkových hvězd

V chladných atmosférách uhlíkových hvězd dominuje silná molekulární absorpce, která ve viditelné oblasti zcela překrývá kontinuum. Konkrétně se jedná o absorpci způsobenou molekulami CO, CN, C_2 , C_3 , HCN a C_2H_2 . Vzhledem k tomu, že světlo různých délek absorbují s různou účinností, dochází ke značnému přerozdělení energie ve prospěch infračerveného záření, ochlazení svrchních částí atmosfér (Jørgensen 1993) až o 1000 K(!) a tak zpětně k podpoře tvorby těchto molekul. Většina C hvězd tudíž ani zdaleka nezáří jako absolutně černé těleso.

Stavbu atmosféry nejvíc ovlivňuje radikál kyanu CN. Červený systém jeho rotačně-vibračních přechodů, vznikající mezi základním a prvním excitovaným elektronovým stavem $A^2\Pi - X^2\Sigma^+$, pokrývá širokou oblast spektra mezi 550 a 2000 nm. Ve vnějších oblastech atmosféry hraje nezanedbatelnou roli molekula CO. Její pásy elektronových přechodů, stejně jako množství dalších molekul, leží především v ultrafialové oblasti, kde chladné uhlíkové hvězdy téměř nezáří.

Rotačně-vibrační přechody CO na základní elektronové úrovni je ale možné pozorovat v infračervené oblasti spektra. Velmi významnou roli zde hraje molekula C_2 , která má ve viditelné a blízké infračervené oblasti tři důležité systémy elektronových přechodů. Absorpce je také často zesílena přítomností izotopu ^{13}C , jehož množství v poměru k množství ^{12}C dosahuje u některých hvězd až hodnoty $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 4$ (normálně $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 90-100$). Takové hvězdy se označují písmenem *J*.

5.2.4 Detailní popis spektra

Z výše uvedeného je zřejmé, s jakými absorpčními a emisními útvary se můžeme setkat ve spektrech uhlíkových hvězd (viz obrázek 5). Zcela dominující jsou molekulární pásy C_2 a CN, ve kterých zaniká většina slabých atomárních čar. Identifikace těchto čar je tedy sporná a v některých částech spektra dokonce nemožná.

Ukazuje se přitom, že neexistují žádné dvě uhlíkové hvězdy, jejichž spektra by byla identická. Při detailnější prohlídce vždy najdeme až frapantní odlišnosti a to i v rámci jednotlivých podskupin hvězd.

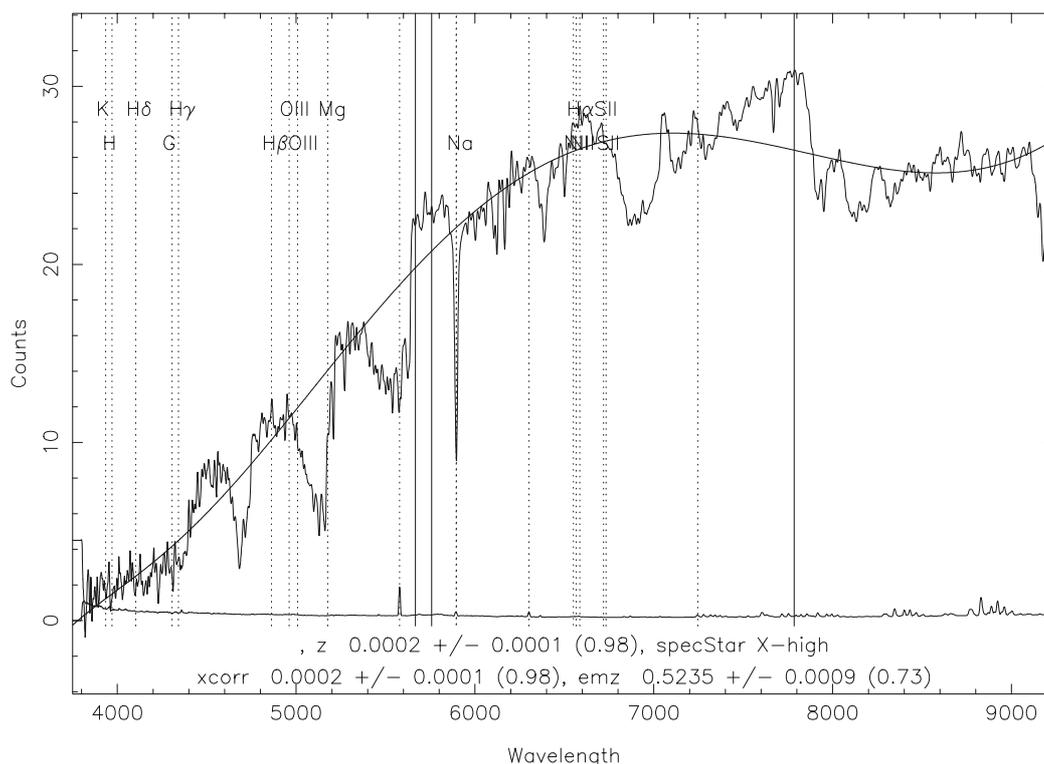
Ve spektrech hvězd s poměrem C/O > 1 najdeme především různé sloučeniny uhlíku. Ve viditelné a modré oblasti spektra dominuje k modrému konci degradující Swanův systém pásů $A^3\Pi_g - X'^3\Pi_u$ molekuly C_2 , kterým se uhlíkové hvězdy od hvězd ostatních zásadně odlišují. Polohy tří hran (1,0), (0,0), (0,1) jsou 473,7; 516,5; 563,6 nm. V infračervené oblasti se lze setkat se systémem Phillipsovým $b^1\Pi_u - x^1\Sigma_g^+$ a Ballikovým–Ramsayovým systémem $A'^3\Sigma_g^- - X'^3\Pi_u$. Oba degradují směrem k červenému konci spektra. Polohy nejvýraznějších hran jsou u Phillipsova systému (0,1) 154,8; (0,0) 120,7; (1,0) 101,5 nm, u Ballikova–Ramsayova (0,1) 274,5; (0,0) 176,8; (1,0) 140,8 nm (Pearse 1976).

Rotačně–vibrační přechody mezi základním a prvním elektronovým stavem $A^2\Pi - X^2\Sigma$ radikálu CN (tzv. Červený systém) především v oblasti 0,7–1,5 μm sice nepůsobí tak výrazně hluboké deprese jako předcházející C_2 , jeho složitá síť různě intenzivních čar ale ovlivňuje celé pozorované spektrum uhlíkových hvězd. Velmi tak komplikuje identifikaci a analýzu svou i jakýchkoli dalších detailů. Setkat se je možné i s tzv. Fialovým systémem CN odpovídající přechodu $B^2\Sigma^+ - X^2\Sigma^2$. Hrany jeho tří pásů (1,0), (0,0), (0,1) leží u 359,0; 388,3; 421,6 nm.

Z víceatomových sloučenin uhlíku je nejvýznamnější molekula C_3 , která se spolupodílí na hluboké depresi ve fialové oblasti, nejintenzivnější zpravidla v intervalu vlnových délek 380 až 400 nm. Ta je zároveň považována za původce stejně výrazné deprese v infračervené oblasti kolem 5 μm . Na depresi ve fialové oblasti se také, jak už bylo uvedeno, podepisuje i SiC_2 , resp. ve vnějších částech atmosféry kondenzáty SiC.

Drtivá většina atomárních čar se ve spektru vzájemně překrývá (je *blendována*). Jejich větší množství lze tedy s jistotou identifikovat pouze u uhlíkových hvězd s málo intenzivními pásy C_2 a CN. V ostatních případech lze nejsilnější čáry vybraných prvků hledat pouze ve viditelné a blízké infračervené oblasti. Až na několik výjimek je možné i v jejich případě sledovat pouze jádra čar. Jejich okraje – *křídla*, jsou vždy překryty jinými čarami.

Rezonanční čáry NaI D 589,59 a 588,99 nm, KI 769,89 nm, MgIb 518,36 nm a LiI 670,78 nm je možné nalézt u všech C hvězd (Barnbaum 1994). Jejich intenzita se však často mění a v některých případech lze sledovat i rozdvojení či dokonce profily typu P Cygni. K tomu dochází tehdy, když čára daného prvku vzniká ve dvou různých vrstvách atmosféry, které se mohou pohybovat proti sobě. Emisní čáry pak mají původ ve svrchních oblastech atmosféry a v okolohvězdných obálkách, kde dochází k excitaci rázovými vlnami, které zřejmě vznikají při pulzaci atmosféry.



Obrázek 5 Příklad spektra uhlíkové hvězdy (SDSS Collaboration). Patrná je nejen značná komplikovanost, ale též některé základní absorpční jevy. Především je to trojice Swanových pásů s polohami hran 473,7; 516,5 a 563,6 nm. Dále je patrná fialová deprese začínající u modrého konce viditelného spektra, stejně jako absorpce náležící sodíkovému dubletu. V blízké infračervené oblasti se pak prosazuje systém radikálu CN.

Hvězdy s výraznými čarami LiI (ekvivalentní šířka 0,3 až 0,1 nm, obvykle však < 0,1 nm) se nazývají *superlithiové*. I když je jich známo jen několik, jsou pravděpodobně hlavním zdrojem lithia v Galaxii. Ekvivalentní šířka dubletu NaI u většiny C hvězd dosahuje 0,2–1 nm, v některých případech ještě více. Yamashita (1972) a další přitom ukázali, že antikoreluje s intenzitou pásů C₂. Proto se dublet využívá v C–klasifikaci.

U uhlíkových hvězd je také možné identifikovat čáry příslušející Sr, Y, Zr, Ba a dalším produktům s–procesu. Hvězdy s intenzivní čarou BaII (455,4 nm) se nazývají *baryové*, s čarami TcI *techneciové*.

Z emisních čar se lze u proměnných uhlíkových hvězd nejčastěji setkat s čarou H_α, která náleží neutrálnímu vodíku. Její intenzita se mění v závislosti na světelných změnách. Ostatní čáry Balmerovy série jsou většinou velmi nevýrazné.

5.2.5 Spektrální klasifikace uhlíkových hvězd

V současnosti se používají dva typy klasifikací uhlíkových hvězd: tzv. *R–N systém* (Shane 1928) a *KM–klasifikace* (Keenan, Morgan 1941). Obě se víceméně pokouší setřídit hvězdy do teplotní posloupnosti, tj. od nejteplejších po nejchladnější. Ve srovnání s obdobnou klasifikací kyslíkových hvězd bohužel s nevalným úspěchem. Spektra uhlíkových hvězd jsou velmi komplikovaná a prakticky nelze vybrat absorpční čáry prvků či molekul, jejichž intenzita by určovala teplotu a výkon, aniž by nebyly u některé z hvězd překryty množstvím jiných čar. Intenzita čar se také mění hvězdu od hvězdy v závislosti na jejich chemickém složení. Příliš dobře nejsou známy ani efektivní teploty, ani svítivosti uhlíkových hvězd. Většina totiž leží příliš daleko od Slunce, mimo dosah současných astrometrických projektů.

Pro první R–N klasifikaci, jejíž počátky jsou v průkopnickém díle *Henry Draper Catalogue*, je nutné znát tři parametry určující chemické složení: C/O, $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ (tzv. parametr *J*) a těžké prvky/lehké prvky. Jednorozměrná *R–N klasifikace* dělí hvězdy do dvou skupin R a N a následně do dalších podskupin 0–9. Hlavním kritériem je zastoupení a intenzita pásů C_2 , CN a také průběh intenzity v krátkovlnném konci spektra. Používá se prakticky od počátku tohoto století a postupem času se z ní vydělilo několik specifických skupin. Jedním z příkladů jsou tzv. *CH–hvězdy*, které mají spektrum typu R, jsou však chudé na kovy a mají velké radiální rychlosti i vlastní pohyby. Všeobecně se soudí, že sem patří stálice z hala Galaxie. Jiným typem mohou být trpasličí uhlíkové hvězdy, proměnné hvězdy typu R CrB a další.

Obecně lze říci, že R0 až R3 hvězdy mají relativně nevýrazné pásy C_2 a CN, zatímco ve spektrech R5 až R8 tyto pásy zcela dominují. Ve druhém případě přitom kontinuum sahá nejméně k vlnové délce 390 nm. Také stálice typu N disponují výraznými pásy molekul C_2 a CN, jejich kontinuum však u vlnových délek kratších než 450 nm rychle degraduje. To má samozřejmě za následek i rozdíly ve vícekanálové UBV fotometrii. (Tzv. fialovou depresi má na svědomí C_3 a SiC_2 .) R–N klasifikace byla obzvlášť využívána v prvních dvou třetinách dvacátého století, kdy se používala fotografie.

Později byla zavedena (Keenan, Morgan 1941) dvojrozměrná, dnes hojně používaná *KM–klasifikace*, která je postavena na zastoupení atomárních čar v modré oblasti spektra, intenzitě dubletu Na a barvy hvězdy odhadnuté srovnáním spojitého spektra na třech definovaných místech. Druhý parametr, kterým opět rozděluje hvězdy do desítky tříd 0–9, popisuje zastoupení C_2 . Intenzita těchto molekul sice závisí na teplotě a svítivosti, především však na obsahu uhlíku v atmosféře hvězdy.

O oprávněnosti jednotné klasifikace se však stále vedou diskuze, takže není divu, že se přibližně před deseti roky (Keenan, 1993) objevila nová klasifikace kombinující oba druhy třídění na skupiny C–N $_n$, C–R $_n$ a C–H $_n$, n je index, jenž koresponduje s teplotní posloupností používanou u kyslíkových hvězd. Nová sek-

vence tedy kopíruje starší třídění do skupin R a N navíc přidává zvláštní kategorii pro CH hvězdy. Kromě prvků *s*-procesu se při klasifikaci využívá intenzita pásů C₂, CN, SiC₂ a poměru ¹²C/¹³C.

5.3 Uhlíkové hvězdy jako proměnné hvězdy

Fotometrická pozorování mohou v případě uhlíkových hvězd (stejně jako u jiných hvězd) přinést skutečně velmi zajímavé výsledky. Jasnost ve vybraném intervalu vlnových délek nezáleží pouze na hvězdě samotné (teplotě, složení povrchových vrstev), ale také na prostředí v jejím okolí a prostředí mezi hvězdou a námi (mezihvězdná extinkce). Pozorování se zpravidla provádějí ve standardních fotometrických oborech *U*, *B*, *V* Johnsonova systému s efektivní vlnovou délkou v barvě *U* u 360 nm, *B* 440 nm a *V* 540 nm, v posledním desetiletí, s nástupem nové generace CCD detektorů se pak rozšířilo i do velmi atraktivní, blízké infračervené oblasti.

Uhlíkové hvězdy jsou velmi chladné hvězdy, zpravidla s efektivní teplotou $T_{ef} < 3500$ K. Rozložení energie v jejich spojitém spektru má ale daleko do rozložení ve spektru absolutně černého tělesa téže teploty. Pozorujeme u nich např. výraznou depresi v krátkovlnné oblasti spektra, která se připisuje molekulám C₃ a CN. Vlivem silných molekulárních pásů C₂ a CN u nich navíc dochází ke snížení jasnosti v oboru *V* až o 0,7 mag, v oboru *B* dokonce o 1,6 mag (Smak 1979). Uhlíkové hvězdy je tudíž velmi obtížné pozorovat ve fotometrickém oboru *B* a prakticky nemožné je to v oboru *U*, kde jsou v porovnání s oborem *V* až o deset magnitud slabší. Proto se při fotometrii využívají filtry pro blízkou infračervenou oblast spektra, především pak *R* a *I* s efektivní vlnovou délkou 0,7 μm a 0,9 μm a v poslední době stále častěji *J*, *H*, *K* s maximální propustností 1,2 μm, 1,6 μm a 2,2 μm. Obzvláště poslední fotometrické pásmo *K* se jeví pro studium AGB hvězd zvláště výhodné – mezihvězdná extinkce je v tomto oboru zanedbatelná, takže infračerveně jasné uhlíkové hvězdy můžeme sledovat i do velkých vzdáleností. Řadu uhlíkových hvězd lze přitom pozorovat pouze v infračerveném oboru spektra.

Starší optické přehledky Velkého Magellanova mračna, stejně jako studie naší Galaxie ukazují, že existuje jenom málo uhlíkových hvězd, jejichž absolutní bolometrická hvězdná velikost M_{bol} by byla menší než -6 mag. Na druhou stranu je však pravděpodobné, že jsou mnohé svítivější objekty zcela ukryty v neprůhledných okolohvězdných obálkách a samozřejmě i oblacích mezihvězdné hmoty.

Klíčová se v tomto případě jeví pozorování sondy Hipparcos, byť se ve většině případů vzdálenost uhlíkových hvězd pohybovala na hranici měřitelnosti této špičkové observatoře. I přes poměrně velké nejistoty měření ukazují, že prakticky všechny uhlíkové hvězdy spektrální třídy R mají shodné absolutní hvězdné velikosti i barevné indexy (Wallerstein, Knapp 1998), což podporuje představu, že

se jedná o relativně homogenní skupinu objektů v těžké etapě vývoje. Střední absolutní hvězdná velikost ve fotometrickém oboru K uhlíkových hvězd třídy R v okolí Slunce se tak odhaduje na $\langle M_K \rangle = (-6,8 \pm 1,1)$ mag. Ze souboru měření sondy Hipparcos se podařilo odvodit i absolutní hvězdné velikosti ve fotometrickém oboru V (Alksnis 1998) $\langle M_V \rangle = (-1,6 \pm 0,6)$ mag (typ N).

Důležitou charakteristikou uhlíkových hvězd jsou i barevné indexy, tedy rozdíly hvězdných velikostí v různých fotometrických pásmech. Nejčastěji se počítá s indexem $(B-V)$ a v případě uhlíkových hvězd i s $(V-R)$, $(R-I)$ a $(K-V)$. Jejich vzájemné závislosti nám mohou dát představu o rozdělení energie ve spektru, často také jejich změny korelují se změnami střední hvězdné velikosti. Velké barevné indexy se využívají jako poznávací znamení v robotizovaných přehlídkách.

Typickým rysem uhlíkových hvězd je také jejich proměnnost. Obecně lze říci, že snad všechny AGB hvězdy, k nimž patří uhlíkové hvězdy, jeví krátkodobé i dlouhodobé změny jasnosti v časové škále desítek až tisíců dní. Charakter změn zřejmě závisí na stupni vývoje stálice, na její hmotnosti a dalších parametrech. V *General Catalogue of Variable Stars, IV ed.* (Cholopov 1985 – 88) je sice uvedeno necelých tři sta hvězd se spektrem klasifikovaným jako C či CS, u naprosté většiny uhlíkových hvězd však nebyla proměnnost dosud dostatečně prokázána pro nedostatek pozorovacího materiálu. Podle pravidelnosti pozorovaných změn jasnosti a také jejich amplitudy lze uhlíkové hvězdy zařadit do několika skupin. Předem je však nutno poznamenat, že ve většině případů byly uhlíkové hvězdy zařazeny do té či jiné kategorie na základě chatrného pozorovacího materiálu.

Nedostatek solidního pozorovacího materiálu má na svědomí i paradoxní situaci, že v odborné literatuře převažují teoretické práce o uhlíkových hvězdách nad analýzami jejich pozorovaných vlastností. Většina charakteristik fotometrických změn uhlíkových hvězd přitom vychází buď z prací získaných v první polovině 20. století fotografickou technikou nebo později z vizuálních pozorování. Systematická pozorování prováděná fotonásobiči, event. CCD detektory však jasně ukazují, že oba zmíněné typy pozorování poskytují zpravidla značně nespolehlivé a mnohdy i subjektivně zkreslené výsledky, na nichž není možné založit solidní studium.

5.3.1 Proměnné typu Mira

Proměnné hvězdy typu Mira jsou dlouhoperiodické proměnné s periodami přibližně v rozmezí 300 až 500 dní s výraznými amplitudami světelných změn o velikosti až sedm magnitud ve fotometrickém oboru V . Velký rozsah pozorovaných změn se připisuje proměnné absorpci v páslech molekuly C_2 a CN , resp. TiO u kyslíkových AGB hvězd. Řídké vnější části těchto hvězd pulzují v relativně stabilních cyklech, při kterých se v průběhu expanze a tak i zchladnutí pravidelně tvoří větší množství molekul. Záření vnitřních částí hvězdy je pak zcela blokováno a my vidíme jen záření přicházející z okrajových, relativně chladných a řídkých oblastí hvězdy. Při kontrakci stálice jsou molekuly v teplejším prostředí opět disociovány na jednotlivé atomy. Hvězda rázem zprůhlední a odhalí tak své teplejší vnitřní části.

5.3.2 Polopřavidelné proměnné hvězdy (typ SR)

Do kategorie polopřavidelných proměnných hvězd (v anglické literatuře *semiregular stars*, odtud i zkratka jejich značení) se řadí celá škála hvězd jak s proměnnou délkou jednotlivých cyklů světelných změn, tak i amplitudou. Polopřavidelné proměnné hvězdy se dělí do těchto tříd: Mezi typ "a" se řadí ty hvězdy, které jeví spíše pravidelné změny jasnosti, pouze s menšími odchylkami. Jejich amplitudy jsou zpravidla menší než amplitudy mirid (typicky méně než 2,5 magnitudy). Typ "b" označuje ty hvězdy, u kterých je perioda světelných změn, resp. ještě lépe intervaly mezi maximy jasnosti, špatně definována. Variace jasnosti jsou přitom ve fotometrickém oboru V malé a v oboru K velmi malé. Do podtřídy "SRc" se pak řadí ty hvězdy, u kterých se intervaly mezi maximálními jasnostmi pohybují v širokém rozmezí od několika desítek až po tisíce dní. I v jejich případě je amplituda světelných změn velmi malá.

5.3.3 Cefeidy (CW, CWA, CWB)

V rozsáhlém soupisu uhlíkových hvězd existuje také několik případů proměnných hvězd typu "delta Cephei", např. RU Cam nebo V553 Cen (Evans 1983). Jejich spektra spadají většinou do kategorie R. Do jaké míry je toto zařazení uhlíkových hvězd oprávněné, je však sporné.

5.3.4 Symbiotické hvězdy (Z And)

Malý počet uhlíkových hvězd tvoří dvojhvězdy s bílými trpaslíky, které kolem společného těžiště obíhají s periodou 1 až 2 roky. Záření bílého trpaslíka přitom ionizuje a excituje materiál přitékající z řídké obálky chladné uhlíkové hvězdy, čímž ve spektru vznikají některé zakázané čáry. Mnohem častější jsou ale obřími složkami symbiotických dvojhvězd běžné kyslíkové AGB hvězdy.

5.3.5 R Coronae Borealis

Mezi uhlíkové hvězdy se řadí také proměnné typu R Coronae Borealis. Při jejich prudkém poklesu jasnosti kondenzuje v chladné atmosféře stálice menší oblak uhlíkového prachu, jenž při pohledu ze Země hvězdu nakrátko částečně zakryje. Vzápětí je však vlivem gradientu tlaku záření odtlačen od hvězdy a během několika týdnů zmizí z dohledu. Jasnost proměnné hvězdy se pak vrátí zpět do normálu. Proto také u tohoto typu sledujeme nahodilé poklesy jasnosti. Jasnost samotné R CrB se prudce zeslabuje až o osm magnitud, vždy se ale v průběhu několika týdnů či měsíců pozvolna zjasní na původních šest magnitud.

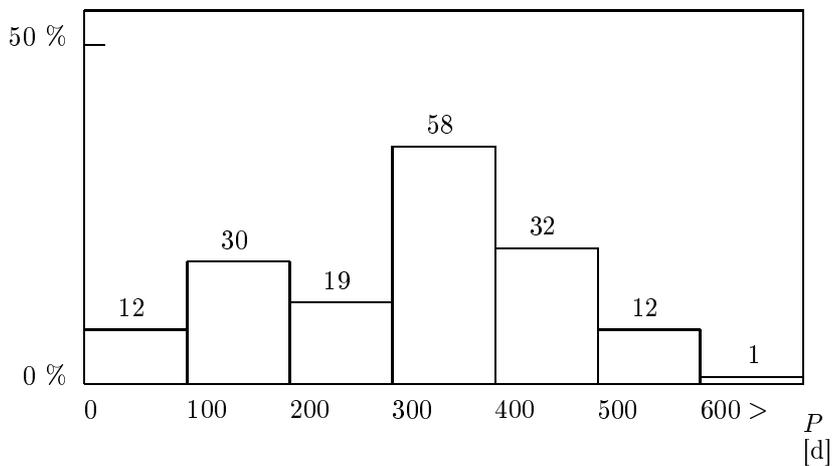
5.3.6 Pomalé nepravidelně proměnné hvězdy (Lb)

Typ označovaný zkratkou Lb je rezervován pro všechny stálice spektrální třídy K, M, S a C, které se mění bez náznaku jakékoli pravidelnosti a jenom s malou amplitudou.

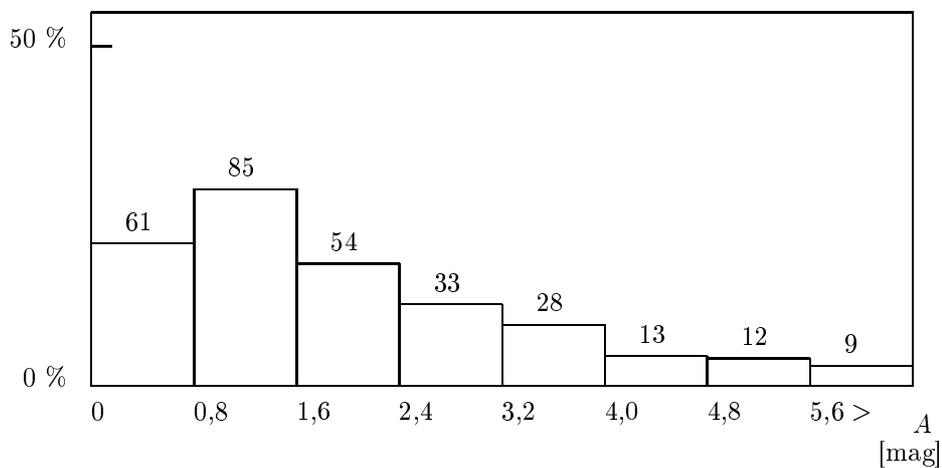
5.4 Statistika světelné proměnnosti uhlíkových hvězd

V *General Catalogue of Variable Stars, IV ed.* (Cholopov 1985–88) je uvedeno celkem 296 hvězd se spektrem klasifikovaným jako C či CS. 106 (36 %) hvězd je klasifikováno jako pomalé nepravidelně se měnící hvězdy (Lb) bez jakékoli periodicity (efektivně se však ale jedná jenom o málo prozkoumané typy SR). 55 hvězd (18 %) je vedeno jako hvězdy typu Mira, tj. dlouhoperiodické (80 až 1000 dní) proměnné hvězdy s velkými amplitudami světelných změn ve viditelné oblasti, ale malými změnami v infračervené. Šest hvězd (2 %) je typu R CrB (tedy s náhlými poklesy o 1 až 9 mag zřejmě vyvolávanými překotnou kondenzací částic ve svrchních vrstvách atmosfér). Největší zastoupení mají poloprávidelné proměnné (SR, SRa, SRb) s počtem 125 hvězd (42 %), tj. s malou amplitudou, častými náznaky periodicity, ale i s obdobími nepravidelných změn či naopak konstantní hvězdné velikosti. Hvězda VY CMa typ proměnnosti uveden nemá, RU Cam a V553 Cen jsou vedeny jako W Virginis a AC Her jako RV Tauri.

Perioda, či alespoň modulace světelných změn, samozřejmě jen u těch typů, kde to lze určit, se pohybuje v rozmezí (viz obrázek 6) od 2,065 dne (V553 Cen) do 620 dní (V351 Aur). Největší počet hvězd (35 %) má periodu v rozmezí 300 až 400 dní, což zřejmě souvisí s lineárními rozměry hvězdy a rychlostí zvuku v nich. Zajímavé rozdělení lze nalézt i v amplitudě světelných změn, která je zpravidla určena jen ve fotografickém oboru p nebo na základě vizuálních pozorování, tedy značně nejistě. Na obrázku 7 je vidět, že plných 79 % hvězd má amplitudu do 2,4 mag. Periodu i amplitudu světelných změn je ale nutné brát jako velmi nejistou.



Obrázek 6 Procentuální rozdělení period P hvězd klasifikovaných jako C či CS v GCVS (Cholopov 1985–88). Číslo udává celkový počet hvězd v daném intervalu period.



Obrázek 7 Procentuální rozdělení amplitud A světelných změn hvězd klasifikovaných v GCVS (Cholopov 1985–88) jako C nebo CS. Číslo u každého intervalu udává celkový počet hvězd v daném intervalu.

Drtivá většina uhlíkových hvězd vykazuje polopravidelné světelné změny jasnosti, kdy je každý cyklus unikátní a často se mění jak jeho délka, tak i amplituda změn. Takové chování ovšem může být výsledkem multiperiodických dějů, které se vzájemně překládají. Ke studiu těchto jevů jsou ale nezbytné dlouhé homogenní řady pozorování v intervalu tisíců nebo spíše desetitisíců dní. Bohužel právě takové dlouhé řady měření jasností proměnných hvězd – pokud možno standardizovaným postupem – jsou zcela ojedinělé. Pouze ve výjimečných případech, kdy je reálná amplituda světelných změn dostatečně vysoká, lze využít i jinak nepříliš spolehlivá vizuální pozorování posbíraná v rámci nejrůznějších amatérských projektů.

Příkladem toho, že lze dostatečně hustě pokryté světelné křivky (obzvláště u typu SR) vyložit superpozicí několika period, které mohou být v delším časovém horizontu nestabilní, je extenzivní rozbor světelné křivky *o* Ceti (Barthes, Mattei 1997), která patří mezi kyslíkové AGB hvězdy. U této velmi nápadné proměnné hvězdy se podařilo získat z vizuálních pozorování světelnou křivku prakticky za celé 20. století. Následný rozbor odhalil hlavní periodu 332,9 d, kterou modulovala perioda 1503,8 d. Autoři práce došli k názoru, že perioda 332,9 d představuje první harmonickou periodu, zatímco 1503,8 d základní periodu pulzací.

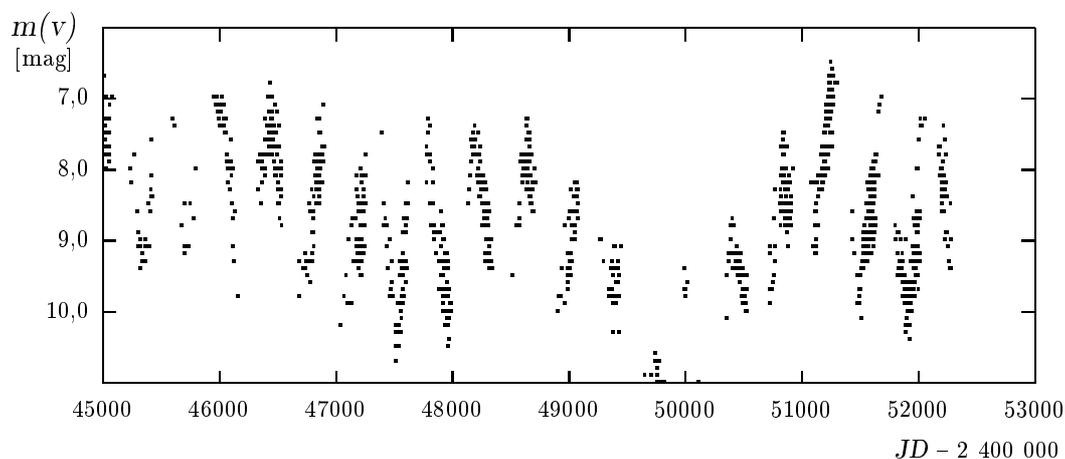
Podobným způsobem se u řady dalších hvězd podařilo objevit dvě nebo dokonce i tři periody světelných změn. Většina dostupných dat přitom ukazuje, že za hlavní změny jasnosti mohou u většiny mirid a proměnných hvězd typu SR pulzace atmosféry v první harmonické frekvenci (Feast 1999). U mnohých z nich se pak vyskytují i jiné módy. Některé hvězdy vykazují pozvolný pokles amplitudy (*Y Per*), jiné v průběhu doby mění mód pulzací (*AF Cyg*, *W Cyg*). V rozsáhlém rozboru 93 polopravidelných proměnných hvězd publikovaném L. Kisseem a kol. (1999) se například podařilo nalézt jenom 29 čistě monoperiodických hvězd. Světelné křivky všech zbývajících vykazovaly periody dvě (44 případů) nebo tři (12 případů). Mezi nimi byla i jedna uhlíková hvězda studovaná v této práci. U *Y Canum Venaticorum* autoři našli tyto tři periody: (3000 ± 100) d, (273 ± 3) d a (160 ± 2) d.

5.5 Model světelných změn uhlíkových hvězd

Obecný model fyzikálních změn uhlíkových hvězd vysvětlující pozorované světelné změny nebyl dosud vytvořen. I přes snahu teoretických astronomů, stejně jako řady pozorovatelů se dokonce nepodařilo dosud uspokojivě vysvětlit změny jasnosti ani v mnohem jednodušším případě kyslíkových AGB hvězd s relativně stabilními periodami i amplitudami, jako jsou proměnné hvězdy typu Mira.

Na vině je především neexistence dostatečně rozsáhlého homogenního pozorovacího materiálu. Fotometrické řady i v těch nejběžnějších fotometrických filtrech B , V či R za období několika desetiletí, které jsou nezbytné pro analýzu cyklických změn v délce desítek až tisíců dnů, prakticky neexistují.

Pomocí v tomto případě nemohou ani vizuální pozorování shromažďovaná řadou amatérských spolků. Vzhledem k výjimečně velkému barevnému indexu ($B-V$) jsou totiž jejich odhady zatíženy velkou chybou, která u uhlíkových hvězd stírá většinu změn jasnosti menších než několik desetin magnitudy. Navíc k uspokojivému vysvětlení pozorovaných změn jsou zcela nezbytné dlouhodobé řady pozorování v mnoha oborech elektromagnetického spektra (tj. viditelném, infračerveném a mikrovlnném oboru, ve kterých jsou uhlíkové hvězdy nápadnými zdroji).



Obrázek 8 Světelná křivka R Leporis sestavená z vizuálních odhadů členů francouzské *Association Francaise des Observateurs d'Etoiles Variables*. Chyba jednoho odhadu jasnosti se odhaduje na $\approx 0,2$ mag. Ze světelné křivky lze odvodit základní charakteristiky proměnné hvězdy (perioda, střední amplituda). Rozbory podobných světelných křivek z vizuálních pozorování se s úspěchem využívají k základní analýze proměnných hvězd typu Mira.

Obecně lze říci, že při změnách jasnosti hrají v případě uhlíkových hvězd hlavní roli dva jevy: radiální pulzace, při kterých se mění optické vlastnosti vnějších vrstev obalu AGB hvězd (R , L , T_{ef}) a proměnná extinkce molekulami, event. prachovými částicemi, jež kondenzují ve vnějších vrstvách plynného obalu. Poměrně efektivně totiž pohlcují energii kratších vlnových délek, kterou pak vyzařují v infračerveném oboru spektra (Winters et al. 1992, 1994).

Především u mirid a dlouhoperiodických proměnných hvězd (O-AGB) je zřejmé, že jejich atmosféry pulzují v cyklech dlouhých od stovky do tisíce dní, s největší četností kolem 350 dní (Hoffmeister et al. 1984). Tyto víceméně pravidelné pulzace stimulují tok zářivé energie přicházející z centra. Pulzace, jež se hvězdou šíří, nabývají ve vnějších, řídkých oblastech hvězdy povahy rázových vln, které se pak prodírají hvězdou z nitra na povrch. Při zvětšování povrchu hvězda chladne, naopak při následné kompresi se opět ohřívá.

Samotnými pulzacemi však proměnnost těchto typů hvězd vysvětlit nelze. Výrazně větší pozorované amplitudy světelných změn se připisují proměnlivému zastoupení molekul, které vznikají během chladnutí expandující atmosféry (Pettit, Nicholson 1933). Například u proměnných hvězd typu Mira (O AGB hvězd) se uvažuje o molekulách TiO, v případě uhlíkových hvězd o molekulách, jejichž součástí je uhlík (tj. CO, C₂, C₃, C₂H a C₂H₂). Ve chvíli, kdy se v důsledku zchladnutí v průběhu expanze obalu vytvoří ve vnějších částech hvězdy větší množství těchto molekul, je záření vnitřních částí hvězdy takřka blokováno a my sledujeme pouze záření přicházející z okrajových, relativně velmi chladných a řídkých oblastí. Vnější obálky jsou v období minima jasnosti chladné, takže je většina záření hvězdy emitována v infračervené oblasti spektra. (Proto jsou u mirid pozorovány tak velké amplitudy světelných změn – v optickém oboru se pohybují od 2,5 až do 11 mag, v modré a ultrafialové oblasti bývají ještě větší. Naopak v infračerveném oboru nepřevyšují 2,5 mag.) Při následné kontrakci obalu a tedy i jeho zahřátí se molekuly v atmosféře buď disociují a ionizují a nebo se dostávají dál od hvězdy, do chladnějších oblastí, kde se stávají součástí prachových zrn. Ve výsledku tak dochází k poklesu opacity a tedy i ke zjasnění hvězdy.

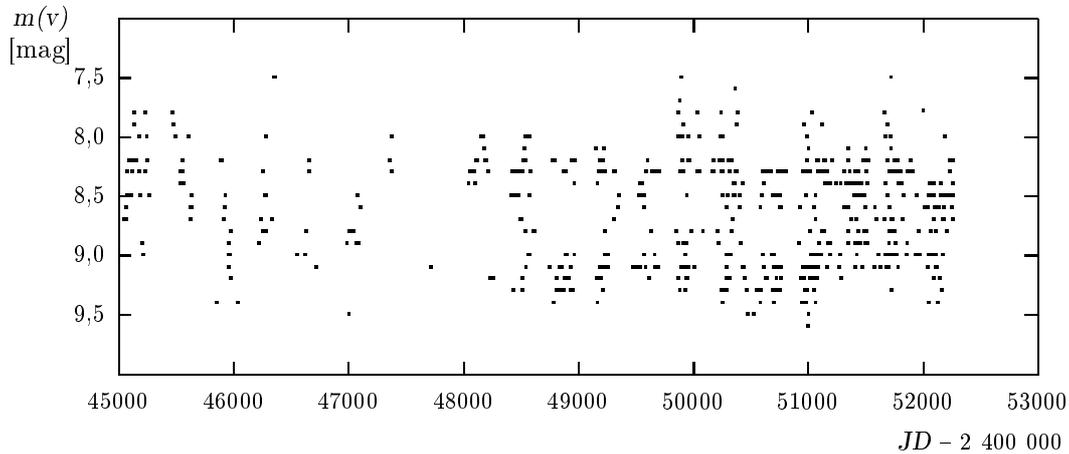
U polopravidelných proměnných hvězd se předpokládá, že oscilují nejen v tzv. základním módu, kdy pulzace v rámci celé hvězdy probíhá ve stejném směru (v témže okamžiku se celá hvězda buď rozpíná nebo smršťuje), nýbrž že mohou kmitat i ve vyšších módech. Látka hvězdy v sousedících mezikoulích se pak pohybuje v daném okamžiku v opačném směru. Atmosférami těchto hvězd přitom může probíhat hned několik rázových vln. Mechanismus těchto změn však není dosud příliš pochopen. V poslední době se dokonce v odborné literatuře objevují názory, že je chování některých těchto hvězd zcela chaotické (Buchler, Kolláth, Dadmus 2001). K ověření této hypotézy jsou však nezbytné hustě pokryté, velmi dlouhé fotometrické řady. V každém případě lze ve hvězdě, kterou je možno pokládat za rezonátor, očekávat spíše diskrétní spektrum oscilací.

Pozorování v infračerveném a mikrovlnném oboru spektra navíc dokládají, že se v okolí uhlíkových hvězd mění i koncentrace molekul a prachových částic. Ty pak mají na svědomí proměnnou tzv. pravou absorpci a rozptyl procházejícího záření. Za předpokladu, že změny hvězdné velikosti způsobuje pouze selektivní rozptyl na částicích svrchní části atmosféry a vnitřních oblastí okolohvězdné obálky, platí pro vlnové délky 300 až 800 nm vztah (např. Vanýsek 1980):

$$\frac{A(\lambda_1)}{A(\lambda_2)} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^n, \quad (5.7)$$

kde $A(\lambda_1)$, $A(\lambda_2)$ jsou hodnoty celkové extinkce v dané vlnové délce λ_1 , λ_2 . Za hodnoty $A(\lambda_1)$, $A(\lambda_2)$ lze v prvním přiblížení dosadit $\Delta m(V)$, $\Delta m(B)$, za λ_1 , λ_2 příslušné efektivní vlnové délky. Výsledná hodnota n je samozřejmě pouhým odhadem – nezapočítává se například mezihvězdná absorpce. $n = -1$ ukazuje na Mieův rozptyl na velkých prachových částicích, $n = -4$ pak na Rayleighův rozptyl na náhodných shlucích atomů a molekul, příp. velmi malých prachových částicích. Rozptyl na elektronech na vlnové délce nezávisí.

Překotná kondenzace prachových částic se podepisuje například na světelných křivkách proměnných hvězd typu R Coronae Borealis, jejichž prudké poklesy jasnosti se vysvětlují vznikem menších oblaků uhlíkového prachu, který při pohledu ze Země hvězdu nakrátko částečně zakryje. Vzápětí je však vlivem gradientu tlaku záření od hvězdy vypuzen a během několika týdnů zmizí v okolohvězdné obálce. Pak se jasnost proměnné hvězdy vrátí zpět k původní hodnotě.



Obrázek 9 Světelná křivka T Lyrae sestavená na základě vizuálních pozorování členů francouzské *Association Francaise des Observateurs d'Etoiles Variables*. Je vidět, že nepravidelné změny a velký $(B - V)$ index jsou příčinou velkého rozptylu odhadů, který znemožňuje ze světelné křivky cokoli určit.

6 Fotometrie vybraných uhlíkových hvězd

V předložené práci se prezentuje analýza fotometrických měření sedmi jasných uhlíkových hvězd, které byly soustavně sledovány v letech 1979 až 1994 na observatoři Masarykovy univerzity na Kraví hoře. Jelikož jsou dlouhé fotometrické řady uhlíkových hvězd pořízené kvalitními fotoelektrickými fotometry vzácné, je potěšující, že právě na brněnské univerzitě vznikly světelné křivky zahrnující období dlouhé až patnáct roků. Jejich cenu zvyšuje i fakt, že byly získány jediným přístrojem a většinou i stejným pozorovatelem, dr. Jiřím Papouškem.

Podstatným rozšířením fotometrických souborů se pak staly měření prováděná od listopadu 1989 do března 1993 astrometrickou observatoří Hipparcos. Úkolem této sondy sice bylo především velmi přesné určování poloh jasných hvězd, během své čtyřleté mise však provedla u každé stálice sto až sto padesát odhadů jasnosti. Jakkoli byla tato měření prováděna v nestandardním filtru H_p , i tak v sobě skrývají velice cenné informace o variacích jasnosti a periodě těchto změn.

Tabulka 4 Základní informace o sedmi uhlíkových hvězdách, jejichž světelné křivky byly detailně analyzovány. Data byla vybrána z katalogu Hipparchos a Tycho (Perryman et al. 1997).

hvězda	HIP	α (J1991,25)	δ	spek.	$m(V)$ [mag]	$(B-V)$ [mag]	$(V-I)$ [mag]
WZ Cas	99	00 ^h 01 ^m 15,8 ^s	+60° 21' 19,1''	C5p	7,04	2,84	2,91
VY UMa	52577	10 ^h 45 ^m 04,2 ^s	+67° 24' 41,0''	C5III	5,95	2,38	2,44
Y CVn	62223	12 ^h 45 ^m 07,8 ^s	+45° 26' 24,8''	C7Iab	5,42	2,99	3,07
RY Dra	63152	12 ^h 56 ^m 25,9 ^s	+65° 59' 39,9''	C7I	6,63	3,27	3,36
T Lyr	90883	18 ^h 32 ^m 20,1 ^s	+36° 59' 55,7''	C8	7,57	5,46	2,91
HK Lyr	91774	18 ^h 42 ^m 50,0 ^s	+36° 57' 30,9''	C5II	7,97	3,08	3,09
TT Cyg	96836	19 ^h 40 ^m 57,0 ^s	+32° 37' 05,8''	C6.4e	7,63	2,92	2,99

6.1 Popis fotometrické aparatury

6.1.1 Observatoř Masarykovy univerzity

Studované uhlíkové hvězdy byly v letech 1979 až 1994 systematicky sledovány 60cm reflektorem observatoře Masarykovy univerzity na Kraví hoře v Brně v rámci obsáhlejšího výzkumu hvězd pozdních spektrálních typů vedených prof. Miroslavem Vetešníkem a dr. Jiřím Papouškem. Dalekohled byl v té době vybaven fotonásobičem EMI 9656 a standardní sadou filtrů U , B , V Johnsonova systému. S ohledem na různé jasnosti v různých fotometrických filtrech byly uhlíkové hvězdy sledovány převážně v oboru B a V a jen výjimečně v jiných (tj. U , resp. R). Čitelně se liší jak hustota pokrytí světelných křivek, tak i období, po které byly sledovány. Chyba jednotlivých měření byla vždy lepší než 0,04 mag, ve většině

případů dokonce menší než 0,007 mag (Dušek 1996). Kompletní statistiku zachycuje tabulka 6, kompletní přehled jednotlivých fotometrických měření je uveden v dodatku A této práce a autor je na požádání poskytne i v elektronické podobě. V grafické podobě jsou získané světelné křivky uvedeny na obrázcích 10 až 16.

Bohužel, po roce 1994 byl fotoelektrický fotometr vyřazen z provozu. Nejdříve dočasně kvůli technické závadě, poté definitivně v důsledku přechodu na CCD fotometrii. S odchodem obou garantů z Masarykovy univerzity byl pozvolna ukončen i projekt výzkumu hvězd pozdních spektrálních typů.

6.1.2 Sonda Hipparcos

Hlavním úkolem mise Hipparcos bylo velmi přesné měření poloh jasných hvězd s chybou kolem jedné úhlové milisekundy. Jedním z výsledků se však stalo i sto až sto padesát širokopásmových měření jasností všech hvězd ve speciálním filtru H_p , jenž byl konstruován tak, aby optimalizoval získaný signál pro astronomická měření. Astrofyzikální dopad takového souboru je samozřejmě v porovnání s měřeními ve standardních fotometrických filtrech nižší, na druhou stranu jsou však měření jasnosti velmi přesná, s chybou kolem tisícinny magnitudy. Širokopásmový filtr H_p měl maximum citlivosti na vlnové délce 450 nm, propouštěl však záření v širokém rozsahu vlnových délek 340 až 890 nm. Přesný popis jeho charakteristik je uveden například v předmluvě ke katalogům Tycho a Hipparchos (Perryman et al. 1997).

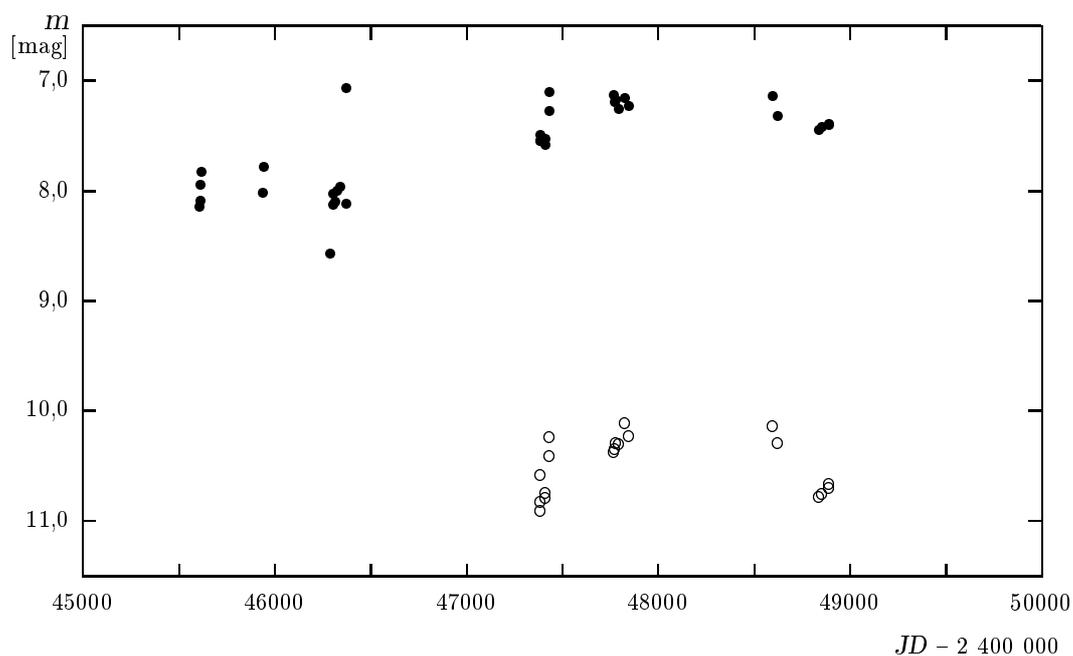
Měření v širokopásmovém filtru H_p tvoří základ katalogu Tycho a jsou on-line k dispozici na počítačové síti Internet. Kromě tohoto systému pozorovala sonda Hipparcos i prostřednictvím dalších detektorů, které získaly informace o jasnosti hvězd ve fotometrických filtrech blízkých standardním filtrům B a V (značí se B_T a V_T). Tato data se stala součástí rozsáhlejšího *Tycho Catalogue*. Na rozdíl od měření v oboru H_p jsou však zatížena větší chybou, zvláště pak v případě nízkých jasností ve filtru B_T . Skupina sestavující katalog Hipparchos a Tycho také na základě těchto měření provedla hrubou analýzu měření a v mnoha případech tak ukázala, že dosud uznávané periody a amplitudy světelných změn jsou zkreslující či zcela mylné. Kompletní přehled zpracovaných fotometrických měření pořízených sondou Hipparcos je v dodatku B této práce.

Tabulka 5 Informace z katalogu Hipparcos a Tycho o sedmi uhlíkových hvězdách, jejichž světelné křivky byly detailně analyzovány v této disertační práci. Uvedena je identifikace v obou katalozích (vyjma T Lyr, která není v katalogu Tycho), spektrální typ, střední hvězdná velikost v systému H_p , počet měření N_H v tomto systému, střední hvězdná velikost v oborech V_T a B_T (Perryman et al. 1997).

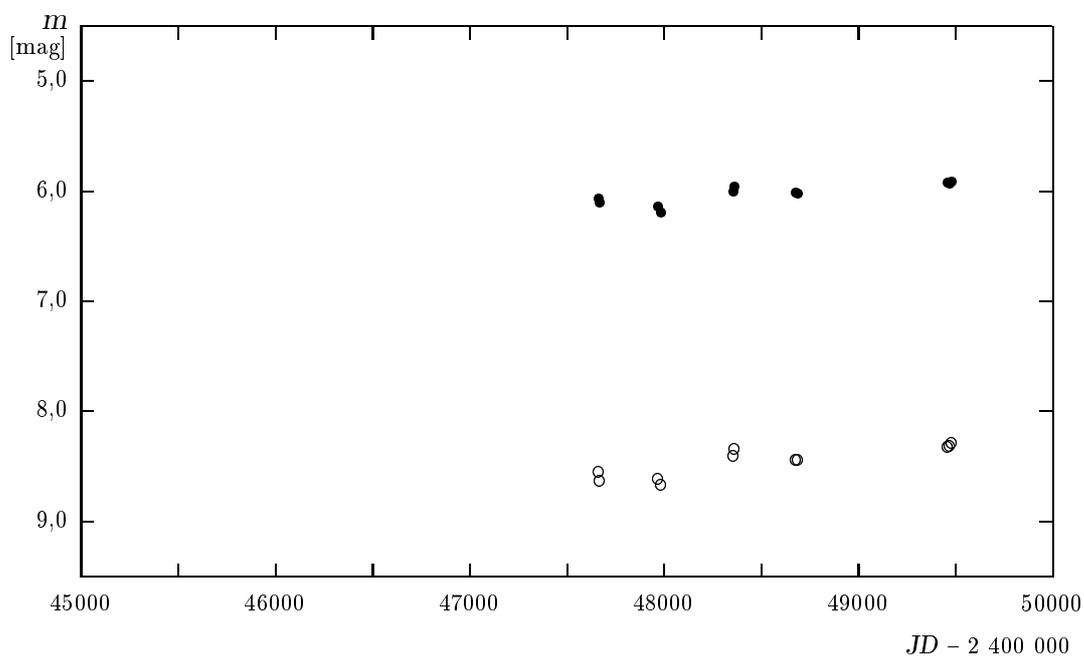
hvězda	HIP	TYC	spek.	H_p [mag]	N_H	V_T [mag]	B_T [mag]
WZ Cas	99	4014 54 1	C5p	6,975	153	7,383	11,006
VY UMa	52577	4151 1451 1	C5III	5,974	138	6,224	9,227
Y CVn	62223	3459 2147 1	C7Iab	5,306	96	5,634	9,475
RY Dra	63152	4168 885 1	C7I	6,411	121	6,906	11,124
T Lyr	90883	–	C8	7,505	137	8,496	13,655
HK Lyr	91774	2649 507 1	C5II	7,855	116	8,320	12,200
TT Cyg	96836	2660 3137 1	C6.4e	7,552	146	7,886	11,622

Tabulka 6 Statistický přehled pozorování sedmi uhlíkových hvězd na observatoři Masarykovy univerzity. Pro nepříznivé počasí, event. neměřitelnost ve fotometrickém filtru B v některých případech odhady jasnosti v oboru B částečně nebo zcela chybí (viz T Lyrae). V tabulce je pro každou stálici uveden fotometrický filtr (event. barevný index $(B-V)$), interval pozorování τ ($JD - 2\,400\,000$), počet pozorování N_p , střední hvězdná velikost \overline{m} , nejmenší m_{max} a největší m_{min} změřená hvězdná velikost v daném období.

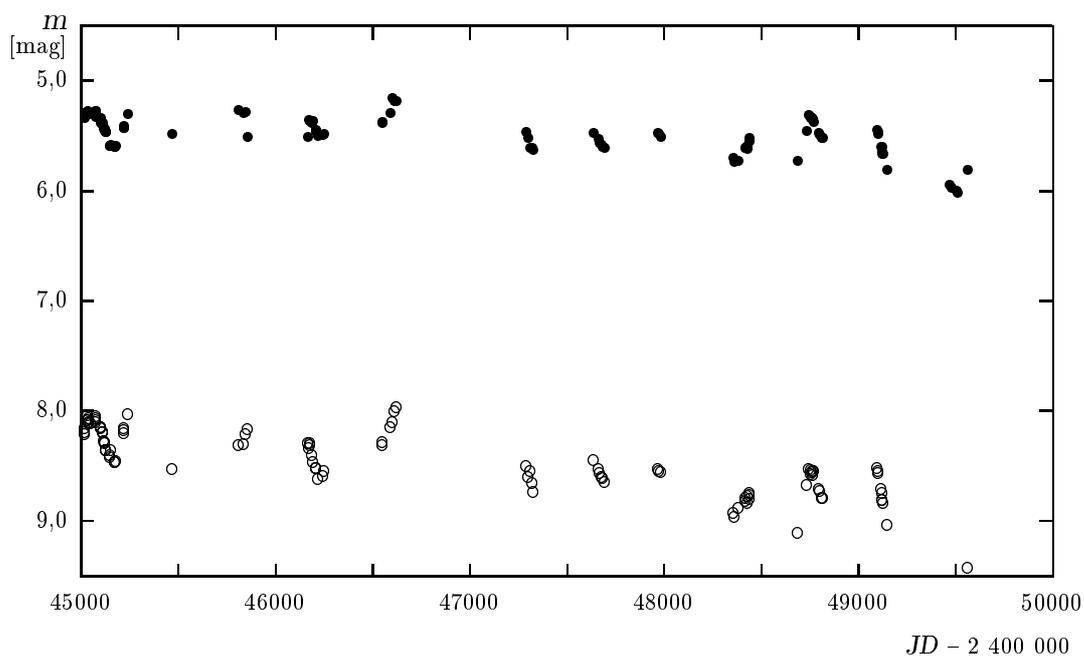
hvězda/filtr	τ JD - 2 400 000	N_p	\overline{m} [mag]	m_{max} [mag]	m_{min} [mag]
WZ Cas					
V	45609,6 – 48893,4	33	$7,91 \pm 0,40$	7,064	8,572
B	47387,6 – 48893,4	19	$10,49 \pm 0,26$	10,111	10,908
$(B-V)$		19	$3,18 \pm 0,14$	2,954	3,364
VY UMa					
V	47664,4 – 49480,3	11	$6,03 \pm 0,09$	5,917	6,192
B		11	$8,46 \pm 0,14$	8,285	8,670
$(B-V)$		11	$2,43 \pm 0,05$	2,368	2,528
Y CVn					
V	44373,5 – 49564,4	139	$5,48 \pm 0,16$	5,153	6,018
B		135	$8,53 \pm 0,34$	7,959	9,801
$(B-V)$		135	$3,05 \pm 0,21$	2,730	3,783
RY Dra					
V	45472,4 – 49480,4	28	$6,79 \pm 0,32$	6,443	7,488
B		27	$10,37 \pm 0,56$	9,771	11,544
$(B-V)$		27	$3,57 \pm 0,27$	3,226	4,067
T Lyr					
V	45613,3 – 49564,4	94	$8,44 \pm 0,09$	8,002	8,744
HK Lyr					
V	45613,3 – 49654,4	93	$8,04 \pm 0,18$	7,624	8,372
B		90	$11,32 \pm 0,29$	10,606	11,879
$(B-V)$		90	$3,28 \pm 0,16$	2,974	3,598
TT Cyg					
V	45613,4 – 49654,4	55	$7,71 \pm 0,15$	7,437	8,188
B		54	$10,51 \pm 0,19$	10,117	10,856
$(B-V)$		54	$2,80 \pm 0,09$	2,640	3,059



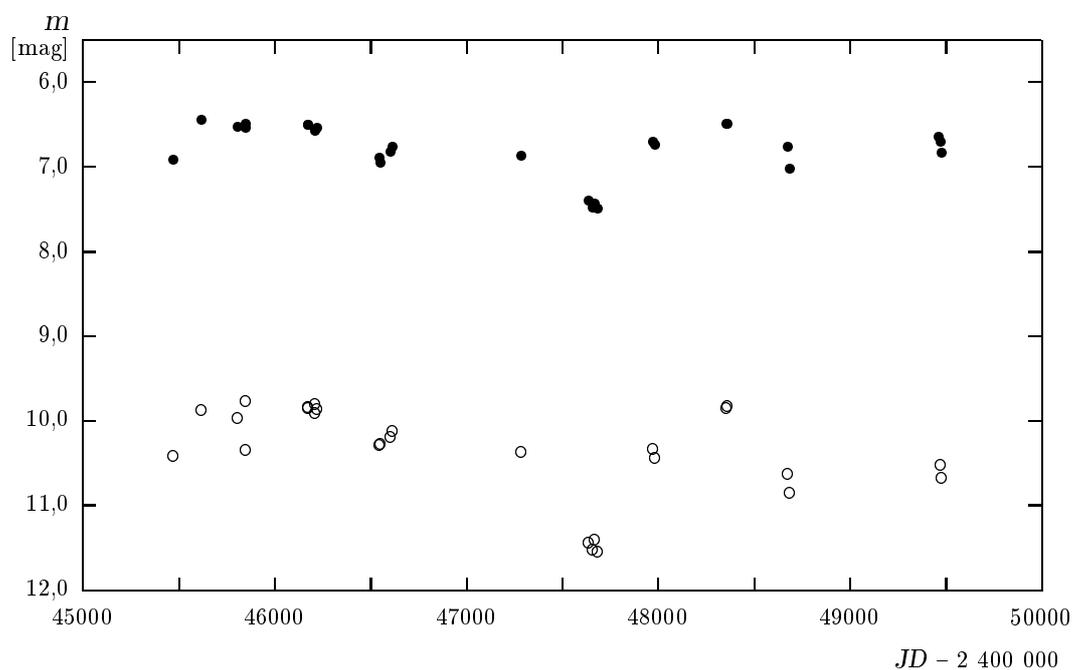
Obrázek 10 Světelná křivka WZ Cas sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě V , prázdným v barvě B . Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



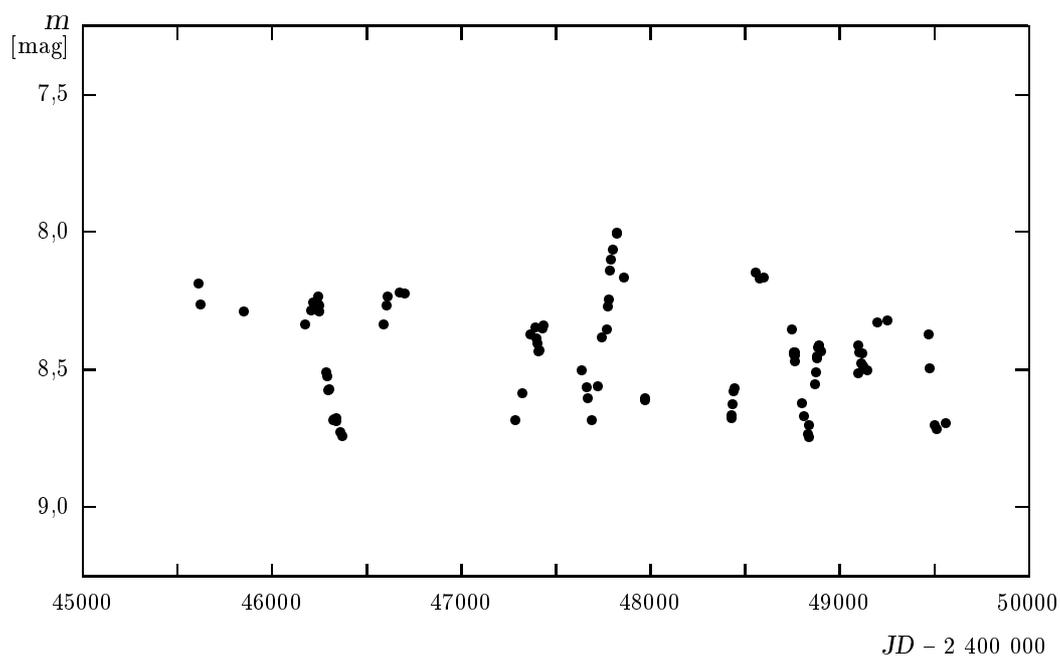
Obrázek 11 Světelná křivka VY UMa sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě V , prázdným v barvě B . Velikost kotoučků je přibližně desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



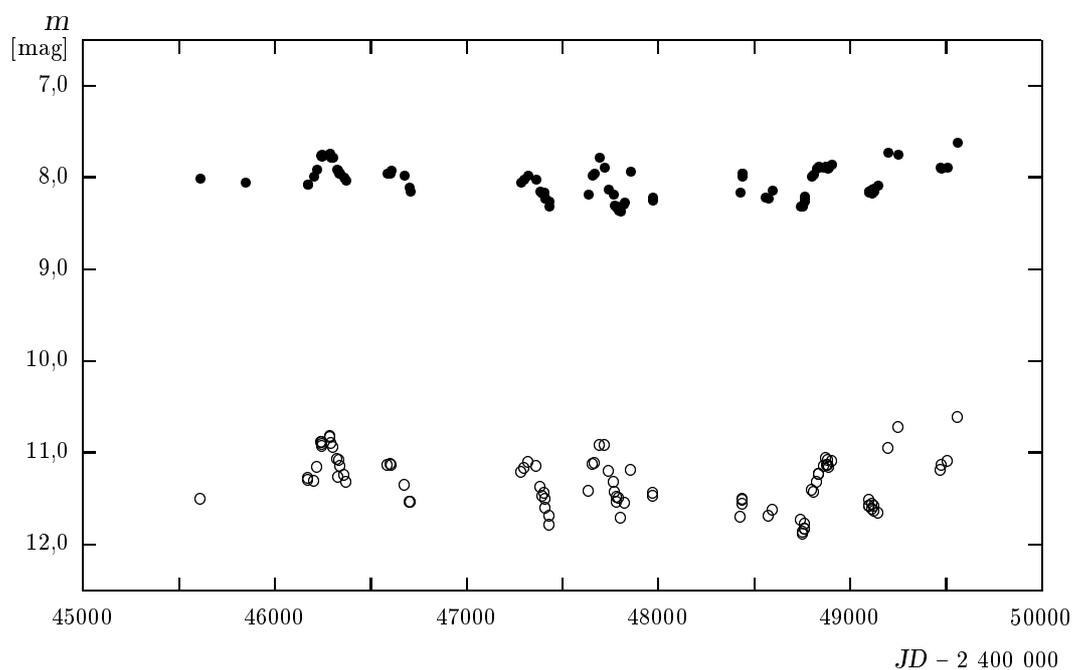
Obrázek 12 Světelná křivka Y CVn sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě *V*, prázdným v barvě *B*. Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



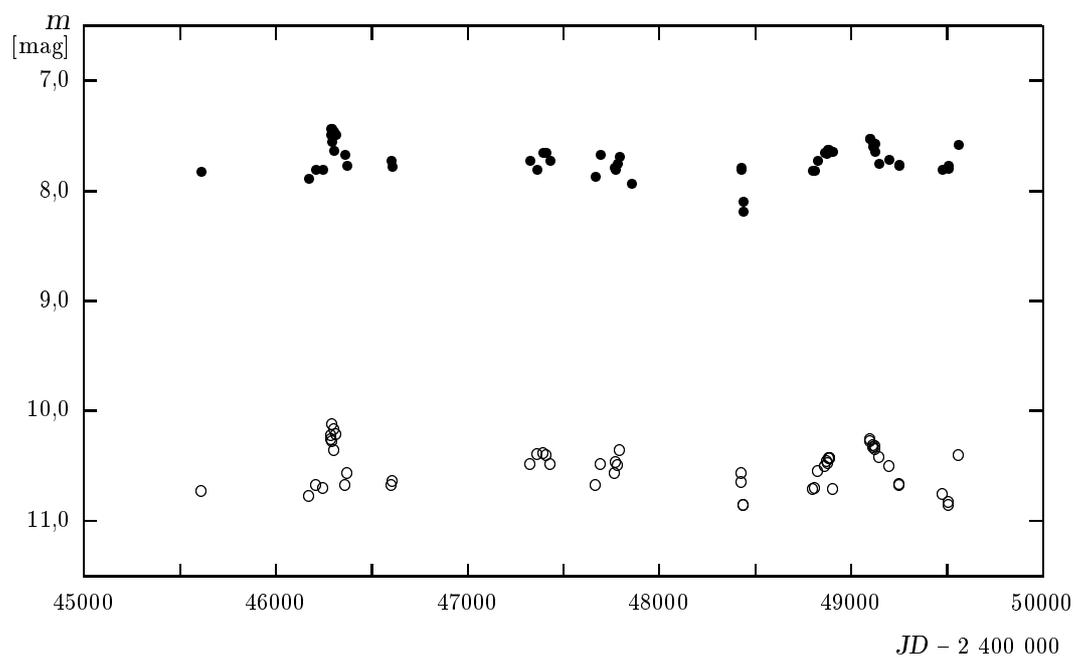
Obrázek 13 Světelná křivka RY Dra sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě *V*, prázdným v barvě *B*. Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



Obrázek 14 Světelná křivka T Lyr sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě V , v barvě B byla jasnost hvězdy neměřitelná. Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



Obrázek 15 Světelná křivka HK Lyr sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě V , prázdným v barvě B . Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.



Obrázek 16 Světelná křivka TT Cyg sestavená z fotometrických měření observatoře Masarykovy univerzity. Plným kolečkem je vyznačena jasnost v barvě V , prázdným v barvě B . Velikost kotoučků je desetkrát větší než odhadovaná chyba měření.

7 Obecný popis sledovaných hvězd

Sedmice analyzovaných stálic byla sledována v rámci programu výzkumu chladných hvězd na observatoři Masarykovy univerzity na Kraví hoře. Vzhledem k sestavě fotoelektrického fotometru a tehdejším technickým možnostem se jedná o poměrně nápadné uhlíkové hvězdy, které na severní obloze dokonce patří mezi ty vůbec nejjasnější. Z různých důvodů jsou přitom jejich světelné křivky pokryty různě hustě a v různě dlouhých intervalech. Jejich pozorování v roce 1994 skončilo v souvislosti s poruchou a pak i přestavbou celé observatoře. Zpracování získaných měření bylo pozdrženo vinou odchodu hlavního pozorovatele dr. Jiřího Papouška z univerzity.

7.1 WZ Cassiopeiae

WZ Cassiopeiae je jasná uhlíková hvězda v západní části souhvězdí Kasiopeji v místech o rovníkových souřadnicích $\alpha = 23^h 58^m 41,9^s$, $\delta = +60^\circ 04' 37''$ (ekv. 2000,0) (Cholopov et al. 1999). V posledním vydání katalogu GCVS (Cholopov et al. 2000) je klasifikována jako polopravidelná proměnná hvězda typu SRb, která se mění v rozmezí 9,4 až 11,4 magnitudy ve fotografickém oboru p . Katalog uvádí i základní periodu světelných změn 186 d.

Objev změn jasnosti WZ Cas se připisuje Birmighammu (Prager et al. 1934). Její fotometrické studium přitom znesnadňuje přítomnost jasného optického průvodce HD 224869 (9 mag, sp. třída B), který se nachází ve vzdálenosti 58 úhlových vteřin. Na druhou stranu se však tato stálice často využívá jako srovnávací hvězda při fotometrickém i spektroskopickém studiu WZ Cas.

Spektrum WZ Cas je v *Henry Draper Catalogue* klasifikováno jako N1p, v Keenan-Morganově klasifikaci jako C5p. Již od roku 1940 (McKellar 1940) se přitom hvězda řadí mezi uhlíkové hvězdy s výraznou čarou LiI na vlnové délce 670,8 nm. Někdy se o ní dokonce hovoří jako o "superlithiové hvězdě". V porovnání s jinými uhlíkovými hvězdami WZ Cas vykazuje nápadnou absorpční čáru sodíkového doubletu. Na základě toho se efektivní teplota WZ Cas odhaduje na pouhých 2500 kelvinů, což ji řadí mezi nejchladnější uhlíkové hvězdy (Hirai 1969). Ve spektru hvězdy se podařilo nalézt celou řadu exotických sloučenin, například pásy CaCl v červené oblasti viditelného světla (Keenan, Bidelman 1979).

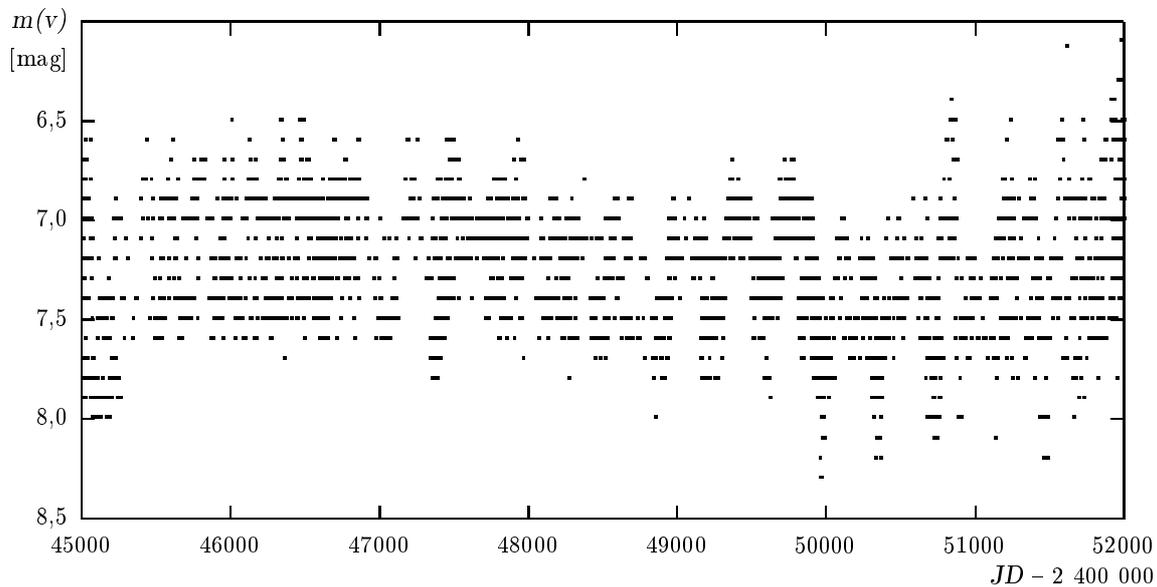
WZ Cas se také řadí mezi uhlíkové hvězdy třídy J , s vyšším zastoupením izotopu ^{13}C . Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ odhadují různí autoři od 2 do 8 (Fujita, Tsuji 1977). Existují přitom domněnky, že se počáteční hmotnost těchto hvězd pohybuje u horní hranice uhlíkových hvězd $M > 4 M_\odot$ (Abia, Irsen 2000).

Přestože je WZ Cas relativně jasná stálice, její fotometrické studium je dosud zcela nedostatečné. Perioda 186 d (Cholopov et al. 2000) vychází z fotograficko/vizuálních pozorování z první poloviny dvacátého století, řada spektrosko-

pických studií se přitom stále odkazuje na světelnou křivku WZ Cas průběžně sestavovanou amatérskými pozorovateli společnosti *American Association of Variable Star Observers*. Na základě analýzy vizuálních pozorování se například diskutuje o nejméně dvou periodách světelných změn (Kiss et al. 1999) v délce 373 d (základní perioda) a 187 d s amplitudami 0,19 mag, resp. 0,09 mag. V jiných oborech spektra byla dosud publikována pouze ojedinělá pozorování. Například Bergeat a Lunel (1980) uvádí jasnost WZ Cas v oborech J , H , K 2,02 mag, 0,90 mag, resp. 0,43 mag.

Z pozorování sondy Hipparcos vychází paralaxa WZ Cas na $(1,27 \pm 0,70)$ úhlové milivteřiny, tedy na hranici měřitelnosti této aparatury. Tím se tato uhlíková hvězda dostává do vzdálenosti přes dva tisíce světelných roků. Její absolutní hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V se odhaduje na $\langle M_V \rangle \approx -4,07$ mag (Alksnis et al. 1998).

Analýza fotometrických měření této sondy ve filtru H_p současně ukazuje, že perioda 186 d není pravděpodobně správná. Fotometrický dodatek ke katalogu Hipparchos ji charakterizuje jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 6,772 až 7,215 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997).



Obrázek 17 Světelná křivka WZ Cas sestavená na základě pozorování francouzské společnosti *Association Francaise des Observateurs d'Etoiles Variables*. Získaná data jeví natolik velký rozptyl, že je lze jen stěží použít k detailní analýze fotometrických změn.

7.2 VY Ursae Maioris

VY UMa je relativně nenápadná uhlíková hvězda v souhvězdí Velké medvědice ($\alpha = 10^h 41^m 37,1^s$, $\delta = +67^\circ 40' 27''$ (ekv. 2000.0) (Cholopov et al. 2000)), která se dostala do centra pozornosti na sklonku devatenáctého století především díky nápadnému červenému zabarvení ($(B-V) \sim 2,5$ mag) a unikátnímu spektru typu IIIb podle Sechiho klasifikace (Duner, 1899).

V katalogu GCVS jsou změny její jasnosti klasifikovány jako zcela nepravidelné a s malou amplitudou (typ LB) v rozmezí 5,87 až 7,0 mag. Analýza vizuálních odhadů amatérských pozorovatelů z let 1990 až 1993 však naznačuje existenci periody o délce 120 d (Ofek et al. 1995), navíc s výrazně pomalejšími dlouhodobými změnami. Fotometrická pozorování VY UMa shromážděná v rámci projektu společnosti AAVSO (Percy et al. 1996), která řídce pokrývají období v letech 1986 až 1992, však ukazují variace na časové škále ≈ 200 d.

Jedna z nejrozsáhlejších studií proměnnosti VY UMa vznikla v letech 1994 až 1996 (Lloyd, West 1996) ve standardním fotometrickém filtru *V*. Podařilo se získat na šest desítek měření jasnosti, které vykazují periodu 118 d. Amplituda světelných změn se přitom i v takto krátkém období značně měnila.

Rozsáhlou a především homogenní fotometrickou řadu pozorování VY UMa získal v intervalu 5000 d robotický dalekohled Jihoafrické astronomické observatoře SAAO vybavený standardními filtry *V*, *R* a *I* (Percy, Wilson, Henry 2001). Z pořízených dat jsou zřejmě poměrně komplikované změny jasnosti VY UMa. Fourierova analýza změřených jasností dává dvě signifikantní periody 124,7 d a 188 d. Stejně tak jsou evidentní i dlouhodobější změny jasnosti v jedné či dokonce několika periodách.

Tabulka 7 Informace o sedmi analyzovaných uhlíkových hvězdách z katalogu GCVS (Cholopov et al. 2000). Uvedena je standardní identifikace, typ světelných změn (SR – polopřavidelné, LB nepravidelné), nejvyšší a nejnižší hvězdná velikost, fotometrický systém (kromě fotometrických filtrů *B* a *V* se odkazuje i na tzv. fotografické jasnosti *p*) a perioda světelných změn. Pokud za informací následuje dvojtečka, jde o nejistý údaj.

hvězda	typ	m_{max} [mag]	m_{min} [mag]	fot. systém	perioda [d]
WZ Cas	SRb	9,4	11,4	p	186
VY UMa	Lb	5,87	7,0	V	–
Y CVn	SRb	7,4	10,0	p	157
RY Dra	SRb:	6,03	8,0	V	200 :
T Lyr	LB	7,84	9,6	V	–
HK Lyr	LB	7,8	9,6	V	–
TT Cyg	SRb	10,2	11,9	B	118

Spektrum VY UMa se řadí do kategorie C5II, resp. N0. Pozoruje se u ní vyšší zastoupení izotopů technecia (Peery 1971) a produktů spojovaných s s -procesy (Y, Zr, Ba, Nd a Sm). Infračervená pozorování naznačují existenci tenké, okolohvězdné obálky. Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ se odhaduje na 37 (Abia 1997a).

Stejně v případě jiných AGB hvězd se i u proměnné VY UMa pozoruje značný odtok látky v důsledku hvězdného větru, který se odhaduje na $1,3 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ (Skinner, Whitmore 1988). Zářivý výkon této uhlíkové hvězdy se odhaduje na $0,4 \cdot 10^4 L_{\odot}$ a vzdálenost na 540 parseků (Barnbaum 1992). Z pozorování sondy Hipparcos vychází paralaxa VY UMa na $(2,88 \pm 0,23)$ úhlové milivteřiny, tj. 350 parseků. Její absolutní hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V pak na $\langle M_V \rangle \approx -1,75$ mag a ve fotometrickém oboru K na $\langle M_K \rangle \approx -7,28$ mag (Alksnis et al. 1998).

Analýza fotometrických měření sondy Hipparcos ve filtru H_p klasifikuje uhlíkovou hvězdu VY UMa jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 5,876 až 6,111 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997).

7.3 Y Canum Venaticorum

Proměnná hvězda Y Canum Venaticorum leží v severní části souhvězdí Honících psů v místech o rovníkových souřadnicích $\alpha = 12^h 45^m 07,8^s$, $\delta = +45^{\circ} 26' 25''$ (ekv. 2000,0) (Hirshfeld 1982), resp. galaktických $l = 126,5^{\circ}$, $b = 71,6^{\circ}$ (Stephenson 1989), tedy výrazně mimo rovinu Galaxie. Je nejjasnější uhlíkovou hvězdou severní hvězdné oblohy. Ve fotometrickém oboru R je její střední hvězdná velikost kolem 3 mag, v oboru V kolem 5,5 mag, v oboru B kolem 8,5 mag, v oboru U je slabší než 11 mag.

Jako nápadně červená hvězda ($(B - V) > 3$ mag) byla popsána již Schjellerupem roku 1866. Její světelné změny objevila A. J. Cannon na počátku 20. století (Pickering 1910). První elementy publikoval Zverev (1936): $T_{\max} = 2\ 426\ 117 + 160,0E$, kde E je epocha ve dnech. V podstatě stejné výsledky získal i Gaposchkin (1952), který prohlédl desky pořizované od počátku století na Harvardské observatoři. Určil několik desítek okamžiků maximální a minimální hvězdné velikosti a z nich periodu (157 ± 23) d, která se skládá s periodou kolem 2000 dní. Extrémní rozsah poloprávidelných světelných změn ve fotografickém oboru stanovil na 8,18 – 10,00 mag, průměrný rozsah v rozmezí $(8,71 \pm 0,19) - (9,33 \pm 0,16)$ mag. Gaposchkinem určená perioda je uváděna i ve čtvrtém vydání GCVS (Cholopov 1985 – 88). Rozsah světelných změn 7,4 až 10,0 mag ve fotografickém oboru však nikoli. Světelné změny studoval i Biskupski (1963), který došel k periodě hlavních světelných změn ≈ 250 dní s modulací 80 dní. Vycházel však pouze z nejistých vizuálních pozorování.

První systematická fotometrická pozorování Y CVn z let 1979 až 1982 byla publikována až Vetešníkem (1984). Celkem byly odpozorovány dvě velké části

světelné křivky, ze kterých byla určena perioda kolem 250 dní a elementy světelných změn $T_{min} = 2\,436\,097,5 + 251,8 E$. Ve stejné práci (Vetešník 1984) jsou publikovány i simultánní měření radiálních rychlostí Y CVn (také doposud nikdy tak systematicky prováděná). Vzhledem k těžišti hvězdy byly nalezeny velmi malé relativní sinusoidální změny nepřevyšující $\pm 3 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ s periodou kolem 500 dní. Ty by mohly spolu s obdobnými změnami intenzit pásů C_2 (Vetešník 1984) naznačovat, že původem světelných změn jsou radiální pulzace atmosféry hvězdy. Ke stejnému závěru došla i Barnbaum (1992).

Dosud pravděpodobně nejrozsáhlejší studii fotometrických změn Y CVn ve standardních oborech B a V zřejmě provedl autor této disertační práce (Dušek 1995). V rámci diplomové práce byla zpracována fotoelektrická fotometrie Y CVn z let 1979 – 1994. V tomto období měla hvězda střední hvězdnou velikost v oboru V 5,48 mag, v oboru B 8,53 mag. Změny indexu $(B - V)$ byly popsány funkcí

$$(B - V) = 2,894 + 2,622 \cdot 10^{-5} JD' + 5,36 \cdot 10^{-8} JD'^2, \quad (7.1)$$

kde $JD' = JD - 2\,446\,460$. Z pozorování v oboru V byla určena perioda světelných změn $P = 267,8$ d (Dušek 1996).

Na základě vztahu mezi hvězdnou velikostí v oboru V a B $m(V) = 1,889 + 0,421m(B)$ se došlo k závěru, že změny hvězdné velikosti Y CVn by mohly být způsobeny změnou koncentrace molekul a drobných prachových částic rozptylujících světlo ve vnějších oblastech atmosféry a okolohvězdné obálce Y Canum Venaticorum. Pro pozorované období $JD\ 2\,444\,373 - 2\,449\,564$ d byl navíc určen model světelných změn Y CVn:

$$m = (a_0 + a_1 E + a_2 E^2) + a_3 \sin[2\pi(E + \Delta\phi)], \quad (7.2)$$

$E = (JD_{hel} - 2\,446\,458)/267,8$. Koeficienty a_0 až a_3 a $\Delta\phi$ pro obor V a B zachycuje tabulka 8. Tento model vyšel z předpokladů, že hvězda mění svoji hvězdnou velikost pravidelně s amplitudou $\approx 0,3$ mag (v obou sledovaných oborech) a zároveň, že dochází k pozvolným změnám střední hvězdné velikosti a nahodilým změnám, které přicházejí nepravidelně. Vzhledem k tomu, že fázový posuv $\Delta\phi$ nebyl pro pásmo V a B příliš odlišný od nuly, podařilo se model světelných změn přepsat do jednoduššího vztahu $m = a_0 + a_1 E + a_2 E^2 + a_3 \sin(2\pi E)$.

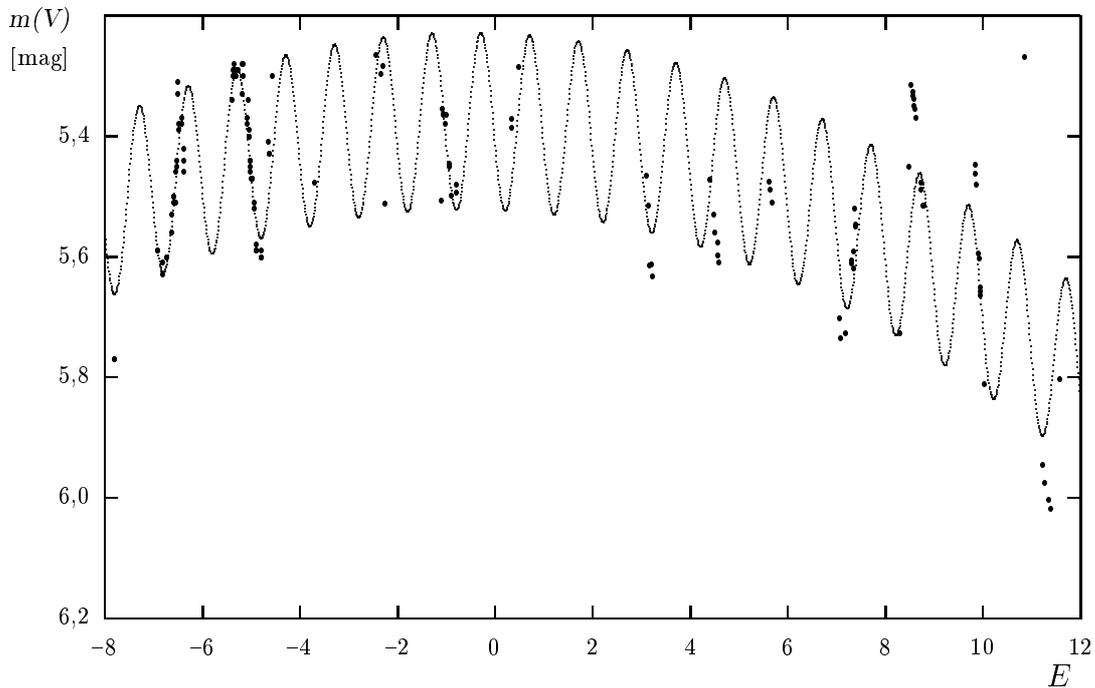
Tabulka 8 Koeficienty funkce 7.2 popisující světelnou křivku Y CVn (Dušek 1996).

filtr	a_0 [mag]	a_1 [mag]	a_2 [mag]	a_3 [mag]	$\Delta\phi$
V	$5,376 \pm 0,014$	$0,003 \pm 0,002$	$0,003 \pm 0,001$	$0,146 \pm 0,009$	$-0,027 \pm 0,011$
B	$8,261 \pm 0,026$	$0,011 \pm 0,003$	$0,007 \pm 0,001$	$0,250 \pm 0,022$	$0,025 \pm 0,013$

Analýza fotometrických měření provedená sondou Hipparcos ve filtru H_p klasifikuje Y CVn jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 5,166 až 5,517 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997). Současně ukazuje, že perioda 157 d, která se hojně cituje v literatuře, rozhodně neodpovídá skutečnosti.

Několik velmi přesných měření radiálních rychlostí V_{LSR} (tj. opravených o pohyb Slunce vzhledem k Místnímu standardu klidu) publikovala Barnbaum (1992). Byla pořízena 3 m Shane Telescope na Lickově observatoři a pohybují se v rozmezí 18,2 a 21,5 km.s^{-1} . Tak malé variace jsou přitom typické i pro ostatní uhlíkové hvězdy J -typu, a jsou pravděpodobně způsobeny pohybem atmosféry. Radiální rychlost určená na základě emise CO v okolohvězdné obálce vychází $V_{LSR} \approx 21,5 \text{ km.s}^{-1}$.

Barnbaum také publikovala (1992) měření heliocentrických radiálních rychlostí různých atomárních čar. Pro MgI se pohybují mezi 12,2 – 14,9 km.s^{-1} , pro LiI 8,5 – 12,8 km.s^{-1} a KI 5,1 – 7,5 km.s^{-1} . Pro SR, Lb hvězdy jsou přitom typické disperze 2,5; 1,9 a 5,9 km.s^{-1} . Také popsala čaru LiI (670,8 nm) jako obzvláště hlubokou. Dostatek lithia u Y CVn potvrzují i jiné práce (např. Wallerstein 1977). Rychlost expanze obalu hvězdy opět Barnbaum (1991) odhadla na 6,3 km.s^{-1} , což je na spodní hranici pozorovaných rychlostí u C hvězd.



Obrázek 18 Model světelných změn Y CVn ve fotometrickém oboru V reprezentovaný funkcí $m = a_0 + a_1 E + a_2 E^2 + a_3 \sin(2\pi E)$ v porovnání s naměřenými hodnotami, kde $E = (JD_{hel} - 2\,446\,458)/267,8$. Koeficienty a_0 až a_3 a $\Delta\phi$ pro obor V a B zachycuje tabulka 8 (Dušek 1996).

Vzdálenost Y CVn byla odhadnuta na 130 pc (Unno et al. 1989), 250 (Knapp 1985), resp. 290 (Claussen et al. 1987) parseků. Její zářivý výkon na asi $8 \cdot 10^3 L_{\odot}$ pro vzdálenost 290 parseků. Družicí IRAS byla také studována plynoprachová obálka Y CVn. Jura (1986) tak určil poměr ztráty prachu a plynu ve hvězdném větru na $7,5 \cdot 10^{-3}$, samotného prachu pak na $4 \cdot 10^{-8} M_{\odot}$.

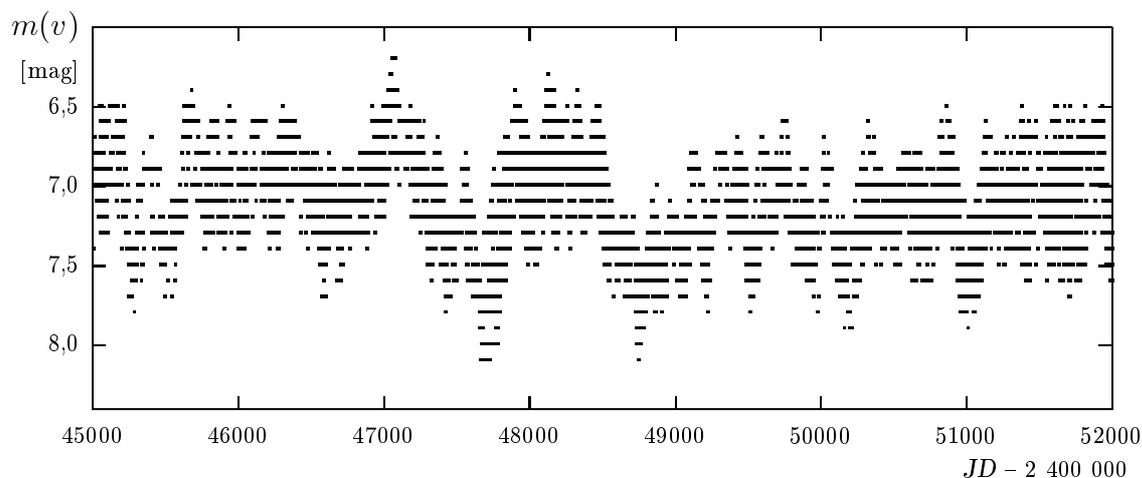
Z pozorování sondy Hipparcos vychází paralaxa Y CVn na $(4,59 \pm 0,73)$ úhlové milivteřiny, tj. 220 parseků. Její absolutní hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V na $\langle M_V \rangle \approx -1,31$ mag a ve fotometrickém oboru K na $\langle M_K \rangle \approx -7,56$ mag (Alksnis et al. 1998).

Spektrum Y CVn je klasifikováno jako typu N3, resp. C5,4J. Je tedy pozdním typem s výrazným zastoupením izotopů uhlíku ^{13}C . První studium spektra provedl již A. Secchi koncem 19. století (Hernshaw 1986). Velmi detailní identifikaci absorpčních jevů publikovala v rozsahu 508 až 785 nm s disperzí 0,28 nm až $0,43 \text{ nm} \cdot \text{mm}^{-1}$ i Barnbaum (1994). V infračervené oblasti publikoval prohlídku Y CVn např. Goebel a kol. (1980) (1,2 až 30 μm , rozlišení $\Delta\lambda/\lambda \approx 0,02$). Ten také uvádí, že pro fialovou depresi, kterou má Y CVn obzvlášť výraznou, hrají velkou roli molekuly C_3 . Deprese začíná u 490 nm a maximální intenzitu má u 390 nm (Bregman 1978). V infračerveném oboru (Goedel et al. 1980) byly pozorovány emisní čáry 11,5 μm a 30 μm opticky tenkých částic SiC, které jsou vytlačovány z atmosféry.

7.4 RY Draconis

Také RY Draconis patří mezi uhlíkové hvězdy, které zaujaly pozorovatele konce devatenáctého století nápadně červeným odstínem ($(B-V) \sim 3,5$ mag) a zvláštním vzhledem spektra typu IIIb podle Secchiho klasifikace (Duner 1899). Někdy v téže době pak byla identifikována jako proměnná hvězda (Pickering, Fleming 1908). RY Dra se nachází v místech o rovníkových souřadnicích $\alpha = 12^{\text{h}} 54^{\text{m}} 28,1^{\text{s}}$, $\delta = +66^{\circ} 15' 52''$ (ekv. 2000,0) (Cholopov et al. 2000).

Katalog GCVS (Cholopov et al. 2000) RY Dra klasifikuje jako polopravidelnou proměnnou hvězdu (typ SRb), jejíž jasnost kolísá ve fotometrickém oboru V od 6,03 do 8,0 mag s nejistou periodou 200 d. V běžně dostupné literatuře bylo v minulosti publikováno několik fotoelektrických měření (např. v šedesátých letech dvacátého století Landolt (1966)). Jediná rozsáhlejší dosud publikovaná studie světelných změn RY Dra je však založena na vizuálních pozorování amatérů (Kiss 1999). Na základě odhadů hvězdné velikosti získané v rozmezí 8800 d našli pomocí Fourierovy analýzy dvojici period: základní v délce (1150 ± 20) d s amplitudou 0,20 mag, přes kterou se překrývá kratší perioda (300 ± 10) d s amplitudou 0,10 mag.



Obrázek 19 Světelná křivka RY Dra sestavená na základě pozorování francouzské společnosti *Association Francaise des Observateurs d'Etoiles Variables*. Chyba jednoho odhadu jasnosti se odhaduje na $\approx 0,2$ mag.

Vzhled spektra RY Dra se klasifikuje jako C4,5J. Jde tedy o chladnou hvězdu $T_{ef} \sim 2500$ K s vyšším zastoupením izotopu ^{13}C . Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ odhadují různí autoři od 2 do 10 (např. Climenhaga et al 1977). V jejím spektru se rovněž pozorují absorpční čáry izotopů lithia, RY Dra se tak řadí i mezi lithiové uhlíkové hvězdy (Harris et al. 1987). Množství látky, které z ní uniká se odhaduje na $5,1 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ (Wannier et al. 1990).

Analýza fotometrických měření sondy Hipparcos ve filtru H_p klasifikuje RY Dra jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 6,197 až 6,973 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997).

Z pozorování sondy Hipparcos vychází paralaxa RY Dra na $(2,05 \pm 0,65)$ úhlové milivteřiny, tj. 500 parseků. Její absolutní hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V na $\langle M_V \rangle \approx -1,81$ mag a ve fotometrickém oboru K na $\langle M_K \rangle \approx -8,35$ mag (Alksnis et al. 1998).

7.5 T Lyrae

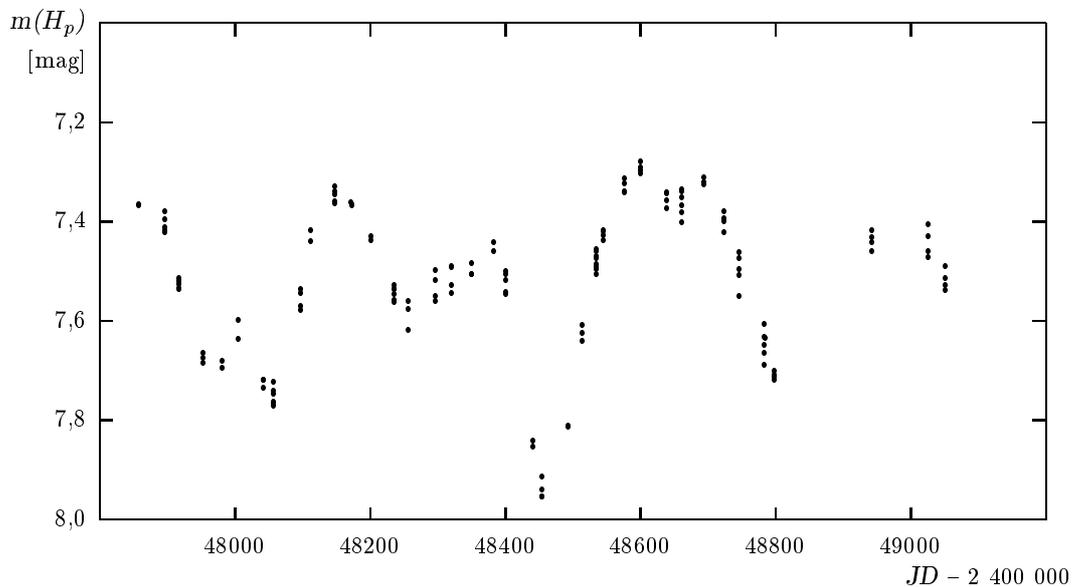
T Lyrae je známá uhlíková hvězda, která se nachází jihozápadně od Vegy (α Lyr) v místech o rovníkových souřadnicích $\alpha = 18^h 30^m 36,2^s$, $\delta = +36^\circ 57' 39''$ (ekv. 2000,0) (Cholopov et al. 2000). Už od poloviny devatenáctého století se přitom řadí mezi hvězdy s výrazným červeným odstínem – s barevným indexem odhadovaným na $(B - V) \sim 5,5$ mag dokonce patří mezi nejčervenější známé hvězdy

vůbec. Typ spektra T Lyrae se klasifikuje jako C6,5J, takže patří mezi případy s vyšším zastoupením izotopu ^{13}C . Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ se odhaduje na $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 3$ (Abia, Isern 1997).

Katalog GCVS (Cholopov et al. 2000) charakterizuje světelné změny T Lyrae jako zcela nepravidelné (typ Lb). Největší hvězdná velikost ve fotometrickém systému V se zde odhaduje na 7,84 mag, naopak nejnižší na 9,6 mag. V dostupné literatuře přitom prakticky neexistují žádná fotometrická měření, vč. rozborů chování světelné křivky.

T Lyrae se již od poloviny dvacátého století považuje za významný infračervený zdroj (Johnson 1965). Jasnosti T Lyrae se ve fotometrických pásmech J , H , K pohybují kolem těchto hodnot: 2,48 mag, 1,28 mag a 0,41 mag (Kerschbaum 1996). Tento fakt, stejně jako výrazný barevný index $(B - V) \sim 5,5$ mag, se vysvětluje přítomností rozsáhlé okolohvězdné obálky s uhlíkovým prachem, především amorfním uhlíkem a SiC. Přítomnost těchto částic potvrzují například infračervená pozorování družicí IRAS (Lorenz 1996). Efektivní teplota centrální hvězdy se odhaduje na $T_{ef} \sim 2200$ K (Lorenz 1996). Této domněnce nahrávají i odhady roční ztráty hmoty, které se pohybují kolem $6 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ (Wannier 1990). Z pozorování sondy Hipparcos vychází paralaxa T Lyr na $(1,58 \pm 0,75)$ úhlové milivteřiny (Perryman et al. 1997).

Analýza fotometrických měření sondy Hipparcos ve filtru H_p klasifikuje T Lyr jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 7,319 až 7,816 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997).



Obrázek 20 Světelná křivka T Lyr sestavená z měření sondy Hipparcos ve speciálním fotometrickém filtru H_p (Perryman et al. 1997). Velikost bodu odpovídá odhadované chybě měření.

7.6 HK Lyrae

Uhlíková hvězda HK Lyrae se nachází v místech o rovníkových souřadnicích $\alpha = 18^h 41^m 6^s$, $\delta = +36^\circ 54' 30''$ (ekv. 2000,0). Katalog GCVS její světelné změny klasifikuje jako zcela nepravidelné (typ LB) v rozmezí 7,8 až 9,6 mag ve fotometrickém oboru V (Cholopov et al. 2000). Žádné ucelené řady fotometrických pozorování HK Lyr však pravděpodobně dosud publikovány nebyly. Ojedinelá pozorování pak ukazují, že hvězda má v infračervených oborech J , H a K následující jasnost 3,23 mag, 2,15 mag, resp. 1,62 mag (Kerschbaum et al. 1996). Analýza fotometrických měření sondy Hipparcos ve filtru H_p zařazuje HK Lyr jako "periodickou proměnnou hvězdu" s periodou 186 dní, která se mění v rozmezí 7,749 až 8,068 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997).

Spektrum HK Lyrae se klasifikuje jako C6,4(N4) (Cholopov et al. 2000). Patří tedy mezi klasické uhlíkové hvězdy s nízkou povrchovou teplotou $T_{ef} \approx 2500$ K. Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ se odhaduje na $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 9$ (Abia, Isern 1997). Jiní autoři se však shodují na vyšším poměru $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 33$ (Ohnaka, Tsuji 1996).

7.7 TT Cygni

TT Cygni je relativně nenápadná uhlíková hvězda v souhvězdí Labutě $\alpha = 19^h 39^m 1,9^s$, $\delta = +32^\circ 30' 2''$ (ekv. 2000,0) (Cholopov et al. 2000)). Její změny jasnosti klasifikuje katalog GCVS jako polopravidelné s periodou 118 d a rozsahem 10,2 až 11,9^o mag ve fotometrickém oboru B . Za objevitele této proměnné hvězdy se považuje L. D. Wells, který studoval fotografické desky kombinované s vizuálními odhady pořízené na Harvardské observatoři (Pickering et al. 1898). Analýza fotometrických měření sondy Hipparcos ve filtru H_p klasifikuje TT Cyg jako "nezařaditelnou proměnnou hvězdu", která se mění v rozmezí 7,354 až 7,736 mag v oboru H_p (Perryman et al. 1997). Sondou pořízená data současně nepotvrzují dosud udávanou periodu 118 d.

Rozbor světelných změn TT Cyg pozorovaných amatérskými astronomy (Kiss et al. 1999) dává dvojici period: hlavní o velikosti (390 ± 10) d a amplitudě 0,03 mag a sekundární periodu (188 ± 5) d s amplitudou 0,03 mag.

Podle vzhledu spektra se TT Cyg řadí do kategorie C5,4e(N3e) (Cholopov et al. 2000). V její atmosféře se pozoruje řada složitých chemických sloučenin jako např. CaCl (Clegg, Wyckoff 1977) nebo produkty s -procesů (Dominy 1985). Poměr zastoupení $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ se odhaduje na $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} \approx 20$ (Abia, Isern 1997). Pozoruhodné je, že se v mikrovlnném oboru v emisi molekul CO pozoruje kolem TT Cyg velmi tenká, symetrická obálka (poměr šířky obálky k jejímu průměru je menší než 0,05), která expanduje rychlostí $12,6 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ (Olofson et al. 2000). Její existence, spolu s dalšími měřeními naznačuje, že hvězda prošla před nedávnem ($\sim 7 \cdot 10^3$ roků) krátkým obdobím (několik set roků), kdy ztrácela větší množství látky ($10^{-5} M_\odot/\text{rok}$). Tento jev by mohl vyvolat např. heliový záblesk.

8 Vyšetřování světelných změn vybraných hvězd

V následujících kapitolách se prezentuje základní analýza světelných křivek sedmi uhlíkových hvězd. S ohledem na unikátní velikost fotometrického souboru byl při rozboru kladen důraz na získání maxima možných informací. Ve většině případů jsou prezentované světelné křivky tím nejrozsáhlejším, dostatečně přesným pozorovacím materiálem, který byl dosud publikován. Jednotlivá měření v barvách V a B mezinárodního Johnsonova fotometrického systému UBV, stejně jako měření získaná aparaturou na palubě astrometrické družice Hipparcos (H_p , V_T , B_T), shrnuje dodatek A a B na konci této práce.

8.1 Analýza chyb v barvě H_p

Měření ve fotometrickém systému H_p vznikla v relativně krátkém období od listopadu 1989 do března 1993 prostřednictvím astrometrických detektorů sondy Hipparcos, která byla vybavena širokopásmovým filtrem optimalizovaným pro astronomická měření (propustnost v rozsahu 340 až 890 nm s maximem na 450 nm). Jasnost každé hvězdy detektor v průběhu deklarovaných tří roků určil sto až stopadesátkrát (Perryman et al. 1997).

S ohledem na způsob pozorování sondy Hipparcos vznikala jednotlivá měření v několika desítkách sekvencí (zpravidla 35) s časovým odstupem kolem jednoho měsíce, kdy byla hvězda v intervalu kratším než 0,5 dne snímána detektory hned několikrát, v průměru čtyřikrát. Pro další zpracování se proto ukázalo jako praktické nepracovat přímo s naměřenými hodnotami, nýbrž se středními hodnotami charakteristickými pro příslušnou sekvenci.

Pozorování ve fotometrickém systému H_p jsou relativně spolehlivá a dostatečně přesná. Sami autoři katalogu Hipparchos (Perryman et al. 1997) odhadují nejistotu mediánu hvězdné velikosti v celém souboru měření od 0,0004 do 0,0007 mag (v intervalu hvězdných velikostí 2–12 mag) a nejistotou jednoho individuálního měření na 0,011 mag. Tento závěr podporuje i náš test spolehlivosti jednotlivých hvězdných velikostí ve fotometrickém systému H_p . Analýza vycházela z předpokladu, že se během krátké pozorovací sekvence jasnost hvězdy reálně neměnila. Standardní tempo světelných změn totiž u všech sedmi vyšetřovaných uhlíkových hvězd činí 0,0035 mag/d, kdežto změny při běžném trvání pozorovacích sekvencí (méně než 0,5 d) vnášejí "šum" podstatně menší, než očekávaná nejistota určení střední hvězdné velikosti v dané sekvenci. Pro jistotu jsme však provedli i test na monotónní změny v časové škále několika hodin, ten však dle očekávání skončil negativně. Výsledek potvrzují i práce jiných autorů, např. (Buchler, Kolláth, Dadmus 2001).

Standardní odchylka jednoho pozorování pro studovanou skupinu uhlíkových hvězd činí typicky 0,016 mag, střední nejistota v určení hvězdné velikosti pro jednu

sekvenci je 0,010 mag. Tyto výsledky jsou v soulasu s autory katalogu Hipparchos (Perryman et al. 1997). S ohledem na to, že pozorované amplitudy světelných změn sledovaných hvězd jsou nejméně 50krát větší (typicky 0,6 mag), lze střední hodnoty jasnosti v rámci jedné sekvence považovat za dostatečně přesné a neohlížet se ani na počet měření, ze kterých byly střední hodnoty počítány.

V dalším zpracování se nepoužívala jednotlivá měření jasnosti uhlíkové hvězdy v systému H_p , nýbrž medián hvězdné velikosti v dané sekvenci. Medián byl zvolen z toho důvodu, že je minimálně ovlivnitelný případnými hrubými chybami, které se v souboru měření mohou tu a tam také objevit. Výsledky analýzy pro jednotlivé hvězdy, stejně jako základní statistické údaje pro soubor jednotlivých měření sondy Hipparchos ve filtru H_p , shrnuje tabulka 9. Kompletní přehled zpracovaných fotometrických měření je v dodatku B. Zde je uvedeno vždy juliánské datum ve zkráceném tvaru a medián hvězdné velikosti v barvách H_p , V_T a B_T , vždy s počtem měření v sekvenci.

Stejným způsobem byla testována i měření sondy Hipparchos získaná ve fotometrických filtrech V_T a B_T , která jsou součástí katalogu Tycho (Perryman et al. 1997). I tato pozorování totiž vznikala v relativně krátkých sekvencích, a to ve stejné době jako pozorování ve fotometrickém filtru H_p . Tabulka 10 však ukazuje, že zde tentokrát existuje mimořádně veliký rozdíl v kvalitě pozorování v jednotlivých barvách a že pro veškeré úvahy týkající se světelných změn je efektivní brát v úvahu pouze měření v širokopásmovém filtru H_p .

Tabulka 9 Charakteristika kvality měření jasnosti sedmi studovaných uhlíkových hvězd ve fotometrickém systému H_p . Tabulka obsahuje následující údaje: N_H – počet jednotlivých měření ve filtru H_p , Δt – interval měření ve dnech, N_{sekv} – počet sekvencí pozorování, která vznikla v intervalu kratším než $<0,5$ d, m_{min} – minimální hvězdná velikost v pozorovaném období, m_{max} – maximální hvězdná velikost v pozorovaném období, A – amplituda světelných změn v pozorovaném období, $\overline{H_p}$ – medián hvězdné velikosti ve filtru H_p za celé období s chybou, S_{H_p} – standardní odchylka jednoho měření, $S_{\overline{H_p}}$ – nejistota mediánu hvězdné velikosti $\overline{H_p}$.

	WZ Cas	VY UMa	Y CVn	RY Dra	T Lyr	HK Lyr	TT Cyg
N_H	159	149	107	125	153	122	154
Δt [d]	1174	1124	1084	1126	1194	1169	1191
N_{sekv}	35	33	27	36	38	34	35
m_{max} [mag]	6,78	5,82	5,16	6,18	7,29	7,57	7,32
m_{min} [mag]	7,26	6,11	5,54	7,01	7,94	8,17	7,79
A [mag]	0,49	0,30	0,38	0,84	0,65	0,60	0,47
$\overline{H_p}$ [mag]	6,984	5,984	5,329	6,512	7,525	7,867	7,556
	$\pm 0,020$	$\pm 0,013$	$\pm 0,022$	$\pm 0,025$	$\pm 0,025$	$\pm 0,023$	$\pm 0,019$
S_{H_p} [mag]	0,012	0,010	0,027	0,013	0,017	0,014	0,016
$S_{\overline{H_p}}$ [mag]	0,007	0,006	0,016	0,010	0,009	0,008	0,008

Tabulka 10 Charakteristika kvality měření jasnosti sedmi studovaných uhlíkových hvězd ve fotometrickém systému V_T a B_T . Tabulka obsahuje stejné údaje jako tabulka 9, pouze se vztahují k měřením v barvách V_T a B_T a k barevnému indexu ($B_T - V_T$) sondou Hipparcos.

	WZ Cas			VY UMa		
	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$
N	240	236	235	198	198	196
N_{sekv}	35	35	35	31	31	31
m_{max} [mag]	7,1	9,6	1,9	6,1	8,8	2,7
m_{min} [mag]	7,7	11,0	3,9	6,4	9,5	3,2
A [mag]	0,68	1,42	2,02	0,35	0,64	0,48
\bar{m} [mag]	7,394	10,54	3,13	6,242	9,193	2,958
	$\pm 0,027$	$\pm 0,05$	$\pm 0,06$	$\pm 0,015$	$\pm 0,026$	$\pm 0,021$
S_m [mag]	0,099	0,48	0,47	0,049	0,17	0,16
$S_{\bar{m}}$ [mag]	0,050	0,20	0,20	0,081	0,09	0,08

	Y CVn			RY Dra		
	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$
N	134	136	134	171	171	171
N_{sekv}	25	25	25	34	34	34
m_{max} [mag]	5,5	9,1	3,4	6,5	9,8	3,3
m_{min} [mag]	6,0	10,4	4,6	7,6	11,4	4,2
A [mag]	0,51	1,29	1,14	1,06	1,62	0,99
\bar{m} [mag]	5,688	9,514	3,82	6,948	10,66	3,72
	$\pm 0,028$	$\pm 0,052$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$
S_m [mag]	0,080	0,25	0,24	0,082	0,37	0,37
$S_{\bar{m}}$ [mag]	0,043	0,14	0,14	0,042	0,19	0,18

	HK Lyr			TT Cyg		
	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$	V_T	B_T	$(B_T - V_T)$
N	158	153	152	202	220	200
N_{sekv}	28	31	27	31	33	31
m_{max} [mag]	7,94	9,4	1,3	7,6	9,9	2,2
m_{min} [mag]	8,65	11,4	3,1	8,2	11,2	3,3
A [mag]	0,71	2,1	1,8	0,62	1,31	1,08
\bar{m} [mag]	8,302	10,59	2,41	7,888	10,30	2,76
	$\pm 0,033$	$\pm 0,10$	$\pm 0,09$	$\pm 0,025$	$\pm 0,06$	$\pm 0,05$
S_m [mag]	0,14	0,38	0,41	0,103	0,39	0,37
$S_{\bar{m}}$ [mag]	0,077	0,17	0,20	0,047	0,17	0,17

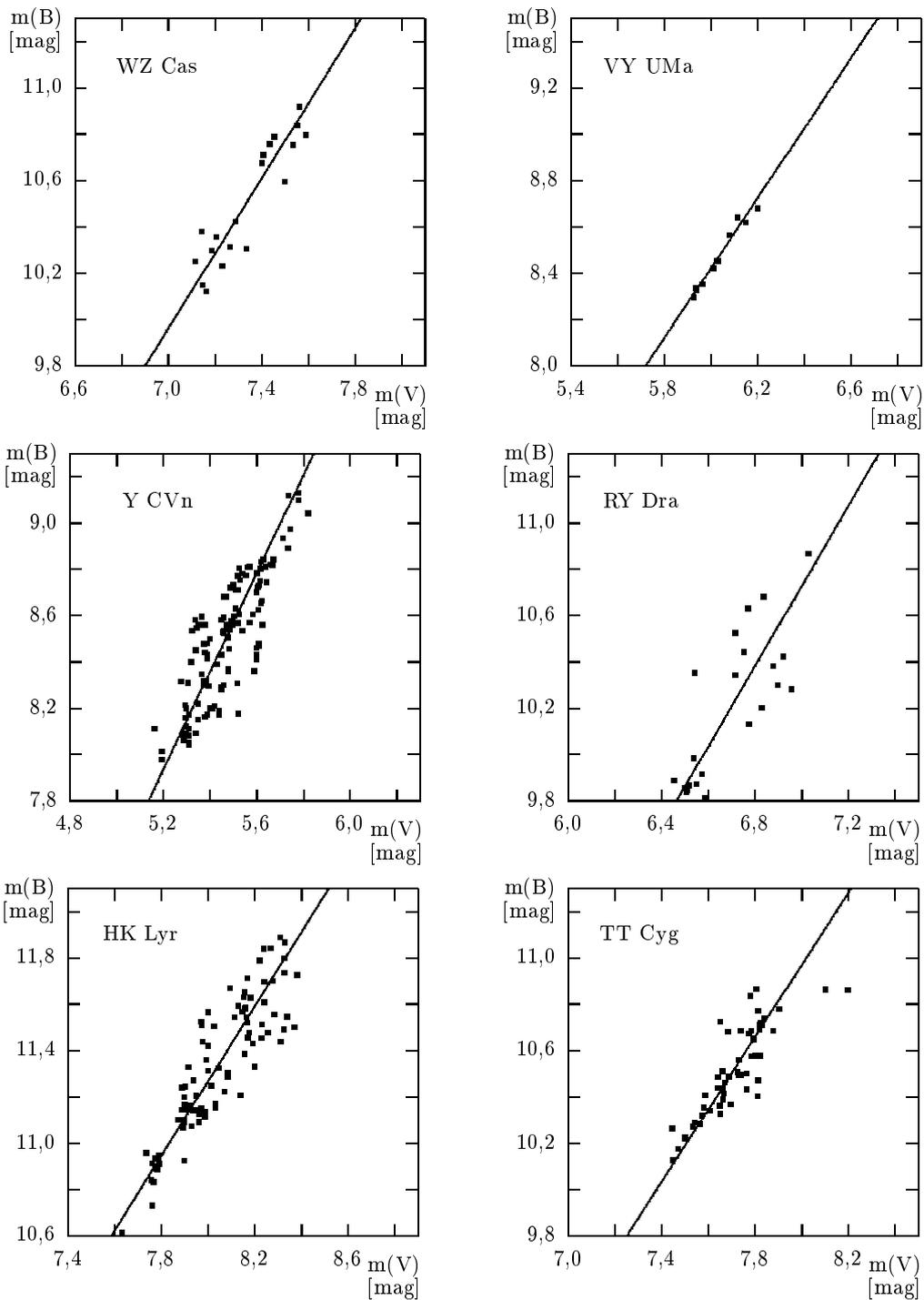
8.2 Korelace změn jasnosti v barvách V a B

Už první rozbor fotometrie šesti hvězd, které se podařilo sledovat na pozorovatelně Masarykovy univerzity současně v pásmech V a B , ukazuje, že mezi hvězdnými velikostmi ve zmíněných barvách existuje relativně dobrá korelace. Korelace však není absolutní, rozptyl kolem lineární korelace je podstatně větší, než by odpovídalo nejistotě v určení hvězdné velikosti v obou barvách.

Vzhledem k tomu, že měření hvězdných velikostí $m(V)$ a $m(B)$ mají své vlastní odchylky od lineární závislosti, využila se při analýze metoda ortogonální regrese, u které se předpokládaly v obou barvách stejné relativní odchylky od lineární závislosti. Výsledek shrnuje sekvence grafů na obrázku 21 a tabulka 11. Je patrné, že až na případ hvězdy $Y\text{ CVn}$ jsou směrnice a_0 v rámci chyb velmi podobné.

Tabulka 11 Směrnice proložené přímky v závislosti $m(B)$ na $m(V)$ u šestice vyšetřovaných hvězd, které byly hledány metodou ortogonální regrese, vč. odhadu velikosti chyby.

hvězda	a_0	hvězda	a_0
WZ Cas	$1,62 \pm 0,17$	RY Dra	$1,73 \pm 0,12$
VY UMa	$1,51 \pm 0,09$	HK Lyr	$1,61 \pm 0,09$
Y CVn	$2,12 \pm 0,10$	TT Cyg	$1,56 \pm 0,15$



Obrázek 21 Závislosti hvězdné velikosti ve fotometrickém systému B na fotometrickém systému V u šesti vyšetřovaných uhlíkových hvězd. Směrnice proložené přímkou byla hledána metodou ortogonální regrese. Velikost bodu odpovídá chybě měření (tj. 0,01 mag).

8.3 Prostý model světelných změn

V první fázi analýzy shromážděných fotometrických dat u sedmi uhlíkových hvězd jsme brali v úvahu originální pozorování ve fotometrickém oboru V pořízená na observatoři Masarykovy univerzity na Kraví hoře a mediány sekvencí měřených sondou Hipparcos ve fotometrickém pásmu H_p , které má k pásmu V nejbližší.

Cílem základního lineárního modelu bylo nalézt soubor parametrů, které by dostatečně věrně popsaly pozorované světelné křivky v barvě V a H_p a to i v úsecích, jež nejsou pokryty pozorováním. Výsledky posloužily jako počáteční parametry pro komplikovanější, nelineární model započítávající měření ve fotometrickém pásmu B . Prostý model vycházel z následujících předpokladů:

- Nejistota určení hvězdné velikosti v pásmu V a H_p je zhruba o jeden řád menší než jsou pozorované amplitudy změn. V takovém případě je možné brát všechna pozorování se stejnou vahou. Není však vyloučena přítomnost hrubých chyb, proto jsme při zpracování používali speciální robustní metodu lineární regrese, jež je schopna vliv hrubých chyb v souboru účinně eliminovat (Mikulášek 2002)
- Jasnost zkoumaných uhlíkových hvězd se mění v časové škále od několika měsíců do několika roků, přičemž se v rozmezí desítek dní jedná o hladké, monotónní změny. Krátkodobé změny jasnosti v rozmezí zlomků dní a několika málo dní pravděpodobně neexistují. Ve prospěch této domněnky hovoří monotónní změny jasnosti sledované sondou Hipparcos v intervalech s délkou menší než půl dne a také výsledky jiných studií (např. Buchler, Kolláth, Dadmus 2001).
- Pozorované změny jasnosti lze rozdělit na *dlouhodobé změny* s časovou škálou několika roků, jejichž průběh lze aproximovat polynomem až do 5. stupně, a na *střednědobé změny*, které lze nejsnáze aproximovat superpozicí několika sinusovek s periodami od 50 do 500 dní. Oprávněnou otázkou, zda jde o reálné periodické změny – pulzace – a nebo pouze o matematický popis v zásadě aperiodických (chaotických) fyzikálních dějů, model neřeší. Na druhou stranu však ale zapadá do současných představ o tom, jakým způsobem mění jasnost uhlíkové hvězdy z asymptotické větve obrů.
- Dále se předpokládá, že pozorované změny jsou superpozicí střednědobých a dlouhodobých změn jasnosti.
- I když nejsou úseky společného pozorování ve fotometrickém pásmu V a H_p příliš dlouhé, lze konstatovat, že pozorované změny jsou v prvním přiblížení paralelní. V rámci prostého modelu lze předpokládat, že platí

$$H_p \simeq V_{tr} + \overline{(H_p - V)} \quad (8.1)$$

- Grafy závislosti změn ve fotometrickém filtru B a V v prvním přiblížení ukazují, že mezi oběma sadami měření existuje lineární korelace, přičemž ve všech případech platí, že amplituda změn v barvě B je větší než ve V . Pro účely vyhledávání základních parametrů (především period) modelu světelných změn, lze předpokládat $\frac{\partial B}{\partial V} \approx A$, kde A je asi 1,8.
- Za těchto okolností lze světelné změny v barvách V , B a H_p pro konkrétní hvězdu předpokládat ve tvaru

$$V(t) \simeq \bar{V} + F(t), \quad (8.2)$$

$$B(t) \simeq \bar{V} + \overline{(B-V)} + AF(t), \quad (8.3)$$

$$H_p(t) \simeq \bar{V} + \overline{(H_p - V)} + F(t), \quad (8.4)$$

přičemž funkci světelné křivky $F(t)$ v pásmu V předpokládáme ve tvaru

$$F(t) = \sum_{i=1}^k a_i \tau^i + \sum_{j=1}^l \left[b_j \cos\left(\frac{2\pi t}{P_j}\right) + c_j \sin\left(\frac{2\pi t}{P_j}\right) \right]. \quad (8.5)$$

První část funkce $F(t)$ vyjadřuje dlouhodobé změny popsané polynomem k -tého stupně, další část odpovídá střednědobým změnám, k jejichž popisu posloužily harmonické funkce s periodami P_j . Střední veličiny \bar{V} , $\overline{(B-V)}$ a $\overline{(H_p - V)}$ se vztahují k času T_m , který je aritmetickým průměrem okamžiků všech použitých měření (v juliánském tvaru). K těmto časům se vztahuje i počátek polynomu vyjadřovaných z výpočetních důvodů veličinou

$$\tau = (t - T_m)/t_s, \quad (8.6)$$

kde t_s udává standardní odchylku okamžiků měření. (Pokud by bylo rozložení okamžiků pozorování rovnoměrné během celého intervalu o délce l , pak by platilo $l = t_s \sqrt{8}$.)

8.3.1 Vytipování period světelných změn

Vhodné periody P_1 až P_l pro popis střednědobých světelných změn jsme nepočítali explicitně, nýbrž jsme je nejdříve vybírali na základě vizuálního hodnocení vzhledu periodogramu z mnoha period, které se tu v intervalu od 50 do 500 dní nabízely. Spodní hranice intervalu je dána kadencí, se kterou vznikala jednotlivá fotometerická měření, horní hranice zohledňuje celkovou dobu pozorování jednotlivých hvězd.

Interval, z něhož byly jednotlivé periody vybírány, má i své fyzikální opodstatnění – multiperiodičnost světelných změn chladných uhlíkových hvězd lze totiž

přirozeně interpretovat jako důsledek pulzací hvězdy v několika módech. Spektrum těchto pulzací je v zásadě určeno vnitřní stavbou hvězdy a mechanismem, který je budí. Platí, že délky period jsou v prvním přiblížení určeny frekvencí vlastních oscilací a ty jsou dány především geometrickými rozměry hvězdy. Stálice asymptotické větve obrů, resp. jejich uhlíková podskupina, tak spadají do skupiny hvězd, které pulzují s periodami od 100 do 500 dní (Hoffmeister et al. 1984).

Již na první pohled je zřejmé, že střednědobé změny jasnosti v časové škále desítek dní nelze popsat jedinou periodou, nýbrž několika navzájem se překládajícími periodami (čtyřmi a více). Hodnoty těchto period P_1 až P_l jsme hledali pomocí speciálního interaktivního algoritmu (viz dodatek C) v několika krocích.

V prvním kroku se vyjádřily pozorované světelné změny ve všech sledovaných fotometrických pásmech superpozicí polynomu, který popsal dlouhodobé změny jasnosti a součtu sinusovek a kosinusovek o periodě v intervalu od 50 do 500 dní. Kvalitu proložení jsme přitom posoudili pomocí kvadrátu odchylek $R(P)$, který je funkcí periody P_l . Pro jednoduchost jsme přitom předpokládali, že parametr A (8.3) je pro všechny hvězdy stejný.

Optimální hodnota periody byla hledána ručním rozбором periodogramu – závislosti $R(P)$. Volba však nebyla jednoznačná, zpravidla se nabízelo hned několik srovnatelně významných period, v nichž měla křivka $R(P)$ lokální minimum, navíc řada period mohla být falešných. Abychom našli reálné periodické změny, které co nejlépe popisují pozorované střednědobé změny v celém zkoumaném období, seřadili jsme měření jasnosti podle okamžiků pozorování a následně je rozdělili do dvou vhodně velkých skupin, které na sebe časově navazovaly. Vybírány pak byly jenom takové periody, které současně splňovaly následující podmínky:

- byly indikovány nejen v celkovém periodogramu $R(P)$, ale i v dílčích periodogramech $R_1(P_l)$ a $R_2(P_l)$,
- proložené sinusové závislosti z obou částí na sebe musely navazovat,
- body na fázové křivce musely být rozloženy rovnoměrně.

Jakmile jsme nějakou periodu vybrali, stala se pevným parametrem pro následující kolo výběru další pravděpodobně reálné periody.

V následném kroku se opět předpokládalo, že dlouhodobé změny můžeme vyjádřit polynomem k -tého stupně a harmonickými střednědobými změnami vztahujícími se k již vybraným periodám. Pozorování jsme o tyto změny opravili a nová perioda pak byla opět hledána z periodogramu $R(P)$ a dílčích periodogramů $R_1(P_l)$ a $R_2(P_l)$.

Pro postupně sestavovaný soubor period $P_1, P_2 \dots P_l$ byl v l -tém kroku metodou robustní lineární regrese (Mikulášek 2002), která efektivně eliminuje vliv

hrubých chyb, proložen příslušný model světelné křivky a byly vypočteny i nejistoty parametrů, zejména pak amplitudy jednotlivých harmonických složek odpovídajícím jednotlivým periodám. Do dalšího kola pak byly propuštěny jenom ty periody, jejichž amplitudy byly větší než čtyřnásobek jejich nejistoty. Tento krok byl dalším, pomocným kritériem při výběru periody.

Jiným takovým kritériem byl také vzhled fázové závislosti světelných změn opravených o dlouhodobé změny jasnosti a harmonické změny vztahující se k ostatním předpokládaným periodám. Tak bylo možné snadno vyloučit falešné periody, které indikovalo nerovnoměrné rozložení pozorování během kalendářního roku nebo celého pozorovacího období. Nutno však podotknout, že takových chyb mnoho nebylo – vyloučilo je použití pozorovacího materiálu shromážděného sondou Hipparcos, kde se rozložení pozorování neřídilo ani sezónou v kalendářním roce, ani hvězdným časem nebo fází Měsíce.

Prostý model světelných změn, vypracovaný pro hledání periodických členů změn jasnosti uhlíkových hvězd, tak přinesl soubor vytipovaných period včetně jejich amplitud s odhadem nejistoty. Hvězdy s velkými amplitudami a s bohatým pozorovacím materiálem byly popsány až osmi více či méně realistickými periodami, zatímco u případů s chudším pozorovacím materiálem jsme popis omezili na čtyři, pět period.

Model v zásadě přináší i další informace, jako jsou střední hodnoty hvězdných velikostí v jednotlivých fotometrických pásmech, charakteristickou periodu, charakteristickou amplitudu střednědobých změn atd., nicméně následující model, který vychází z již vytipovaného souboru period, dává realističtější údaje.

8.4 Vyšší model světelných změn

Při konstruování vyššího modelu světelných změn vyšetřovaných uhlíkových hvězd jsme respektovali získaný pozorovací materiál a charakter světelných změn. Na rozdíl od prostého modelu popsaného v kapitole 8.3 jsme tentokrát předpokládali, že směrnice závislosti mezi změnami v barvě B a $V - \frac{\partial B}{\partial V}$ je obecně u každé hvězdy jiná. Výsledek jsme pak omezili jenom na ty periody, které byly indikovány v celém materiálu s amplitudou nejméně čtyřikrát větší než nejistota jejího určení.

U hvězdy Y CVn bylo přitom shromážděno tolik pozorování, že jsme si mohli dovolit určit $\frac{\partial B}{\partial V}$ zvlášť pro dlouhodobé a zvlášť pro střednědobé změny.

Chtěl bych poznamenat, že by se mohla nezaujatému posuzovateli zdát výsledná formulace modelu světelných změn vcelku triviální. Za jejím konečným tvarem jsou však desítky hodin modelování, kdy se zkoušely a zavrhovaly desítky variant různě složitých modelů. Ten model, který předkládáme, se jeví jako opti-

mální – pozorované závislosti popisuje dostatečně věrně a činí tak s minimálním počtem volných parametrů.

8.4.1 Jednodušší model

Cílem bylo gradientní metodou nelineární regrese v robustní variantě (Mikulášek 2002) vypočítat modelovou světelnou křivku ve fotometrických pásmech V , H_p a B :

$$V(t) \simeq \bar{V} + F(t), \quad (8.7)$$

$$B(t) \simeq \bar{V} + \overline{(B-V)} + \frac{\partial B}{\partial V} F(t), \quad (8.8)$$

$$H_p(t) \simeq \bar{V} + \overline{(H_p - V)} + F(t), \quad (8.9)$$

kde \bar{V} , $\overline{(B-V)}$, $\overline{(H_p - V)}$ a $\frac{\partial B}{\partial V}$ jsou volnými parametry. Světelná křivka daná funkcí $F(t)$ je pak určena vztahem

$$F(t) = \sum_{i=1}^k a_i \tau^i + \sum_{j=1}^l \left[b_j \cos \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) + c_j \sin \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) \right], \quad (8.10)$$

s $k + 2l$ volnými parametry (veličina τ vychází ze vztahu 8.6). Model jsme aplikovali na všechny vyšetřované uhlíkové hvězdy, vyjma Y CVn a T Lyr. U WZ Cas byla vzata v úvahu pouze paralelní měření v barvě V a B .

8.4.2 Model T Lyrae

Hvězda T Lyrae má natolik vysoký barevný index, že sledování ve fotometrickém filtru B nebylo na pozorovatelně Masarykovy univerzity možné. K dispozici jsme tudíž měli pouze pozorování v barvě H_p a V . Model světelných změn se tak zredukoval

$$V(t) \simeq \bar{V} + F(t), \quad (8.11)$$

$$H_p(t) \simeq \bar{V} + \overline{(H_p - V)} + F(t), \quad (8.12)$$

kde \bar{V} a $\overline{(H_p - V)}$ jsou volnými parametry. Světelná křivka daná funkcí $F(t)$ je pak určena vztahem

$$F(t) = \sum_{i=1}^k a_i \tau^i + \sum_{j=1}^l \left[b_j \cos \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) + c_j \sin \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) \right], \quad (8.13)$$

s $k + 2l$ volnými parametry (veličina τ vychází ze vztahu 8.6).

8.4.3 Složitější model

Cílem bylo gradientní metodou nelineární regrese v její robustní variantě (Mikulášek 2002), která eliminuje případné hrubé chyby, vypočítat modelovou světelnou křivku ve fotometrických pásmech V , H_p a B :

$$V(t) \simeq \bar{V} + F(t), \quad (8.14)$$

$$B(t) \simeq \bar{V} + \overline{(B-V)} + \left(\frac{\partial B}{\partial V} \right)_s F_s(\tau) + \left(\frac{\partial B}{\partial V} \right)_m F_m(t), \quad (8.15)$$

$$H_p(t) \simeq \bar{V} + \overline{(H_p - V)} + F(t), \quad (8.16)$$

kde \bar{V} , $\overline{(B-V)}$, $\overline{(H_p - V)}$, $\left(\frac{\partial B}{\partial V} \right)_s$ a $\left(\frac{\partial B}{\partial V} \right)_m$ jsou volnými parametry. Světelná křivka daná funkcí $F(t)$ je pak určena součtem sekulární a střednědobé části

$$F_s(\tau) = \sum_{i=1}^k a_i \tau^i, \quad (8.17)$$

$$F_m(t) = \sum_{j=1}^l \left[b_j \cos \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) + c_j \sin \left(\frac{2\pi t}{P_j} \right) \right], \quad (8.18)$$

s $k + 2l$ volnými parametry (veličina τ vychází ze vztahu 8.6). Tento model byl aplikován pouze na Y Canum Venaticorum (umožnilo to dostatečně husté pokrytí světelné křivky).

8.4.4 Charakteristická perioda a amplituda

K obecné charakteristice střednědobých světelných změn bylo vhodné pomocí period a k nim příslušným amplitudám zavést jejich tzv. charakteristickou amplitudu A_{char} (v barvě V), charakteristickou periodu střednědobých světelných změn P_{char} a charakteristickou změnu jasnosti $\left(\frac{dm}{dt} \right)_{char}$

$$A_{char} = \sqrt{\sum_{j=1}^l b_j^2 + c_j^2}, \quad (8.19)$$

$$P_{char} = A_{char} \left(\sum_{j=1}^l \frac{b_j^2 + c_j^2}{P_j^2} \right)^{-1/2}, \quad (8.20)$$

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)_{char} = 2 \pi \frac{A_{char}}{P_{char}}. \quad (8.21)$$

8.5 Výsledky vyššího modelu světelných změn

8.5.1 Globální charakteristiky

Následující tabulka shrnuje globální charakteristiky vyššího modelu světelných změn. Uvedena je střední hvězdná velikost $\overline{m_v}$ ve fotometrickém systému V , barevné indexy $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$, charakteristická perioda P_{char} a k ní náležící amplituda A_{char} a nakonec i parametr $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$. V případě hvězdy T Lyrae nebylo možné poslední uvedený parametr stanovit, naopak u hvězdy Y Cannum Venaticorum se podařilo vyšetřit střednědobé i dlouhodobé změny.

Tabulka 12 Globální charakteristiky vyšších modelů světelných změn sedmi vyšetřovaných uhlíkových hvězd.

	$\overline{m_v}$ [mag]	$\overline{(H_p - V)}$ [mag]	$\overline{(B - V)}$ [mag]	P_{char} [d]	A_{char} [mag]	$\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$	pozn.
WZ Cas	7,299 $\pm 0,024$	-0,294 $\pm 0,029$	3,145 $\pm 0,032$	157	0,379	2,04 $\pm 0,26$	1
VY UMa	6,056 $\pm 0,010$	-0,066 $\pm 0,012$	2,452 $\pm 0,014$	134	0,187	1,61 $\pm 0,18$	–
Y CVn	5,465 $\pm 0,007$	-0,215 $\pm 0,013$	3,019 $\pm 0,011$	192	0,328		2
RY Dra	6,493 $\pm 0,050$	-0,352 $\pm 0,041$	3,222 $\pm 0,080$	351	0,950	2,19 $\pm 0,21$	–
HK Lyr	8,056 $\pm 0,011$	-0,178 $\pm 0,019$	3,302 $\pm 0,014$	218	0,382	1,88 $\pm 0,12$	–
T Lyr	8,399 $\pm 0,008$	-0,883 $\pm 0,013$	–	314	0,600	–	3
TT Cyg	7,724 $\pm 0,010$	-0,188 $\pm 0,016$	2,794 $\pm 0,015$	126	0,253	1,43 $\pm 0,14$	–

Poznámky k tabulce:

1. U WZ Cas byly vzaty v úvahu pouze měření prováděná současně v barvě V a B .
2. U hvězdy Y CVn bylo shromážděno tolik pozorování, že jsme si mohli dovolit vyšetřovat $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$ zvlášť pro dlouhodobé a zvlášť pro střednědobé změny. Hodnoty těchto parametrů byly odhadnuty na $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)_s = (2,48 \pm 0,09)$ a $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)_m = (1,71 \pm 0,08)$.
3. Hvězda T Lyrae má natolik vysoký barevný index, že její sledování ve filtru B nebylo na pozorovatelně Masarykovy univerzity možné. K dispozici jsme tudíž měli pouze pozorování v barvě H_p a V .

8.5.2 Podrobné výsledky vyššího modelu světelných změn

Na následujících třinácti stránkách jsou ve formě tabulek a grafů prezentovány podrobné výsledky vyšších modelů světelných změn vyšetřovaných uhlíkových hvězd. Kromě již zmiňovaných parametrů obsahují tabulky také řadu dalších informací:

- $JD(T_m)$ je aritmetický průměr okamžiků všech použitých fotometrických měření, parametr t_s je standardní odchylka souboru okamžiků pozorování, na kterou je normováno prokládání sekulárních polynomů (viz vztah 8.6).
- Parametr s udává v magnitudách standardní odchylku proložení světelné křivky modelovou světelnou křivkou pro jedno měření.
- Uveden je i stupeň polynomu, kterým se popsaly dlouhodobé (sekulární) změny jasnosti ve fotometrickém filtru V .
- U každé vyšetřované hvězdy je uvedena tabulka shrnující všechny nalezené periody $P_1 \dots P_l$ s odhadem chyby, k ní náležící amplitudě a_j a také počátek sinusové závislosti $JD(M_0)$ v juliánském datu volený tak, aby byl co nejbližší k počátkům ostatních harmonických změn i k okamžiku $JD(T_m)$.
- Druhá tabulka obsahuje střední hvězdnou velikost $\overline{m_v}$ ve fotometrickém systému V , barevné indexy $(H_p - V)$ a $(B - V)$, odhad koeficientů a_j polynomu včetně chyb, který charakterizuje dlouhodobé změny

$$\sum_{i=1}^k a_i \tau^i,$$

a odhad koeficientů b_j a c_j harmonické funkce

$$\sum_{j=1}^l \left[b_j \cos\left(\frac{2\pi t}{P_j}\right) + c_j \sin\left(\frac{2\pi t}{P_j}\right) \right],$$

opět včetně odhadu chyb. Uveden je i parametr $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$. (V případě Y CVn zvlášť pro střednědobé a dlouhodobé změny, v případě T Lyr chybí.)

- Za tabulkou následuje krátká diskuze nad vyhledanými periodami světelných změn, především pak jejich srovnání s dosud uváděnými hodnotami v literatuře.
- Pro každou z hvězd je vykreslena modelovaná světelná křivka ve všech třech studovaných barvách V , B a H_p , včetně porovnání s reálnými daty (velikost kotoučků v jejich případě odpovídá velikosti chyby).
- Ve dvou případech, u hvězd WZ Cas a HK Lyr, jsou pro ilustraci uvedeny i fázové diagramy pro jednotlivé periody, kdy se od pozorované hvězdné velikosti odečetly dlouhodobé i střednědobé změny s výjimkou té, kterou popisuje vybraná perioda P_n a měření se pak poskládala podle fáze. Na svislé ose je uvedena hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V , střední hodnota je vždy rovna 0.

WZ Cassiopeiae

$JD(T_m) = 2\,448\,170$, $t_s = 527$ d

$P_{char} = 157$ d, $A_{char} = 0,379$ mag, $s = 0,080$ mag

sekulární změny: polynom 1. stupně

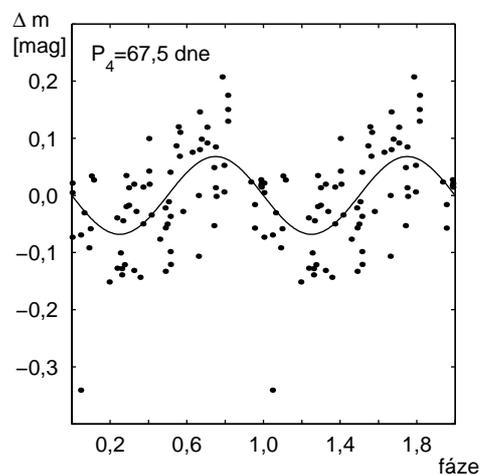
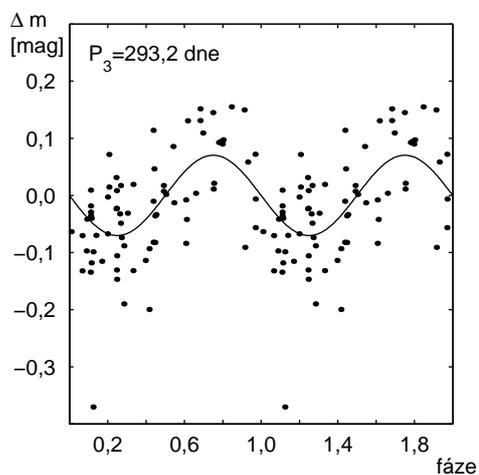
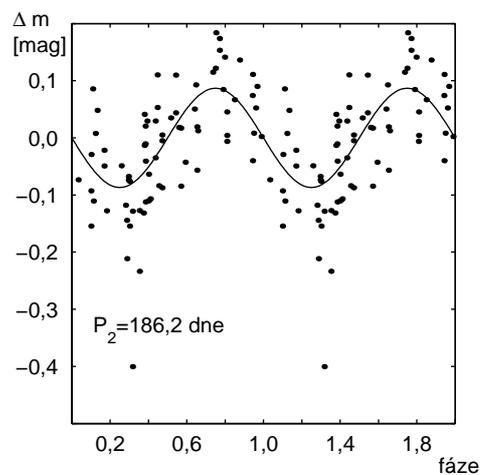
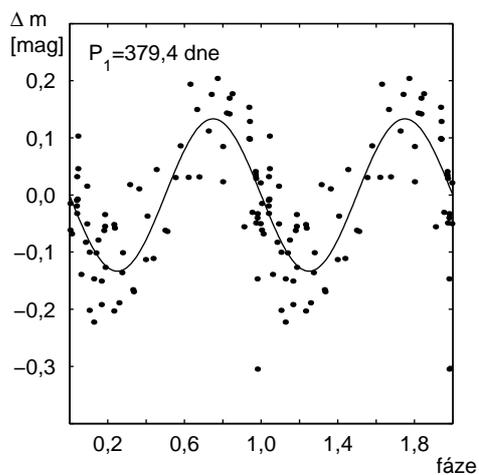
P [d]	a [mag]	$JD(M_0)$
$379,4 \pm 5,1$	$0,134 \pm 0,016$	$2\,448\,158,7 \pm 7,1$
$186,2 \pm 1,8$	$0,089 \pm 0,016$	$2\,448\,077,3 \pm 5,2$
$293,2 \pm 6,6$	$0,072 \pm 0,018$	$2\,448\,235 \pm 12$
$67,5 \pm 0,3$	$0,069 \pm 0,013$	$2\,448\,198,4 \pm 2,1$

System parametrů popisujících světelnou křivku WZ Cas

$\overline{m_V}$	$(7,299 \pm 0,024)$ mag	b_1	$(0,024 \pm 0,018)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,294 \pm 0,029)$ mag	c_1	$(-0,132 \pm 0,016)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(3,145 \pm 0,032)$ mag	b_2	$(0,002 \pm 0,013)$ mag
		c_2	$(0,089 \pm 0,016)$ mag
a_1	$(-0,059 \pm 0,009)$ mag	b_3	$(-0,071 \pm 0,014)$ mag
		c_3	$(-0,013 \pm 0,013)$ mag
		b_4	$(-0,031 \pm 0,011)$ mag
$(\partial B / \partial V)$	$(2,04 \pm 0,26)$	c_4	$(0,062 \pm 0,012)$ mag

Diskuze:

V souboru analyzovaných fotometrických měření WZ Cas se podařilo nalézt obě v literatuře citované periody světelných změn. Katalog GCVS (Cholopov et al. 2000) uvádí periodu 186 d, která je shodná s naším výsledkem ($186,2 \pm 1,8$) d. K podobné hodnotě (187 d) dospěla i analýza vizuálních pozorování (Kiss et al. 1999), při které byla nalezena i druhá perioda 373 d. Ta se blíží ke druhému našemu výsledku ($379,4 \pm 5,1$) d.



Obrázek 22 Fázová závislost WZ Cas, kdy se od pozorované hvězdné velikosti odečty dlouhodobé i střednědobé změny s výjimkou té, kterou popisuje vybraná perioda P_n . Na svislé ose je uvedena hvězdná velikost ve fotometrickém oboru V, střední hodnota je vždy rovna 0.

VY Ursae Maioris

$JD(T_m) = 2448463$, $t_s = 504$ d

$P_{char} = 134$ d, $A_{char} = 0,187$ mag, $s = 0,031$ mag

sekulární změny: polynom 1. stupně

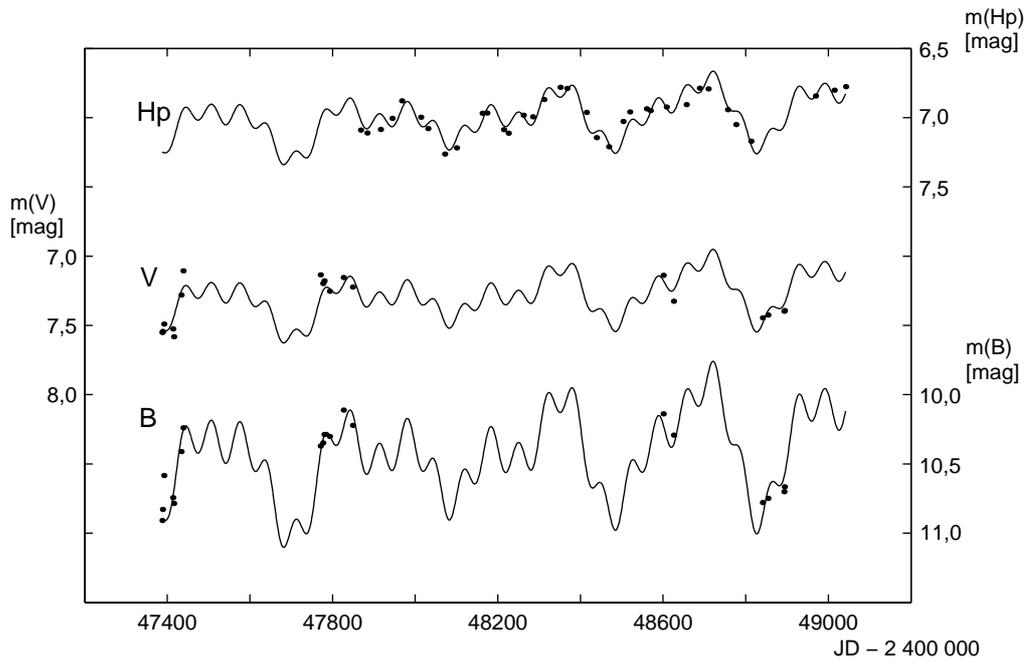
P [d]	a [mag]	$JD(M_0)$
$119,7 \pm 0,4$	$0,066 \pm 0,006$	$2\ 448\ 462,6 \pm 1,9$
$189,1 \pm 1,6$	$0,045 \pm 0,007$	$2\ 448\ 393,5 \pm 4,4$
$285,2 \pm 5,4$	$0,035 \pm 0,007$	$2\ 448\ 339,3 \pm 9,5$
$104,6 \pm 0,6$	$0,034 \pm 0,007$	$2\ 448\ 444,6 \pm 3,1$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku VY UMa

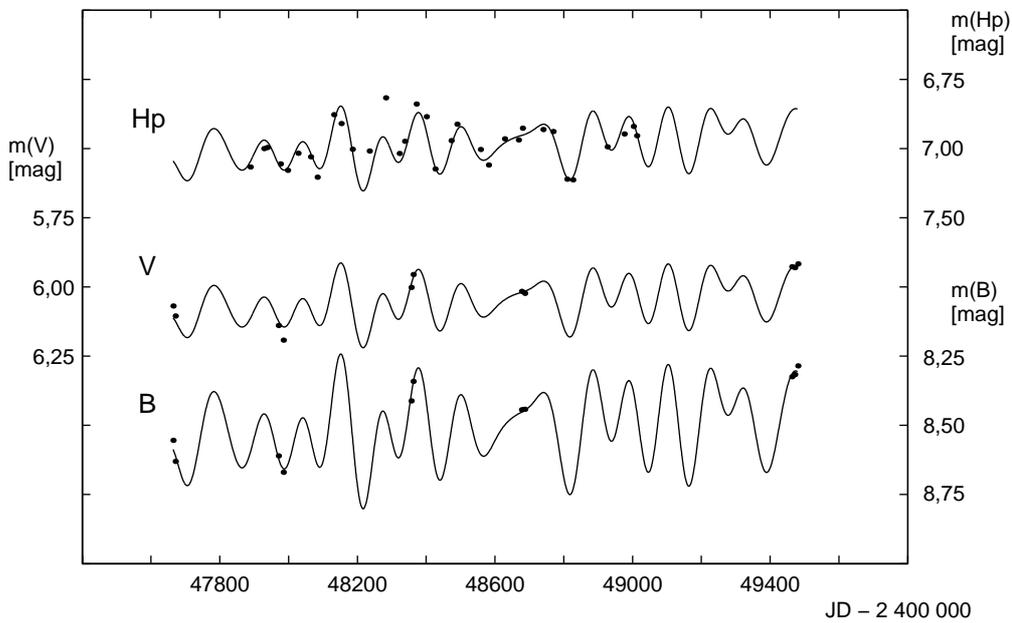
$\overline{m_V}$	$(6,056 \pm 0,010)$ mag	b_1	$(0,001 \pm 0,007)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,066 \pm 0,012)$ mag	c_1	$(-0,066 \pm 0,006)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(2,452 \pm 0,014)$ mag	b_2	$(0,033 \pm 0,007)$ mag
		c_2	$(0,030 \pm 0,006)$ mag
a_1	$(-0,024 \pm 0,005)$ mag	b_3	$(0,014 \pm 0,008)$ mag
		c_3	$(0,031 \pm 0,007)$ mag
		b_4	$(0,031 \pm 0,008)$ mag
$(\partial B / \partial V)$	$(1,61 \pm 0,18)$	c_4	$(-0,016 \pm 0,006)$ mag

Diskuze:

Soubor nalezených period se v případě VY UMa částečně překrývá s dosud publikovanými hodnotami. Potěšitelné je především to, že se shoduje s periodami 124,7 d a 188 d identifikovanými prostřednictvím rozsáhlé a homogenní fotometrické řady v intervalu 5000 d, sestavené robotickým dalekohledem Jihoafrické astronomické observatoře (Percy et al. 2001). Perioda $(119,7 \pm 0,4)$ d je blízká i periodě 120 dní vycházející z vizuálních odhadů amatérských pozorovatelů (Ofek et al. 1995). Tento výsledek potvrzuje platnost sestaveného modelu i celého postupu hledání period.



Obrázek 23 Výsledný model světelných změn WZ Cas v analyzovaném období. K rozboru se využila pouze ta pozorování, kdy se jasnost hvězdy sledovala v barvách V i B.



Obrázek 24 Výsledný model světelných změn VY UMa v analyzovaném období. Měření v barvách V a B je málo, průběh světelné křivky je proto poněkud sporný.

Y Canum Venaticorum

$JD(T_m) = 2\,446\,683$, $t_s = 1699$ d

$P_{char} = 192$ d, $A_{char} = 0,328$ mag, $s = 0,051$ mag

sekulární změny: polynom 5. stupně

P [d]	a [mag]	$JD(M_0)$
$268,6 \pm 0,5$	$0,082 \pm 0,006$	$2\,446\,578,3 \pm 2,9$
$167,1 \pm 0,1$	$0,092 \pm 0,005$	$2\,446\,752,4 \pm 1,4$
$413,8 \pm 1,3$	$0,064 \pm 0,005$	$2\,446\,557,8 \pm 5,1$
$163,1 \pm 0,3$	$0,046 \pm 0,005$	$2\,446\,705,0 \pm 2,9$
$247,1 \pm 0,6$	$0,050 \pm 0,005$	$2\,446\,582,0 \pm 3,9$
$216,6 \pm 0,5$	$0,042 \pm 0,005$	$2\,446\,721,0 \pm 4,0$
$84,9 \pm 0,1$	$0,025 \pm 0,004$	$2\,446\,687,5 \pm 2,0$
$94,8 \pm 0,2$	$0,024 \pm 0,005$	$2\,446\,708,3 \pm 3,1$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku Y CVn

$\overline{m_V}$	$(5,465 \pm 0,007)$ mag	b_1	$(0,052 \pm 0,005)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,215 \pm 0,013)$ mag	c_1	$(0,063 \pm 0,006)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(3,019 \pm 0,011)$ mag	b_2	$(-0,046 \pm 0,004)$ mag
		c_2	$(0,079 \pm 0,005)$ mag
a_1	$(0,132 \pm 0,014)$ mag	b_3	$(0,061 \pm 0,007)$ mag
a_2	$(-0,158 \pm 0,018)$ mag	c_3	$(0,021 \pm 0,005)$ mag
a_3	$(-0,019 \pm 0,019)$ mag	b_4	$(-0,034 \pm 0,004)$ mag
a_4	$(0,152 \pm 0,010)$ mag	c_4	$(-0,029 \pm 0,006)$ mag
a_5	$(-0,035 \pm 0,007)$ mag	b_5	$(0,028 \pm 0,004)$ mag
		c_5	$(0,042 \pm 0,005)$ mag
		b_6	$(-0,037 \pm 0,004)$ mag
		c_6	$(-0,019 \pm 0,004)$ mag
		b_7	$(-0,009 \pm 0,003)$ mag
		c_7	$(-0,024 \pm 0,004)$ mag
$(\partial B / \partial V)_s$	$(2,48 \pm 0,09)$	b_8	$(-0,024 \pm 0,004)$ mag
$(\partial B / \partial V)_m$	$(1,71 \pm 0,08)$	c_8	$(0,003 \pm 0,004)$ mag

Diskuze:

Náš výsledek ($268,6 \pm 0,5$) d potvrdil u Y CVn v rámci chyby existenci periody 267,8 d (Dušek 1996). Dvě další nalezené periody ($167,1 \pm 0,1$) d a ($163,1 \pm 0,3$) d jsou blízké periodě uváděné v katalogu GCVS (Cholopov et al. 2000), který prezentuje stále hojně citovanou hodnotu 157 d. Ta se však v našem výčtu period nevyskytuje.

RY Draconis

$JD(T_m) = 2\,447\,686$, $t_s = 1144$ d

$P_{char} = 351$ d, $A_{char} = 0,95$ mag, $s = 0,141$ mag

sekulární změny: polynom 2. stupně

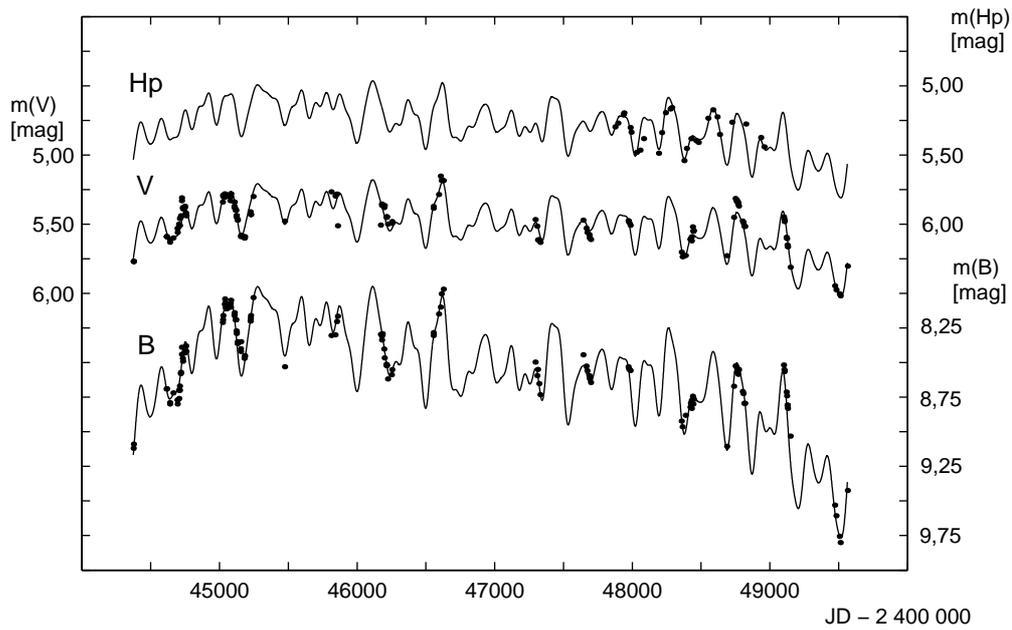
P [d]	a [mag]	$JD(M_0)$
$394,6 \pm 2,3$	$0,285 \pm 0,031$	$2\,447\,659,4 \pm 6,8$
$344,3 \pm 2,5$	$0,219 \pm 0,033$	$2\,447\,830,9 \pm 8,5$
$274,4 \pm 0,9$	$0,233 \pm 0,021$	$2\,447\,681,4 \pm 3,9$
$480,3 \pm 4,1$	$0,205 \pm 0,026$	$2\,447\,886,3 \pm 9,7$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku RY Dra

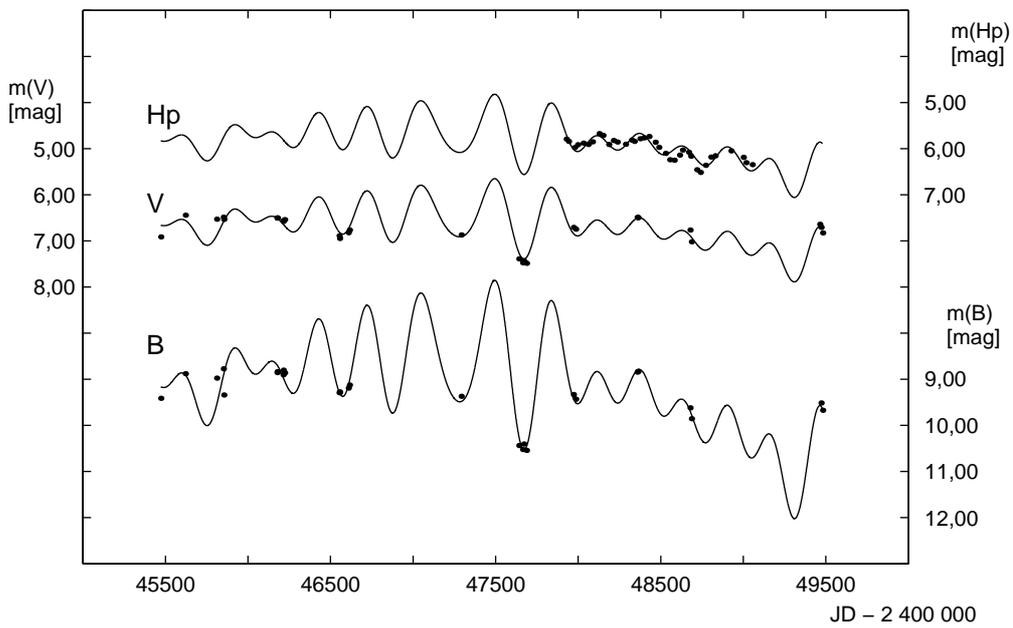
$\overline{m_V}$	$(6,493 \pm 0,050)$ mag	b_1	$(0,116 \pm 0,030)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,352 \pm 0,041)$ mag	c_1	$(-0,260 \pm 0,031)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(3,222 \pm 0,080)$ mag	b_2	$(-0,103 \pm 0,028)$ mag
		c_2	$(0,193 \pm 0,035)$ mag
a_1	$(0,307 \pm 0,031)$ mag	b_3	$(0,023 \pm 0,020)$ mag
a_2	$(0,248 \pm 0,029)$ mag	c_3	$(-0,232 \pm 0,021)$ mag
		b_4	$(-0,101 \pm 0,018)$ mag
$(\partial B / \partial V)$	$(2,19 \pm 0,21)$	c_4	$(0,178 \pm 0,024)$ mag

Diskuze:

U hvězdy RY Dra byly dosud publikovány tři periody. V katalogu GCVS (Cholopov et al. 2000) je uvedena velmi nejistá perioda 200 d, analýza vizuálních pozorování amatérských astronomů (Kiss et al. 1999) vedla k hodnotám 1150 d a 300 d. Periody nalezené v této práci nekorespondují ani s jednou z uvedených. Kritické zhodnocení modelu světelných změn však autora nutí ke konstatování, že i když se jedná o formálně správné řešení, z pohledu astronoma je model prezentovaný v této práci sporný a pravděpodobně nereálný. Hlavním problémem spíše než nedostatek měření v B , V , je v jejich rozložení v čase. Jsou to vždy skupiny několika měření pořízených v relativně krátkém časovém intervalu, navíc jsou tyto skupiny v čase rozloženy příliš ekvidistantně. Toto vzorkování pak vede ke vzniku zřejmě nerealistických rázů s příliš velkou amplitudou. Hvězdu RY Dra je tak nutno přeměřit znovu a to tak, aby tato měření pokrývala co nejdelší část roku.



Obrázek 25 Výsledný model světelných změn Y CVn v analyzovaném období.



Obrázek 26 Výsledný model světelných změn RY Dra v analyzovaném období. Formálně se jedná o správné řešení, z pohledu astronoma je ale tento model sporný a pravděpodobně nereálný.

HK Lyrae

$JD(T_m) = 2\,447\,898$, $t_s = 1037$ d

$P_{char} = 218$ d, $A_{char} = 0,382$ mag, $s = 0,087$ mag

sekulární změny: polynom 3. stupně

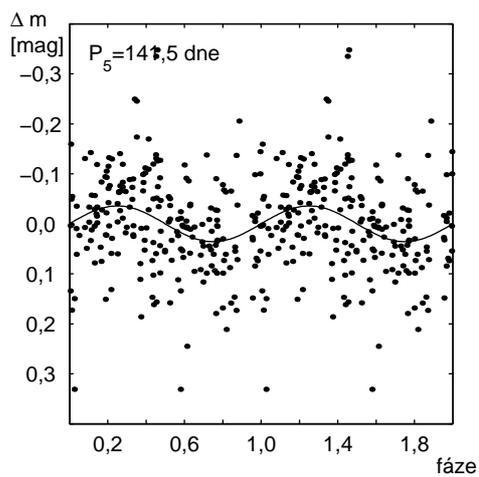
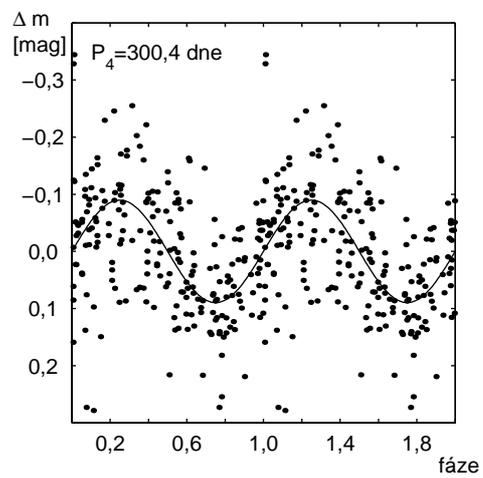
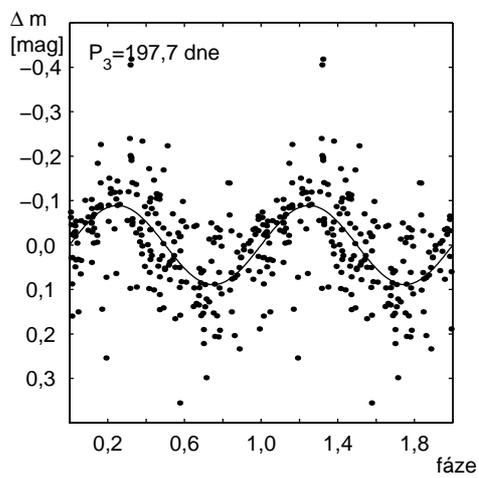
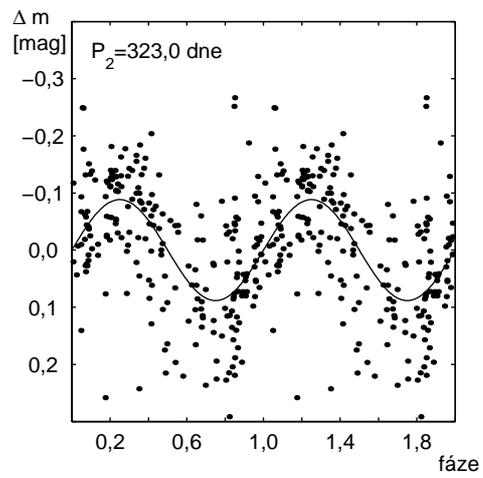
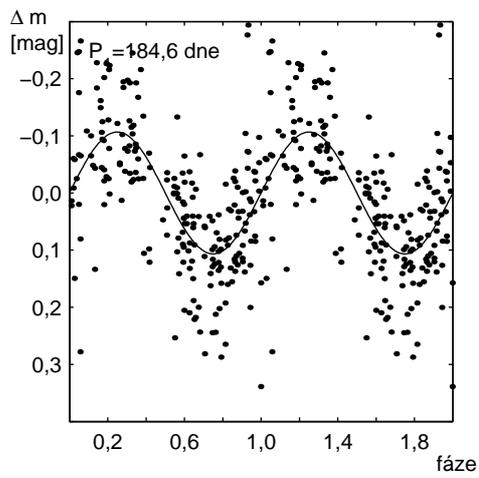
P [d]	a [mag]	$JD(M_0)$
$184,6 \pm 0,4$	$0,107 \pm 0,008$	$2\,447\,851,5 \pm 2,2$
$323,0 \pm 1,5$	$0,088 \pm 0,008$	$2\,448\,841,1 \pm 4,8$
$197,7 \pm 0,5$	$0,089 \pm 0,008$	$2\,447\,893,2 \pm 2,8$
$300,4 \pm 1,2$	$0,089 \pm 0,008$	$2\,447\,976,6 \pm 4,2$
$141,5 \pm 0,6$	$0,036 \pm 0,007$	$2\,447\,952,3 \pm 4,5$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku HK Lyr

$\overline{m_V}$	$(8,056 \pm 0,011)$ mag	b_1	$(0,107 \pm 0,008)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,178 \pm 0,019)$ mag	c_1	$(0,001 \pm 0,008)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(3,302 \pm 0,014)$ mag	b_2	$(0,079 \pm 0,008)$ mag
		c_2	$(-0,039 \pm 0,009)$ mag
a_1	$(0,021 \pm 0,013)$ mag	b_3	$(0,014 \pm 0,008)$ mag
a_2	$(-0,051 \pm 0,008)$ mag	c_3	$(-0,088 \pm 0,008)$ mag
a_3	$(-0,019 \pm 0,006)$ mag	b_4	$(-0,089 \pm 0,010)$ mag
		c_4	$(0,006 \pm 0,007)$ mag
		b_5	$(-0,024 \pm 0,006)$ mag
$(\partial B / \partial V)$	$(1,88 \pm 0,12)$	c_5	$(0,027 \pm 0,006)$ mag

Diskuze:

Zatímco katalog GCVS (Cholopov et al. 2000) klasifikuje HK Lyr jako zcela nepravidelnou proměnnou hvězdu, analýza fotometrických měření sondou Hipparcos (Perryman et al. 1997) vedla k periodě světelných změn 186 d. Je potěšitelné, že se prakticky shoduje s námi nalezenou periodou ($184,6 \pm 0,4$) d.



Obrázek 27 Fázová závislost HK Lyr, diagramy mají stejný význam jako u obrázku 22.

T Lyrae

$JD(T_m) = 2\,448\,007$, $t_s = 993$ d

$P_{char} = 314$ d, $A_{char} = 0,600$ mag, $s = 0,009$ mag

sekulární změny: polynom 2. stupně

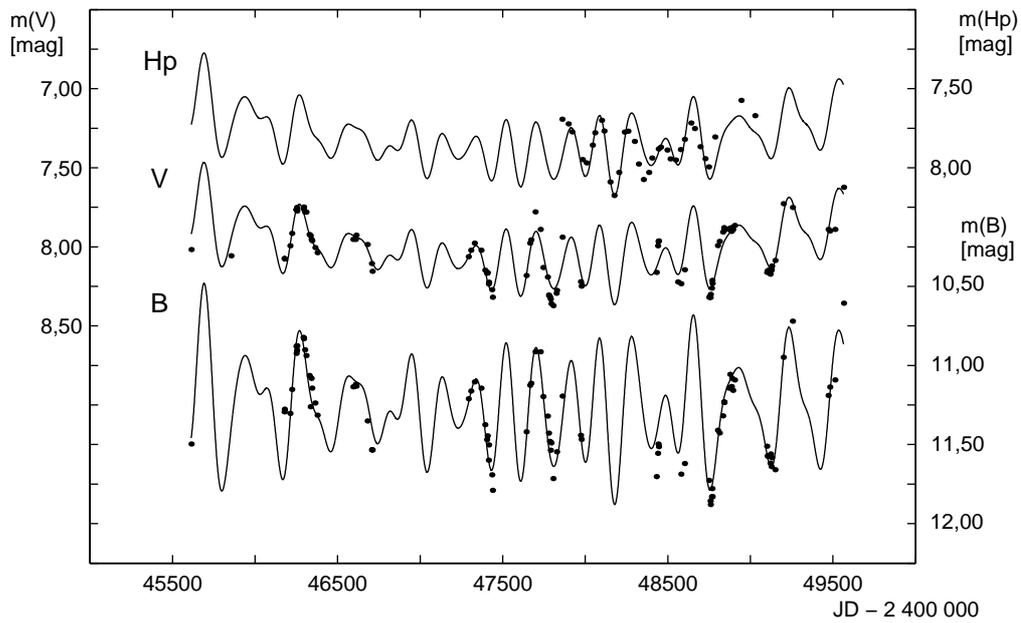
P [d]	a [mag]	JD(M_0)
$392,5 \pm 1,0$	$0,210 \pm 0,009$	$2\,447\,998,4 \pm 3,8$
$529,8 \pm 3,6$	$0,116 \pm 0,009$	$2\,448\,007,3 \pm 3,4$
$271,4 \pm 1,4$	$0,098 \pm 0,012$	$2\,448\,033,9 \pm 3,3$
$467,9 \pm 3,8$	$0,085 \pm 0,009$	$2\,447\,935,3 \pm 6,7$
$280,8 \pm 1,9$	$0,076 \pm 0,012$	$2\,447\,926,9 \pm 8,2$
$194,2 \pm 0,7$	$0,070 \pm 0,008$	$2\,448\,030,0 \pm 5,4$
$172,6 \pm 0,6$	$0,060 \pm 0,008$	$2\,448\,200,7 \pm 7,0$
$110,8 \pm 0,4$	$0,034 \pm 0,008$	$2\,448\,156,8 \pm 2,6$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku T Lyr

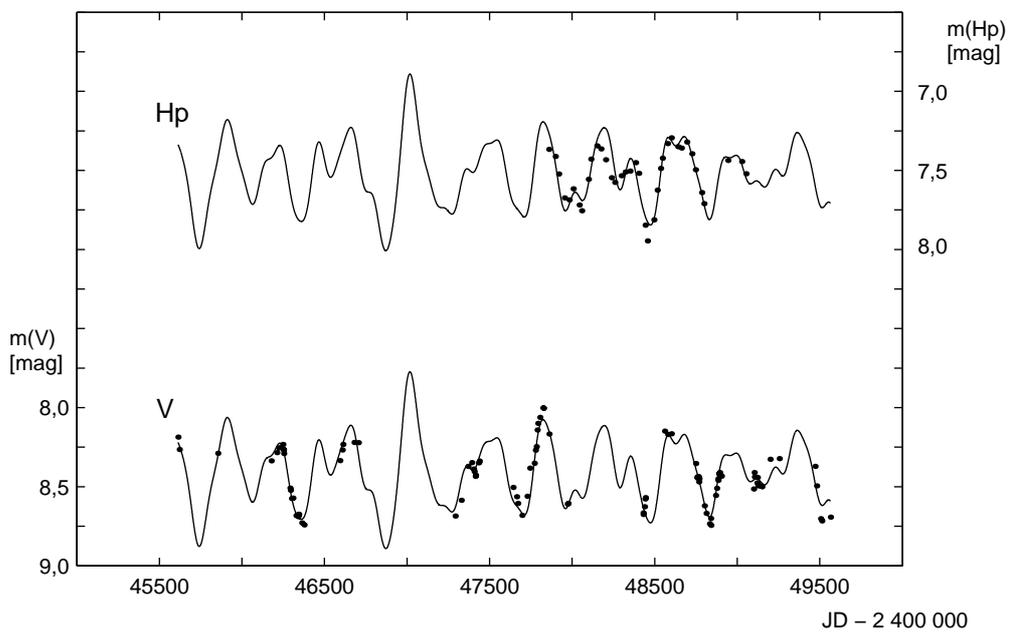
$\overline{m_V}$	$(8,399 \pm 0,008)$ mag	b_1	$(-0,139 \pm 0,001)$ mag
$(H_p - V)$	$(-0,883 \pm 0,013)$ mag	c_1	$(0,159 \pm 0,008)$ mag
		b_2	$(-0,086 \pm 0,008)$ mag
a_1	$(-0,003 \pm 0,006)$ mag	c_2	$(0,076 \pm 0,011)$ mag
a_2	$(-0,139 \pm 0,009)$ mag	b_3	$(-0,049 \pm 0,011)$ mag
		c_3	$(-0,084 \pm 0,013)$ mag
		b_4	$(0,074 \pm 0,009)$ mag
		c_4	$(-0,039 \pm 0,009)$ mag
		b_5	$(0,077 \pm 0,011)$ mag
		c_5	$(0,003 \pm 0,011)$ mag
		b_6	$(-0,053 \pm 0,007)$ mag
		c_6	$(-0,046 \pm 0,008)$ mag
		b_7	$(-0,001 \pm 0,008)$ mag
		c_7	$(-0,059 \pm 0,008)$ mag
		b_7	$(0,016 \pm 0,008)$ mag
		c_8	$(-0,029 \pm 0,007)$ mag

Diskuze:

Autorovi této práce se v dostupné literatuře nepodařilo nalézt žádný odhad periody světelných změn T Lyrae.



Obrázek 28 Výsledný model světelných změn HK Lyr v analyzovaném období.



Obrázek 29 Výsledný model světelných změn T Lyr v analyzovaném období. Hvězda byla sledována pouze ve fotometrickém filtru V a H_p .

TT Cygni

$JD(T_m) = 2\,448\,059$, $t_s = 1069$ d

$P_{char} = 126$ d, $A_{char} = 0,253$ mag, $s = 0,073$ mag

sekulární změny: polynom 0. stupně

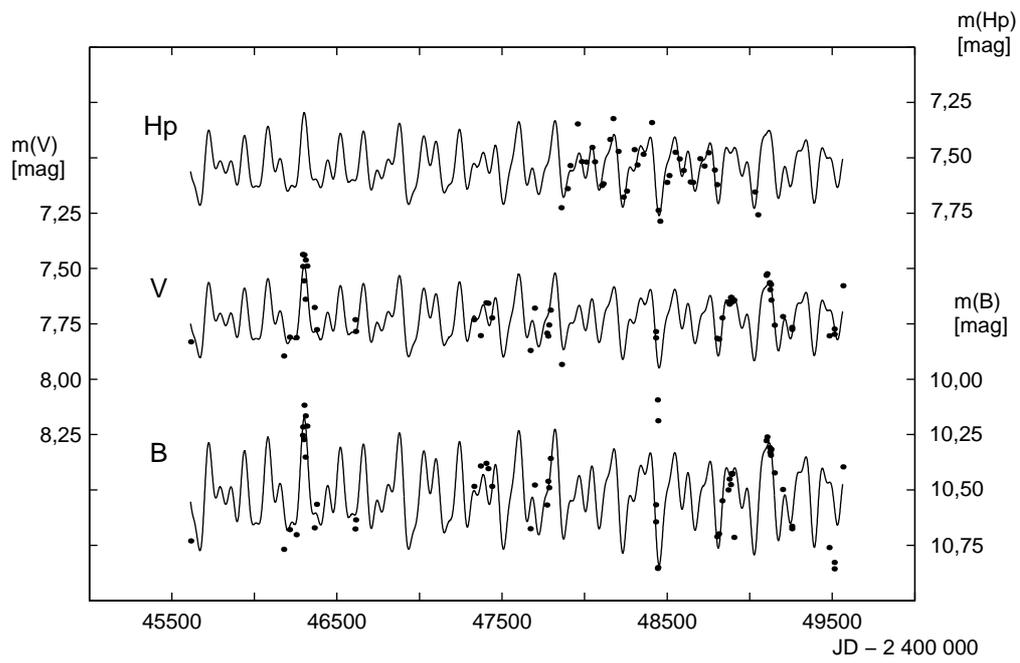
P [d]	a [mag]	JD(M_0)
$116,6 \pm 0,3$	$0,067 \pm 0,009$	$2\,448\,076,9 \pm 2,3$
$187,1 \pm 0,5$	$0,086 \pm 0,009$	$2\,448\,019,2 \pm 3,0$
$253,8 \pm 2,0$	$0,042 \pm 0,009$	$2\,447\,996,3 \pm 8,4$
$72,7 \pm 0,1$	$0,048 \pm 0,008$	$2\,448\,086,5 \pm 2,0$

Systém parametrů popisujících světelnou křivku TT Cyg

$\overline{m_V}$	$(7,724 \pm 0,010)$ mag	b_1	$(-0,055 \pm 0,009)$ mag
$\overline{(H_p - V)}$	$(-0,188 \pm 0,016)$ mag	c_1	$(-0,039 \pm 0,008)$ mag
$\overline{(B - V)}$	$(2,794 \pm 0,015)$ mag	b_2	$(0,084 \pm 0,009)$ mag
		c_2	$(-0,019 \pm 0,008)$ mag
		b_3	$(0,042 \pm 0,009)$ mag
		c_3	$(-0,001 \pm 0,008)$ mag
		b_4	$(-0,034 \pm 0,008)$ mag
$(\partial B / \partial V)$	$(1,43 \pm 0,14)$	c_4	$(0,034 \pm 0,008)$ mag

Diskuze:

V případě TT Cyg se lze v dostupné odborné literatuře setkat se třemi různými periodami světelných změn: Katalog GCVS (Cholopov et al. 2000) uvádí periodu 118 d, analýza vizuálních pozorování amatérských pozorovatelů (Kiss et al. 1999) dospěla k hodnotám (390 ± 10) d a (188 ± 5) d. V našem souboru period se k těmto hodnotám blíží periody $(116,6 \pm 0,3)$ d a $(187,1 \pm 0,5)$ d.



Obrázek 30 Výsledný model světelných změn TT Cyg v analyzovaném období.

9 Diskuze výsledků

Pohled na výsledky prezentované na předcházejících stránkách 72 až 84 jednoznačně ukazuje, že oproti zažitým zvyklostem se studované uhlíkové hvězdy chovají mnohem složitěji. K popisu jejich fotometrických změn rozhodně nevystačíme s "jednou periodou a amplitudou", tedy tak, jak běžně vídáme v odborné literatuře. Světelné křivky sedmi analyzovaných hvězd (a pravděpodobně i většiny ostatních uhlíkových hvězd) dnes klasifikované jako polopravidelné (typ Sb), resp. nepravidelné (typ Lb), lze interpretovat jako multiperiodické, kdy se na sledovaných změnách podepisuje několik navzájem se překrývajících periodických dějů (pomineme-li pozvolné, dlouhodobé změny jasnosti v našem případě aproximované polynomem n -tého stupně). Při popisu střednědobých periodických změn přitom vystačíme s předpokladem jejich jednoduchého sinusového průběhu bez vyšších harmonických frekvencí.

Tyto výsledky zapadají do současných modelů fotometrických změn uhlíkových hvězd a ukazují, že dosud udávané parametry světelných změn, tj. periody a amplitudy, mohou být v řadě případů zkreslené či zavádějící. Při porovnávání fotometrických vlastností uhlíkových hvězd se změnami ve vzhledu jejich spektra tudíž musíme být neustále velmi na pozoru.

Světelné křivky studovaných uhlíkových hvězd na časových škálách měsíců až let vykazují velmi podobné rysy, což posiluje představu, že jde o relativně homogenní skupinu hvězd. To lze očekávat i z teoretického hlediska – do fáze uhlíkové hvězdy dospívají AGB hvězdy v poměrně striktně definovaném vývojovém stadiu, navíc jen v poměrně úzkém intervalu počátečních hmotností od 1,5 do 4 M_{\odot} . Porovnáním vzhledu světelných křivek opravených o dlouhodobé změny lze také ověřit platnost základního předpokladu, že existuje víceméně lineární korelace mezi střednědobými změnami v barvě V , B i H_p . V detailech však tato korelace není dokonalá – výjimečně lze dokonce nalézt úseky, kdy světelné změny probíhají ve filtru B a V v opačném směru.

Ani při použití vysokého stupně prokládaného polynomu a osmi period není proložení pozorovaných závislostí dokonalé – odchylky proložení stále nemají statistiku náhodných odchylek, jsou větší než očekávaná chyba měření. To ale znamená, že předkládaný model pozorovanou skutečnost nepopisuje dokonale, pouze ji jistým způsobem aproximuje. Soulad nalezených period světelných změn i jejich amplitud a dosud publikovaných period je u každého konkrétního případu uhlíkové hvězdy diskutován na stránce s příslušnými výsledky (str. 72 až 84). Pro autora této práce je přitom velmi potěšitelné, že mezi prezentovaným modelem světelných změn a výsledky jiných autorů, jejichž práce jsou založeny na pozorováních z poslední doby, existuje dobrá shoda.

Přesto všechno ale zůstává nejspornějším předpokladem prezentovaného modelu představa, že střednědobé změny můžeme vyjádřit superpozicí přísně perio-

dických změn s periodami od několika desítek do několika stovek dní. Superpozicí dostatečného množství periodických změn lze totiž vysvětlit jakoukoli po částech monotónní křivku, tedy i všechny tzv. polopravidelné změny. I v takovém případě ale zůstane řada závěrů prezentovaných na předcházejících stránkách v platnosti – např. charakteristické periody, amplitudy či poměr změn v barvě B a V , tzv. parametr $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$. K ověření našich předpokladů a z nich vyplývajících závěrů jsou tudíž nezbytná další pozorování. Jakkoli jsou totiž fotoelektrická pozorování získaná v minulosti na pozorovatelně Masarykovy univerzity rozsáhlá a unikátní, k důkladné analýze jsou potřeba ještě hustěji pokryté světelné křivky v časových intervalech o řádu alespoň několika tisíc dní. Taková data však nejsou zatím k dispozici, časem by je ale mohly získat robotizované přehlídky oblohy.

Pokud je ale náš model správný, pak jedním z výsledků této práce je i konstatování, že pro uhlíkové hvězdy nejspíš neexistuje žádný oprávněný důvod pro zařazenou klasifikaci světelných křivek, tj. jejich dělení na pravidelné, polopravidelné a nepravidelné proměnné hvězdy. Mnohem případnější by bylo hovořit o dostatečně, resp. nedostatečně prostudovaných světelných křivkách.

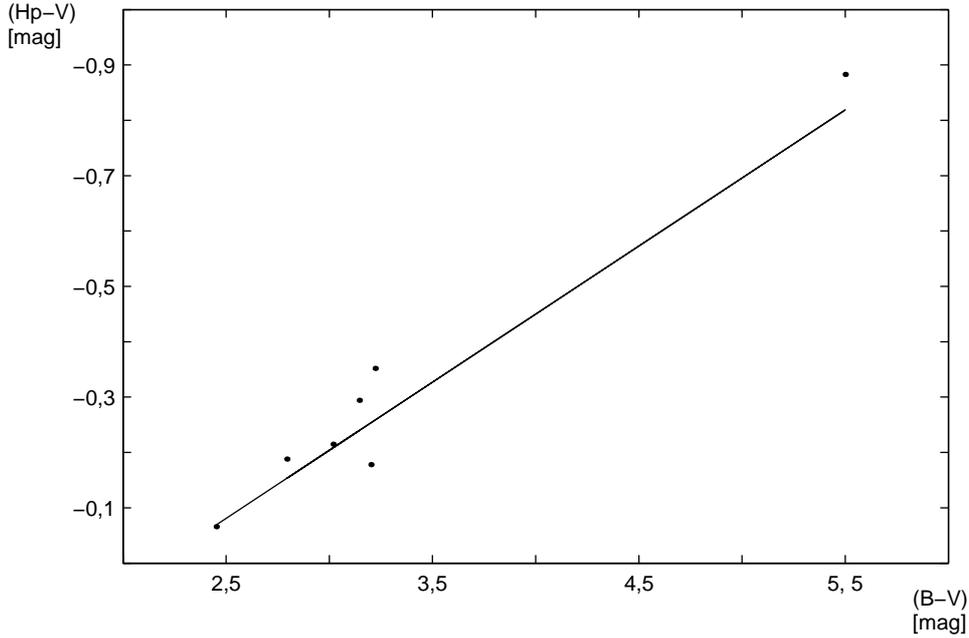
9.1 Vztah mezi barevnými indexy $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$

Dle očekávání existuje velice dobrá korelace mezi pozorovanými středními hodnotami barevných indexů $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$: čím je hvězda červenější (posuzováno podle klasického barevného indexu $(B - V)$), tím je index $(H_p - V)$ zápornější. Tato skutečnost zřejmě souvisí s pološířkou propustnosti filtru H_p , která je výrazně větší než pološířka filtru B . Všechny hodnoty $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$ vycházejí ze shromážděných měření (viz tabulka 13), výjimkou je hvězda T Lyrae, kde byl index $(B - V) \sim (5,5 \pm 0,2)$ mag převzat z literatury (Perryman et al. 1997).

Pozorovanou závislost jsme proložili přímkou – jako závisle proměnnou jsme brali výrazně nejistější index $\overline{(H_p - V)}$. Váhy jednotlivých bodů jsme přitom stanovili nepřímou úměrně součinu nejistot v obou osách.

Tabulka 13 Střední hodnoty barevných indexů $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$ sedmi studovaných hvězd, vč. odhadů nejistoty.

hvězda	$\overline{(H_p - V)}$	$\overline{(B - V)}$
WZ Cas	$(-0,294 \pm 0,029)$ mag	$(3,145 \pm 0,032)$ mag
VY UMa	$(-0,066 \pm 0,012)$ mag	$(2,452 \pm 0,014)$ mag
Y CVn	$(-0,215 \pm 0,013)$ mag	$(3,019 \pm 0,011)$ mag
RY Dra	$(-0,352 \pm 0,041)$ mag	$(3,222 \pm 0,08)$ mag
T Lyr	$(-0,883 \pm 0,013)$ mag	$(5,5 \pm 0,2)$ mag
HK Lyr	$(-0,178 \pm 0,019)$ mag	$(3,202 \pm 0,014)$ mag
TT Cyg	$(-0,188 \pm 0,016)$ mag	$(2,794 \pm 0,015)$ mag



Obrázek 31 Korelace mezi barevnými indexy $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$ u sedmi vyšetřovaných hvězd. Všechny hodnoty $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$ vycházejí ze shromážděných měření, výjimkou je hvězda T Lyrae, kde byl index $(B - V) \sim (5,5 \pm 0,2)$ mag převzat z literatury.

$$\overline{(H_p - V)} = (-0,182 \pm 0,017) + (-0,246 \pm 0,039)[\overline{(B - V)} - 2,909]. \quad (9.1)$$

Barevné indexy vstupující do vztahu (9.1) se vyjadřují v magnitudách. Střední váhovaná hodnota barevného indexu $\overline{(B - V)}$ je 2,909 mag, střední hodnota indexu $\overline{(H_p - V)}$ je $-0,182$ mag, směrnice závislosti $0,246 \pm 0,028$. Standardní odchylka proložení $s = 0,046$ mag je zhruba dvakrát větší než střední váhová nejistota určení barevného indexu $\overline{(H_p - V)}$. To naznačuje skutečnost, že pozorované odchylky jsou z větší části reálnými, individuálními zvláštnostmi v rozložení energie ve spektrech jednotlivých hvězd. Na druhou stranu ale nejsou tyto odchylky natolik velké, aby studované uhlíkové hvězdy netvořily víceméně homogenní posloupnost popsanou barevným indexem $\overline{(B - V)}$.

9.2 Vztah mezi P_{char} , A_{char} a barevnými indexy

Z obrázku 32 je zřejmé, že existuje nepříliš striktní, nicméně viditelná souvislost mezi charakteristickou periodou P_{char} a velikostí střední hodnoty barevného indexu $\overline{(H_p - V)}$ a $\overline{(B - V)}$: čím je hvězda červenější (posuzováno podle klasického

barevného indexu ($B-V$)), tím má delší charakteristickou periodu P_{char} . Ze závislosti se vymyká pouze RY Dra (označená prázdným kolečkem), u níž však bylo k dispozici jenom málo fotoelektrických měření, navíc s nevhodným vzorkováním, což v našem modelu vedlo ke sporné interpretaci s příliš velkou charakteristickou amplitudou světelných změn.

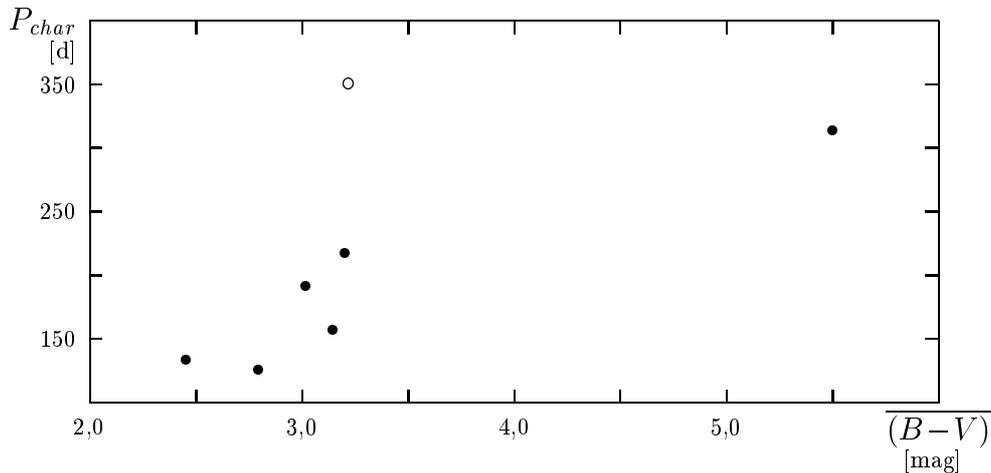
Viditelnou souvislost vykazuje i charakteristická perioda P_{char} a amplituda A_{char} (viz obrázek 33): Čím má hvězda delší periodu světelných změn, tím větší je i její amplituda. Pozorovanou závislost jsme proložili metodou ortogonální regrese

$$A_{char} = (1,49 \pm 0,31) \log\left(\frac{P_{char}}{199}\right) + (0,44 \pm 0,05). \quad (9.2)$$

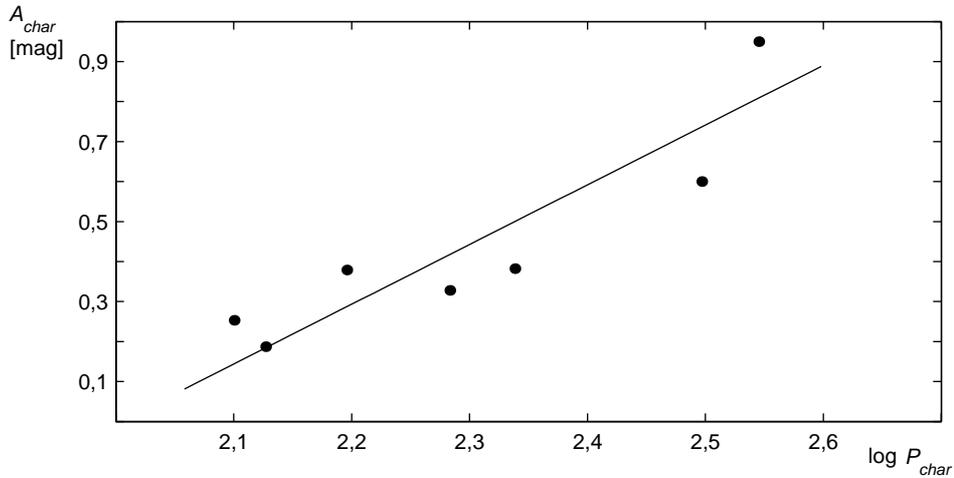
Výsledek není nijak překvapivý, volná korelace periody a amplitudy světelných změn se u hvězd asymptotické větve obrů běžně pozoruje. I tento výsledek tudíž dokládá fakt, že vyšetřované uhlíkové hvězdy tvoří relativně homogenní skupinu objektů.

Tabulka 14 Charakteristické periody P_{char} a amplitudy A_{char} .

hvězda	P_{char}	A_{char}	hvězda	P_{char}	A_{char}
WZ Cas	157 d	0,379 mag	VY UMa	134 d	0,187 mag
Y CVn	192 d	0,328 mag	RY Dra	351 d	0,95 mag
T Lyr	218 d	0,382 mag	HK Lyr	314 d	0,600 mag
TT Cyg	126 d	0,253 mag			



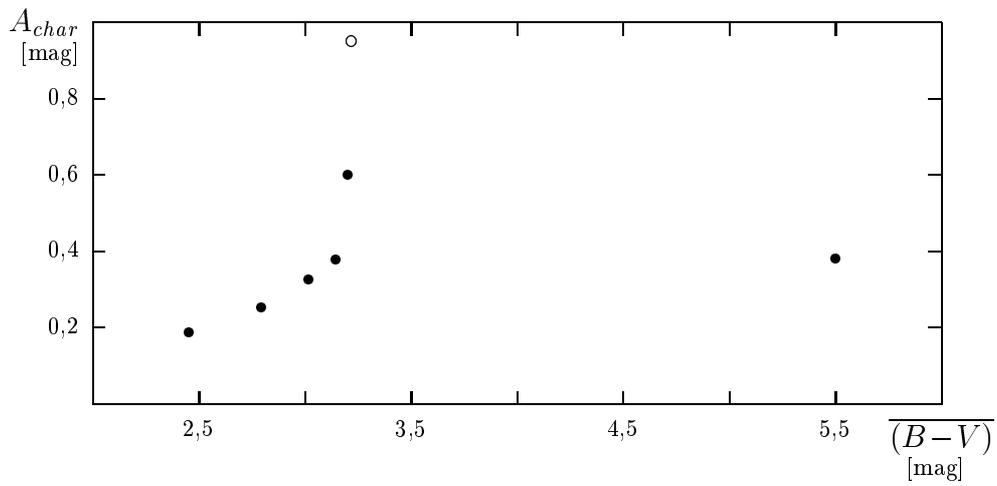
Obrázek 32 Korelace mezi střední hodnotou barevného indexu $\overline{(B-V)}$ a charakteristickou periodou P_{char} u sedmi vyšetřovaných hvězd. Všechny hodnoty $\overline{(B-V)}$ a P_{char} vycházejí ze shromážděných měření, výjimkou je hvězda T Lyrae, kde byl barevný index $(B-V) \sim (5,5 \pm 0,2)$ mag převzat z literatury. Prázdným kolečkem je vyznačen sporný výsledek RY Dra.



Obrázek 33 Korelace mezi dekadickým logaritmem charakteristické periody $\log P_{char}$ a charakteristickou amplitudou A_{char} u sedmi vyšetřovaných hvězd. Všechny hodnoty P_{char} a A_{char} vycházejí ze shromážděných měření.

Naopak mezi charakteristickou amplitudou A_{char} a střední hodnotou barevného indexu $\overline{(B-V)}$ již zřejmá souvislost není (viz obrázek 34). Ze souboru se navíc nápadně odchyľuje pozorování RY Dra (v obrázku 34 vyznačeno prázdným kolečkem), což v jejím případě podporuje již dříve uváděné pochyby o reálnosti výsledků navrženého modelu světelných změn. Obecně lze ale říci, že čím má hvězda větší barevný index $(B-V)$, tím větší je i její perioda a amplituda světelných změn pozorovaných ve viditelném světle, resp. standardních fotometrických pásmech B a V . Hodnota "klasického" barevného indexu $\overline{(B-V)}$ přitom volně souvisí s efektivní teplotou (čím je vyšší, tím je efektivní teplota nižší). Na základě velmi omezené statistiky sedmi vyšetřovaných hvězd lze tedy říci, že čím je hvězda chladnější, tím jsou projevy její proměnnosti ve viditelném oboru nápadnější. To ale není nijak překvapivý výsledek.

Podobným způsobem byly porovnávány i jiné "souvislosti", např. mezi střední hodnotou barevného indexu a parametrem $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$. Na žádnou průkaznou korelaci jsme však nenarazili.



Obrázek 34 Závislost charakteristické amplitudy A_{char} na střední hodnotě barevného indexu $\overline{(B-V)}$. Všechny hodnoty $\overline{(B-V)}$ a A_{char} vycházejí ze shromážděných měření, výjimkou je hvězda T Lyrae, kde byl barevný index $(B-V) \sim (5,5 \pm 0,2)$ mag převzat z literatury. Prázdným kolečkem je vyznačen sporný výsledek RY Dra.

10 Perspektivy dalšího studia uhlíkových hvězd

Soubor fotoelektrických měření, která se podařilo získat v průběhu roků 1979 až 1994 na pozorovatelně Masarykovy univerzity na Kraví hoře, je na dobu svého vzniku unikátní a pro astronomy nesmírně cenný zdroj informací. Světelné křivky sedmi vyšetřovaných hvězd sice nebyly pokryty ideálně, v případě RY Dra dokonce zcela nedostatečně, na druhou stranu ale pořízené odhady jasností v barvě B a V , s využitím měření sondy Hipparcos v širokopásmovém filtru H_p , umožnily ukázat, že na první pohled "nepravidelné" či polopravidelné změny jasnosti můžeme vysvětlit superpozicí několika přísně periodických jevů s periodami od několika desítek do několika stovek dní. Na druhou stranu však i nadále zůstává otázkou, do jaké míry je prezentovaný model věrohodný, zda není jen matematickou konstrukcí. (I v takovém případě ale řada "globálních" charakteristik prezentovaných v této práci zůstává v platnosti.)

Teoretické práce vysvětlující mechanismy pulzací řídkých atmosfér uhlíkových hvězd (resp. hvězd asymptotické větve obrů obecně) a tedy i pozorovaných změn jasností v posledních rocích pokročily výrazně kupředu. Ukazuje se však, že k jejich ověření a také k dalšímu rozvoji dnes schází dostatečně věrohodné vstupní parametry, tj. především skutečně pozorované periody a amplitudy světelných změn. Bez nich je obtížná také interpretace změn pozorovaných ve spektrech uhlíkových hvězd a potažmo i v atmosférách hvězd jako takových. Zatímco základní mechanismy pozorovaných variací jasnosti, např. u proměnných hvězd typu Mira, mají dnes již solidní základy, v případě hvězd klasifikovaných jako polopravidelné či nepravidelné ztroskotávají snahy teoretiků právě na nedostatku pozorovacího materiálu.

Hlavním problémem je samozřejmě komplexnost změn jasnosti AGB hvězd, které se navíc odehrávají v časových škálách desítek až stovek dní. Získat za takových podmínek dostatečně hustě pokrytou světelnou křivku v intervalu o velikosti alespoň několika tisíc dní bylo až donedávna prakticky nemožné. Právě z toho důvodu je také soubor fotoelektrických měření analyzovaný v této práci výjimečný. Dosud bylo podobným způsobem sledováno jenom několik málo objektů, u všech se přitom ukázalo, že katalogové údaje (periody, amplitudy), které zpravidla vycházejí z kombinací fotograficko/vizuálních pozorování první poloviny dvacátého století, většinou nejsou reálné.

V posledních letech však došlo alespoň zčásti k obratu k lepšímu. Prvním zdrojem informací se stala vizuální pozorování shromažďovaná v průběhu dvacátého století amatérskými pozorovateli. Přepis těchto dat do elektronické podoby umožnil jejich základní statistické zpracování, takže jakkoli jsou vizuální odhady nepřesné a pro hlubší analýzu nevhodné, alespoň v případech některých hvězd přeci jenom umožňují základní studium periody a amplitudy světelných změn.

Zcela klíčový je však nástup CCD techniky, především pak její kombinace s robotizovanými dalekohledy, které pozorují automaticky, bez zásahu člověka, podle předem zadaného harmonogramu. Už první soubory měření ukazují, že se jedná o skutečně mocnou zbraň ve studiu proměnných hvězd s dlouhými periodami, komplexními změnami i malými amplitudami. Program monitorování "neperiodických" a "polopravidelných" proměnných hvězd dnes běží na několika observatořích po celém světě a je jisté, že další budou rychle následovat.

K možnosti objasnit některé pozorované vlastnosti jsou totiž zapotřebí nejen důkladná spektroskopická pozorování, ale též měření fotometrická. Kromě klasických barev B a V standardního systému UBV, se jako velmi hodnotná ukazují také měření v červené části viditelného spektra a v infračerveném oboru. Pro CCD kamery je velmi perspektivní obor R , ve kterém jsou amplitudy světelných změn uhlíkových hvězd ještě větší než v oboru V , a samozřejmě také barvy I , resp. K , M apod. Vzhled světelných křivek sledovaných amatérskými pozorovateli totiž ovlivňuje opacita jenom několika málo molekul, pro hlubší analýzu je však mnohem užitečnější sledovat změny jasnosti v infračerveném oboru spektra. Přehled některých základních parametrů uhlíkových hvězd pak mohou dát i rozsáhlé infračervené prohlídky oblohy. I když se v jejich průběhu konkrétní objekt zpravidla pozoruje jenom několikrát v průběhu několika let, ve výsledku je k dispozici rozsáhlý statistický materiál o desítkách tisíc uhlíkových hvězd.

Můžeme tedy říci, že doba skutečného studia uhlíkových hvězd teprve začíná. Klíčovými hráči se stanou robotizované CCD kamery, rozsáhlé infračervené přehlídky oblohy a samozřejmě kosmické observatoře. Autorovi pak nezbývá nic jiného než doufat, že se výsledky předkládané v této disertační práci potvrdí.

11 Závěr

Autor se v předložené disertační práci pokusil detailně analyzovat světelné křivky sedmi uhlíkových hvězd: WZ Cas, VY UMa, Y CVn, HK Lyr, T Lyr a TT Cyg. V první fázi bylo nezbytné sesbírat veškerá fotometrická měření těchto hvězd v barvě B a V zhotovená v průběhu let 1979 až 1994 na pozorovatelně Masarykovy univerzity na Kraví hoře. Během těchto patnácti roků se totiž jednotlivá pozorování ocitla v řadě nejrůznějších médiích, takže se jednalo o velmi zdoluhavou ruční práci. Časově neméně náročná byla i následná analýza světelných křivek. Jakkoli je totiž výsledný fotometrický model na první pohled jednoduchý, za jeho konečným tvarem jsou desítky hodin modelování, kdy se zkoušela a zavrhovala řada různě složitých variant.

Prezentovaný model, byť s řadou pochybností, ukazuje, že světelné křivky proměnných uhlíkových hvězd, klasifikované jako polopravidelné či nepravidelné (typ SR, resp. Lb), lze uspokojivě vysvětlit superpozicí několika přísně periodických dějů (pomineme-li dlouhodobé změny aproximované polynomem n -tého stupně). Při popisu střednědobých periodických změn si přitom vystačíme s předpokladem jejich jednoduchého sinusového průběhu bez vyšších harmonických členů. Tyto výsledky zapadají do současných modelů fotometrických změn uhlíkových hvězd a ukazují, že dosud udávané parametry světelných změn, tj. periody a amplitudy, které se běžně užívají, mohou být v řadě případů zkreslené či zcela zavádějící. Naopak v této práci nalezené periody se ve většině případů shodují s výsledky jiných autorů, jejichž analýzy jsou založeny na moderních fotometrických pozorováních z poslední doby. Nikoli na kombinaci fotografických a vizuálních pozorování z první poloviny dvacátého století.

Podtrhnout je třeba i ten fakt, že i kdyby se časem ukázala interpretace světelných změn přísně periodických dějů nesprávná, řada závěrů této disertační práce i tak zůstane v platnosti – např. charakteristické periody, amplitudy či poměr změn v barvě B a V , tzv. parametr $\left(\frac{\partial B}{\partial V}\right)$.

Neméně podstatným závěrem je i fakt, že světelné křivky studovaných uhlíkových hvězd vykazovaly na časových škálách měsíců až let velmi podobné rysy, což posiluje představu, že jde o relativně homogenní skupinu hvězd.

Kromě těchto hlavních závěrů se opět potvrdilo, že k podrobnému rozboru chování nejen vyšetřovaných uhlíkových hvězd, ale i všech ostatních, jsou nezbytná další pozorování. V tomto případě mají velkou perspektivu především nové robotizované observatoře.

12 Dodatek A

Soupis fotoelektrických měření vyšetřovaných uhlíkových hvězd, které byly sledovány na observatoři Masarykovy univerzity na Kraví hoře v letech 1979 až 1994 ve fotometrických oborech V a B . První sloupec vždy udává juliánské datum ve zkráceném tvaru s heliocentrickou korekcí; druhý a třetí sloupec pak hvězdnou velikost proměnné hvězdy v oboru V , resp. B . (U hvězdy T Lyrae se měřila jasnost pouze v oboru V .) Pokud nebylo možné z nějakého důvodu v daném pásmu uhlíkovou hvězdu sledovat, pak je tento údaj vynechán. Chyba jednotlivých měření se pohybuje kolem několika tisícín magnitudy.

WZ Cassiopeiae

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45609,559	8,148		47413,481	7,525	10,743
45613,582	7,946		47415,508	7,581	10,786
45615,450	8,090		47433,374	7,280	10,411
45621,486	7,828		47438,410	7,106	10,239
45941,541	8,018		47770,496	7,135	10,370
45948,515	7,783		47776,458	7,198	10,348
46293,542	8,572		47779,447	7,178	10,287
46308,476	8,025		47792,418	7,254	10,302
46309,526	8,131		47826,342	7,155	10,111
46318,495	8,098		47848,297	7,223	10,222
46327,445	7,996		48600,283	7,138	10,138
46343,460	7,964		48625,223	7,325	10,293
46373,365	7,064		48840,551	7,446	10,779
46376,343	8,110		48853,490	7,424	10,749
47387,582	7,552	10,908	48892,460	7,397	10,700
47388,548	7,543	10,828	48893,442	7,392	10,665
47391,533	7,490	10,584			

VY Ursae Maioris

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
47664,365	6,069	8,554	48677,510	6,016	8,444
47670,359	6,105	8,630	48686,454	6,023	8,442
47970,476	6,139	8,610	49463,354	5,927	8,324
47984,373	6,192	8,670	49471,382	5,930	8,316
48356,409	6,002	8,412	49480,341	5,917	8,285
48362,336	5,955	8,341			

Y Canum Venaticorum – první část

<i>JD</i>	<i>m(V)</i> [mag]	<i>m(B)</i> [mag]	<i>JD</i>	<i>m(V)</i> [mag]	<i>m(B)</i> [mag]
44373,46	5,77	9,12	46178,401	5,363	8,307
44374,40	5,77	9,09	46182,358	5,365	8,291
44613,51	5,59	8,69	46194,368	5,380	8,402
44614,41	5,59	8,69	46197,409	5,365	8,466
44637,41	5,61	8,79	46210,419	5,450	8,512
44638,45	5,63	8,80	46212,367	5,449	8,522
44661,44	5,60	8,72	46214,369	5,446	8,519
44662,45	5,60	8,72	46221,373	5,499	8,619
44691,41	5,53	8,77	46249,406	5,493	8,588
44692,43	5,56	8,80	46253,359	5,481	8,551
44703,34	5,50	8,70	46552,511	5,385	8,283
44704,35	5,51	8,76	46553,381	5,372	8,305
44708,37	5,46	8,67	46592,363	5,286	8,149
44709,35	5,51	8,70	46605,368	5,153	8,100
44716,38	5,45	8,58	46612,343	5,184	8,003
44717,39	5,44	8,57	46626,347	5,185	7,969
44723,42	5,31	8,39	47293,361	5,466	8,496
44724,43	5,33	8,44	47306,386	5,515	8,595
44730,49	5,38	8,47	47312,348	5,614	8,550
44732,50	5,39	8,49	47322,363	5,613	8,652
44744,38	5,38	8,42	47329,361	5,632	8,732
44746,40	5,37	8,43	47641,445	5,472	8,444
44755,39	5,42	8,38	47664,408	5,529	8,525
44756,40	5,44	8,42	47670,386	5,559	8,559
45021,61	5,34	8,21	47685,358	5,576	8,594
45022,62	5,29	8,19	47687,383	5,598	8,614
45023,63	5,30	8,16	47696,356	5,610	8,644
45035,30	5,28	8,08	47970,505	5,475	8,530
45036,51	5,29	8,08	47975,505	5,488	8,550
45037,29	5,30	8,04	47984,424	5,509	8,557
45038,32	5,30	8,07	48356,446	5,702	8,923
45043,40	5,29	8,11	48362,371	5,735	8,964
45044,45	5,30	8,10	48386,338	5,726	8,881
45052,41	5,29	8,11	48419,356	5,611	8,821
45076,39	5,33	8,08	48423,368	5,606	8,793
45078,35	5,28	8,07	48429,341	5,592	8,774
45079,37	5,30	8,10	48430,353	5,620	8,831
45080,47	5,28	8,05	48438,346	5,520	8,743
45105,35	5,38	8,16	48440,357	5,551	8,799
45106,35	5,37	8,15	48443,851	5,546	8,764
45107,35	5,34	8,14	48686,518	5,727	9,106
45114,34	5,39	8,19	48737,388	5,450	8,671
45115,51	5,40	8,19	48748,328	5,314	8,524
45116,40	5,40	8,19	48756,334	5,334	8,535
45120,37	5,44	8,27	48758,356	5,327	8,570

Y Canum Venaticorum – druhá část

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45121,40	5,44	8,28	48764,343	5,339	8,552
45122,42	5,45	8,29	48767,340	5,349	8,551
45128,31	5,47	8,36	48768,340	5,355	8,585
45129,40	5,47	8,36	48773,335	5,369	8,551
45130,33	5,47	8,35	48800,348	5,477	8,710
45152,35	5,59	8,40	48804,348	5,489	8,724
45153,39	5,59	8,42	48812,345	5,515	8,794
45154,37	5,58	8,35	48818,345	5,516	8,794
45179,33	5,60	8,47	49098,398	5,447	8,517
45180,39	5,60	8,46	49102,366	5,463	8,551
45181,35	5,59	8,45	49104,367	5,481	8,565
45222,31	5,41	8,20	49119,323	5,595	8,713
45224,28	5,43	8,18	49121,326	5,604	8,740
45225,30	5,43	8,16	49125,322	5,650	8,811
45243,31	5,30	8,03	49126,327	5,658	8,808
45472,413	5,478	8,531	49128,325	5,664	8,832
45810,445	5,266	8,305	49148,351	5,811	9,031
45839,365	5,296	8,299	49471,429	5,946	9,530
45851,437	5,283	8,204	49480,376	5,975	9,607
45858,382	5,512	8,165	49505,344	6,003	9,756
46170,371	5,507	8,296	49512,372	6,018	9,801
46177,355	5,355	8,336	49564,355	5,803	9,424

RY Draconis

JD	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45472,441	6,912	10,413	47291,380	6,870	10,371
45621,240	6,443	9,877	47641,471	7,390	11,435
45810,469	6,529	9,974	47664,383	7,477	11,524
45851,453	6,485	9,771	47670,373	7,434	11,404
45853,387	6,532	10,341	47687,372	7,488	11,544
46176,402	6,506	9,854	47970,489	6,708	10,333
46177,393	6,500	9,835	47984,399	6,746	10,433
46212,346	6,564	9,905	48356,426	6,492	9,845
46214,356	6,576	9,802	48362,352	6,497	9,828
46221,393	6,539	9,862	48677,541	6,763	10,621
46552,496	6,888	10,290	48686,479	7,020	10,857
46555,363	6,947	10,271	49463,371	6,640	
46607,367	6,821	10,192	49471,407	6,707	10,514
46614,356	6,764	10,122	49480,359	6,828	10,671

HK Lyrae

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45613,305	8,017	11,496	47792,275	8,360	11,490
45853,520	8,057		47804,322	8,372	11,715
46176,548	8,074	11,294	47823,218	8,293	
46177,523	8,076	11,276	47826,215	8,275	11,545
46210,498	7,993	11,303	47860,188	7,939	11,194
46221,461	7,915	11,152	47970,608	8,221	11,442
46247,436	7,765	10,879	47975,570	8,248	11,467
46249,465	7,765	10,924	48429,505	8,161	11,702
46251,460	7,751	10,903	48438,472	7,993	11,555
46253,455	7,774	10,875	48440,473	7,965	11,497
46290,421	7,759	10,822	48443,453	7,962	11,513
46293,356	7,748	10,831	48560,222	8,222	
46300,350	7,781	10,901	48579,198	8,233	11,687
46308,340	7,780	10,938	48600,189	8,145	11,620
46327,352	7,922	11,063	48748,483	8,318	11,727
46334,305	7,929	11,261	48756,389	8,320	11,857
46340,303	7,953	11,081	48758,414	8,300	11,879
46343,273	7,961	11,143	48764,417	8,261	11,831
46363,236	8,005	11,237	48767,393	8,212	11,778
46376,282	8,037	11,314	48768,475	8,230	11,829
46592,469	7,953	11,135	48800,468	7,992	11,410
46607,477	7,953	11,120	48812,391	7,966	11,427
46612,463	7,926	11,131	48832,393	7,906	11,318
46679,344	7,985	11,351	48838,358	7,878	11,230
46705,284	8,106	11,533	48840,357	7,894	11,235
46709,322	8,155	11,534	48868,288	7,890	11,144
47291,557	8,062	11,211	48875,276	7,883	11,056
47306,478	8,022	11,162	48883,276	7,878	11,134
47328,468	7,976	11,104	48884,293	7,903	11,135
47368,413	8,021	11,143	48887,282	7,889	11,082
47391,371	8,148	11,374	48893,243	7,891	11,157
47402,321	8,168	11,468	48904,251	7,865	11,091
47406,337	8,163	11,445	49098,495	8,161	11,510
47413,339	8,234	11,599	49102,507	8,150	11,571
47415,312	8,223	11,502	49104,534	8,152	11,575
47433,267	8,271	11,692	49119,458	8,173	11,619
47438,274	8,318	11,789	49121,478	8,138	11,559
47641,559	8,182	11,419	49125,487	8,148	11,640
47664,495	7,976	11,125	49128,439	8,121	11,584
47670,497	7,955	11,113	49148,415	8,086	11,659
47696,438	7,779	10,913	49199,410	7,727	10,949
47727,370	7,890	10,913	49254,254	7,751	10,720
47743,328	8,131	11,197	49471,533	7,890	11,189
47770,322	8,191	11,320	49480,464	7,900	11,137
47777,304	8,304	11,428	49512,412	7,890	11,091
47782,302	8,315	11,480	49564,403	7,624	10,606
47788,287	8,330	11,536			

T Lyrae

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45613,305	8,186		47823,218	8,002	
45621,356	8,265		47826,215	8,004	
45853,520	8,289		47860,188	8,167	
46177,523	8,336		47970,608	8,610	
46210,498	8,284		47975,570	8,606	
46221,461	8,254		48429,505	8,675	
46247,436	8,233		48430,442	8,665	
46249,465	8,263		48438,472	8,626	
46251,460	8,266		48440,473	8,577	
46253,455	8,290		48443,453	8,569	
46290,421	8,509		48560,222	8,149	
46293,356	8,523		48579,198	8,169	
46300,350	8,574		48600,189	8,165	
46308,340	8,572		48748,483	8,353	
46327,352	8,683		48756,389	8,439	
46334,305	8,679		48758,414	8,446	
46340,303	8,689		48764,417	8,436	
46343,273	8,674		48767,393	8,470	
46363,236	8,729		48768,475	8,448	
46376,282	8,742		48800,468	8,621	
46592,469	8,335		48812,391	8,669	
46607,477	8,267		48832,393	8,734	
46612,463	8,233		48838,358	8,701	
46679,344	8,220		48840,357	8,744	
46705,284	8,221		48868,288	8,555	
47291,557	8,685		48875,276	8,510	
47328,468	8,586		48883,276	8,459	
47368,413	8,371		48884,293	8,450	
47391,371	8,347		48887,282	8,419	
47402,321	8,388		48892,265	8,414	
47406,337	8,404		48893,243	8,410	
47413,339	8,434		48904,251	8,433	
47415,312	8,428		49098,495	8,514	
47433,267	8,349		49102,507	8,410	
47438,274	8,338		49104,534	8,439	
47641,559	8,504		49119,458	8,477	
47664,495	8,563		49121,478	8,441	
47670,497	8,605		49125,487	8,488	
47696,438	8,681		49128,439	8,494	
47727,370	8,560		49148,415	8,501	
47743,328	8,383		49199,410	8,327	
47770,322	8,352		49254,254	8,322	
47777,304	8,269		49471,533	8,372	
47782,302	8,246		49480,464	8,495	
47788,287	8,141		49505,442	8,702	
47792,275	8,100		49512,412	8,716	
47804,322	8,062		49564,403	8,693	

TT Cygni

JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]	JD_{hel}	$m(V)$ [mag]	$m(B)$ [mag]
45613,454	7,831	10,730	48430,491	7,785	10,644
46177,552	7,895	10,768	48440,453	8,093	10,854
46212,553	7,810	10,679	48443,484	8,188	10,850
46253,476	7,812	10,702	48800,519	7,815	10,711
46290,436	7,437	10,254	48812,466	7,819	10,698
46292,395	7,491	10,216	48832,429	7,723	10,549
46297,332	7,556	10,273	48868,352	7,652	10,500
46300,376	7,439	10,117	48875,351	7,661	10,451
46307,289	7,639	10,352	48883,308	7,632	10,476
46308,366	7,462	10,165	48887,310	7,631	10,427
46318,379	7,489	10,212	48892,300	7,651	10,427
46363,254	7,676	10,671	48893,280	7,643	10,427
46376,295	7,776	10,565	48904,283	7,643	10,714
46609,481	7,731	10,676	49098,536	7,531	10,278
46613,443	7,784	10,635	49104,567	7,524	10,261
47329,495	7,731	10,484	49119,521	7,564	10,309
47368,431	7,803	10,392	49121,513	7,596	10,330
47402,338	7,655	10,380	49125,524	7,573	10,344
47415,352	7,657	10,404	49128,490	7,643	10,317
47438,283	7,723	10,484	49148,474	7,756	10,423
47670,512	7,870	10,675	49199,446	7,717	10,498
47696,479	7,679	10,478	49254,283	7,766	10,664
47770,334	7,792	10,568	49254,283	7,775	10,675
47777,314	7,805	10,461	49480,531	7,804	10,760
47782,311	7,755	10,490	49512,482	7,797	10,856
47792,291	7,688	10,358	49512,482	7,773	10,827
47860,197	7,933		49564,435	7,578	10,396
48429,517	7,813	10,567			

13 Dodatek B

Soupis zpracovaných fotometrických měření zhotovených sondou Hipparcos (viz kapitola 8.1). První sloupec udává juliánské datum ve zkráceném tvaru s heliocentrickou korekcí pro střed sekvence, následuje medián hvězdné velikosti ve filtru H_p , V_T a B_T (po odečtení hrubých chyb), u kterého je vždy uveden počet měření v sekvenci.

WZ Cassiopeiae

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	N_{V_T}	$m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47867,763	7,089	4	7,481	8		10,2	8
47883,536	7,111	2					
47915,827	7,085	4	7,516	8		10,707	8
47944,310	7,006	4	7,346	6		10,766	6
47967,451	6,878	4	7,268	8		10,408	8
48013,517	6,997	9	7,414	12		10,457	12
48030,493	7,079	9	7,521	12		10,753	12
48071,093	7,262	4	7,743	6		11,094	6
48100,150	7,217	4	7,766	6		10,982	6
48161,863	6,969	6	7,384	8		10,869	8
48173,291	6,967	3	7,418	8		10,72	8
48214,231	7,086	6	7,547	10		10,606	12
48225,688	7,112	5	7,547	9		11,073	9
48261,410	6,983	3	7,353	2		10,664	2
48284,423	6,994	3	7,23	6		10,811	3
48311,515	6,869	2	7,321	4		10,452	4
48351,010	6,781	10	7,168	10		10,678	10
48367,415	6,789	10	7,167	11		10,259	11
48414,053	6,961	3	7,382	8		9,857	8
48438,773	7,144	6	7,707	8		10,747	8
48468,534	7,209	2	7,536	4		10,656	2
48503,139	7,027	4	7,452	8		10,382	8
48519,188	6,959	3	7,357	2		10,741	2
48559,977	6,936	5	7,344	5		10,670	5
48568,739	6,949	4	7,348	8		10,476	8
48607,681	6,923	3	7,303	4		10,359	4
48625,682			7,333	8		10,444	8
48656,294	6,906	2	7,401	2		10,605	2
48688,049	6,787	8	7,204	8		10,540	8
48708,971	6,792	5	7,208	10		10,436	10
48756,377	6,943	2	7,409	5		10,871	6
48775,886	7,05	8	7,62	10		10,542	10
48812,422	7,170	1	7,739	2		9,588	2
48968,916	6,844	3	7,262	4		10,329	4
49014,443	6,802	4	7,039	4		11,200	4
49042,000	6,776	4	7,118	4		10,103	4

VY Ursae Maioris

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	$N_{V_T} m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47888,356	6,067	5	6,344	5	9,227	5
47928,282	5,999	2	6,202	4	9,219	4
47937,748	5,996	2	6,208	2	9,161	2
47975,935	6,056	2				
47996,735	6,079	3	6,365	4	9,283	6
48027,334	6,017	4	6,225	8	9,315	7
48063,637	6,030	8	6,324	14	9,21	14
48083,521	6,103	8	6,388	12	9,374	12
48131,521	5,878	5	6,096	8	9,111	8
48152,941	5,909	7	6,208	8	9,024	8
48185,544	6,003	2	6,262	2	8,960	2
48234,941	6,009	2	6,318	2	9,477	2
48282,114	5,817	5	6,051	8	8,922	8
48321,995	6,018	4	6,261	5	9,353	5
48337,650	5,974	5	6,239	8	9,218	8
48371,444	5,84	2				
48400,727	5,885	4	6,114	5	8,861	5
48425,519	6,074	6	6,330	3	9,317	3
48472,511	5,971	7	6,202	14	9,216	14
48489,324	5,912	9	6,143	13	9,139	13
48557,511	6,004	5	6,315	4	8,906	4
48580,875	6,059	2	6,342	4	9,380	4
48628,222	5,965	6	6,197	7	9,212	7
48668,281	5,969	4	6,248	4	9,020	4
48679,657	5,926	2	6,209	2	9,283	2
48716,431			6,235	6	9,162	6
48739,888	5,932	5	6,200	8	9,217	8
48768,690	5,938	4	6,19	6	9,156	6
48809,118	6,111	9	6,402	10	9,403	10
48826,476	6,113	5				
48926,337	5,994	3	6,285	4	9,372	3
48975,922	5,947	6	6,228	8	9,268	8
49002,446	5,92	1	6,218	2	9,159	2
49012,295	5,954	5	6,175	8	9,267	8

Y Canum Venaticorum

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	$N_{V_T} m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47873,333	5,296	2	5,594	4	9,349	4
47894,654	5,270	2	5,627	2	9,073	2
47933,652	5,208	8	5,504	14	9,319	14
47938,896	5,197	10	5,443	12	9,212	12
47983,840	5,303	3	5,666	2	9,235	2
47991,839	5,336	8	5,639	10	9,48	10
48030,671	5,481	5	5,816	4	9,508	4
48055,461	5,465	3	5,889	2	9,870	2
48082,856	5,382	4	5,77	4	9,419	4
48190,952	5,488	1	5,827	8	9,616	8
48213,362	5,339	6	5,690	6	9,601	6
48240,894	5,194	2	5,539	2	9,517	2
48274,839	5,167	2	5,484	4	9,188	4
48287,097	5,158	3	5,530	2	9,365	2
48376,279	5,541	3	6,033	4	10,01	4
48394,776	5,452	3	5,848	4	9,711	4
48426,923	5,382	3	5,783	4	9,326	4
48462,817	5,396	4	5,778	2	10,367	2
48479,711	5,409	2				
48550,579	5,234	8	5,621	11	9,510	11
48586,477	5,174	4	5,487	4	9,281	6
48616,147	5,225	2				
48634,499	5,352	4	5,788	8	9,561	8
48723,112	5,263	4	5,591	4	9,358	4
48823,974	5,277	4	5,599	6	9,54	6
48932,828	5,373	4	5,700	6	9,546	6
48957,273	5,441	3	5,843	5	9,600	5

R_Y Draconis

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	$N_{V_T} m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47872,181			6,83	2	10,282	2
47927,529	6,297	4	6,666	4	10,570	4
47941,119	6,344	2	6,725	4	10,347	4
47978,470	6,479	4	6,921	8	10,783	8
47997,258	6,414	3				
48030,446	6,381	4	6,832	8	10,761	8
48060,262	6,408	4	6,888	4	10,654	4
48086,645	6,351	4	6,807	6	10,857	6
48127,239	6,173	7	6,495	10	10,552	10
48150,094	6,214	7				
48185,007	6,409	2	6,850	4	10,441	4
48213,796	6,325	4	6,677	4	10,478	4
48236,641	6,356	3	6,688	6	10,923	6
48285,950	6,407	4	6,784	6	10,872	6
48323,523	6,316	4	6,699	6	10,052	6
48339,164	6,344	2	6,554	2	10,506	2
48374,504	6,284	4	6,669	6	10,285	6
48399,575	6,267	4	6,600	4	10,413	4
48428,882	6,236	3	6,564	2	9,821	2
48466,215	6,364	4	6,715	6	10,463	6
48488,863	6,472	5	6,822	10	10,787	10
48528,329	6,599	1	6,971	2	10,834	2
48554,473	6,741	2	7,252	6	10,471	6
48581,678	6,753	1	7,274	2	10,885	2
48614,180	6,641	4	7,119	6	10,429	6
48631,435	6,528	3	7,044	6	10,434	6
48668,564	6,580	3	7,062	4	10,778	4
48682,199	6,667	4	7,141	8	10,68	8
48719,114	6,959	4	7,539	4	11,467	4
48739,900	7,016	4	7,563	4	11,01	4
48771,876	6,863	4	7,327	7	11,203	7
48804,232	6,682	3	7,079	6	10,811	6
48829,183	6,654	2	7,179	2	10,452	2
48926,259	6,550	2	7,044	2	11,056	2
48999,560	6,688	2				
49016,002	6,803	3	7,364	2	10,928	2
49053,978	6,849	5	7,347	8	11,236	8

HK Lyrae

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	N_{V_T}	$m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47858,790	7,693	2					
47897,307	7,723	2	8,124	4		10,539	4
47917,741	7,773	3	8,190	4		10,478	4
47981,733	7,949	2				9,795	1
48006,614	7,969	1				9,438	2
48042,757	7,856	2	8,077	2		10,234	2
48058,399	7,779	5	8,238	7		11,334	7
48098,718	7,699	5	8,129	7		10,795	7
48113,396	7,768	3	8,236	8		11,33	8
48150,350	8,09	5	8,490	8		11,102	8
48173,712	8,175	6	8,639	8		10,914	8
48202,587	8,03	3				9,899	1
48237,061	7,775	5	8,142	7		10,709	7
48258,041	7,769	8	8,226	12		11,064	12
48297,493	7,833	6	8,382	6		11,064	6
48321,925	7,977	4	8,501	4		10,856	4
48350,974	8,075	5	8,649	4		10,717	4
48383,862	8,029	1	8,351	2		9,851	4
48402,917	7,939	4	8,448	8		10,564	8
48442,410	7,882	3	8,287	2		10,826	2
48455,904	7,87	2				9,363	1
48495,040	7,888	4	8,455	8		10,847	8
48514,538	7,944	2	8,463	5		10,257	6
48546,730	7,951	3	8,402	4		9,847	2
48576,494	7,886	3	8,095	2			
48600,309	7,821	6	8,382	10		11,526	11
48639,849	7,716	4	8,238	10		10,561	8
48661,371	7,752	6	8,229	6		11,1	6
48695,136	7,867	6	8,271	6		10,994	6
48724,673	7,943	3	8,181	2		9,929	5
48747,556	7,995	2	8,532	4		11,436	4
48784,948	7,806	3	8,198	4		10,141	4
48943,685	7,574	2	7,998	4		10,846	4
49027,471	7,670	1					

T Lyrae

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	$N_{V_T} m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47858,923	7,366	2				
47897,671	7,411	5				
47918,549	7,523	6				
47953,640	7,674	3				
47982,081	7,687	2				
48006,074	7,617	2				
48042,757	7,719	3				
48057,961	7,755	6				
48098,235	7,557	4				
48113,432	7,428	2				
48149,906	7,344	5				
48174,074	7,365	3				
48202,321	7,433	2				
48237,690	7,547	7				
48258,664	7,576	3				
48297,265	7,534	4				
48322,414	7,51	4				
48350,545	7,505	3				
48384,121	7,452	2				
48402,421	7,518	5				
48441,958	7,846	2				
48455,689	7,946	4				
48494,551	7,812	2				
48514,804	7,625	3				
48535,718	7,487	12				
48546,515	7,423	3				
48577,167	7,331	4				
48600,361	7,294	4				
48639,991	7,35	4				
48661,986	7,359	6				
48694,819	7,320	4				
48724,940	7,396	4				
48747,030	7,495	5				
48784,866	7,641	6				
48799,042	7,710	4				
48943,641	7,437	4				
49027,420	7,444	4				
49052,692	7,521	4				

TT Cygni

JD_{hel}	H_p [mag]	N_{H_p}	V_T [mag]	N_{V_T}	$m(V)$	B_T [mag]	N_{B_T}
47857,772	7,725	1	8,243	1		11,199	1
47895,874	7,64	3	7,947	6		11,196	6
47912,191	7,535	9	7,746	15		10,594	15
47956,761	7,347	4	7,645	7		10,486	9
47980,134	7,517	4	7,865	6		10,417	6
48009,546	7,519	6	7,834	7		10,994	7
48043,789	7,453	4	7,673	8		10,510	8
48060,535	7,519	5	7,878	8		10,645	8
48102,556	7,625	4	7,949	4		10,238	4
48111,711	7,618	7	7,963	9		10,795	9
48152,564	7,417	2					
48171,040	7,322	2	7,630	7		10,641	8
48202,629	7,471	4					
48233,777	7,677	6	7,996	10		10,382	10
48254,647	7,650	7	7,996	10		10,814	10
48299,876	7,464	7	7,695	11		10,729	11
48318,199	7,532	7	7,886	7		10,702	7
48353,905	7,484	2	7,827	4		9,816	6
48384,027						10,006	3
48405,622	7,341	3	7,623	4		10,263	4
48445,420	7,737	5	8,068	8		11,156	8
48455,730	7,787	4	8,002	2		10,25	2
48498,188	7,611	5	7,910	8		10,974	8
48511,978	7,58	4				10,567	7
48547,616	7,475	4	7,802	2		10,054	2
48573,294	7,505	5	7,779	4		10,606	4
48598,632	7,557	1	7,881	4		10,422	4
48640,304	7,609	8	7,913	10		10,530	10
48655,496	7,612	10	8,021	14		10,774	16
48697,963	7,504	4	7,962	6		10,540	6
48723,749	7,537	2	7,897	4		10,151	5
48750,318	7,477	1	7,968	2		10,886	2
48786,640	7,555	5	7,857	8		11,110	8
48800,956	7,621	4	7,939	4		10,701	4
49030,023	7,654	3	7,97	2		10,511	2
49048,653	7,758	2					

14 Dodatek C

Výpis algoritmů počítačového programu Matlab (ver. 6.0.0.8), podle kterých byly počítány modely fotometrických změn sedmi vyšetřovaných uhlíkových hvězd. První je uveden tzv. jednodušší model (viz kapitola 8.4.1), následuje model "T Lyrae" (viz kapitola 8.4.2) a pak tzv. složitější model (viz kapitola 8.4.3).

Jednodušší model:

```
function[] = ampl6
% Pro zadaný soubor period se počítá proložení pozorované závislosti
% jasnosti uhlíkových hvězd v Hp (Hipparcos), V a B (Papoušek) modelem
% světelných změn, kde dlouhodobé změny v Hp a V se předpokládají paralelní,
% iterativně se dopočítávají poměr amplitud v B vůči V a Hp zvlášt pro
% dlouhodobé a středobé změny
format short g
Hp = load('c:\C stars\Y CVn\VBH.dat'); Hp = [Hp(:,1) Hp(:,6)];
Hp = excise(Hp); [nh,a] = size(Hp);
P = load('c:\C stars\Y CVn\pap.dat'); Pv = P(:,1:2); Pv = excise(Pv);
[nv,a] = size(Pv); Pb = P(:,1:2:3); Pb = excise(Pb); [nb,a]= size(Pb);
D = [Hp; Pv; Pb]; Y = D(:,2); t = D(:,1); n = nh+nv+nb;
tm = mean(t); ts = std(t); t = (t-tm)/ts;
DD = (min(D(:,1)):max(D(:,1)))'; tt = (DD-tm)/ts; nn = length(tt);
('Střední hodnota JD souboru okamžiků pozorování a standarní odchylka [Tm ts]'), [tm ts]

plot(Pv(:,1),Pv(:,2),'.',Pb(:,1),Pb(:,2)-2, '.',Hp(:,1),Hp(:,2)-0.5, '.')

k~ = input('Stupeň polynomu pro proložení sekulárních změn ve V. k~= ');

X = [ones(n,1) zeros(n,k+2)]; X(1:nh,2) = ones(nh,1);
X(nh+nv+1:n,3) = ones(nb,1);
for j = 1:k
    X(:,3+j)=t.^j;
end
Pj = input('Soubor vytipovaných period:');
l = length(Pj); PAdA = zeros(1,4);
for j = 1:l
    X = [X cos(2*pi*D(:,1)/Pj(j)) sin(2*pi*D(:,1)/Pj(j))];
end

% Bez zjevného sekulárního vývoje
if k~== 0
    AA = ones(size(X)); Am = 1.8; AA(nh+nv+1:n,4+k:end) = Am;
    b = (X.*AA)\Y; B = [b;Am]; g = length(B)+1;
for i = 1:5
    Yp = (X.*AA)*b; dY = Y - Yp; XA = [(X.*AA) zeros(n,1)];
    XA(nh+nv+1:n,end) = X(nh+nv+1:n,4:end)*b(4:end);
    V~ = XA'*XA; U = XA'*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
    R = dY'*dY - db'*U;
```

```

s~ = sqrt(R/(n-g));
ws = 1;
%Filtrace 3krát
m = 0; nf = n;
while m < 3
    m = m+1; ddY = dY - XA*db; W = exp(-(ddY/(2.5*s)).^4);
    SWf = sum(W); ws = SWf/n; W = diag(W); aa = g/nf;
    V~ = XA'*W*XA; U = XA'*W*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
    R = dY'*W*dY - db'*U;
    sf = (1.1078-0.1604*aa-0.0021*aa^2+0.0547*aa^3)*...
        sqrt(R/(ws*(nf-g))); s~ = sf;
end
B = B+db; b = B(1:end-1);
AA(nh+nv+1:n,4:end) = B(end);
end
'Hv. vel. ve V, (Hp-V), (B-V) k~tm, koef. sek. polynomu, harm.koef., poměry:'
BdB = [B s*sqrt(ws*diag(H))],

XX = ones(size(tt));
for i = 1:l
    XX = [XX cos(2*pi*DD/Pj(i)) sin(2*pi*DD/Pj(i))];
end
XXb = XX; XXb(:,2:end) = B(end)*XX(:,2:end); bb = b; bb(2:3)=[];

HD = input('Posuv Hp vůči V~v~ násobcích 0,5 mag, dop. 0.5:');
BD = input('Posuv Hp vůči V~v~ násobcích 0,5 mag, dop. 2:');

plot(Pb(:,1),Pb(:,2)-BD,'.',Pv(:,1),Pv(:,2),'',Hp(:,1),Hp(:,2)-HD,...
    '',DD,XXb*bb+b(3)-BD,DD,XX*bb,DD,XX*bb+b(2)-HD), pause,

PAdA = zeros(1,6);
for i = 1:l
    PAdA(i,1) = Pj(i); PAdA(i,3)=norm(BdB(2+2*i:3+2*i,1));
    q = [BdB(2+2*i,1)*BdB(2+2*i,2),BdB(3+2*i,1)*BdB(3+2*i,2)];
    PAdA(i,4) = norm(q)/PAdA(i,3);
    PAdA(i,2) = PAdA(i,4)*Pj(i)^2/(2*pi*PAdA(i,3)*ts);
    sv = tm+Pj(i)*cart2pol(-BdB(3+2*i,1), -BdB(2+2*i,1))/(2*pi);
    PAdA(i,5) = sv+Pj(i)*round((tm-sv)/Pj(i));
    PAdA(i,6) = PAdA(i,4)*Pj(i)/(2*pi*PAdA(i,3));
end
'Standardní odchylka proložení v~mag:', s,

charampl = 2*[norm(PAdA(:,3)) norm(PAdA(:,3).*PAdA(:,4))/norm(PAdA(:,3))],
charper = norm(PAdA(:,3))/norm(PAdA(:,3)./PAdA(:,1))

D = [D t dY W]; Dh = D(1:nh,:); Dv = D(nh+1:nh+nv,:); Db = D(nh+nv+1:n,:);
plot(Db(:,1),Db(:,4)+1,'.',Dv(:,1),Dv(:,4)+0.5,'.',Dh(:,1),Dh(:,4),''),
pause

```

```

else
    AA = ones(size(X)); As = 1.8; AA(nh+nv+1:n,4:k+3) = As;
    Am = 1.8; AA(nh+nv+1:n,4+k:end) = Am;
    b = (X.*AA)\Y; B = [b;As;Am]; g = length(B)+1;
for i = 1:5
    Yp = (X.*AA)*b; dY = Y - Yp; XA = [(X.*AA) zeros(n,2)];
    XA(nh+nv+1:n,end-1) = X(nh+nv+1:n,4:k+3)*b(4:k+3);
    XA(nh+nv+1:n,end) = X(nh+nv+1:n,4+k:end)*b(4+k:end);
    V~ = XA'*XA; U = XA'*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
    R = dY'*dY - db'*U;
    s~ = sqrt(R/(n-g));
    ws = 1;
    %Filtrace 3krát
    m = 0; nf = n;
    while m < 3
        m = m+1; ddY = dY - XA*db; W = exp(-(ddY/(2.5*s)).^4);
        SWf = sum(W); ws = SWf/n; W = diag(W); aa = g/nf;
        V~ = XA'*W*XA; U = XA'*W*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
        R = dY'*W*dY - db'*U;
        sf = (1.1078-0.1604*aa-0.0021*aa^2+0.0547*aa^3)*...
            sqrt(R/(ws*(nf-g))); s~ = sf;
    end
    B = B+db; b = B(1:end-2);
    AA(nh+nv+1:n,4:k+3) = B(end-1); AA(nh+nv+1:n,4+k:end) = B(end);
end
'Hv. vel. ve V, (Hp-V), (B-V) k~tm, koef. sek. polynomu, harm.koef., poměry:'
BdB = [B s*sqrt(ws*diag(H))],

XX = ones(size(tt));
for i = 1:k
    XX = [XX tt.^i];
end
for i = 1:l
    XX = [XX cos(2*pi*DD/Pj(i)) sin(2*pi*DD/Pj(i))];
end
XXb = XX; XXb(:,2:k+1) = B(end-1)*XX(:,2:k+1);
XXb(:,k+2:end) = B(end)*XX(:,k+2:end); bb = b; bb(2:3)=[];

HD = input('Posuv Hp vůči V~v~ násobcích 0,5 mag, dop. 0.5:');
BD = input('Posuv Hp vůči V~v~ násobcích 0,5 mag, dop. 2:');

plot(Pb(:,1),Pb(:,2)-BD,'.',Pv(:,1),Pv(:,2),'.',Hp(:,1),Hp(:,2)-HD,...
    '. ',DD,XXb*bb+b(3)-BD,DD,XX*bb,DD,XX*bb+b(2)-HD), pause,

PAdA = zeros(1,6);
for i = 1:l
    PAdA(i,1) = Pj(i); PAdA(i,3)=norm(BdB(2+k+2*i:3+k+2*i,1));
    q = [BdB(2+k+2*i,1)*BdB(2+k+2,2),BdB(3+k+2*i,1)*BdB(3+k+2*i,2)];
    PAdA(i,4) = norm(q)/PAdA(i,3);

```

```

    PAdA(i,2) = PAdA(i,4)*Pj(i)^2/(2*pi*PAdA(i,3)*ts);
    sv = tm+Pj(i)*cart2pol(-BdB(3+2*i+k,1), -BdB(2+2*i+k,1))/(2*pi);
    PAdA(i,5) = sv+Pj(i)*round((tm-sv)/Pj(i));
    PAdA(i,6) = PAdA(i,4)*Pj(i)/(2*pi*PAdA(i,3));
end
'Standardní odchylka proložení v~mag:', s,

charampl = 2*[norm(PAdA(:,3)) norm(PAdA(:,3).*PAdA(:,4))/norm(PAdA(:,3))],
charper = norm(PAdA(:,3))/norm(PAdA(:,3)./PAdA(:,1))

D = [D t dY W]; Dh = D(1:nh,:); Dv = D(nh+1:nv+nh,:); Db = D(nh+nv+1:n,:);

plot(Db(:,1),Db(:,4)+1,'.', Dv(:,1),Dv(:,4)+0.5,'.', Dh(:,1),Dh(:,4),'.'),
pause

end
ff = (0:0.01:2)'; dYc = dY; dYc(nv+nh+1:n) = dYc(nv+nh+1:n)/B(end);
for i = 1:l
    fi = (D(:,1)-PAdA(i,5))/Pj(i)-floor((D(:,1)-PAdA(i,5))/Pj(i));
    plot(fi,D(:,4)-PAdA(i,3)*sin(2*pi*fi),'b.',...
         fi+1,D(:,4)-PAdA(i,3)*sin(2*pi*fi),'b.',...
         ff,-PAdA(i,3)*sin(2*pi*ff),'y'),
    pause
end

% Vývoj dlouhodobý B versus V
bm = b(end-2*l+1:end); Xm = [];
for i = 1:l
    Xm = [Xm cos(2*pi*P(:,1)/Pj(i)) sin(2*pi*P(:,1)/Pj(i))];
end
bsv = [b(1); b(4:k+3)]; bsb = [b(1)+b(3); B(end-1)*b(4:k+3)];
tp = (P(:,1)-tm)/ts; X = ones(size(tp));
for i = 1:k
    X = [X tp.^i];
end
Ps = P; Ps(:,2) = Ps(:,2)-Xm*bm; Ps(:,3) = Ps(:,3)-B(end)*Xm*bm;
Pss = excise(Ps);
plot(Ps(:,2),Ps(:,3),'.',X*bsv,X*bsb)

PAdA(:,5) = PAdA(:,5)-40000;
'Perioda s~chybou,amplituda s~chybou,počátek sinusovky v~JDhel:', PAdA,

break

% Odečet střednědobých změn

Xm(nv+nh+1:n,:) = B(end)*Xm(nv+nh+1:n,:);
plot(D(:,1),Y,'o-',D(:,1),Yp-Xm*bm)

```

```

break

PBS = PB; PBS(:,2) = PBS(:,2)-X*bm; PBS(:,3) = PBS(:,3)-(X*bm)*bv(2);
plot(PBS(:,1), PBS(:,2:3),'.'), pause
plot(PBS(:,2),PBS(:,3),'.'), pause

% Odečet sekulárních změn

bs = b(1:k+2); [np,a] = size(PB); X = [ones(np,1) zeros(np,1)];
tP = (PB(:,1)-tm)/ts;
for i = 1:k
    X = [X tP.^i];
end
PBM = PB; PBM(:,2) = PBM(:,2) - X*bs;
PBM(:,3) = PBM(:,3)-(X*bs)*bv(2)-bv(1)*ones(np,1);
plot(PBM(:,2),PBM(:,3),'.'), pause

```

Model "T Lyrae":

```

function[] = period6T(1)
% Hledání period proměnnosti T Lyr z barvy V Papouškových
% měření, a Hp barvy, o níž se předpokládá, že se od V liší jen o konstantu.
% Testuje se též oprávněnost volby určité periody

H = load('c:\C stars\T Lyr\sekv.dat');
P = load('c:\C stars\T Lyr\pap.dat'); P(:,3) = [];
plot(P(:,1),P(:,2),'.',H(:,1),H(:,2)-1,'.'), pause
k~ = input('Zvol si stupeň polynomu pro proložení sekulárních změn. k~= ');
[nH,a] = size(H); [nP,a] = size(P); n = nH+nP; D = [P;H];
t = D(:,1); tm = mean(t), ts = std(t); t = (t-tm)/ts;
('Střední hodnota JD souboru okamžiků pozorování a standarní odchylka [Tm ts]'), [tm ts]

DD = (min(D(:,1)):max(D(:,1)))'; tt = (DD-tm)/ts; nn = length(tt);
Y = D(:,2);
X = ones(n,2); X(1:nP,2)=zeros(nP,1);
for j = 1:k
    X = [X t.^j];
end
end
Pj = zeros(1,1); PAdA = zeros(1,6);
D12 = [D X]; D12 = sortrows(D12,1);

for i = 2:n-2
    if (std(D12(1:i,1))*sqrt(i)-std(D12(i+1:n,1))*sqrt(n-i))*...
        (std(D12(1:i+1,1))*sqrt(i+1)-std(D12(i+2:n,1))*sqrt(n-i-1))<0;
        i1 = i
    else
        end
end
end

```

```

D1 = D12(1:i1,:); Y1 = D1(:,2); X1 = D1; X1(:,1:2)=[];
D2 = D12(i1+1:n,:); Y2 = D2(:,2); X2 = D2; X2(:,1:2)=[];
for j = 1:l
    X = [X zeros(n,2)]; Q = [0 0 0 0];
for P = 60:1/pi:600
    X(:,k+2*j+1:k+2*j+2) = [cos(2*pi*D(:,1)/P) sin(2*pi*D(:,1)/P)];
    b=X\Y;
    dY = Y-X*b; R = dY'*dY/n;
    b12 = b(1:k+2*j); dY1 = Y1 - X1*b12; dY2 = Y2 - X2*b12;
    Xj1 = [cos(2*pi*D1(:,1)/P) sin(2*pi*D1(:,1)/P)]; b1 = Xj1\dY1;
    ddY1 = dY1-Xj1*b1; R1 = ddY1'*ddY1/i1;
    Xj2 = [cos(2*pi*D2(:,1)/P) sin(2*pi*D2(:,1)/P)]; b2 = Xj2\dY2;
    ddY2 = dY2-Xj2*b2; R2 = ddY2'*ddY2/(n-i1);
    Q = [Q; 365/P R R1 R2];
end
Q(1,:)=[]; plot(Q(:,1),Q(:,2:4)), pause
j, Pj(j) = 365/input('Výběr periody, 365/P ='); P = Pj(j);
while P ~= 365
    Pj(j) = P;
    X(:,k+2*j+1:k+2*j+2)=[cos(2*pi*D(:,1)/Pj(j)) sin(2*pi*D(:,1)/Pj(j))];
    V~ = X'*X; U = X'*Y; b = (U'/V)'; H = inv(V); R = Y'*Y - b'*U;
    [n,g] = size(X); s~ = sqrt(R/(n-g)); ws = 1;
%Filtrace 3krát
m = 0; nf = n;
while m < 3
    m = m+1; dY = Y - X*b; W = exp(-(dY/(2.5*s)).^4); SWf = sum(W);
    ws = SWf/n; W = diag(W); aa = g/nf;
    V~ = X'*W*X; U = X'*W*Y; b = (U'/V)'; H = inv(V);
    R = Y'*W*Y - b'*U;
    sf = (1.1078-0.1604*aa-0.0021*aa^2+0.0547*aa^3)* sqrt(R/(ws*(nf-g)));s = sf;
    end
    bdb = [b s*sqrt(ws*diag(H))], s, XX = ones(nn,1);
    for i= 1:k
        XX = [XX tt.^i];
    end
end
for i = 1:j
    XX = [XX cos(2*pi*DD/Pj(i)) sin(2*pi*DD/Pj(i))];
end
    bb = b; bb(2)=[];
    for i = 1:j
        PAdA(i,1) = Pj(i); PAdA(i,3)=norm(b(k+1+2*i:k+2+2*i));
        q=[b(k+1+2*i)*bdb(k+1+2*i,2),b(k+2+2*i)*bdb(k+2+2*i,2)];
        PAdA(i,4) = norm(q)/PAdA(i,3);
        PAdA(i,2) = PAdA(i,4)*Pj(i)^2/(2*pi*PAdA(i,3)*ts);
        sv = tm+Pj(i)*cart2pol(-bdb(2+2*i+k,1), -bdb(1+2*i+k,1))/(2*pi);
        PAdA(i,5) = sv+Pj(i)*round((tm-sv)/Pj(i))-40000;
        PAdA(i,6) = PAdA(i,4)*Pj(i)/(2*pi*PAdA(i,3));
    end
end

```



```

    PAdA,
    plot(D(1:nP,1),Y(1:nP),'.', D(nP+1:n,1),Y(nP+1:n)-1,'.',...
        DD,XX*bb,DD,XX*bb+b(2)-1), pause
    b12 = b; b12(end-1:end)=[]; f1 = D1(:,1)/P-floor(D1(:,1)/P);
    f2 = D2(:,1)/P-floor(D2(:,1)/P); f = (0:0.05:2)';
    xx = [cos(2*pi*f) sin(2*pi*f)]; YYp = xx*b(end-1:end);
    plot(f1,Y1-X1*b12,'b.',f1+1,Y1-X1*b12,'b.',...
        f2,Y2-X2*b12,'r.',f2+1,Y2-X2*b12,'r.',f,YYp),
    pause, plot(Q(:,1),Q(:,2)), pause,
    P = 365/input('Pokračování výběru frekvence, potvrzení výběru 1:');
end
    X1 = [X1 cos(2*pi*D1(:,1)/Pj(j)) sin(2*pi*D1(:,1)/Pj(j))];
    X2 = [X2 cos(2*pi*D2(:,1)/Pj(j)) sin(2*pi*D2(:,1)/Pj(j))];
end
bdb, PAdA = sortrows(PAdA,3),
stdmv = 2*[norm(PAdA(:,3)) norm(PAdA(:,3).*PAdA(:,4))/norm(PAdA(:,3))],
charper = norm(PAdA(:,3))/norm(PAdA(:,3)./PAdA(:,1)),
XX(:,1)=[]; XX(:,k+1:end)=[]; bb(1)=[]; bb(k+1:end)=[];
stdsv = 2.83*std(XX*bb)

```

Složitější model:

```

function[] = ampl7
% Pro zadaný soubor period se počítá proložení pozorované závislosti
% jasnosti uhlíkových hvězd v Hp (Hipparcos), V a B (Papoušek) modelem
% světelných změn, kde dlouhodobé změny v Hp a V se předpokládají paralelní,
% iterativně se dopočítávají poměr amplitud v B vůči V a Hp shodne pro
% dlouhodobé a středobé změny
format short g
Hp = load('c:\C stars\TT Cyg\VBH.dat'); Hp = [Hp(:,1) Hp(:,6)];
Hp = excise(Hp); [nh,a] = size(Hp);
P = load('c:\C stars\TT Cyg\pap.dat'); Pv = P(:,1:2); Pv = excise(Pv);
[nv,a] = size(Pv); Pb = P(:,1:2:3); Pb = excise(Pb); [nb,a]= size(Pb);
D = [Hp; Pv; Pb]; Y = D(:,2); t = D(:,1); n = nh+nv+nb;
tm = mean(t); ts = std(t); t = (t-tm)/ts;
DD = (min(D(:,1)):max(D(:,1)))'; tt = (DD-tm)/ts; nn = length(tt);
('Střední hodnota JD souboru okamžiků pozorování a standarní odchylka [Tm ts]'), [tm ts]

plot(Pv(:,1),Pv(:,2),'.',Pb(:,1),Pb(:,2)-2,'.',Hp(:,1),Hp(:,2)-0.5,'.')

k~ = input('Stupeň polynomu pro proložení sekulárních změn ve V. k~ = ');

X = [ones(n,1) zeros(n,k+2)]; X(1:nh,2) = ones(nh,1);
X(nh+nv+1:n,3) = ones(nb,1);
for j = 1:k
    X(:,3+j)=t.^j;
end
end
Pj = input('Soubor vytipovaných period:');

```

```

l = length(Pj); PAdA = zeros(1,4);
for j = 1:l
    X = [X cos(2*pi*D(:,1)/Pj(j)) sin(2*pi*D(:,1)/Pj(j))];
end

AA = ones(size(X)); A = 1.8; AA(nh+nv+1:n,4:end) = A;
b = (X.*AA)\Y; B = [b;A]; g = length(B)+1;
for i = 1:5
    Yp = (X.*AA)*b; dY = Y - Yp; XA = [(X.*AA) zeros(n,1)];
    XA(nh+nv+1:n,end) = X(nh+nv+1:n,4:end)*b(4:end);
    V~ = XA'*XA; U = XA'*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
    R = dY'*dY - db'*U;
    s~ = sqrt(R/(n-g));
    ws = 1;
    %Filtrace 3krát
    m = 0; nf = n;
    while m < 3
        m = m+1; ddY = dY - XA*db; W = exp(-(ddY/(2.5*s)).^4);
        SWf = sum(W); ws = SWf/n; W = diag(W); aa = g/nf;
        V~ = XA'*W*XA; U = XA'*W*dY; db = (U'/V)'; H = inv(V);
        R = dY'*W*dY - db'*U;
        sf = (1.1078-0.1604*aa-0.0021*aa^2+0.0547*aa^3)*...
            sqrt(R/(ws*(nf-g))); s~ = sf;
    end
    B = B+db; b = B(1:end-1);
    AA(nh+nv+1:n,4:end) = B(end);
end
'Hv. vel. ve V, (Hp-V), (B-V) k~tm, koef. sek. polynomu, harm.koef., poměr:'
BdB = [B s*sqrt(ws*diag(H))],

XX = ones(size(tt));
for i = 1:k
    XX = [XX tt.^i];
end
for i = 1:l
    XX = [XX cos(2*pi*DD/Pj(i)) sin(2*pi*DD/Pj(i))];
end
XXb = XX; XXb(:,2:end) = B(end)*XX(:,2:end); bb = b; bb(2:3)=[];
plot(Pb(:,1),Pb(:,2)-2,'.',Pv(:,1),Pv(:,2),'',Hp(:,1),Hp(:,2)-0.5,...
    ',',DD,XXb*bb+b(3)-2,DD,XX*bb,DD,XX*bb+b(2)-0.5), pause,

PAdA = zeros(1,6);
for i = 1:l
    PAdA(i,1) = Pj(i); PAdA(i,3)=norm(BdB(2+k+2*i:3+k+2*i,1));
    q = [BdB(2+k+2*i,1)*BdB(2+k+2,2),BdB(3+k+2*i,1)*BdB(3+k+2*i,2)];
    PAdA(i,4) = norm(q)/PAdA(i,3);
    PAdA(i,2) = PAdA(i,4)*Pj(i)^2/(2*pi*PAdA(i,3)*ts);
    sv = tm+Pj(i)*cart2pol(-BdB(3+k+2*i,1), -BdB(2+k+2*i,1))/(2*pi);
    PAdA(i,5) = sv+Pj(i)*round((tm-sv)/Pj(i));

```

```

    PAdA(i,6) = PAdA(i,4)*Pj(i)/(2*pi*PAdA(i,3));
end
'Standardní odchylka proložení v~mag:', s,

charampl = 2*[norm(PAdA(:,3)) norm(PAdA(:,3).*PAdA(:,4))/norm(PAdA(:,3))],
charper = norm(PAdA(:,3))/norm(PAdA(:,3)./PAdA(:,1))

D = [D t dY W]; Dh = D(1:nh,:); Dv = D(nh+1:nv+nh,:); Db = D(nh+nv+1:n,:);
plot(Db(:,1),Db(:,4)+1,'.', Dv(:,1),Dv(:,4)+0.5,'.', Dh(:,1),Dh(:,4),'.'),
pause

ff = (0:0.01:2)'; dYc = dY; dYc(nv+nh+1:n) = dYc(nv+nh+1:n)/B(end);
for i = 1:l
    fi = (D(:,1)-PAdA(i,5))/Pj(i)-floor((D(:,1)-PAdA(i,5))/Pj(i));
    plot(fi,D(:,4)-PAdA(i,3)*sin(2*pi*fi),'b.',...
         fi+1,D(:,4)-PAdA(i,3)*sin(2*pi*fi),'b.',...
         ff,-PAdA(i,3)*sin(2*pi*ff),'y'),
    pause
end

% Vývoj dlouhodobý B versus V
bm = b(end-2*l+1:end); Xm = [];
for i = 1:l
    Xm = [Xm cos(2*pi*P(:,1)/Pj(i)) sin(2*pi*P(:,1)/Pj(i))];
end
bsv = [b(1); b(4:k+3)]; bsb = [b(1)+b(3); B(end)*b(4:k+3)];
tp = (P(:,1)-tm)/ts; X = ones(size(tp));
for i = 1:k
    X = [X tp.^i];
end
Ps = P; Ps(:,2) = Ps(:,2)-Xm*bm; Ps(:,3) = Ps(:,3)-B(end)*Xm*bm;
Pss = excise(Ps);
plot(Ps(:,2),Ps(:,3),'.',X*bsv,X*bsb)

PAdA(:,5) = PAdA(:,5)-40000;
'Perioda s~chybou,amplituda s~chybou,počátek sinusovky v~JDhel:', PAdA,

break

% Odečet střednědobých změn

Xm(nv+nh+1:n,:) = B(end)*Xm(nv+nh+1:n,:);
plot(D(:,1),Y,'o-',D(:,1),Yp-Xm*bm)
break

PBS = PB; PBS(:,2) = PBS(:,2)-X*bm; PBS(:,3) = PBS(:,3)-(X*bm)*bv(2);
plot(PBS(:,1),PBS(:,2:3),'.'), pause

```

```

plot(PBS(:,2),PBS(:,3),'.'), pause

% Odečet sekulárních změn

bs = b(1:k+2); [np,a] = size(PB); X = [ones(np,1) zeros(np,1)];
tP = (PB(:,1)-tm)/ts;
for i = 1:k
    X = [X tP.^i];
end
PBM = PB; PBM(:,2) = PBM(:,2) - X*bs;
PBM(:,3) = PBM(:,3) - (X*bs)*bv(2) - bv(1)*ones(np,1);
plot(PBM(:,2),PBM(:,3),'.'), pause

```

15 Seznam použité literatury

- Abia, C., Isern, J., 1997a, *ApJ*, 536, 438
Abia, C., Isern, J., 1997, *MNRAS*, 289, L11
Alexander D. R., Ferguson J.W., 1993, Improvements in the Computation of Grain Opacity, Molecules in the Stellar Environment, Proceedings of IAU Colloquium No. 146, Copenhagen, Springer-Verlag
Alksnis, A., Balklavs, A., Dzervitis, U., Eglitis, I., 1998, *A&A*, 338, 209
Alksnis, A., Balklavs, A., Dzervitis, U., Eglitis, I., Paupers, O., Pundure, I., 2001, General Catalog of Galactic Carbon Stars by C. B. Stephenson, Third Edition, *Baltic Astronomy*, Vol. 10, 1
Barnbaum, C., Kastner, J.H., Zuckerman, B., 1991, *AJ*, 102, 1
Barnbaum, C., 1992, *AJ*, 104, 1585
Barnbaum, V., 1994, *ApJS*, 90, 317
Barthes, D., Mattei, J. A., 1997, *AJ*, 113, 373
Bergeat, J., Lunel, M., 1980, *A&A*, 87, 139
Biskupski A., 1963, *Uranie*, 34, 187
Bouigue, R., 1954, *AnAp*, 17, 104
Bregman, J. D., Bregman, J. N., 1978, *ApJ*, 222, L41
Buchler, J. R., Kolláth, Z., Dadmus, R., 2001, *astro-ph/0106329 v1* 19 Jun 2001
Cannon, A. J., Pickering, E. Ch., 1918, *The Henry Draper Catalogue*, Cambridge, Mass., The Observatory
Claussen, M. J., Kleinmann, S. G., Joyce, R. R., Jura, M., 1987, *ApJS*, 65, 385
Clegg, R., Wyckoff, S., 1977, *MNRAS*, 179, 417
Climenhaga, J. L., Harris, B. L., Holts, J. T., Smolinski, J., 1977, *ApJ*, 215, 836
Colket M. B., 1984, *J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer*, 31, 7
Costes, M., Naulin, C., Dorthe, G., 1990, *A&A*, 232, 270
Dominy, J. F., 1985, *PASP*, 97, 1104
Duner, N. C., 1899, *ApJ*, 9, 119
Dušek, J., 1995, *Spektroskopické a fotometrické studium hvězdy Y Canum Venaticorum*, diplomová práce, Masarykova univerzita
Dušek, J., 1996, *IBVS* 4379
Feast M., 1999, *Asymptotic Giant Branch Stars*, IAU Symposium No. 191, 109
Frogel, J. A., Mould, J., Blanco, V. M., 1990, *ApJ*, 352, 96
Fujita, Y., Tsuji, T., 1977, *PASJ*, 29, 711
Gaposchkin S., 1952, *Ann. of Harv. Col. Obs.*, 118, 22
Goebel, J. H., Bregman, J. D., Goorvitch, D., Strecker, D. W., Puetter, R. C., Russell, R. W., Soifer, B. T., Willner, S. P., Forrest, W. J., Houck, J. R., McCarthy, J. F., 1980, *ApJ*, 235, 104
Groenewegen, M. A. T., van den Hoek, L. B., de Jong, T., 1995, *A&A*, 293, 381
Harris, M. J., Lambert, D. L., Hinkle, K. H., Gustafsson, B., Eriksson, K., 1987, *ApJ*, 316, 294
Hearnshaw J., B., 1986, *The analysis of starlight*, Cambridge University Press, 85
Herwig, F., Bloeker, T., Schoenberner, D., El Eid, M., 1997, *A&A*, 324, L81
Hirai, M., 1969, *PASJ*, 21, 91
Hirshfeld A., Sinnott R.W., 1982, *Sky Catalogue 2000.0*, Sky Publishing, Cambridge University Press
Hoffmeister, C., Richter, G., Wenzel, W., 1984, *Veränderliche Sterne*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York

- Cholopov, P. N., Samus', N. N., Frolov, M. S., Goranskij, V. P., Gorynya, N. A., Kireeva, N. N., Kukarkina, N. P., Kurochkin, N. E., Medvedeva, G. I., Perova, N. B., 1996, General Catalog of Variable Stars, 4th Ed. (GCVS4), VizieR On-line Data Catalog: II/139B. Originally published in: Moscow: Nauka Publishing House (1985-1988)
- Cholopov, P. N., Samus, N. N., Frolov, M. S., Goranskij, V. P., Gorynya, N. A., Karitskaya, E. A., Kazarovets, E. V., Kireeva, N. N., Kukarkina, N. P., Kurochkin, N. E., Medvedeva, G. I., Pastukhova, E. N., Perova, N. B., Rastorguev, A. S., Shugarov, S. Yu., 2000, Combined General Catalogue of Variable Stars (Kholopov+ 1998), VizieR On-line Data Catalog: II/214A
- Iben, I., Jr., 1975, ApJ, 196, 525
- Iben, I., Jr., 1977, ApJ, 217, 788
- Iben, I., Jr., 1991, Asymptotic Giant Branch Stars: Thermal Pulses, Carbon Production, and Dredge Up; Neutron Sources and S-Process Nucleosynthesis, Proceedings of the 145th Symposium of the International Astronomical Union
- Johnson, H. L., Eugenio E., M. V., Wisniewski, W. Z., 1965, ApJ, 142, 1249
- Jörgensen, U. G., 1993, Molecules in the Stellar Environment, Proceedings of IAU Colloquium No. 146, Copenhagen, Springer-Verlag
- Jorgensen, U. G., Larsson, M., 1990, A&A, 238, 424
- Jura, M., 1986, ApJ, 303, 327
- Kiss, L. L., Szatmáry, K., Cadmus, R. R., Jr., Mattei, J. A., 1999, A&A, 346, 542
- Keenan, P. C., 1993, PASP, 105, 905
- Keenan, P. C., Morgan, W. W., 1941, ApJ, 94, 501
- Keenan, P. C., Bidelman, W. P., PASP, 91, 365
- Kerschbaum, F., Lazaro, C., Habison, P., 1996, ApJS, 118, 397
- Knapp, G. R., 1985, ApJ, 293, 273
- Knapp, G., Pourbaix, D., Jorissen, A., 2001, A&A, 371, 222
- Landolt, A. U., 1966, PASP, 78, 531
- Lloyd E. T., 1983, The Observatory, 103, 276
- Lloyd, C., West, K. W., 1996, IBVS, 4335, 1
- Lorenz-Martins, S., 1996, A&A, 314, 209
- McKellar, A., 1940, PASP, 52, 310
- Mikulášek, Z., 2001, Úvod do fyziky hvězd a hvězdných soustav, skripta kurzu, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Katedra teoretické fyziky a astrofyziky
- Mikulášek, Z., 2002, bude publikováno v CAOSP
- Ohnaka, K., Tsuji, T., 1996, A&A, 310, 933
- Ofek, E. O., Shemmer, O., Gabzo, O., 1995, Journal of the British Astronomical Association, 05, 33
- Olofson, H., 1999, The AGB-star Phenomenon: Setting the Stage, Asymptotic Giant Branch Stars, T. Le Bertre, A. Lebre, C. Waelens, eds., I.A.U. Symposium 191
- Olofsson, H., Bergman, P., Lucas, R., Eriksson, K., Gustafsson, B., Bieging, J. H., 2000, A&A, 353, 583
- Peery, B. F., 1971, Jr., ApJ, 163, L1
- Percy, J. R., Desjardins, A., Yu, L., Landis, H. J., 1996, PASP, 108, 139
- Percy, J. R., Wong, N., Bohme, D., Curott, D. R., Dempsey, F., Fortier, G. L., Ganis, M., Parello, S., Landis, H. J., Luedeke, K. D., Pray, D., Smith, M. S., Snyder, L. F., Thompson, R. R., Wasson, R., Williams, H. O., Walker, W. S. G., Wood, J. E., 1994, PASP, 700, 611
- Percy, J. R., Wilson, J. B., Henry, G. W., 2001, PASP, 113, 786, 983
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., Hoeg, E., Bastian, U., Bernacca, P. L., Crézé, M., Donati, F., Grenon, M., van Leeuwen, F., van der Marel, H., Mignard, F., Murray, C.

- A., Le Poole, R. S., Schrijver, H., Turon, C., Arenou, F., Froeschlé, M., Petersen, C. S., 1997, *A&A*, 323, L49
- Pettit, E., Nicholson, S. B., 1933, *PASP*, 45, 266, 194
- Pickering, E.C., Fleming, W.P., 1908, *ApJ*, 27, 80
- Pickering, E.C., 1910, *HC* 159
- Pickering, E. C., Bailey, S. I., Fleming, W. P., Leland, E. F., Wells, L. D., 1898, *ApJ*, 7, 208
- Prager, R., Schneller, H., Muller, G., 1934, Berlin, F. Dummler, 1934- 2. Ausg.
- Reid, M. J., Menten, K. M., 1997, *ApJ*, 476, 327
- Sahai, R., Hines, D. C., Kastner, J. H., Weintraub, D. A., Trauger, J. T., Rieke, M. J., Thompson, R. I., Schneider, G., 1998, *ApJ*, 492, L163
- Samus, N. N., Durlevich O. V., The Combined Table of General Catalogue of Variable Stars volume I-III, 4th ed. (GCVS4) (Kholopov et al 1988) and Namelists of Variable Stars Nos. 67-75 (Cholopov et al., 1985-2000)
- Skinner, C. J., Whitmore, B., 1988, *MNRAS*, 234, 79P
- Skrutskie M., tisková zpráva
- Sloan Digital Sky Survey Collaboration 2001, tisková zpráva
- Stephenson, C. B., 1989, A general catalogue of cool carbon stars, ESO
- Tsuji, T., 1964, *Annals of the Tokyo Astronomical Observatory*; 2nd ser., v. 9, no. 1
- Unno, W., Koyama, K., Tsuji, T., Izumiura, H., 1989, *PASJ*, 41, 5, 1067
- Vanýsek V., 1980, *Základy astronomie a astrofyziky*, Academia, Praha
- Vassiliadis, E., Wood, P. R., 1993, *ApJ*, 413, 2, 641
- Vetešník, M., 1984, *Bull. of the Astr. Inst. of Czechosl.*, 35, 2
- Wagenhuber J., Groenewegwn M.A.T., 1998, *A&A*, 36, 369
- Walker, A. R., 1976, *MNRAS*, 174, 609
- Wallerstein, G., 1977, *PASP*, 89, 35
- Wallerstein, G., Knapp, G. R., 1998, *ARA&A*, 36, 369
- Wannier, P. G., Sahai, R., Andersson, B.G., Johnson, H. R., 1990, *ApJ*, 358, 251
- Winters, J. M., Fleischer, A. J., Gauger, A., 1992, *Astron. Gesellschaft Abstract Ser.*, 7, 107-107
- Winters, J. M., Fleischer, A. J., Gauger, A., Sedlmayr, E., 1994, *A&A*, 290, 623
- Wood, P. R., 1997, Planetary nebulae, Proceedings of the 180th Symposium of the International Astronomical Union (IAU)
- Zinner, E., Amari, S., 1999, *Asymptotic Giant Branch Stars*, IAU Symposium No. 191, 59
- Zverev, 1936, *Sternberg Publ.* 8, 1