

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Tomáš Gráf

Studium fázové závislosti
vybraných spektrálních
charakteristik uhlíkových mirid
a dlouhoperiodických
proměnných hvězd

Disertační práce

Školitel: doc. RNDr. Vladimír Štefl, CSc.

Brno 2003

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci
vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškerou
literaturu, kterou jsem k jejímu sestavení použil.

Tomáš Gráf

*Věnováno Hance,
Lukášovi, Davidovi
a mým rodičům.*

Rád bych poděkoval lidem, kteří mi při sestavování disertační práce pomohli. Děkuji svému školiteli, doc. RNDr. Vladimíru Štefloví, CSc., dále děkuji Dr. Cecilii Barnbaum za poskytnutá spektra, doc. RNDr. Zdeňku Mikuláškoví, CSc. za obětavou pomoc, Mgr. Jiřímu Krtičkoví, Ph.D. za pomoc při výpočtech fragmentů syntetických spekter a doc. RNDr. Petru Harmancoví, DrSc. za poskytnutí výpočetního programu k hledání period. Poděkování patří také ing. Janu Haluzoví, Prof. ing. Josefu Novákovi, CSc., Lence Podkulové, Mgr. Jiřímu Holušoví a Miroslavu Otiskoví za technickou podporu při psaní práce.

Obsah

1 Úvod

Při pohledu na tmavou hvězdnou oblohu zažíváme pocity, jaké v nás vzbuzují třeba obrazy, které se nám líbí nebo hudební skladby, jež jsou příjemné našim uším. Možná zažíváme stejné pocity jako naši předkové v pravěku a možná, podobně jako oni, začneme uvažovat o věcech na hony vzdálených každodenním starostem:

Co jsou to ty svítící body, kterým říkáme hvězdy? Jak jsou daleko? Souvisejí nějak s naším životem? Byly tady dříve než my? Cím je vyplněn ten ohromný prostor, který se zdá být nekonečný?

Proud otázek, které nás budou napadat, asi nebude mít konce. Jenže s odpověďmi i na ty nejjednodušší z nich jsme na tom jako naši pravěcí předkové, jen pokrčíme rameny a postrčíme mozek, aby si přemýšlel raději o něčem jiném.

Přítom sami jsme důkazem snad největšího paradoxu, vždyť ve své podstatě jsme z 90% složeni z kyslíku a uhlíku. S trochou nadsázky lze tak tvrdit, že si vesmír v nás, lidech, sám vytvořil svého „inteligentního pozorovatele“, protože jsme „sestavení“ z prvků, které podle všeho vznikly fyzikálními procesy v nitrech hvězd a po vzniku vesmíru jako takového tady po nich nebylo ani památky.

Latinské přísloví „Sine sole nihil sum“ tak můžeme směle upravit na „Sine astra nihil sum“.

Méně poeticky pohlížíme na hvězdy z astrofyzikálního hlediska. Hvězdy představují hlavní složku viditelné hmoty v galaxiích (a tím v celém známém vesmíru). Asi není možné porozumět stavbě a vývoji galaxií (a vesmíru) aniž bychom pochopili stavbu a vývoj jednotlivých hvězd. Hvězdy jsou zatím jediná známá místa ve vesmíru, kde se procesem jaderné syntézy i v současnosti vytvářejí z původního vodíku a helia (vzniklého při velkém třesku) těžší prvky. Navíc jsou tyto prvky (např. již zmíněný uhlík a kyslík) během vývoje hvězdy, ať už ve fázi obra nebo při výbuchu supernovy, vyvrhovány mimo ni. Zde obohacují mezihvězdný prach a plyn, z něhož povstane další generace hvězd, již s nepatrně jiným chemickým složením. Přestože tento proces nemá charakter koloběhu věčného „perpetua mobile“, může se opakovat patrně mnohokrát. Konečně naše Slunce je hvězda z třetí generace hvězd od velkého třesku. Značný rozsah hmotností hvězd, jejich vzdáleností a také dlouhá „doba života“ jednotlivých hvězd jsou důvodem, proč zatím neexistuje fyzikální teorie do detailů popisující stavbu hvězd, jejich vznik, vývoj a zánik. Dílčí teoretické modely jsou porovnávány s napozorovanými skutečnostmi. Veškeré informace o hvězdách jako reálných objektech ve vesmíru získáváme zkoumáním elektromagnetického záření v různých oborech spektra, studiem zachycených elementárních částic nebo výzkumem mezihvězdného prachu, který je součástí meteoritů (zrna SiC, Al₂O₃ aj.). Soudí se, že právě tato prachová zrna mají svůj původ v prachových obálkách kolem uhlíkových hvězd a mirid, které jsou předmětem předkládané disertační práce.

2 AGB hvězdy

Hvězdy o hmotnosti našeho Slunce nebo s hmotností větší vznikají tempem jedna nová hvězda v průměrné galaxii za rok (Herwig 1998). Zhruba 99% hvězd je méně hmotných než $10 M_{\odot}$ a všechny se během svého vývoje ocitnou ve fázi tzv. AGB hvězdy (**A**symptotic **G**iant **B**ranch). Hvězda výše zmíněné hmotnosti ($\sim 1 M_{\odot}$) nejprve prochází velmi dlouhým obdobím ($\sim 1 \cdot 10^{10}$ let) hvězdy hlavní posloupnosti, v jejímž jádru probíhá termonukleární syntéza vodíku na helium a kratším obdobím „hoření“ vodíku ve slupce a poté helia v jádře (Iben 1995).

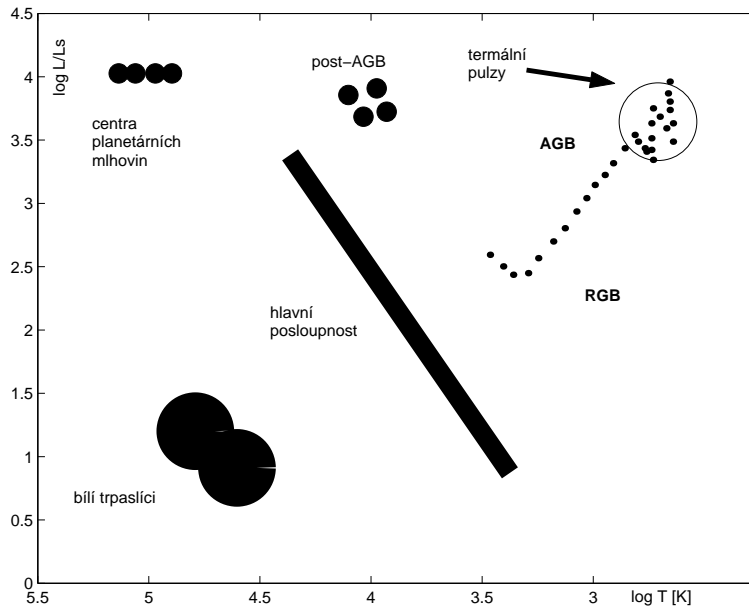
Když je helium v jádře spotřebováno, stává se hvězda AGB hvězdou (Weidemann, Schönberner 1990). Elektronově degenerované jádro uhlíku a kyslíku je obklopeno slupkou hořícího helia, jež je obtažena další slupkou, tentokrát hořícího vodíku. Proces jaderné syntézy helia ve slupce obalující vyhořelé degenerované uhlíkokyslíkové jádro prochází periodickými nestabilitami, které se nazývají „termální pulzy“ (dále jen TP) (Schwarzschild, Härm 1965 a Weigert 1966).

Ohromné množství jaderné energie, která se uvolní během TP způsobí velké změny ve vnitřní struktuře hvězdy. Oblast slupky hořícího helia a vodíku je obohacena uhlíkem i dalšími produkty *s*-procesu a v okamžiku, kdy dojde k „promíchání“ vrstev konvekci, která je v období TP jediným mechanismem schopným přenášet takové množství uvolněné energie, jsou těmito těžšími prvky obohaceny oblasti vnějšího vodíkového obalu nebo dokonce až hvězdné atmosféry. Hmotnost vodíkového obalu AGB hvězd se stále snižuje jednak tím, že roste hmotnost jádra probíhající syntézou ve slupkách helia a vodíku, jednak únikem látky do mezihvězdného prostoru procesem hvězdného větru. Z pozorování plynou hodnoty \dot{M} v rozmezí (10^{-8} až 10^{-4}) M_{\odot} za rok. Právě proces úniku hmoty je důležitou vlastností AGB hvězd a má značný evoluční vliv (Weidemann, Koester 1983).

2.1 Uhlíkové hvězdy

Do vstupu hvězd na AGB větev Hertzsprungova-Russelova diagram je poměr počtu atomů uhlíku a kyslíku (dále jen C/O) na povrchu menší než jedna. To odpovídá skutečnosti, že původní látka, ze které hvězda vznikla, obsahovala asi 1% kyslíku a $\sim 0,3\%$ uhlíku (hmotnostně). Původní poměr C/O je tedy $\sim 0,4$. Na větvi AGB však mnohé hvězdy mají poměr C/O větší než jedna a pak se označují jako „uhlíkové hvězdy“ nebo „hvězdy bohaté na uhlík“. Je tedy zřejmé, že musí existovat nějaký proces, který způsobí, že se hvězda původně bohatá na kyslík, stane uhlíkovou.

Uhlík vzniká jaderným hořením helia a je ho velmi hodně v jádře a ve slupce, kde stále ještě hoří helium. Jak se ale může dostat do obálky? Je známo, že v obalech obrů probíhá silná konvekce, což je účinný mechanismus pro přenos látky, energie i momentu hybnosti. Ale konvektivní zóna v obalu stále zůstává jednoznačně oddělena klidnou vrstvou v zářivé rovnováze obklopující jádro a tak



Obrázek 2.1: Poloha AGB hvězd na H-R diagramu, na ose x je vynesena logaritmus teploty v kelvinech, na ose y pak logaritmus zářivého výkonu v jednotkách zářivého výkonu Slunce.

chybí spojení mezi oblastí bohatou na uhlík a spodní hranicí konvektivní zóny v obálce.

Již první numerické výpočty procesů spojených s vývojem hvězd (Iben 1975, Iben 1977, Iben a Turan 1978, Sackmann 1980) ukázaly, že možným mechanismem je tzv. „třetí probagrování“. To odpovídá rozsáhlé expanzi a následnému ochlazení obálky, spodní hranice konvektivní zóny se tak vnoří do hlubších oblastí, které jsou obohaceny produkty jaderného hoření helia. Následně je tento materiál procesem konvekce vynesena až do povrchových vrstev hvězdy. Taková expanze obálky je důsledkem nestability heliové slupky (TP). To znamená, že třetí probagrování je přímým důsledkem existence termálních pulzů. Rozsáhlý a podrobný přehled o vlastnostech uhlíkových hvězd publikovali Wallerstein a Knapp (1998) nebo u nás Dušek (2002). Jejich práce již vycházejí z nového systému spektrální klasifikace těchto hvězd (Keenan 1993) a zářivých výkonů odvozených z katalogu Hipparcos.

2.2 Proměnnost uhlíkových hvězd

Podle Wallersteina a Knappa (1998) se v General Catalogue of Variable Stars (dále jen GCVS) (Kholopov et al. 1985) rozlišuje asi stovka typů proměnných hvězd. Uhlíkové hvězdy, jež vykazují nějaký druh světelné proměnnosti, jsou zřejmě výhradně pulzujícími typy proměnných hvězd různého druhu. Není známa

ani zákrytová proměnná uhlíková hvězda a nenajdeme je ani mezi eruptivními proměnnými hvězdami. Teorie hvězdných pulzací je pro miridy i polopravidelné proměnné hvězdy (označované SR) velmi složitá. Pokud lze základní a harmonické periody spočítat pro určitý model, není možné pokrýt tak velký interval period, jaký vykazují SR podobné teploty. Pro SR hvězdy je časová škála změn od třiceti dnů do několika tisíc dnů, ale většina objektů má periodu v intervalu (50 - 500) dnů. U mirid jsou periody od 300 dnů do 500 dnů obvykle považovány za základní nebo první vyšší mód pulzace. Nicméně velmi krátké periody jsou způsobeny vyššími módy a tedy i frekvencemi. Mnohem pravděpodobněji se však jedná o horké skvrny v atmosféře hvězdy, které jsou spojeny s povrchovou aktivitou hvězd.

Typy proměnných uhlíkových hvězd:

1. **Miridy** - perioda (300 - 500) dnů (viz celá další kapitola)
2. **Polopravidelné A** (SRa) hvězdy - mají široký interval period a menší amplitudu změn jasnosti (ve srovnání s miridami). Jejich změny jsou často pravidelné jak amplitudou, tak intervaly mezi maximy.
3. **Polopravidelné B** (SRb) hvězdy - mají velmi špatně definovanou periodu nebo intervaly mezi maximy. Periodová analýza ukáže jako výsledek pulzaci o několika periodách. Amplitudy změn v oboru V jsou malé a v pásmu K velmi malé.
4. **Polopravidelné C** (SRc) hvězdy - široký rozsah intervalů mezi maximy, od 30 dnů do několika tisíců dnů, malou amplitudu změn (méně než jedna magnituda ve vizuální oblasti) a velmi nepatrné změny v oboru K . Někdy jejich spektra mají vzhled spekter veleobrů.
5. **Cefeidy** (CW, CWA nebo CWB) - do této skupiny patří několik uhlíkových cefeid s periodami od dvou dnů do 32 dní. Jejich spektra jsou klasifikována jako R.
6. **Symbiotické hvězdy** (Z And) - malý počet uhlíkových hvězd je součástí dvojhvězd, ve kterých je druhou složkou bílý trpaslík. Oběžná doba je jeden rok až dva roky. Záření bílého trpaslíka ionizuje a excituje látku opouštějící uhlíkovou hvězdu, jsou pak pozorovatelné emisní čáry (i zakázané). Symbiotické hvězdy M jsou obvyklejší než symbiotické C hvězdy.
7. **Hvězdy typu R CrB** - mají rychlé poklesy jasnosti větší než (6 - 7) mag způsobené náhlým vznikem absorbujícího zakrývacího prachu v atmosféře nebo obálce (Clayton 1996).

8. **Nepravidelné proměnné (Lb)** - tak jsou klasifikovány hvězdy typů K, M, S a C, které mají nepatrnou nebo malou amplitudu změn jasnosti. Rozdíl mezi Lb a Srb není jasně určen, klasifikace Lb se zpravidla užívá pro hvězdy větších zářivých výkonů než jsou obří.

3 Hvězdy typu Mira

Proměnné hvězdy typu Mira jsou pulzující chladní obří s periodami v rozmezí 100 dnů až 500 dnů (Feast 2001). Pokud mezi tyto hvězdy zahrneme i tzv. OH/IR proměnné, jež jsou příliš chladné na to, aby se daly pozorovat mimo infračervenou oblast spektra (případně mají proměnnou OH-maserovou emisi), pak jsou periody až 2000 dnů. Jedním z důvodů, proč jsou miridy pro nás zajímavé, je to, že se jedná o hvězdy s menší hmotností v posledním evolučním stadiu. Po této fázi dojde k odvržení vnějších vrstev hvězd a vzniknou planetární mlhoviny. Miridy jsou rovněž důležité jako „standardní svíčky“ sloužící k určování vzdáleností v naší Galaxii a také vzdáleností galaxií nejbližších (Velké a Malé Magellanovo mračno). Proces, kterým miridy ztrácejí látku není zcela objasněn. Stejně tak není jasné, jak přesně vznikají prachová zrna, jež jsou obsažena v odvrhované obálce.

Hvězda *o* Ceti (Mira) se stala patrně první vědecky popsanou proměnnou hvězdou, která nebyla novou nebo supernovou. Její proměnnost popsal v roce 1596 David Fabricius a její perioda (332 dnů) byla stanovena asi v polovině 17. století. Je to perioda přímo typická pro tento typ proměnných hvězd. Amplituda změn jasnosti v barvě *V* je značná, v maximum má 3,4 mag a v minimum 9,3 mag. Světelná křivka však od periody k periodě není stále stejná, někdy Mira dosáhne v maximum i 2,0 mag a v minimum klesne na 10,1 mag.

Červení chladní obří a veleobří představují velice heterogenní skupinu. Miridy patří k chladným hvězdám (povrchové teploty 3 500–3 000 K) s velmi pravidelnou periodou a amplitudou větší než 2,5 mag (amplituda 6 mag nebo více, jak je tomu u *Miry*, je spíše pravidlem). Velký interval změn jasnosti ve vizuální oblasti je částečně způsoben nízkou povrchovou teplotou těchto hvězd. Pro většinu mirid je maximum energie vyzářeno v IR oblasti blízko 1,6 μm . Ve vizuální oblasti jsou tak miridy o 1 mag (i více) méně jasné než v IR oblasti. Čili pokud vizuální oblast představuje krátkovlnný konec celkového rozdělení vyzářené energie, pak již malá změna povrchové teploty způsobí velkou změnu jasnosti ve vizuální oblasti. Navíc molekulární absorpční pásy, které dominují ve vizuálním pásmu, tento efekt ještě zesílí. Proto většina energie běžných mirid je vyzářena v IR oblasti (1,0–3,0) μm . Měření právě v této oblasti jsou užívána k odhadu bolometrické hvězdné velikosti související se zářivým výkonem hvězdy.

V katalogu GCVS je zahrnuto přes 6 000 mirid, ale toto číslo není konečné (Feast 2001). Počet vědeckých prací, které se týkají mirid, čítá jen za poslední tři desetiletí několik tisíc titulů. Vytvořený přehled literatury o miridách, který je rozvržen do několika tématických okruhů si tak nečiní nároky na úplnost. Jedná se o vybrané práce, které se dotýkají vlastností skupiny 34 uhlíkových mirid a polo-pravidelných proměnných hvězd, jejichž spektrální charakteristiky jsou zkoumány v této práci. Pokud není některé z prací věnována zvláštní pozornost, jsou citace u jednotlivých tématických okruhů řazeny chronologicky.

3.1 Fotometrie, periody, určování vzdáleností mirid

Autoři Bergeat et al. (1978) určili vzdálenosti 38 chladných uhlíkových hvězd. K potvrzení zjištěných vzdáleností analyzovali rychlosti hvězd a stanovili závislost mezi vlastním pohybem hvězd a vzdáleností. Odvozené zářivé výkony a poloměry hvězd umožnily jejich přesnější začlenění do H-R diagramu a klasifikaci vývojové fáze, ve které se nacházejí. Bergeat a Sibai (1983) pokračovali praktickou aplikací modelu uhlíkové hvězdy s obálkou popsáno v pracích Bergeat et al. (1976a, b, c). Aplikovali jej na fotometrická pozorování 15 uhlíkových mirid. Odvozené změny poloměru souhlasí s křivkou radiálních rychlostí, což je nezávislý test přijatého modelu a stupnice vzdálenosti. Změny poloměru a zářivého výkonu u nejlépe pozorované miridy - U Cyg - zřetelně ukazují, že jsou způsobeny pulzacemi.

Zajímavý systém navrhl Vardya (1988), který klasifikoval 368 mirid typu M, S i C podle tvaru světelné křivky. Klasifikace je založena na schématu Ludendorffa (1928). Gál, Szatmary (1995) shrnuli periody a epochy pro 40 málo sledovaných mirid. Groenewegen a Whitelock (1996) a postupovali ve dvou krocích. Nejprve odvodili závislosti perioda-zářivý výkon ($P-L$) a perioda-hvězdná velikost ($P-K$) pro uhlíkové miridy ve Velkém Magellanově mračnu (LMC) z 54 spektroskopicky potvrzených uhlíkových mirid s periodami (150-520) dnů. Poté získali nulový bod pro galaktické závislosti $P-L$ a $P-K$ „posunutím“ vztahů pro LMC-miridy (modul vzdálenosti 18,5 mag, bez opravy na rozdílné chemické složení). Definitivní podoba závislostí je pro galaktické uhlíkové miridy

$$M_{bol} = -2,59 \log P + 2,02$$

a

$$M_K = -3,56 \log P + 1,14.$$

Stanovením rozměrů mirid se zabývali van Belle et al. (1997) a publikovali přesná interferometrická měření úhlového průměru pěti uhlíkových mirid (a osmi mirid jiných typů). To jim umožnilo vypočítat T_{ef} i lineární rozměry. Z jejich analýzy vyplývá, že „nemiridy“ jsou teplejší a menší než miridy a že hvězdy typu S leží mezi kyslíkovými a uhlíkovými hvězdami co se týká T_{ef} a lineárního rozměru.

Ve stejném roce Knapik a Bergeat (1997) publikovali novou metodu zjištění mezihvězdné extinkce (prachem) pro uhlíkové hvězdy, které nemají výrazný vztah mezi spektrální klasifikací a fotometrickými barevnými indexy. Metoda těchto autorů spočívá ve využití rozdělení energie v celém spektru od UV po IR, celkem tak autoři stanovili šest fotometrických skupin.

Prostorové rozdělení uhlíkových hvězd odvozené z analýzy poloh 300 pozorovaných uhlíkových hvězd satelitem Hipparcos je 40-70 uhlíkových hvězd kpc^{-3} . Mennessier et al. (1997) s využitím 75 let dat AAVSO zkoumali parametry světelných křivek 355 M, S a uhlíkových mirid a poloprávidelných hvězd. Předkládají klasifikaci podle křivek do šesti skupin. V kombinaci s klasifikací barev IRAS je pak možné od sebe rozlišit kyslíkové a uhlíkové miridy. Studium závislosti perioda - zářivý výkon ($P-L$) a perioda - hvězdná velikost ($P-K$) se zabývá celá řada prací. Pro galaktické uhlíkové miridy ji sestavil Knapik et al. (1998). Dále Knapik et al. (1999) rozšířil svou studii (Knapik, Bergeat 1997) na 440 uhlíkových hvězd. Jsou zde zahrnuty i uhlíkové miridy s IR emisí křemíku. Počet fotometrických skupin rozšířili z šesti na osm.

Kiss et al. (1999) předložili podrobnou periodovou analýzu 93 poloprávidelných proměnných hvězd použitím Fourierovy analýzy dlouhodobé řady amatérských vizuálních pozorování. Většina studovaných hvězd má větší počet period (dvě periody u 44 hvězd, tři periody u 12 hvězd) a 29 hvězd má jednu periodu s malými nestabilitami.

Percy a Au (1999) ukázali, že přestože většina (O-C) diagramů mirid vykazuje nahodilé změny periody, je možné zprůměrovat tyto fluktuace pro skupinu mirid s podobnými vlastnostmi a průměrné změny periody pak porovnat s těmi, které předpovídá evoluční model. Ten udává $+2,8 \cdot 10^{-5}$ dne/den pro pulzaci v základním modu a $+1,1 \cdot 10^{-5}$ dne/den pro 1. vyšší mod (tak pulzuje patrně většina mirid). Z napozorovaných dat lze stanovit průměrnou změnu periody pro M miridy na $+1,6 \cdot 10^{-5}$ dne/den, střední hodnota je $+1,45 \cdot 10^{-5}$ dne/den. Lze rovněž usoudit, že uhlíkové miridy mají větší změny periody než typy M a S.

Percy a Bagby (1999) analyzovali maximální hvězdné velikosti velkého počtu jasných mirid s využitím databáze vizuálních pozorování AAVSO (časy maxim a minim 391 mirid v průběhu 75 let). Nalezli v mnohých případech chování popsatelné vícenásobnou periodou. Další nalezená perioda je buď o řád delší nebo je s ní srovnatelná. Příčina druhé periody je nejasná, ačkoliv v některých případech může odpovídat epizodám prachové emise. V jiných případech se může jednat o to, že druhá perioda je jiný mod radiálních pulzací.

Yuasa et al. (1999) stanovili z pozorování družice IRAS vzdálenosti 183 červených obrů ztrácejících hmotu. Využili při tom znalost jejich radiálních rychlostí a Oortův model rotace Galaxie pro stanovení nulového bodu modulu vzdálenosti. Hvězdy tvoří 2 skupiny, vzdálenost první je popsána jako

$$\log d(\text{kpc}) = 0,458 p_2 + (0,09 \pm 0,13)$$

a druhé pak

$$\log d(\text{kpc}) = 0,325 p_2 + (0,45 \pm 0,15),$$

kde p_2 je hlavní složka. Obě skupiny se liší nejen fotometrickými vlastnostmi, ale také průměrnými vzdálenostmi a evolučním stadiem.

Whitelock et al. (2000) shrnuje blízkou *JHKL* fotometrii pro 193 mirid a polo-pravidelných proměnných pozorovaných družicí Hipparcos, periody, bolometrické hvězdné velikosti a amplitudy jsou odvozeny pro 92 z nich. Podařilo se ukázat souvislost mezi pulzací a ztrátou hmoty. Na diagramu $(H_p - K)$ versus $\log P$ lze identifikovat dvě posloupnosti. Blanco et al. (2000) odvodili vzdálenosti a \dot{M} pro 55 uhlíkových hvězd měřeními v pásmu $11,3 \mu\text{m}$ (emise SiC). Alvarez et al. (2001) se zabývá statistikou zdvojení spektrálních čar u 81 dlouhoperiodických proměnných hvězd na základě studia 315 spekter s vysokým rozlišením. Kerschbaum et al. (2001) publikovali vizuální světelné křivky a IR fotometrii pro AGB hvězdy spektroskopicky pozorované družicí ISO.

3.2 Atmosféry mirid

Miridy lze rozdělit do tří skupin podle chemického složení jejich atmosfér. V nejpočetnější třídě (M typ) dominují v optické oblasti absorpční pásy molekuly TiO. U typu S dominují pásy ZrO často doplněné silnými pásy TiO. Obě skupiny jsou často souhrnně označovány jako kyslíkové miridy (O - miridy). Ve třetí skupině (uhlíkové miridy) dominují pásy molekul uhlíku (C_2 atd.). Většina uhlíku a kyslíku v atmosférách všech mirid je vázána ve stabilní molekule CO. Převažuje-li v atmosféře kyslík, mirida je O typu, je-li tam více uhlíku, mluvíme o typu C.

Rozdíly mezi oběma skupinami jsou dány množstvím „probagrování“, kterými hvězda prošla. Atomové absorpční čáry nestabilního technecia byly nalezeny v některých S miridách počátkem 50. let minulého století. Poločas rozpadu jeho nejstabilnějšího izotopu je $4 \cdot 10^6$ roků a izotopu vytvářeného jaderným *s*-procesem (^{99}Tc), předpokládaným procesem pro tyto hvězdy, má poločas rozpadu pouze $2 \cdot 10^5$ roků (Feast 2001).

To bylo nesmírně důležité zjištění, že materiál vznikající jadernými procesy v jádře je procesem probagrování vyneseno do atmosféry hvězd. Čáry technecia byly posléze nalezeny i u mnohých kyslíkových a uhlíkových mirid a polopravidelných proměnných hvězd. Čáry absorpčních pásů molekul CO mohou být pozorována v IR oblasti spekter. Změny radiálních rychlostí (*RV*) u čar molekul CO s relativně vysokým stupněm excitace, které se formují hluboko v atmosféře hvězdy ukazují, že jednou během cyklu pulzace je generována rázová vlna, která se pohybuje atmosférou hvězdy směrem ven. Zdvojení těchto absorpčních čar v určité fázi pulzu ukazuje, že jakmile jedna taková rázová vlna „odumírá“ v horních vrstvách atmosféry, jiná je generována směrem dolů. Taková pozorování dokazují, že proměnnost všech mirid je způsobena pulzacemi podobného charakteru.

Pro pulzace hvězdy je podmínkou existence takové zóny, která působí jako „Eddingtonova záklopka“, jež akumuluje energii, když se hvězda smršťuje a uvolní ji při expanzi. V případě mirid je to pravděpodobně oblast, ve které je vodík ionizován tlakem, rekombinace pak uvolní energii z vrstvy při expanzi hvězdy.

Charakteristikou mirid, jež je odlišuje od většiny jiných chladných proměnných hvězd s malou amplitudou změn je, že mají emisní čáry Balmerovy série (podrobněji v dalších kapitolách). Intenzita těchto čar se systematicky mění s periodou pulzací. Obecně se soudí, že čáry jsou excitovány již zmiňovanou rázovou vlnou. Čáry mají neobvyklé relativní intenzity (např. při růstu jasnosti směrem k maximu je emise H_δ silnější než H_γ). To je patrně způsobeno tím, že emise vzniká rázovou vlnou hluboko ve hvězdné atmosféře (Feast 2001). Intenzita čáry je pak z velké části modifikována absorpcí ve vnější atmosféře (tj. molekulami TiO). Jak probíhá cyklus pulzu, rázová vlna se pohybuje směrem ven atmosférou a emisní čáry, které jsou generovány utrpí mnohem méně překrývající absorpcí.

Mnohé z dobře prozkoumaných mirid také vykazují v určitých fázích cyklu emisní čáry neutrálních a ionizovaných kovů (tj. Fe I, Fe II, Mg I, Si I, In I) a také zakázaných čar jedenkrát ionizovaného železa ([Fe II]). Také čáry Fe I, Ti I a Zr I jsou mimořádně silné ve srovnání s ostatními čarami stejných prvků. Tyto čáry jsou excitovány procesem fluorescence. Ten závisí na možnosti shody rezonanční čáry prvku se silnou emisní čarou jiného prvku. Většina takových koincidencí je v ultrafialovém oboru. Takže dlouho před tím než bylo možné pozorovat miridy bez vlivu zemské atmosféry bylo z pozorování fluorescenčních čar v optickém oboru jasné, že čáry jedenkrát ionizovaného magnézia (Mg II) u 280 nm musí být u některých mirid emisní.

Atmosféry mirid jsou velmi rozsáhlé. Jasným důkazem této skutečnosti jsou měření ve vizuální a IR oblasti při zákrytech Měsícem. Pro O-miridu jako je R Leo je průměr na 2 μm poloviční než ve vizuální oblasti. Později se stala možnými i měření změn úhlového průměru mirid použitím interferometrických technik. Ve vizuální oblasti se například úhlový průměr Miry mění velmi značně (dvakrát). Závisí to na vlnové délce, ve které je pozorování prováděno (silné absorpční pásy TiO molekul - opacita atmosféry je vysoká nebo mimo tyto pásy, kde je opacita nízká a kde tudíž vidíme mnohem hlouběji do atmosféry). Takže pro mnoho hvězd se takovou metodou dá změřit jen část celkového průměru, v případě mirid atmosféra tvoří většinu hvězdy. Je zřejmé, že pojem „průměr“ se stává relativním. Právě znalost průměrů je důležitá pro porovnání mirid s teoretickými modely těchto hvězd a ke studiu pulzací. V obou případech je průměr vždy měřen v oblasti vlnových délek, ve které hvězda září (v IR 1,6 μm). V modelech se průměr zjištěný na této vlnové délce považuje za průměr hvězdné fotosféry (Feast 2001).

U mirid se známým úhlovým průměrem a paralaxou lze odhadnout, že hvězda s periodou 300 dnů má lineární průměr asi 400 R_\odot . Průměry hvězd s delšími periodami jsou ještě větší. Obrazy mirid lze rekonstruovat i z interferometrických

měření (aperturní syntéza). V několika případech bylo zjištěno, že v optické oblasti má obraz jiný než sférický tvar. Tento výsledek se vztahuje na tvar vnějších oblastí atmosféry, které jsou viditelné ve vizuální oblasti. Není stále jasné, zda lze výsledek použít i na vrstvy nižší, pozorovatelné v IR oboru. Pozorování lze vysvětlit třemi způsoby:

- zploštění vnější atmosféry způsobené rotací
- neradiální pulzace hvězdy
- velké skvrny na povrchu, které nejsou zcela rozlišeny současnými přístroji a vyvolávají dojem nekruhového disku

Poslední varianta je obecně nejpravděpodobnější, protože atmosféry chladných červených obrů obecně, mohou obsahovat velké konvekční buňky a v těchto se mohou nacházet rozsáhlé, přehřáté nebo podchlazené oblasti.

3.3 Spektroskopie mirid

Claussen et al. (1987) shrnuli IR vlastnosti skupiny galaktických uhlíkových hvězd pozorovaných Two Micron Sky Survey (TMSS) a odhadli jejich prostorové rozložení a rychlost ztráty hmoty. Dospěli k hodnotě $\log \rho_0 = (2,0 \pm 0,4) \text{ kpc}^{-3}$ a $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-7} M_\odot$ za rok. Dobu trvání uhlíkové fáze ve vývoji hvězdy odhadují na $(10^5 - 10^6)$ roků a za předchůdce považují hvězdy o hmotnosti $(1,2 - 1,6) M_\odot$ (spektrální typ F). Asi 10% hvězd typu F projde stadiem uhlíkové hvězdy.

Beach et al. (1988) analyzovali dynamický model atmosféry pro miridy a odvodili okrajové ztemnění (zjasnění) jako funkci fáze. Pak spočítali úhlové průměry odvozené při zákrytech mirid Měsícem s využitím těchto funkcí.

Willems (1988) analyzoval IRAS data v kombinaci s blízkou infračervenou fotometrií pro 72 uhlíkových hvězd ($T_{NIR} > 2000 \text{ K}$). Spektra dokazují, že je kolem hvězd prachová obálka. Bowen (1988) provedl výpočty odvozující dynamickou strukturu a chování modelu atmosféry pro síť mirám podobných hvězd s hmotnostmi $(0,8 \text{ až } 2,0) M_\odot$ a pulzacemi v základním modu v rozmezí period 175 dnů až 1 000 dnů. Lázaro et al. (1994) provedl absolutní IR spektrofotometrii 15 jasných chladných uhlíkových hvězd zahrnujících i jednu uhlíkovou miridu (V Cyg). U čtyř hvězd změřili při zákrytu Měsícem úhlový průměr a odvodili nové hodnoty T_{ef} . Je to takový malý atlas IR spekter.

Ivison et al. (1994) sestavil atlas ešeletových spekter s vysokým a nízkým rozlišením pro 35 symbiotických hvězd. Je zahrnuta i mirida UV Aur. Cohen a Hitchon (1996) zkoumali vztah mezi amplitudou změn hodnoty emise v čáře H_α a její průměrnou hodnotou u extrémních uhlíkových mirid. Tanaka et al. (1996) pokračují v IR spektroskopii uhlíkových hvězd (předchozí pozorování publikoval Tanaka et al. 1990, Tanaka et al. 1992), celkem analyzovali 91 spekter

63 uhlíkových hvězd. Celkový počet sledovaných hvězd činí 104. Spektra jsou posuzována podle tří spektrálních indexů (barevný index: $-2,5 \log(F_{6000}/F_{4500})$; CO - index: poměr intenzity hlavy pásu CO (vibračně-rotací (2,0)) na 4360 cm^{-1} ke kontinuu: $-2,5 \log(F_{CO}/F_{cont})$; C₂-index: poměr intenzity hlavy pásu C₂ (Ballik-Ramsay (0,0)) u 5656 cm^{-1} ke kontinuu: $-2,5 \log(F_{C_2}/F_{cont})$. V dodatku je publikováno 27 spekter s nízkým rozlišením.

Lloyd Evans (1997) zjistil, že průměrná jasnost uhlíkových mirid se mění na časové škále dekád. Hvězda se stává slabší a červenější ve všech pásmech kratších než $4 \mu\text{m}$, což je asi důsledek vzniku prachu. Analýza ukázala, že se tak projevují i hvězdy typu M, ale je to pozorováno méně často, protože jsou málo jasné v optickém oboru ($P > 450 \text{ dnů}$). Spektrální analýza ukázala, že takové epizody jsou doprovázeny silnou emisí (0,0) pásu na $516,5 \text{ nm}$ Swanova systému C₂.

Kwok et al. (1997) klasifikovali 11 224 IRAS zdrojů podle emisních a absorpčních čar a tvaru kontinua do astrofyzikálních tříd. Jsou diskutovány vztahy mezi fotosférickými (optickými) a infračervenými klasifikacemi prostředí kolem hvězdy. Sloan et al. (1998) vyvinuli klasifikační systém pro IR spektrální emisi uhlíkových hvězd. Vycházel ze vzorku tvořeného 96 uhlíkovými hvězdami (umístěnými na AGB). Většina spekter obsahuje $11,2 \mu\text{m}$ emisi SiC a pak hladké, chladné kontinuum amorfního uhlíku nebo další emisi na $9,0 \mu\text{m}$. Odhalili „uhlíkovou prachovou posloupnost“, podél které rostou rozměry mirid, perioda, \dot{M} i tloušťka obálky. Zdá se, že je to evoluční posloupnost.

Aoki et al. (1999) provedli rozbor IR spekter čtyř uhlíkových hvězd a čtyř kandidátů na infračervené uhlíkové hvězdy pořízených družicí ISO. Zvláštní pozornost byla věnována stanovení průběhu kontinua, aby bylo možné analyzovat emisní a absorpční pásy HCN, C₂H₂ na $14 \mu\text{m}$ a SiC emise na $11 \mu\text{m}$. Tuthill et al. (1999) se pokusili interferometricky prozkoumat tvar fotosfér pěti dlouhoperiodických hvězd (*o* Cet, R Leo, W Hya, X Cya a R Cas) v optické a blízké IR oblasti. U všech byla zajištěna odchylka od kruhové symetrie.

Alvarez et al. (2000) publikovali spektrofotometrické vlastnosti chladných kyslíkových a uhlíkových dlouhoperiodických hvězd a veleobrů. Teploty kyslíkových hvězd jsou stanoveny srovnáním se syntetickým spektrem spočítaným ze sítě modelů hvězd. Sarre et al. (2000) publikovali studii Merrillových-Sanfordových absorpčních pásů SiC₂ uhlíkových hvězd ($410 \text{ nm} - 550 \text{ nm}$).

Bieging (2001) zjistil maserovou emisi v submilimetrovém pásmu u pěti uhlíkových hvězd z dvanácti pozorovaných. Vyvozuje, že více než 50% všech uhlíkových hvězd může vykazovat maserovou emisi (HCN). Bergeat et al. (2001) stanovil efektivní teploty pro 390 uhlíkových hvězd. Nová škála efektivních teplot byla kalibrována 54 úhlovými průměry změřenými pro 52 hvězd (zákryty Měsícem nebo interferometrie). Nově stanovená klasifikace je homogenní v rozsahu ($1800 - 5800$) K. Výsledky ukazují, že efektivní teploty pro uhlíkové hvězdy jsou systematicky vyšší než střední barevné teploty o několik set kelvinů.

3.4 Chemické složení mirid

Dominy (1985) zkoumal vztah mezi intenzitou spektrálních čar a teplotními podtřídami pro 40 uhlíkových hvězd. Eglitis a Eglite (1995) stanovili poměr C/O pro 343 uhlíkových hvězd v galaktickém rameni v Orionu.

Kipper et al. (1996) z vlastních spekter a archivních IR pozorování stanovil poměry C/O, N/C a zastoupení kovů pěti uhlíkových hvězd v galaktickém halu. Ve stejném roce Ohnaka a Tsuji (1996) provedli kvantitativní analýzu $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ u 62 N a 15 uhlíkových hvězd typu S. Průměrné hodnoty jsou 27 ± 11 (pro N hvězdy, přičemž 85% hvězd má tento poměr menší než 40) a 22 ± 14 (pro uhlíkové hvězdy typu S). Výsledky lze interpretovat tak, že M obři se vyvíjejí přes SC typ do N typu a izotop uhlíku ^{12}C vyrobený během heliového záblesku je tak přenášen do atmosféry hvězdy.

Lodders a Fegley (1997) předložili výpočty rovnovážné kondenzace jež úspěšně vysvětluje množství stopových prvků v atmosférách uhlíkových hvězd a SiC zrn nalezených v meteoritech. Chladné uhlíkové hvězdy s hustou obálkou obohacují uhlíkovým prachem mezihvězdné prostředí. Izotopová analýza grafitu a SiC zrn v meteoritech ukazuje, že tato zrna mohou mít původ v hustých obálkách uhlíkových hvězd, čili tato zrna musela být přítomna například i v mlhovině, ze které vznikla sluneční soustava.

Abia a Isern (1997) považují vysoký poměr $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ a nadbytek lithia u uhlíkových hvězd za důkaz „velkého promíchání“. Stanovili obsah lithia u 44 uhlíkových hvězd. Zdá se, že hvězdy bohaté na Li mají nízký poměr $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ (< 15). Abia a Isern (2000) stanovili množství lithia, těžkých prvků a poměry uhlíkových izotopů pro 12 galaktických uhlíkových hvězd typu J. Provedená analýza obsahu prvků ukazuje, že množství prvků účastnících se *s*-procesu je vzhledem k chemickému složení prostředí normální. Není přítomno (u většiny) technecium, ale u WZ Cas a WX Cyg zjištěno bylo. Obsah Rb je nízký důsledkem non-LTE efektu, lithium a izotop ^{13}C byly nalezeny ve zvýšené míře u všech hvězd. Dá se vyvodit, že skupina J hvězd jsou málo hmotné hvězdy ($M < (2 - 3)M_{\odot}$), jež jsou méně vyvinuté než ostatní uhlíkové hvězdy. Zároveň jsou však pozorovány J hvězdy s vyšším zářivým výkonem ($M_{bol} < -5,5$ mag), což naznačuje, že mohou existovat dva typy J hvězd s různým vývojem podle své počáteční hmotnosti.

Schöier a Olofsson (2000) pozorovali emise v milimetrové oblasti ^{13}CO čáry. Použitím podrobného modelu přenosu záření jsou odhadnuty poměry $^{12}\text{CO}/^{13}\text{CO}$, které vyjadřují $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ poměr v těsném okolí hvězdy. Pro opticky jasné uhlíkové hvězdy, jsou odvozené poměry $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ porovnány s fotosférickými výsledky získanými jinými metodami. Je vidět, že detailní analýza přenosu záření je nutná k odvození věrných poměrů izotopů.

3.5 Okolí mirid, ztráta hmoty, kondenzace prachových zrn

Jedním z důvodů, proč je důležité znát strukturu vnějších částí atmosféry je její vztah k pochopení procesů, jimiž miridy ztrácejí svou hmotu. Ztráta látky je klíčový faktor v pokusu o pochopení tohoto stadia hvězdné evoluce a také vede k pochopení, jak jsou formována prachová zrna v prostředí kolem hvězd. V současnosti máme jen mlhavé představy o tom, jak tento proces probíhá. Laboratorní studie malých zrněk v některých materiálech vykazují stejný relativní obsah určitých izotopů, jaký lze předpokládat i v atmosférách mirid.

Lze tedy usuzovat, že některá zrna v takových vzorcích pocházejí z proudu prachu a plynu mirid. Tempo úbytku hmotnosti je u těchto hvězd v rozmezí $(10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}) M_{\odot}$ za rok. Pro infračervené miridy, může být hodnota i větší než $10^{-4} M_{\odot}$ za rok (Feast 2001). Zatím není možné teoreticky předpovědět tempo úniku látky. Nicméně pozorování dokazují, že \dot{M} závisí na vlastnostech pulzace hvězdy (jak na velikosti periody, tak na amplitudě změn jasnosti). Jsou to právě pulzace plynného prostředí ve svrchních vrstvách atmosféry hvězdy, které sehrávají podstatnou roli při kondenzaci zrn. Soustředění materiálu do mračen v atmosféře vzniku zrn jen napomáhá.

Po svém vzniku jsou zrna hnána do mezihvězdného prostoru především tlakem záření a strhávají s sebou i plyn. Prach kolem kyslíkových mirid je pravděpodobně složen hlavně ze silikátů, zatímco u uhlíkových mirid převažují uhlíkové sloučeniny. Některé uhlíkové miridy mají velké poklesy jasnosti v optickém a blízkém IR oboru na časové škále několika tisíců dnů (tj. v období delším než je perioda pulzací). Takové poklesy jasnosti mohou být podobné „prachovým zatměním“, jak je známe u hvězd typu R CrB. Pak proces vzniku prachu může být epizodní nebo nejednotný na celém „povrchu“ hvězdy, možná je spojen se zmíněnými oblaky v atmosféře. Zdá se, že podobné procesy vzniku prachu se odehrávají i v obálkách kyslíkových mirid. V tom případě se to v optickém oboru projeví méně, křemíková zrna stejné velikosti mají mnohem menší opacitu v optické oblasti než částice uhlíkové. Epizodní změny v prachové obálce samotné Míry jsou známy z interferometrických měření v IR oboru (na $11 \mu\text{m}$) a potvrzují, že látka v okolí hvězdy nebo ve svrchních vrstvách atmosféry je koncentrována do oblaků.

Mnohem celistvěji je blízké okolí zřetelné u OH/IR mirid. Jak už bylo zmíněno, jsou to dlouhoperiodické kyslíkové miridy, z nichž mnohé byly poprvé objeveny při hledání tzv. maserů. Obvykle jsou velmi slabými objekty v optické oblasti, což je způsobeno výrazným zastíněním hvězdy hustou prachovou obálkou a také nízkou teplotou centrální hvězdy. Jasnější jsou ve vzdálené IR oblasti ($10 \mu\text{m}$ a dále). Jejich IR záření přichází od prachové obálky zahřáté hvězdou a kolísá s periodicitou světelných změn centrální hvězdy. Kromě prachové termální emise, vykazují tyto objekty také termální emisi některých molekul (na mm a submm čarách CO nebo SiO) a maserovou emisi jiných molekul (H_2O , OH, SiO). Interferometrické studie Míry v IR oblasti ($11 \mu\text{m}$) dokládají, že prach vzniká v oblasti

asi 2 poloměry hvězdy nad jejím „povrchem“. Pozorování jiných mirid ukazují, že SiO masery jsou excitovány zhruba v téže oblasti - v obálce jejíž poloměr je pouze o 50% větší než vnější poloměr atmosféry centrální hvězdy, jak ji odvozujeme z optických pozorování. Jestliže má mirida s periodou 350 dnů poloměr fotosféry $450 R_{\odot}$ ($\sim 3 \cdot 10^{11}$ m), vnitřní poloměr její prachové obálky a poloměr prstence SiO maseru je řádově 10^{12} m. H₂O masery jsou řádově 10^{13} m od středu hvězdy a OH masery ještě desetkrát dále. Molekula CO vzniká hluboko v atmosféře hvězdy, termální emise této molekuly může být zjištěna v unikajícím plynu a prachu až do bodu, ve kterém je molekula CO fotodisociovaná mezihvězdným UV zářením. Velikost oblasti bude záviset na rychlosti ztráty hmoty a na rychlosti vyvrhovaného materiálu. Pozorovaný vnější poloměr oblasti s termální CO emisí je (10^{16} až 10^{15}) m, a proto dostáváme tak velké úhlové rozměry pro nejbližší miridy, např. Mira má úhlový průměr asi 14 úhlových vteřin.

OH masery byly zjištěny u velkého množství mirid a OH/IR mirid. Většinou se projevují emisními čarami se dvěma vrcholy, které mají svůj původ v přední a zadní části sférické slupky jež se rozpíná rychlostí (10 - 20) km/s. Emise OH je stimulována IR zářením od horkého prachu a tak se také mění s periodou hvězdy. Je zde však časová prodleva (10 - 100) dnů mezi změnami intenzity obou vrcholů spektrální čáry způsobená zpožděním než se světlo dostane napříč obálkou. V některých případech lze obálku přímo pozorovat jako „prstýnek“, pak lze využít časovou prodlevu a úhlový průměr prstence k odvození vzdálenosti hvězdy (za předpokladu sférické symetrie).

Masery velmi extrémních OH/IR mirid lze také pozorovat jako sféricky symetrické prstence. Pro méně výrazné zdroje máme důkazy, že odtok látky z hvězdy sférický není a soustřeďuje se do určitých „oblaků“. Například fluorescenční emise rezonanční čáry K I 769,9 nm je velmi asymetrická, obdobně jako termální emise CO. Optická polarizační měření naznačují, že dochází i k asymetrickému rozptylu na zrnech v prachové obálce. Nesférický profil vnější atmosféry kyslíkových mirid, poklesy jasnosti tak, jak jsou typické pro R CrB, pozorované u některých uhlíkových mirid a další zjištěními uvedenými výše, dokazují, že velmi hustá (případně výrazně chladná) „mračna“ v horní atmosféře hvězdy mohou být důležitá při úniku látky a procesu vzniku prachových zrn. Nejbližší okolí uhlíkových mirid je méně prozkoumáno než je tomu u kyslíkových mirid. Ovšem například CW Leo je uhlíková mirida s periodou 630 dnů, která má obálku, v níž bylo odhaleno čtyřicet různých chemických sloučenin, přičemž některé z nich jsou dosti složité (HC₉N)!

3.6 Procesy ztráty hmoty a hvězdné větry

Knapp a Morris (1985) publikovali ztrátu hmoty \dot{M} pro 50 hvězd z pozorování molekulového pásu CO J=1-0. Předložena jsou pozorování na vlnové délce $2,6 \cdot 10^{-3}$ m přechodu CO J=1-0 u 105 chladných hvězd. Emise byla zjištěna u 50 u nich, asi

polovina z tohoto množství jsou miridy typu M a polovina uhlíkových hvězd nebo S hvězd, dvě jsou veleobří. Kahane et al. (1988) získali spektrum s velkým rozlišením a mapují ^{12}CO ($J=1-0$) milimetrovou emisi v obálce. Nalezli anizotropii v emisi, která je vysvětlitelná složením izotropní emise a bipolárního výtrysku. Optické spektrum fotosféry ukazuje, že projekce rotační rychlosti $v \sin(i)$ je 10 km/s až 20 km/s. Autoři předpokládají, že bipolární povaha výtrysků je výsledkem zploštění hvězdy způsobeným rychlou rotací.

Zuckerman a Dyck (1989) sestavili diagram rychlosti úniku hmoty v závislosti na galaktických souřadnicích pro 103 uhlíkových hvězd. Jedna skupina uhlíkových hvězd s $b < -10^\circ$ má únikovou rychlost $v > 18$ km/s. Musí se jednat o nejhmotnější uhlíkové hvězdy v Galaxii. Později Wannier et al. (1990) zkoumali 26 hvězd, z nichž 15 mělo emisi odpovídající přechodu ($J=2-1$) CO.

Whitelock et al. (1997) zjišťovali změny \dot{M} mezi AGB hvězdami bohatými na uhlík a Arndt et al. (1997) publikovali rovnici, která popisuje šesti fyzikálními parametry (teplota, zářivý výkon, hmotnost, poměr C/O, P a amplituda rychlosti pulzací) výslednou hodnotu \dot{M} .

Le Bertre et al. (1997) zjistili, že AGB zdroje ztrácející látku jsou snadno odhalitelné v blízkém IR oboru ($1-5 \mu\text{m}$). Shrnutí výsledky pozorování IRTS (**I**nfrared **T**elescope **S**pace) a stanovili rychlosti ztráty hmoty a vzdálenosti pro 40 uhlíkových hvězd a 86 kyslíkových hvězd (osm typu S). Přestože se jedná o malý soubor, je evidentní, že lze zdroje rozdělit do dvou skupin podle vzdálenosti od centra Galaxie a podle toho, jak obohacují mezihvězdný prostor unikající látkou. To znamená, že v rozmezí od (6 - 8) kpc, zkoumané kyslíkové hvězdy přispívají až desetkrát více než uhlíkové hvězdy, zatímco v oblasti (10 - 12) kpc, uhlíkové zdroje přispívají třikrát více než kyslíkové. Dá se očekávat gradient ve složení mezihvězdného prostředí mezi 6 kpc a 12 kpc od centra Galaxie. Většina obohacování mezihvězdného prostředí ($> 50\%$) AGB hvězdami je způsobena zdroji s rychlostí ztráty hmoty větší než $10^{-6} M_\odot$ za rok.

Suh (1997) zkoumal projevy fáze ztráty hmoty „supervětrem“ způsobeným tepelným pulzem uvnitř uhlíkových hvězd. Knapp et al. (1998) zjistil přítomnost větrů s různými rychlostmi u 20% ze 45 zkoumaných hvězd a asymetrie čar u dalších šesti hvězd. Z dat lze vyvodit, že dvojitý vítr vzniká, když hvězda prochází nějakou změnou (pulzace, chemického složení) a druhá složka větru představuje „nástup“ nové fáze ztráty hmoty. Autoři Groenewegen et al. (1998) modelovali rozdělení energie ve střední části IR spektra pro 44 uhlíkových mirid použitím prachového modelu přenosu záření. Odvodili vzdálenosti, teplotu prachu na vnitřním poloměru, rychlost ztráty prachové složky hmoty a poměr mezi množstvím molekul SiC a obsahem amorfního uhlíkového prachu.

Nalezená hodnota \dot{M} je v intervalu ($10^{-8} - 4.10^{-5}$) M_\odot za rok. Autoři také kvantifikovali zjevný vztah mezi \dot{M} a periodou: $\log \dot{M} = 4,08 \log P - 16,54$ a mezi \dot{M} a zářivým výkonem v jednotkách Slunce: $\log \dot{M} = 3,94 \log L - 20,79$.

Groenewegen et al. (1999) shromáždili pozorování 48 kyslíkových mirid a 20 uhlíkových mirid s periodou do 400 dnů, dále čtrnácti kyslíkových a patnácti uhlíkových hvězd s delší nebo neznámou periodou. Porovnáním s vypočteným modelem stanovili nejen rychlost ztráty hmoty v podobě prachu, ale i rychlost ztráty hmoty tvořené plynem. Tyto hodnoty vynesli do diagramů, které popisují závislost rychlosti ztráty hmoty (příp. rychlosti rozpínání) na periodě pulzací. Byla potvrzena existence horní hranice pro rychlost expanze uhlíkových a kyslíkových hvězd.

Schöier a Olofsson (2001) použitím detailní analýzy přenosu záření v kombinaci s rovnicí energetické rovnováhy pro plyn navrhli model CO emise v rádiovém oboru pro velký vzorek jasných uhlíkových hvězd pozorovaných Olofssonem et al. (1993). Autoři odvodili i některé základní parametry, které charakterizují obálku: \dot{M} , rychlost expanze plynu, strukturu kinetické teploty plynu. Pro sféricky symetrickou obálku s hladkým rozložením hustoty plynu, které je způsobeno konstantním hvězdným větrem byli schopni vytvořit model odpovídající pozorováním. Odvozená \dot{M} závisí na vlastnostech modelu těsného okolí hvězdy.

3.7 Obálky kolem mirid

Habing (1996) sestavil velmi rozsáhlý přehled o obálkách zahrnující prakticky všechny práce v této oblasti až do roku 1995. Fleischer et al. (1992) studují limitní případ izotermální rázové vlny, která představuje realistický obraz dynamických interakcí a určuje vnitřní strukturu prachové obálky. Winters et al. (1994) předložili teoretické světelné křivky dlouhoperiodických proměnných hvězd a mirid. Některé jejich části se shodují s pozorovanými světelnými křivkami. Fleischer et al. (1995) vypracovali dynamický model prachové obálky kolem dlouhoperiodických proměnných hvězd se zahrnutím nelineárních efektů vznikajících opacitou prachu.

Winters et al. (1995) uveřejnili teoretické profily jasnosti a prostorová spektra dynamických modelů pro prachové obálky dlouhoperiodických proměnných hvězd. Groenewegen (1995) se pokusil modelovat rozdělení energie ve spektrech a spektra s nízkým rozlišením pro 21 IR uhlíkových hvězd použitím prachového modelu přenosu záření. Busso (1996) publikoval IR snímky šestnácti zdrojů (O, C a post AGB hvězdy), fotometrii a barvy odvodili pro 8,8; 9,8; 11,7 a 12,5 μm , které srovnal s fotometrickými daty a LRS z družice IRAS. Pozorování dovolila stanovit fotometrická kritéria schopná rozhodnout, zda je zdroj bohatý na kyslík nebo uhlík a odvodit \dot{M} .

Woitke et al. (1996a) zkoumali zahřívání a ochlazování obálek chladných hvězd působením záření v rozsahu hustot ($10^{10} - 10^{20}$) částic/ m^3 a teploty plynu v rozsahu od 500 kelvinů do $2 \cdot 10^4$ kelvinů. Zahrnují různé fyzikální procesy: rotační a rotačně-vibrační přechody molekul, atomové přechody, vázaně-volné přechody, volně-volné i fotochemické reakce. Autoři spočítali časový průběh ochlazování

zářením pro uhlíkem obohacený plyn typický pro atmosféry uhlíkových hvězd a teplotní relaxaci plynu po průchodu rázové vlny. K zásadní změně charakteru rázové vlny dochází podle výpočtů při hustotách ($10^{12} - 10^{14}$) částic/m³, kdy se mění z izotermálního na adiabatický s poklesem hustoty plynu.

Woitke et al. (1996b) navrhli fyzikální mechanismus, který může být podstatný pro vznik prachových zrn v obálkách pulzujících hvězd typu R CrB. Bachiller et al. (1997) zkoumali emisi CN (N=2-1 a N=1-0) v obálkách 42 objektů (C, O, S hvězdy, oddělené obálky i předplanetární mlhoviny). Emise byla nalezena u 30 objektů.

Le Bertre (1997) studoval prachové obálky kolem uhlíkových hvězd. Z pozorování v oboru 1 - 100 μm odvodil rychlost ztráty hmoty ($10^{-7} - 5 \cdot 10^{-5}$) M_{\odot} za rok. Prokázal vztah mezi \dot{M} a IR barvou.

Neri (1998) předkládá v tomto atlase výsledky výzkumu emise ¹²CO (J=1-0) a (J=2-1) pro 46 objektů (AGB a post AGB). Jsou tak získány „mapy“ obálek těchto objektů. Jsou odvozeny vlastnosti obálek a pro 38 objektů je určena i hodnota \dot{M} . Rovněž je formulován empirický vztah mezi CO fotodisociačním poloměrem obálky a poloměrem změřeným z emise (J=1-0).

Olofsson et al. (1998) publikoval souhrn pozorování 39 M a 22 uhlíkových hvězd, respektive jejich CO, CS, HCN, SiO, SiS a SO rádiové emise. Woitke a Sedlmayr (1999) zkoumají roli železa pro energetickou rovnováhu v rozsáhlých obálkách chladných hvězd. Marengo et al. (1999) provedli nová pozorování obálek AGB hvězd ve středním IR pásmu. K analýze objektů použili diagnostické prostředky založené na „IR barvách“.

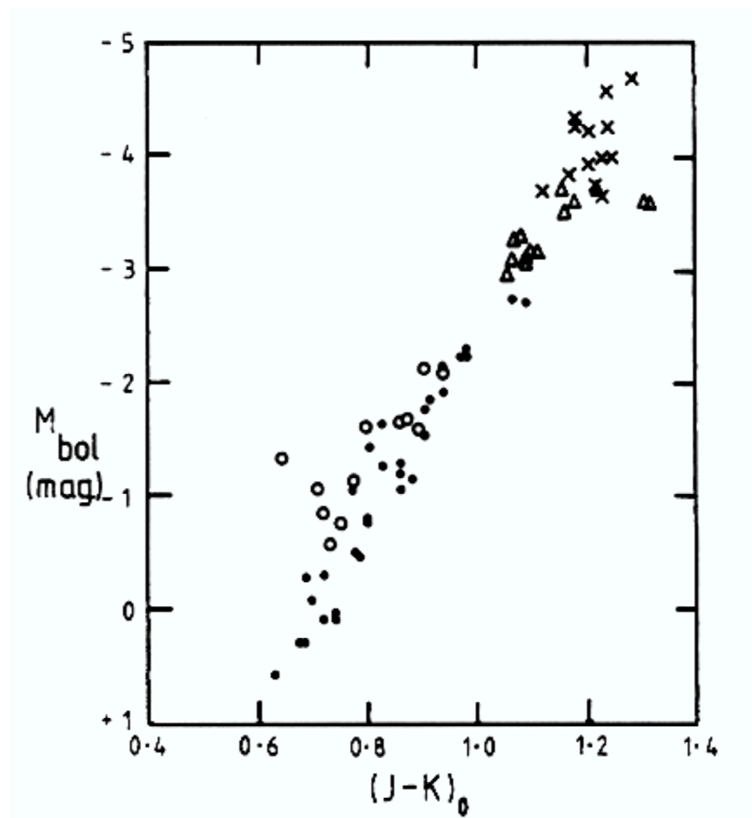
Hiriart a Kwan (2000) spočítali emisi kolem hvězdného prachu uhlíkové hvězdy a popsali vztah mezi IR tokem záření na 2,2; 12; 25 a 60 μm a také vlastnosti prachu. Tento model je kombinován s dřívějším modelem pro CO emisi. Výsledný model byl použit k analýze IR a CO dat u sedmnácti uhlíkových hvězd.

Knapp et al. (2000) zjistili přítomnost atomového uhlíku C I v obálkách dalších tří uhlíkových hvězd, celkem takových hvězd existuje sedm. Bieging et al. (2000) zveřejnili výsledky pozorování molekulárních čar SiO a HCN v pásmu submm a mm v obálkách 30 AGB hvězd spektrálních typů M, S i C. Autoři vy počítali spektrum pro model obálky a porovnali jej s pozorovanými intenzitami jednotlivých čar. Zjistili, že čáry HCN pro M hvězdy nesouhlasí s modelem, jenž předpokládá vznik HCN fotochemickou cestou ve vnější části obálky, ale musí být formován nerovnovážnými chemickými procesy ve vnitřní části obálky nebo dokonce už v atmosféře.

Poměr intenzit čar HCN a SiO s podobnými hodnotami excitační energie jasně vydělují uhlíkové hvězdy od typů M a S. Získaná data podporují představu, že HCN vzniká důsledkem rázové vlny šířící se obálkou M hvězdy. Pozorování těchto molekul mohou dát užitečné podněty hydrodynamickým modelům pro ztrátu hmoty danou pulzačními rázovými vlnami ve hvězdných atmosférách.

3.8 Vývoj, evoluční stadia a pulzace mirid

Vývojový stupeň kyslíkových mirid je nejzřetelnější u krátkoperiodických mirid, jež jsou členy kulových hvězdokup s vyšším obsahem těžších prvků. Takové málo hmotné hvězdy ukončí pobyt na hlavní posloupnosti a přesunou se na větev červených obrů (RGB). Z vrcholu RGB pak přejdou na horizontální větev a poté mezi obry na asymptotickou větev (AGB). Obrázek ?? ukazuje barevný diagram všech známých mirid z kulových hvězdokup a dále RGB a AGB hvězd z kulové hvězdokupy 47 Tuc (ve 47 Tuc jsou známy jen tři miridy).



Obrázek 3.1: Posloupnost obrů pro kulovou hvězdokupu 47 Tuc a miridy z různých hvězdokup; křížky označují miridy; trojúhelníčky proměnné hvězdy z 47 Tuc, které nejsou miridami; kroužky představují AGB hvězdy ze 47 Tuc a kolečky jsou znázorněny RGB hvězdy z této hvězdokupy (podle Feast, Whitelock 1987).

Miridy jsou zřetelně nejjasnější a nejchladnější ze všech hvězd v diagramu. Jejich zářivé výkony jsou nad maximem pro RGB hvězdy (pro periody nad 106 dnů) a jsou i nad AGB hvězdami (Feast 2001). Po tomto stadiu je patrně čeká odvržení atmosféry do mezihvězdného prostoru a stanou se planetárními mlhovinami. Blízko vrcholu AGB začnou u hvězd probíhat termální pulzy, během kterých hoří

helium a vodík v zóně obklopující neaktivní jádro hvězdy. Miridy se rovněž nacházejí ve stadiu termálních pulzů a vypadá to, že hvězdy vykazují charakteristické vlastnosti mirid během „jasných“ fází každého termálního cyklu.

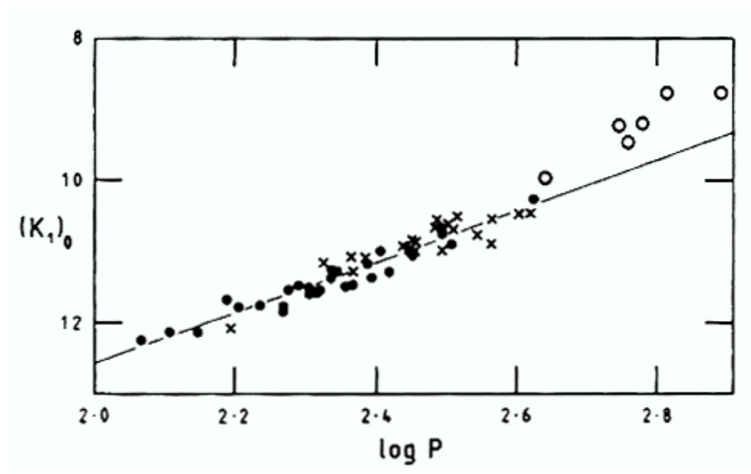
Hvězda se tak snad může stát miridou i několikrát. Mezitím bude pravděpodobně polopravidelnou proměnnou hvězdou s malou amplitudou změn jasnosti. Termální pulzy jsou iniciovány co 10^5 let u hvězdy sluneční hmotnosti tzv. heliovým zábleskem (zapálení heliové reakce), který trvá asi 500 let. Během této relativně krátké doby se struktura hvězdy změní velmi podstatně a to se může odrazit i na změně délky periody. Přestože u většiny mirid jsou dlouhodobé změny periody velmi malé, několik (R Hya, R Aql, W Dra a BH Cru) má chování prokazující podstatné změny ve struktuře hvězdného tělesa. Perioda R Hya se změnila z 500 dnů (v roce 1700) na 388 dnů (v současnosti). Tyto vzácné objekty asi právě procházejí obdobím heliového záblesku. Výskyt krátkoperiodických mirid v kulových hvězdokupách (tři miridy s periodami kolem 200 dnů ve 47 Tuc) dokazuje, že miridy s takovými periodami musí být staré objekty s počáteční hmotností rovnající se přibližně M_{\odot} . Data z kulových hvězdokup jsou omezená, ale docela zřetelně z nich vyplývá, že když je ve hvězdokupě více než jedna mirida, jejich periody jsou si blízké.

Existuje také vztah mezi periodami mirid v kulových hvězdokupách a jejich obsahem kovů, periody jsou delší pro hvězdokupy s vyšším obsahem kovů. Zatím není možné prozkoumat tento vztah na obecnější úrovni. Přestože je možné spektroskopicky klasifikovat miridy do tří širokých chemických skupin (M, S a C), jejich atmosféry jsou natolik složité, že neznáme přesné chemické složení ani poměrné zastoupení prvků. Ale závislost galaktické kinematiky mirid na jejich periodách odpovídá klasifikaci jednotlivých populací v Galaxii. Krátkoperiodické (s periodou kolem 200 dnů) hvězdy patří ke staré, diskové nebo halo-diskové populaci, jak lze očekávat podle vlastností mirid z kulových hvězdokup. Miridy s delší periodou patří k populacím, které jsou bohatší na kovy nebo mladší. Pak tedy je posloupnost period jednotlivých mirid zároveň jejich pořadím na koncích AGB větví hvězd různého stáří nebo chemického složení.

Podobně OH/IR miridy s periodou (1 000 - 2 000) dnů tuto posloupnost doplňují směrem ke hvězdám s větší hmotností ($\sim 4 M_{\odot}$). To je zřejmě proto, že centrální hvězdy těchto objektů jsou zakryty ve směru našeho pohledu velmi silnou obálkou a nemohou tak být detailněji pozorovány. Takové evoluční úvahy platí pro kyslíkové miridy. Status uhlíkových mirid je z hlediska stelární evoluce mnohem méně jasný. Některé se pravděpodobně vyvinuly z kyslíkových mirid důsledkem probagování bez podstatné změny periody. Miridy ve Velkém Magellanově mračnu, jež jsou od nás všechny zhruba stejně daleko, mají velmi zřetelnou lineární závislost mezi bolometrickou nebo infračervenou hvězdnou velikostí a $\log P$ pro periody mezi 100 dny a 400 dny. Závislost pro kyslíkové a uhlíkové miridy jsou shodné na $2,2 \mu\text{m}$ (K filtr) (obr. ??) a pouze nepatrně se liší bolometrický

zářivý výkon. Rozptyl podél závislosti je velmi malý (pouze 0,13 mag pro kyslíkové miridy v pásmu K). Takový malý rozptyl je důvodem pro předpoklad, že miridy mohou vznikat pouze v jasné fázi termálního pulzu. Absolutní hvězdnou velikost mirid je možné určit několika způsoby:

- zjištěním vzdálenosti Velkého Magellanova mračna (např. z měření cefeid)
- využitím znalosti vzdálenosti kulových hvězdokup, které obsahují miridy
- užitím absolutní hvězdné velikosti hvězd hlavní posloupnosti, které jsou součástí vizuálních dvojhvězd, jejichž jedna složka je mirida
- měřením trigonometrických paralax mirid (astrometrická měření družice Hipparcos)



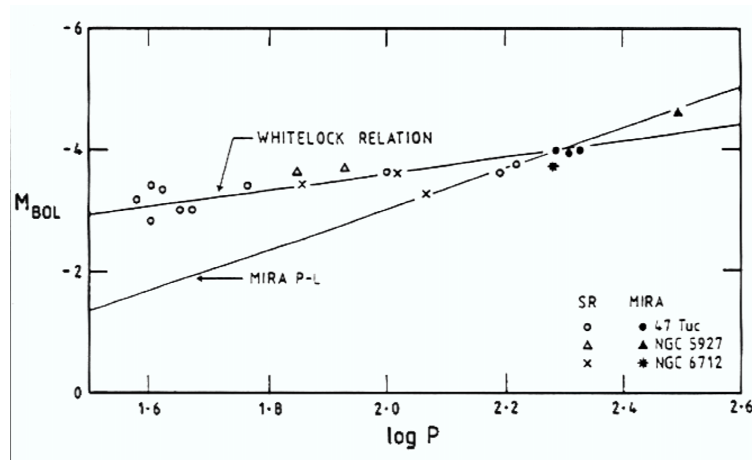
Obrázek 3.2: Závislost periody a zářivého výkonu pro miridy ve Velkém Magellanově mračnu. Na ose x je vynesena $\log P$ ve dnech, na ose y pak hvězdná velikost K v magnitudách. Plné kroužky jsou kyslíkové miridy, křížky představují uhlíkové miridy a prázdné kroužky miridy bez zřejmé klasifikace (podle Feast et al. 1989).

Rozdíly IR „barev“ mezi kyslíkovými miridami se stejnou periodou ve Velkém Magellanově mračnu a Galaxii dokládají, že závislost periody na obsahu kovů není všude stejná a z rozdílů může vyplývat rozdíl v zářivém výkonu u mirid se stejnou periodou. Zářivý výkon miridy s periodou 200 dnů je asi $4000 L_{\odot}$ a při $P = 400$ dnů je to $9000 L_{\odot}$. Absolutní hvězdnou velikost i vzdálenost miridy můžeme získat ze známého úhlového i lineárního průměru hvězdy. Přítomnost krátkoperiodických kyslíkových mirid v kulových hvězdokupách stejně jako kinematické vlastnosti kyslíkových mirid v Galaxii ukazují, že ty s periodami 1 rok a méně mají hmotnosti asi $1 M_{\odot}$. Tuto skutečnost spolu se známým lineárním

průměrem a periodou můžeme použít k nalezení modu, ve kterém mirida pulzuje. Dobrý souhlas byl nalezen za předpokladu, že se jedná o pulzace v prvním vyšším modu. Takový výsledek je do jisté míry kontroverzní, protože teoretické předpovědi rázové vlny dostatečně silné k excitaci (pozorovaná emise) předpokládají menší, teplejší hvězdu, ale ta by pak měla pulzovat v základním modu. Sporný výsledek je zčásti dán nejistotou určení průměru a také v nejistotě teoretických výpočtů pulzací, ale i vzniku rázové vlny.

U několika mirid máme dokonce důkazy, že jejich chování odpovídá pulzacím v několika modech. V některých případech i světelná křivka odpovídá superpozici dvou nebo více period. V principu poměry period vyšších modů umožňují rozlišení modu, ale teoretické výpočty závisí na přijatém modelu vnějších vrstev hvězdy. Řešení těchto problémů není myslitelné bez hlubšího pochopení jejich stavby.

Předchůdci mirid jsou zřejmí v případě krátkoperiodických mirid v kulových hvězdokupách, jestliže přijmeme standardní pohled na evoluci podél AGB směrem k větším zářivým výkonům a nižším povrchovým teplotám. V diagramu závislosti absolutní hvězdné velikosti na periodě se polopravidelné proměnné vyvíjejí podle závislosti, kterou poprvé popsala Whitelocková (obr. ??), s růstem zářivého výkonu, periody a amplitudou pulzací nakonec dosáhnou vrcholu AGB stejně jako miridy (viz $P-L$ závislost pro miridy). Lze předpokládat, že i pro dlouhoperiodické miridy, jež se vyvíjejí z hmotnějších hvězd (případně z hvězd bohatších na kovy), bude závislost vypadat obdobně. Ani proces ztrácení hmoty ani další evoluce mirid nejsou příliš prozkoumány. Přesto je všeobecně uznávaná hypotéza, že miridy odhodí své vnější vrstvy, z nichž se stanou planetární mlhoviny (Feast 2001).



Obrázek 3.3: Absolutní bolometrická hvězdná velikost (v magnitudách) vynesena v závislosti na logaritmu periody (ve dnech) pro skupinu polopravidelných proměnných hvězd a mirid. Plně čáry odpovídají závislostem $P-L$ pro miridy a pro polopravidelné proměnné hvězdy (tzv. vztah Whitelockové; podle Feast (1989)).

Chan a Kwok (1988) soudí, že uhlíkové hvězdy lze identifikovat na základě optických, IR i rádiových pozorování, ale přesný vztah mezi těmito skupinami objektů není jasný. Předpokládá se, že optické uhlíkové hvězdy reprezentují přechodnou evoluční fázi po ukončení procesu ztráty hmoty během fáze, kdy je hvězda bohatá na kyslík a před zahájením ztráty hmoty obohacené o uhlík během fáze tzv. IR uhlíkové hvězdy. Spočítali evoluční trajektorie na H-R diagramu pro přechod od kyslíkových hvězd na uhlíkové hvězdy založené na modelu Willemse a de Jonga (1986, 1988). Nalezli modely spekter, jež velmi dobře odpovídají pozorovanému rozdělení energie uhlíkových hvězd.

Později Chan a Kwok (1990) ukázali, že na základě pozorování satelitu IRAS lze rozdělit uhlíkové hvězdy do dvou skupin: vizuální a IR uhlíkové hvězdy. Vizuální uhlíkové hvězdy mají výrazný exces záření na vlnové délce $60 \mu\text{m}$, který je patrně pozůstatkem předchozí vývojové fáze, ve které hvězda ztrácela hmotu a byla bohatá na kyslík. Naopak, infračervené uhlíkové hvězdy jsou obklopeny silnou uhlíkovou obálkou a mají velice nízkou barevnou teplotu. Přechod mezi těmito dvěma fázemi je patrně způsoben kondenzací SiC zrn, která pak spustí jinou fázi úniku látky z hvězdy. Taková vývojová linie je velmi silně podpořena existencí objektu jako je např. ST Cam, kde pozorované vlastnosti odpovídají přechodovému stadiu mezi vizuální a IR uhlíkovou hvězdou. Autoři dokázali použitím vhodného modelu přenosu záření získat velmi dobrou shodu s pozorovaným rozložením energie ve spektru ($0,1 - 100 \mu\text{m}$) a stanovili rychlost ztráty hmoty pro 150 hvězd.

Chan (1993) se v návaznosti na své předchozí práce pokusila navrhnout „dvouslupkový“ model (obálka bohatá na kyslík a nově formovaná prachová obálka z SiC) a také model proces přerušného přenosu hmoty. Výsledky podporují představu, že stadia vizuálních a IR uhlíkových hvězd jsou vývojově propojena. Groenewegen et al. (1995) stanovil, že nejnižší hmotnost hvězdy, která se může stát uhlíkovou je zhruba $1,5 M_{\odot}$. Model ukazuje, že hvězdy o hmotnosti mezi $1,5 M_{\odot}$ a $1,6 M_{\odot}$ se stávají uhlíkovými při posledním termálním pulzu na AGB a jejich uhlíková fáze trvá několik desítek tisíc roků. Hmotnější hvězdy procházejí dalšími TP i jako uhlíkové a to po dobu milionu let. Průměrná délka existence uhlíkových hvězd je $3 \cdot 10^5$ roků. Autoři usuzují, že dvě třetiny uhlíkových hvězd s obálkou jsou bohaté na kyslík.

3.9 Dvojhvězdné miridy a hvězdy miridám podobné

Některé miridy jsou složkami dvojhvězd. Takzvané symbiotické hvězdy vykazují bohaté emisní spektrum s relativně vysokým stupněm excitace. K excitaci patrně dochází při přetoku plynu od složky - miridy na disk obklopující kompaktnější složku dvojhvězdy. Nejbližší takový systém je patrně mirida R Aqr ($P = 387$ d), která je rozlišena i jako bipolární mlhovina. U některých symbiotických hvězd

(např. RR Tel, $P = 387$ dnů) není přítomnost miridy zřetelná z optických pozorování, ale charakteristická proměnnost dominuje v IR oboru záření systému. Mira samotná také přenáší svou látku na druhou složku systému, bílého trpaslíka a lze ji tak považovat za člena skupiny symbiotických hvězd. Jiná mirida, QX Pup, má periodu 700 dnů a je součástí bipolární mlhoviny s velmi rychlým odtokem materiálu (200 km/s). Nemá sice charakteristické „symbiotické“ emisní čárové spektrum, ale je asi také složkou interagující dvojhvězdy (Feast 2001).

Existuje i poměrně málo početná skupina proměnných červených veleobrů, které obdobně jako miridy mají pravidelné periodické změny jasnosti a jsou mnohdy klasifikovány jako miridy. Mají periody delší než 400 dnů a nižší amplitudu světelných změn než miridy. Jejich absolutní hvězdné velikosti jsou o dvě magnitudy větší než hvězdné velikosti mirid, ale nejsou zdaleka tak dobře prozkoumány. Jsou známy v Galaxii, Magellanových mračnecích a dokonce i ve spirální galaxii M 33. I u nich byla nalezena závislost periody na zářivém výkonu. Tyto objekty jsou hmotnější ($> 9 M_{\odot}$) a v jejich jádře hoří helium. Je zvykem označovat je jako veleobry, na rozdíl od mirid a dalších hvězd na AGB, jež označujeme jako obry. Tato konvence by měla platit, přestože spektra některých mirid jsou v praxi klasifikována mnohými autory jako obři i veleobři.

Mürset a Schmid (1999) odvodili nové spektrální typy chladných obrů ve stovece symbiotických systémů a zavádějí klasifikaci založenou na blízkých IR spektrech. Nalezli výraznou korelaci mezi spektrálním typem chladného obra v systému a oběžnou dobou. Autoři Belczynski et al. (2000) sestavili nový katalog symbiotických hvězd, který obsahuje 188 symbiotických hvězd a 30 objektů, které jsou patrně také symbiotickými hvězdami. Obsahuje kromě souřadnic také V a K hvězdné velikosti, UV, IR, rentgenová i rádiová pozorování spolu se spektrální klasifikací chladné složky, maximální ionizační potenciál (pozorovaný), odkazy na vyhledávací mapky, spektrální klasifikace a články o těchto objektech. Pro dvojhvězdy jsou uvedeny fotometrické efemeridy a orbitální elementy, pro miridy pak perioda pulzace a paralaxy (Hipparcos).

3.10 Práce založené na pozorováních družice Hipparcos

Sutton (1997) publikoval astrometrii IR zdrojů a porovnání s polohami SiO maserů, celkem 87 jasných IR zdrojů. Alksnis et al. (1998) určili absolutní hvězdné velikosti uhlíkových hvězd z přesných ročních paralax změřených družicí Hipparcos. Analýza zahrnuje trigonometrické paralaxy a fotometrická data pro 40 uhlíkových hvězd. Jsou odvozeny absolutní hvězdné velikosti vizuální i bolometrické, index $(B - V)_0$, velikost absorpce i moduly vzdálenosti.

Závislost periody a zářivého výkonu studovali Bergeat et al. (1998) a sestavili diagram $P-L$ pro 115 galaktických dlouhoperiodických proměnných hvězd v podobě $(M_K, \log P)$ z pozorování družice Hipparcos. Diagram je porovnán

s uhlíkovými hvězdami z LMC. Jsou si podobné a lze na nich vidět tři skupiny: dlouhoperiodické proměnné hvězdy blízko P - L vztahu formulovaného v práci Feast et al. (1989), krátkoperiodické proměnné s vyšším zářivým výkonem a několik dlouhoperiodických proměnných hvězd s nižším výkonem. Z jedné skupiny je odvozen vztah $M_K = (-3,99 \pm 0,13) \log P + (3,07 \pm 0,15)$ a modul vzdálenosti LMC pak $(18,5 \pm 0,17)$ mag (bez oprav na chemické složení).

Whitelock a Feast (2000) shrnuli paralaxy získané družicí Hipparcos pro 255 miridám podobných dlouhoperiodických proměnných hvězd. Fabricius a Makarov (2000) publikovali astrometrická data 257 hvězd z katalogu Tycho 2.

Suh (2000) zjišťuje optické vlastnosti uhlíkových prachových zrn v obálkách kolem AGB hvězd a porovnává model s pozorováními IRAS (PSC a LRS). Mennessier et al. (2001) vytvořili databázi, která zahrnuje astrometrická a kinematická data projektu Hipparcos pro dlouhoperiodické proměnné hvězdy. V elektronické podobě obsahuje absolutní hvězdné velikosti (obory K , $IRAS\ 12$ a $IRAS\ 25$) pro 800 dlouhoperiodických proměnných hvězd. Knapp et al. (2001) publikuje nová zpracování dat získaných družicí Hipparcos a stanovuje absolutní hvězdné velikosti pro uhlíkové hvězdy typu R.

3.11 Současné trendy ve výzkumu mirid

Infračervená, rádiová a interferometrická pozorování vedou k porozumění složitým atmosférám mirid, jejich těsného okolí a také k odhalení vazeb mezi vlastnostmi mirid a jejich pulzacemi. Jedním z cílů je odhalení mechanismu ztráty hmoty a formování zrn. Také závěrečné odvržení vnějších vrstev mirid a následný vznik planetárních mlhovin, není dostatečně probádán, přestože se jedná o klíčovou fázi stelární evoluce. Miridy jsou důležité i jako „indikátory“ vzdáleností (v Galaxii, ale i mimo ni). Například jsou miridy ve velkém počtu v centrální výdutí naší Galaxie a zkoumání těchto hvězd v optickém, IR a rádiovém oboru bude mít velký dopad na porozumění složení, kinematické a struktury galaktické výdutě (Feast 2001). Mohou být užity i ke stanovení vzdálenosti k centru Galaxie. Pokud se podaří prokázat, že periody mirid jsou závislé na hvězdných populacích, ke kterým patří, jsou použitelnými indikátory galaktické evoluce.

Matsuura et al. (2002) publikují spektra šesti uhlíkových hvězd z LMC pořízená v pásu L dalekohledem VLT. Ve srovnání s galaktickými C hvězdami mají tyto v LMC větší poměr C/O ($>1,2$), což lze vysvětlit tím, že v LMC je větší poměr u $(C_2H_2)/(HCN)$ než u hvězd v okolí Slunce.

Groenewegen et al. (2002) publikovali velikost prachové a plynové složky hvězdného větru pro 330 IR uhlíkových hvězd do vzdálenosti cca 5,5 kpc.

Wachter et al. (2002) odvodili vylepšený popis prachem řízeného hvězdného větru pro chladné uhlíkové hvězdy na konci AGB fáze vývoje ($\log \dot{M} = 8,86 - 1,95 \log M/M_\odot - 6,81 \log T/K + 2,47 \log L/L_\odot$).

Lancon a Mouhcine (2002) využívají vlastního atlasu spekter hvězd z horní části AGB k vytvoření vztahu mezi vzhledem spektra a stadiem hvězdného vývoje hvězdy. Bergeat et al. (2002b) zkoumají pulzace dlouhoperiodických proměnných hvězd. Identifikují mody (základní a 1. vyšší mod) v diagramu závislosti periody na poloměru.

Kiss a Szatmary (2002) ukázali velmi pečlivým zpracováním vizuálních dat pro miridu R Cyg v rozsahu let 1901 - 2001, že její světelná křivka vykazuje chaotické chování. Kharchenko et al. (2002) analyzovali veškeré miridy z GCVS (4.edice) a doplnili je novými údaji z projektu Hipparcos. Celkem inovovali údaje pro 724 mirid s periodami od 78 dnů do 612 dnů. Spočítali také teoretickou četnost mirid v závislosti na jejich vizuální hvězdné velikosti.

Bergeat et al. (2002a) odvodili funkci zářivého výkonu pro téměř 300 galaktických uhlíkových obrů a vynesli je do H-R diagramu. Tabulka je dostupná na <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/390/967>.

Richichi a Percheron (2002) sestavili katalog velmi přesných úhlových měření (CHARM) 1 625 zdrojů (2 432 měření). Jsou mezi nimi uhlíkové miridy. Jedná se o měření při zákrytech Měsícem i interferometrická. Katalog je dostupný na <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/386/492>.

Bieging et al. 2002 se pokusili vypracovat diagnostické metody k nalezení vhodného hydrodynamického modelu hvězdné atmosféry. Groenewegen et al. (2002) publikují pozorování na mm vlnové délce pro 260 uhlíkových hvězd. Pozorování jsou dostupná na <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/390/501>.

Hony et al. (2002) pořídili spektra 2 - 45 μm pro velký počet uhlíkových hvězd. Vandebussche et al. (2002) sestavili atlas IR spekter (2,36 μm - 4,1 μm) pro zhruba 300 hvězd. Atlas je dostupný na <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/390/1033>.

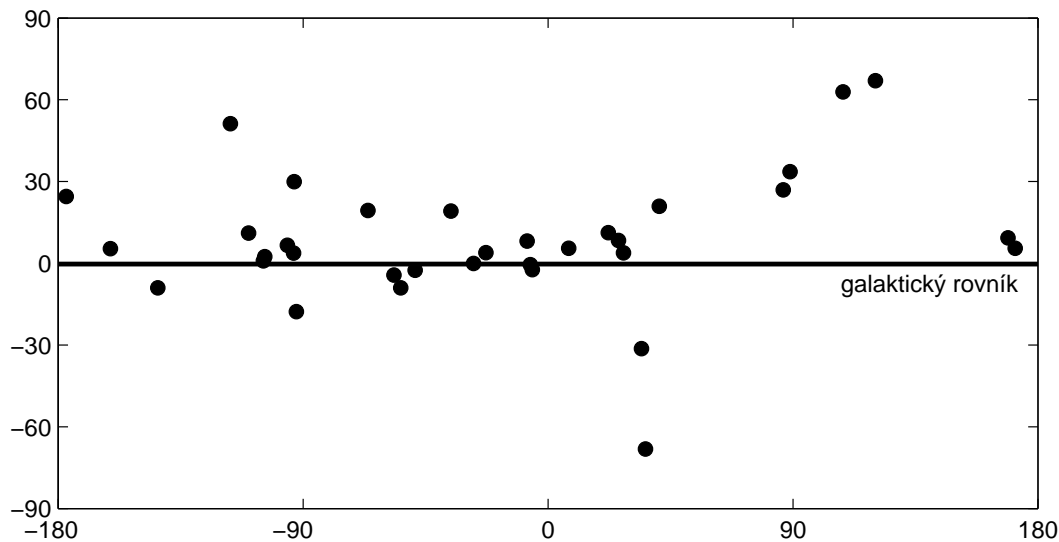
Skupina van Belle et al. (2002) měřila úhlový průměr 22 kyslíkových mirid v oblasti 2,2 μm . Andersen et al. (2003) vytvořili konzistentní model pro hvězdný vítr (složku řízenou prachem) u uhlíkových AGB hvězd. Pourbaix et al. (2003) zjistili, že pozorování družicí Hipparcos odhalila, že u některých objektů je pohyb tzv. „fotocenter“ objektu v korelaci se změnami jasnosti, což by mohlo znamenat přítomnost druhé složky v soustavě (potvrzení binární povahy). Většina z 288 takových objektů byly dlouhoperiodické proměnné hvězdy (miridy), autoři revidovali tato vyhodnocení a potvrdili korelaci pohybu a změn jasnosti pouze u 27 dlouhoperiodických proměnných hvězd!

4 Analýza fázových závislostí

4.1 Pozorovací data

Veškerá pozorovací data pořídila Cecilia Barnbaum a s jejím laskavým svolením jsem je použil k dalšímu zpracování. Pokoušel jsem se sice získat další pozorovací materiál, ale neúspěšně. Velký dalekohled na AsÚ AV ČR není vybaven natolik citlivým spektrografem, aby bylo možné pořídit nová spektra tak málo jasných objektů, jakými uhlíkové miridy jsou. Také snaha o získání dalších spekter ze zahraničí, případně pozorovacího času na větších dalekohledech, nebyla zatím úspěšná.

Ze všech zaslaných spekter jsem si k dalšímu studiu vybral ta, která vykazují emisi v čáře H_α . Optická spektra byla pořízena v letech 1988 - 1993 Skaneovým dalekohledem (3 m) na Lickově observatoři (Barnbaum 1994). Spektra byla pořízena Hamiltonovým echelle spektrografem v coudé ohnisku (0,013 nm u 610 nm) s disperzí $0,28 \text{ nm.mm}^{-1}$ v modré a $0,43 \text{ nm.mm}^{-1}$ v červené oblasti. Surová data byla jejich autorkou částečně upravena programem *IRAF*. Celý spektrální rozsah (508 - 785) nm byl pokryt 40 řády ešletového spektra (Barnbaum 1994). Základní vlastnosti studovaných hvězd jsou shrnuty v tabulce ???. Obrázek ??? znázorňuje jejich polohu na obloze v galaktických souřadnicích.



Obrázek 4.1: Poloha studovaných hvězd na obloze v galaktických souřadnicích (na ose x je vynesena galaktická délka, na ose y pak galaktická šířka, obě veličiny jsou ve stupních).

Tabulka 4.1: Základní vlastnosti zkoumaných hvězd. V 1. sloupci je uvedeno jméno hvězdy podle katalogu GCVS, 2. a 3. sloupec obsahují spektrální klasifikace ve starém a novém systému, 4. sloupec shrnuje klasifikace proměnnosti podle GCVS, 5. sloupec obsahuje hodnotu maximální hvězdné velikosti a poslední sloupec pak minimální hvězdnou velikost (písmena *V*, *B*, *P* označují spektrální pásmo).

Hvězda	Sp. typ I	Sp. typ II	Typ	Maximum [mag]	Minimum [mag]
V 374 Aql	Ne	C7,3e	SRa	8,8	11,7 <i>V</i>
AU Aur	N0e	C6,3e	M	13,0	15,8 <i>P</i>
AZ Aur	N0e	C7,1e	M	10,5	17,7 <i>B</i>
S Aur	N3	C4,4	SR	8,2	13,3
UV Aur	Ne	C6,2epJ	M	7,4	10,6
S Cam	R8e	C7,3e	SRa	7,7	11,6 <i>V</i>
R CMi	CSep	C7,1eJ	M	7,2	11,6 <i>V</i>
HV Cas	Ne	C4,3e	M	12,9	17,2 <i>P</i>
W Cas	...	C7,1e	M	7,8	12,5 <i>V</i>
X Cas	N1e	C5,4e	M	9,5	13,2 <i>V</i>
S Cep	N8e	C7,4e	M	7,4	12,9 <i>V</i>
V CrB	N2e	C6,2e	M	6,9	12,6 <i>V</i>
RS Cyg	N0ep	C8,2e	SRa	6,5	9,5 <i>V</i>
U Cyg	Nep	C7,2e	M	5,9	12,1 <i>V</i>
V Cyg	Nep	C5,3e	M	7,7	13,9 <i>V</i>
WX Cyg	N3e	C8,2eJ	M	8,8	13,2 <i>V</i>
T Dra	N0e	C6,2e	M	7,2	13,5 <i>V</i>
R For	Ne	C4,3e	M	7,5	13,0 <i>V</i>
VX Gem	Nep	C7,2e	M	10,8	15,1 <i>P</i>
ZZ Gem	Ne	C5,3e	M	12,4	16,0 <i>P</i>
CZ Hya	Ne	Ce	M	9,7	15,5 <i>P</i>
RY Hya	N	C6,4e	SRb	12,2	15,0 <i>P</i>
V Hya	N6e	C6,3e	M/SRa	10,9	16,0 <i>V</i>
R Lep	N6e	C7,6e	M	5,5	11,7 <i>V</i>
U Lyr	N0e	C4,5e	M	8,3	13,5 <i>V</i>
CL Mon	N6e	C6,3e	M	11,0	17,5 <i>P</i>
V Oph	N3e	C5,2e	M	7,3	11,6 <i>V</i>
RZ Peg	CSe	C9,1e	M	7,6	13,6 <i>V</i>
SY Per	N3e	C6,4	SRa	8,7	13,0 <i>V</i>
SU Sco	N0	C5,5	SR	11,7	13,2 <i>P</i>
V901Sco	Ne	Ce	SR	13,6	15,8 <i>P</i>
FX Ser	...	C	Lb	14,1	15,7 <i>V</i>
RU Vir	R3ep	C8,1e	M	9,0	14,2 <i>V</i>
SS Vir	Ne	C6,3e	M/SRa	6,0	9,6 <i>V</i>

4.2 Vlastnosti studovaných hvězd

Úplná bibliografie je dostupná v databázi SIMBAD. Od původního záměru, podrobně vypsat všechny dosud publikované informace o hvězdách studovaných v této práci, bylo pro značný rozsah takového textu upuštěno. Tento přehled je však ve strohé podobě obsahem elektronické verze práce, kde jsou údaje shrnuty v textových souborech označených jménem hvězdy (podle katalogu GCVS).

V následujícím přehledu jsou kromě základních vlastností hvězd a jejich světelných křivek (detailní postup konstrukce světelných křivek je popsán v následující kapitole, vykreslovací programy jsou v příloze) uvedeny i seznamy většiny názvů užívaných pro danou hvězdu v literatuře.

4.2.1 V 374 Aql

Je polopřavidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 19^h 30^m 14,5^s$ $\delta = -00^\circ 50' 12''$; galaktické souřadnice $l = 36,64^\circ$ $b = -9,01^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 15,1 mag až 15,8 mag (V). Bývá klasifikována jako V3.

Používaná označení v různých katalozích:

V374 Aql, AAVSO 1925-01, AN 101.1930, C* 2737, Case 740, CGCS 4301, CSI-00-19277, GCRV 11926, IRAS 19276-0056, IRC +00438, RAFGL 2400

4.2.2 AU Aur

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 04^h 54^m 15,0002^s$ $\delta = +49^\circ 54' 0,330''$; galaktické souřadnice $l = 157,20^\circ$ $b = +3,91^\circ$) s vlastním pohybem (7,02; -2,25) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 13,0 mag až 15,8 mag (V). Bývá řazena do fotometrické skupiny V4 a roční paralaxa činí 2,09 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

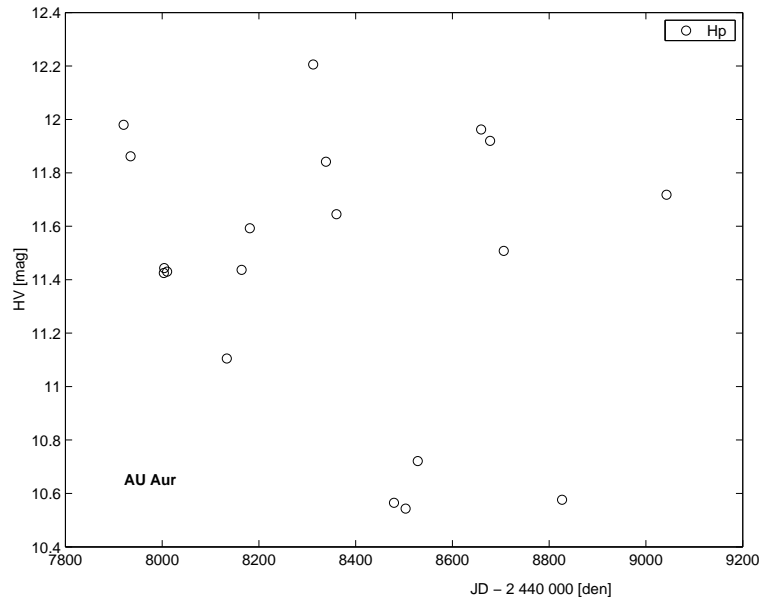
AU Aur, AAVSO 0446+49, AN 398.1933, C* 262, Case 329, CGCS 806, CGCS 803, CSI+49-04504, GCRV 2878, HIC 22796, HIP 22796, IRAS 04504+4949, IRC +50130, LEE 276, MSB 11, RAFGL 4385S

4.2.3 AZ Aur

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 06^h 01^m 07,7^s$ $\delta = +39^\circ 40' 15''$; galaktické souřadnice $l = 172,30^\circ$ $b = +8,16^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 10,5 mag až 15,5 mag (V), fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

AZ Aur, AAVSO 0554+39, AN 397.1933, C* 433, CGCS 1128, CSI+39-05576, GCRV 3751, IRAS 05576+3940, IRC +40151, LEE 185, MSB 15, RAFGL 853



Obrázek 4.2: Světelná křivka hvězdy AU Aur pořízená družicí Hipparcos.

4.2.4 S Aur

Je polopravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 05^h 27^m 06,5^s$ $\delta = +34^\circ 09' 21''$; galaktické souřadnice $l = 173,48^\circ$ $b = -0,51^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 8,2 mag až 12,5 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

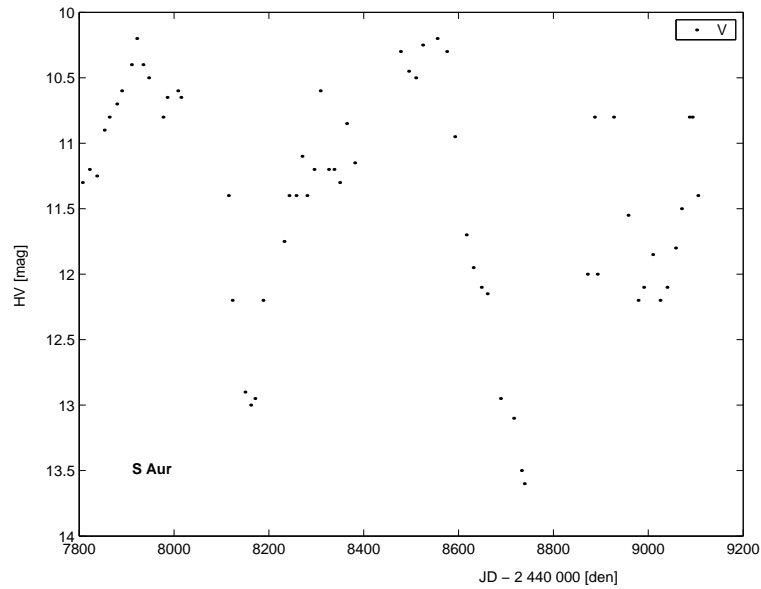
HD 35556, BD+34 1044, C* 336, Case 10, CCDM J05270+3409A, CGCS 941, CSI+3410441, Fuen C 49, GCRV 3266, IDS 05205+3405 A, IRAS 05238+3406, IRC +30114, RAFGL 748, SKY 8675, S Aur

4.2.5 UV Aur

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 05^h 21^m 48,881^s$ $\delta = +32^\circ 30' 43,15''$; galaktické souřadnice $l = 174,22^\circ$ $b = -2,35^\circ$) s vlastním pohybem (-8,9; -13,0) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 9,8 mag až 11,1 mag (V). Bývá řazena do fotometrické skupiny V3.

Používaná označení v různých katalozích:

UV Aur, SV* HV 3322, AAVSO 0515+32, ADS 3934 A, AG+32 505, AN 58.1911, BD+32 957, C* 318, Case 9, CCDM J05218+3231A, CGCS 911, CSI+32 957 1, DO 11210, Fuen C 29, GCRV 3199, GEN +1.00034842A, HD 34842, HIC 25050, HIP 25050, IDS 05153+3224 A, IRAS 05185+3227, IRC +30110, JP11 1034, Kiso C2- 18, LEE 179, PPM 70251, RAFGL 735, SAO 57941, UBV M 10852, HIC 25050



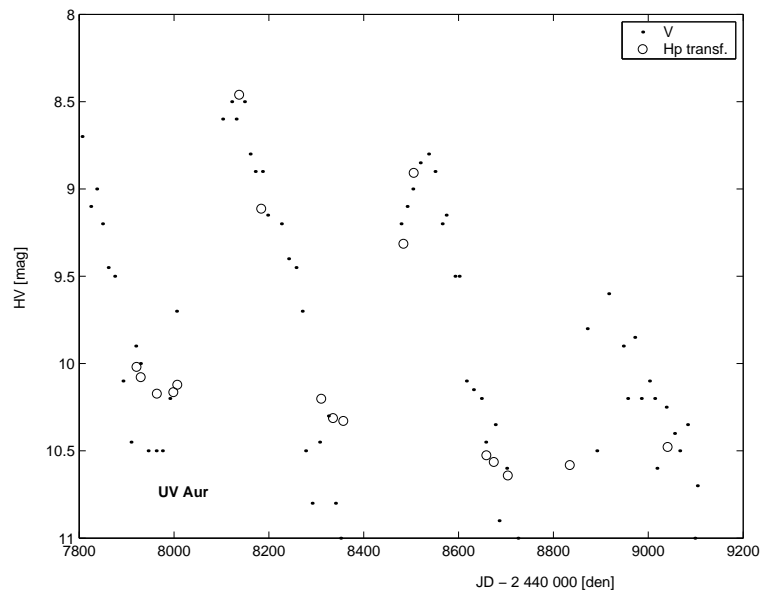
Obrázek 4.3: Světelná křivka hvězdy S Aur pořízená z dat AFOEV.

4.2.6 S Cam

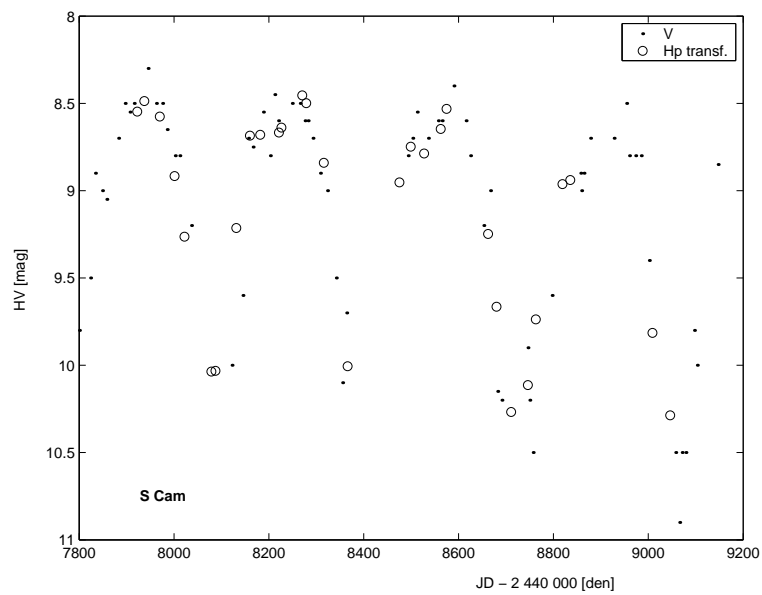
Je polopravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 05^h 41^m 02,4931^s$ $\delta = +68^\circ 47' 55,029''$; galaktické souřadnice $l = 144,33^\circ$ $b = +19,14^\circ$) s vlastním pohybem $(-0,81; 2,70)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 8,1 mag až 11,0 mag (V). Její roční paralaxa činí 1,55 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

HD 36972, AAVSO 0530+68, AG+68 274, C* 370, CGCS 998, CSI+68 398 1, DO 29499, GC 7005, GCRV 3475, GEN +1.00036972, GSC 04344-00928, HIC 26753, HIP 26753, IRAS 05356+6846, IRC +70064, LEE 281, PPM 15397, SAO 13563, TYC 4344- 928-1, UBV 21579, UBV M 11201, S Cam



Obrázek 4.4: Světelná křivka hvězdy UV Aur z dat AFOEV a měření družice Hipparcos.



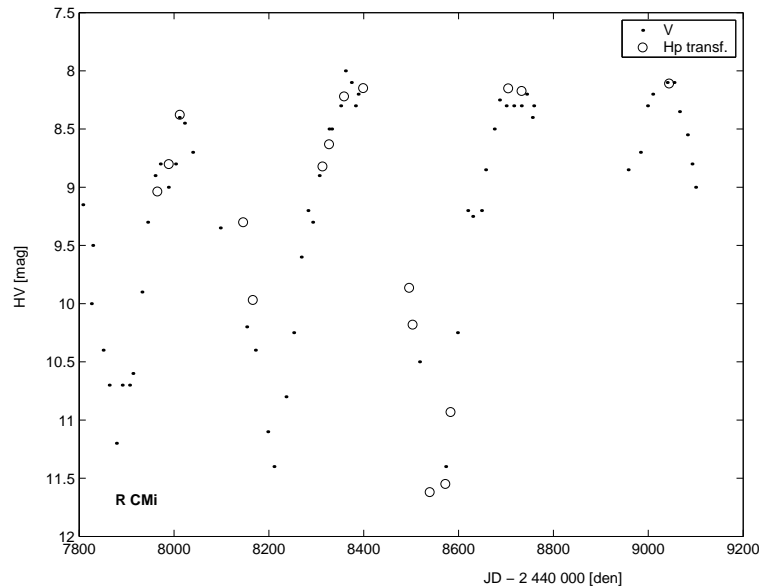
Obrázek 4.5: Světelná křivka hvězdy S Cam z dat AFOEV a měření družice Hipparcos.

4.2.7 R CMi

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 07^h 08^m 42,6127^s$ $\delta = +10^\circ 01' 26,472''$; galaktické souřadnice $l = 205,90^\circ$ $b = +8,36^\circ$) s vlastním pohybem $(-7,31; 3,74)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,4 mag až 11,6 mag (V). Bývá řazena do fotometrické skupiny V4 a má roční paralaxu 1,36 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

R CMi, AAVSO 0703+10, BD+10 1428, C* 675, Case 701, CGCS 1561, DO 1956, GC 9432, GCRV 4701, GEN +1.00054300, HD 54300, HIC 34474, HIP 34474, IRAS 07059+1006, IRC +10154, RAFGL 4567S, SAO 96548, SKY 12844, UBV 21323



Obrázek 4.6: Světelná křivka hvězdy R CMi z dat AFOEV a měření družice Hipparcos.

4.2.8 HV Cas

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 01^h 11^m 03,45^s$ $\delta = +53^\circ 43' 40,3''$; galaktické souřadnice $l = 125,87^\circ$ $b = -9,03^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 12,9 mag až 17,2 mag (V), fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

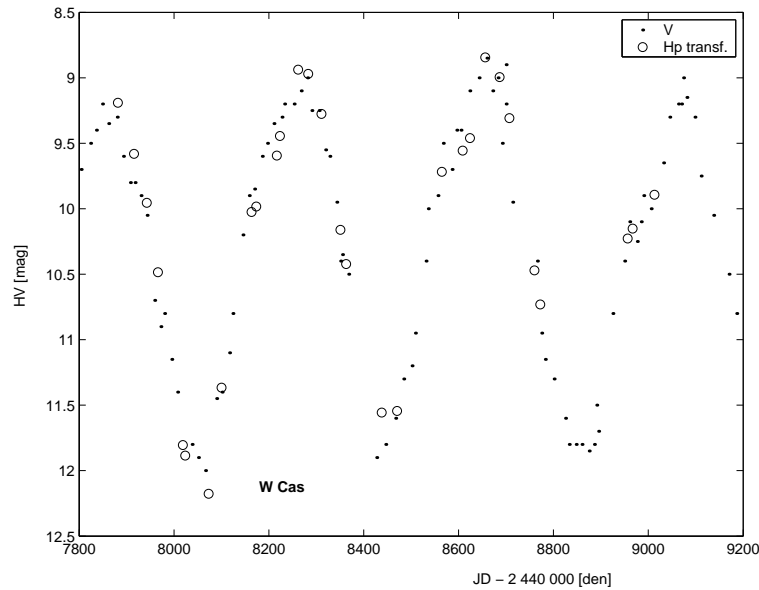
HV Cas, SV* SON 3345, AAVSO 0105+53, AN 18.1943, C* 56, CGCS 180, CSI+53-01080, DO 24107, GCRV 679, GSC 03669-00133, IRAS 01080+5327, IRC +50030, LEE 241, MSB 45, RAFGL 167

4.2.9 W Cas

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 00^h 54^m 53,8480^s$ $\delta = +58^\circ 33' 49,152''$; galaktické souřadnice $l = 123,38^\circ$ $b = -4,31^\circ$) s vlastním pohybem $(-6,68; 0,72)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 8,2 mag až 12,4 mag (V). Její roční paralaxa činí $-0,17$ mas. Řazena do fotometrické skupiny V4.

Používaná označení v různých katalozích:

HD 5235, AAVSO 0049+58, BD+57 165, C* 38, Case 502, CGCS 136, GCRV 509, GSC 00368-01824, HIC 4284, HIP 4284, IRAS 00519+5817, IRC +60026, Kiso C1-115, RAFGL 4062S, SKY 1401, USNO-A1.0 1425-01292841, W Cas



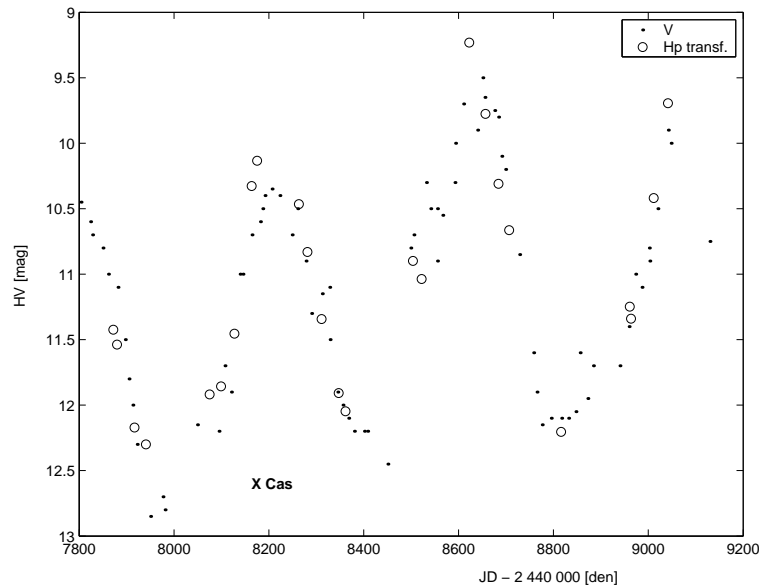
Obrázek 4.7: Světelná křivka hvězdy W Cas z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.10 X Cas

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 01^h 56^m 38,0944^s$ $\delta = +59^\circ 15' 33,721''$, galaktické souřadnice $l = 131,19^\circ$ $b = -2,56^\circ$) s vlastním pohybem $(2,99; -4,18)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 9,7 mag až 13,2 mag (V). Roční paralaxa činí $-3,40$ mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

X Cas, AAVSO 0149+58, BD+58 334a, C* 87, Case 53, CGCS 295, CSI+58 334 2, GCRV 1070, GSC 03696-02198, HIC 9057, HIP 9057, IRAS 01531+5900, IRC +60069, Kiso C1-201, LEE 245, RAFGL 270S



Obrázek 4.8: Světelná křivka hvězdy X Cas z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.11 S Cep

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 21^h 35^m 12,8319^s$ $\delta = +78^\circ 37' 28,191''$; galaktické souřadnice $l = 113,84^\circ$ $b = +19,39^\circ$) s vlastním pohybem (9,31; 1,32) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,4 mag až 12,9 mag (V). Její roční paralaxa činí 2,41 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

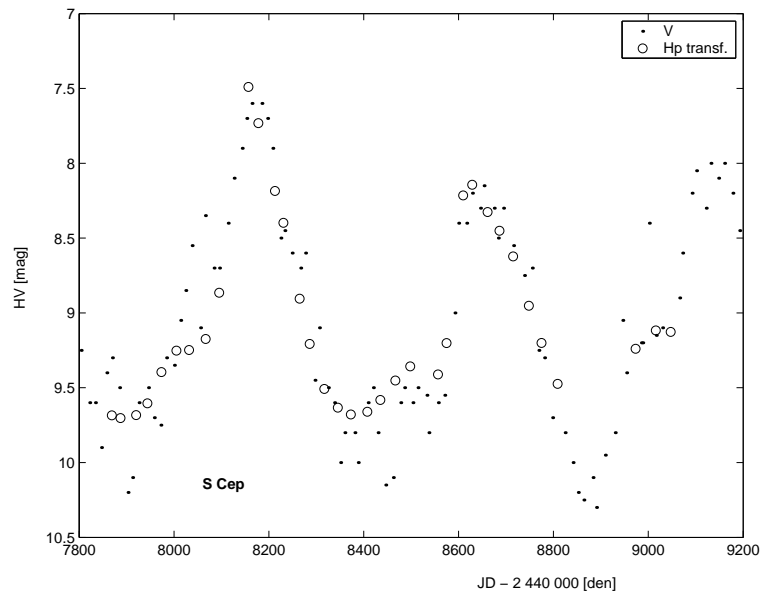
S Cep, AAVSO 2136+78, BD+77 827, C* 3055, CGCS 5406, GC 30287, GCRV 13590, HD 206362, HIC 106583, HIP 106583, IRAS 21358+7823, IRC +80048, LEE 336, POVR 3, RAFGL 2785, SAO 10100, SKY 41158

4.2.12 V CrB

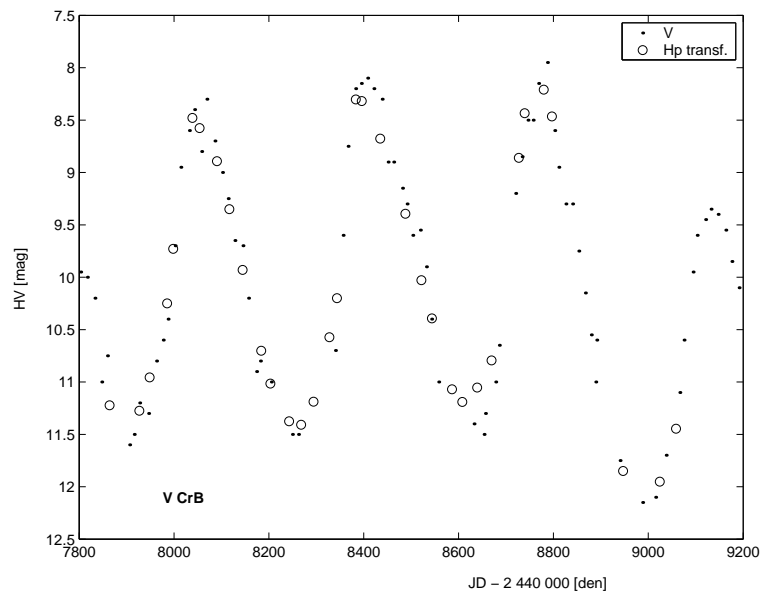
Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 15^h 49^m 31,3118^s$ $\delta = +39^\circ 34' 17,892''$; galaktické souřadnice $l = 63,27^\circ$ $b = +51,23^\circ$) s vlastním pohybem (5,56; -14,67) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 6,9 mag až 12,2 mag (V). Její roční paralaxa činí 0,51 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

V CrB, AAVSO 1546+39, BD+40 2929, C* 2293, CGCS 3652, DO 15339, GC 21278, GCRV 9125, GEN +1.00141826, HD 141826, HIC 77501, HIP 77501, IRAS 15477+3943, IRC +40273, JP11 2656, LEE 203, RAFGL 5311, SAO 64929, UBV 21466,



Obrázek 4.9: Světelná křivka hvězdy S Cep z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.



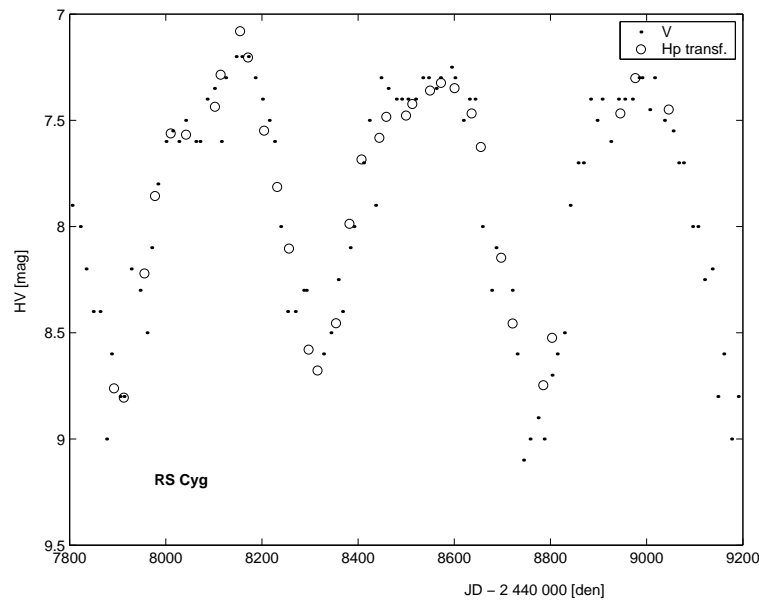
Obrázek 4.10: Světelná křivka hvězdy V CrB z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.13 RS Cyg

Je polopravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 20^h 13^m 23,6615^s$ $\delta = +38^\circ 43' 44,471''$; galaktické souřadnice $l = 75,93^\circ$ $b = +2,42^\circ$) s vlastním pohybem (8,07; 1,53) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 6,5 mag až 9,3 mag (V). Její roční paralaxa činí 1,81 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

HD 192443, AAVSO 2009+38, AG+38 1989, BD+38 3957, C* 2880, Case 25, CCDM J20134+3844A, CGCS 4758, CSI+38 3957 1, DO 18737, GC 28087, GCRV 12588, GEN +1.00192443, GSC 03151-00539, Hen 3-1852, HIC 99653, HIP 99653, IDS 20097+3826 A, IRAS 20115+3834, IRC +40397, JP11 3192, PPM 84477, RAFGL 2528, SAO 69636, SKY 38090, TYC 3151- 539-1, UBV 21460, uvby98 100192443, RS Cyg



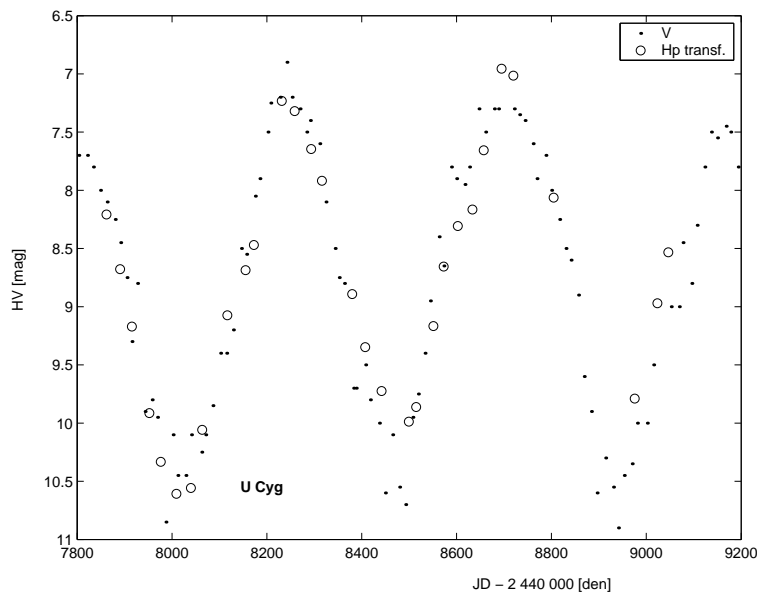
Obrázek 4.11: Světelná křivka hvězdy RS Cyg z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.14 U Cyg

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 20^h 19^m 36,5956^s$ $\delta = +47^\circ 53' 39,081''$; galaktické souřadnice $l = 84,21^\circ$ $b = +6,57^\circ$) s vlastním pohybem (-1,53; 0,99) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 6,7 mag až 11,4 mag (V). Její roční paralaxa činí 1,1 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

U Cyg, AAVSO 2016+47, AG+47 1562, BD+47 3077, C* 2894, Case 289, CCDM J20197+4754A, CGCS 4817, DO 38285, GC 28290, GCRV 12701, GEN +1.00193680, HD 193680, HIC 100219, HIP 100219, IDS 20165+4734 A, IRAS 20180+4744, IRC +50324, JP11 3231, Kiso C3-18, LEE 321, PPM 59720, RAFGL 2556, ROT 7661, SAO 49477, UBV 21497, uvby98 100193680 V



Obrázek 4.12: Světelná křivka hvězdy U Cyg z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos

4.2.15 V Cyg

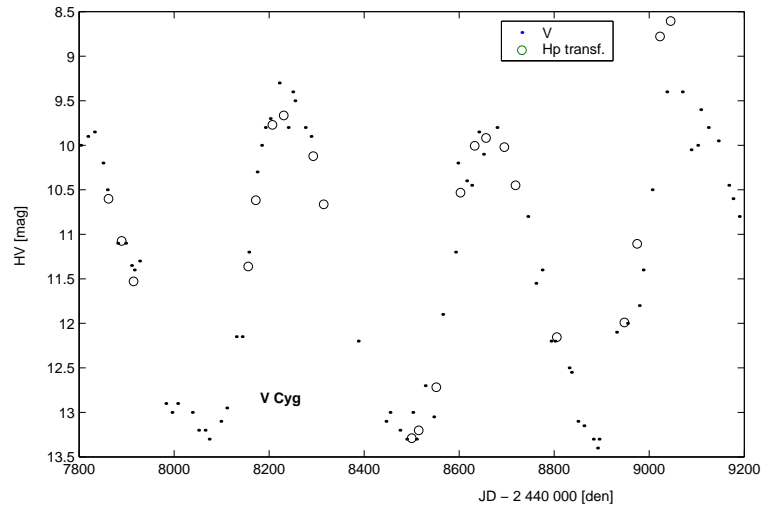
Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 20^h 41^m 18,27^s$ $\delta = +48^\circ 08' 28,8''$; galaktické souřadnice $l = 86,54^\circ$ $b = +3,77^\circ$) s vlastním pohybem $(-6,43; -12,62)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,7 mag až 13,9 mag (V). Její roční paralaxa činí 3,69 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

V Cyg, NOVA Cyg 1974, AAVSO 2038+47, BD+47 3167a, C* 2923, Case 468, CGCS 4939, GC 28844, GCRV 12970, HIC 102082, HIP 102082, IRAS 20396+4757, IRC +50338, Kiso C3- 46, LEE 327, MSB 39, RAFGL 2632, SAO 49940, SKY 39194

4.2.16 WX Cyg

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 20^h 18^m 33,2744^s$ $\delta = +37^\circ 26' 59,056''$; galaktické souřadnice $l = 75,43^\circ$ $b = +0,87^\circ$) s vlastním



Obrázek 4.13: Světelná křivka hvězdy V Cyg z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

pohybem $(-1,01; -8,31)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 8,8 mag až 13,2 mag (V). Její roční paralaxa činí $-1,41$ mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

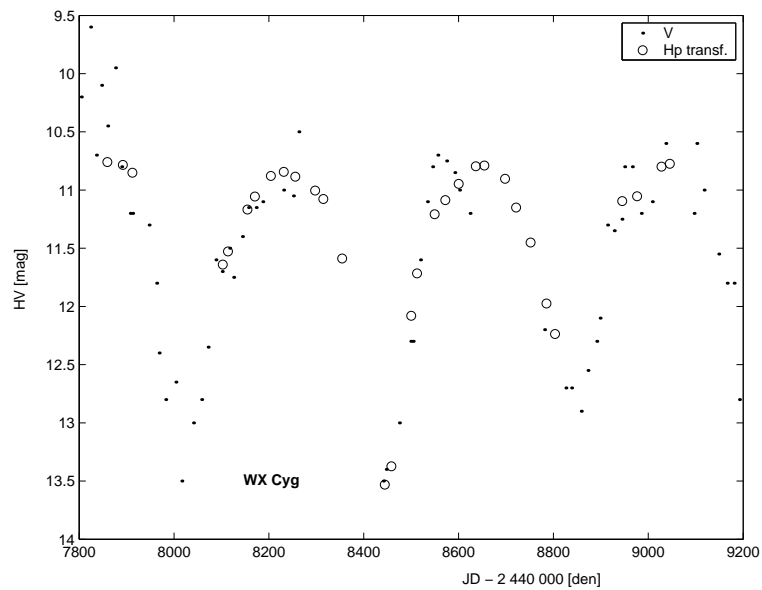
HD 193368, AAVSO 2014+37B, AN 59.1903, BD+37 3876, C* 2892, Case 207, CGCS 4806, DO 18843, GCRV 12679, Hen 3-1875, HIC 100113, HIP 100113, IRAS 20166+3717, IRC +40403, LEE 219, RAFGL 5495S, WX Cyg

4.2.17 T Dra

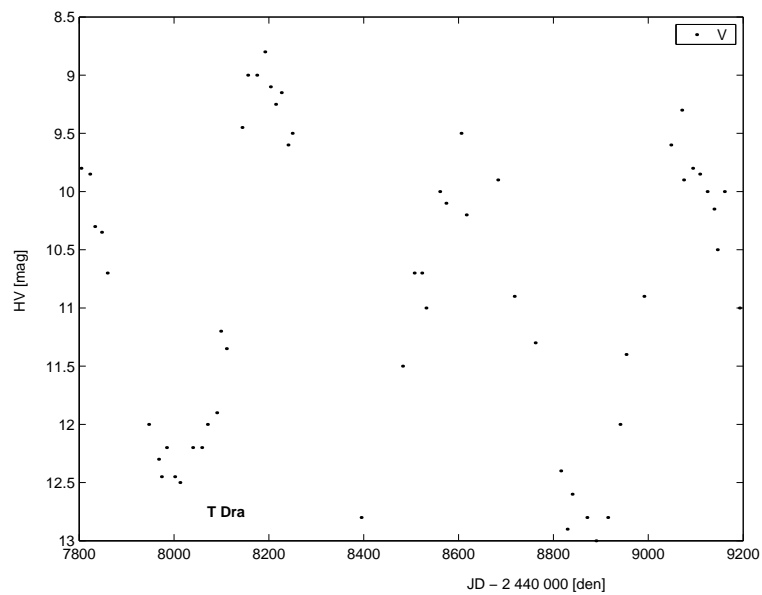
Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 17^h 56^m 23,3099^s$ $\delta = +58^\circ 13' 06,188''$; galaktické souřadnice $l = 86,75^\circ$ $b = +29,94^\circ$) s vlastním pohybem $(-16,91; -57,63)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,2 mag až 13,5 mag (V). Její roční paralaxa činí $-5,74$ mas.

Používaná označení v různých katalozích:

T Dra, ES 20, AAVSO 1754+58A, ADS 10937 A, BD+58 1772a, C* 2512, CCDM J17564+5813A, CGCS 3921, CSI+58 1772 3, GCRV 10400, GEN +0.05801772S, GSC 03914-00546, HIC 87820, HIP 87820, IDS 17551+5814 A, IRAS 17556+5813, IRC +60255, LEE 306, RAFGL 2040, SKY 32515, UBV M 22509



Obrázek 4.14: Světelná křivka hvězdy WX Cyg z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.



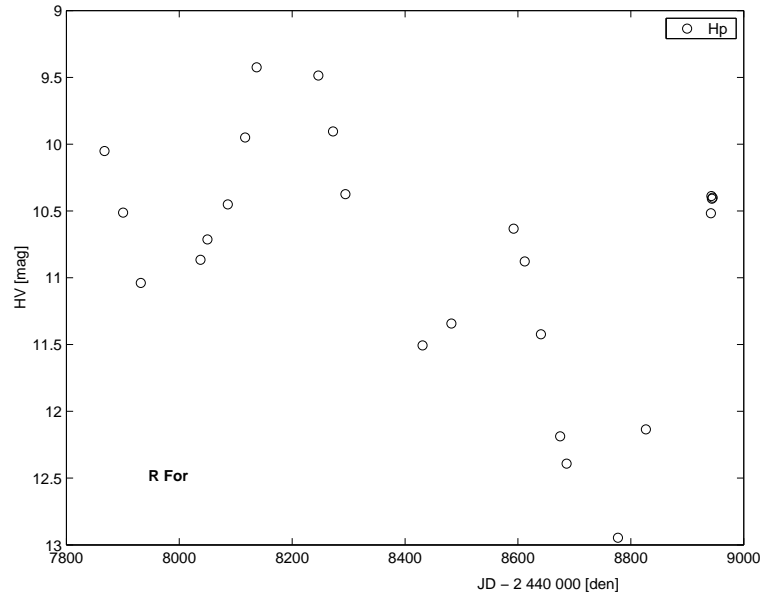
Obrázek 4.15: Světelná křivka hvězdy T Dra z dat AFOEV.

4.2.18 R For

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 02^h 29^m 15,3079^s$ $\delta = -26^\circ 05' 55,674''$; galaktické souřadnice $l = 215,82^\circ$ $b = -68,15^\circ$) s vlastním pohybem (9,17; -6,97) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,5 mag až 13,0 mag (V). Bývá řazena do fotometrické skupiny V4 a má roční paralaxu 2,90 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

R For, AAVSO 0224-26, C* 103, CD-26 892, CGCS 361, GCRV 1406, GEN -0.02600892, GSC 06433-00295, HIC 11582, HIP 11582, IRAS 02270-2619, IRC -30021, RAFGL 337



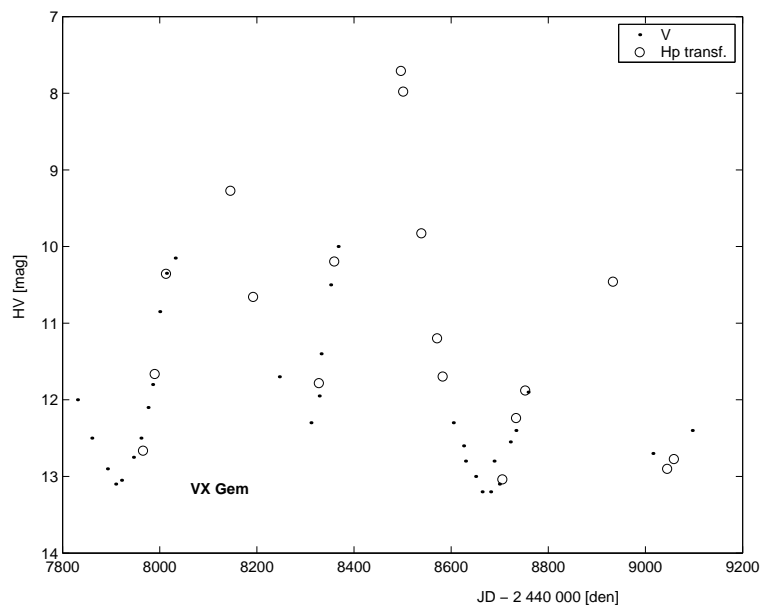
Obrázek 4.16: Světelná křivka hvězdy R For z měření sondy Hipparcos.

4.2.19 VX Gem

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 07^h 12^m 48,9727^s$ $\delta = +14^\circ 36' 03,707''$; galaktické souřadnice $l = 202,16^\circ$ $b = +11,25^\circ$) s vlastním pohybem (2,61; -4,89) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 10,8 mag až 15,10 mag (V). Její roční paralaxa činí 1,05 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

VX Gem, HV 3374, AAVSO 0707+14, AN 116.1914, BD+14 1598, BSD 75-459, C* 688, Case 702, CGCS 1595, GCRV 4751, HD 55284, HIC 34859, HIP 34859, IRAS 07099+1441, IRC +10156, LEE 81, RAFGL 4574S



Obrázek 4.17: Světelná křivka hvězdy VX Gem z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.20 ZZ Gem

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 06^h 23^m 55,513^s$ $\delta = +25^\circ 00' 48,21''$; galaktické souřadnice $l = 187,60^\circ$ $b = +5,52^\circ$) s vlastním pohybem (1,4; -14,0) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 12,4 mag až 16,0 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

ZZ Gem, R 12, AG+25 684, AN 29.1927, BD+25 1250, C* 501, CGCS 1251, GCRV 4057, HD 44653, IRAS 06209+2503, IRC +30150, LEE 190, PPM 95904, uvby98 100044653 V

4.2.21 CZ Hya

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 10^h 27^m 17,6^s$ $\delta = -25^\circ 32' 57''$; galaktické souřadnice $l = 266,40^\circ$ $b = +26,91^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 11,0 mag až 17,5 mag (V), fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

CZ Hya, HV 8287, AN 862.1936, AN 646.1935, C* 1681, CD-24 9072, CGCS 2764, GEN -0.02409072, IRAS 10249-2517, IRC -30165, RAFGL 4781, RAFGL 4781S

4.2.22 RY Hya

Je polopravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 08^h 20^m 06,3^s$ $\delta = +02^\circ 45' 56''$; galaktické souřadnice $l = 220,87^\circ$ $b = +20,94^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 12,2 mag až 15,0 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

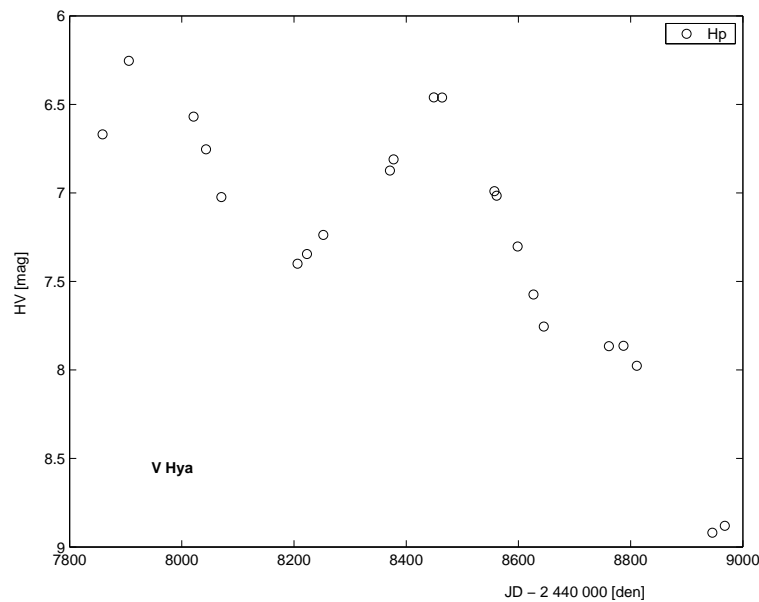
HD 70072, AAVSO 0814+03, BD+03 1958, C* 1123, CGCS 2150, DO 2473, GCRV 5510, GEN +1.00070072, IRAS 08174+0255, IRC +00172, LEE 97, RAFGL 1243, RY Hya

4.2.23 V Hya

Je proměnná hvězda typu Mira, někdy bývá klasifikována jako polopravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 10^h 51^m 37,2546^s$ $\delta = -21^\circ 15' 00,320''$; galaktické souřadnice $l = 268,96^\circ$ $b = +33,60^\circ$) s vlastním pohybem $(-14,21; 2,72)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 10,9 mag až 16,0 mag (V). Její roční paralaxa činí 0,16 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

V Hya, AAVSO 1046-20, BD-20 3283, C* 1766, CCDM J10516-2115A, CGCS 2877, CSI-20 3283 1, GC 14929, GCRV 6735, GEN -0.02003283, HIC 53085, HIP 53085, IDS 10468-2043 A, IRAS 10491-2059, IRC -20218, JP11 304, PPM 258218, RAFGL 1439, SAO 179278, SKY 20785



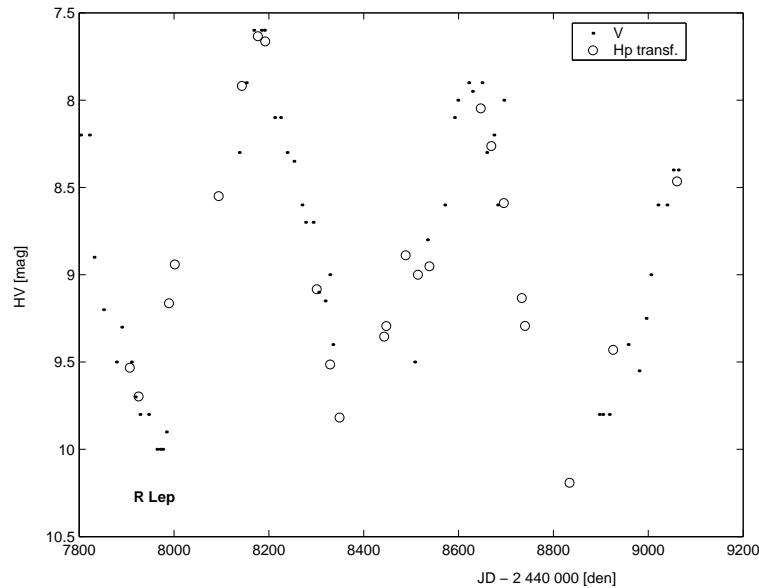
Obrázek 4.18: Světelná křivka hvězdy V Hya z měření sondy Hipparcos

4.2.24 R Lep

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 04^h 59^m 36,3487^s$ $\delta = -14^\circ 48' 22,518''$; galaktické souřadnice $l = 214,32^\circ$ $b = -31,33^\circ$) s vlastním pohybem (7,02; -2,48) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 5,5 mag až 10,5 mag (V). Její roční paralaxa činí 3,99 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

R Lep, AAVSO 0455-14, BD-15 915, C* 276, CGCS 833, FBS 0457-148, FBS L 9- 63, GC 6093, GCRV 2957, GEN +1.00031996, GSC 05329-00366, HD 31996, HIC 23203, HIP 23203, HR 1607, IRAS 04573-1452, IRC -10080, JP11 962, PPM 215123, RAFGL 667, SAO 150058, SKY 7799, TYC 5329- 366-1, UBV M 10532



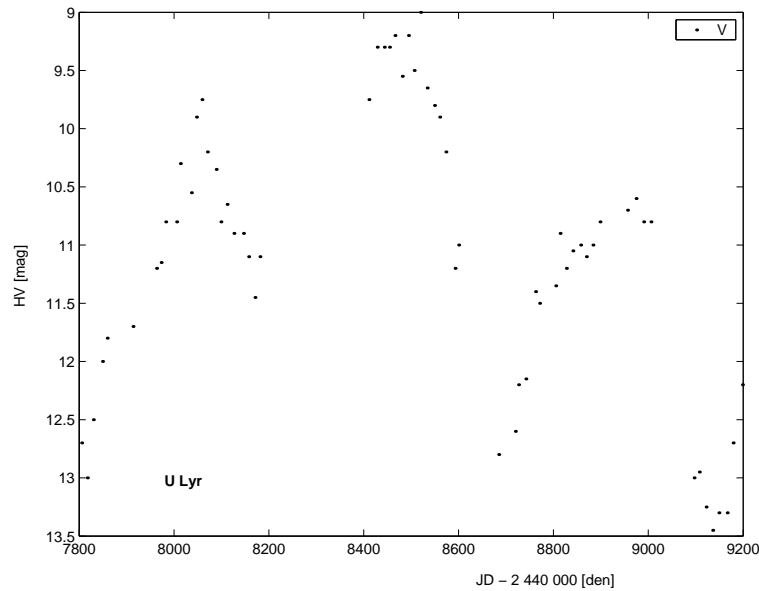
Obrázek 4.19: Světelná křivka hvězdy R Lep z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.25 U Lyr

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 19^h 20^m 09,15^s$ $\delta = +37^\circ 52' 36,9''$; galaktické souřadnice $l = 69,99^\circ$ $b = +11,08^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 8,3 mag až 13,5 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

U Lyr, AAVSO 1916+37, BD+37 3418a, C* 2724, CCDM J19201+3752A, CGCS 4241, CSI+37 3418 1, GCRV 11802, GSC 03134-01708, HIC 95024, IDS 19166+3742 A, IRAS 19184+3746, IRC +40345, MSB 35, RAFGL 5367S, TYC 3134- 1708-1



Obrázek 4.20: Světelná křivka hvězdy U Lyr z dat AFOEV.

4.2.26 CL Mon

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 06^h 55^m 36,9^s$ $\delta = +06^\circ 22' 42''$; galaktické souřadnice $l = 207,72^\circ$ $b = +3,83^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 9,7 mag až 15,5 mag (V), fotometrická skupina V1.

Používaná označení v různých katalozích:

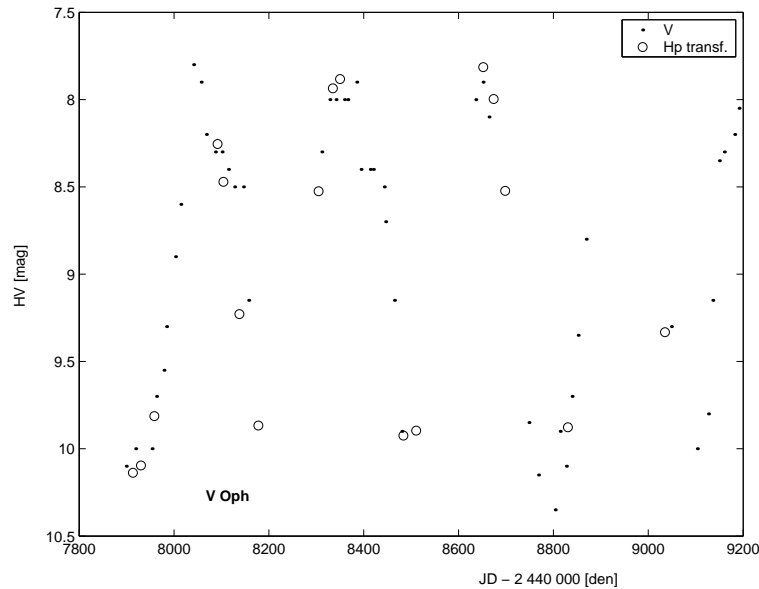
CL Mon, AAVSO 0650+06, AN 146.1931, C* 615, Case 409, CGCS 1465, CSI+06-06529, GCRV 4534, GSC 00161-01272, IRAS 06529+0626, IRC +10144, Kiso C6-106, LEE 65, MSB 26, RAFGL 1038

4.2.27 V Oph

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 16^h 26^m 43,7058$ $\delta = -12^\circ 25' 35,817''$; galaktické souřadnice $l = 2,97^\circ$ $b = +24,51^\circ$) s vlastním pohybem $(-2,71; 6,08)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,3 mag až 11,6 mag (V). Její roční paralaxa činí 3,65 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

V Oph, AAVSO 1621-12, BD-12 4510, C* 2334, CGCS 3698, GC 22115, GCRV 9461, GEN +1.00148182, HD 148182, HIC 80550, HIP 80550, IRAS 16239-1218, IRC -10339, PPM 231698, RAFGL 1859, SAO 159916, SKY 29643



Obrázek 4.21: Světelná křivka hvězdy V Oph z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos

4.2.28 RZ Peg

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 22^h 05^m 52,9733^s$ $\delta = +33^\circ 30' 24,790''$; galaktické souřadnice $l = 87,56^\circ$ $b = -17,76^\circ$) s vlastním pohybem $(-1,06; -7,44)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 7,6 mag až 13,6 mag (V). Její roční paralaxa činí 3,54 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

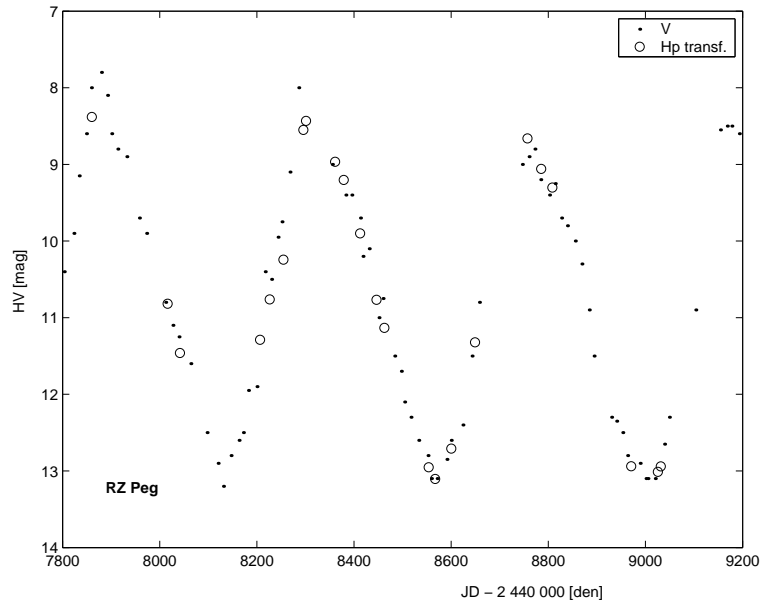
RZ Peg, HV 1211, AAVSO 2201+33B, AG+33 2187, AN 51.1906, BD+32 4335, C* 3107, CGCS 5570, CSI+32 4335 1, GCRV 13885, GEN +1.00209890A, GSC 02724-01872, HD 209890, HIC 109089, HIP 109089, IRAS 22036+3315, IRC +30484, JP11 3450, UBV M 26121

4.2.29 SY Per

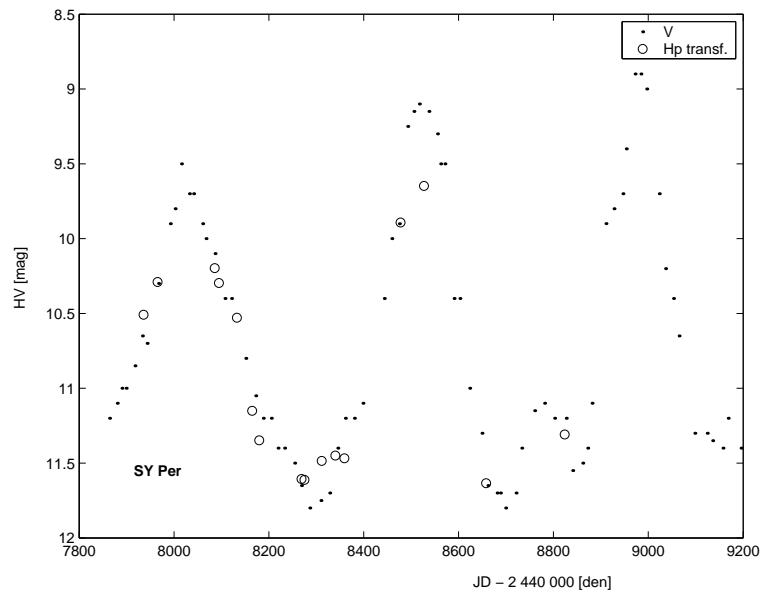
Je polopřavidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 04^h 16^m 33,1960^s$ $\delta = +50^\circ 37' 34,610''$; galaktické souřadnice $l = 152,60^\circ$ $b = -0,04^\circ$) s vlastním pohybem $(7,48; -4,16)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 9,5 mag až 12,5 mag (V). Její roční paralaxa činí 2,30 mas, fotometrická skupina V4.

Používaná označení v různých katalozích:

SY Per, AAVSO 0409+50, AN 17.1908, BD+50 961, C* 194, Case 5, CGCS 643, GCRV 2434, HIC 19931, HIP 19931, IRAS 04127+5030, IRC +50115, Kiso C5-180, MSB 6, RAFGL 558



Obrázek 4.22: Světelná křivka hvězdy RZ Peg z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.



Obrázek 4.23: Světelná křivka hvězdy SY Per z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos

4.2.30 SU Sco

Je polopřavidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 16^h 40^m 38,680^s$ $\delta = -32^\circ 22' 48,22''$; galaktické souřadnice $l = 349,00^\circ$ $b = +9,31^\circ$) s vlastním pohybem (-2,5; -3,0) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 11,7 mag až 13,2 mag (V). Bývá řazena do fotometrické skupiny V3.

Používaná označení v různých katalozích:

CD-32 11900, C* 2353, CGCS 3720, CPC 17 8711, CPD-32 342, GCRV 9576, GEN -0.03211900, IRAS 16374-3217, IRC -30268, PPM 295347, RAFGL 1878, SAO 207911, SKY 30020, SU Sco

4.2.31 V 901 Sco

Je polopřavidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 17^h 02^m 45,90^s$ $\delta = -32^\circ 43' 31,9''$; galaktické souřadnice $l = 351,69^\circ$ $b = +5,47^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 13,6 mag až 15,8 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

C* 2388, CGCS 3762, CSI-32-16594, CSV 2899, GCRV 9818, GEN +6.10182388, HIC 83404, IRAS 16595-3239, IRC -30277, MSB 58, HV 9001, P 1157, V901 Sco

4.2.32 FX Ser

Je nepravidelná proměnná hvězda (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 18^h 06^m 50,0^s$ $\delta = -09^\circ 41' 18''$; galaktické souřadnice $l = 19,18^\circ$ $b = +5,33^\circ$) s hvězdnou velikostí v rozmezí 14,1 mag až 15,7 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

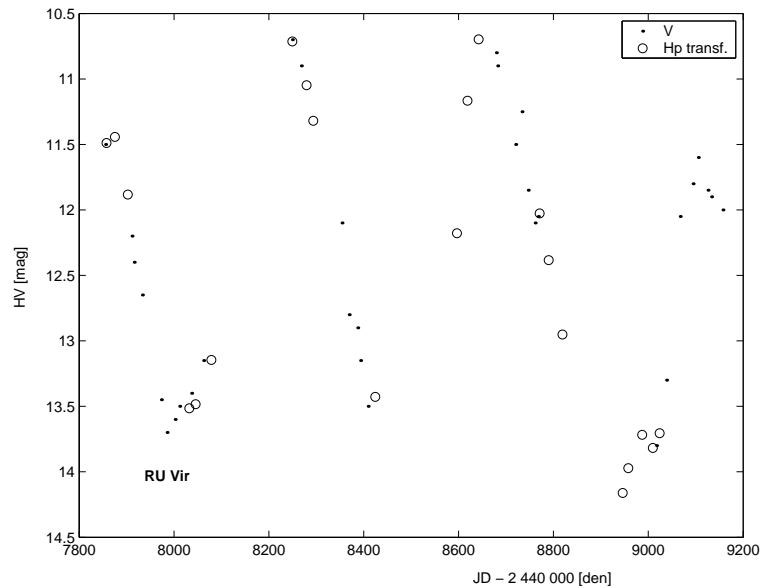
FX Ser, IRAS 18040-0941, IRC -10396, RAFGL 2067

4.2.33 RU Vir

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 12^h 47^m 18,4119^s$ $\delta = +04^\circ 08' 41,360''$; galaktické souřadnice $l = 300,30^\circ$ $b = +67,00^\circ$) s vlastním pohybem (11,25; -25,11) (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 9,0 mag až 14,2 mag (V). Její roční paralaxa činí -2,25 mas.

Používaná označení v různých katalozích:

RU Vir, AAVSO 1242+04, BD+04 2651a, C* 2032, CGCS 3286, DO 3283, GCRV 7660, HD 111166, HIC 62401, HIP 62401, IRAS 12447+0425, IRC +00224, LEE 109, RAFGL 1579, SKY 23799



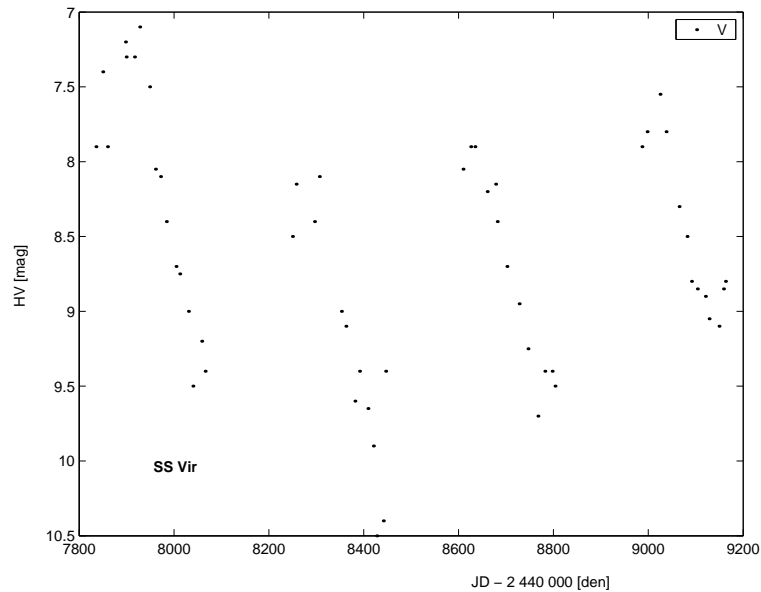
Obrázek 4.24: Světelná křivka hvězdy RU Vir z dat AFOEV a měření sondy Hipparcos.

4.2.34 SS Vir

Je proměnná hvězda typu Mira (ICRS 2000.0 souřadnice $\alpha = 12^h 25^m 14,395^s$ $\delta = +00^\circ 46' 10,92''$; galaktické souřadnice $l = 288,43^\circ$ $b = +62,90^\circ$) s vlastním pohybem $(-3,10; -1,80)$ (mas/rok) a hvězdnou velikostí v rozmezí 6,0 mag až 9,6 mag (V).

Používaná označení v různých katalozích:

HD 108105, AAVSO 1220+01, AG+01 1462, AN 78.1905, BD+01 2694, C* 1999, CGCS 3236, GCRV 7456, GEN +1.00108105, GSC 00282-00753, HIC 120212, HIP 120212, IRAS 12226+0102, IRC +00217, LEE 108, PPM 158819, RAFGL 1549, SKY 23253, TYC 282- 753-1, SS Vir, HIP 120212



Obrázek 4.25: Světelná křivka hvězdy SS Vir z dat AFOEV.

4.3 Revize period

4.3.1 Použitá data

Periody světelných změn souboru studovaných hvězd byly původně (Barnbaum 1994) převzaty z katalogu GCVS bez dalších úprav a protože autorka neprováděla detailní analýzy fázových závislosti, nezabývala se jejich upřesněním. V této práci je co nejpřesnějšímu stanovení světelných elementů věnována větší pozornost, vedená snahou určit odpovídající hodnoty fáze všech pozorování co nejspolehlivěji.

Bohužel se však nepodařilo nově vypočítat periody všech zkoumaných hvězd, protože nejsou k dispozici napozorovaná data. Nepodařilo se získat data z rozsáhlé databáze AAVSO, ale organizace AFOEV (**A**ssociation **F**rançaise des **O**bservateurs d'**É**toiles **V**ariables) má databázi volně přístupnou a tak byla ke stanovení nových period světelných změn použita data vizuálních pozorování z této databáze. Před časem však byly nově stanoveny periody světelných změn u těch hvězd, které byly v pozorovacím programu družice Hipparcos. Tyto periody byly převzaty z databáze družice Hipparcos (2003).

Pokud máme pro danou hvězdu k dispozici několik světelných elementů, pak byla jejich priorita pro použití k dalším analýzám následující: 1. perioda stanovená z pozorování družice Hipparcos; 2. perioda určená analýzou dat z AFOEV (2003); 3. perioda z katalogu GCVS.

4.3.2 Postup při stanovení nových period z dat AFOEV

Data získaná od organizace AFOEV mají specifický formát, bylo proto nutné soubory konvertovat do klasické podoby textového souboru - v prvním sloupci datum v podobě redukovaného JD a ve druhém sloupci hodnoty vizuální hvězdné velikosti. K analýze a ke stanovení hodnoty periody byla použita metoda minimalizace fázového rozptylu (Harmanec 2003).

Asi nejpoužívanější algoritmus této metody publikoval Stellingwerf (1978). Pro řadu diskrétních pozorování (Harmanec 2002) (t_j, m_j) , $j = 1, \dots, N$ je celkový rozptyl (čtverec střední kvadratické chyby) dán vztahem

$$S = \sum_j (m_j - \bar{m})^2 / (N - 1),$$

kde

$$\bar{m} = \sum_j m_j / N$$

je střední hodnota měřené veličiny. Pro vzorek vybraný z těchto pozorování je možné definovat rozptyl zcela analogicky. Jestliže zvolíme M různých vzorků s rozptyly s_k , ($k = 1, M$), jež obsahují n_k měření, bude celkový rozptyl pro tyto vzorky dán vztahem

$$s = (\sum_k (n_k - 1) s_k) / (\sum_k n_k - M).$$

Tento rozptyl vůči střední světelné křivce budeme minimalizovat. Stellingwerf (1978) navrhl volbu vzorků takovou, že vybírá diskrétní intervaly blízkých fází (tzv. „fázové biny“) a vytváří několik takových reprezentací. Pro jednoduchou křivku s jedním maximem a minimem ve fázi (to je náš případ) postačí zvolit 5 takových intervalů a 2 různé reprezentace, tedy např. v jedné reprezentaci podmnožiny fází z intervalů

$$\langle 0; 0.2 \rangle, \langle 0.2; 0.4 \rangle, \langle 0.4; 0.6 \rangle, \langle 0.6; 0.8 \rangle, \langle 0.8; 1.0 \rangle$$

a ve druhé

$$\langle -0.1; 0.1 \rangle, \langle 0.1; 0.3 \rangle, \langle 0.3; 0.5 \rangle, \langle 0.5; 0.7 \rangle, \langle 0.7; 0.9 \rangle$$

Fázový rozptyl se ještě normuje celkovým rozptylem dat, čili za kritériem správnosti periody je funkce

$$\vartheta = s/S$$

Pro zkusmé periody daleko od skutečné periody změn bude funkce ϑ nabývat hodnot blízkých k 1 a v okolí správné periody bude klesat směrem k nule.

Harmanec (2003) vytvořil na základě právě popsané metody výpočetní program HEC27, který jsme s jeho svolením použili k výpočtům nových period pro námi studované hvězdy. Výsledky získané programem HEC27 a přehled hodnot světelných elementů hvězd zkoumaného souboru je uveden v tabulce ???. Původní data z databáze AFOEV jsou k dispozici pouze v elektronické podobě této práce.

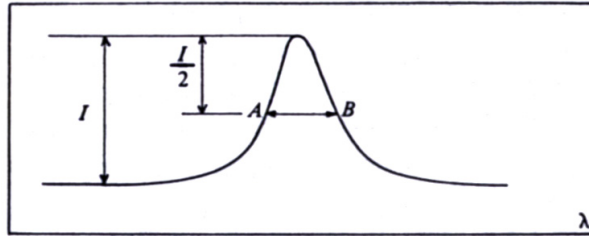
4.4 Emisní čáry u mirid

4.4.1 Obecný úvod

Spektrum je závislost intenzity záření hvězdy na vlnové délce. Spektrální klasifikace je pak určitý logický systém rozřídění hvězdných spekter podle zvolených pravidel (podrobněji viz např. Jaschek a Jaschek 1990). V současné době je nejpropracovanější systém spektrální klasifikace tzv. Morganova - Keenanova klasifikace, která prošla řadou modernizací. Spektrální klasifikace 34 hvězd studovaných v této práci jsou uvedeny v tabulce ???. Pro spektra uhlíkových hvězd je charakteristický mimořádně velký počet absorpčních spektrálních čar prvků a rozsáhlé systémy absorpčních pásů molekul uhlíku a jeho sloučenin. Je tedy ve většině případů nemožné stanovit přesně tvar a průběh kontinua. Přítomnost emisních čar ve spektrech je mnohem méně častá. Na obr. ??? je profil emisní čáry (podle Jaschek C., Jaschek M. 1990). Velikost takové čáry je popsitelná veličinou zvanou pološířka (na obrázku úsečka AB) a vyjadřuje se v [km/s] podle vztahu $c\Delta\lambda/\lambda$, kde $\Delta\lambda$ je v desetínách nanometru. Úroveň, odkud se měří intenzita emise I , je nutné volit velmi pečlivě. Pokud však je výsledný profil čáry dán složením absorpce a emise, může být složitější.

Tabulka 4.2: Světelné elementy. Hodnoty epoch (E GCVS, E Hipp) jsou v redukovaném JD (tj. JD - 2 400 000 [d]).

Hvězda	GCVS perioda[d]	E GCVS	P Hipp [d]	E Hipp	P HEC27 [d]
AU Aur	400	29057	377	48853,4	402
AZ Aur	415.9	42866	414
CL Mon	497.2	37440	472
CZ Hya	442	27546
FX Ser
HV Cas	527	38120	977
R CMi	337.8	41323	330,9	48728,5	336
R For	388.7	41974	388
R Lep	427.1	42506	444	48620,24	436
RS Cyg	417.4	47270	434,1	48571	426
RU Vir	436.2	47322	443,7	48671,5	441
RY Hya	529
RZ Peg	439.4	47413	435,6	48750	437
S Aur	590.1	42000	590
S Cam	327.3	43360	326,5	48590,1	327
S Cep	487.0	47213	486	48652,9	487
SS Vir	354.7	47177	355
SU Sco	414
SY Per	474	37635	465	48964	483
T Dra	421.2	47337	422	47337	422
U Cyg	462.4	47326	460	48711,1	465
U Lyr	455.6	47088	454
UV Aur	394.4	41062	391	48527,73	396
V CrB	358.0	47342	358	48764,1	358
V Cyg	421.4	47382	417	48652	421
V Hya	529.2	46900
V Oph	298	47180	296,1	48647	298
V 374 Aql	456.5	38314
V 901 Sco
VX Gem	379.4	41280	381	48862,1	...
W Cas	405.6	44209	399,8	48672,4	398
WX Cyg	410.5	47407	399	48655,8	409
X Cas	422.8	43922	420,9	48622,9	425
ZZ Gem	317	33999	316



Obrázek 4.26: Profil emisní čáry (podle Jaschek C., Jaschek M. 1990).

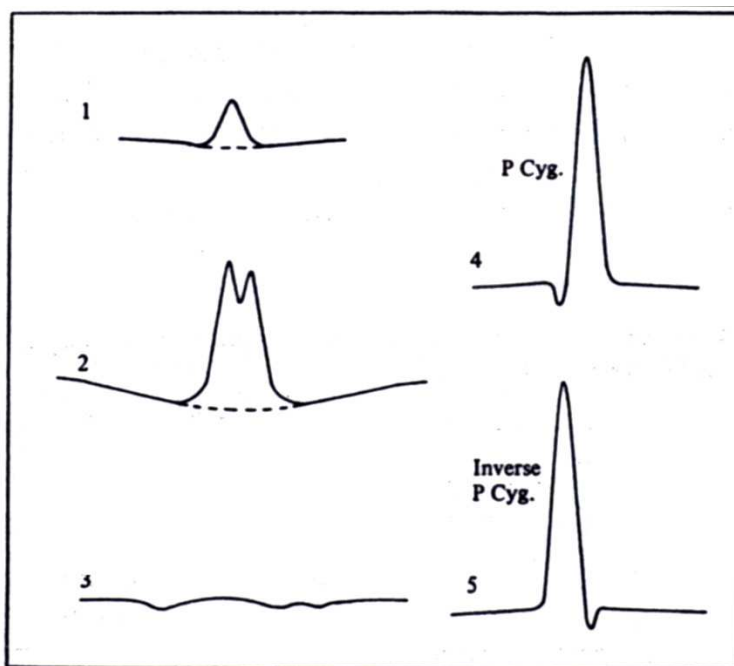
Na obr. ?? je znázorněno několik typických případů: 1) centrální emise; 2) centrální absorpční jádro nebo také „samoabsorpce“; 3) téměř dokonalé vyplnění absorpční čáry emisí, čára je velmi nezřetelná; 4) profil P Cygni (emise na červeném okraji absorpční čáry); 5) inverzní P Cygni profil (emise na modrém křídle).

4.4.2 Přehled literatury

Gratton et al. (1984) zkoumají H_{α} emise u obrů ze 24 kulových hvězdokup a do práce zahrnují již dříve publikovaná data o H_{α} emisích starých obrů, vzorek zahrnuje celkem 113 hvězd. Formulují pouze obecné závěry. Woodsworth (1995) publikoval práci o fázové závislosti emisních čar u mirid, zvláště emisí v čarách Balmerovy série. Předpokládá, že emise vznikají lokálním ohřátím plynu rázovou vlnou, která vzniká při pulzaci hvězdy.

Převládajícím tvarem H_{α} emise je její rozdělení do dvou složek, jež jsou posunuty ke krátkovlnné resp. dlouhovlnné části spektra. Analýza emisních čar, popsána ve Woodsworthově práci byla použita i v této disertaci, proto je v následujících řádcích uvedena podrobněji. Profil emisní čáry vznikající rozpínající se vrstvou plynu má tvar parabolicky nebo „pravoúhlý“ v závislosti na optické hloubce plynu a gradientu rychlosti v obálce. Za určitých podmínek může mít i strukturu se dvěma vrcholy (Bertout, Magnan 1987). Gillet a spolupracovníci (Gillet et al. 1983, Gillet et al. 1985a, b; Gillet 1988a, b) publikovali články obsahující měření a interpretace profilů emisních čar Balmerovy série i mirid.

Další modelování postupu rázové vlny v atmosférách mirid bylo provedeno Bowenem (1988). Luttermoser a Bowen (1990, 1992) odvodili tvar H_{α} profilu typické miridy založený na Bowenově modelu. Tyto modely braly v úvahu efekty redistribuce frekvence záření v opticky silné oblasti jež mohou čáru velmi rozšířit. Odvozená spektra ukazují dvojitou strukturu jako výsledek absorpce vrstvy nad emitující oblastí, křídla emise jsou vytvořena ve vnitřní části rázové vlny, zatímco středová absorpce je vytvořena v rázové vlně nad touto oblastí. Namodelované profily jsou také mnohem širší než pozorované profily a mají i jiné tvary. Fox et al. (1984) zveřejnili katalog Balmerových emisních čar pro devět mirid s periodami (150 - 394) dnů. Pozorování pokryla jen polovinu periody (kolem

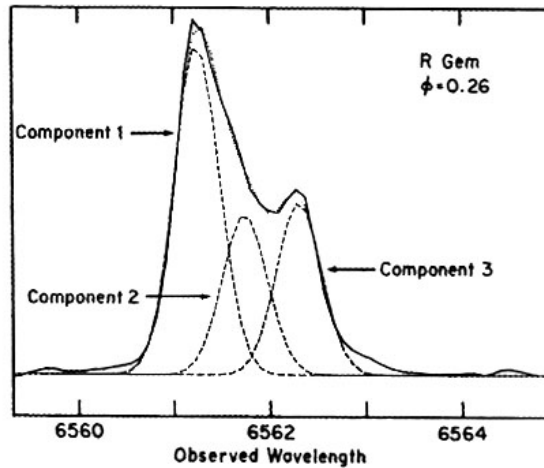


Obrázek 4.27: Závislost intenzity na vlnové délce pro různé typy emisních čar, podrobnější popis v textu (podle Jaschek C., Jaschek M. 1990).

maxima). Jsou zahrnuta i měření emisí Mg I, Si I a Fe I. Pozorované změny tvaru profilu emisních čar a jejich intenzity v závislosti na fázi jsou porovnány s jednoduchým modelem rázové vlny, jež je sféricky symetrická a prochází atmosférou hvězdy směrem ven. Tak je odhadnuta rychlost vlny, teplota za rázem ve fázích, kdy jsou pozorovatelné emisní čáry. Dále ukazují, že emisní profily u M mirid jsou překryty mnohonásobnými absorpcemi, obecně se soudí, že TiO, ačkoliv přesná identifikace čar publikována nebyla (Gillet et al. 1983).

Uhlíkové miridy takové překrytí nemají, ale jejich kontinuum je zcela zakryto absorpčními pásy, což má velký vliv na vzhled emisních čar. Modelování emisních profilů je snazší pro S miridy, které je mají nedotčené absorpčními tvary. Autoři Yamashita, Nariai, Norimoto (1978) poznamenali, že na rozdíl od Me spekter jsou relativní intenzity Balmerových čar S mirid v souladu s jejich „silami oscilátoru“.

Profily emisních čar jsou „sondami“ do oblastí rázové vlny a jestliže dovedeme popsat vývoj profilu v závislosti na fázi, získáme tak možnost zjistit, jak se vyvíjí rázová vlna. K usnadnění kvantitativní studie evoluce profilů je užitečné tyto parametrizovat a sledovat pak vývoj parametrů vynesných v diagramu jako funkce fáze. Je dobré volit parametry tak, aby se vázaly také k proměnným ve zvoleném fyzikálním modelu. Zatím taková teorie neexistuje a je nejasné, jak pozorovaný profil co nejlépe parametrizovat. Woodsworth se rozhodl parametrizovat profil



Obrázek 4.28: Příklad vysvětlení tvaru emisní čáry složením tří gaussovských profilů (podle Woodsworth 1995).

H_{α} prostřednictvím jeho emisních složek. Pozorovaného profilu lze podle jeho názoru dosáhnout složením tří emisních složek a tvar emisí byl předpokládán jako gaussovský (viz obr. ??). Woodsworth soudí, že je vhodné převést vlnové délky fitovaných komponent na tomu odpovídající rychlosti.

To umožní porovnat H_{β} a H_{γ} a lze rozeznat, které parametry jsou svázány s fyzikální strukturou. Navíc v případě, že kombinujeme profily různých hvězd je nutné najít společný standard (odečíst vlastní rychlost, resp. její radiální složku, u každé hvězdy) a pak lze teprve sledovat vývoj profilů v závislosti na fázi.

Není možné změřit přesné RV mirid přímo z optických absorpčních čar, protože výsledek je závislý na fázi a vlnové délce měřené čáry. Rychlost čar molekuly CO v rádiové oblasti však má svůj původ v těsném okolí hvězdy a je možné ji považovat za skutečnou hodnotu radiální složky rychlosti hvězdy. Gillet (1988a, b) interpretuje H_{α} profily jako „červené“ a „modré“ složky přicházející ze vzdalující se a přibližující se hemisféry jednoduché expandující obálky kolem hvězdy. Složitější model předložil Bowen (1988), který předpokládá několik rázových vln procházejících atmosférou. Tak vzniká několik „slupek“ horkého plynu, který je pak příčinou pozorované emise (je-li viditelných více „slupek“ než jedna). Plyn ve „slupkách“ se nemůže stále pohybovat rychlostí rázové vlny a časem se bude opět pohybovat zpět, ke středu hvězdy (záleží také na množství prachu, jež je smíchaný s plynem). Je obtížné zkonstruovat profil čáry z fyzikálního modelu atmosférického pohybu a také odvození optické hloubky v emitující a nad emitující oblastí. Žádný z modelů nedokáže popsat pozorovanou hlubokou centrální depresi způsobenou expandující slupkou.

Woodsworth předpokládá, že 2. složka H_{α} emise, H_{β} a H_{γ} emise jsou emitovány

ve stejné oblasti rázové vlny, která se pohybuje konstantní rychlostí během celé pozorované části fáze (viz obr. ??). První složka se pohybuje třikrát větší rychlostí a je pravděpodobně emitována z odlišné hladiny hvězdné atmosféry. Složka označená jako třetí, která je posunuta k červenému konci spektra a odpovídá zbrždění po období $f = 0$, je zřejmě emitována oblastmi, které se již pohybují směrem ke středu hvězdy.

Woodsworth soudí, že bude obtížné navrhnout model, ve kterém tyto složky vznikají ve vzdalující se hemisféře na vzdálené straně hvězdy a které mají tvar Gaussovy křivky. Navíc zde není „modrá“ analogie, jež by odpovídala emisi přicházející z přibližující se hemisféry. Není jasné, proč H_β a H_γ nevykazují vícenásobné složky analogicky jako H_α .

Woodsworthova interpretace je fenomenologická: H_α profily mění tvar jako pravidelná funkce fáze. Poloha jedné z komponent složeného profilu odpovídá polohám emisí H_β i H_γ . Profil je vytvářen rychlostní strukturou atmosféry hvězdy a opacitou v emitující a nad emitující oblastí. Taková interpretace předpokládá, že v H_β je atmosféra opticky tenká a tak je tvar emise primárně určen rychlostí.

Magnan a de Laverny (1997) zkoumali problém, jenž se dá označit jako „kompaktní planetární mlhovina“. Studovali zářivou rovnováhu sférické obálky s vnitřním poloměrem srovnatelným nebo přímo rovným poloměru zářivého jádra.

Obálka je tvořena atomy vodíku ve statistické rovnováze a ionizována centrálním zářením o teplotě $1,5 \cdot 10^4$ K. Řešili rovnice přenosu záření pro sférický tvar pro všechny čáry a kontinua, včetně Lymanových přechodů, současně s rovnicemi statistické rovnováhy. Ukázali, že Balmerovy (a další) čáry mohou být v emisi i při nízké teplotě, za předpokladu, že hustota je dostatečně nízká a geometrická velikost oblasti H II je podstatná. Přestože je použito značné zjednodušení, může tento model doložit, že povaha emisí ve spektrech chladných obrů a veleobrů může být výsledkem čistě zářivých procesů.

Aoki et al. (1998) studovali jemnou strukturu čarové emise uhlíkových a kyslíkových AGB hvězd na základě pozorování ISO SWS, především emisní čáry Fe, Si a S v infračervené oblasti. Richter a Wood (2001) soudí, že u M mirid je problémem jednak základní mechanismus vzniku prachových zrn a pak také mechanismus, kterým vzniká ztráta hmoty hvězdným větrem ($10^{-6} M_\odot/\text{rok}$).

Teoretické práce Wooda (1979), Bowena (1988), Fleischera et al. (1992), Feuchtingera et al. (1993), Höfnera a Dorfiho (1997) a Winterse et al. (2000) ukazují, že velká rychlost ztráty hmoty u mirid je vysvětlitelná kombinací pulzací hvězdy a tlakem záření působícím na prach. Pulzace generuje rázovou vlnu, která se pohybuje atmosférou a zvyšuje tak hustotu látky ve vnějších částech atmosféry.

Průchod rázové vlny vede k náhlému zvýšení tlaku, hustoty a teploty plynu. Za rázovou vlnou se plyn ochladí tím, že emituje záření, což vede k podmínkám, při kterých se může formovat prach. Vlna ve vnějších částech atmosféry spustí

proces tvorby prachu. Tlak záření působící na prach vede k velkému úbytku hmoty prostřednictvím hvězdného větru.

Jednou z možností, jak zkoumat termodynamické a hydrodynamické podmínky v atmosférách mirid, je studium různých emisních čar, jež vznikají za rázovou vlnou a které lze pozorovat v závislosti na čase. Známa fázová závislost emisních čar otvírá možnost odvodit hydrodynamické poměry v různých vrstvách atmosféry, kterými rázová vlna prošla. Také podmínky ve vrstvách, kde vzniká prach, mohou být zkoumány studiem kovových emisních čar, které se objevují v pozdějších částech cyklu. U mirid typu M je možné zaznamenat emise různých kovů v širokém rozsahu vlnových délek. V období kolem maxima jasnosti dominují v optickém spektru emise čar Balmerovy série.

Jako první je popsali a vysvětlili jako důsledek rázové vlny Deutsch a Merrill (1959) a teoretická studie Gorbatski (1961) potvrdila oprávněnost takové interpretace. Magnan a de Laverny (1997) předkládají pozorování časové posloupnosti kovových emisních čar Mg I, Mn I, Si I, Fe I a Fe II včetně zakázaných čar [Fe II] pro šest M-mirid s periodami od 281 dnů po 389 dnů. Jsou zahrnuty i výsledky pro čáry Balmerovy série, vše v oblasti (360 - 570) nm.

Richter et al. (2003) předložili sérii podrobných NLTE výpočtů přenosu záření, jež jsou založeny na struktuře vyplývající z termodynamických modelů periodických rázových vln. Čáry ionizovaného železa pocházejí z horké oblasti za rázovou vlnou a jsou emitovány blízko fotosféry hvězdy. Dále modelování intenzit čar Fe II a [Fe II] vymezuje hranice amplitudy rychlosti rázové vlny a hustoty před rázem. To otvírá jedinečnou možnost odvodit termodynamické podmínky ve vnitřní zóně oblasti, ve které vzniká prach. Tak se daří poodhalit základní procesy, které u M mirid vedou ke kondenzaci prachových zrn. Jejich studie odhalila, že existuje pouze jedna oblast, která je blízko fotosféry hvězdy (1,2 - 1,8) R_H , ve které normalizované toky Fe II i [Fe II] čar dosahují pozorovaných hodnot.

4.4.3 Rázová vlna

Willson (1976) se pokouší klasifikovat emisní čáry pozorované u dlouhoperiodických proměnných hvězd podle mechanismu jejich vzniku. To přináší informace o fyzikálních podmínkách v různých oblastech a dovoluje také odhadnout rozdíly v rychlostech, kterými se zmíněné oblasti pohybují. Výsledky jsou interpretovány jako sférická rázová vlna, jež expanduje směrem ven rychlostí asi 5 km/s a je postupně zpomalována. Taková velká rychlost rázové vlny znamená ztrátu hmoty i úbytek mechanické energie. Z toho lze vyvodit, že mechanická energie dominuje při určování struktury atmosféry a atmosféra je rozsáhlá a je nutné používat sférickou geometrii. Hill a Willson (1979) spočítali numerický model rázové vlny procházející atmosférou chladných veleobrů pro síť hmotností a povrchových zrychlení (za předpokladu sférické symetrie, izotermálního prostředí a okrajových podmínek periodického pístu).

Aplikace této obecné teorie na pozorované vlastnosti R Leo a Miry dovolila odvodit hmotnosti a poloměry obou hvězd. Autoři usoudili, že obě hvězdy pulzují v základním modu s konstantou $Q = 0,1$ dne. Willson a Hill (1979) analyticky popsali periodickou rázovou vlnu šířící se hvězdnou atmosférou a navrhli jednoduchou diagnostickou metodu k odvození vlastností možného procesu ztráty hmoty z pozorovaných veličin. Test je zobecněním klasické rychlosti za rázovou vlnou versus odvození únikové rychlosti.

Ztráta hmoty se stává podstatnou pro $v \cong v_{esc}$, protože můžeme očekávat, že nová vlna dorazí po čase P ; atmosféra nemá čas se vrátit do původního stavu dříve než během jedné periody, což prakticky nenastane nikdy. Zjistili, že pokud se do atmosféry (statické) vpraví jednoduchá rázová vlna, pak vyvolá velmi dramatický úbytek hmoty. Odchyly od přesné periodicity v modelu, kde jsou hlavní podmínky rovny periodickému řešení pak způsobí jen malý nebo nijak významný proces ztráty hmoty. Nicméně autoři zjistili, že odchyly od izotermalitý rázu v horních vrstvách atmosféry jsou pravděpodobně schopny vyvolat \dot{M} řádově (10^{-5} až 10^{-6}) M_{\odot} za rok. Dále práce popisuje závislost \dot{M} na hmotnosti hvězdy a tím pádem i závislost \dot{M} na periodě dlouhoperiodických proměnných hvězd. Autoři předpokládají, že tlak záření na prachová zrna v obálce je limitujícím faktorem rychlosti odtoku látky od hvězdy.

Gillet et al. (1983) publikovali pozorování H_{α} emise Miry ve fázi -0,05 až 0,60. V profilu čáry jsou rozlišeny dvě složky emise. Druhá složka, posunutá směrem k červenému konci spektra, se objevuje ve fázi 0,14. Autoři formulují kvalitativní vysvětlení na základě teorie sférické rázové vlny. Posun směrem k delším vlnovým délkám je zřejmě způsoben tím, že pozorujeme emisní složku vznikající ve vzdálenější hemisféře (jež se od pozorovatele vzdaluje) hvězdy. Rázová vlna je patrně zpočátku opticky tlustá, ale stává se s rostoucí fází opticky tenkou.

Gillet a Lafon (1983) se zabývají teoretickým odvozením struktury zářivé rázové vlny v hustém (10^{15} částic/ m^3 – 10^{21} částic/ m^3) a chladném (500 K - 5 000 K) prostředí tvořeném atomy a molekulami vodíku (protohvězdy nebo atmosféry chladných hvězd). Ferlet a Gillet (1984) poprvé pozorovali Miru v oblasti kolem $1 \mu m$ a našli inverzní P Cygni profil Ti I. Toto pozorování je možné považovat za přímý důkaz, že určitá část materiálu hvězdy se při pulzacích vrací zpět a dosahuje až nadzvukových rychlostí. Gillet et al. (1985a) pozorovali miridu S Car s emisí v H_{β} , H_{α} a čarách Pd, Ca II, Ti I, Fe I a K I. Profily čáry H_{α} se mění během celé periody, u čáry Ti I je po minimu jasnosti pozorován inverzní P Cyg profil, což autoři považují za důkaz „balistických“ pohybů, jež se odehrávají v atmosféře hvězdy. Kvantitativní výpočty jsou založeny na teorii pohybu jednoduché rázové vlny, jejíž rychlost se mění v závislosti na fázi (v maximu asi 90 km/s).

Gillet et al. (1985b) navazují na Gillet et al. (1983) a předkládají pozorování z dalšího cyklu. Konstatují, že tvar emise vykazuje stejné změny jako v předchozím cyklu, rychlost rázové vlny je v obou případech také shodná (70 km/s). Pozorování

potvrzují kvalitativní model, který autoři předložili v předchozí práci. Zde se pokoušejí odhalit proces vzniku rázové vlny.

Fox a Wood (1985) popsali teoretické modely rázové vlny u mirid. Síť modelů je navržena tak, aby vyhovovala fyzikálním podmínkám vnějších vrstev mirid. Rovněž prozkoumali roli molekulárního vodíku. Podle odhadu je fyzická rychlost rázové vlny zbržděna z 30 km/s v maximu na 20 km/s v minimu. Bertout a Magnan (1987) vytvořili model sféricky symetrické obálky, jež se rozpíná. Zjistili, že v ní mohou vznikat spektrální čáry odlišných tvarů, které závisí na gradientu rychlosti, optické tloušťce emitující vrstvy atd. Pro limitní případy odvodili analytická řešení. Gillet (1988a) předkládá nová pozorování miridy S Car (H_α až H_{12}), pouze u H_α a H_β má emise dvojitou strukturu, H_γ až H_{12} jsou velmi asymetrické. Emise jsou interpretovány jako důsledek průchodu jednoduché rázové vlny nad fotosférou. Dvojitá struktura pak jako změny optické hloubky v deexcitační zóně rázové vlny (geometrický model) nebo jako skutečná absorpce spojená s přítomností chladného vodíku nad čelem rázové vlny (model samoabsorpce). Velká odchylka intenzity emise od podmínek LTE je chápána jako důsledek absorpční čáry TiO současně s rozptylem na vodíku.

Gillet (1988b) publikuje pozorování H_α profilů osmi mirid, mají dvojitou strukturu a laboratorní vlnová délka H_α odpovídá poloze středové prohlubně v profilu. Interpretace je možná jak geometrická, tak modelem „samoabsorpce“. Autor si všímá i značné šířky H_α a vysvětluje ji rozptylem nebo důsledkem vysoké rychlosti rázové vlny. Podle přijatého modelu pak vychází rychlost rázové vlny 20 km/s („samoabsorpce“) nebo 60 km/s při odvození z fluorescenčních čar nebo geometrického modelu. V každém případě však odvození rychlosti rázové vlny z pozorování není přesné.

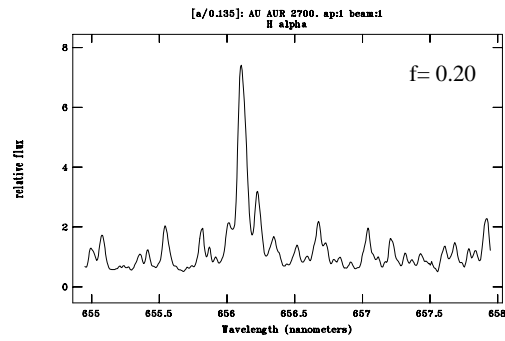
4.5 Vlastní analýza fázových závislostí

4.5.1 Emise v čáře H_α

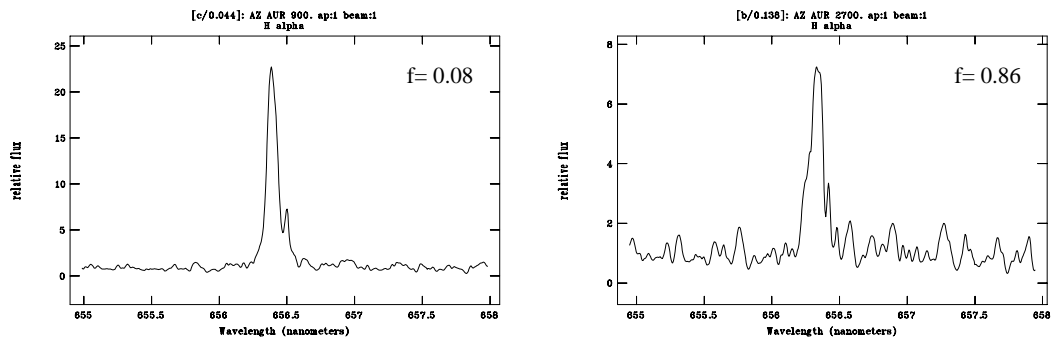
Z prostudované literatury vyplývá, že u uhlíkových mirid se dosud nikdo analyzou fázové závislosti charakteristik emisních čar podrobně nezabýval. To je také důvod, proč jsem si zvolil jako jeden z cílů své disertační práce právě tuto analýzu. Jsou zde porovnány charakteristiky, kterými je možné kvantitativně popsat intenzitu emisní čáry a sledovat jejich závislost na fázi. Složitě spektrum uhlíkových hvězd umožňuje jen obtížně uplatnit exaktní veličiny popisující spektrální čáry jako jsou ekvivalentní šířka, hloubka jádra čáry nebo její pološířka. Poloha kontinua není jasně definována a zřejmě je pouze to, že určité „pseudokontinuum“, které si určíme v bezprostředním okolí studovaných čar, leží někde pod skutečným kontinuem. Hodnoty vyzářené energie v jednotlivých vlnových délkách je tak nutno brát pouze jako relativní, orientační hodnoty. Emisní profily čáry H_α u hvězd studovaných v této práci jsou poměrně složité a pokud přímo nemají

zcela zřetelných několik komponent, pak alespoň jeví výraznou asymetrii. Toto vše nejlépe ilustruje následující soubor spektrogramů okolí emise v H_{α} redukovaných k úrovni pseudokontinua ($=1$). Jednotlivé obrázky jsou seřazeny do podoby určitého „atlasu“ jednak podle hvězd, ale také podle fotometrické fáze. Popisy v obrázcích jsou v angličtině.

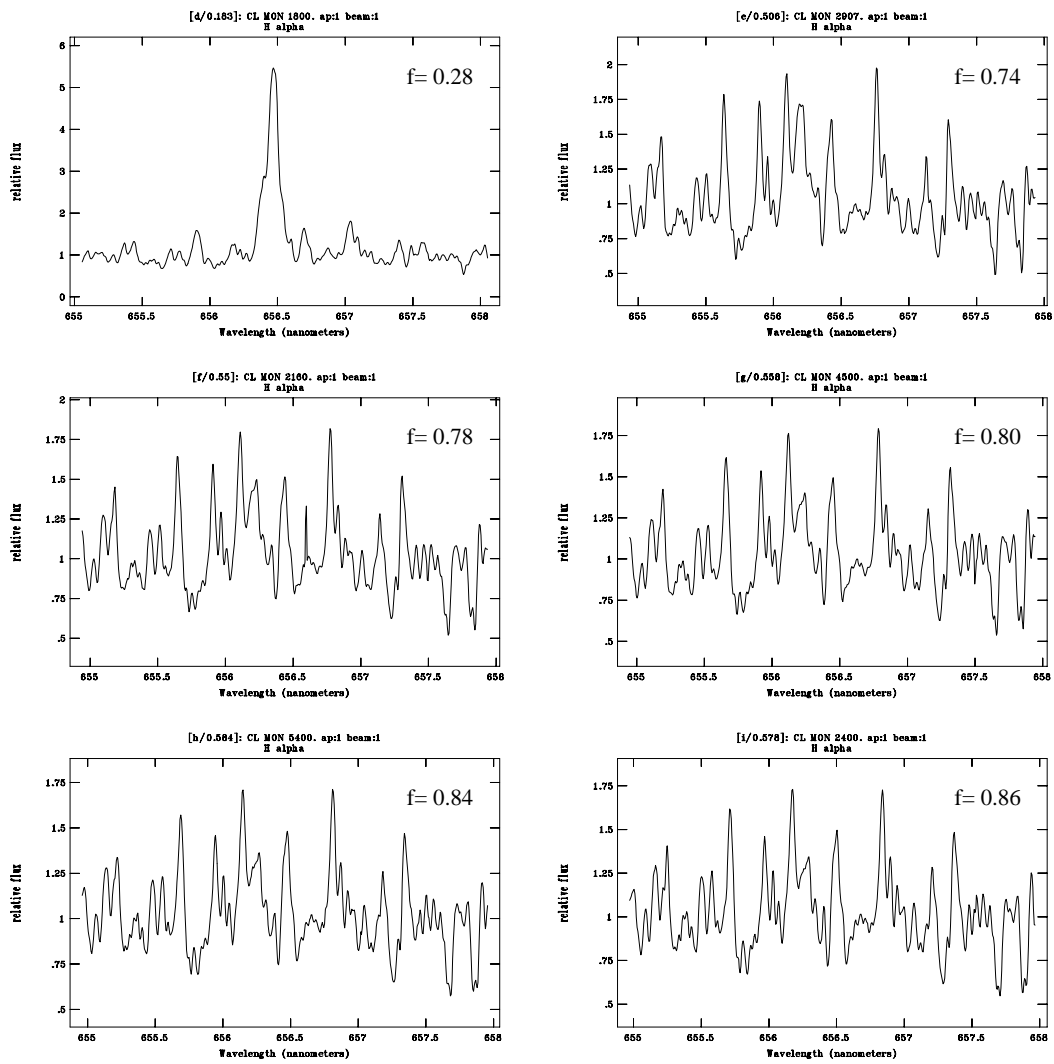
4.5.2 Atlas emisních čar H_α



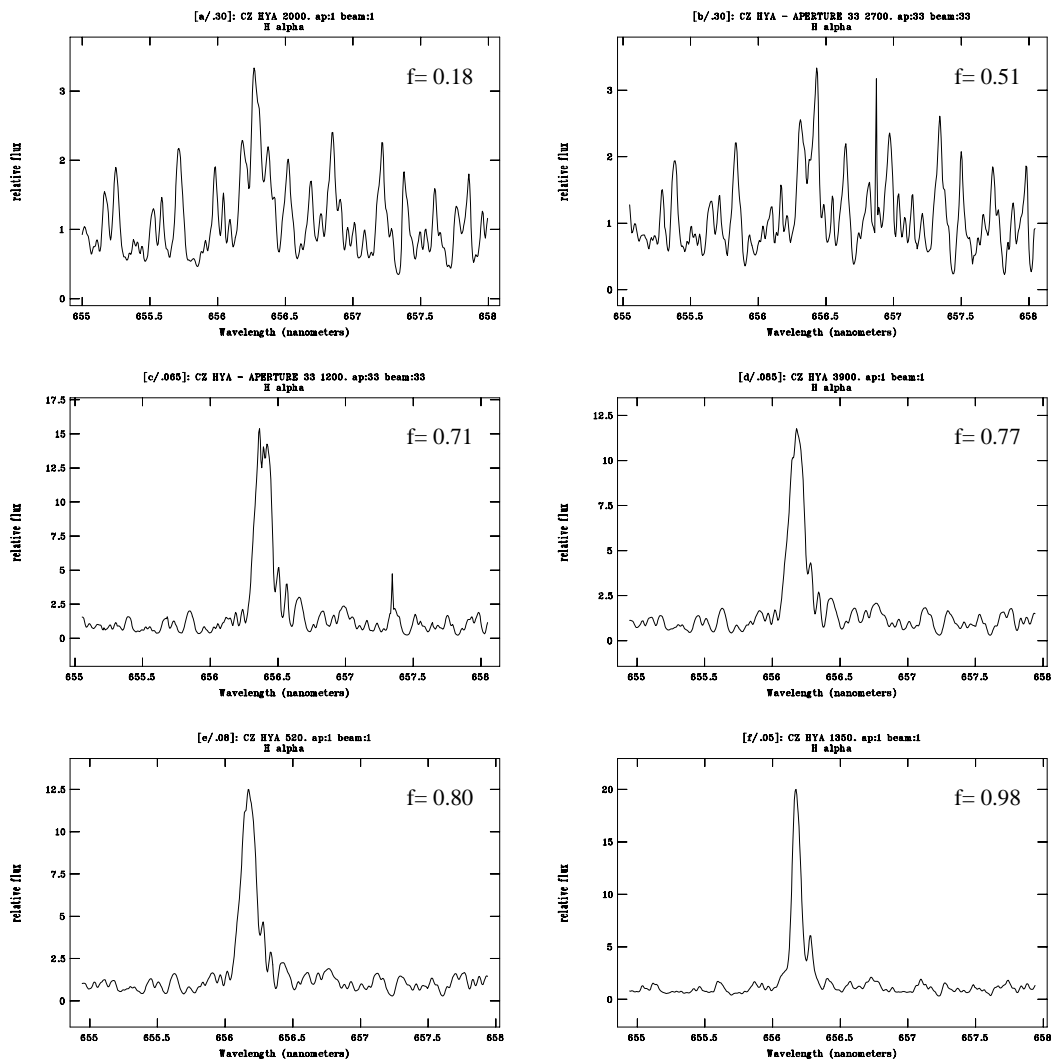
Obrázek 4.29: Emise H_α hvězdy AU Aur.



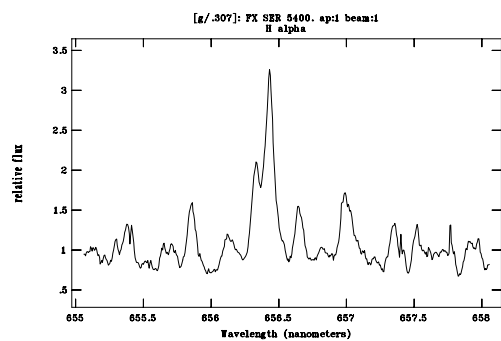
Obrázek 4.30: Emise H_α hvězdy AZ Aur.



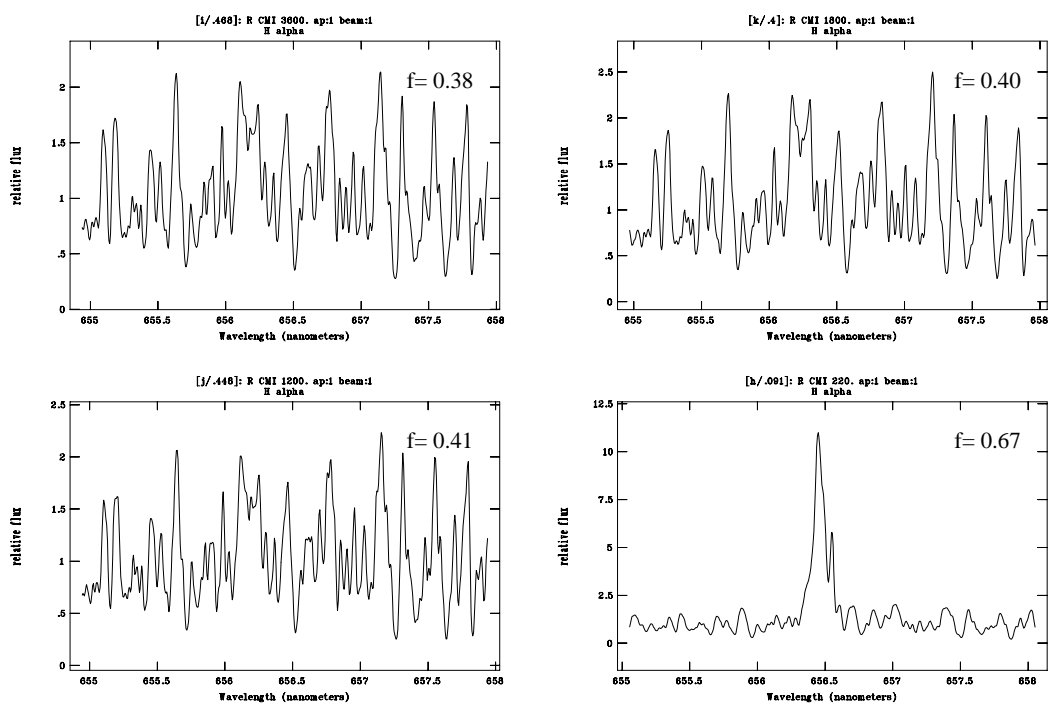
Obrázek 4.31: Emise H_{α} hvězdy CL Mon.



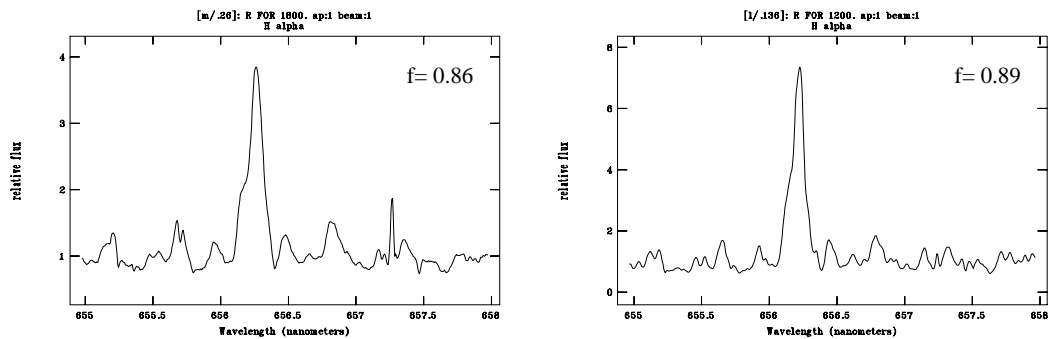
Obrázek 4.32: Emise H_{α} hvězdy CZ Hya.



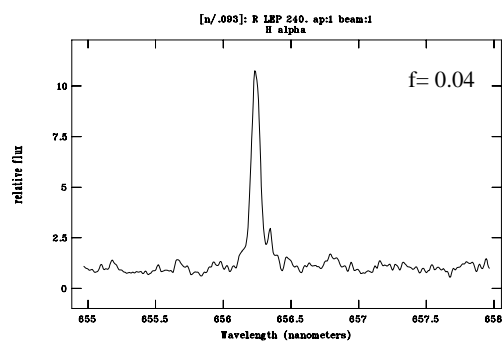
Obrázek 4.33: Emise H_{α} hvězdy FX Ser, jedná se o nepravidelnou proměnnou hvězdu, údaj o fázi není uveden.



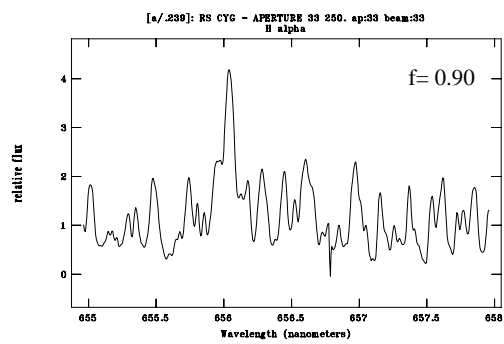
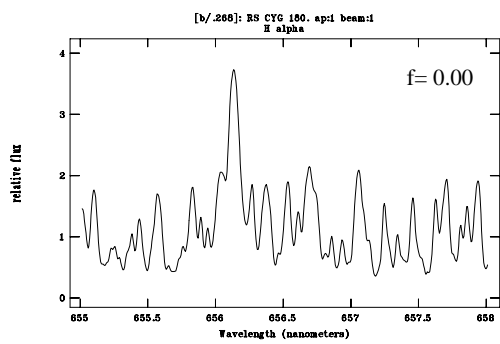
Obrázek 4.34: Emise H_{α} hvězdy R CMi.



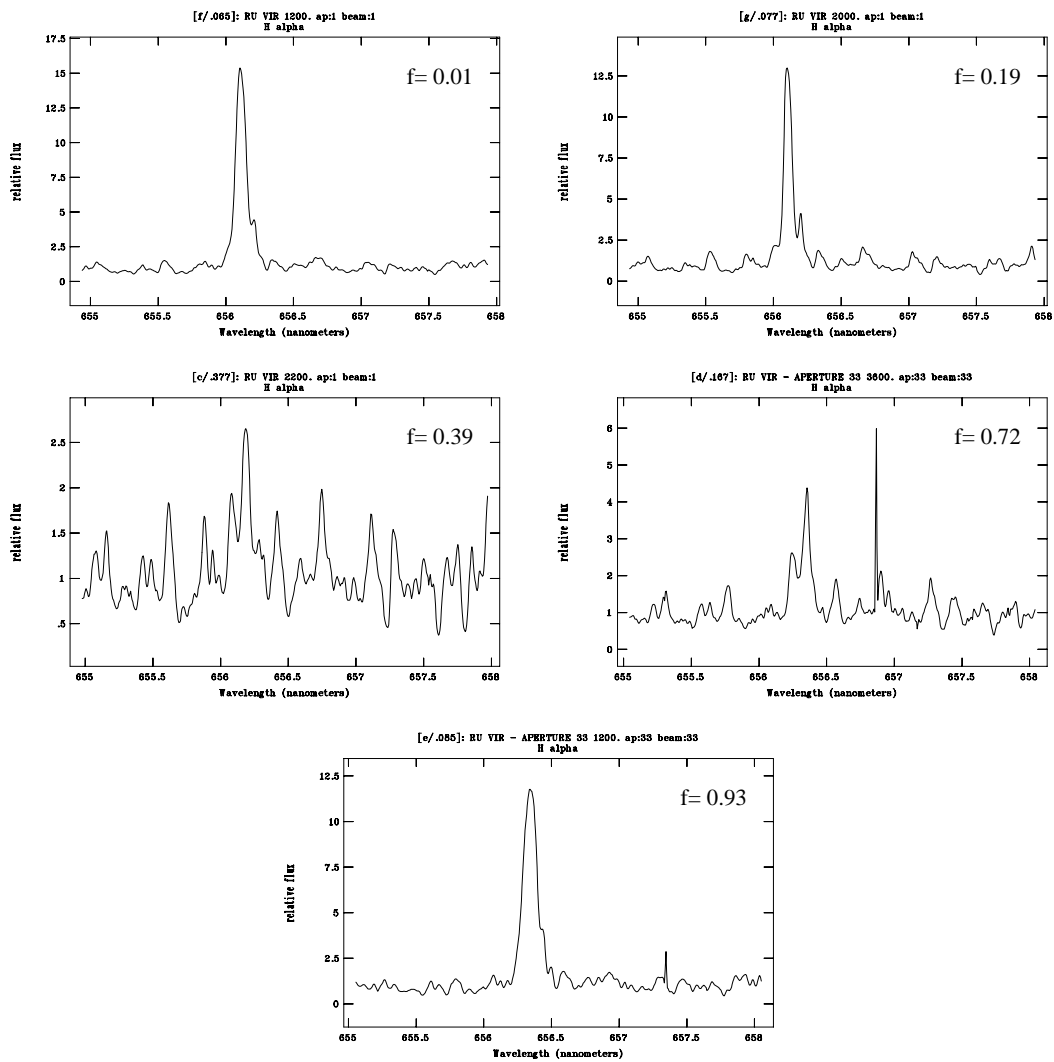
Obrázek 4.35: Emise H_{α} hvězdy R For.



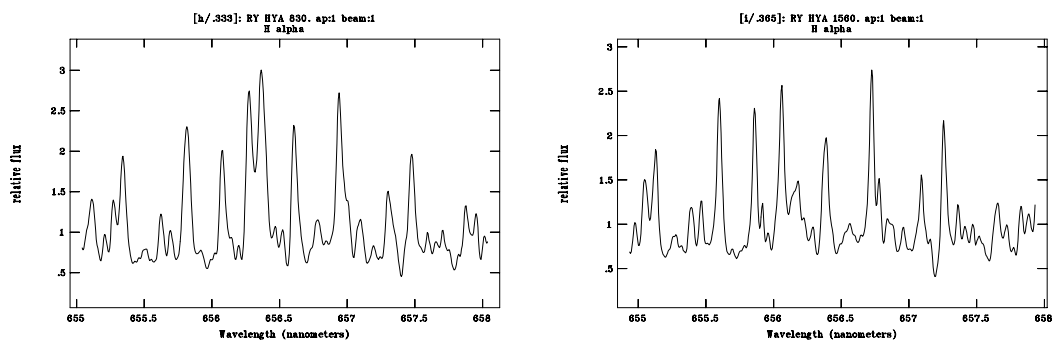
Obrázek 4.36: Emise H_{α} hvězdy R Lep.



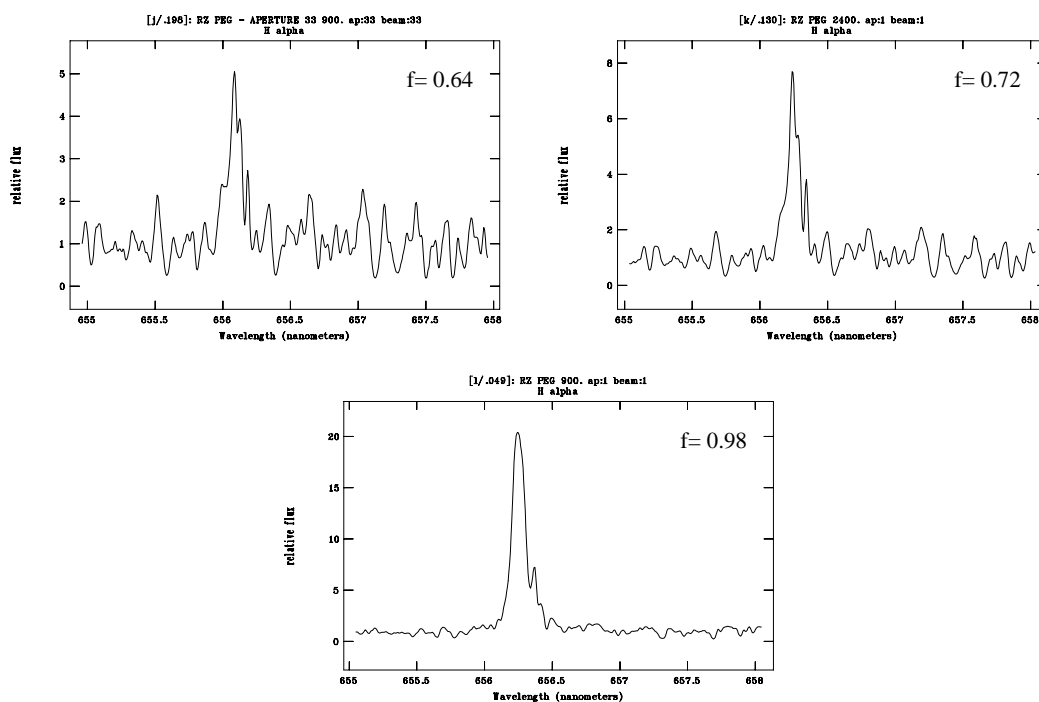
Obrázek 4.37: Emise H_{α} hvězdy RS Cyg.



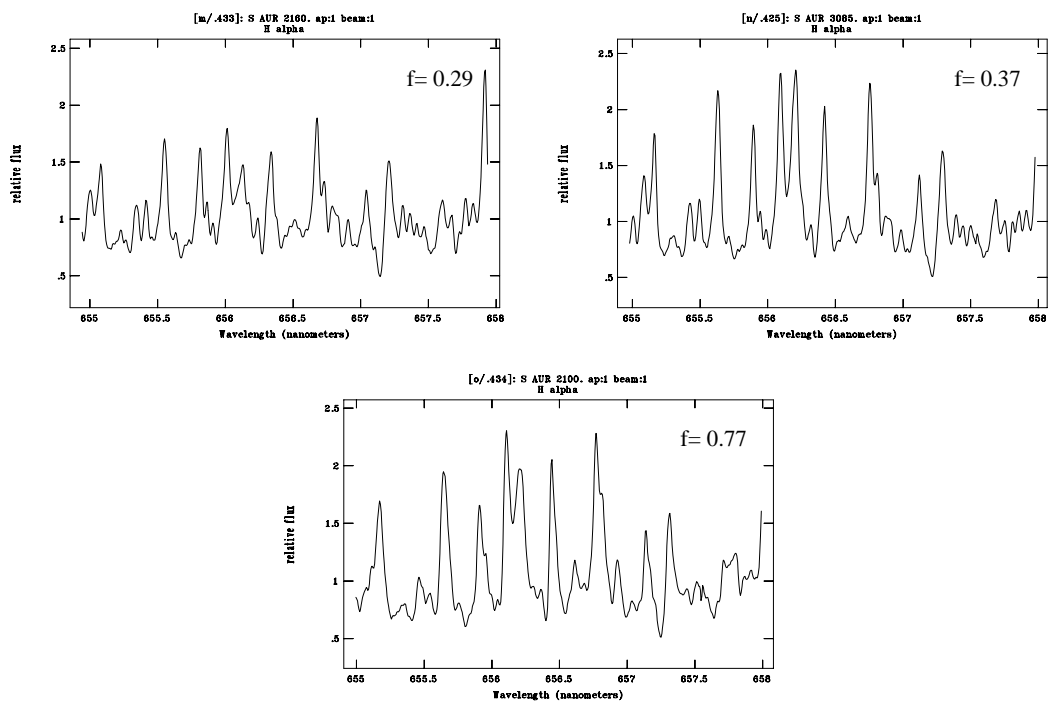
Obrázek 4.38: Emise H_{α} hvězdy RU Vir.



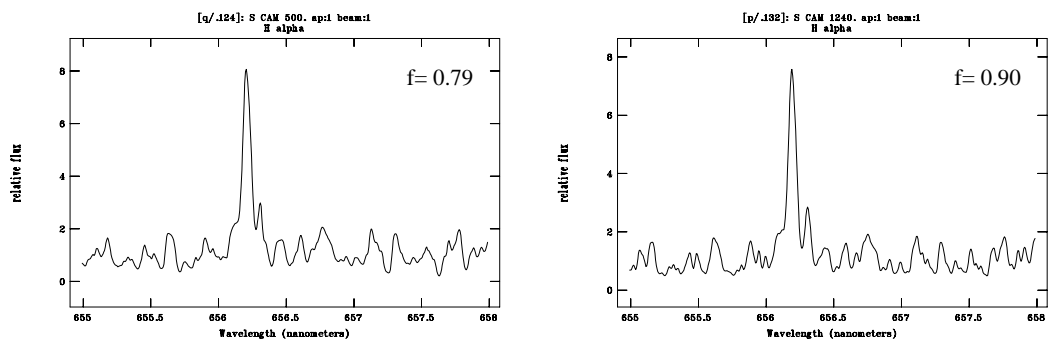
Obrázek 4.39: Emise H_{α} hvězdy RY Hya, perioda neznámá.



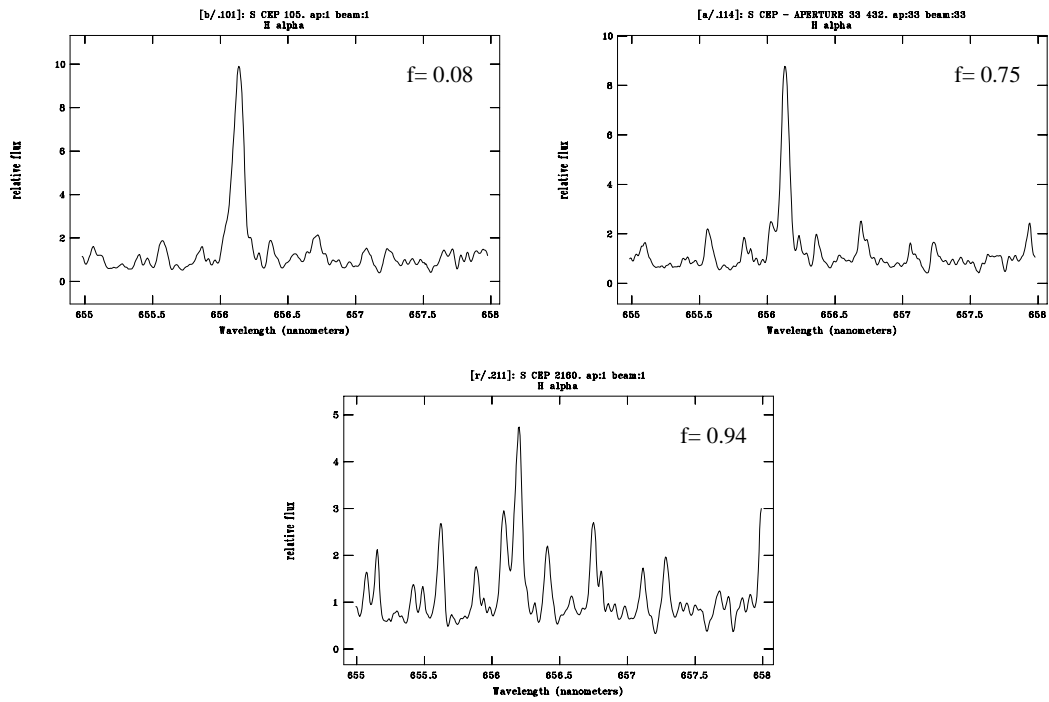
Obrázek 4.40: Emise H_{α} hvězdy RZ Peg.



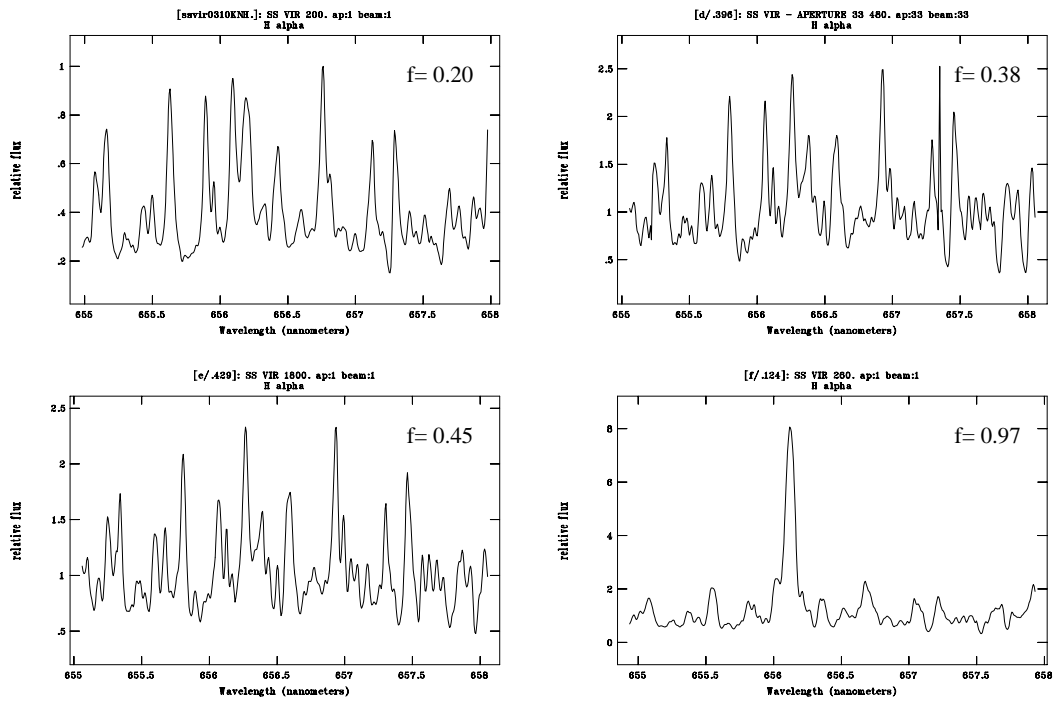
Obrázek 4.41: Emise H_{α} hvězdy S Aur.



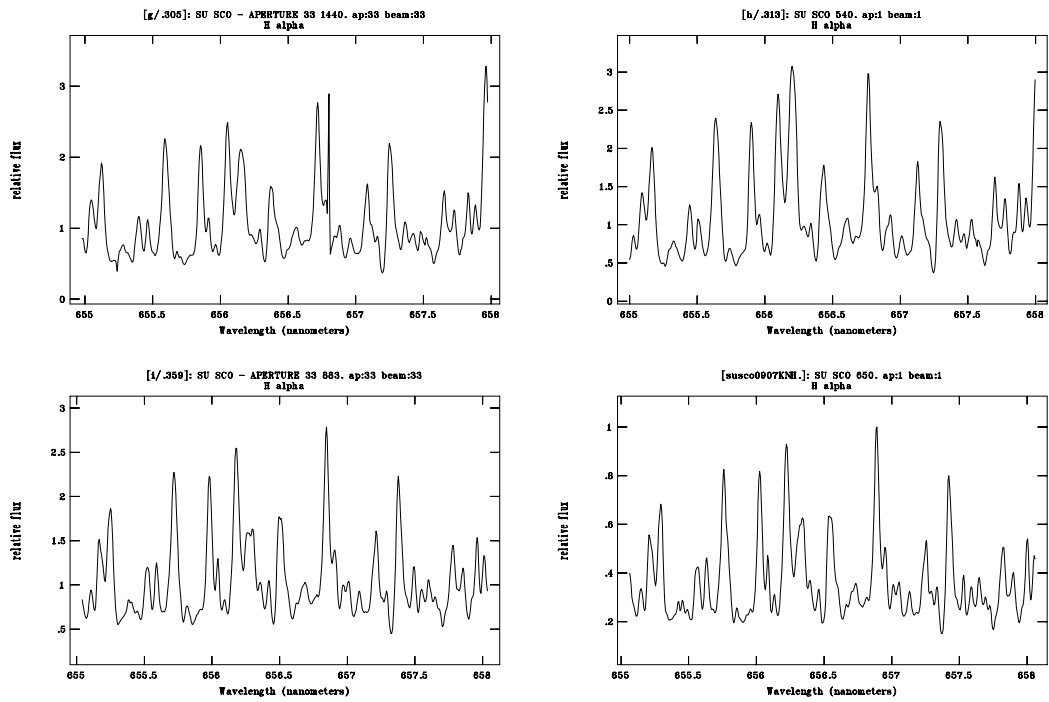
Obrázek 4.42: Emise H_{α} hvězdy S Cam.



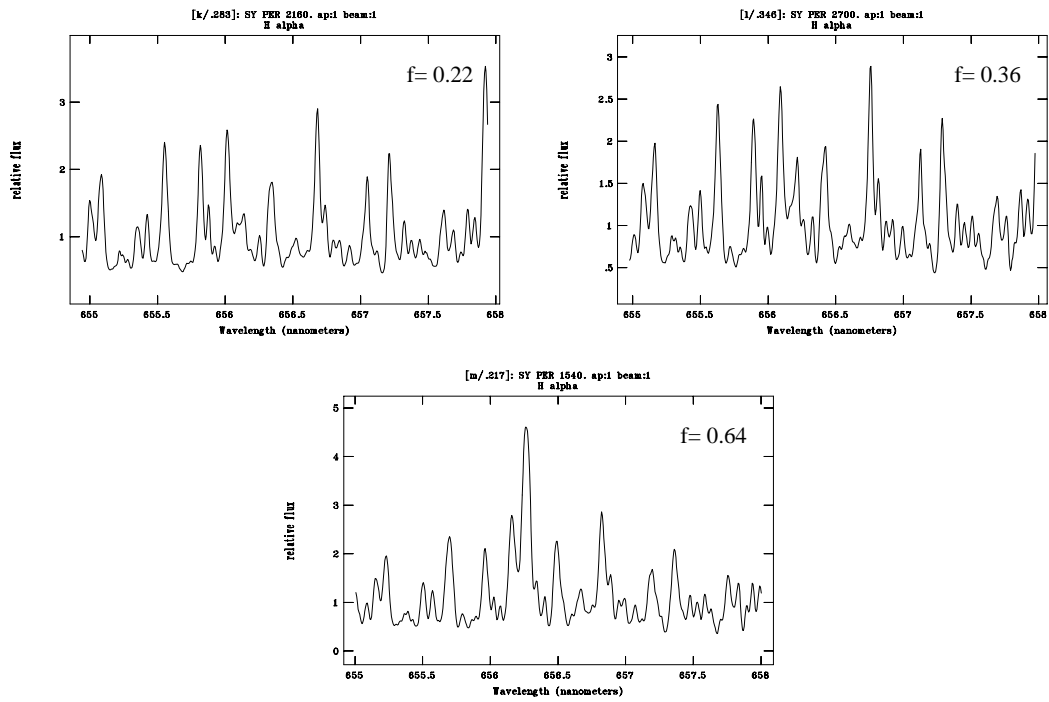
Obrázek 4.43: Emise H_{α} hvězdy S Cep.



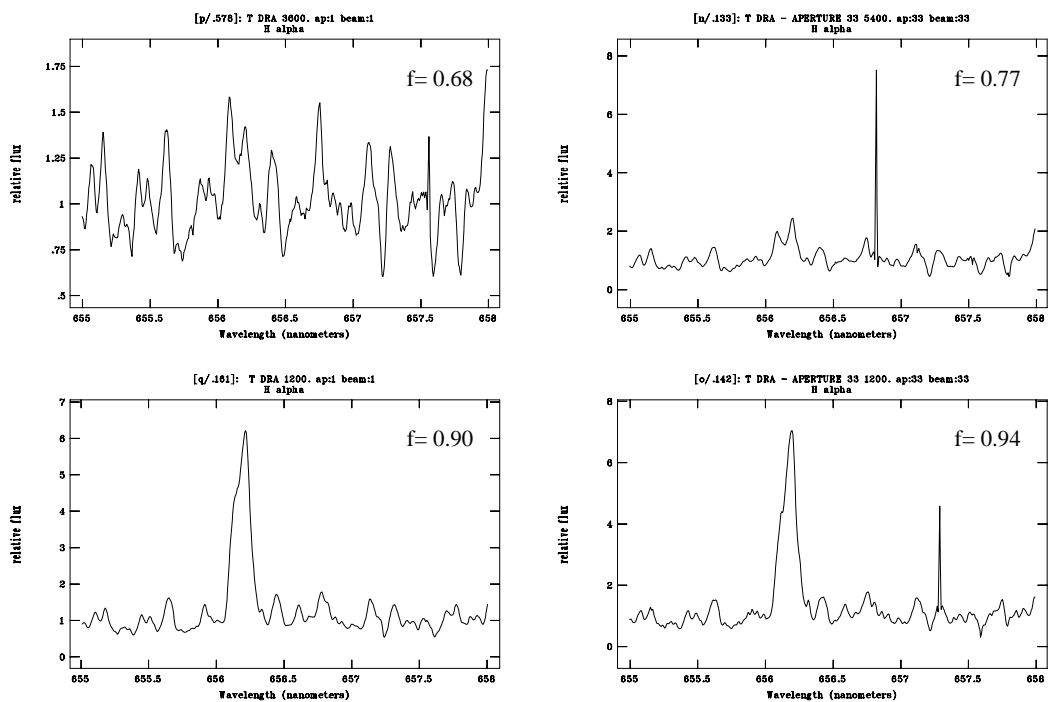
Obrázek 4.44: Emise H_{α} hvězdy SS Vir.



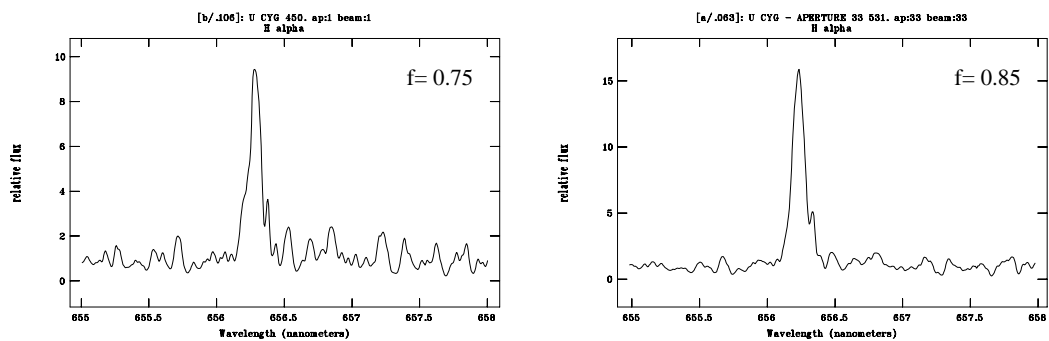
Obrázek 4.45: Emise H_{α} hvězdy SU Sco, perioda neznámá.



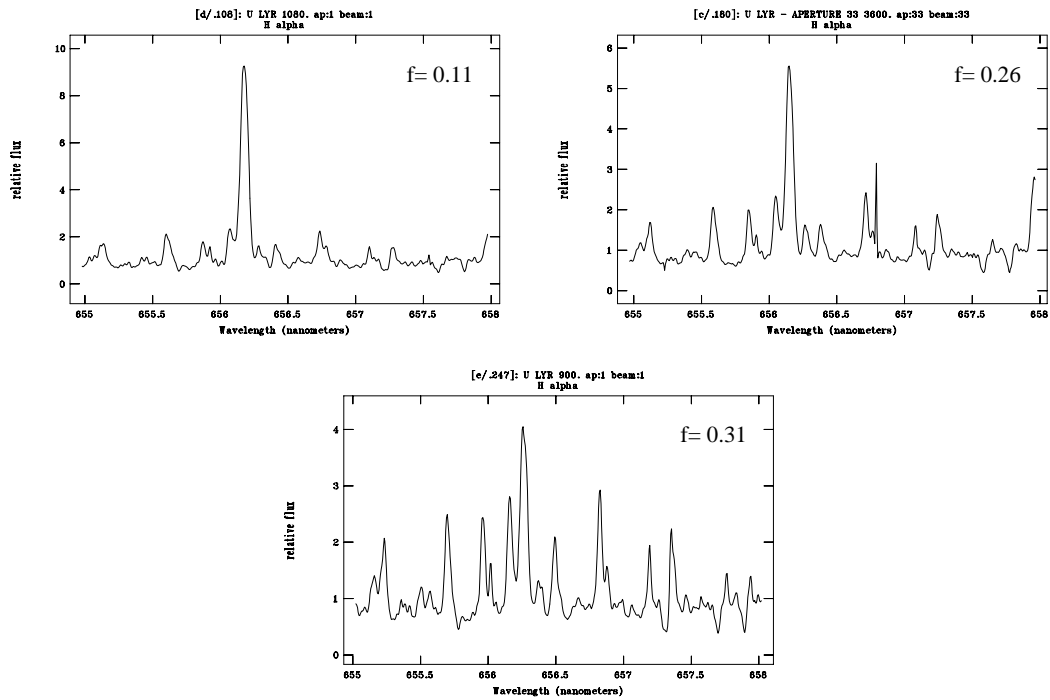
Obrázek 4.46: Emise H_{α} hvězdy SY Per.



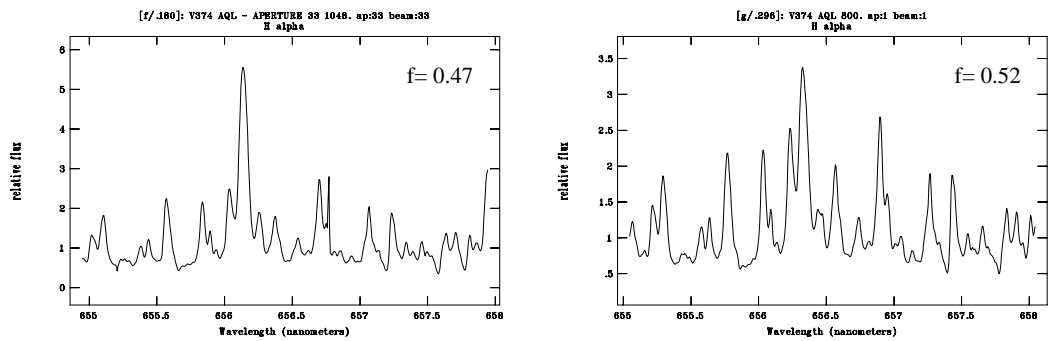
Obrázek 4.47: Emise H α hvězdy T Dra.



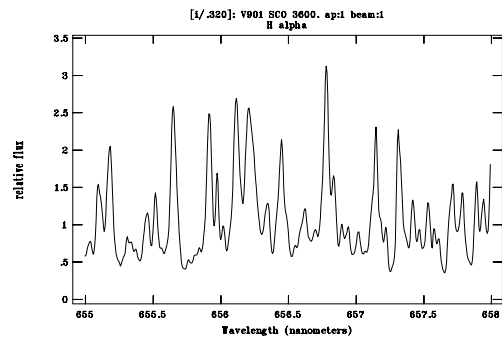
Obrázek 4.48: Emise H α hvězdy U Cyg.



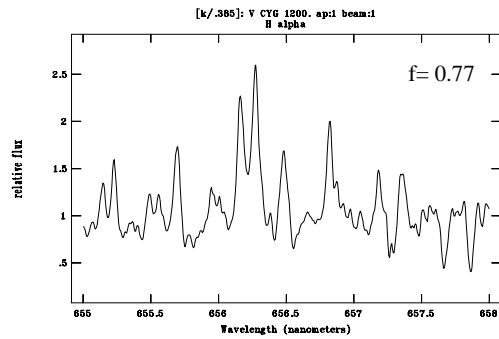
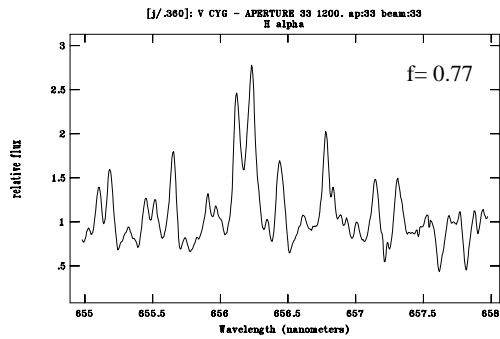
Obrázek 4.49: Emise H_α hvězdy U Lyr.



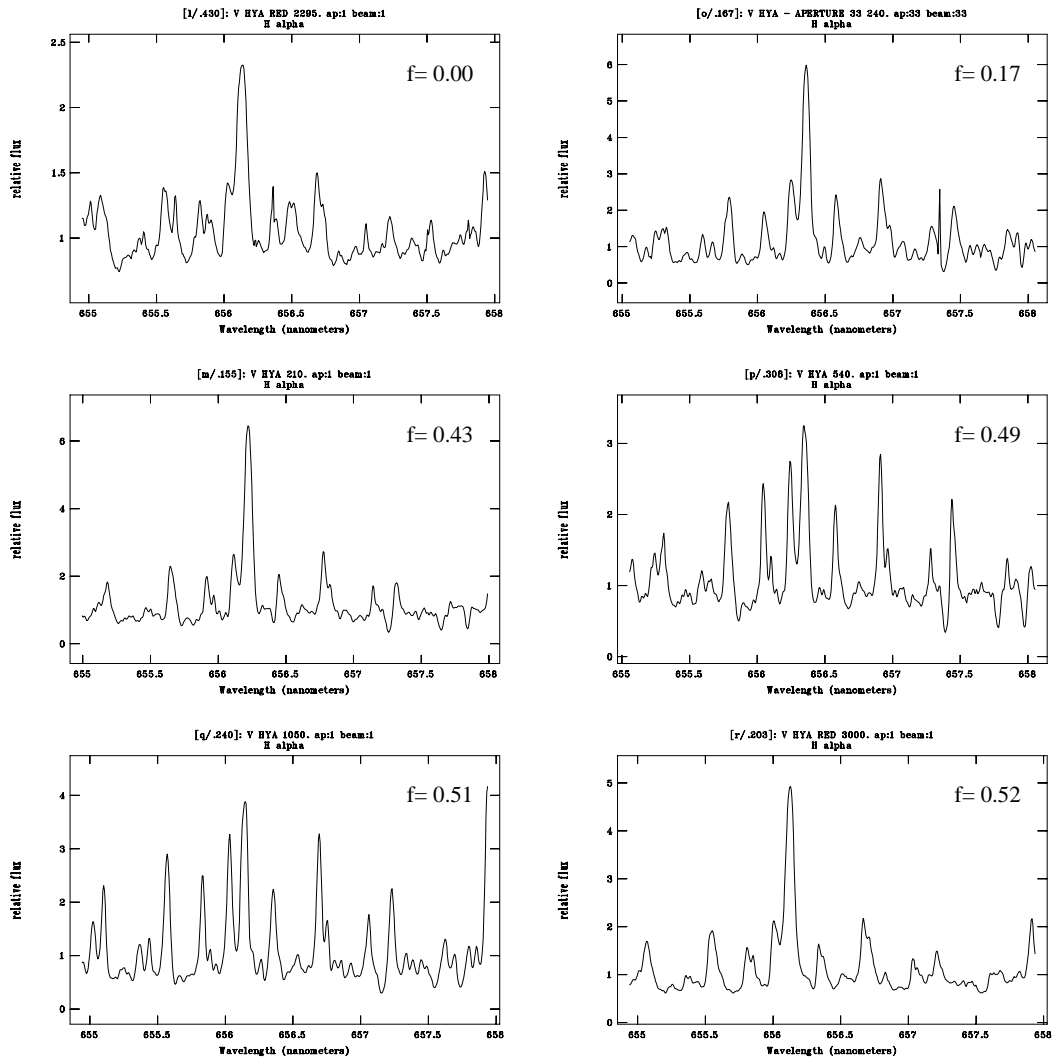
Obrázek 4.50: Emise H_α hvězdy V 374 Aql.



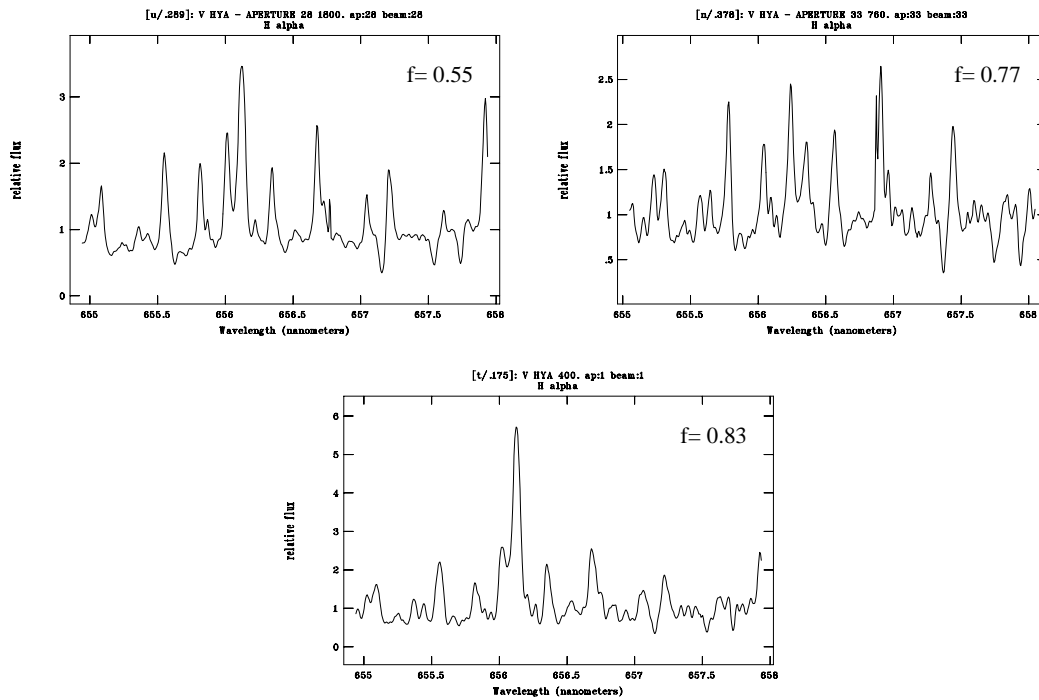
Obrázek 4.51: Emise H_{α} hvězdy V 901 Sco, perioda není známá.



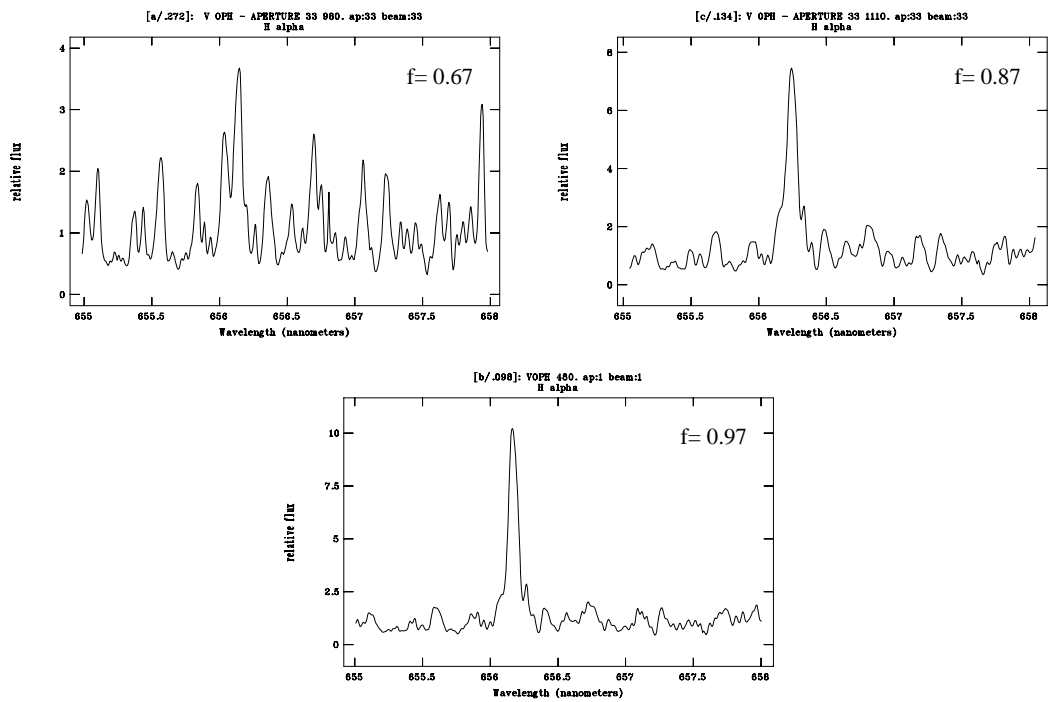
Obrázek 4.52: Emise H_{α} hvězdy V Cyg.



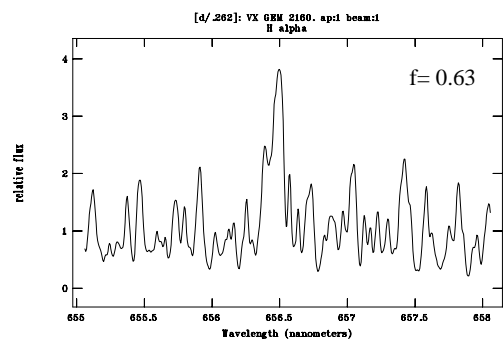
Obrázek 4.53: Emise H_{α} hvězdy V Hya.



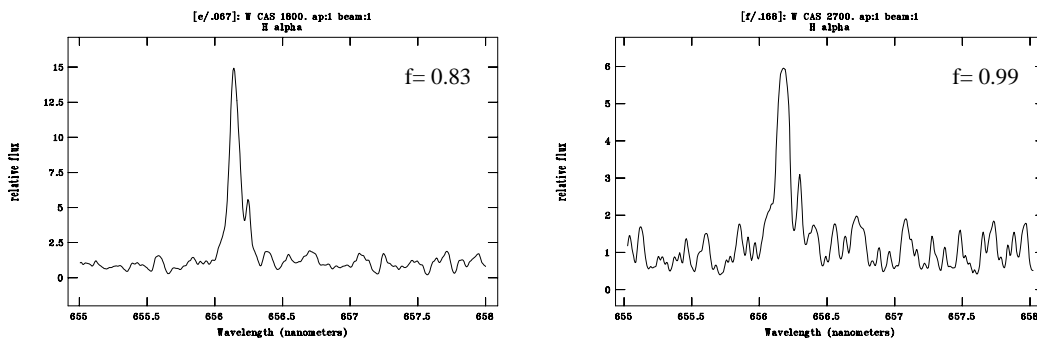
Obrázek 4.54: Další emisní čáry H_{α} hvězdy V Hya.



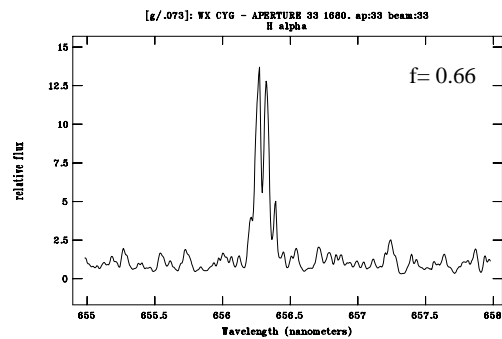
Obrázek 4.55: Emise H_{α} hvězdy V Oph.



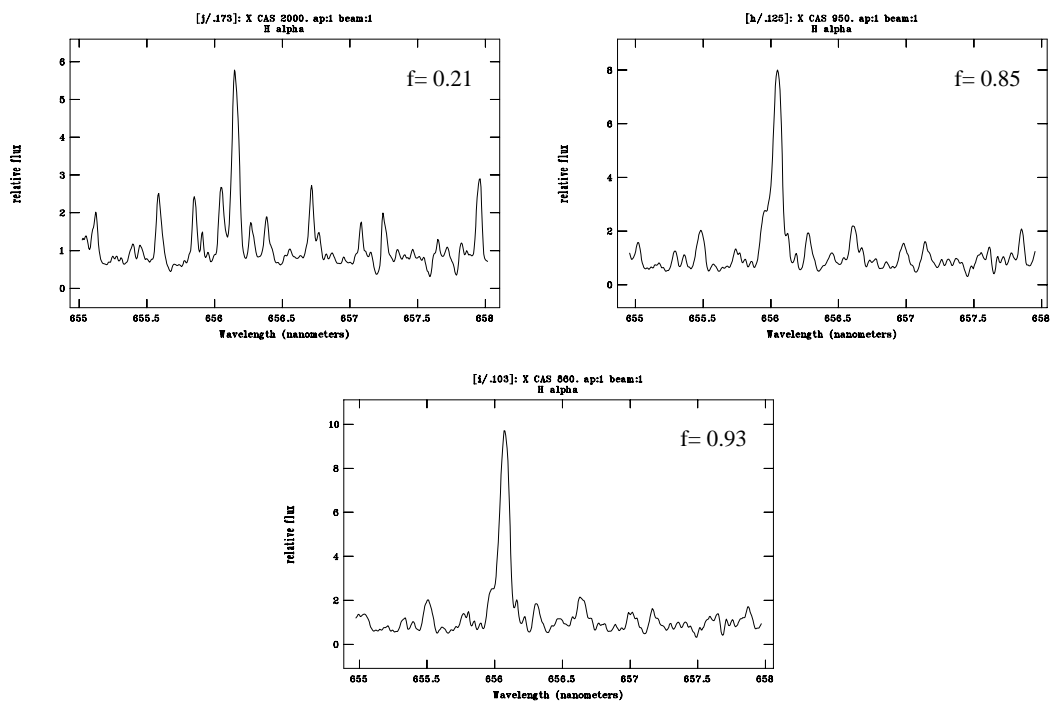
Obrázek 4.56: Emise H_{α} hvězdy VX Gem.



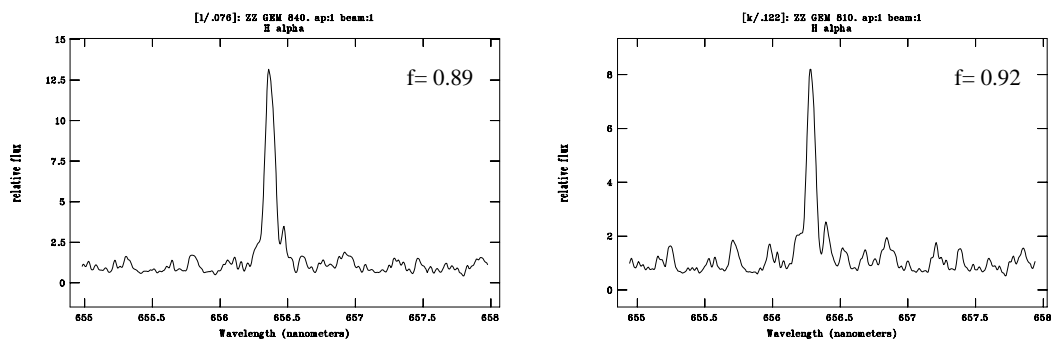
Obrázek 4.57: Emise H_{α} hvězdy W Cas.



Obrázek 4.58: Emise H_{α} hvězdy WX Cyg.



Obrázek 4.59: Emise H α hvězdy X Cas.



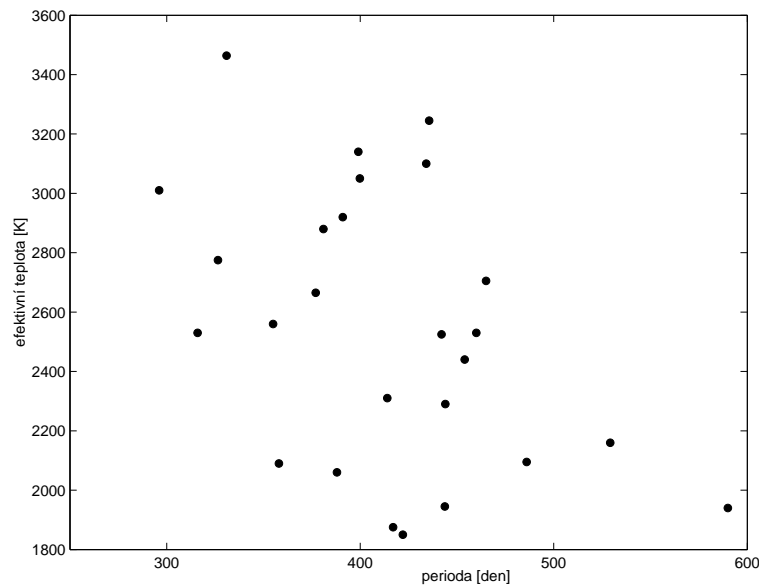
Obrázek 4.60: Emise H α hvězdy ZZ Gem.

V tomto malém atlasu emisních čar H_α je shromážděno celkem 89 spektrogramů 31 hvězd v různých fotometrických fázích. Spektra emise v podobných fázích jsou si velmi podobná a je zřejmá i silná fázová závislost. Takové prvotní vizuální vyhodnocení vzhledu emisí bylo pro nás východiskem k dalším úvahám o povaze závislosti a snahám o její přesnější vyjádření.

4.6 Fázové změny jasnosti

Použitá data Číslo hvězdy, její světelné elementy a údaje o efektivní teplotě (Bergeat et al. 2001) obsahuje tabulka ?? zařazená v příloze. Lineární světelné elementy jsou buď přebrány z databáze SIMBAD (většinou jsou založeny na pozorováních družice Hipparcos) nebo jsou výsledkem revize period provedené v této práci a popsané v předchozí podkapitole.

Medián period je 415 dní, medián efektivní teploty 2530 K, vesměs jde o velmi chladné hvězdy s vysokým barevným indexem.



Obrázek 4.61: Závislost efektivní teploty na délce periody

Podle očekávání lze najít mezi efektivní teplotou a periodou zápornou korelaci $r = -0,45$ viz obr. ??, která je důsledkem skutečnosti, že obři s nižší teplotou mají větší poloměr a oscilují tudíž pomaleji.

Fotometrický materiál o jednotlivých hvězdách má dva zdroje - vizuální data AFOEV a měření v širokopásmové barvě H_p z katalogu Hipparcos (v rozsahu od JD 2 447 850 [d] do JD 2 449 060 [d], čili 3,3 roku, což představuje v průměru necelé 3 cykly). Měření v barvě H_p byla přidána k datům AFOEV proto, že mají

až o řád větší přesnost a navíc jsme pak mohli vykreslit světelné křivky pro větší počet hvězd.

Navíc, jak ukázali Dušek et al. (2003), jsou zde tvar křivky i amplituda světelných změn dosti podobné s měřením v oboru V . Tato skutečnost souvisí s velkou šířkou filtru H_p , s maximem propustnosti mezi barvami B a V a velmi vysokým barevným indexem. Oba faktory způsobí, že efektivní vlnová délka je blízko efektivní vlnové délce v barvě V . Existují ale systematické posuvy dané rozložením energie ve spektru hvězdy a propustností filtrů a změnou barevného indexu, což je vlastní té které hvězdě. Pro jednoduchost jsme předpokládali, že převod H_p na V lze dobře popsat parabolickou závislostí (program na výpočet střední světelné křivky *proklad1.m* a další vykreslovací programy *prokladV.m* i *prokladH.m* jsou uvedeny v příloze).

V obrázcích je uvedena hodnota mediánu vizuálních hvězdných velikostí ve čtrnáctidenním intervalu a medián H_p transformované na V v rámci pozorovací sekvence družice Hipparcos. Světelné křivky pokrývají interval $JD_{hel} = 2\,447\,800[d] \div 2\,449\,200[d]$, kdy byla v činnosti družice Hipparcos. Světelné křivky získané výše popsaným postupem jsou začleněny v přehledu hvězd na počátku této kapitoly.

4.7 Závislost ekvivalentní šířky vybraných čar na fotometrické fázi

Jak vyplývá i z přehledu studovaných hvězd, není skupina hvězd s emisí v čáře H_α typově zcela stejnorodá. Ze 34 uhlíkových hvězd je 25 mirid, 8 polopravidelných proměnných hvězd a 1 nepravidelná proměnná hvězda. Některé hvězdy z analýzy závislostí různých veličin na fázi bohužel vypadly, protože nebyla nalezena jejich periodicitata. Důvodem může být jak skutečnost, že se jasnost těchto hvězd buď mění nepravidelně, není dostatek pozorovacích dat k určení periody nebo těch period je ve skutečnosti více než jedna nebo dvě (Dušek et al. 2003).

Analýza je rozdělena do dvou částí, první se týká měření veličin kvantitativně popisujících velikost emise případně absorpce vybraných čar, druhá zkoumá radiální rychlosti emisních složek emise H_α a některých dalších vybraných absorpčních čar. Největší počet spekter jedné hvězdy je 9, bohužel u některých hvězd je k dispozici spektrum jediné. Nicméně prohlídka fázové závislosti spekter ukázala jisté shodné rysy, což dalo podnět k aplikaci metody, kdy zkoumáme veškerá data tak, jako by byla pořízena pro jednu a tutéž hvězdu nebo hvězdy s kvalitativně podobným chováním. Taková metoda byla sice už v literatuře použita (např. Woodsworth 1995), ale zde je její aplikace zdůvodněna kritickým zhodnocením použitého spektroskopického materiálu.

Spektra všech zkoumaných hvězd jsem nejprve měl k dispozici ve formátu textového souboru obsahujícího dva sloupce (vlnová délka, hodnota veličiny popisující intenzitu záření), přičemž veličinou popisující intenzitu záření byl přímo

údaj z detektoru záření. Analýza spekter v tomto formátu byla provedena ne-standardním postupem, jehož popis následuje. U uhlíkových mirid je ještě obtížnější parametrizovat emisní složku čáry H_α než u jiných typů mirid (Woodsworth 1995). Platí to i v případě, že pomíneme potíže nebo spíše nemožnost stanovení úrovně kontinua. Proto jsem stanovil hodnotu kontinua tak, že jsem v těsném okolí čáry proložil krátkou úsečku rovnoběžnou s osou vlnové délky, odečetl jí odpovídající hodnotu relativní intenzity. Programem *Origin* jsem získal hodnotu plochy ohraničené křivkou emisní čáry a proloženou úsečkou. Poté jsem velikost plochy „normoval“ hodnotou úrovně stanoveného kontinua. Tak jsem získal veličinu podobnou ekvivalentní šířce, kterou dále označíme jako „pseudekvivalentní šířka“. Ačkoliv se zprvu zdála tak jednoduše konstruovaná veličina nevěrohodná, později se ukázalo, že popisuje charakter emise velmi dobře a mnohem lépe než pouhá pološířka emisní čáry nebo relativní výška vrcholu křivky emisní čáry.

Později se mi podařilo získat spektra v původním formátu a mohl jsem je podrobit standardní analýze programem *IRAF* (základní informace o tomto softwarovém balíku jsou uvedeny v příloze). Nejprve jsem převedl textové soubory do formátu *.imh, se kterým pracuje program *IRAF*, poté následoval výběr intervalu těsného okolí čáry H_α a „normování“ hodnot popisujících relativní intenzitu záření (byla nalezena střední hodnota intenzity ve zvolené části spektra s vyloučením oblasti s emisní čarou H_α a tou byly všechny hodnoty vyděleny). Posledním krokem bylo provedení heliocentrické korekce. Pak už následovalo měření ekvivalentní šířky emisní čáry H_α . Tabulky se surovými daty jsou součástí elektronické verze této práce.

Učinil jsem předpoklad, že pokud je emise skutečně způsobená rázovou vlnou, budou veličiny popisující její kvantitativní vlastnosti závislé na fázi a tato závislost by měla mít průběh popsateľný harmonickým polynomem nízkého stupně. Metodou robustní regrese (Mikulášek et al. 2003) jsme tedy daty prokládali takové křivky a použili jsme prostředí *Matlab*. Nejprve jsme analyzovali data pro jednotlivé hvězdy a poté společně pro skupinu uhlíkových mirid a skupinu polopravidelných proměnných hvězd. Nakonec jsme analyzovali veškerá dostupná data. Také jsme porovnali pseudekvivalentní šířky s ekvivalentními šířkami standardně změřenými programem *IRAF* a zjistili jsme velmi dobrou korelaci. To znamená, že v případě potřeby je možné i takovou primitivní konstrukcí dobře kvantitativně popsat emisní čáru.

4.7.1 Jiné čáry

Velmi podobným způsobem jsem postupoval i v případě měření dalších vybraných čar, tentokrát již většinou absorpčních (Li 670,8 nm, Na D_1 588,9 nm, Na D_2 589,5 nm, Mg I 518,3 nm a K I 769,8 nm). Také hodnoty ekvivalentních šířek těchto čar jsme podrobili analýze závislosti na fázi.

4.7.2 Analýza a interpretace výsledků

Výchozím materiálem jsou data obsažená v souboru *intenzity.dat* (viz příloha) v ascii kódování o rozměru 89x9, kde v prvním sloupci je pořadové číslo zkoumané hvězdy, fotometrická fáze odpovídající heliocentrickému datu expozice spektra a lineárním světelným elementů příslušné hvězdy. Následuje sloupec (3) obsahující údaj o ekvivalentní šířce emise H_α vzhledem k okolnímu pseudokontinuu poskytnuté procedurou *IRAFu*, dále obdobný údaj (4) změřený výše popsáním postupem v prostředí *Origin*. Vždy jde v případě H_α o emisi. Ve sloupci (5) je ekvivalentní šířka absorpční čáry Li, ve sloupci (6) je součet ekvivalentních šířek absorpcí dubletu Na, ve sloupcích (7) a (8) jsou postupně ekvivalentní šířky absorpce a emise Mg a konečně (9) ekvivalentní šířka absorpce K. Všechny tyto i další údaje jsou soustředěny v alfanumerickém excellovském souboru *Pseudo-eww.xls* v elektronické příloze.

Zkoumaných hvězd je v souboru celkem 30, tedy zhruba 3 spektrogramy od každé hvězdy. Při zpracování je tak nutno volit modely s co nejmenším počtem volných parametrů, neboť počet měření připadajících na jednu hvězdu je krajně nedostatečný. Většina zjištění tak bude mít jen kvalitativní informační hodnotu, ale vzhledem k tomu, že tyto údaje ještě nebyly v takovém rozsahu zpracovány, budou mít i tato zjištění objektivní charakter.

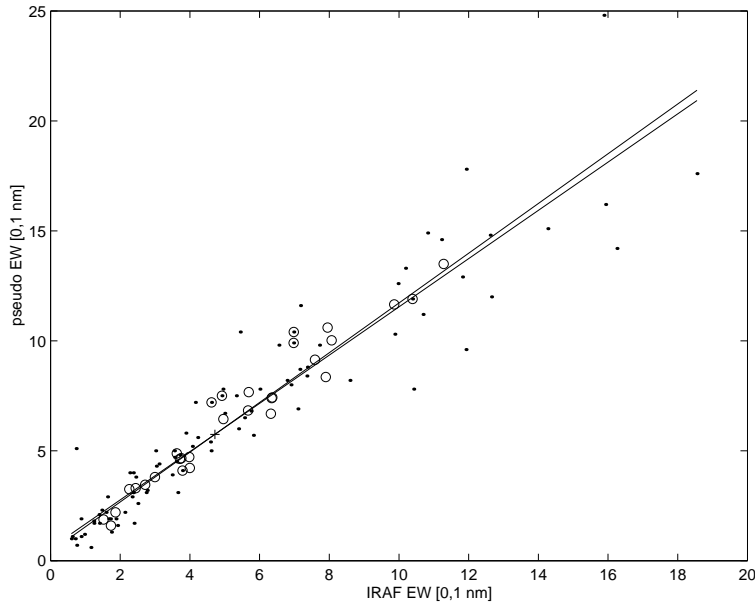
Vzájemné korelace Vzájemné korelace mezi ekvivalentními šířkami čar různých prvků na jednotlivých spektrogramech byly vyšetřovány pomocí programu *Koral.m* (viz příloha). Pro tento jsme nejdříve museli odvodit vztahy pro korelační koeficient při použití váhování vlastního robustní regrese. Kovarianční matice vektorů \mathbf{t} , \mathbf{y} popsaných normovanou diagonální maticí \mathbf{W} se stopou n je dána vztahem:

$$\mathbf{C}(\mathbf{t}, \mathbf{y}, \mathbf{W}) = [(\mathbf{t} - \bar{t}), (\mathbf{y} - \bar{y})]' \mathbf{W} [(\mathbf{t} - \bar{t}), (\mathbf{y} - \bar{y})] / (n - 1), \quad (4.1)$$

korelační koeficient se pak již vypočítá snadno podle vztahu:

$$korelkoeff = \frac{\mathbf{C}_{12}}{\sqrt{(\mathbf{C}_{11} \cdot \mathbf{C}_{22})}}. \quad (4.2)$$

V programu se do závorky uvádí dvojice čísel, které označují pořadí sloupců, které chceme korelovat. První z čísel by mělo být to, které lze spíše považovat za nezávislou proměnnou, čili údaje, jejichž nejistota je vzhledem k amplitudě změn menší. Smyslem této kapitoly je posoudit korelaci změn jednotlivých měřených položek a současně též důkladně posoudit povahu zkoumaných dat. Tato zjištění jsou důležitá před tím, než přistoupíme ke zjišťování fázových změn zkoumaných veličin.



Obrázek 4.62: Korelace mezi ekvivalentní šířkou měřenou programem *IRAF* a pseudoekvivalentní šířkou. Kolečka jsou průměry pro jednotlivé hvězdy, křížkem je označena poloha váženého těžiště.

Ekvivalentní šířky *IRAF* versus pseudoekvivalentní šířky Korelace mezi oběma veličinami je velmi dobrá (korelační koeficient je 0,98), což znamená, že je možné bez problému tyto veličiny vzájemně převádět. Tuto skutečnost jsme ihned využili k doplnění chybějících měření ekvivalentní šířky. Ve sloupci *IRAF* byly nahrazeny transformací veličiny pseudoekvivalentní šířka (v závorce je uvedena nejistota příslušné veličiny). Převodní vztah s předpokladem, že *IRAF* je nezávisle proměnnou veličinou:

$$EW_{Pseudo} = 5,78(12) + 1,098(34)(EW_{IRAF} - 4,75).$$

Pokud bychom se na obě veličiny dívali jako na rovnocenné, pak lze přikročit k ortogonální regresi, kde se převodní vztah vypočítá tak, že směrnicí vydělíme korelačním koeficientem a přímkou necháme procházet váženým těžištěm:

$$EW_{Pseudo} = 5,78(12) + 1,132(35)(EW_{IRAF} - 4,75).$$

Ukazuje se zde, že jakkoli mohou způsoby proložení pseudokontinua napadnuté jako subjektivní, dávají docela dobře reprodukovatelné výsledky, z čehož je zřejmé, že lze výsledky pro různé hvězdy a různé fotometrické fáze mezi sebou porovnávat.

Jako reprezentanta ekvivalentní šířky čáry H_{α} budeme nadále brát ta měření, která byla stanovena procedurou *IRAF*.

H_α versus lithium V závislosti si nutně povšimneme nejdříve zcela se vy-
mykající hodnotě u lithiové hvězdy WX Cyg (číslo 28, řádek 84), u níž je EW
emise čáry H_α jen průměrná. Tuto hvězdu nadále vyřadíme ze svých úvah. Záv-
ěry: relativní změny čáry lithia je poměrně malá, navíc poměrně dosti zašuměná.
Vzhledem k EW čar H_α pozorujeme nepominutelnou antikorelaci - lithiové čáry
jsou v průměru silnější, jsou-li emise vodíku slabší. V těžišťovém vyjádření pak
platí:

$$EW_{Li} = 0,720(21) - 0,012(5)(EW_{IRAF} - 5,44).$$

Pokud se však soustředíme jen na porovnání středních hodnot pro jednotlivé
hvězdy (pokus o eliminaci fázové závislosti), dostáváme antikorelaci mnohem
slabší -0,15, což naznačuje, že tato antikorelace se bude týkat spíše fázově zá-
vislých změn než střední úrovně EW Li a H pro každou hvězdu.

H_α versus sodík Obdobné chování, ale v ještě zvýšené míře vykazují absorpční
čáry sodíku, které jsou silnější, jsou-li čáry vodíku slabší. Antikorelace zde je -0,38!
V těžišťovém vyjádření:

$$EW_{Na} = 4,77(14) - 0,092(31)(EW_{IRAF} - 5,45).$$

Amplituda změn je zde podstatně větší než u lithia. Je to fázový efekt, což vyplývá
z faktu, že pro střední hodnoty EW se antikorelace změnila na -0,10!

H_α versus hořčík v absorpci Zde dominuje hořčíková hvězda č. 11, RZ Peg,
kde se 1. a 2. měření absorpce Mg vzájemně podporují. Věc však komplikuje
třetí z měření, kde je hořčíková absorpce průměrná, zato emise vodíku je vůbec
největší v celém vzorku. Raději jsme hvězdu vyřadili ze zpracování, aby svými
extrémními charakteristikami nezkreslila obecnější závěry. Opět zde nacházíme
jistou antikorelaci -0,17, závislost je velice slabá:

$$EW_{Mga} = 0,739(31) - 0,011(8)(EW_{IRAF} - 5,12).$$

Totéž platí při pokusu o odstranění fázové závislosti korelační koeficient je zde
dokonce kladný: 0,03. EW absorpce hořčíku s EW emise v H_α patrně nijak ne-
souvisí. V zásadě to ale neznamená, že by např. hořčík nějakou výraznou fázovou
závislost neměl mít!

H_α versus hořčík v emisi Celkově máme k dispozici jen málo měření. Z řady
dosti vybíhá druhé měření u hvězdy 7 (R For) s hodnotou 1,21, které eliminujeme.
Antikorelace je opět patrná: -0,41.

$$EW_{Mge} = 0,164(20) - 0,012(6)(EW_{IRAF} - 3,65).$$

Antikorelace je i po potlačení eventuální fázové závislosti - u hvězd se silnou emisí
v H_α je slabá emise hořčíku a naopak.

Tabulka 4.3: Popisná statistika distribučních funkcí datových souborů

veličina	průměr	medián	špičatost	šikmost
pseudo $EW H_\alpha$	5,4	4,2	3,5	1,1
IRAF $EW H_\alpha$	6,6	5,4	4,1	1,1
$EW Li$	0,8	0,7	3,2	0,7
$EW Na D$	0,6	0,7	3,4	-0,3
$EW Mg abs$	0,6	0,7	14,9	2,7
$EW Mg em$	0,5	0,6	12,5	2,9
$EW K$	0,4	0,3	2,0	0,4

Hořčík v absorpci versus hořčík v emisi Vzájemná korelace je oproti očekávání velice slabá a navíc záporná (-0,17), což ovšem lze vysvětlit třeba opačnou fázovou závislostí EW .

$$EW_{Mge} = 0,168(22) - 0,06(12)(EW_{Mga} - 0,71).$$

U středních hodnot pozorujeme naopak jistou kladnou korelaci (0,20). Slabá závislost absorpcí a emisí u zkoumaného typu hvězd asi nezávisí příliš na abundanci prvku, jako spíše na vlastnostech stavby konkrétních hvězd.

H_α versus draslík Draslíkové čáry se výrazně mění, opět antikorelace -0,21, a to i ve středních hodnotách - má-li hvězda silnou vodíkovou emisi, má slabší absorpci v draslíku a naopak:

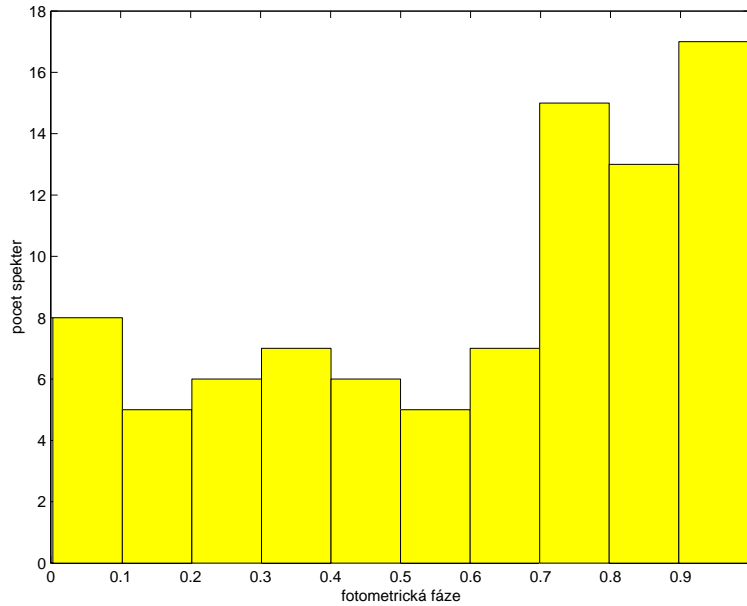
$$EW_K = 0,43(4) - 0,12(9)(EW_{IRAF} - 6,44).$$

4.7.3 Fázová závislost ekvivalentních šířek vybraných čar

Závislost na fotometrické fázi takřka u všech zkoumaných veličin nepochybně existuje a je velmi silná. Díky této skutečnosti lze pozorování zpracovat i v takovém případě, že na jednu hvězdu připadají v průměru jen tři pozorování, často ne příliš šťastně rozložená ve fázi.

Rozložení pozorování podle fotometrické fáze Jakkoli existovalo nebezpečí, že ve zkoumaném vzorku budou potlačeny některé fotometrické fáze, zejména pak ty z oblasti minima jasnosti. Naštěstí se ukázalo, že vzorek očekávaným výběrovým efektem netrpí, což dokládá i histogram rozdělení fází (viz obr. ??).

V tabulce ?? jsou shrnuty výsledky popisné statistiky jednotlivých datových souborů (průměr, medián, šikmost a špičatost). Z histogramů (viz obrázek ??) vyplývá, že žádná z veličin se nečlení do více skupin soustředěných kolem odlišných významných hodnot.



Obrázek 4.63: Rozložení měření podle fáze

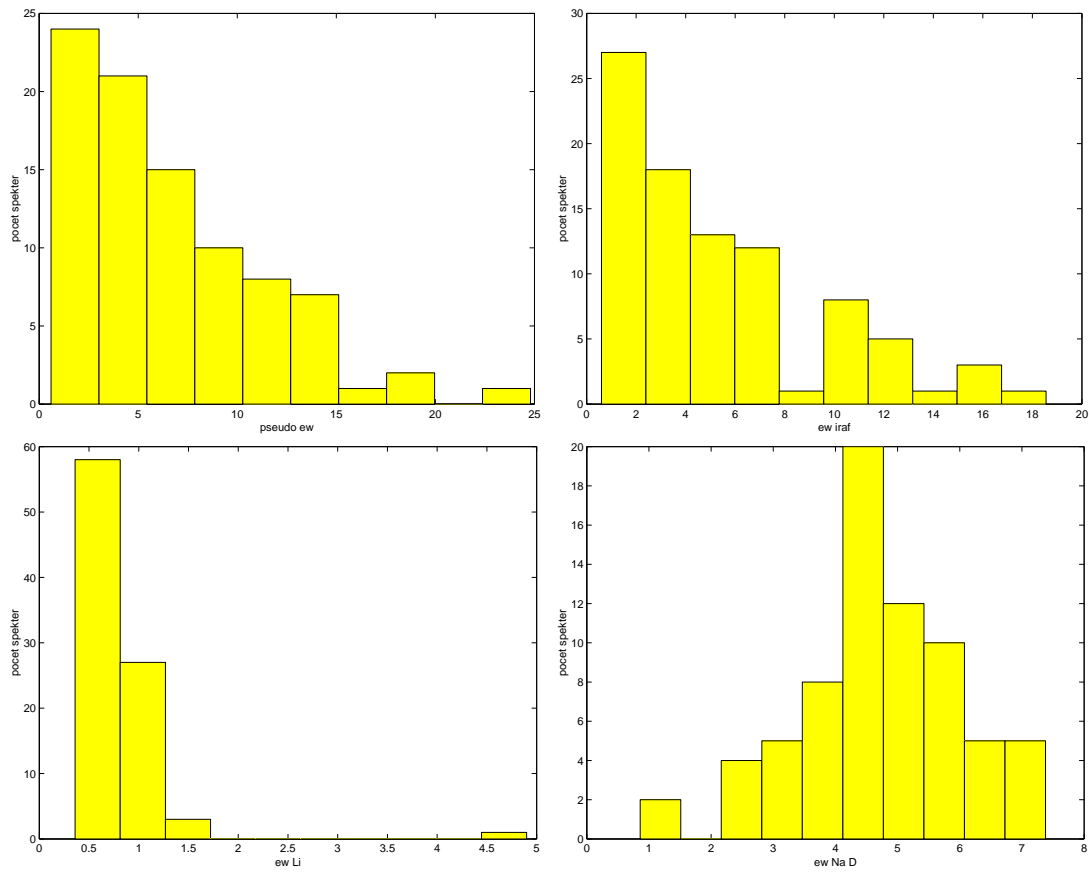
Závislost ekvivalentní šířky na fázi Veškerá vyšetřování fázové závislosti budeme provádět dvěma specializovanými výpočetními programy *SextilkyA.m* a *ZmenyB.m*.

První program ukáže rozložení ekvivalentních šířek celého vzorku v závislosti na fotometrické fázi pro celý soubor měření zkoumaných hvězd, s tím že jsou tam místo bodů kolečky vyznačeny hodnoty postupně 1. sextilu (1), mediánu (2) a 5. sextilu (3) v rámci množiny bodů nacházejících se v určitém intervalu fází, přičemž každý z těchto binů obsahuje přibližně týž počet pozorování. Uvedený fázový diagram dobře ukazuje charakter fázové závislosti, i když je tvořen pozorováními různých hvězd. Body jsou proloženy lomené křivky, pro něž je poměr $I_1 : I_2 : I_3$ konstantní.

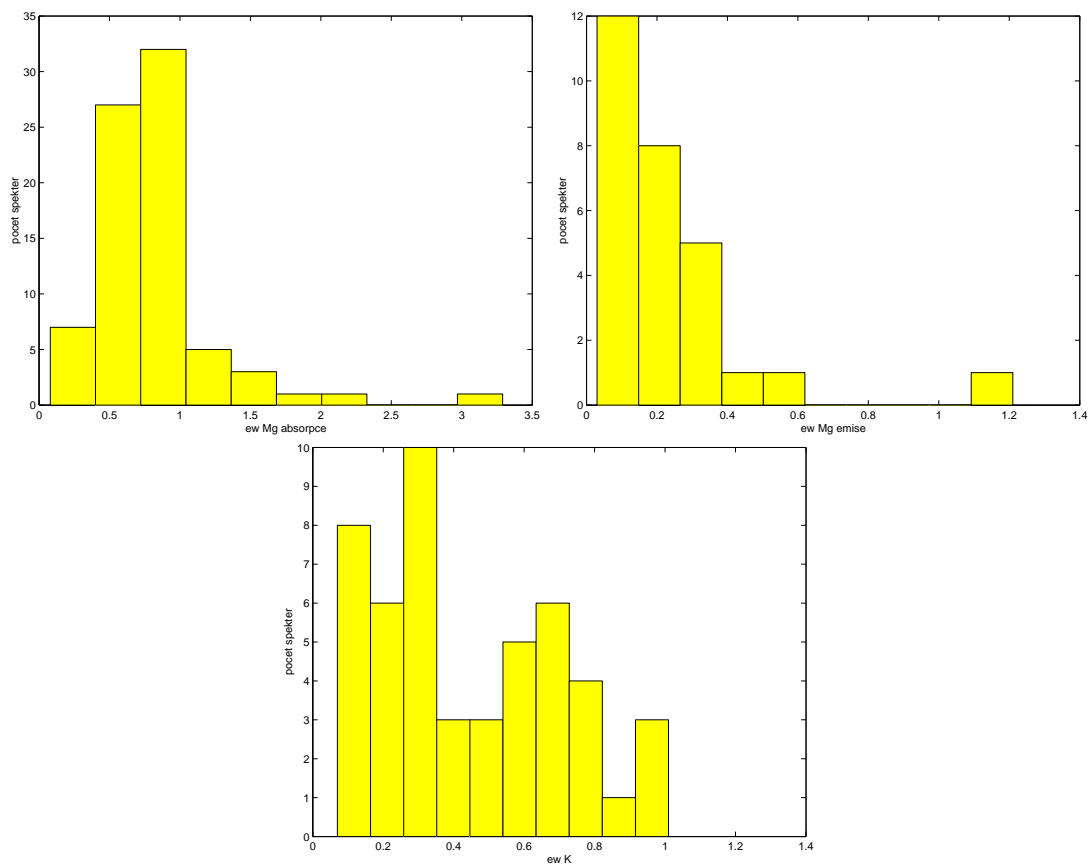
Nalezení vzhledu základní křivky je založeno na dosud nepublikované výpočetní metodě (Mikulášek 2003). Ukazuje se, že ve všech případech takto proložená lomená závislost dobře popisuje vzhled pozorované závislosti, což předjímá model proměnnosti EW čar ve tvaru:

$$I_i(f) = A_i \left[1 + \sum_{j=1}^q (a_{2j-1} \cos(2\pi j f) + a_{2j} \sin(2\pi j f)) \right], \quad (4.3)$$

pro i -tou hvězdou. Tvar fázové závislosti aproximuje harmonickým polynomem zpravidla prvního nebo druhého stupně ($q = 1, 2$) popsáním pro určitou zkoumanou fázovou závislost $2q$ koeficienty. Závislost řešíme nelineární robustní regresí. Výpočet pak simultánně dodává jak koeficienty tvaru proložené závislosti, tak



Obrázek 4.64: Histogramy datových souborů

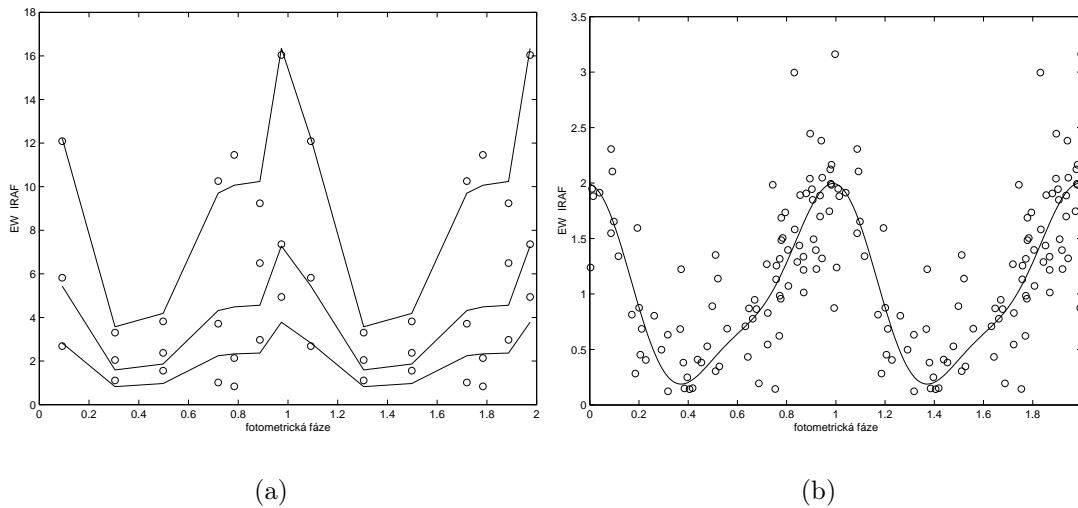


Obrázek 4.65: Histogramy datových souborů

i hodnoty střední fázové intenzity pro každou hvězdu. Program má dvě části - nejdříve pomocí pozorování těch hvězd, které byly sledovány nejmeně dvakrát, určíme tvar fázové křivky. Ve druhé části určíme střední hodnoty veličiny. Graf závislosti je vizualizován tak, že do grafu jsou relativní intenzity pozorování vztažené ke střední hodnotě vyplývající z pozorování - $I_i(f)/A_i$. V programu *ZměnyB.m* (viz příloha) se zadává číslo sloupce ze souboru *intenzity.dat*.

Výsledky jsou zapsány do sběrných tabulek označených *Bhvezdy.dat*, kde je pro každou hvězdu uvedena střední hodnota a nejistota jejího určení pro všech sedm studovaných položek včetně pseudoekvivalentních šířek H_α . Ve sběrné tabulce *Acary.dat* jsou pro sedm studovaných položek uvedeny koeficienty harmonického polynomu proložené křivky.

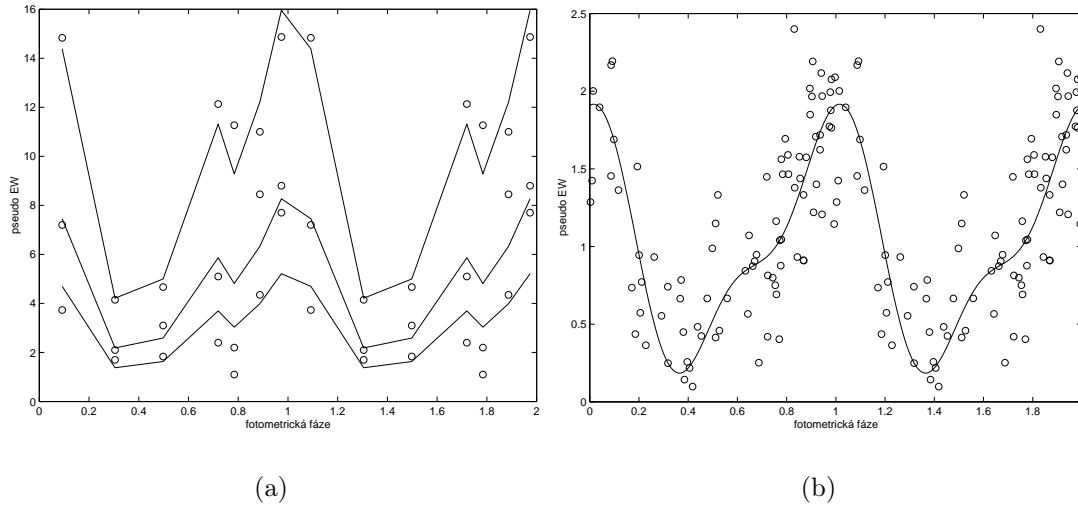
Fázová závislost ekvivalentní šířky emise v H_α Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.



Obrázek 4.66: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost ekvivalentní šířky emise H_α měřené programem *IRAF*.

Fázová závislost pseudoekvivalentní šířky emise v H_α Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.

Závislost ekvivalentní šířky čáry lithia Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.

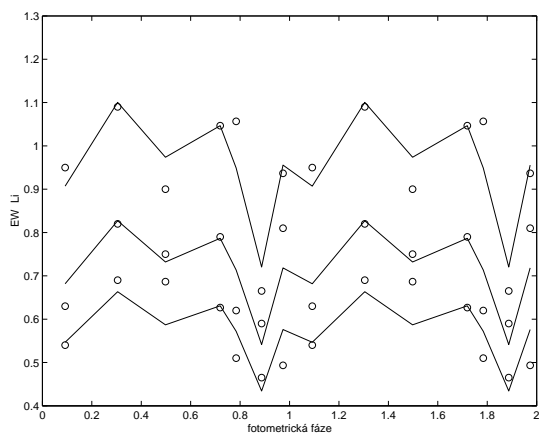


Obrázek 4.67: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost pseudoekvivalentní šířky emise H_{α} .

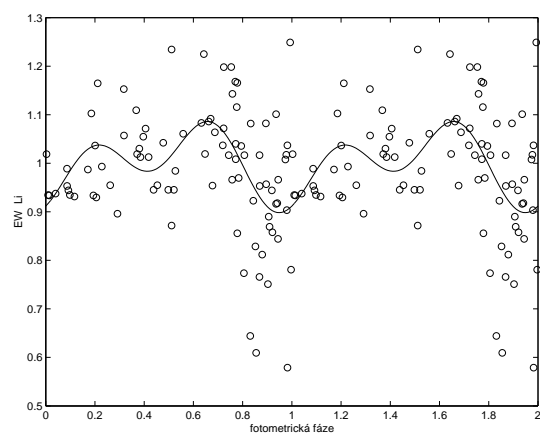
Závislost ekvivalentní šířky čar sodíkového dubletu Závislost je proložena polynomem 1. stupně. Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.

Závislost ekvivalentní šířky absorpce hořčíku Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.

Závislost ekvivalentní šířky draslíku Opět prokládáme jen polynom 1. stupně. Výsledky analýzy jsou prezentovány obrázkem ??.

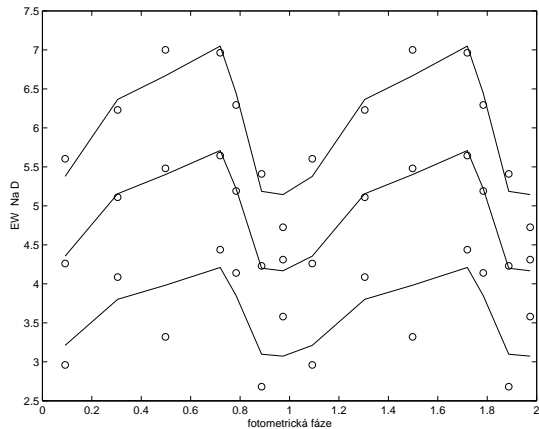


(a)

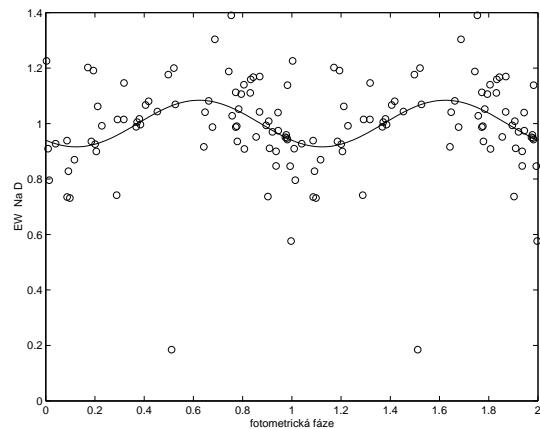


(b)

Obrázek 4.68: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost ekvivalentní šířky absorpční čáry Li.

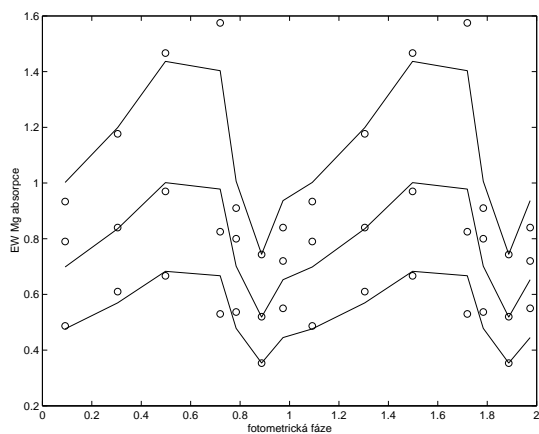


(a)

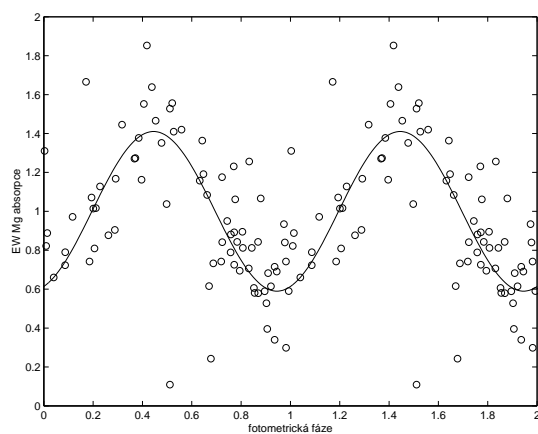


(b)

Obrázek 4.69: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost součtu ekvivalentních šířek absorpčního dubletu Na.

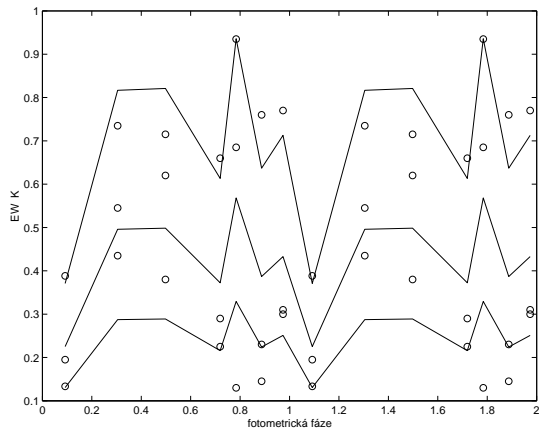


(a)

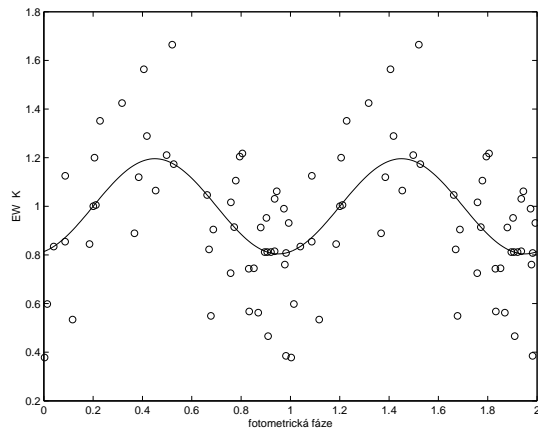


(b)

Obrázek 4.70: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost ekvivalentní šířky absorpce Mg.



(a)



(b)

Obrázek 4.71: Na diagramu (a) jsou postupně vyneseny hodnoty 1. sextilu, mediánu a 5. sextilu, graf (b) představuje fázovou závislost ekvivalentní šířky absorpční čáry K.

Shrnutí a charakteristiky křivek fázových změn EW Tabulka ?? obsahuje hlavní charakteristiky zjištěných závislostí ekvivalentních šířek na fotometrické fázi.

Tabulka 4.4: Shrnutí výsledků zkoumání fázové závislosti ekvivalentních šířek vybraných emisních a absorpčních čar. V 1. sloupci je uvedeno označení čáry, ve 2. pak fotometrická fáze minima proložené křivky, ve 3. sloupci fotometrická fáze maxima, ve 4. sloupci následuje poměr hodnot EW v maximu a minimu proložené křivky, poslední sloupec obsahuje stupeň prokládaného polynomu.

čára	f_{min}	f_{max}	EW_{max}/EW_{min}	stupeň polynomu
pseudo EW emise H_α	0,37	0,98	11,1	2
IRAF EW emise H_α	0,36	0,03	10,5	2
EW Li	0,95	0,22	1,2	2
EW Na D	0,06	0,58	1,2	1
EW Mg abs	0,96	0,41	2,6	2
EW K	0,92	0,42	1,7	1

Z tabulky ?? vyplývá, že změny ekvivalentní šířky emisní čáry H_α jsou o řád výraznější než změny EW ostatních vybraných (vesměs absorpčních) čar. Podstatným zjištěním je i posun ve fázi, zatímco u absorpčních čar se polohy maxima a minima téměř shodují, emise v čáře H_α je posunutá ve fázi o faktor +0,5.

4.8 Fázové změny radiálních rychlostí (RV)

Barnbaum (1992a) publikovala optická měření radiálních rychlostí pro 87 uhlíkových hvězd, z toho 67 s více než 2 pozorováními. Zjistila, že rozdíl v rychlostech jednotlivých čar (K I, Li I, Mg I) je větší u mirid než u SR a Lb hvězd. (Barnbaum 1992b) srovnává měření RV v optickém oboru s RV rádiové emise molekul CO pro 34 hvězd (uhlíkových). Nikde se však nezabývá detailní analýzou závislosti hodnot RV na fázi. Použili jsme tedy znovu již publikované hodnoty RV (kros-korelační RV získané v optickém oboru, RV absorpční čáry Mg I 518,3 nm, Li I 670,7 nm a K I 769,8 nm) k detailní analýze. Zcela znovu jsme provedli měření RV jednotlivých složek emisního profilu čáry H_α . Profil byl buď výrazně asymetrický nebo složený ze dvou, respektive tří komponent.

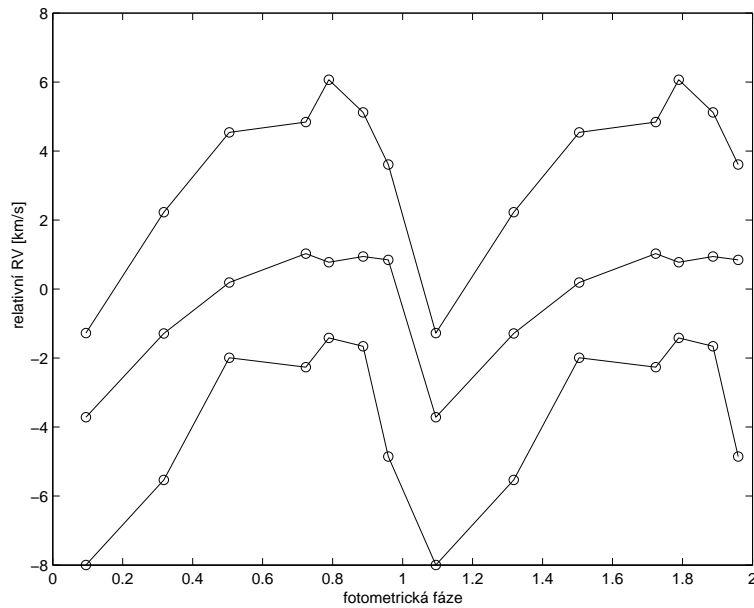
4.8.1 Analýza a interpretace výsledků

Výchozím pozorovacím materiálem jsou data obsažená v souboru *RVfinal.txt* (viz příloha) v ascii kódování o rozměru 89x10, kde v prvním sloupci je pořadové číslo zkoumané hvězdy, pak fotometrická fáze odpovídající heliocentrickému datu expozice spektra a lineárním světelným elementům příslušné hvězdy. Následuje sloupec (3) obsahující údaj o radiální rychlosti hvězdy zjištěný kros-korelační metodou. Ve sloupci (4) je radiální rychlost čáry Mg I, ve sloupci (5) Li I, ve sloupcích (6) a (7) údaje o rychlosti K I po řadě modrá a červená složka. Sloupce (8) až (10) popisují RV tří vrcholů (existují-li) emise H_α směrem od krátkovlnné části spektra. Údaje jsou uvedeny v km/s.

Veličiny ve sloupcích 3-7 jsou převzaty z prací Barnbaumové. Údaje týkající se emise H_α jsou naše původní měření provedená procedurou *rvidlines* z *IRAFu*. Zkoumaných hvězd je v souboru opět celkem 30, tedy zhruba 3 spektrogramy od každé hvězdy. Při zpracování je tak nutno volit modely s co nejmenším počtem volných parametrů, neboť počet měření připadajících na jednu hvězdu je krajně nedostatečný.

Radiální rychlost hvězdy a její změny Radiální rychlost zjištěnou kros-korelační metodou budeme nadále označovat jako celkovou radiální rychlost hvězdy nebo jen radiální rychlost, případně zkratkou veličiny RV . Už pouhým porovnáním velikosti radiálních rychlostí pro jednotlivá měření zjistíme, že zatímco rozptyl hodnot radiální rychlosti pro jednotlivé hvězdy činí typicky jednotky km/s, rozptyl radiálních rychlostí jednotlivých hvězd mezi sebou činí několik desítek km/s. Z toho ovšem vyplývá, že co do velikosti je hodnota radiální rychlosti určena zejména radiální složkou pohybu příslušné hvězdy v prostoru RV_s , zatímco případné fázové změny představují efekt druhého řádu.

Chceme-li mezi sebou vzájemně porovnávat fázové změny radiální rychlosti jednotlivých hvězd, je výhodné je nejprve o střední hodnotu (konstantní složku)



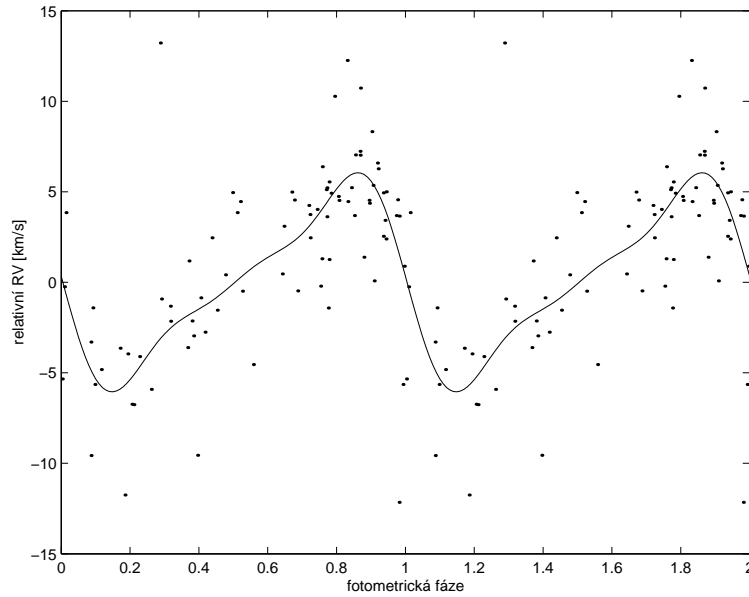
Obrázek 4.72: Zkoumání fázové změny relativní fázové rychlosti.

radiální rychlosti příslušné hvězdy opravit. Tímto způsobem dospějeme k tzv. relativní radiální rychlosti, která již na prostorové rychlosti hvězdy nezávisí. Vzhledem k tomu, že pro jednotlivé hvězdy máme k dispozici jen malý počet měření, navíc často špatně fázově rozložených, je zapotřebí alespoň něco málo předpokládat o průběhu případných fázových změn radiální rychlosti.

Představu o průběhu fázové závislosti relativní radiální rychlosti a její amplitudě si lze nejspíše učinit tak, že si nejdříve odhadneme střední relativní rychlosti, kterou ztotožníme s aritmetickým průměrem všech měření radiální rychlosti pro danou hvězdu. O tento odhad pak zmenšíme pozorované radiální rychlosti a studujeme pak fázový průběh mediánu a 1. a 5. sextilu, což provádí program *SextilkyB.m*, uvedený v příloze. Obrázek ?? dobře zobrazuje průběh fázových změn relativní radiální rychlosti pro ty hvězdy, od nichž máme alespoň dvě měření.

Charakteristické zde je, že průběhy jsou souběžné, jejich amplituda je několik km/s. Vyznačují se pomalejším nárůstem, který v okolí maxima jasnosti vystřídá rychlý pokles. Pokud interpretujeme změny radiálních rychlostí jako důsledek pulzací hvězdy, pak je poloměr hvězdy nejmenší právě v době maxima jasnosti. Při interpretacích je však třeba mít na mysli, že výpočet použitý u programu *SextilkyB* je poznamenán skutečností, že aritmetický průměr z měření *RV* obecně neodpovídá střední hodnotě.

Modely fázové závislosti celkové radiální rychlosti Postupnými iteracemi dospějeme k mnohem lepší shodě s pozorováním, jestliže předpokládáme křivku



Obrázek 4.73: Průběh relativních radiálních rychlostí.

radiálních rychlostí ve tvaru jednoduché antisymetrické křivky popsané čtyřmi parametry: průměrnou amplitudou A , polohou inflexního bodu v okolí fáze 0 f_0 a dvou bezrozměrných parametrů a_1 a a_2 :

$$RV(f) = A[-\sin(2\pi(f - f_0)) + a_1 \sin(4\pi(f - f_0)) + a_2 \sin(6\pi(f - f_0))] + RV_{si},$$

kde RV_{si} je zlepšený odhad střední radiální rychlosti pro i -tou hvězdu. Metodou nelineární robustní regrese (program *zmenyas.m* najdete v příloze) byly vypočteny následující parametry střední křivky radiálních rychlostí:

$$A = (4,68 \pm 0,84) km/s; a_1 = -0,46 \pm 0,19; a_2 = -0,16 \pm 0,16; f_0 = 0,005 \pm 0,017.$$

Nulový inflexní bod (začátek expanze) leží poblíž okamžiku maxima jasnosti – tedy by měla být hvězda nejmenší. Maximální relativní rychlost vzdalování a přibližování (cca $\pm 6,05$ km/s) pozorujeme ve fotometrických fázích 0,86 a 0,15. Vedlejším produktem výpočtu je nalezení středních radiálních rychlostí, pro všechny hvězdy, u nichž máme k dispozici alespoň dvě pozorování. Chod relativních radiálních rychlostí je znázorněn na obrázku ??.

Bylo by možné namítnout, že amplituda může být pro různé hvězdy odlišná. V tom případě by bylo zapotřebí použít mírně komplikovanější model změny radiálních rychlostí ve tvaru:

$$RV(f) = A_i[-\sin(2\pi(f - f_0)) + a_1 \sin(4\pi(f - f_0)) + a_2 \sin(6\pi(f - f_0))] + RV_{si},$$

Tabulka 4.5: Střední hodnoty RV_s .

hvězda	RV_s [km/s]	$\pm RV$ [km/s]	amplituda [km/s]	$\pm A$ [km/s]
3	44.3	1.4	-3.8	1.4
4	29.0	1.3	7.4	1.5
6	46.4	1.5	9	6
10	3.0	1.3	3.4	1.5
<u>11</u>	-29	6	8	11
12	-4.8	1.5	-0.7	1.9
14	-23.7	1.7	4.3	2.0
15	1.4	1.5	6.0	2.0
16	3.1	1.9	5.0	2.4
17	-31.3	6	12	7
<u>19</u>	5	13	16	14
21	-110.9	1.5	3.0	1.8
23	-0.3	1.0	2.2	1.3
24	-32	4	-4	5
29	-52.5	1.5	5.5	1.5

kde na rozdíl od předchozího modelu uvolníme parametr A (amplitudu), jež může být pro každou hvězdu jiná. K tomuto průzkumu ovšem je možné použít jen hvězdy, u nichž je více pozorování, nejméně tři. Použijeme program *zmenyas3.m*. Standardní odchylka proložení je 2,6 km/s. Nalezené parametry popisující průběh křivky radiálních rychlostí jsou v rámci nejistoty totožné:

$$a_1 = -0,41 \pm 0,15; a_2 = -0,07 \pm 0,09; f_0 = 0,030 \pm 0,011.$$

Střední vážená hodnota amplitudy je $(3,0 \pm 1,0)$ km/s. Rozdíl oproti modelu s jednotnou amplitudou je zjevný, vše je důsledkem toho, že se zde v důsledku zavedení váhy nepřímou úměrné čtverci nejistoty výsledku eliminoval vliv dvou hvězd (11 a 19) s vyšší amplitudou radiální rychlosti. Za těchto okolností můžeme tvar křivky radiálních rychlostí fixovat.

Střední váhovaná nejistota změření amplitudy jedné hvězdy činí 2,0 km/s, střední váhovaná hodnota amplitudy $A = (3,0 \pm 1,0)$ km/s, standardní váhovaná odchylka je 3,7 km/s.

Střední radiální rychlosti jednotlivých hvězd Odtud lze vyvodit, že model se stejnou křivkou radiálních rychlostí je pro daný případ vcelku adekvátní. Pomocí něj též vypočteme střední hodnoty radiálních rychlostí, které budeme v dalších rozborech brát za referenční (tam stačí i jedno měření). Tento výpočet je součástí již zmiňovaného programu *zmenyas.m*.

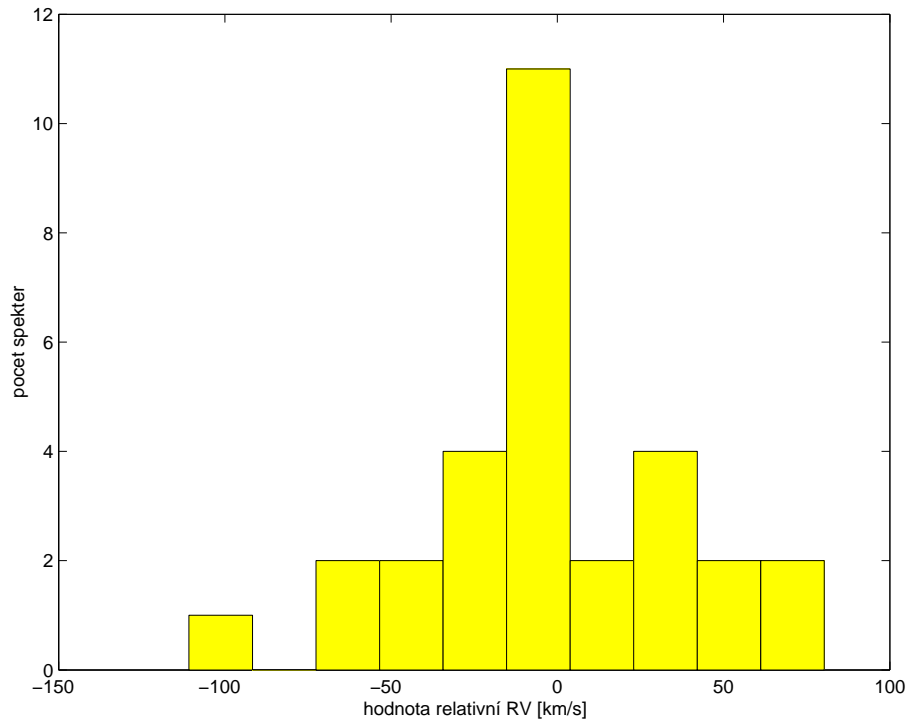
Nejistota určení střední hodnoty radiální rychlosti činí 2 km/s až 3 km/s, a je tudíž mnohem menší, než pozorovaný rozptyl vlastních hodnot této rychlosti. Radiální rychlosti korigované o střední (prostorovou) radiální rychlost obsahuje

Tabulka 4.6: Hodnoty referenčních RV .

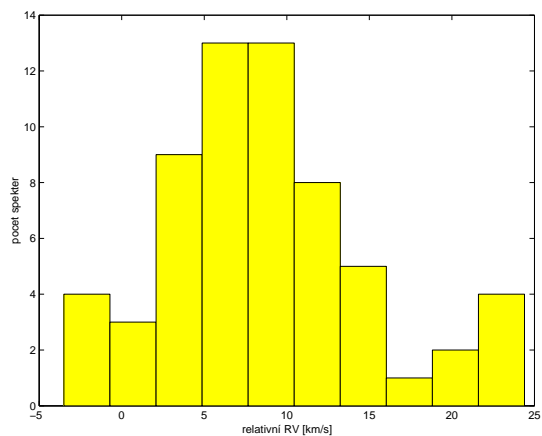
hvězda	RV_{ref} [km/s]	dRV [km/s]	hvězda	RV_{ref} [km/s]	dRV [km/s]
1	-6.1	3.4	16	2.2	1.9
2	80.3	2.6	17	-24.7	1.8
3	38.3	1.7	18	15.7	2.5
4	27.8	1.6	19	-6.1	2.0
5	-33.8	3.3	20	-11.5	2.4
6	45.5	1.7	21	-110.8	1.5
7	15.6	2.5	22	1.3	2.4
8	39.2	3.4	23	-1.5	1.2
9	-58.2	2.4	24	-38.3	2.0
10	1.4	1.6	25	3	2.4
11	-26.6	2.0	26	56.6	3.3
12	-4.6	2.0	27	-55.3	2.9
13	-14.2	2.6	28	41	3.4
14	-23	1.9	29	-52.1	1.9
15	0.8	1.7	30	63.3	2.5

soubor *Rvrelat.dat* (viz příloha). Z histogramu sestaveného z prostorové radiální rychlosti vyplývá, že významná část objektů vykazuje vysoké radiální rychlosti, což svědčí o jejich příslušnosti ke starším galaktickým podsystemům, jistá část s malou disperzí naopak patří k objektům populace I, které v prostoru putují se Sluncem.

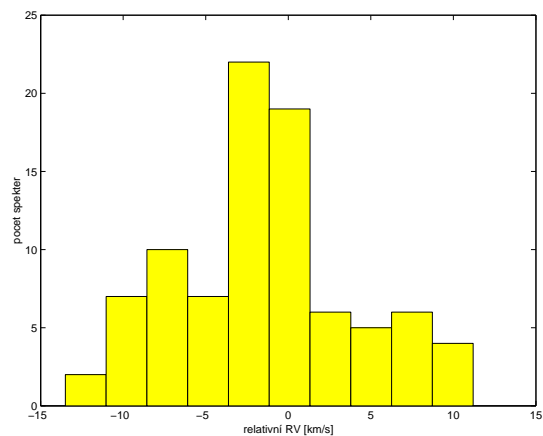
Rozložení prostorových radiálních rychlosti je poměrně symetrické kolem nuly, medián je 0,35 km/s, třetinu hvězd najdeme v intervalu od -36 km/s do mediánu, další třetinu hvězd v intervalu od mediánu do 40 km/s. Rozložení počtu hvězd podle radiální rychlosti je však zjevně špičatější než u normálního rozdělení, což lze matematicky doložit veličinou označovanou jako špičatost (kurtosis), která činí 3,4. To pak implikuje naše přesvědčení, že náš vzorek hvězd není kinematicky homogenní, že tu nejspíš jde o směs dvou skupin objektů s rozdílným stářím. Bohužel, kvůli malé početnosti vzorku se nepodařilo jednoznačně ztotožnit mladší a starší skupinu objektů s jednotlivými typy proměnnosti, a je dokonce možné, že toto ztotožnění není reálné.



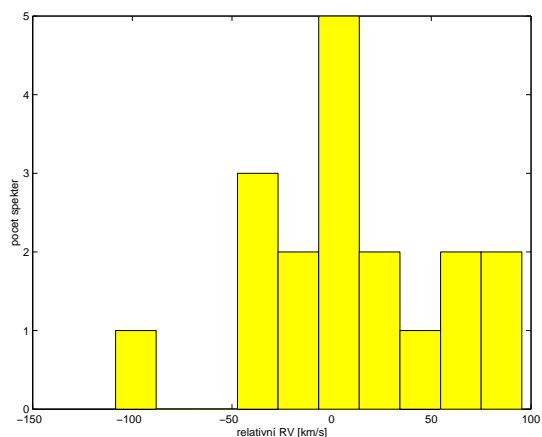
Obrázek 4.74: Histogram prostorových radiálních rychlostí (kros-korelační měření.)



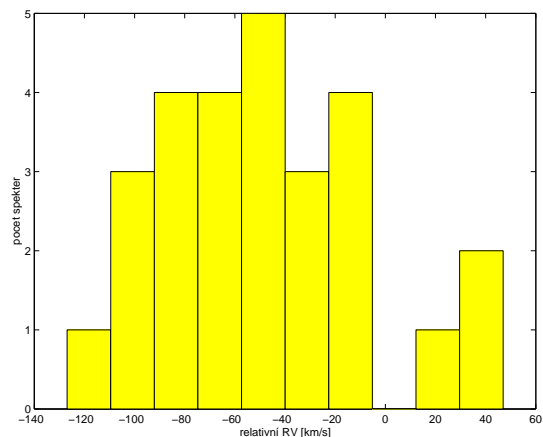
(a)



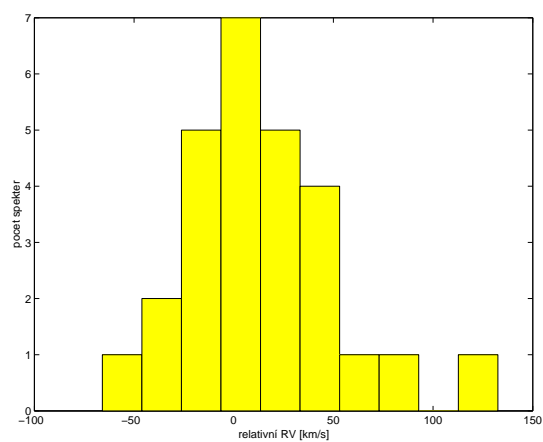
(b)



(c)

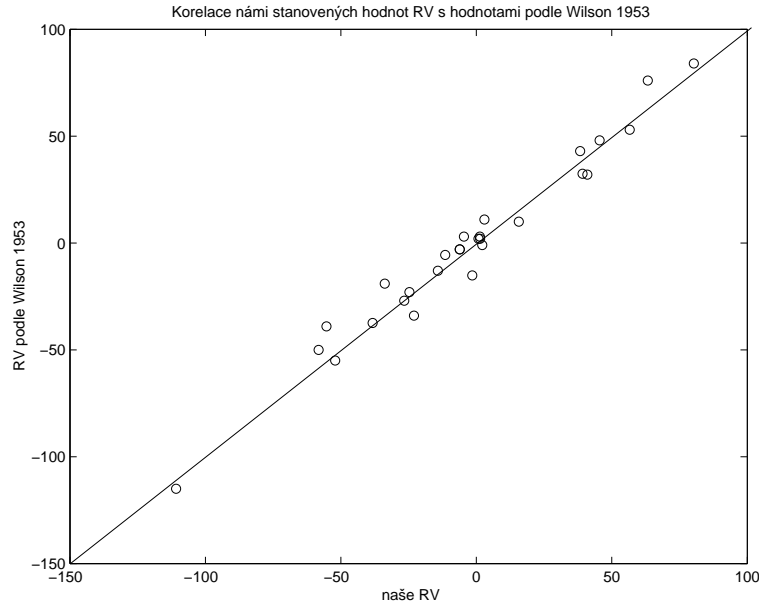


(d)



(e)

Obrázek 4.75: Histogramy korigované relativní RV : a-Mg, b-Li, c-červená složka K, d-modrá složka emisní čáry H_{α} , e-její červená složka.



Obrázek 4.76: Porovnání hodnot námi vypočtených RV s hodnotami v katalogu Wilson (1953).

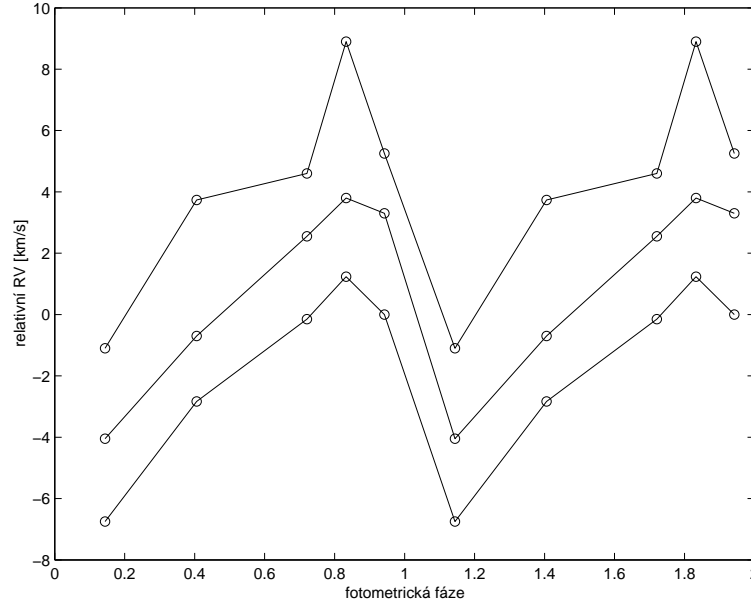
Získané RV jsme také porovnali s hodnotami uváděnými v katalogu radiálních rychlostí hvězd (Wilson 1953) a jejich téměř ideální korelaci dokládá diagram ??.

Geometrická amplituda změny poloměru hvězdy Nejjednodušší interpretace cyklické křivky relativní radiální rychlosti je radiální pulzace viditelného povrchu hvězdy s periodou světelných změn. Pokud bychom předpokládali, že se hvězda v určitém okamžiku začne rozpínat rychlostí v , pak se to při pozorování ze Země projeví jistým rozšířením spektrálních čar a posuvem jejich centroidu směrem k modrému konci spektra (zápornější RV). Tento posuv v radiálních rychlostech bude v první aproximaci úměrný rychlosti expanze v a jistého parametru α s hodnotou mezi $2/3$ a $3/4$. Velikost parametru α závisí na velikosti okrajového ztemnění u , které ovšem neznáme, nicméně pro naše úvahy plně postačí, budeme-li předpokládat, že $\alpha \sim 0,7$. Takže nyní víme, jak se mění expanzní rychlost v , jež je časovou derivací poloměru hvězdy:

$$\dot{r} = RV(t)/\alpha = -\frac{A}{\alpha}[\sin(2\pi x) + 0,46 \sin(4\pi x) + 0,16 \sin(6\pi x)], \quad x = \frac{t - t_0}{P},$$

kde t je čas, t_0 pak okamžik, kdy je hvězda nejmenší ($f = f_0$). Integrací výše uvedené diferenciální rovnice od $t = 0$ do $t = P$ dostaneme rozdíl mezi nejmenším a největším poloměrem. Pro $A = 4,65$ km/s a $P = 415$ dní dostaneme změnu poloměru cca $100 R_\odot$, což zhruba odpovídá očekávání při velkých rozměrech hvězd cca $415 R_\odot$. Poměr mezi největším a nejmenším poloměrem je 1:1,27, podobně jako u cefeid nebo jiných výrazně pulzujících objektů.

Fázové závislosti relativních radiálních rychlostí Vzhledem k tomu, že relativní přesnost měření radiální rychlosti u individuálních spektrálních čar je podstatně méně spolehlivá než měření celkové radiální rychlosti je vhodné pokusit se upravit nástroje zpracování tak, aby obsahovaly co nejméně volných parametrů. Pro vyšetřování povahy fázových změn relativní radiální rychlosti je ideální program *SextilkyC* (viz příloha), který bez jakýchkoli dalších předpokladů vyšetřuje průběh mediánů a okrajových sextilů v závislosti na fotometrické fázi.



Obrázek 4.77: Zkoumání průběhu celkové relativní RV programem *SextilkyC*.

Teprve po této přípravné analýze jsme se pokusili najít model změn radiální rychlosti, který by měl co nejméně volných parametrů. Jednou z možností je model antisymetrické křivky popsané třemi volnými parametry f_0 , a_1 , a_2 , střední amplitudou změn A_s a střední hodnotou relativní radiální rychlosti charakteristické pro danou čáru RV_s .

$$RV = RV_s + A_s[-\sin(2\pi(f - f_0)) + a_1 \sin(4\pi(f - f_0)) + a_2 \sin(6\pi(f - f_0))]$$

S tímto přístupem můžeme využít měření pro všechny hvězdy, tedy i ty, kde máme měření jen jedno. Model popisuje program *zmenyas4.m*.

Mg I V relativních radiálních rychlostech nacházíme systematický posuv odpovídající rychlosti $(7,4 \pm 0,7)$ km/s. Zde nacházíme kolem fáze $f_0 = 0,12 \pm 0,03$ rychlou změnu radiální rychlosti o amplitudě cca 10 km/s. Křivku radiálních rychlostí dále popisují parametry: $a_1 = -0,67 \pm 0,36$; $a_2 = 0,16 \pm 0,30$. Průběh dobře souhlasí s průběhem z programu *SextilkyC* (viz obr. ??).

Li I Obdobné změny jako u celkové radiální rychlosti, ale mírně větší celková amplituda. Zpracováno alternativním programem *zmenyas5.m* bez třetího členu v křivce. Inflexe ve fázi $0,04 \pm 0,02$, střední $RV(-2,7 \pm 0,6)$ km/s, amplituda je $(3,9 \pm 0,9)$ km/s (viz obr. ??).

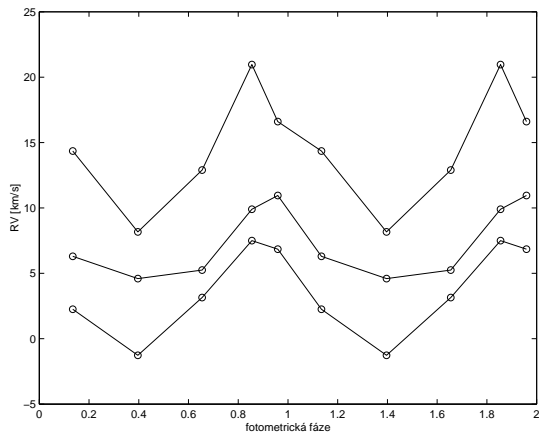
K I – modrá a červená složka U modré složky nejsou žádné změny RV . Střední hodnota relativní radiální rychlosti je $(-14,1 \pm 0,8)$ km/s. U červené složky je jistá fázová závislost viditelná, více než jednoduchou sinusoidu však daty proložit nemůžeme, protože máme k dispozici málo měření (viz obr. ??).

H $_{\alpha}$ – tři složky Modrá složka má velký rozptyl měření RV kolem střední hodnoty (-63 ± 6) km/s je značný: 46 km/s, je tu však jistý náznak proměnnosti zpracovaný programem *zmenyas5.m*: amplituda (16 ± 7) km/s, inflexe ve fázi $0,13 \pm 0,07$, $a_1 = -0,3 \pm 0,5$ (viz obr. ??).

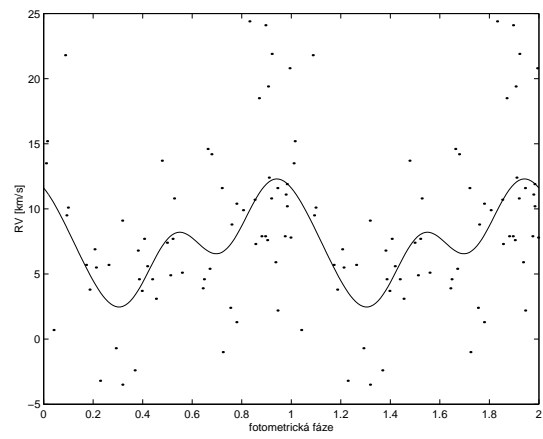
Pro střední peak emise H $_{\alpha}$ máme málo pozorování, fázová závislost nebyla tudíž nalezena. Střední radiální rychlost má hodnotu (-12 ± 8) km/s.

Červená složka emise H $_{\alpha}$ jeví značný rozptyl RV kolem střední hodnoty $(3,6 \pm 5,6)$ km/s, je tu však zjevný náznak proměnnosti popsany programem *zmenyas5.m*: amplituda (28 ± 8) km/s, inflexe ve fázi $-0,03 \pm 0,04$, $a_1 = 0,34 \pm 0,30$ (viz obr. ??). Pokusy zpracovat křivku radiální rychlosti složek čáry H $_{\alpha}$ adekvátnějším způsobem nebyly úspěšné. Radiální rychlost těchto složek se chová aperiodicky, možná i zcela chaoticky.

Zobecnění výsledků analýzy fázové závislosti RV Z provedené analýzy vyplývá, že jednotlivé komponenty emisních čar H $_{\alpha}$ u skupiny námi studovaných hvězd nejeví zřetelnou (a předpokládanou) závislost na fotometrické fázi (na rozdíl od RV ostatních vybraných čar). Toto zjištění shledáváme jako podstatné především z toho důvodu, že u jiných než uhlíkových mirid byla taková závislost prokázána (Woodsworth 1995). Tentýž autor pak interpretuje složitý profil emisních čar jako součet dvou nebo tří emisních čar s gaussovským profilem, jež vznikají v prostředí s různou rychlostí. Měli jsme v úmyslu podobným způsobem modelovat profily námi studovaných uhlíkových mirid, ale po výše zmíněné analýze závislosti RV na fotometrické fázi jsme shledali takový model pro uhlíkové miridy jako nepoužitelný.

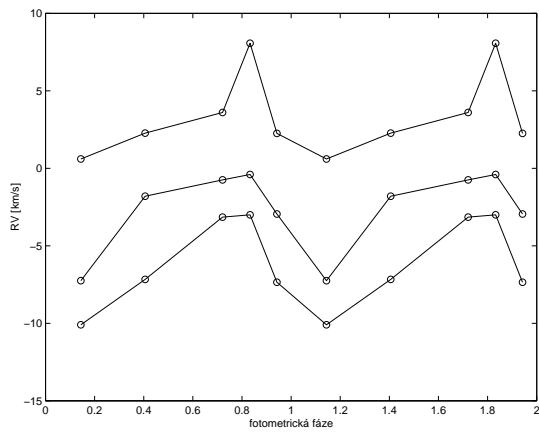


(a)

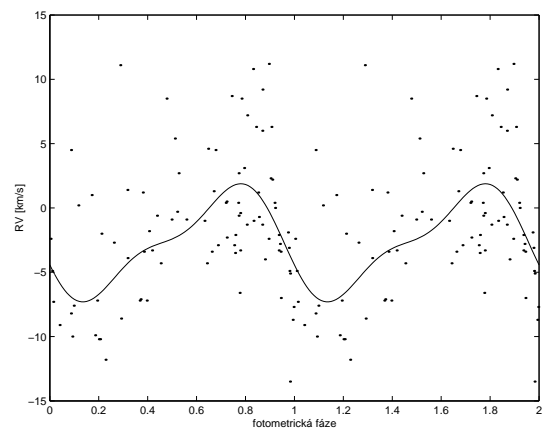


(b)

Obrázek 4.78: Fázová závislost relativní RV čáry hořčíku, detailní popis v textu.

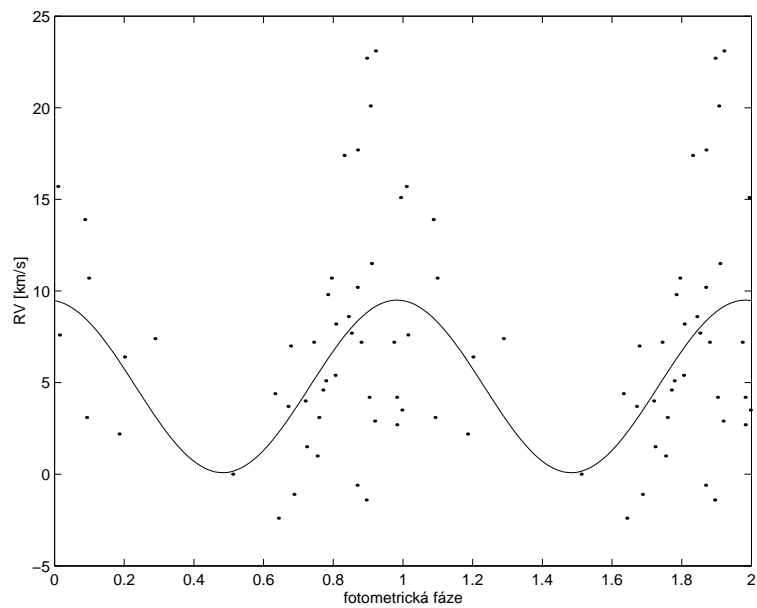


(a)

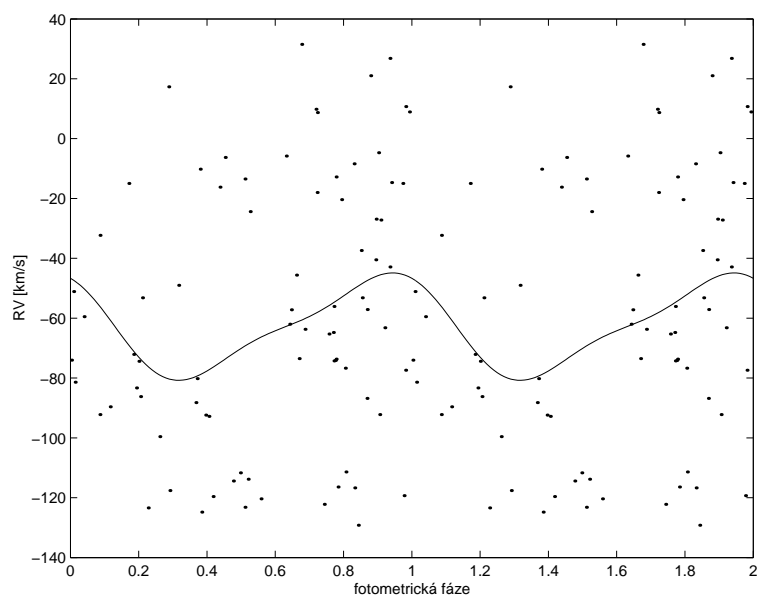


(b)

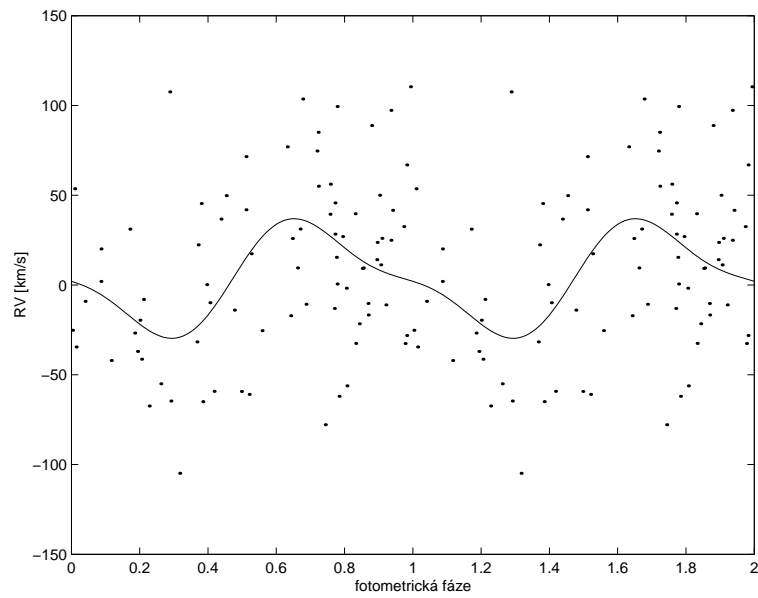
Obrázek 4.79: Fázová závislost relativní RV čáry lithia, detailní popis v textu.



Obrázek 4.80: Fázová závislost relativní RV čáry draslíku, detailní popis v textu.



Obrázek 4.81: Fázová závislost relativní RV modré složky emisní čáry H_{α} , detailní popis v textu.



Obrázek 4.82: Fázová závislost relativní RV červené komponenty emisní čáry H_{α} , detailní popis v textu.

5 Lithium

5.1 Obecný úvod

Lithium je prvek snadno interagující s protony v nitru při teplotách vyšších než $2,5 \cdot 10^6$ K. U hvězd na hlavní posloupnosti přežívá lithium jen ve vnějších oblastech obalu, jež obsahují asi 2 – 3% celkové hmotnosti hvězdy. Povrchová hustota závisí na hloubce konvektivní zóny v této evoluční fázi, jež sama závisí především na T_{ef} a obsahu kovů ve hvězdě. Pozorování hvězd na hlavní posloupnosti obecně ukazují, že obsah lithia závisí silně na T_{ef} . Ale pokud je aktivní „semikonvekce“, difuze nebo proces ztráty hmoty (silný hvězdný vítr), povrchová hustota lithia se sníží, protože rychlé protony jej rozbijí nebo „vynesou“ z hvězdy do mezihvězdného prostoru.

Během výstupu na větev červených obrů (RGB), konvektivní promíchání (první probagrování) zředí povrchové lithium volným lithiem z vnitřních oblastí. Po tomto procesu je očekávaná hustota jen asi třicetina původní hustoty, tato hodnota závisí na počáteční hmotnosti hvězdy. Ale pozorování červených obrů nejsou v souladu s teorií: obsah lithia je tam větší než vyplývá z teorie (u G až K obrů) a u ostatních obrů je naopak nižší.

U AGB hvězd, jež mají úspěšně fáze probagrování za sebou, je obsah lithia nízký. Kipper a Wallerstein (1990) našli střední hodnotu $\log N(Li) \sim -0,5$ pro vzorek SC hvězd. Nicméně existence AGB hvězd s obsahem lithia větším než 1,5 (Boesgaard 1970) ukazuje, že situace není tak jednoduchá. Mnohem překvapivější jsou některé AGB - často S nebo C hvězdy - vykazující obsahy lithia o 2 řády vyšší (Boesgaard 1970) než je průměrná hodnota ve vesmíru $\log N(Li) = 3,1$. Taková extrémní hodnota ($\log N(Li) \sim 5$!) je důkazem, že tyto zvláštní AGB hvězdy, zvané superlithiové, zřejmě vyrábějí tento prvek ve svých nitrech.

Byly navrženy různé modely vysvětlující tuto skutečnost a většina z nich je založena na nápadu Camerona a Fowlera (1971): za určitých okolností některé atomy ^3He v obálce mohou být vpraveny do zóny bohaté na ^4He . Jestliže teplota této oblasti přesáhne $4 \cdot 10^7$ K, některé ^3He se stanou atomy ^7Be . Atom ^7Be po zachycení elektronu dá ^7Li , ale to se musí stát poté, co je ^7Be přeneseno konvekcí do oblastí, ve kterých je reakce $^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He}$ dostatečně pomalá, aby vzniklé lithium nebylo opět zcela rozloženo.

Takový mechanismus použili Scalo a Ulrich (1973), kteří předpokládali, že jako důsledek termálních pulzů zasáhne konvektivní obálka do slupky, ve které hoří helium. V takovém případě ^3He může být transformováno do ^7Be a jeho izotopů, konvektivním promícháváním je pak přeneseno do chladnějších vnějších oblastí, kde proběhne reakce $^7\text{Be} (e^-, \nu)^7\text{Li}$. Po určitém počtu pulzů se pak hvězda stává bohatou na Li. Jiný možný scénář (Sackmann et al. 1974) je „hoření na horkém dně“: jaderná reakce probíhající na „základně“ konvektivní obálky může indukovat povrchové obohacení lithiem podle již dříve uváděné posloupnosti reakcí.

Ačkoliv jsou oba modely schopné vysvětlit produkci Li v proporcích, které jsou pozorovány u superlithiových hvězd, není do nich zahrnut velmi důležitý proces ztráty hmoty. Jak je vidět, současné teorie nejsou schopny zcela vysvětlit existenci superlithiových hvězd.

5.2 Stanovení množství lithia ze spektra hvězdy

Jak již jsme několikrát zmínili, spektra uhlíkových hvězd patří k nejsložitějším v astrofyzikální spektroskopii vůbec. Obsahují ohromné množství atomových a molekulárních čar, které znemožňují přesné stanovení hladiny kontinua. Také základní parametry uhlíkových hvězd (T_{ef} , g , mikroturbulence, zastoupení CNO) jsou známy poměrně nepřesně. Pokud chceme co nejpřesněji stanovit poměrné zastoupení lithia, je nutné spočítat syntetické spektrum.

Většinou se používá LTE aproximace a modely atmosfér uhlíkových hvězd. Tak například Gustafssonova síť modelů zahrnuje rozpětí $T_{ef} = (2\,500 - 3\,000)$ K v krocích po 100 K, $\log g = 0,0$ a sluneční složení ($[Fe/H] = 0$) a syntéza bývá provedena pro oblast (668,5 - 672,5) nm. Obsah lithia je pak stanoven porovnáním syntetického a naexponovaného spektra. Teplota se odvozuje z indexu $J-K$. Chyba takového určení teploty je řádově 200 K, což nezatíží výsledek velkou chybou. Dále se volí $\log g = 0,0$ a mikroturbulence 3 km/s. Největším problémem jsou poměrná zastoupení C, N a O, kde chyby dosahují až 0,25 dex.

5.3 Chemický vývoj

Ukazuje se, že kromě důsledků vysokých zastoupení lithia na proces nukleosyntézy, je důležitý jejich dopad i na evoluci obsahu lithia v galaktickém měřítku. Původní, „předgalaktické“ zastoupení lithia bylo $\log N(\text{Li}) = 2,1$, což bylo potvrzeno obsahy lithia u nevyvinutých hvězd spektrální třídy F v galaktickém halo. Maximální abundance lithia, v mezihvězdném prostoru a u hvězd před pobytem na hlavní posloupnosti, je $\log N(\text{Li}) \sim 3,1$. Pouze mechanismus srážek helia a jader C, N, O s kosmickým zářením v mezihvězdném prostoru k vysvětlení této hodnoty nestačí!

Předpokládanými zdroji hvězdného původu jsou: novy, supernovy a červení obři. Ve skutečnosti jsou potvrzenými kandidáty pouze uhlíkové AGB hvězdy, ale i zde je řada nevyřešených otázek. Stává se každá AGB hvězda lithiovou hvězdou nebo je to náhodný jev? Jaký je rozsah hvězdných hmotností u hvězd, které mohou dosáhnout této evoluční fáze? Jaké je množství vyrobeného lithia a jaký podíl je posléze vyvržen do mezihvězdného prostoru? Jaká je časová délka této etapy ve vývoji AGB hvězd?

Faraggiana et al. (1991) studovali čáru Li I 670,8 nm u WX Cyg a WZ Cas. Zjistili, že ekvivalentní šířka této čáry není časově konstantní a pokusili se zjistit závislost mezi ekvivalentní šířkou lithiové čáry a změnami jasnosti těchto dvou

hvězd. Abia et al. (1991) objevili novou superlithiovou uhlíkovou hvězdu IY Hya a stanovili obsah Li u dalších (T Sgr, WZ Cas, WX Cyg). Mají $\log N(\text{Li}) = 4$ až 5 (tj. desetkrát až stokrát více než současná průměrná hodnota. Navíc WX Cyg, T Sgr vykazují časové změny. Abia et al. (1993) odvodili obsahy Li nebo jejich horní hranice pro 161 uhlíkových hvězd v Galaxii: 14 z nich má povrchové zastoupení ($\log \varepsilon(\text{Li}) \geq 1.0$) větší než plyne z teoretických výpočtů pro AGB hvězdy, ale jen 3 jsou superlithiovými hvězdami ($\log \varepsilon(\text{Li}) > 4$), což odpovídá 2% z hvězd tohoto typu. Nicméně očekávanou vazbu mezi obsahem lithia a poměry $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$, C/O se nepodařilo prokázat. Zbylých 90% hvězd výběru mělo obsah lithia $-1,5 < \log \varepsilon(\text{Li}) < -0,5$, střední hodnota pak byla -0,3.

Pokud vyloučíme C hvězdy bohaté na lithium, pak je u nich obsah Li podobný jako u M a SC hvězd. To znamená, že poměrné zastoupení Li u uhlíkových hvězd je důsledkem destrukce Li nebo jeho ředěním během evoluce od K ke M obrům. Boffin et al. (1993) rozšířili své předchozí práce a analyzovali Li u 203 hvězd a změřili také ekvivalentní šířku lithiové čáry 670,8 nm. U lithiových čar hvězdy R Lep zkoumali časovou závislost. Abia et al. (1999) teoreticky analyzovali proces vzniku lithiových čar v atmosféře uhlíkových obrů. Použili LTE i NLTE aproximace.

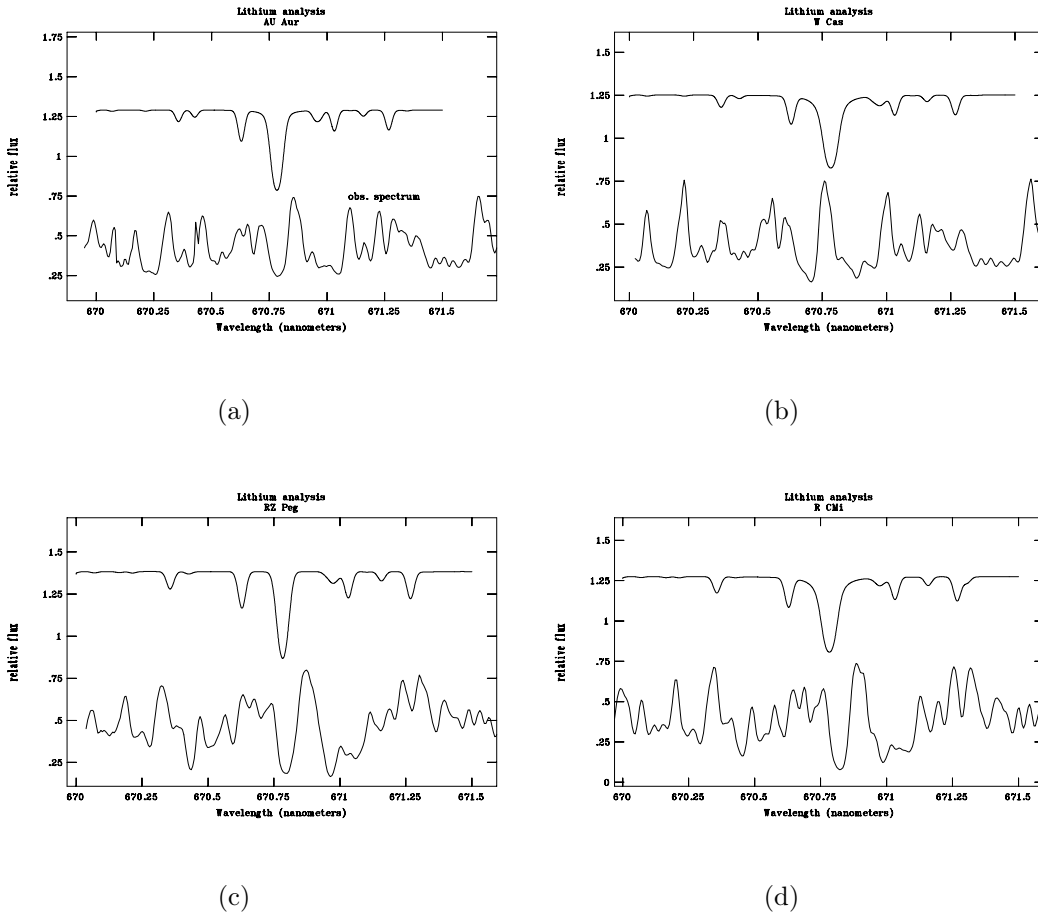
Travaglio et al. (2001) studovali vývoj ^7Li v Galaxii jako souhrn „příspěvků“ od řady hvězdných zdrojů: supernovy typu II, novy, červení obří a AGB hvězdy. Je přihlédnuto k novým poznatkům o vzniku ^7Li v AGB hvězdách („hot bottom burning“). Navíc podle nejnovějších pozorování hustých obálek kolem hvězd v Galaxii a Magellanových mračnecích můžeme také odhadnout dopad velmi silného hvězdného větru, který u těchto hvězd nastává jako epizoda před evoluční fází AGB, na obohacení mezihvězdného prostředí ^7Li . Přestože jsou zatím značně nepřesnosti v teoretických výpočtech \dot{M} na konci AGB fáze, fáze „supervětru“ má podstatný vliv na obohacení prostředí Galaxie prvkem ^7Li .

5.4 Stanovení obsahu lithia pro soubor studovaných hvězd

Využili jsme příležitosti, že námi zkoumaná spektra obsahují i část s lithiovou čarou 670,8 nm a pokusili se stanovit obsah lithia. Jistou motivací byla i skutečnost, že v pracích publikovaných na základě toho pozorovacího materiálu nebyla této problematice věnována větší pozornost. Idea stanovení obsahu lithia již byla popsána, pokusili jsme se vypočítat syntetické spektrum v potřebném rozsahu.

K výpočtu jsme použili program *Synspec* (Hubeny et al. 1995). Potíže nastaly při hledání vhodných modelů hvězdných atmosfér, protože většina námi studovaných hvězd má natolik nízkou efektivní teplotu, že se nám potřebné modely zatím nepodařilo dohledat. Dalším problémem bylo stanovení hodnoty gravitační konstanty, nakonec jsme zvolili průměrnou hodnotu udávanou v literatuře $\log g = 1,5$.

Vizuálně posuzovaná shoda mezi syntetickými a skutečnými spektry však nebyla dobrá (viz obr. ??), proto jsme zvolili řešení, které by se dalo nazvat „nalezení kvalifikovaného odhadu“ obsahu lithia u jednotlivých hvězd. Pokud to situace umožnila, snažili jsme se zohlednit i aktuální fotometrickou fázi, ve které se hvězda při pořizování spektrogramu právě nacházela.



Obrázek 5.1: Porovnání vzhledu syntetického spektra se spektrem skutečným v okolí čáry Li I, syntetické spektrum je vždy nahoře: a - AU Aur, b - W Cas, c - RZ Peg, d - R CMi, další údaje shrnuje tabulka.

Tabulka 5.1: Poslední sloupec tabulky obsahuje námi stanovenou hodnotu obsahu lithia v podobě parametru ϵ ($\epsilon = \log(N(Li)/N(H)) + 12$) u některých ze zkoumaných hvězd.

hvězda	EW [nm/10]	T_{ef} [K]	model pro Synspec	ϵ
AU Aur1011	0,62	2665	T2750g1.5M1R30L1.6	2,75
AZ Aur1210	0,62	3190	T3200g1.5M1R30L1.9	3,25
R CMi0310	0,65	3464	T3400g1.5M1R30L2.0	3,75
R CMi1030	0,69	3464	T3400g1.5M1R30L2.0	3,75
R CMi1110	0,69	3464	T3400g1.5M1R30L2.0	3,75
R CMi1210	0,73	3464	T3400g1.5M1R30L2.0	4
RS Cyg0516	0,6	3100	T3200g1.5M1R30L1.9	3,25
RS Cyg0907	0,63	3100	T3200g1.5M1R30L1.9	3,25
RZ Peg0716	0,91	3245	T3200g1.5M1R30L1.9	4
RZ Peg1030	0,89	3245	T3200g1.5M1R30L1.9	4
RZ Peg1211	0,43	3245	T3200g1.5M1R30L1.9	2
S Cam1209	0,47	2775	T2750g1.5M1R30L1.6	2
S Cam1210	0,56	2775	T2750g1.5M1R30L1.6	2
SY Per0906	0,77	2705	T2750g1.5M1R30L1.6	3,25
SY Per1110	0,86	2705	T2750g1.5M1R30L1.6	3,25
SY Per1210	0,79	2705	T2750g1.5M1R30L1.6	3,25
UV Aur1011	0,61	2920	T3000g1.5M1R30L1.8	2,75
UV Aur1210	0,69	2840	T2750g1.5M1R30L1.6	3
V Oph0515	0,78	3010	T3000g1.5M1R30L1.8	3,25
V Oph0605	0,72	3010	T3000g1.5M1R30L1.8	3,25
V Oph0716	0,58	3010	T3000g1.5M1R30L1.8	2,75
VX Gem0310	0,75	2880	T3000g1.5M1R30L1.8	3,25
W Cas1110	0,49	3050	T3000g1.5M1R30L1.8	2
W Cas1210	0,95	3050	T3000g1.5M1R30L1.8	3,5

Jak je vidět z tabulky a obrázků, tato analýza je předběžná. Pro dosažení lepších výsledků bude nutné jednak rozšířit vstupní soubory programu *Synspec* o data pro molekuly a také vyhledat nebo vypočítat modely atmosfér pro hvězdy s nižšími efektivními teplotami, protože z tohoto důvodu jsme do analýzy nemohli zahrnout větší počet hvězd. Při porovnání s hodnotami uváděnými v literatuře bohužel zjistíme, že námi určené hodnoty jsou mnohem vyšší než aby mohly být považovány za reálné.

6 Závěr

Práce je rozdělena do dvou částí, jež se vzájemně prolínají. První představuje shrnutí dostupných informací o miridách a je koncipována jako úvod do studia mirid, protože takový text v českém jazyce neexistoval, stejně jako není k dispozici žádná moderní monografie věnovaná miridám (Feast 2003).

Druhá část práce shrnuje původní výsledky získané při zpracování spektroskopického materiálu, jež byl již dříve zkoumán standardním způsobem a výsledky byly publikovány (Barnbaum 1994).

Po zadání tématu práce byl její vývoj poznamenán postupným zjištěním, že s pozorovacími prostředky, které jsou v ČR k dispozici, není možné pořídit nový spektroskopický pozorovací materiál (většina uhlíkových hvězd je příliš slabá i pro spektrograf používaný na Astronomickém ústavu AV ČR v Ondřejově).

Shodou okolností se mi podařilo získat starší ešletová spektra pokrývající oblast od 500 nm do 750 nm, členěná na 40 krátkých úseků s různou disperzí. Celkově série spekter představuje několik set pozorování pro více než 100 uhlíkových hvězd. Po prozkoumání spektroskopického materiálu a také literatury, která byla na jeho základě publikována, jsem zjistil, že velká část hvězd vykazuje emisi v čáře H_α , což sice bylo v literatuře zmíněno, ale nebyla provedena hlubší analýza. Kritériem výběru hvězd studovaných v této práci se tak stala právě přítomnost výrazné a s časem se měnící emise v čáře H_α . Soubor 34 takto vybraných hvězd se skládá z 25 uhlíkových mirid, 8 polopravidelných uhlíkových proměnných hvězd a jedné nepravidelné proměnné uhlíkové hvězdy.

Nová a původní zjištění obsažená v této práci:

1. Provedení revize fotometrických elementů programem HEC27.
2. Sestavení malého atlasu emisí v čáře H_α .
3. Zavedení veličiny „pseuoekvivalentní šířka“ a posouzení její korelace s klasickou ekvivalentní šířkou, jež je vypočtena běžně používaným softwarem ke zpracování spekter.
4. Konstrukce světelných křivek podle dat AFOEV a Hipparcos.
5. Korelace ekvivalentní šířky emise v čáře H_α a ekvivalentních šířek dalších spektrálních čar.
6. Fázová závislost těchto veličin, zjištění, že ekvivalentní šířka emise v čáře H_α je fázově závislá a mění se o řád výrazněji než ostatní zkoumané absorpční čáry. Její změny jsou navíc fázově posunuty oproti změnám ostatních studovaných čar.

7. Měření RV , odvození prostorových rychlostí a jejich porovnání s katalogem (Wilson 1953). Zkoumání fázové závislosti RV jednotlivých spektrálních čar vedlo ke zjištění, že na rozdíl od jiných typů mirid, uhlíkové miridy studované v této práci nejeví zřejmou závislost hodnot RV jednotlivých komponent emisních čar H_α na fotometrické fázi. Není tedy možné interpretovat složitý profil emisních čar jako součet dvou nebo tří emisních čar s gaussovským profilem, jež vznikají v prostředí s různou rychlostí, jak to provedl Woodsworth (1995) pro klasické miridy. Měl jsem v úmyslu podobným způsobem modelovat profily studovaných uhlíkových mirid, ale po provedení analýzy závislosti RV na fotometrické fázi jsem shledal takový model pro uhlíkové miridy jako nepoužitelný.
8. Odvození amplitudy pulzací metodou integrování RV . Vypočtený poměr mezi největším a nejmenším poloměrem je 1:1,27, podobně jako u cefeid nebo jiných výrazně pulzujících objektů.
9. Provedení kvalifikovaného odhadu obsahu lithia u jednotlivých hvězd. Metodou porovnání skutečného úseku spektra v okolí čáry Li I 670,7 nm se spektrem vypočteným programem *Synspec* jsem se pokusil určit obsah lithia u studovaných hvězd. Výsledné hodnoty jsou zjevně vyšší než aby mohly být považovány za reálné.
10. Stručný úvod do programu *IRAF* zařazený v příloze.
11. Potvrzení antikorelace efektivních teplot a délky periody.

Mezi obecnější závěry lze zařadit dvě zjištění:

- Použití a ověření účinnosti postupu, kdy použijeme data od více hvězd a zpracujeme je tak, jako by to byla data náležející jedné hvězdě.
- Zjištění, že skupina hvězd, která vykazuje velmi heterogenní fotometrické chování má naopak poměrně homogenní projevy spektroskopické.

Poznámka na závěr *Za vedlejší produkt disertační práce lze považovat zjištění, že pro studovanou skupinu hvězd neexistují systematická fotometrická pozorování. V příštích letech se pokusím o organizaci pozorování CCD kamerami, která by byla na úrovni vícebarevné absolutní fotometrie. Výchozím pracovištěm této kampaně by se měla stát Hvězdárna a planetárium J. Palisy v Ostravě a v první fázi se na ní bude podílet skupina pozorovatelů „Eridanus“ (viz <http://ostrava.astronomy.cz>).*

7 Přílohy

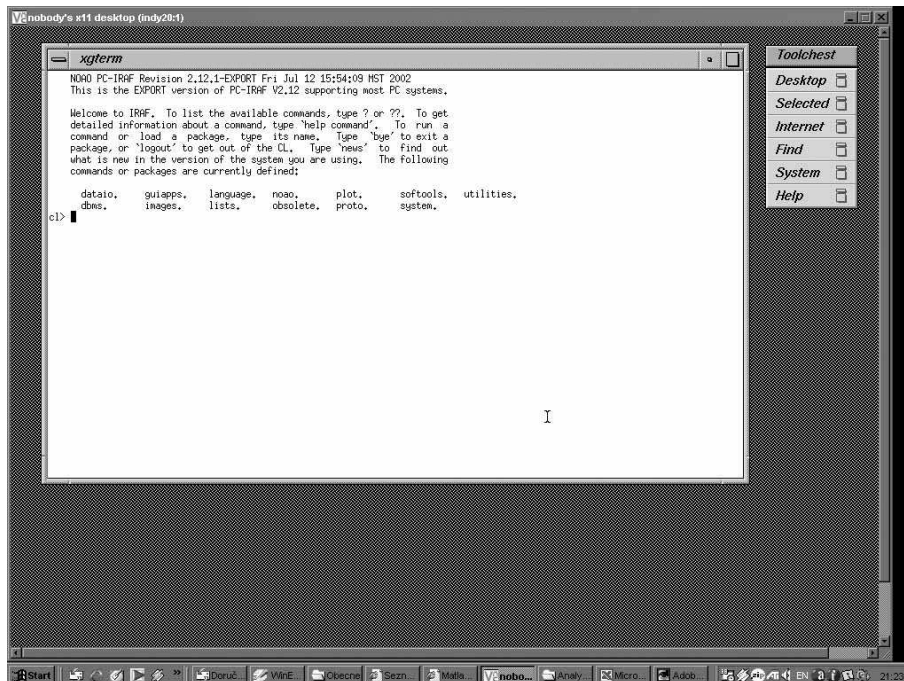
7.1 Prostředí a programy *IRAF*

7.1.1 Přehled

IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) je jednak balík programů umožňující zpracování výsledků astronomických pozorování, ale také zároveň prostředí pro jejich úpravu nebo k tvorbě nových programů přesně podle potřeb uživatele. *IRAF* byl vyvinut v National Optical Astronomy Observatories (NOAO) a jeho distribuce pro různé typy operačních systémů (UNIX, Linux a VMS) jsou volně k dispozici ke stažení z oficiálních stránek projektu:

<http://iraf.noao.edu/iraf/web/> a na těchto stránkách je také dostupná veškerá literatura, základní manuály, manuály k jednotlivým aplikacím a i tzv. „on-line help“. Po instalaci je možné *IRAF* spustit v „řádkovém“ režimu příkazem *cl* a dále pak pracovat v řádkovém režimu. Jinou možností je spuštění některé grafické nadvstavby, kterých bylo vytvořeno hned několik. Námí používaná verze nese označení *IRAF v. 1.12.1* a této verze se týkají i veškeré následující komentáře.

7.1.2 Programy *IRAF* vhodné ke zpracování spekter



Obrázek 7.1: Vzhled *IRAFu* po spuštění v řádkovém režimu.

V řádkovém režimu slouží ke zpracování jednorozměrných spekter balík *onedspec*, který je umístěn ve skupině programů *noao* a je dostupný příkazem *noao.onedspec*. Balík obsahuje tyto programy:

- *aidpars*- parametry a algoritmus automatické identifikace spektrálních čar

- *autoidentify* - provádí automatickou identifikaci spektrálních čar
- *bplot* - zobrazení souboru spekter
- *calibrate* - provede úpravu spektra o extinkci a kalibraci toku záření
- *continuum* - proloží spektrem kontinuum
- *deredden* - oprava na mezihvězdnou extinkci
- *dispcor* - oprava disperze a přepočtení spektra s novou hodnotou
- *disptrans* - převod jednotek disperze a použití atmosférické korekce
- *dopcor* - oprava o Dopplerův posuv
- *fitprofs* - proložení Gaussovými profily
- *identify* - identifikace útvarů ve spektru pro výpočet disperze
- *lcalib* - seznam kalibračních souborů
- *mkspec* - výpočet umělého spektra (zastaralá procedura)
- *names* - vytvoření seznamu názvů obrázků z řetězce
- *ndprep* - vytvoření kalibračního filtru s neutrální hustotou
- *refspectra* - označení určité vlnové délky ve spektru jako odkaz
- *reidentify* - automatická identifikace čar ve spektru
- *rspectext* - převede spektrum z formátu ASCII na formát používaný *IRAFem* (*.imh)
- *sapertures* - nastaví nebo změní informaci v hlavičce
- *sarith* - aritmetické vlastnosti spektra
- *sbands* - pásmová spektrofotometrie
- *scombine* - skládání spekter různých vlnových rozsahů
- *scoords* - nastaví spektrální souřadnice jako matici pixelů (jen pro 1D spektra)
- *scopy* - výběr a kopírování spekter nebo jejich částí
- *sensfunc* - zadání funkce citlivosti
- *setairmass* - počítá efektivní vzdušnou hmotu a střed expozice v UT
- *setjd* - výpočet a zápis JD do obrázků spekter
- *sfit* - fitování spekter
- *sflip* - kopírování dat nebo souřadnic do jiného souboru
- *sinterp* - interpoluje data zadaná tabulkou dvojic x,y tak, aby vznikl spektrální soubor
- *skytweak* - odečtení spektra oblohy od 1D spektra
- *slist* - vypíše parametry z hlavičky spektra
- *specplot* - vykreslí více spekter najednou
- *specshift* - posune souřadnicový systém spektra
- *splot* - předběžné zobrazení spektra a jeho analýza

- *standard* - identifikace standardních hvězd k použití při výpočtu citlivosti
- *telluric* - vymazání tellurických čar z 1D spektra
- *wspectext* - převádí 1D obrázek spektra do formátu ASCII spektra

Dalším užitečným souborem programů v balíku *noao*, který se používá k měření radiálních rychlostí je *noao.rv*, který obsahuje tyto procedury:

- *continpars* - editování parametrů kontinua pro odečtení od spektra
- *filtpars* - editace parametrů filtrů
- *fxcor* - měření *RV* metodou Fourierovy kros-korelační metody
- *keywpars* - vypíše údaje potřebné pro procedury *RV* balíku z hlavičky souboru
- *rvcorrect* - spočítá potřebné korekce *RV*
- *rvidlines* - měření *RV* z poloh jednotlivých spektrálních čar
- *rvreidlines* - identifikace spektrálních čar a měření *RV*

Každý program vyžaduje při spuštění zadání několika povinných, případně i nepovinných parametrů. Je možné je zadat řádkovým příkazem nebo nastavit trvale příkazem *epar*, který spustí nainstalovaný textový editor (standardně to je v *IRAFu* editor **vi**), jež zobrazí aktuální hodnoty parametrů a umožní jejich změnu. Pokud nevíme, jaké parametry program ke svému spuštění požaduje, spustíme si velmi dobře propracovaný „help“ příkazem *help jmenoprocedury*, kde kromě popisu syntaxe nalezneme i řadu praktických příkladů použití příkazu. Některé programy tohoto balíku vyžadují ke svému spuštění grafické prostředí, například procedura *splot* (na to je nutné pamatovat a spouštět *IRAF* např. v shellu „xgterm“). Právě procedura *splot* byla použita k měření ekvivalentních šířek uvedených v této práci.

7.1.3 Grafická nádstavba *spectool*

Velice příjemnou nádstavbou ke zpracování spekter je program *spectool*, který lze spustit posloupností příkazů *guiapps*, *spt* a *spectool*. *Spectool* je interaktivní prostředí typu „windows“ umožňující uživateli ovládní kurzorovými klávesami, myší, přes menu a grafickými tlačítky. Umožňuje volbu libovolného grafického formátu, výběr libovolného detailu, označení spekter i spektrálních čar nápisy a vykreslení několika spekter zároveň do jednoho okna přes sebe nebo nad sebe. Dále je možné programem editovat hodnoty libovolných pixelů, provádět s nimi aritmetické operace nebo různé operace „fitování“ či „vyhlazování“. Analytické funkce programu umožňují měření jednotlivých spektrálních čar, stanovení ekvivalentní šířky, radiální rychlosti, tvaru profilu čáry atd. Zvolená spektra se z pracovního adresáře nejprve načtou do registrů a pak je možné s nimi pracovat. Nejvíce se osvědčilo ovládní přes menu. V případě potíží je možné použít celkovou nápovědu nebo nápovědu u jednotlivých „rolet“ ovládacího menu. Samotné menu je umístěno na horní „lišť“ okna, ve kterém jsme spustili *spectool* a je členěno na položky *File*, *View*, *Edit*, *Analyze* a segment označený ? se zmíněnou hypertextovou nápovědou.

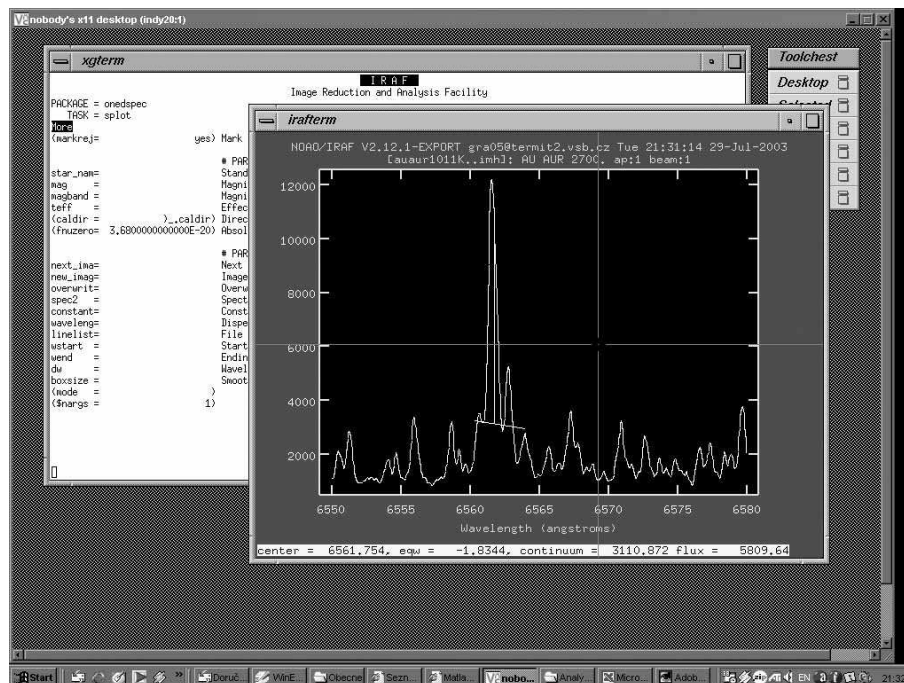
Stučný přehled jednotlivých příkazů a funkcí tak, jak jsou rozčleněny v ovládacím menu:

File About file menu - nápověda pro tuto ovládací roletu

Read - panel k načtení souborů do pracovních registrů

Write - panel k zápisu spekter do nových souborů

Print - panel k tisku spekter



Obrázek 7.2: Vzhled pracovního okna prostředí *splot*.

Log - panel ke zobrazení výsledků ze souboru *log* a nastavení souboru *log* k zápisu výsledků

Quit - ukončení práce s programem *Spectool*

View About View Menu - nápověda pro tuto ovládací roletu

Control Panel - panel k volbě vlastností zobrazovacího režimu

Registers - panel k volbě požadovaného registru

Graph Spectra - panel parametrů vykreslení grafu spektra

Graph Labels - panel parametrů popisů grafu spektra

Graph Axes - panel parametrů souřadných os

Graph Ticks - panel nastavení značek v grafu

Spectrum labels - panel popisů spektra v daném grafu

Line labels - panel nastavení popisů jednotlivých spektrálních čar

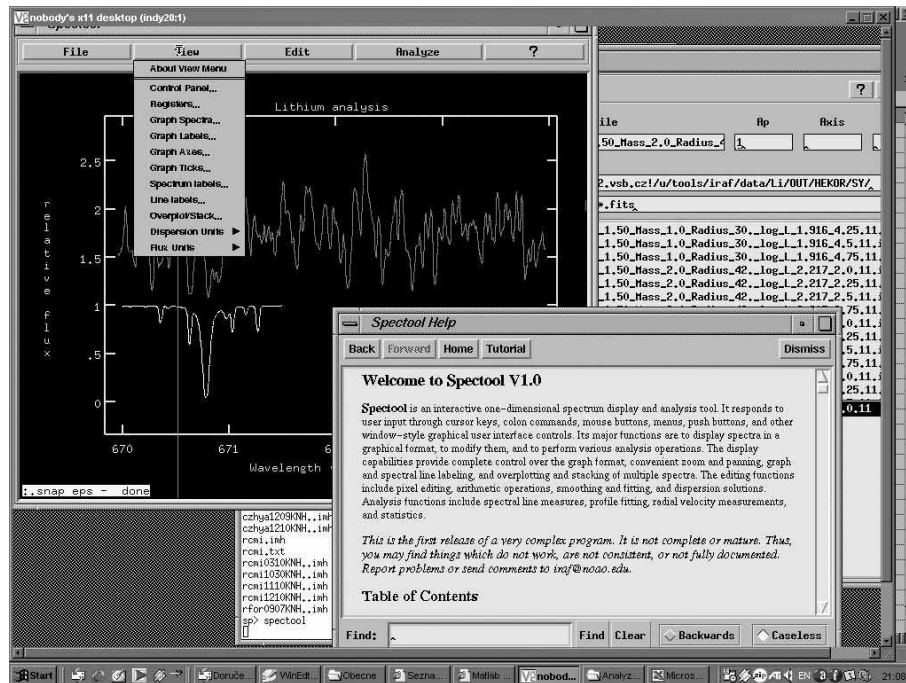
Overplot/Stack - panel ke zobrazení více spekter do jednoho grafu (přes sebe nebo nad sebe)

Dispersion Units - vnořené menu k výběru jednotek disperze

Flux Units - vnořené menu k výběru jednotek toku

Edit About Edit Menu - nápověda pro tuto roletu

Interpolate spectrum (klávesa α) - nápověda editace spektra interpolací



Obrázek 7.3: Vzhled pracovních oken prostředí *spectool*.

- Draw spectrum (klávesa *y*)** - nápověda editace spektra kurzorem
- Draw continuum (klávesa *c*)** - nápověda editace kontinua kurzorem
- Zap bad pixels (klávesa *z*)** - nápověda k odstranění špatných pixelů
- Sigma clipping** - nahrazení určitého intervalu hodnot pixelů kolem kontinua právě hodnotami pro kontinuum
- Spectrum arithmetic** - panel aritmetických operací se spektry
- Filter/smooth spectrum** - menu vlastností filtrace a vyhlazení spektra
- Edt/apply continuum** - menu vlastností kontinua
- Deredden spectrum** - panel odčervenání spektra
- Edit dispersion** - menu nastavení vlastností disperze
- Save spectrum** - uložení spektra
- Restore saved spectrum** - obnoví stav odpovídající poslednímu uloženému spektru nebo zcela původní stav
- Undo last change** - smaže poslední změnu, kterou jsme upravovali spektrum
- Analyze About Analyze Menu** - nápověda pro tuto roletu
- Line List** - panel k editaci seznamu spektrálních čar
- Reference Lines** - panel referenčních spektrálních čar
- Line centering** - panel k nastavení parametrů centrování profilů čar

Equivalent Widths - panel k nastavení parametrů, výpočtu a zobrazení měření ekvivalentní šířky, měří se i tok v čáře a průměrná hodnota kontinua

Profile Fitting - panel k nastavení parametrů, výpočtu, zobrazení výsledku a grafické podoby výsledného proložení profilu čáry, tato procedura umožňuje i měření blendovaných čar

Radial Velocities - panel k měření *RV*

Heliocentric Velocity Calculation - výpočet heliocentrické korekce *RV*

Spectrum Statistics - panel ke stanovení statistických údajů měřeného spektra

Error Computations - panel pro nastavení parametrů výpočtů chyb

grafické tlačítko ? hypertextová nápověda

Na závěr této kratičké zmínky o procedurách *IRAFu*, které slouží ke zpracování spekter, jen poznámka, že své výhody má jak grafické prostředí, tak „řádková“ verze *IRAFu*. Při zpracování velkého množství spekter je výhodnější práce v řádkovém režimu včetně využití možností vytvoření „maker“ nebo změny parametrů nastavení jednotlivých procedur. Ale například pro konečnou úpravu částí spekter k publikaci (sestavení atlasu emisních čar H_{α}) je výhodnější pracovat v grafickém prostředí *spectool*.

7.2 Tabulky a zdrojové kódy programů

7.2.1 Tabulka světelných elementů a efektivních teplot

Tabulka 7.1: Údaje o světelných elementech a efektivních teplotách, epocha je uvedena v redukovaném JD ($rJD = JD - 2\,400\,000$)

č. hvězdy	GCVS název	perioda [d]	epocha [rJD]	T_{ef} [K]
1	AU Aur	377	48853,4	2665
2	AZ Aur	414	42866	3190
4	CZ Hya	442	27546	2525
6	R CMi	330,9	48728,5	3464
7	R For	388	41974	2060
8	R Lep	444	48620,2	2290
9	RS Cyg	434,1	48571	3100
10	RU Vir	443,7	48671,5	2100
11	RZ Peg	435,6	48750	2605
12	S Aur	590	42000	1940
13	S Cam	326,5	48590,1	2775
14	S Cep	486	48652,9	2240
15	SS Vir	355	47177	2560
16	SY Per	465	48964	2705
17	T Dra	422	47337	1850
18	U Cyg	460	48711,1	2530
19	U Lyr	454	47088	2440
20	UV Aur	391	48527,7	2920
21	V CrB	358	48764,1	2090
22	V Cyg	417	48652	1875
23	V Hya	529,2	46900	2160
24	V Oph	296,1	48647	3010
26	VX Gem	381	48862,1	2880
27	W Cas	399,8	48672,4	3050
28	WX Cyg	399	48655,8	3305
30	ZZ Gem	316	33999	2530

7.2.2 Datové soubory používané nebo vytvořené *Matlabem* intenzity.dat

intenzity =

Columns 1 through 6

1.0000	0.2005	4.6214	7.2000	0.6200	2.2600
2.0000	0.8696	6.9799	10.4000	0.6200	5.4100
2.0000	0.0870	15.8821	24.8000	0.6200	3.4000
3.0000	0.2881	5.0008	6.7000	0.6100	3.6100

3.0000	0.7436	1.1585	0.6000	0.6500	5.7800
3.0000	0.7839	0.8788	1.1000	0.6200	5.1200
3.0000	0.8072	0.6263	1.1000	0.6500	4.4200
3.0000	0.8432	0.7523	0.7000	0.5900	5.6800
3.0000	0.8686	0.7109	1.0000	0.6500	5.0700
4.0000	0.1855	2.2747	4.0000	0.6700	4.2600
4.0000	0.5113	2.4465	3.8000	0.7500	NaN
4.0000	0.7195	10.1894	13.3000	0.6300	NaN
4.0000	0.7783	11.9267	9.6000	0.5200	4.2600
4.0000	0.8054	11.2216	14.6000	0.4700	5.1900
4.0000	0.9819	15.9335	16.2000	0.6300	4.2900
5.0000	0.9795	4.9188	7.5000	0.8300	3.8600
6.0000	0.6775	9.9756	12.6000	0.6500	6.4500
6.0000	0.3847	1.7213	1.9000	0.6900	6.5100
6.0000	0.4180	1.7484	1.3000	0.6900	7.0600
6.0000	0.4056	1.6377	2.9000	0.7300	6.9700
7.0000	0.8943	5.4453	10.4000	0.6500	2.6800
7.0000	0.8686	3.5660	4.7000	0.4600	1.3000
8.0000	0.0400	6.9756	9.9000	0.3600	2.6800
9.0000	0.9060	2.3786	4.0000	0.6000	6.2200
9.0000	0.0094	2.5064	2.6000	0.6300	5.6100
10.0000	0.3964	1.6695	1.9000	0.6100	NaN
10.0000	0.7226	3.6547	3.1000	0.6200	NaN
10.0000	0.9360	12.6581	12.0000	0.5300	3.3000
10.0000	0.0140	12.6186	14.8000	0.5400	3.1000
10.0000	0.1936	10.6931	11.2000	0.5400	4.6400
11.0000	0.6423	3.7123	4.8000	0.9100	3.6300
11.0000	0.7236	7.1021	6.9000	0.8900	NaN
11.0000	0.9821	18.5525	17.6000	0.4300	4.5100
12.0000	0.2915	0.9769	1.2000	1.0200	4.1800
12.0000	0.3712	2.4000	1.7000	1.1600	4.1400
12.0000	0.7763	1.8783	1.9000	1.2700	4.0800
13.0000	0.9093	4.5929	5.4000	0.4700	3.1700
13.0000	0.7945	5.3357	7.5000	0.5600	3.8500
14.0000	0.7574	4.0736	5.2000	0.8500	4.6000
14.0000	0.0866	5.5712	6.5000	0.8700	4.2000
14.0000	0.9447	7.3715	8.8000	0.8500	4.3600
15.0000	0.2056	1.4718	2.3000	0.7400	4.0600
15.0000	0.3803	1.2406	1.8000	0.8200	4.5900
15.0000	0.4535	1.2436	1.7000	0.7600	4.7100
15.0000	0.9775	6.9041	8.0000	0.8100	4.3300
16.0000	0.2280	1.4061	1.7000	0.7700	5.2500
16.0000	0.3677	2.3713	3.1000	0.8600	5.2300
16.0000	0.6473	3.0183	5.0000	0.7900	5.5100
17.0000	0.7701	1.9232	1.6000	0.5600	NaN
17.0000	0.9408	7.3592	8.4000	0.4400	NaN
17.0000	0.6872	0.6000	1.0000	0.5100	4.8300
17.0000	0.9028	6.0084	7.8000	0.3600	2.7300
18.0000	0.8520	11.9339	17.8000	0.5800	NaN

18.0000	0.7585	10.4256	7.8000	0.8000	NaN
19.0000	0.2621	3.4924	3.9000	0.8200	NaN
19.0000	0.1167	5.8219	5.7000	0.8000	4.8600
19.0000	0.3172	2.7447	3.1000	0.9900	5.6700
20.0000	0.0979	11.8245	12.9000	0.6100	4.7100
20.0000	0.3178	0.8774	1.9000	0.6900	7.3800
21.0000	0.7539	0.7371	5.1000	1.3200	6.9000
21.0000	0.9187	7.1745	11.6000	1.0400	NaN
21.0000	0.9439	6.7909	8.2000	0.9300	5.1600
21.0000	0.9969	16.2559	14.2000	0.8600	2.8600
21.0000	0.0919	10.8230	14.9000	1.0400	4.1100
22.0000	0.7722	2.1347	2.2000	0.6400	6.6700
22.0000	0.7722	1.5954	2.2000	0.6600	5.9200
23.0000	0.0030	4.2261	5.6000	0.9700	5.7100
23.0000	0.4380	1.3948	2.1000	0.9000	NaN
23.0000	0.7785	5.7546	6.8000	1.1100	NaN
23.0000	0.1712	2.7770	3.2000	0.9400	5.6000
23.0000	0.4981	3.0362	4.3000	0.9000	5.4800
23.0000	0.5113	4.6086	5.0000	0.8300	0.8600
23.0000	0.5208	3.8840	5.8000	0.9000	5.5900
23.0000	0.8330	5.3960	6.0000	1.0300	5.4000
23.0000	0.5586	2.3437	2.9000	1.0100	NaN
24.0000	0.6700	3.5573	5.0000	0.7800	NaN
24.0000	0.9737	6.5551	9.8000	0.7200	3.8700
24.0000	0.8794	7.1566	8.7000	0.5800	NaN
25.0000	0.4775	3.6168	4.5000	0.7200	NaN
25.0000	0.5268	2.3735	3.1000	0.6800	4.5500
26.0000	0.6323	3.7883	4.1000	0.7500	NaN
27.0000	0.8309	14.2731	15.1000	0.4900	6.4800
27.0000	0.9930	4.1598	7.2000	0.9500	4.9400
28.0000	0.6622	10.3885	11.9000	4.9000	7.2800
29.0000	0.8551	8.5951	8.2000	0.6800	4.5800
29.0000	0.9359	7.7193	9.8000	1.2290	4.3300
29.0000	0.2112	3.1161	4.4000	1.3000	5.1100
30.0000	0.9209	4.9510	7.8000	0.5200	4.1300
30.0000	0.8956	9.8828	10.3000	0.5800	4.2300

Columns 7 through 9

0.5600	0.0700	0.2900
0.3300	NaN	0.0700
0.4500	NaN	0.1400
0.5900	0.4500	NaN
0.6200	0.2700	NaN
0.5500	0.2600	NaN
0.5300	0.3200	NaN
0.5300	0.3300	NaN
0.5500	0.3200	NaN
0.6800	0.0600	0.6800

1.4000	NaN	NaN
0.6800	NaN	NaN
NaN	NaN	0.8900
0.8200	NaN	0.9800
0.6800	0.0500	0.3100
NaN	NaN	NaN
0.2500	NaN	0.2600
1.4200	NaN	0.5300
1.9100	NaN	0.6100
1.6000	NaN	0.7400
0.4300	0.1800	0.5900
0.3500	1.2100	NaN
0.4300	0.0800	0.1400
0.3800	NaN	1.0100
0.7900	NaN	NaN
0.8900	NaN	NaN
0.9000	NaN	NaN
0.2600	NaN	0.3100
0.6800	NaN	0.1800
0.8200	NaN	NaN
3.2900	NaN	NaN
2.0300	NaN	NaN
0.7200	NaN	0.3100
0.8800	0.0300	NaN
0.9600	0.1100	NaN
0.8000	0.2100	NaN
0.5600	0.0400	0.2400
0.5700	0.0300	0.6200
0.9600	NaN	0.2800
0.8800	0.1900	0.3300
0.8400	0.1700	0.4100
0.5300	0.1800	0.7100
NaN	NaN	NaN
0.9600	NaN	0.6300
0.5500	NaN	0.4500
0.7100	0.1700	0.7600
0.8000	0.0800	0.5000
0.7500	0.1400	NaN
0.8400	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
0.5000	NaN	0.1900
0.3600	NaN	0.2000
0.7700	NaN	0.2200
1.1200	NaN	0.3000
0.7400	0.5900	NaN
0.8200	0.2900	0.2100
1.2200	0.2100	0.5600
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN

NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
0.7400	NaN	0.1100
0.9100	NaN	NaN
0.9600	NaN	0.1000
1.2000	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
1.2200	NaN	NaN
0.7600	NaN	0.3200
0.0800	NaN	NaN
1.1400	NaN	0.4400
0.9200	NaN	0.1500
1.0400	NaN	NaN
0.5600	NaN	0.6400
0.8500	NaN	0.7700
0.9700	NaN	0.7100
0.9300	0.1400	NaN
0.9700	0.1400	0.6900
0.4800	NaN	NaN
0.9100	NaN	0.7500
0.7600	NaN	0.9400
0.9200	NaN	0.6800
0.5200	NaN	NaN
0.6400	NaN	0.3000
0.9100	NaN	0.3700
0.7200	NaN	0.1600
0.6900	NaN	0.1600

RVfinal.dat

RVfinal =

Columns 1 through 6

1.0000	0.2005	-10.7000	NaN	-16.3000	-16.8000
2.0000	0.8696	90.9000	98.7000	89.4000	69.8000
2.0000	0.0870	70.6000	102.0000	84.7000	68.0000
3.0000	0.2881	48.3000	NaN	49.4000	19.5000
3.0000	0.7436	39.1000	NaN	47.0000	18.9000
3.0000	0.7839	40.0000	NaN	46.8000	21.0000
3.0000	0.8072	39.6000	NaN	45.5000	19.9000
3.0000	0.8432	40.3000	NaN	44.6000	19.4000
3.0000	0.8686	42.1000	NaN	44.3000	20.6000
4.0000	0.1855	18.2000	31.6000	17.9000	15.7000
4.0000	0.5113	33.8000	32.7000	33.2000	NaN
4.0000	0.7195	34.2000	39.4000	28.2000	16.0000
4.0000	0.7783	35.5000	38.2000	27.4000	15.2000

4.0000	0.8054	34.7000	37.7000	26.5000	15.5000
4.0000	0.9819	17.8000	39.7000	14.3000	13.3000
5.0000	0.9795	-32.3000	NaN	-38.7000	-43.0000
6.0000	0.6775	50.1000	59.7000	50.0000	34.8000
6.0000	0.3847	42.6000	50.1000	42.1000	37.2000
6.0000	0.4180	42.8000	51.1000	42.2000	35.9000
6.0000	0.4056	44.7000	53.2000	43.7000	35.1000
7.0000	0.8943	19.3000	23.5000	13.2000	-5.8000
7.0000	0.8686	22.0000	NaN	14.3000	-5.6000
8.0000	0.0400	37.1000	39.8000	30.0000	16.7000
9.0000	0.9060	-53.2000	-38.8000	-51.9000	-55.3000
9.0000	0.0094	-58.8000	-44.7000	-63.1000	-58.1000
10.0000	0.3964	-7.5000	5.1000	-5.8000	-18.0000
10.0000	0.7226	5.8000	NaN	1.9000	-17.5000
10.0000	0.9360	4.6000	NaN	-1.9000	NaN
10.0000	0.0140	5.9000	16.6000	-5.9000	-16.9000
10.0000	0.1936	-1.9000	NaN	-5.8000	-17.1000
11.0000	0.6423	-26.5000	-22.7000	-30.9000	NaN
11.0000	0.7236	-24.5000	-27.6000	-28.9000	-43.3000
11.0000	0.9821	-23.3000	-16.4000	-31.7000	-48.2000
12.0000	0.2915	-5.2000	-5.3000	-13.2000	-31.6000
12.0000	0.3712	-3.1000	NaN	-11.7000	-31.0000
12.0000	0.7763	-5.7000	NaN	-11.2000	-32.1000
13.0000	0.9093	-14.9000	-1.8000	-12.0000	-20.9000
13.0000	0.7945	-4.7000	NaN	-11.1000	-17.9000
14.0000	0.7574	-21.8000	NaN	-26.5000	-46.8000
14.0000	0.0866	-26.4000	NaN	-31.2000	-47.2000
14.0000	0.9447	-18.1000	-20.8000	-30.0000	-47.9000
15.0000	0.2056	-5.7000	7.7000	-9.4000	-6.6000
15.0000	0.3803	-1.1000	7.6000	2.0000	NaN
15.0000	0.4535	-0.5000	3.9000	-3.5000	-5.8000
15.0000	0.9775	5.6000	11.9000	-2.3000	-6.2000
16.0000	0.2280	-1.7000	-1.0000	-9.6000	-12.6000
16.0000	0.3677	-1.2000	-0.2000	-5.0000	-12.3000
16.0000	0.6473	5.5000	6.8000	6.8000	-12.0000
17.0000	0.7701	-20.2000	NaN	-24.3000	-42.1000
17.0000	0.9408	-21.9000	NaN	-27.5000	NaN
17.0000	0.6872	-25.8000	NaN	-27.6000	-45.3000
17.0000	0.9028	-17.0000	-17.1000	-22.4000	-40.2000
18.0000	0.8520	18.7000	26.4000	16.9000	-3.1000
18.0000	0.7585	21.4000	24.5000	13.6000	-3.5000
19.0000	0.2621	-11.4000	-0.4000	-8.8000	-30.2000
19.0000	0.1167	-10.3000	NaN	-5.9000	-30.2000
19.0000	0.3172	-6.8000	3.0000	-4.7000	NaN
20.0000	0.0979	-16.6000	-1.4000	-19.1000	-19.1000
20.0000	0.3178	-13.1000	-15.0000	-15.4000	-20.9000
21.0000	0.7539	-111.2000	-108.4000	-113.7000	-121.7000
21.0000	0.9187	-104.4000	-100.0000	-110.4000	-126.7000
21.0000	0.9439	-108.6000	-99.2000	-114.2000	NaN

21.0000	0.9969	-110.1000	-103.0000	-118.5000	-124.7000
21.0000	0.0919	-112.4000	-101.3000	-120.8000	-125.4000
22.0000	0.7722	4.3000	NaN	4.0000	-11.2000
22.0000	0.7722	5.9000	NaN	0.7000	-13.5000
23.0000	0.0030	-6.9000	NaN	-3.9000	-6.9000
23.0000	0.4380	0.9000	3.1000	-2.1000	-9.9000
23.0000	0.7785	-0.3000	-0.2000	-4.8000	NaN
23.0000	0.1712	-5.2000	4.2000	-0.5000	-4.0000
23.0000	0.4981	3.4000	5.9000	-2.4000	-10.7000
23.0000	0.5113	NaN	NaN	NaN	NaN
23.0000	0.5208	2.9000	6.2000	-1.8000	-10.3000
23.0000	0.8330	2.9000	NaN	-2.5000	-7.9000
23.0000	0.5586	-6.1000	3.6000	-2.4000	-9.1000
24.0000	0.6700	-33.7000	-32.9000	-37.0000	-50.6000
24.0000	0.9737	-35.0000	-30.4000	-40.2000	-49.4000
24.0000	0.8794	-37.3000	-30.4000	-42.3000	-49.2000
25.0000	0.4775	3.4000	16.7000	11.5000	-7.6000
25.0000	0.5268	2.5000	13.8000	5.7000	-11.5000
26.0000	0.6323	58.1000	NaN	55.6000	42.6000
27.0000	0.8309	-43.5000	-30.9000	-44.5000	-64.7000
27.0000	0.9930	-61.4000	-34.5000	-64.0000	-61.9000
28.0000	0.6622	42.8000	55.6000	37.6000	26.8000
29.0000	0.8551	-45.3000	-44.8000	-52.8000	-67.8000
29.0000	0.9359	-47.4000	-46.2000	-54.2000	-67.4000
29.0000	0.2112	-59.1000	-46.6000	-54.1000	-67.8000
30.0000	0.9209	68.8000	85.2000	63.3000	70.3000
30.0000	0.8956	66.9000	87.4000	74.5000	69.0000

Columns 7 through 10

0.3000	-80.5000	NaN	-25.7000
97.9000	23.1000	NaN	63.5000
94.1000	47.9000	NaN	100.3000
45.7000	55.6000	86.8000	145.9000
45.5000	-83.9000	NaN	-39.5000
48.1000	-78.1000	NaN	-23.7000
46.5000	-73.1000	NaN	-17.9000
46.9000	-90.9000	-6.1000	16.7000
48.5000	-48.5000	5.9000	28.0000
30.0000	-44.3000	-4.1000	1.0000
27.8000	14.3000	NaN	69.6600
31.8000	37.6000	51.9000	102.4000
32.9000	-45.9000	0.8000	28.3600
33.2000	-48.9000	-0.2000	26.0000
32.0000	-49.6000	NaN	-0.3000
NaN	NaN	NaN	NaN
52.5000	77.0000	123.4000	149.1000
NaN	-79.3000	NaN	-19.5000
NaN	-74.1000	NaN	-13.7000

NaN	-47.3000	11.7000	35.6000
14.2000	-24.9000	NaN	29.7000
15.0000	NaN	-8.4000	NaN
NaN	-20.4000	NaN	30.0000
-38.1000	-150.4000	-110.3000	-47.0000
-42.5000	-109.3000	-66.3000	-4.6000
NaN	-91.0000	-43.2000	1.6000
NaN	-16.6000	34.5000	86.5000
NaN	28.2000	68.9000	98.7000
9.0000	-80.0000	NaN	-33.1000
NaN	-81.9000	NaN	-35.6000
-29.0000	-88.6000	-71.1000	-43.7000
-25.1000	-17.9000	-0.5000	28.4000
-23.9000	-15.9000	NaN	40.3000
NaN	-122.2000	NaN	-69.2000
NaN	-84.8000	-33.0000	17.8000
NaN	-78.7000	-33.9000	10.8000
-2.7000	-41.4000	NaN	11.8000
-3.5000	-34.6000	NaN	12.8000
NaN	-88.3000	-37.1000	16.4000
NaN	-115.2000	-68.1000	-21.0000
NaN	NaN	-65.3000	NaN
NaN	-85.4000	NaN	-40.5000
NaN	-9.4000	NaN	46.2000
NaN	-5.5000	NaN	50.6000
NaN	-118.5000	-72.5000	-31.8000
NaN	-121.2000	NaN	-65.2000
NaN	-86.0000	NaN	-29.5000
NaN	-55.0000	-7.4000	28.1000
-20.1000	-89.5000	NaN	-37.7300
NaN	-39.4000	NaN	16.9000
-25.8000	-88.4000	NaN	-35.4000
-20.5000	-29.4000	NaN	25.3000
23.4000	-21.7000	NaN	24.9000
18.8000	NaN	44.2000	71.9000
NaN	-105.7000	NaN	-61.1000
NaN	-95.7000	NaN	-48.1000
NaN	-55.1000	NaN	-111.0000
-0.8000	NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN	NaN
-109.8000	NaN	NaN	NaN
-107.9000	NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN	NaN
-107.3000	NaN	NaN	NaN
-107.7000	NaN	NaN	NaN
NaN	-73.0000	-21.9000	29.6000
NaN	-54.8000	-3.2000	47.0000
NaN	-75.5400	NaN	-26.7000
NaN	-17.7000	NaN	35.2000

NaN	-14.3000	36.3000	97.9000
NaN	-16.5000	NaN	29.6000
NaN	-113.2000	NaN	-60.8000
NaN	-124.7000	NaN	70.0000
NaN	-115.3000	NaN	-62.4000
NaN	-118.2000	-70.3000	-34.0000
NaN	-121.9000	-72.1000	-26.9000
-34.6000	-111.8000	-61.6000	-7.1000
-31.1000	-53.3000	NaN	-5.8000
-31.1000	-17.3000	24.3000	50.5000
NaN	-111.4000	-65.8000	-11.0000
NaN	-21.4000	NaN	20.4000
61.0000	50.8000	98.7000	133.6000
-37.9000	-63.7000	NaN	-15.6000
-40.2000	-46.4000	8.2000	55.1000
NaN	-4.6000	19.9000	50.5000
NaN	-105.3000	NaN	-42.6000
NaN	-95.0000	-54.0000	-27.2000
NaN	-105.3000	NaN	-60.1000
86.4000	0.1000	NaN	52.2000
86.0000	36.4000	NaN	87.0000

RVrelat.dat

RVrelat =

Columns 1 through 6

1.0000	0.2005	-4.6000	NaN	-10.2000	-10.7000
2.0000	0.8696	10.7000	18.5000	9.2000	-10.4000
2.0000	0.0870	-9.6000	21.8000	4.5000	-12.2000
3.0000	0.2881	10.0000	NaN	11.1000	-18.8000
3.0000	0.7436	0.8000	NaN	8.7000	-19.4000
3.0000	0.7839	1.7000	NaN	8.5000	-17.3000
3.0000	0.8072	1.3000	NaN	7.2000	-18.4000
3.0000	0.8432	2.0000	NaN	6.3000	-18.9000
3.0000	0.8686	3.8000	NaN	6.0000	-17.7000
4.0000	0.1855	-9.6000	3.8000	-9.9000	-12.1000
4.0000	0.5113	6.0000	4.9000	5.4000	NaN
4.0000	0.7195	6.4000	11.6000	0.4000	-11.8000
4.0000	0.7783	7.7000	10.4000	-0.4000	-12.6000
4.0000	0.8054	6.9000	9.9000	-1.3000	-12.3000
4.0000	0.9819	-10.0000	11.9000	-13.5000	-14.5000
5.0000	0.9795	1.5000	NaN	-4.9000	-9.2000
6.0000	0.6775	4.6000	14.2000	4.5000	-10.7000
6.0000	0.3847	-2.9000	4.6000	-3.4000	-8.3000
6.0000	0.4180	-2.7000	5.6000	-3.3000	-9.6000
6.0000	0.4056	-0.8000	7.7000	-1.8000	-10.4000
7.0000	0.8943	3.7000	7.9000	-2.4000	-21.4000
7.0000	0.8686	6.4000	NaN	-1.3000	-21.2000

8.0000	0.0400	-2.0000	0.7000	-9.1000	-22.4000
9.0000	0.9060	5.0000	19.4000	6.3000	2.9000
9.0000	0.0094	-0.6000	13.5000	-4.9000	0.1000
10.0000	0.3964	-8.9000	3.7000	-7.2000	-19.4000
10.0000	0.7226	4.4000	NaN	0.5000	-18.9000
10.0000	0.9360	3.2000	NaN	-3.3000	NaN
10.0000	0.0140	4.5000	15.2000	-7.3000	-18.3000
10.0000	0.1936	-3.3000	NaN	-7.2000	-18.5000
11.0000	0.6423	0.1000	3.9000	-4.3000	NaN
11.0000	0.7236	2.1000	-1.0000	-2.3000	-16.7000
11.0000	0.9821	3.3000	10.2000	-5.1000	-21.6000
12.0000	0.2915	-0.6000	-0.7000	-8.6000	-27.0000
12.0000	0.3712	1.5000	NaN	-7.1000	-26.4000
12.0000	0.7763	-1.1000	NaN	-6.6000	-27.5000
13.0000	0.9093	-0.7000	12.4000	2.2000	-6.7000
13.0000	0.7945	9.5000	NaN	3.1000	-3.7000
14.0000	0.7574	1.2000	NaN	-3.5000	-23.8000
14.0000	0.0866	-3.4000	NaN	-8.2000	-24.2000
14.0000	0.9447	4.9000	2.2000	-7.0000	-24.9000
15.0000	0.2056	-6.5000	6.9000	-10.2000	-7.4000
15.0000	0.3803	-1.9000	6.8000	1.2000	NaN
15.0000	0.4535	-1.3000	3.1000	-4.3000	-6.6000
15.0000	0.9775	4.8000	11.1000	-3.1000	-7.0000
16.0000	0.2280	-3.9000	-3.2000	-11.8000	-14.8000
16.0000	0.3677	-3.4000	-2.4000	-7.2000	-14.5000
16.0000	0.6473	3.3000	4.6000	4.6000	-14.2000
17.0000	0.7701	4.5000	NaN	0.4000	-17.4000
17.0000	0.9408	2.8000	NaN	-2.8000	NaN
17.0000	0.6872	-1.1000	NaN	-2.9000	-20.6000
17.0000	0.9028	7.7000	7.6000	2.3000	-15.5000
18.0000	0.8520	3.0000	10.7000	1.2000	-18.8000
18.0000	0.7585	5.7000	8.8000	-2.1000	-19.2000
19.0000	0.2621	-5.3000	5.7000	-2.7000	-24.1000
19.0000	0.1167	-4.2000	NaN	0.2000	-24.1000
19.0000	0.3172	-0.7000	9.1000	1.4000	NaN
20.0000	0.0979	-5.1000	10.1000	-7.6000	-7.6000
20.0000	0.3178	-1.6000	-3.5000	-3.9000	-9.4000
21.0000	0.7539	-0.4000	2.4000	-2.9000	-10.9000
21.0000	0.9187	6.4000	10.8000	0.4000	-15.9000
21.0000	0.9439	2.2000	11.6000	-3.4000	NaN
21.0000	0.9969	0.7000	7.8000	-7.7000	-13.9000
21.0000	0.0919	-1.6000	9.5000	-10.0000	-14.6000
22.0000	0.7722	3.0000	NaN	2.7000	-12.5000
22.0000	0.7722	4.6000	NaN	-0.6000	-14.8000
23.0000	0.0030	-5.4000	NaN	-2.4000	-5.4000
23.0000	0.4380	2.4000	4.6000	-0.6000	-8.4000
23.0000	0.7785	1.2000	1.3000	-3.3000	NaN
23.0000	0.1712	-3.7000	5.7000	1.0000	-2.5000
23.0000	0.4981	4.9000	7.4000	-0.9000	-9.2000

23.0000	0.5113	NaN	NaN	NaN	NaN
23.0000	0.5208	4.4000	7.7000	-0.3000	-8.8000
23.0000	0.8330	4.4000	NaN	-1.0000	-6.4000
23.0000	0.5586	-4.6000	5.1000	-0.9000	-7.6000
24.0000	0.6700	4.6000	5.4000	1.3000	-12.3000
24.0000	0.9737	3.3000	7.9000	-1.9000	-11.1000
24.0000	0.8794	1.0000	7.9000	-4.0000	-10.9000
25.0000	0.4775	0.4000	13.7000	8.5000	-10.6000
25.0000	0.5268	-0.5000	10.8000	2.7000	-14.5000
26.0000	0.6323	1.5000	NaN	-1.0000	-14.0000
27.0000	0.8309	11.8000	24.4000	10.8000	-9.4000
27.0000	0.9930	-6.1000	20.8000	-8.7000	-6.6000
28.0000	0.6622	1.8000	14.6000	-3.4000	-14.2000
29.0000	0.8551	6.8000	7.3000	-0.7000	-15.7000
29.0000	0.9359	4.7000	5.9000	-2.1000	-15.3000
29.0000	0.2112	-7.0000	5.5000	-2.0000	-15.7000
30.0000	0.9209	5.5000	21.9000	-0.0000	7.0000
30.0000	0.8956	3.6000	24.1000	11.2000	5.7000

Columns 7 through 11

6.4000	-74.4000	NaN	-19.6000	-6.1000
17.7000	-57.1000	NaN	-16.7000	80.2000
13.9000	-32.3000	NaN	20.1000	80.2000
7.4000	17.3000	48.5000	107.6000	38.3000
7.2000	-122.2000	NaN	-77.8000	38.3000
9.8000	-116.4000	NaN	-62.0000	38.3000
8.2000	-111.4000	NaN	-56.2000	38.3000
8.6000	-129.2000	-44.4000	-21.6000	38.3000
10.2000	-86.8000	-32.4000	-10.3000	38.3000
2.2000	-72.1000	-31.9000	-26.8000	27.8000
0	-13.5000	NaN	41.8600	27.8000
4.0000	9.8000	24.1000	74.6000	27.8000
5.1000	-73.7000	-27.0000	0.5600	27.8000
5.4000	-76.7000	-28.0000	-1.8000	27.8000
4.2000	-77.4000	NaN	-28.1000	27.8000
NaN	NaN	NaN	NaN	-33.8000
7.0000	31.5000	77.9000	103.6000	45.5000
NaN	-124.8000	NaN	-65.0000	45.5000
NaN	-119.6000	NaN	-59.2000	45.5000
NaN	-92.8000	-33.8000	-9.9000	45.5000
-1.4000	-40.5000	NaN	14.1000	15.6000
-0.6000	NaN	-24.0000	NaN	15.6000
NaN	-59.5000	NaN	-9.1000	39.1000
20.1000	-92.2000	-52.1000	11.2000	-58.2000
15.7000	-51.1000	-8.1000	53.6000	-58.2000
NaN	-92.4000	-44.6000	0.2000	1.4000
NaN	-18.0000	33.1000	85.1000	1.4000
NaN	26.8000	67.5000	97.3000	1.4000

7.6000	-81.4000	NaN	-34.5000	1.4000
NaN	-83.3000	NaN	-37.0000	1.4000
-2.4000	-62.0000	-44.5000	-17.1000	-26.6000
1.5000	8.7000	26.1000	55.0000	-26.6000
2.7000	10.7000	NaN	66.9000	-26.6000
NaN	-117.6000	NaN	-64.6000	-4.6000
NaN	-80.2000	-28.4000	22.4000	-4.6000
NaN	-74.1000	-29.3000	15.4000	-4.6000
11.5000	-27.2000	NaN	26.0000	-14.2000
10.7000	-20.4000	NaN	27.0000	-14.2000
NaN	-65.3000	-14.1000	39.4000	-23.0000
NaN	-92.2000	-45.1000	2.0000	-23.0000
NaN	NaN	-42.3000	NaN	-23.0000
NaN	-86.2000	NaN	-41.3000	0.8000
NaN	-10.2000	NaN	45.4000	0.8000
NaN	-6.3000	NaN	49.8000	0.8000
NaN	-119.3000	-73.3000	-32.6000	0.8000
NaN	-123.4000	NaN	-67.4000	2.2000
NaN	-88.2000	NaN	-31.7000	2.2000
NaN	-57.2000	-9.6000	25.9000	2.2000
4.6000	-64.8000	NaN	-13.0300	-24.7000
NaN	-14.7000	NaN	41.6000	-24.7000
-1.1000	-63.7000	NaN	-10.7000	-24.7000
4.2000	-4.7000	NaN	50.0000	-24.7000
7.7000	-37.4000	NaN	9.2000	15.7000
3.1000	NaN	28.5000	56.2000	15.7000
NaN	-99.6000	NaN	-55.0000	-6.1000
NaN	-89.6000	NaN	-42.0000	-6.1000
NaN	-49.0000	NaN	-104.9000	-6.1000
10.7000	NaN	NaN	NaN	-11.5000
NaN	NaN	NaN	NaN	-11.5000
1.0000	NaN	NaN	NaN	-110.8000
2.9000	NaN	NaN	NaN	-110.8000
NaN	NaN	NaN	NaN	-110.8000
3.5000	NaN	NaN	NaN	-110.8000
3.1000	NaN	NaN	NaN	-110.8000
NaN	-74.3000	-23.2000	28.3000	1.3000
NaN	-56.1000	-4.5000	45.7000	1.3000
NaN	-74.0400	NaN	-25.2000	-1.5000
NaN	-16.2000	NaN	36.7000	-1.5000
NaN	-12.8000	37.8000	99.4000	-1.5000
NaN	-15.0000	NaN	31.1000	-1.5000
NaN	-111.7000	NaN	-59.3000	-1.5000
NaN	-123.2000	NaN	71.5000	-1.5000
NaN	-113.8000	NaN	-60.9000	-1.5000
NaN	-116.7000	-68.8000	-32.5000	-1.5000
NaN	-120.4000	-70.6000	-25.4000	-1.5000
3.7000	-73.5000	-23.3000	31.2000	-38.3000
7.2000	-15.0000	NaN	32.5000	-38.3000

7.2000	21.0000	62.6000	88.8000	-38.3000
NaN	-114.4000	-68.8000	-14.0000	3.0000
NaN	-24.4000	NaN	17.4000	3.0000
4.4000	-5.8000	42.1000	77.0000	56.6000
17.4000	-8.4000	NaN	39.7000	-55.3000
15.1000	8.9000	63.5000	110.4000	-55.3000
NaN	-45.6000	-21.1000	9.5000	41.0000
NaN	-53.2000	NaN	9.5000	-52.1000
NaN	-42.9000	-1.9000	24.9000	-52.1000
NaN	-53.2000	NaN	-8.0000	-52.1000
23.1000	-63.2000	NaN	-11.1000	63.3000
22.7000	-26.9000	NaN	23.7000	63.3000

Acary.dat

Acary =

Columns 1 through 4

0.7914	0.0974	0.6915	0.1005
-0.2562	0.0923	-0.2041	0.0886
0.2011	0.0817	0.2177	0.0839
0.0715	0.0808	0.1794	0.0775

Columns 5 through 8

-0.0569	0.0265	0.0092	0.0439
-0.0103	0.0245	-0.0299	0.0347
0	0	-0.1330	0.0358
0	0	-0.0775	0.0319

Columns 9 through 12

-0.3899	0.0667	0.0796	0.1440
0.1512	0.0668	0.2069	0.0636
-0.0130	0.0555	0	0
-0.0317	0.0620	0	0

Columns 13 through 14

-0.1393	0.1258
0.1616	0.1225
-0.1163	0.0988
-0.1606	0.1042

Bhvezdy.dat

Bhvezdy =

Columns 1 through 6

1.0000	5.2739	2.0575	7.6217	2.4605	0.6373
2.0000	9.3242	1.0599	14.2165	1.3324	0.6475
3.0000	0.5839	0.5942	0.7507	0.8693	0.6335
4.0000	8.6674	0.6316	9.5095	0.8722	0.6189
5.0000	2.4668	0.9042	3.9962	1.2385	0.8784
6.0000	11.5498	2.0201	13.3123	2.3950	0.6642
7.0000	2.6689	0.7503	5.1653	1.1233	0.5745
8.0000	3.6456	0.9423	5.2211	1.2258	0.3820
9.0000	1.2867	0.6715	1.8254	0.9305	0.6468
10.0000	6.4519	0.6070	7.3927	0.8056	0.5774
11.0000	8.5932	0.7791	8.4866	1.0278	0.8724
12.0000	1.9546	1.4643	2.1665	2.0718	1.1308
13.0000	3.0722	0.8158	4.4052	1.1942	0.5284
14.0000	3.5990	0.6441	4.4712	0.8672	0.8842
15.0000	3.2515	0.8234	4.0130	1.0972	0.7797
16.0000	3.4646	1.7604	4.6684	2.0346	0.7921
17.0000	3.0958	0.6042	3.9874	0.8540	0.4761
18.0000	8.3039	0.9518	11.4271	1.4345	0.6986
19.0000	4.3383	1.1265	4.1773	1.3889	0.8819
20.0000	7.1517	1.0910	7.6376	1.3615	0.6633
21.0000	3.8231	0.5828	6.8548	0.6517	1.0227
22.0000	1.6207	1.1079	2.1162	1.5809	0.6485
23.0000	3.4198	0.5930	4.3526	0.7723	0.9280
24.0000	3.7545	0.6608	5.5258	0.9171	0.7087
25.0000	6.8446	3.0427	6.7569	3.0555	0.6626
26.0000	5.3456	2.5442	4.8607	2.7556	0.7170
27.0000	2.0842	0.9034	3.7882	1.2228	0.4993
28.0000	13.3780	2.3218	13.6235	2.6610	4.7179
29.0000	4.5419	0.6944	5.7025	0.9821	1.3120
30.0000	4.0192	0.7346	5.5704	1.0201	0.5742

Columns 7 through 12

0.0806	2.1787	0.6976	0.5507	0.2280	0.0573
0.0579	4.5134	0.5143	0.5732	0.2397	NaN
0.0323	4.3226	0.2618	0.6385	0.1099	0.3635
0.0330	4.1796	0.3374	0.9230	0.1088	0.0484
0.0830	4.2695	0.8004	NaN	NaN	NaN
0.0378	6.6514	0.3579	1.1478	0.0944	NaN
0.0590	1.8052	0.4740	0.6055	0.2552	NaN
0.0832	3.1618	0.8537	0.6790	0.3662	NaN
0.0584	6.1639	0.5330	0.9556	0.2709	NaN
0.0356	3.8610	0.4373	0.7567	0.1086	NaN
0.0538	4.3261	0.5495	2.0546	0.2301	NaN
0.0470	3.6814	0.3726	0.7311	0.1124	0.0600
0.0569	3.1631	0.4592	0.8039	0.2346	0.0396
0.0468	4.3392	0.4152	1.2308	0.1849	0.1649
0.0392	4.4995	0.3706	0.6506	0.1251	0.1474

0.0445	5.1108	0.4017	0.6227	0.1109	0.1241
0.0401	3.5831	0.5080	0.6836	0.1634	NaN
0.0575	NaN	NaN	1.2501	0.2139	NaN
0.0464	5.2177	0.5058	0.8281	0.1196	0.2130
0.0565	6.1581	0.5137	NaN	NaN	NaN
0.0417	5.1935	0.3946	NaN	NaN	NaN
0.0553	5.3343	0.4339	1.0094	0.2006	NaN
0.0271	5.8871	0.3574	0.8786	0.0803	NaN
0.0466	4.2367	0.7922	0.9949	0.1915	NaN
0.0525	5.3861	0.8566	0.6927	0.1196	0.1522
0.0750	NaN	NaN	0.4283	0.2069	NaN
0.0799	5.5652	0.4942	1.2791	0.2502	NaN
0.0755	7.1985	0.7155	0.8735	0.2201	NaN
0.0575	4.4039	0.3944	0.8824	0.1677	NaN
0.0579	4.0154	0.4915	1.1449	0.2664	NaN

Columns 13 through 15

0.0304	0.2607	0.1471
NaN	0.1161	0.1335
0.0167	NaN	NaN
0.0230	0.7758	0.0881
NaN	NaN	NaN
NaN	0.4534	0.0674
NaN	0.6423	0.1781
NaN	0.1928	0.2254
NaN	1.1239	0.1821
NaN	0.3151	0.1464
NaN	0.4047	0.2136
0.0235	NaN	NaN
0.0294	0.4671	0.1244
0.0240	0.3917	0.1104
0.0304	0.5815	0.0908
0.0209	0.4758	0.0904
NaN	0.2196	0.1302
NaN	0.2681	0.1194
0.0225	0.3611	0.1004
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	0.1126	0.1675
NaN	0.2766	0.0878
NaN	0.8168	0.1100
0.0285	0.7283	0.1727
NaN	NaN	NaN
NaN	0.9282	0.1357
NaN	0.8053	0.1938
NaN	0.3334	0.1147
NaN	0.1788	0.1294

7.2.3 Zdrojové kódy programů *Matlab*

proklad1.m

```
function []=proklad1 Af=load('V29.dat'); Hip=load('Hp29.dat');
[nH,a]=size(Hip); [nA,a]=size(Af); A=[]; for i=1:nA
    if abs(Af(i,1)-48500)<700
        A=[A;Af(i,:)];
    end
end [nA,a]=size(A); D=[(47807:14:49193)',zeros(100,1)]; kk=0;

for i=1:nA
    for j=1:100
        if abs(A(i,1)-D(j,1))<7
            D(j,2)=D(j,2)+1;
        end
    end
end DA=[]; for i=1:100
    if D(i,2)>0
        DA=[DA;D(i,:)];
    end
end

nD=length(DA(:,1)), kk=0; for i=1:nD
    kk=[kk,kk(end)+DA(i,2)];
end AF=[]; for i=1:nD
    AF=[AF; median(A(kk(i)+1:kk(i+1),1)), median(A(kk(i)+1:kk(i+1),2))];
end kH=0; for i=1:nH-1
    if Hip(i+1,1)-Hip(i,1)>0.5
        kH=[kH,i];
    end
end nkH=length(kH); kH=[kH,nH]; HP=[]; for i=1:nkH
    HP=[HP; median(Hip(kH(i)+1:kH(i+1),1)), median(Hip(kH(i)+1:kH(i+1),2))];
end CR=[]; for i=1:nkH
    for j=1:nD
        if abs(HP(i,1)-AF(j,1))<7
            CR=[CR;HP(i,2), AF(j,2)];
        end
    end
end CR=sortrows(CR,1); t=CR(:,1); Y=CR(:,2); n=length(t);
XX=[ones(n,1) t t.^2];
% XX=[ones(n,1) t];
b=XX\Y; plot(t,Y,'o',t,XX*b), pause X=[ones(nkH,1) HP(:,2)
HP(:,2).^2];
% X=[ones(nkH,1) HP(:,2)];
plot(AF(:,1)-40000,AF(:,2),'.',HP(:,1)-40000,X*b,'o')
```

prokladV.m

```
function []=prokladV Af=load('V30.dat'); [nA,a]=size(Af); A=[]; for
```

```

i=1:nA
    if abs(Af(i,1)-48500)<700
        A=[A;Af(i,:)];
    end
end [nA,a]=size(A); D=[(47807:14:49193)',zeros(100,1)]; kk=0;

for i=1:nA
    for j=1:100
        if abs(A(i,1)-D(j,1))<7
            D(j,2)=D(j,2)+1;
        end
    end
end DA=[]; for i=1:100
    if D(i,2)>0
        DA=[DA;D(i,:)];
    end
end

nD=length(DA(:,1)), kk=0; for i=1:nD
    kk=[kk,kk(end)+DA(i,2)];
end AF=[]; for i=1:nD
    AF=[AF; median(A(kk(i)+1:kk(i+1),1)), median(A(kk(i)+1:kk(i+1),2))];
end

plot(AF(:,1)-40000,AF(:,2),'.')

```

prokladH.m

```

function []=prokladH Hip=load('Hp23.dat'); [nH,a]=size(Hip); kH=0;
for i=1:nH-1
    if Hip(i+1,1)-Hip(i,1)>0.5
        kH=[kH,i];
    end
end nkH=length(kH); kH=[kH,nH]; HP=[]; for i=1:nkH
    HP=[HP; median(Hip(kH(i)+1:kH(i+1),1)), median(Hip(kH(i)+1:kH(i+1),2))];
end

plot(HP(:,1)-40000,HP(:,2), 'o')

```

Koral.m

```

function [] = Koral(p,q) D=load('RVrelat.dat');
D=[D(:,1) D(:,p) D(:,q)], D=excise(D);
% D(11,:) = [];
t=D(:,2); Y= D(:,3); n=length(t), X=[ones(n,1) t]; b=X\Y,
s=1.483*median(abs(Y-X*b))*sqrt(n/(n-2)), m = 0; nf = n; V~ = X'*X;
W=diag(ones(n,1)); while m < 6
    m = m+1; dy = Y - X*b; w = exp(-(dy/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
    nf = 1.06*SWf; w = w*n/SWf; W = diag(w); V~ = X'*W*X; U=X'*W*Y;
    b = (U'/V)'; R = 1.23*(Y'*W*Y-b'*U); s~ = sqrt(R/(nf-2));
end

```

```

end H = inv(V); q = [b s*sqrt(diag(H))]; tez =sum(W*[t,Y])/n; tezx
= tez(1), tezy = [tez(2), s/sqrt(n)], smer = q(2,:) CV = [t-tez(1)
Y-tez(2)]; covW = CV'*W*CV/(n-1); korelkoef =
covW(1,2)/sqrt(covW(1,1)*covW(2,2)) tt = [min(t);max(t)]; XX =
[ones(2,1),tt]; ortsm = smer/abs(korelkoef), B =
[tezy(1)-ortsm(1)*tezx; ortsm(1)]; plot(tezx,tezy(1),'r+',t, Y,
'.' ,tt, XX*b, tt,XX*B), hold on pause
% Korelace mezi středními hodnotami intenzity čar pro jednotlivé hvězdy
kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk = [kk;i];
    end
end nk = length(kk); kk=[kk;n]; DD=[]; for i=1:nk
    Di = D(kk(i)+1:kk(i+1),:); wi = w(kk(i)+1:kk(i+1));
    Mi = wi'*Di(:,2:3)/sum(wi);
    Dm = [Di(1,1) Mi];
    DD = [DD; Dm];
end plot(DD(:,2),DD(:,3),'o'), hold off
koralek=corrcoef(DD(:,2),DD(:,3))

```

SextilkyA.m

```

function[] = sextilky(s1)
% Program dělá rozbor fázové závislosti množství pozorování nestejně úrovně
% - pozorován. Rozdělí je do p binů, u nichž se bude vyšetřovat „sex“ křivek
% - prostřední z nich je medián. Vyhlazení funkční závislosti provedeno
% rozkladem do „pv“ vlastních vektorů. Zadává se číslo sloupce (s1) v datovém
% souboru.
p = 5; pv = 1; sex = 5 D = load('RVrelat.dat'); D = [D(:,2)
D(:,s1)]; excise(D); D = sortrows(D,1); [n,a] = size(D); kk =
round(0:n/p:n)'; Dk = []; for i = 1:p
    Di = D(kk(i)+1:kk(i+1),:);
    Dk = [Dk; median(Di(:,1)) prctile(Di(:,2),50/(sex)*(1:2:2*sex-1))];
end Y = Dk(:,2:end); Y=Y' YY = Y'*Y; [V,d] = eig(YY),
% Výběr pv vlastních vektorů s největšími vlastními hodnotami
[q,I] = sort(diag(d)); B = []; for i=1:pv
    B = [B V(:,I(end+1-i))];
end B, K~ = Y*B, DB = Y*B*B', Y ~DB; DB = DB';
% K je průmět do báze vybraných vlastních vektorů, DB' je předpověď průběhu
DB = [DB;DB]; Dk = [Dk; Dk(:,1)+1 Dk(:,2:end)];
plot(Dk(:,1),Dk(:,2:end),'o',Dk(:,1),DB), hold off

```

SextilkyB.m

```

function[]=sextilkyB(s1)
% Program dělá rozbor fázové závislosti množství pozorování nestejně úrovně
% - pozorován. Rozdělí je do p binů, u nichž se bude vyšetřovat „sex“ křivek
% - prostřední z nich je medián. Od individuálních hodnot jednotl. hvězd se
% odečítá jejich „hvězdný“ průměr
p=5; sex=3 D=load('RVrelat.dat'); DI=[D(:,1:2) D(:,s1)];

```



```

DI=excise(DI); [n,a]=size(DI); D=DI; kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i];
    end
end nk=length(kk); kk=[kk;n]; DD=[]; for i=1:nk
    if kk(i+1)-kk(i)<2
    else
        DD=[DD;D(kk(i)+1:kk(i+1),:)];
    end
end D=DD; [n,a]=size(D); kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i];
    end
end nk=length(kk); kk=[kk;n]; for i=1:nk
    D(kk(i)+1:kk(i+1),3)=D(kk(i)+1:kk(i+1),3)-mean(D(kk(i)+1:kk(i+1),3));
end D(:,1)=[]; f=D(:,1); X=[ones(size(f)) cos(2*pi*f) sin(2*pi*f)
cos(4*pi*f) sin(4*pi*f)]; Y=D(:,2); b=X\Y; ff=(0:0.01:2)';
XX=[ones(size(ff)) cos(2*pi*ff) sin(2*pi*ff) cos(4*pi*ff)
sin(4*pi*ff)]; Dp=[D; D(:,1)+1 D(:,2)];
plot(Dp(:,1),Dp(:,2),'.',ff,XX*b), pause D=sortrows(D,1);
[n,a]=size(D); kk=round(0:n/p:n)'; Dk=[]; for i=1:p
    Di=D(kk(i)+1:kk(i+1),:);
    Dk=[Dk; median(Di(:,1)) prctile(Di(:,2),50/(sex)*(1:2:2*sex-1))];
end
Dk=[Dk; Dk(:,1)+1 Dk(:,2:end)];
plot(Dk(:,1),Dk(:,2:end),'-o'), hold off

```

SextilkyC.m

```

function[]=sextilkyC(s1)
% Program dělá rozbor fázové závislosti množství pozorování nestejně úrovně
% Rozdělí je do p binů, u nichž se bude vyšetřovat „sex“ křivek.
p=5; sex=3 D=load('RVrelat.dat'); D=[D(:,2) D(:,s1)]; D=excise(D);
D=sortrows(D,1); [n,a]=size(D); kk=round(0:n/p:n)'; Dk=[]; for
i=1:p
    Di=D(kk(i)+1:kk(i+1),:);
    Dk=[Dk; median(Di(:,1)) prctile(Di(:,2),50/(sex)*(1:2:2*sex-1))];
end
Dk=[Dk; Dk(:,1)+1 Dk(:,2:end)];
plot(Dk(:,1),Dk(:,2:end),'-o'), hold off

```

zmenyas.m

```

function[]=zmenyas(s1) D=load('RVfinal.dat'); DI=[D(:,1:2)
D(:,s1)]; DI=excise(DI); [n,a]=size(DI); D=DI; kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i];
    end
end nk=length(kk); kk=[kk;n]; DD=[]; for i=1:nk
    if kk(i+1)-kk(i)<2

```

```

else
    DD=[DD;D(kk(i)+1:kk(i+1),:)];
end
end
end

D=DD; [n,a]=size(D); kk=[0]; hv = [D(1,1)]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i]; hv = [hv;D(i+1,1)];
    end
end
nk=length(kk); kk=[kk;n]; Y=D(:,3); f=D(:,2); XX=zeros(n,nk);
for i=1:nk,
    XX(kk(i)+1:kk(i+1),i)=ones(kk(i+1)-kk(i),1);
end
a=[0.005;-0.455;-0.157]
AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
X=[XX,AS]; B=X\Y, m=0;

while m < 50
    m=m+1; AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
    X=[XX,AS]; dY=Y-X*B;
    DAS1=2*pi*(cos(2*pi*(f-a(1)))-2*a(2)*cos(4*pi*(f-a(1)))-3*a(3)*cos(6*pi*(f-a(1))));
    DAS2=sin(4*pi*(f-a(1))); DAS3=sin(6*pi*(f-a(1)));
    x=[X,B(end)*[DAS1,DAS2,DAS3]]; [n,g]=size(x);
    dB=x\dY;
    s=1.483*median(abs(dY-x*dB))*sqrt(n/(n-g)); V=x'*x; ws=1;
    mm=0; nf=n;
    while mm < 8
        mm=mm+1; dy=dY-x*dB; w=exp(-(dy/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
        nf=1.06*SWf; ws=SWf/n; ww=w; for j=1:g-1; ww=[ww,w]; end
        V=x'*(ww.*x); U=x'*(w.*dY); dB=(U'/V)';
        R=1.23*(dY'*(w.*dY)-dB'*U)/ws; s=sqrt(R/(nf-g));
    end
    B=B+dB(1:nk+1,1); a=a+dB(nk+2:end,1);
end
H=inv(V); delta=s*sqrt(diag(ws*H)); da=[a,delta(end-2:end,1)],
RVs=[hv B(1:nk,1) delta(1:nk)], ampl=[B(end) delta(nk+1)],
ff=(0:0.01:2)'; ASS=-sin(2*pi*(ff-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(ff-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(ff-a(1)));
plot(f, dY+AS*ampl(1),'k.',f+1, dY+AS*ampl(1),'k.',ff,B(end)*ASS),
pause, n2=n;
% výpočet středních hodnot RV
[n,r]=size(DI); D=DI; kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i];
    end
end
nk=length(kk); kk=[kk;n]; Y=D(:,3); f=D(:,2); X=zeros(n,nk);
for i=1:nk
    X(kk(i)+1:kk(i+1),i)=ones(kk(i+1)-kk(i),1);
end
end
AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
X=[X,AS]; B=X\Y, [n,g]=size(X);
s=1.483*median(abs(Y-X*B))*sqrt(n/(n2-g-3)), mm=0; nf=n;

```

```

while mm
< 8
    mm=mm+1; dY=Y-X*B; w=exp(-(dY/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
    nf=1.06*SWf; ws=SWf/n; ww=w; for j=1:g-1; ww=[ww,w]; end
    V=X'*(ww.*X); U=X'*(w.*Y); dB=(U'/V)';
    R=1.23*(Y'*(w.*Y)-B'*U)/ws; s=sqrt(R/(nf-g-3-n+n2));
end H=inv(V); Q=[B s*sqrt(diag(ws*H))]; RVdRV=[(1:nk)' Q(1:nk,:)];
RVdRV=0.1*round(10*RVdRV),
ampl=Q(end,:), hist(RVdRV(:,2)), RV=[];
for i=1:nk
    RV=[RV;RVdRV(i,2)*ones(kk(i+1)-kk(i),1)];
end

```

zmenyas3.m

```

function[]=zmenyas3(s1)
% Křivka radiálních rychlostí se předpokládá ve tvaru antisymetrické funkce
% popsané 3 parametry, amplitudy a střední RV u jednotlivých hvězd jsou různé.
% Jen pro kvalitní materiál.
DI=load('RVfinal.dat'); DI=[DI(:,1:2) DI(:,s1)]; D=[];
[n,a]=size(DI); for i=1:n
    if or(DI(i,1)==0,DI(i,1)==0)
    else
        D=[D;DI(i,:)];
    end
end D=excise(D); [n,a]=size(D); kk=[0]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i];
    end
end nk=length(kk); kk=[kk;n]; DD=[]; for i=1:nk
    if kk(i+1)-kk(i)<3
    else
        DD=[DD;D(kk(i)+1:kk(i+1),:)];
    end
end

D=DD; [n,a]=size(D); kk=[0]; hv = [D(1,1)]; for i=1:n-1
    if D(i,1)<D(i+1,1)
        kk=[kk;i]; hv = [hv;D(i+1,1)];
    end
end nk=length(kk); kk=[kk;n]; Y=D(:,3); f=D(:,2); X=zeros(n,2*nk);
a=[0.000;-0.455;-0.157]
AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
for i=1:nk,
    X(kk(i)+1:kk(i+1),i)=ones(kk(i+1)-kk(i),1);
    X(kk(i)+1:kk(i+1),nk+i)=AS(kk(i)+1:kk(i+1));
end B=X\Y; m=0;
while m < 30
    m=m+1; AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
    for i=1:nk

```

```

        X(kk(i)+1:kk(i+1),nk+i)=AS(kk(i)+1:kk(i+1));
    end
    dY=Y-X*B;
    DAS1=2*pi*(cos(2*pi*(f-a(1)))-2*a(2)*cos(4*pi*(f-a(1)))-3*a(3)*cos(6*pi*(f-a(1))));
    DAS2=sin(4*pi*(f-a(1))); DAS3=sin(6*pi*(f-a(1))); DAS=[DAS1,DAS2,DAS3];
    for i=1:nk
        DAS(kk(i)+1:kk(i+1),:)=B(i+nk)*DAS(kk(i)+1:kk(i+1),:);
    end
    x=[X,DAS]; [n,g]=size(x); dB=x\dY; s=1.483*median(abs(dY-x*dB))*sqrt(n/(n-g));
    V=x'*x; ws=1; mm=0; nf=n;
    while mm < 10
        mm=mm+1; dy=dY-x*dB; w=exp(-(dy/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
        nf=1.06*SWf; ws=SWf/n; ww=w; for j=1:g-1; ww=[ww,w]; end
        V=x'*(ww.*x); U=x'*(w.*dY); dB=(U'/V)';
        R=1.23*(dY'*(w.*dY)-dB'*U)/ws; s=sqrt(R/(nf-g));
    end
    B=B+dB(1:2*nk,1); a=a+dB(2*nk+1:end,1);
end H=inv(V); delta=s*sqrt(diag(ws*H)); dB, a, B, s

da=[a,delta(end-2:end,1)], RVampl=0.1*round(10*[hv B(1:nk,1)
delta(1:nk) B(nk+1:end) delta(nk+1:end-3)]), y=B(nk+1:end);
w=delta(nk+1:end-3).^2; x=ones(nk,1); ws=mean(w); w=diag(w)/ws;
V=x'*w*x; U=x'*w*y; ampls=(U'/V)'; R=(y'*w*y-ampls'*U);
s=sqrt(R/(nk-1)), H=inv(V); ampls=[ampls s*sqrt(H)], sqrt(1/ws)
hist(RVampl(:,2),5), pause hist(RVampl(:,4),6), pause
plot(f,AS,'.') corrccoef(RVampl(:,2),RVampl(:,4))

```

zmenyas4.m

```

function[]=zmenyas4(s1)
% Vyšetřování průběhu křivky relativní radiální rychlosti popsané 3 parametry,
% střední RV a její amplituda se pro všechny hvězdy bere táž.Použita všechna
% měření
D=load('RVrelat.dat'); DI=[D(:,2) D(:,s1)]; D=excise(DI);
[n,a]=size(D) f=D(:,1); Y=D(:,2); a=[0.005;-0.455;-0.157]
AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
X=[ones(n,1),AS]; B=X\Y; m=0; while m < 50
    m=m+1; AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(f-a(1)));
    X=[ones(n,1),AS]; dY=Y-X*B;
    DAS1=2*pi*(cos(2*pi*(f-a(1)))-2*a(2)*cos(4*pi*(f-a(1)))-3*a(3)*cos(6*pi*(f-a(1))));
    DAS2=sin(4*pi*(f-a(1))); DAS3=sin(6*pi*(f-a(1)));
    x=[X,B(2)*[DAS1,DAS2,DAS3]]; [n,g]=size(x);
    dB=x\dY;
    s=1.483*median(abs(dY-x*dB))*sqrt(n/(n-g)); V=x'*x; ws=1;
    mm=0; nf=n;
    while mm < 8
        mm=mm+1; dy=dY-x*dB; w=exp(-(dy/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
        nf=1.06*SWf; ws=SWf/n; ww=w; for j=1:g-1; ww=[ww,w]; end
        V=x'*(ww.*x); U=x'*(w.*dY); dB=(U'/V)';
    end
end

```

```

        R=1.23*(dY'*(w.*dY)-dB'*U)/ws; s=sqrt(R/(nf-g));
    end
    B=B+dB(1:2,1); a=a+dB(3:5,1);
end H=inv(V); delta=s*sqrt(diag(ws*H)); da=[a,delta(3:5,1)],
RVampl=[B delta(1:2)]
ff=(0:0.01:2)';
ASS=-sin(2*pi*(ff-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(ff-a(1)))+a(3)*sin(6*pi*(ff-a(1)));
XX=[ones(size(ff)) ASS]; plot(f, Y,'k.',f+1, Y,'k.',ff,XX*B),

```

zmenyas5.m

```

function []=zmenyas5(s1)
% Vyšetřování průběhu křivky relativní radiální rychlosti popsané 2 parametry,
% střední RV a její amplituda se pro všechny hvězdy bere táž.Použita všechna
% měření
D=load('RVrelat.dat'); DI=[D(:,2) D(:,s1)]; D=excise(DI);
[n,a]=size(D) f=D(:,1); Y=D(:,2); a=[0.005;-0.455;]
AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1))); X=[ones(n,1),AS];
B=X\Y; m=0; while m < 50
    m=m+1; AS=-sin(2*pi*(f-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(f-a(1)));
    X=[ones(n,1),AS]; dY=Y-X*B;
    DAS1=2*pi*(cos(2*pi*(f-a(1)))-2*a(2)*cos(4*pi*(f-a(1))));
    DAS2=sin(4*pi*(f-a(1)));
    x=[X,B(2)*[DAS1,DAS2]]; [n,g]=size(x);
    dB=x\dY;
    s=1.483*median(abs(dY-x*dB))*sqrt(n/(n-g)); V=x'*x; ws=1;
    mm=0; nf=n;
    while mm < 8
        mm=mm+1; dy=dY-x*dB; w=exp(-(dy/(2.5*s)).^4); SWf=sum(w);
        nf=1.06*SWf; ws=SWf/n; ww=w; for j=1:g-1; ww=[ww,w]; end
        V=x'*(ww.*x); U=x'*(w.*dY); dB=(U'/V)';
        R=1.23*(dY'*(w.*dY)-dB'*U)/ws; s=sqrt(R/(nf-g));
    end
    B=B+dB(1:2,1); a=a+dB(3:4,1);
end H=inv(V); delta=s*sqrt(diag(ws*H)); da=[a,delta(3:4,1)],
RVampl=[B delta(1:2)],
s~ff=(0:0.01:2)';
ASS=-sin(2*pi*(ff-a(1)))+a(2)*sin(4*pi*(ff-a(1)));
XX=[ones(size(ff)) ASS]; plot(f, Y,'k.',f+1, Y,'k.',ff,XX*B),

```

7.3 Teorie pulzací

Následující text představuje krátký úvod do teorie adiabatických radiálních pulzací. Je zde zařazen proto a pouze v takovém rozsahu, aby tato práce byla použitelná i jako úvodní text ke studiu mirid a dlouhoperiodických proměnných hvězd.

7.3.1 Odchytky od hydrostatické rovnováhy

Zpracováno podle Bowerse a Deeminga (1984).

Jedna z možností, jak zjistit, zda je systém stabilní či nikoliv, je „působit“ na všechny veličiny malými poruchami a sledovat, zda amplituda poruch bude s časem růst. Pokud některé nebo všechny amplitudy rostou, pak je systém nestabilní. Jsou možné 2 případy:

1. Jestliže malé poruchy rostou, pak potřebujeme k další analýze zjistit, jak narůstání probíhá, případně zda došlo ke změně struktury systému. Pokud poruchy rostou na velkou, ale konečnou hodnotu, ustaví se nový rovnovážný stav a ten se bude s časem měnit.
2. Může se jednat o jiné nelineární efekty. Mnohé fyzikální systémy jsou stabilní vzhledem k malým poruchám, ale stanou se nestabilními jestliže jsou poruchy větší než určitá amplituda. Takové systémy jsou tzv. metastabilní. Pro takové případy není vhodná analýza stability použitím lineárního přiblížení. Jenže nelineární problémy jsou řešitelné velice obtížně, většinou pouze numerickými metodami. Následující úvahy jsou proto lineární analýzou stability sféricky symetrických systémů.

Vyjdeme ze dvou rovnic hydrodynamiky: První je

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla P - \rho \nabla \Phi, \quad (7.1)$$

kde Φ je gravitační potenciál. Druhou rovnicí je rovnice

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (7.2)$$

kteřá říká, že změna hmotnosti Δm elementárního objemu ΔV tekutiny, $\Delta m = \int \rho dV$, je rovna hmotnostnímu toku do objemového elementu. První rovnice je vlastně 2. Newtonův zákon a druhá je zákon zachování hmotnosti. Proměnné v těchto rovnicích jsou závislé na čase, jak uvidíme, obě rovnice popisují časový vývoj poruch působících na rovnovážný stav. V prvním přiblížení lze dále postupovat tak, že vyjádříme všechny proměnné např. $\rho(\vec{r}, t)$ jako součet časově nezávislé veličiny $\rho_0(\vec{r})$ a malé, časově závislé, poruchy $\rho'(\vec{r}, t)$:

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r}) + \rho'(\vec{r}, t). \quad (7.3)$$

Vyjádříme obdobně P , Φ a \vec{v} a dosadíme do ?? a ??. Po zanedbání malých členů a za předpokladu $\vec{v}_0(r) = 0$ dostaneme:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_0 \vec{v}' = 0 \quad (7.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\nabla P' - \rho_0 \nabla \Phi' + (\rho' / \rho_0) \nabla P_0. \quad (7.5)$$

Obdobně upravíme Poissonovu rovnici do tvaru:

$$\nabla \Phi' = 4\pi \rho' G \quad (7.6)$$

Tok záření je popsán rovnicí

$$\vec{J} = -K_c \nabla T, \quad (7.7)$$

kde $K_c = 4\pi acT^3/3\kappa$ je tepelná vodivost. V linearizované podobě pak

$$\vec{J}' = -(K_{c,0} \nabla T' + K'_c \nabla T_0), \quad (7.8)$$

kde čárkované hodnoty odpovídají prvému řádu poruch. Pak K'_c je dáno

$$K_{c,0}[1 + 3T'/T_0 - v'/v_0 - \rho'/\rho_0] \quad (7.9)$$

Dále potřebujeme vyjádření poruchy způsobené tepelným tokem působícím na hmotnostní element. To můžeme získat z 1. termodynamického zákona. Vyjděme ze vztahu $TdS = dU + PdV$ a definujme $U = Nm u$ a $S = Nm s$, kde N je počet částic a m hmotnost částice. Potom pro ideální plyn platí

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho T \frac{ds}{dt} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt}. \quad (7.10)$$

Použijeme vztah $V = mN/\rho$, dostáváme pak

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \frac{1}{\gamma - 1} \left[\frac{dP}{dt} - \frac{\gamma P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right]. \quad (7.11)$$

Pravá strana udává změnu tlaku a vnitřní energie, kterou způsobil tepelný tok ve hmotnostním elementu. Veličina Tds/dt popisuje přenos tepla na kilogram hmotnosti za sekundu. Ale podle zákona zachování to musí být rovno rozdílu mezi teplem uvolněným v gramu za sekundu v elementárním objemu termonukleárním nebo jiným částicovým procesem, ϵ_N , a tokem energie vystupujícím z tohoto objemu na kilogram, $\nabla \cdot \vec{J}/\rho$. Potom platí:

$$T \frac{ds}{dt} = \epsilon_N - \frac{1}{\nabla} \cdot \vec{J}. \quad (7.12)$$

Kombinací rovnic ?? a ?? a uvážením skutečnosti, že adiabatické exponenty nejsou shodné, čili $\gamma - 1 \rightarrow \Gamma_3 - 1$ a $\gamma \rightarrow \Gamma_1$ v rovnici ??, pak dostáváme

$$\frac{dP}{dt} - \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = (\Gamma_3 - 1)(\rho \epsilon_N - \nabla \cdot \vec{J}). \quad (7.13)$$

Po linearizaci dospějeme k rovnici

$$\frac{\partial P'}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla P_0 - (\Gamma_1 P_0 / \rho_0) \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho_0 \right) = (\Gamma_3 - 1) \rho_0 \left(\epsilon_N - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{J} \right)', \quad (7.14)$$

kde označení posledního výrazu na pravé straně čárkou má stejný význam jako v rovnici ?. Pět rovnic ?, ?, ?, ?, ? popisuje chování poruch. Úpravami a vzájemným dosazením dostaneme diferenciální rovnici 3. řádu (vzhledem k času) pro radiální výchylku $\delta r/r$ způsobenou poruchou v bodě \vec{r} . Pokud předpokládáme

$$\delta r/r = \xi(r) e^{\omega t}, \quad (7.15)$$

kde $\xi(r)$ je bezrozměrná funkce. Pak je diferenciální rovnice ekvivalentní algebraické kubické rovnici

$$\omega^3 + \omega(A - B) + C = 0. \quad (7.16)$$

Veličiny A, B a C jsou integrály zahrnující různé adiabatické indexy, funkci $\xi(r)$ a strukturu systému „nultého řádu“. Řešení rovnice ?? dává informaci o stabilitě radiálních poruch ?. Další analýza nicméně vyžaduje, aby bylo něco známo o veličině $\xi(r)$.

7.3.2 Adiabatické pulzace

Udělejme dvě zjednodušení:

Za prvé, budeme předpokládat, že pulzace jsou adiabatické: tj. že perioda pulzací je krátká ve srovnání s časem potřebným k ustavení termodynamické rovnováhy, takže nedochází ke vzniku nebo ztrátě energie v žádné pohybující se části hvězdy. Tato podmínka nám dovolí svázat fluktuace teploty a tlaku plynu se změnami hustoty rovnicemi adiabatických změn. Použitím $P \sim \rho^\gamma$ a $T \sim \rho^{\gamma-1}$ dostaneme

$$\frac{\delta P}{P} = \gamma \frac{\delta \rho}{\rho}, \frac{\delta T}{T} = (\gamma - 1) \frac{\delta \rho}{\rho}. \quad (7.17)$$

Za druhé, budeme předpokládat, že pulzace jsou čistě radiální, takže hvězda je sféricky symetrická.

Ve stavu hydrostatické rovnováhy je velikost gradientu tlaku rovna gravitační síle. Necht \bar{P} a $\bar{\rho}$ jsou střední hodnoty tlaku a hustoty. Pak lze rovnici hydrostatické rovnováhy napsat přibližně jako

$$\frac{\bar{P}}{R} = \frac{\bar{\rho}MG}{R^2} = \frac{4\pi G}{3}\bar{\rho}^2 R. \quad (7.18)$$

Nyní předpokládejme, že hvězda změnil svůj poloměr o hodnotu δR a zkoumejme vliv takové změny na rovnováhu, za předpokladu, že pohyb je adiabatický. Změny \bar{P} a $\bar{\rho}$ budou

$$\delta \bar{\rho} = \delta(3M/4\pi R^3) = 3\bar{\rho}\delta R/R \quad (7.19)$$

a

$$\delta \bar{P} = \gamma \frac{\bar{P}}{\bar{\rho}} \delta \bar{\rho} = -3\gamma \bar{P} \delta R/R. \quad (7.20)$$

Dělíme-li levou stranu ?? hodnotou $\bar{\rho}$, dostaneme vztakovou sílu (gradient tlaku) na kilogram hvězdného materiálu f_b a její variace je pak

$$\delta\left(\frac{f_b}{\bar{\rho}}\right) = \frac{\delta \bar{P}}{R\bar{\rho}} - \frac{\bar{P}\delta R}{\bar{\rho}R^2} - \frac{\bar{P}\delta \bar{\rho}}{\bar{\rho}^2 R}. \quad (7.21)$$

Dělíme-li pravou stranu ?? hodnotou $\bar{\rho}$, dostaneme gravitační sílu na jednotku hmotnosti f_g a její variace je pak

$$\delta\left(\frac{f_g}{\bar{\rho}}\right) = \frac{4\pi G}{3}(\bar{\rho}\delta R + R\delta \bar{\rho}). \quad (7.22)$$

Síla na kilogram působící v kladném radiálním směru je dána zrychlením $\delta \ddot{R}$ a tedy:

$$\begin{aligned} \delta(f_b/\bar{\rho}) - \delta(f_g/\bar{\rho}) &= \delta \ddot{R} \\ &= -(3\gamma - 4) \frac{4\pi G}{3} \bar{\rho} \delta R. \end{aligned} \quad (7.23)$$

To je vlastně rovnice jednoduchého harmonického pohybu

$$\frac{d^2}{dt^2}\delta R = -\omega^2\delta R, \quad (7.24)$$

kde $\omega^2 = (3\gamma - 4)(4\pi G/3)\bar{\rho}$ 11.23b je čtverec úhlové frekvence pulzací. Vidíme, že oscilace hvězdy budou stabilní pro $\gamma > 4/3$. Pro $\gamma < 4/3$ je hvězda nestabilní a počáteční porucha δR vyvolá rostoucí odchylku od stavu hydrostatické rovnováhy ($\delta R \approx e^{\omega t}$). Perioda oscilací, která je dána vztahem $2\pi/\omega$, je pak

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{(4\pi(\gamma - 4/3)\bar{\rho}G)^{1/2}} \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{(\gamma - 4/3)\bar{\rho}G}}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Rovnice ?? je zjednodušeným popisem časového vývoje malých poruch v daném bodě uvnitř hvězdy. Nyní zkoumejme, jak se tyto poruchy mění se vzdáleností od středu hvězdy v určitém čase. Přepíšeme hydrodynamickou rovnici do tvaru

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - g, \quad (7.26)$$

kde $g = m(r)G/r^2$ je gravitační zrychlení ve vzdálenosti r a $d^2 r/dt^2$ je zrychlení objemového elementu ve vzdálenosti r ve vztažné soustavě spojené s pohybujícím se prostředím. Ve stavu rovnováhy je zrychlení nulové. Nyní předpokládejme radiální pohyb prostředí a sledujme zvolený elementární objem hvězdné látky, hodnoty odpovídající stavu rovnováhy označíme nulou,

$$\begin{aligned} r &= r_0 + \delta r, \\ \rho &= \rho_0 + \delta \rho, \\ P &= P_0 + \delta P, \\ g &= g_0 + \delta g, \end{aligned} \quad (7.27)$$

kde δr , δP , $\delta \rho$ a δg jsou malé hodnoty. Nyní sestavíme diferenciální rovnici pro poruchy, o kterých budeme předpokládat, že jsou malé a všechny změny adiabatické. Je výhodné všechny veličiny vyjádřit pomocí δr . Slupka hvězdy, jež původně ležela mezi r a $r + dr$, s hustotou ρ , se nyní bude nacházet mezi $r + \delta r$ a $r + \delta r + d(r + \delta r)$. Obdobně to platí pro hmotnost látky mezi těmito vrstvami. Tudíž můžeme napsat

$$\rho r^2 dr = (\rho_0 + \delta \rho)(r_0 + \delta r)^2 d(r_0 + \delta r) = \rho_0 r_0^2 dr_0, \quad (7.28)$$

a po úpravách

$$\frac{\delta \rho}{\rho_0} = -\frac{2\delta r}{r} - \left(\frac{d\delta r}{dr} \right)_{r=r_0}. \quad (7.29)$$

Navíc po dosazení adiabatických předpokladů ?? dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{\delta P}{P_0} &= \gamma \frac{\delta \rho}{\rho_0} \\ &= -2\gamma \frac{\delta r}{r_0} - \delta \left(\frac{d}{dr} \delta r \right)_{r=r_0} \\ &= -3\gamma \frac{\delta r}{r_0} - \gamma r_0 \left(\frac{d}{dr} \frac{\delta r}{r} \right)_{r=r_0}. \end{aligned} \quad (7.30)$$

Protože hmotnost zvoleného elementu je konstantní, změna g je popsána

$$\delta g = \delta \left(\frac{m(r)G}{r^2} \right) = -\frac{2m(r)G}{r_0^2} \frac{\delta r}{r_0} = -2g_0 \frac{\delta r}{r_0}. \quad (7.31)$$

Nyní můžeme dosadit tyto výrazy do pohybové rovnice ???. Úpravou této rovnice a jejím vydělením výrazem r^2 dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 r}{dt^2} &= -\frac{1}{\rho r^2} \frac{dP}{dr} - \frac{g}{r^2} \\ &= -\frac{1}{\rho_0 r_0^2} \frac{\partial P}{\partial r_0} - \frac{g}{r^2}, \end{aligned} \quad (7.32)$$

kde jsme nahradili $\rho r^2 dr$ výrazem $\rho_0 r_0^2 dr_0$. Nyní dosadíme $r = r_0(1 + \delta r/r_0)$ a dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 r}{dt^2} &= -\frac{1}{\rho_0 r_0^2} \left(\frac{dP_0}{dr_0} + \frac{d\delta P}{dr_0} \right) - \frac{g_0}{r_0^2} \frac{(1 + \delta g/g_0)}{(1 + 2\delta r/r_0)} \\ &\simeq -\frac{1}{\rho_0 r_0^2} \frac{dP_0}{dr_0} - \frac{1}{\rho_0 r_0^2} \frac{d\delta P}{dr_0} - \frac{g_0}{r_0^2} \left(1 - \frac{2\delta r}{r_0} - \frac{2\delta r}{r_0} \right) \\ &= -\frac{1}{\rho_0 r_0^2} \frac{d\delta P}{dr_0} + \frac{g_0}{r_0^2} \frac{4}{r_0}, \end{aligned} \quad (7.33)$$

což lze napsat i jednodušeji jako

$$\frac{d\delta P}{dr_0} = 4\rho_0 g_0 \frac{\delta r}{r_0} - \rho_0 \frac{r_0^2}{r^2} \frac{d^2 r}{dt^2}. \quad (7.34)$$

Nyní z rovnice ??? a rozsáhlejších úpravách dostaneme

$$\frac{d\delta P}{dr_0} = -\gamma P_0 r_0 \frac{d^2}{dr_0^2} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) + (\gamma r_0 g_0 \rho_0 - 4\gamma P_0) \frac{d}{dr_0} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) + 3\gamma g_0 \rho_0 \left(\frac{\delta r}{r_0} \right). \quad (7.35)$$

a po dosazení do rovnice ??? dostaneme

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) + \left(\frac{4}{r_0} - \frac{g_0 \rho_0}{P_0} \right) \frac{d}{dr_0} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) - (3 - 4/\gamma) \frac{g_0 \rho_0}{P_0 r_0} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) = \frac{r_0 \rho_0}{\gamma P_0 r^2} \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right). \quad (7.36)$$

Pravidelně pulzující hvězdy musí pulzovat se stejnou periodou ve všech vrstvách. Tato skutečnost nám dovoluje upravit pravou stranu rovnice ??? a dosadíme výraz pro úhlovou frekvenci ω ze vztahu ???:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} \delta r = -\omega^2 \delta r, \quad (7.37)$$

a potom

$$\frac{r_0 \rho_0}{\gamma P_0} \frac{1}{r^2} \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\omega^2 \rho_0}{\gamma P_0} \frac{\delta r}{r_0}. \quad (7.38)$$

Rovnici ?? lze přepsat do konečné linearizované podoby, která popisuje malé adiabatické pulzace kolem rovnovážného stavu popsaného hydrostatickou rovnicí:

$$\frac{d^2}{dr_0^2} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) + \left(\frac{4}{r_0} - \frac{g_0 \rho_0}{P_0} \right) \frac{d}{dr_0} \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) + \left[\frac{\omega^2 \rho_0}{\gamma P_0} - (3 - 4/\gamma) \frac{g_0 \rho_0}{P_0 r_0} \right] \left(\frac{\delta r}{r_0} \right) = 0. \quad (7.39)$$

Tato základní rovnice popisuje amplitudu pulzací $\delta r/r_0$ jako funkci r_0 . Platí

$$\begin{aligned} \delta r &= 0, & r &= 0, \\ \delta P &= -\Gamma_1 P (3\xi + r \frac{d\xi}{dr}) = 0, & r &= R, \end{aligned} \quad (7.40)$$

kde $\xi \equiv r/r_0$.

Okamžitý poloměr je funkcí času, pokud nastanou pulzace a veličiny ve vzorci pro δP odpovídají adiabatickému pohybu. Ačkoliv δr je malé ve srovnání s r_0 v každém bodě, velikost δR může být podstatnou částí rovnovážného poloměru.

8 Seznam použité literatury

- Abia, C., Boffin, H.M.J., Isern, J., Rebolo, R., 1991, *A&A*, 245, L1
Abia, C., Boffin, H.M.J., Isern, J., Rebolo, R., 1993, *A&A*, 272, 455
Abia, C., Isern, J., 1997, *MNRAS*, 289, L11
Abia, C., Isern, J., 2000, *ApJ*, 536, 438
Abia, C., Pavlenko, Y., de Laverny, P., 1999, *A&A*, 351, 273
ADS, The NASA Astrophysics Data System, <http://adswww.harvard.edu>
AFOEV, 2003, <http://cdsweb.u-strasbg.fr/afoev/english.htx>
Alksnis, A., Balklavs, A., Dzervitis, U., Eglitis, I., 1998, *A&A*, 338, 209
Alvarez, R., Jorissen, A., Plez, B., Gillet, D., Fokin, A., Dedecker, M., 2001, *A&A*, 379, 305
Alvarez, R., Lancon, A., Plez, B., Wood, P.R., 2000, *A&A*, 353, 322
Andersen, A.C., Höfner, S., Gautschy-Loidl, R., 2003, *A&A*, 400, 981
Aoki, W., Tsuji, T., Ohnaka, K., 1998, *A&A*, 333, L19
Aoki, W., Tsuji, T., Ohnaka, K., 1999, *A&A*, 350, 945
Arndt, T.U., Fleischer, A.J., Sedlmayr, E., 1997, *A&A*, 327, 614
Bachiller, R., Fuente, A., Bujarrabal, V., Colomer, F., Loup, C., Omont, A., De Jong, T., 1997, *A&A*, 319, 235
Barnbaum, C., Kastner, J. H., Morris, M., Likkell, L., 1991, *A&A*, 251, 79
Barnbaum, C. 1994, *ApJS*, 90, 317
Barnbaum, C., 1992a, *AJ*, 104, 1585
Barnbaum, C., 1992b, *ApJ*, 385, 694
Barnbaum, C., Kastner, J.H., Zuckerman, B., 1991, *AJ*, 102, 1
Barnbaum, V., 1994, *ApJS*, 90, 317
Beach, T.E., Willson, L.A., Bowen, G.H., 1988, *ApJ*, 329, 241
Belczynski, K., Mikolajewska, J., Munari, U., Ivison, R.J., Friedjung, M., 2000, *A&AS*, 146, 407
Bergeat, J., Knapik, A., Rutily, B., 1998, *A&A*, 332, L53
Bergeat, J., Knapik, A., Rutily, B., 2001, *A&A*, 369, 178
Bergeat, J., Knapik, A., Rutily, B., 2002b, *A&A* 390, 987
Bergeat, J., Knapik, A., Rutily, B., 2002a, *A&A*, 390, 967
Bergeat, J., Lefevre, J., Kandel, R., Lunel, M., 1976a, *A&A*, 52, 245
Bergeat, J., Lunel, M., Sibille, F., Lefevre, J., 1976b, *A&A*, 52, 263
Bergeat, J., Sibai, A.M., 1983, *A&A*, 119, 207
Bergeat, J., Sibille, F., Lunel, M., 1978, *A&A*, 64, 423
Bergeat, J., Sibille, F., Lunel, M., Lefevre, J., 1976c, *A&A*, 52, 227
Bergman, P., Kerschbaum, F., Olofsson, H., 2000, *A&A*, 353, 257
Berlioz-Arthaud, P., 2003, *A&A*, 397, 943
Bertout, C., Magnan, C., 1987, *A&A*, 183, 319
Biegging, J.H., 2001, *ApJ*, 549, L125
Biegging, J.H., Rieke, M.J., Rieke, G.H., 2002, *A&A*, 384, 965
Biegging, J.H., Shaked, S., Gensheimer, P.D., 2000, *ApJ*, 543, 897
Blanco, A., Borghesi, A., Fonti, S., Orofino, V., 1998, *A&A*, 330, 505
Blanco, A., Borghesi, A., Fonti, S., Orofino, V., 2000, *A&A*, 357, 515
Boesgaard, A. M., 1970, *ApJ*, 161, 1003
Boffin, H.M.J., Abia, C., 1990, *Msngr*, 62, 56
Boffin, H.M.J., Abia, C., Rebolo, R., 1993, *A&AS*, 102, 361
Bowen, G.H., 1988, *ApJ*, 329, 299

- Bowers, R.L., Deeming, T., 1984, *Astrophysics I*, Stars Jones and Bartlett Publishers, ISBN 0-86720-018-9
- Busso, M., Origlia, L., Marengo, M., Persi, P., Ferrari-Toniolo, M., Silvestro, G., Corcione, L., Tapia, M., Bohigas, J., 1996, *A&A*, 311, 253
- Cameron, A. G. W., Fowler, W. A., 1971, *ApJ*, 164, 111
- Cannon, A.J., Pickering, E. Ch., 1918, *The Henry Draper Catalogue*, Cambridge, Mass., The Observatory
- Claussen, M.J., Kleinmann, S.G., Joyce, R.R., Jura, M., 1987, *ApJS*, 65, 385
- Clayton, G.C., 1996, *PASP*, 108, 225
- Cohen, M., Hitchon, K., 1996, *AJ*, 111, 962
- Deutsch, A. J., Merrill, P. W., 1959, *ApJ*, 130, 570
- Dominy, J. F., 1985, *PASP*, 97, 1104
- Dušek, J., 1995, *Spektroskopické a fotometrické studium hvězdy Y Canum Venaticorum*, diplomová práce, Masarykova univerzita
- Dušek, J., 2002, disertační práce, KTFA PřF MU Brno
- Dušek, J., Mikulášek, Z., Papoušek, J., 2003, *CoSka*, 33, 119
- Eggleton, P. P., 1990, in „From Miras to Planetary Nebulae“ Which path for stellar evolution?, ed. Mennessier, Omont, p.513
- Egglitis, I., Eglite, M., 1995, *Ap&SS*, 229, 63
- Fabricius, C., Makarov, V.V., 2000, *A&AS*, 144, 45
- Faraggiana, R., Gerbaldi, M., Molaro, P., Forestini, M., 1991, *MmSAI*, 62, 189
- Feast, M., Whitelock, P. A., 1987, *Late Stages of Stellar Evolution*, eds. Kwok, Pottasch, Dordrecht, Reidel Publ. Comp., p. 33
- Feast, M. W., Glass, I.S., Whitelock, P.A., Catchpole, R.M., 1989 *MNRAS*, 241, 375
- Feast, M., 1989, in „The Use of Pulsating Stars in Fundamental Problems of Astronomy“, ed. E. G. Schmidt, Cambridge University Press, p. 205
- Feast, M., 1999, *Asymptotic Giant Branch Stars*, IAU Symposium 191, Edited by T. Le Bertre, A. Lebre, and C. Waelkens. ISBN: 1-886733-90-2, p. 109
- Feast, M., 2001, in *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*, Nature Publishing Group, p. 1748
- Feast, M., 2003, osobní sdělení
- Ferlet, R., Gillet, D., 1984, *A&A*, 133, L1
- Feuchtinger, M. U., Dorfi, E. A., Hofner, S., 1993, *A&A*, 273, 513
- Fleischer, A.J., Gauger, A., Sedlmayr, E., 1992, *A&A*, 266, 321
- Fleischer, A.J., Gauger, A., Sedlmayr, E., 1995, *A&A*, 297, 543
- Fox, M.W., Wood, P.R., 1985, *ApJ*, 297, 455
- Fox, M.W., Wood, P.R., Dopita, M.A., 1984, *ApJ*, 286, 337
- Gál, J., Szatmary, K., 1995, *Ap&SS*, 225, 101
- Gautschy, A., Saio, H., 1996, *ARA&A*, 34, 551
- Gillet, D., 1988a, *A&A*, 190, 200
- Gillet, D., 1988b, *A&A*, 192, 206
- Gillet, D., Ferlet, R., Maurice, E., Bouchet, P., 1985a, *A&A*, 150, 89
- Gillet, D., Lafon, J.-P.J., 1983, *A&A*, 128, 53
- Gillet, D., Maurice, E., Baade, D., 1983, *A&A*, 128, 384
- Gillet, D., Maurice, E., Bouchet, P., Ferlet, R., 1985b, *A&A*, 148, 155
- Gorbatskii, V. G., 1961, *SvA*, 5, 192
- Gratton, R.G., Pilachowski, C.A., Sneden, C., 1984, *A&A*, 132, 11
- Groenewegen, M.A.T., 1995, *A&A*, 293, 463

- Groenewegen, M.A.T., Baas, F., Blommaert, J.A.D.L., Stehle, R., Josselin, E., Tilanus, R.P.J., 1999, *A&AS*, 140, 197
- Groenewegen, M.A.T., Sevenster, M., Spoon, H.W.W., Pérez, I., 2002a, *A&A*, 390, 511
- Groenewegen, M.A.T., Sevenster, M., Spoon, H.W.W., Pérez, I., 2002b, *A&A*, 390, 501
- Groenewegen, M.A.T., Van Den Hoek, L.B., de Jong, T., 1995, *A&A*, 293, 381
- Groenewegen, M.A.T., Whitelock, P.A., 1996, *MNRAS*, 281, 1347
- Groenewegen, M. A. T., Whitelock, P. A., Smith, C. H., Kerschbaum, F., 1998, *MNRAS*, 293, 18
- Habing, H.J., 1996, *The Astron. And Astrophys. Rev.*, 7, 97
- Haniff, C. A., Scholz, M., Tuthill, P. G., 1995, *MNRAS*, 276, 640
- Harmanec, P., 2002, *Astrofyzika I*, skripta MFF UK, p.36
- Harmanec, P., 2003, *osobní sdělení*
- Hearnshaw J., B., 1986, *The analysis of starlight*, Cambridge University Press, 85
- Herwig F., 1998, Ph.D.Thesis, University of Kiel
- Hill, S.J., Willson, L.A., 1979, *ApJ*, 229, 1029
- Hipparcos, 2003, <http://archive.ast.cam.ac.uk/hipp/hipparcos.html>
- Hiriart, D., Kwan, J., 2000, *ApJ*, 532, 1006
- Hoffleit, D., 1997, *AAVSO*, 25, 115
- Hoffmeister, C., Richter, G., Wenzel, W., 1984, *Veränderliche Sterne*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York
- Höfner, S., Dorfi, E. A., 1997, *A&A*, 319, 648
- Hony, S., Waters, L.B.F.M., Tielens, A.G.G.M., 2002, *A&A*, 390, 533
- Hubeny, I., Lanz, T., Jeffery, C. S., 1995, *SYNSPEC – A User’s Guide*
- Chan, S.J., 1993, *PASP*, 105, 1107
- Chan, S.J., Kwok, S., 1988, *ApJ*, 334, 362
- Chan, S.J., Kwok, S., 1990, *A&A*, 237, 354
- Cholopov, P. N., Samus’, N. N., Frolov, M. S., Goranskij, V. P., Gorynya, N. A., Kireeva, N. N., Kukarkina, N. P., Kurochkin, N. E., Medvedeva, G. I., Perova, N. B., 1996, *General Catalog of Variable Stars*, 4th Ed. (GCVS4), *VizieR On-line Data Catalog: II/139B*. Originally published in: Moscow: Nauka Publishing House (1985-1988)
- Cholopov, P. N., Samus, N. N., Frolov, M. S., Goranskij, V. P., Gorynya, N. A., Karitskaya, E. A., Kazarovets, E. V., Kireeva, N. N., Kukarkina, N. P., Kurochkin, N. E., Medvedeva, G. I., Pastukhova, E. N., Perova, N. B., Rastorguev, A. S., Shugarov, S. Yu., 2000, *Combined General Catalogue of Variable Stars (Kholopov+ 1998)*, *VizieR On-line Data Catalog: II/214A*
- Iben, I., Jr., 1991, *Asymptotic Giant Branch Stars: Thermal Pulses, Carbon Production, and Dredge Up; Neutron Sources and S-Process Nucleosynthesis*, *Proceedings of the 145th Symposium of the International Astronomical Union*
- Iben, Jr.I., 1975, *ApJ*, 196, 525
- Iben, Jr.I., 1977, *ApJ*, 217, 788
- Iben, Jr.I., 1995, *Physics Reports*, 250,1
- Iben, Jr.I., Turan, J.W., 1978, *ApJ*, 220, 980
- Iverson, R.J., Bode, M.F., Meaburn, J., 1994, *A&AS*, 103, 201
- Jaschek, C., Jaschek, M., 1990, *The Classification of stars*, Cambridge University Press
- Joy, A. H., 1926, *ApJ*, 63, 281
- Kahane, C., Maizels, C., Jura, M., 1988, *ApJ*, 328, L25
- Keenan, P. C., 1993, *PASP*, 105, 905
- Kerschbaum, F., Lebzelter, T., Lazaro, C., 2001, *A&A*, 375, 527
- Kharchenko, A., Kilpio, E., Malkov, O., Schilbach, E., 2002, *A&A*, 384, 925

- Kholopov, P.A., Samus, A.A., Frolov, M.S., et al. General Catalogue of Variable Stars, 4 th Edition, vol. I - III, 1985 - 1988 (Moscow: Nauka Publishing House)
- Kipper, T., Wallerstein, G., 1990, PASP, 102, 574
- Kipper, T., Jorgensen, U.G., Klochkova, V.G., Panchuk, V.E., 1996, A&A, 306, 489
- Kiss, L.L., Szatmary, K., 2002, A&A, 390, 585
- Kiss, L.L., Szatmary, K., Cadmus, R.R. Jr, Mattei, J.A., 1999, A&A, 346, 542
- Knapik, A., Bergeat, J., 1997, A&A, 321, 236
- Knapik, A., Bergeat, J., Rubily, B., 1998, A&A, 334, 545
- Knapik, A., Bergeat, J., Rutily, B., 1999, A&A, 344, 263
- Knapp, G., Pourbaix, D., Jorissen, A., 2001, A&A, 371, 222
- Knapp, G.R., Crosas, M., Young, K., Ivezić, Z., 2000, ApJ, 534, 324
- Knapp, G.R., Morris, M., 1985, ApJ, 292, 640
- Knapp, G.R., Young, K., Lee, E., Jorissen, A., 1998, ApJS, 117, 209
- Knapp, G. R., Dobrovolsky, S. I., Ivezić, Z., Young, K., Crosas, M., Mattei, J. A., Rupen, M. P., 1999, A&A, 351, 97
- Kwok, S., Volk, K., Bidelman, W.P., 1997, ApJS, 112, 557
- Lancon, A., Mouhcine, M., 2002, A&A, 393, 167
- Lazaro, C., Hammersley, P.L., Clegg, R.E.S., Lynas-Gray, A.E., Mountain, C.M., Zadrozny, A., Selby, M.J., 1994, MNRAS, 269, 365
- Le Bertre, T., 1997, A&A, 324, 1059
- Le Bertre, T., Matsuura, M., Winters, J.M., Murakami, H., Yamamura, I., Freund, M., Tanaka, M., 2001, A&A, 376, 997
- Lin, D. N. C., Bodenheimer, P., Richardson, D. C., 1996, Nature 392, 57
- Lloyd Evans, T., 1997, MNRAS, 286, 839
- Lodders, K., Fegley, B. Jr, 1997, ApJ, 484, L71
- Ludendorff, H., 1928, in Handbuch der Astrophysik (Verlag Von J.Springer, Berlin), Vol. 6, Chap. 2, p. 49
- Luttermoser, D. G., Bowen, G. H., 1990, in „Cool stars, stellar systems, and the sun“, Proceedings of the 6th Cambridge Workshop, Seattle, WA, Sept. 18-21, 1989, Astronomical Society of the Pacific, 1990, p. 491
- Luttermoser, D. G., Bowen, G. H., 1992, in „Cool stars, stellar systems, and the sun“, Proceedings of the 7th Cambridge Workshop, ASP Conference Series, vol. 26, p. 558
- Magnan, C., de Laverny, P., 1997, MNRAS, 286, 92
- Marengo, M., Busso, M., Silvestro, G., Persi, P., Lagage, P.O., 1999, A&A, 348, 501
- Matsuura, M., Zijlstra, A.A., van Loon J. Th., et al., 2002, ApJ, 580, L133
- Mennessier, M.O., Boughaleb, H., Mattei, J.A., 1997, A&AS, 124, 143
- Mennessier, M.O., Mowlavi, N., Alvarez, R., Luri, X., 2001, A&A, 374, 968
- Mikulášek, Z., 2001, Úvod do fyziky hvězd a hvězdných soustav, skripta kurzu, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Katedra teoretické fyziky a astrofyziky
- Mikulášek, Z., 2003, osobní sdělení
- Mikulášek, Z., Žižňovský, J., Zverko, J., Polosukhina, N. S., 2003, CoSka, 33, 29
- Molster, F. J., Yamamura, I., Waters, L. B. F., Nyman, L.-L., Käufel, H.-U., de Jong, T., Loup, C., 2001, A&A, 366, 923
- Morris, M., 1981, ApJ, 249, 572
- Mürset, U., Schmid, H.M., 1999, A&A, SS, 137, 473
- Neri, R., Kahane, C., Lucas, R., Bujarrabal, V., Loup, C., 1998, A&AS, 130, 1
- Ohnaka, K., Tsuji, T., 1996, A&A, 310, 933
- Olofsson, H., Eriksson, K., Gustafsson, B., Carlstrom, U., 1993, ApJS, 87, 267

- Olofsson, H., 1999, The AGB-star Phenomenon: Setting the Stage, Asymptotic Giant Branch Stars, T. Le Bertre, A. Lebre, C. Waelens, eds., I.A.U. Symposium 191
- Olofsson, H., Lindqvist, M., Nyman, L.-A., Winnberg, A., 1998, A&A, 329, 1059
- Percy, J.R., Au, W.W.-Y., 1999, PASP, 111, 98
- Percy, J.R., Bagby, D.H., 1999, PASP, 111, 203
- Plez, B., 1992, A&AS, 94, 527
- Pourbaix, D., Platais, I., Detournay, S., Jorissen, A., Knapp, G., Makarov, V.V., 2003, A&A, 399, 1167
- Reid, M.J., Goldston, J.E., 2002, ApJ, 568, 931
- Richichi A., Percheron J. 2002, A&A 386, 492
- Richter, He., Wood, P.R., 2001 A&A, 369, 1027
- Richter, He., Wood, P.R., Woitke, P., Bolick, U., Sedlmayr, E. 2003, A&A, 400, 319
- Rudnitskij, G. M., 2000, in „The Impact of Large-Scale Surveys on Pulsating Star Research“, ASP Conference Series, Vol. 203; also IAU Colloquium 176. Edited by L. Szabados and D. Kurtz. ISBN: 1-58381-030-7, p.384
- Sackmann, I. J., Smith, R. L., Despain, K. H., 1974, ApJ, 187, 555
- Sackmann, I. J., 1980, ApJ, 241, L37
- Samus, N. N., Durlevich O. V., The Combined Table of General Catalogue of Variable Stars volume I-III, 4th ed. (GCVS4) (Kholopov et al 1988) and Namelists of Variable Stars Nos. 67-75 (Cholopov et al., 1985-2000)
- Sarre, P. J., Hurst, M.E., Lloyd Evans, T., 2000, MNRAS, 319, 103
- Scalo, J. M., Ulrich, R. K., 1973, ApJ, 183, 151
- Schoeier, F. L., Olofsson, H., 2000, A&A, 359, 586
- Schoeier, F. L., Olofsson, H., 2001, A&A, 368, 969
- Schwarzschild, M., 1975, ApJ, 195, 137
- Schwarzschild, M., Härm, R., 1965, ApJ, 142, 855
- SIMBAD, databáze, <http://simbad.u-strasbg.fr/sim-fid.pl>
- Sloan, G. C., Little-Marenin, I.R., Price, S.D., 1998, AJ, 115, 809
- Soker, N., 1997, ApJS, 112, 487
- Soker, N., Harpaz, A., 2000, MNRAS, 317, 861
- Speck, A. K., Barlow, M.J., Skinner, C.J., 1997, MNRAS, 288, 431
- Spruit, H. C., 1998, A&A, 333, 603
- Stellingwerf, R. F., 1978, ApJ, 224, 953
- Stephenson, C. B., 1989, A general catalogue of cool carbon stars, ESO
- Struck-Marcell, C., 1988, ApJ, 330, 986
- Suh, K.-W., 1997, MNRAS, 289, 559
- Suh, K.-W., 2000, MNRAS, 315, 740
- Sutton, E., 1997, PASP, 109, 1085
- Tanaka, W., Hasbimoto, O., Nakada, Y., Onaka, T., Tanabé, T., Okada, T., Yamashitr, Y., 1990, PNAOJ, 1, 259
- Tanaka, W., Hasbimoto, O., Tanabé, T., Yamamura, I., Okada, T., Yamashitr, Y., 1992, PNAOJ, 2, 431
- Tanaka, W., Okada, T., Hashimoto, O., Yamamura, I., Tanabe, T. DufLOT, M., Figon, P., Meysonnier, N., 1996, PNAOJ, 4, 135
- Thompson, R.R., Creech-Eakman, M.J., van Belle, G.T., 2002, ApJ, 577, 447
- Travaglio, C., Randich, S., Galli, D., Lattanzio, J., Elliott, L.M., Forestini, M., Ferrini, F., 2001, ApJ, 559, 909
- Tuchman, Y., 1999, Asymptotic Giant Branch Stars, IAU Symposium 191, Edited by T. Le Bertre, A. Lebre, and C. Waelens. ISBN: 1-886733-90-2, p. 123

- Tuthill, P.G., Haniff, C.A., Baldwin, J.E., 1999, MNRAS, 306, 353
- van Belle, G. T., Dyck, H. M., Benson, J. A., Lacasse, M. G., 1996, AJ, 112, 2147
- van Belle, G.T., Dyck, H.M., Thompson, R.R., Benson, J.A., Kannappan, S.J., 1997, AJ, 114, 2150
- van Belle, G.T., Thompson, R.R., Creech-Eakman, M.J., 2002, AJ, 124, 1706
- Vandenbusseche, B., Beintema, D., de Graauw, T., et al., 2002, A&A, 390, 1033
- Vanýsek, V., 1980, Základy astronomie a astrofyziky, Academia, Praha
- Vardya, M.S., 1988, A&AS, 73, 181
- Wachter, A., Schröder, K.P., Winters, J.M., Arndt, T.U., Sedlmayr, 2002, A&A, 384, 452
- Wallerstein, G., Knapp, G. R., 1998, ARA&A, 36, 369
- Wannier, P.G., Sahai, R., Andersson, B.-G., Johnson, H.R., 1990, ApJ, 358, 251
- Weidemann, V., Koester, D., 1983, A&A, 121, 77
- Weidemann, V., Schönberner, D., 1990, in „From Miras to Planetary Nebulae: Which Path for Stellar Evolution“, p. 3
- Weigert, A., 1966, Z. Astrophys., 64, 395
- Whitelock, P. A., 1999, NewAR, 43, 437
- Whitelock, P., Feast, M., 2000, MNRAS, 319, 759
- Whitelock, P., Marang, F., Feast, M., 2000, MNRAS, 319, 728
- Whitelock, P.A., Feast, M.W., Marang, F., Overbeek, M.D., 1997, MNRAS, 288, 512
- Willems, F.J., 1988, A&A, 203, 51
- Willems, F.J., de Jong, T., 1986, ApJ, 309, L39
- Willems, F.J., de Jong, T., 1988, Astr. Ap., 196, 173
- Willson, L.A., 1976, ApJ, 205, 172
- Willson, L.A., Hill, S.J., 1979, ApJ, 228, 854
- Wilson, R. E., 1953, General Catalogue of Stellar Radial Velocities, Carnegie Inst. Washington D.C. Publ.601, 1953
- Winters, J.M., Fleischer, A.J., Gauger, A., Sedlmayr, E., 1994, A&A, 290, 623
- Winters, J.M., Fleischer, A.J., Gauger, A., Sedlmayr, E., 1995, A&A, 302, 483
- Winters, J. M., Le Bertre, T., Jeong, K. S., Helling, Ch., Sedlmayr, E., 2000, A&A, 361, 641
- Woitke, P., Goeres, A., Sedlmayr, E., 1996a, A&A, 313, 217
- Woitke, P., Krüger, D., Sedlmayr, E., 1996b, A&A, 311, 927
- Woitke, P., Sedlmayr, E., 1999, A&A, 347, 617
- Wood, P. R., 1979, ApJ, 227, 220
- Wood, P. R., Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D., Axelrod, T. S., Becker, A. C., Bennett, D. P., Cook, K. H., Drake, A. J., Freeman, K. C., a dalších 13 spoluautorů, 1999, Asymptotic Giant Branch Stars, IAU Symposium 191, Edited by T. Le Bertre, A. Lebre, and C. Waelkens. ISBN: 1-886733-90-2, p. 151
- Woodsworth, A.W., 1995, ApJ, 444, 396
- Yamashita, Y., Nariai, K., Norimoto, Y., 1978, An atlas of representative stellar spectra, New York, Wiley
- Yuasa, M., Unno, W., Magono, S., 1999, PASJ, 51, 197
- Zahn, J.-P., 1977, A&A, 57, 383
- Zhevakin, S. A., 1963, ARA&A, 1, 367
- Zuckerman, B., Dyck, H.M., 1989, A&A, 209, 119