

**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

# **Disertační práce**

**BRNO 2015**

**JIŘÍ LIŠKA**



**MASARYKOVA UNIVERZITA**  
**PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**  
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY

---



# Změny period dvojhvězd

Disertační práce

**Jiří Liška**

Školitel: doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.      Brno 2015

# Bibliografický záznam

<b>Autor:</b>	Mgr. Jiří Liška Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
<b>Název práce:</b>	Změny period dvojhvězd
<b>Studijní program:</b>	PřF D-FY4 Fyzika (čtyřleté)
<b>Studijní obor:</b>	PřF TEFY Teoretická fyzika a astrofyzika
<b>Školitel:</b>	doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
<b>Akademický rok:</b>	2015/2016
<b>Počet stran:</b>	14 + 215
<b>Klíčová slova:</b>	hvězda, dvojhvězda; RR Lyr; fotometrie; perioda; zákryt

# Bibliographic Entry

**Author:** Mgr. Jiří Liška  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

**Title of Thesis:** Changes of orbital periods in binary systems

**Degree Programme:** PřF D-FY4 Physics (4-years)

**Field of Study:** PřF TEFY Theoretical Physics and Astrophysics

**Supervisor:** doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.  
Faculty of Science, Masaryk University  
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

**Academic Year:** 2015/2016

**Number of Pages:** 14 + 215

**Keywords:** star; binary star; RR Lyr; fotometrie; period; eclipse



# Abstrakt

V této disertační práci se převážně věnuji změnám period dvojhvězd a vícenásobných hvězdných systémů. Změny period u osamocených hvězd sloužily k prokázání jejich dvojhvězdnosti. Jsou zde prezentovány různé způsoby klasifikace dvojhvězd a důvody změn period. Z největšího katalogu proměnných hvězd (VSX) byla vytvořena statistika známých proměnných hvězd. Analýza VSX odhalila několik stovek duplicitních výskytů z celkového počtu 325 000 hvězd.

Pro výzkum byly vybrány dvě desítky proměnných hvězd (dvojhvězdy, vícenásobné systémy, dvojhvězdní kandidáti). Pro některé z nich byla získána nová fotometrická měření. Pro analýzu dat byly vytvořeny nástroje založené převážně na nelineární metodě nejmenších čtverců.

U zákrytového systému AV CMi byl odhalen apsidální pohyb s periodou 196(86) yr. Z měření radiálních rychlostí (RV) byl určen poměr hmotností hlavních složek  $q = 0,67$ .

Byly potvrzeny poklesy jasnosti odpovídající tranzitům očekávaného 3. tělesa. Nepodařilo se však určit jeho mateřskou hvězdu. Alternativní hypotézu blendu dvojice zákrytových systémů se nepodařilo potvrdit ani astrometrickým testem, ani skvrnkovou interferometrií.

Analýza CL Aur potvrdila publikované parametry na základě změn způsobených efektem rozdílné dráhy světla (LiTE). U zákrytové dvojhvězdy V2294 Cyg bylo nalezeno třetí těleso s orbitální periodou 8 yr. Nalezené parametry vylučují publikované hodnoty určené na základě dat z dalekohledu Kepler.

Gravitační vazba vizuálního páru dvou zákrytových systémů BV Dra a BW Dra byla potvrzena. Byla zjištěna souvislost celkových hmotností obou párů a jejich orbitálních period (poměr 6:5 pro BV vůči BW). U obou systémů byly zaznamenány tvarově podobné antiparalelní změny v  $O-C$  diagramu lišící se amplitudou.

Pro trojhvězdu  $\phi$  Dra s primární CP složkou byly určeny orbitální elementy vnitřního spektroskopického páru z RV. U vnějšího vizuálního páru s nejistou periodou (přibližně 300 yr) byla předložena fakta podporující přítomnost jejich gravitační vazby. Na základě známých vlastností byly stanoveny některé fyzikální parametry všech tří hvězd (hmotnost, spektrální typ).

U pulzujících hvězd typu RR Lyrae byla studována dvojhvězdnost, která je předpokládána jen u několika z nich – vytvořený seznam *RRLyrBinCan* obsahuje jen 61 kandidátů (25. 9. 2015). Nová analýza LiTE u TU UMa, nejpravděpodobnějšího dvojhvězdného kandidáta, umožnila zpřesnit orbitální parametry dvojhvězdy. Byly testovány i variace RV, které přibližně odpovídají našemu modelu. Užité postupy byly aplikovány na další nově nalezené nebo z literatury převzaté kandidáty. Hlavním výsledkem je určení orbitálních parametrů navržených dvojhvězd. Nová analýza historických měření také zpochybnila zaznamenané zákryty u čtyř RR Lyrae hvězd.

# Abstract

This thesis is focused on period changes of binaries and multiple stellar systems. Period changes of individual stars served as proof of their binarity. Several ways in which binary stars can be classified and the reasons for period changes are presented. Statistical analysis was performed on known variable stars based on the largest catalogue of variable stars (VSX). The analysis of the VSX revealed several hundreds of duplicate occurrences among 325 000 stars.

Two dozen variable stars were selected for this research project (binaries, multiple systems, binary candidates). New photometric measurements were obtained for the selected objects and new tools for data analysis were created based on the non-linear least-squares method.

Apsidal motion with a 196(86)yr period was discovered in the eclipsing binary system AV CMi. Radial velocity (RV) measurements helped to determine the mass ratio of the main components  $q = 0,67$ . Decreases in brightness that correspond with transits of an expected third body were confirmed. However, the host star was not determined. An alternative hypothesis of a blend of double eclipsing systems was not confirmed by either astrometric testing or speckle interferometry.

The analysis of CL Aur confirmed published parameters based on changes caused by the Light Time Effect (LiTE). A third body was found in the eclipsing system V2294 Cyg with an orbital period of 8 yr. The determined parameters exclude published values based on measurements from the Kepler Space Telescope.

The gravitational bond of the visual pair of two eclipsing systems, BV Dra and BW Dra, was confirmed. A connection between the total masses of both systems and their orbital periods (ratio 6:5 for BV versus BW) was discovered. Similar shapes of antiparallel changes which differ in amplitude were detected for both systems in  $O-C$  diagrams.

Orbital elements were determined from the RV of the inner spectroscopic pair of the triple system  $\varphi$  Dra (with the primary CP component). Analysis of the given data proved the existence of a gravitational bond of the outer visual binary pair with an uncertain orbital period (around 300 yr). Several physical parameters (masses, spectral types) for all three stars were established.

Binarity among pulsating RR Lyrae stars was studied. It is expected in only some cases – the created list, *RRLyrBinCan*, contains only 61 candidates (25<sup>th</sup> September 2015). The new analysis of LiTE in TU UMa, the best candidate, allowed us to determine more accurate orbital parameters for the binary system. Variations in RV roughly correspond to our model. The same procedures were applied to both newly found candidates or others taken from the literature. The main result is the orbital parameters determination of proposed binary systems. Observed eclipses of four RR Lyrae stars were found to be questionable by the new analysis of historical data.

# Poděkování

Na tomto místě bych chtěl především poděkovat svému školiteli doc. RNDr. Miloslavu Zejdovi, Ph.D. za jeho odborné vedení během celého mého doktorského studia, za jeho pomoc při řešení mnoha zdánlivě neřešitelných úkolů, za zprostředkování nových pozorovacích a jiných astronomických zkušeností a za mnoho dalšího. Za odborné rady a výborný lidský přístup děkuji prof. Mikuláškovi, prof. Krtičkovi a dr. Janíkovi.

Dále bych rád poděkoval svým současným i minulým kolegům za skvělé pracovní prostředí, za jejich vstřícnost, četná rozptýlení a za cenné vědecké i životní rady. Děkuji ti Marku, Marku, Lenko, Lenko, Terko, Terko, Terko, Gabo, Petře, Milane, Honzo, Honzo, Tome, Lucko, Jirko, Ari, Miro,... Za odhodlání, najít všechny chyby v textu této práce, děkuji Macešce.

Obzvláště chci poděkovat Markovi Skarkovi, který mě uvedl do vědeckého světa, za dvouleté neskutečně publikačně plodné období. Za mnohé diskuze, za realizaci mnoha nápadů. Děkuji také Reinholdovi, Zdeňkovi a Aničce – díky SERMONE!

Thank you Stephan and Elchrisna for everything, especially for control of my texts.

Speciální poděkování patří mé ženě Zuzaně, která mě podporovala během studia, sdílela myšlenky, oponovala mé teorii a inspirovala mě, ale především tolerovala mé pracovní a pozorovací odhodlání. Samozřejmě moc děkuji svým rodičům, sourozencům a celé mé báječně rodině, bez které by tato práce nemohla vzniknout.

Velmi děkuji osobám, kteří pořídili pro tuto práci pozorování, jmenovitě prof. I. Ilievovi, dr. D. Mkrtichianovi, dr. V. G. Orlovi, Mgr. M. Drózdžovi, pozorovatelům ze Sekce proměnných hvězd a exoplanet a dalším.

Mé poděkování patří i následujícím institucím a lidem s nimi spojeným – Observatoři Masarykovy univerzity, Hvězdárně a planetáriu Brno, Hvězdárně Vyškov, South African Astronomical Observatory (JAR), observatoři v Chile s Dánským dalekohledem (La Silla), Mt. Suhora Astronomical Observatory (Polsko), Fakultě strojního inženýrství VUT, Ústřední knihovně PřF MU.

Tento výzkum byl proveden na základě využití mnoha databází a nástrojů, jmenovitě VSX, Vizier, SAO/NASA ADS, CDS, Simbad, WDS, CERIT, *O-C* brána, GEOS RR Lyrae databáze. A také databází pozorovacích projektů: ASAS, NSVS, CRTS, Hipparcos, Kepler, SuperWASP, DASCH, OMC, WISE. Byl podpořen projektem specifického výzkumu a dalších projektů uvedených v seznamu na konci publikace.

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji disertační práci vypracoval samostatně s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 19. října 2015

.....  
Jiří Liška



# Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Kapitola 1. Dvojhvězdy a proměnné hvězdy</b> .....	<b>1</b>
1.1 Dvojhvězdy a vícenásobné systémy .....	1
1.1.1 Klasifikace dle detekovaných jevů .....	2
1.1.2 Klasifikace dle detekčních metod .....	4
1.1.3 Fyzikální klasifikace (dle Kopala) .....	5
1.1.4 Klasifikace dle tvaru světelných křivek .....	5
1.2 Změny period dvojhvězd (hvězd) .....	8
1.2.1 Přehled tvarů <i>O–C</i> diagramů .....	9
1.3 Nejvýznamnější výsledky dalekohledu Kepler .....	14
1.4 Proměnné hvězdy .....	16
1.4.1 Generální katalog proměnných hvězd – GCVS .....	16
1.4.2 Mezinárodní seznam proměnných hvězd – VSX .....	17
1.4.3 Duplikáty ve VSX .....	23
1.4.4 CzeV, SvkV a RafV katalogy .....	30
<b>Kapitola 2. Pozorování</b> .....	<b>31</b>
2.1 Pozorovací metody .....	31
2.1.1 Fotoelektrická fotometrie .....	31
2.1.2 CCD fotometrie .....	33
2.1.3 Skvrnková interferometrie .....	34
2.1.4 Astrometrie .....	35
2.1.5 Astrometrická měření – odhalení blendu .....	36
2.1.6 Spektroskopie .....	37
2.2 Přehled pozorování .....	38
2.2.1 Fotometrická pozorování vybraných cílů .....	38
2.2.2 Spektroskopická pozorování objektu AV CMi .....	40
2.2.3 Transmisní spektroskopie – měření propustnosti fotometrických filtrů .....	41
2.2.4 Skvrnková interferometrie AV CMi .....	42
2.2.5 Astrometrie AV CMi – analýza přítomnosti blendu .....	43
2.2.6 Astrometrie TW Dra – test přítomnosti blendu .....	43
<b>Kapitola 3. Použité matematické metody a jejich aplikace</b> .....	<b>44</b>

3.1	Určení okamžiků extrémů	44
3.1.1	Přehled metod určení okamžiku minima	45
3.1.2	Přehled metod určení okamžiku maxima	47
3.1.3	Metoda Hertzsprungova, Kweeova–van Woerdenova	48
3.2	Metoda nejmenších čtverců (LSM)	48
3.2.1	Lineární metoda nejmenších čtverců (LLSM)	49
3.2.2	Nelineární metoda nejmenších čtverců (NLSM)	50
3.2.3	Aplikace NLSM – harmonický polynom	51
3.2.4	Aplikace NLSM – fenomenologický model světelné křivky zákrytu dvojhvězdy	54
3.2.5	Aplikace NLSM – fenomenologický model světelné křivky zákrytové dvojhvězdy	55
3.2.6	Aplikace NLSM – efekt rozdílné dráhy světla (LiTE)	57
3.2.7	Aplikace NLSM – křivky radiálních rychlostí dvojhvězdy	61
3.2.8	Aplikace NLSM – popis spektrálních čar Gaussovou funkcí	64
3.3	Statistické metody	64
3.3.1	Metoda Bootstrap-resampling	64
3.4	Vliv expoziční doby na tvar světelné křivky	65
3.4.1	Analýza problému	65
3.4.2	Praktické řešení	68
<b>Kapitola 4. Analýza zákrytové dvojhvězdy AV CMi</b>		<b>69</b>
4.1	Úvod	69
4.2	Hlavní zákrytový pár AV CMi	69
4.3	Třetí těleso v systému AV CMi	71
4.4	Určení mateřské hvězdy a jiná možná vysvětlení	72
4.5	Pozorování AV CMi	73
4.5.1	Fotometrie	73
4.5.2	Spektroskopie	75
4.5.3	Astrometrie	76
4.5.4	Skvrnková interferometrie	77
4.6	Analýza systému AV CMi	77
4.6.1	Analýza <i>O–C</i> diagramu	77
4.6.2	Analýza variací v radiálních rychlostech	78
4.7	Diskuze a shrnutí	80
<b>Kapitola 5. Vybrané zákrytové dvojhvězdy se změnami period</b>		<b>81</b>
5.1	CL Aur – systém s LiTE a přenosem hmoty	81
5.1.1	Úvod	81
5.1.2	Analýza LiTE u CL Aur	82
5.1.3	Diskuze a shrnutí	83
5.2	V2294 Cyg – systém s LiTE	84

5.2.1 Úvod	84
5.2.2 Předběžná analýza LiTE u V2294 Cyg	85
5.2.3 Nová analýza LiTE u V2294 Cyg	87
5.2.4 Diskuze a shrnutí	89
5.3 BV Dra a BW Dra – vizuální pár zákrytových dvojhvězd s antiparalelními $O-C$ změnami	91
5.3.1 Úvod	91
5.3.2 Analýza $O-C$ diagramů BV Dra a BW Dra	91
5.3.3 Astrometrická měření BV Dra a BW Dra	93
5.3.4 Diskuze a shrnutí	94
<b>Kapitola 6. Analýza vícenásobného systému <math>\varphi</math> Draconis</b>	<b>96</b>
6.1 Úvod	96
6.2 Vnitřní spektroskopický systém $\varphi$ Dra Aab	98
6.2.1 Dostupná měření radiálních rychlostí	98
6.2.2 Analýza radiálních rychlostí	99
6.3 Vnější vizuální systém $\varphi$ Dra AB	103
6.3.1 Analýza dostupných měření	103
6.3.2 Dvojhvězdný systém $\varphi$ Dra AB – důkazy pro gravitační vázanost systému	105
6.3.3 Dvojhvězdný systém $\varphi$ Dra AB – testování gravitačně nevázaného systému	106
6.4 Optická dvojhvězda $\varphi$ Dra ABC	107
6.5 Analýza celého systému	109
6.5.1 Hmotnosti složek	109
6.5.2 Jasnosti složek a jejich spektrální třídy	110
6.5.3 HR diagram	112
6.6 Diskuze a shrnutí	113
<b>Kapitola 7. Dvojhvězdy s pulzující komponentou typu RR Lyrae</b>	<b>115</b>
7.1 Úvod	116
7.2 Přehled dvojhvězdných systémů mezi RR Lyrae hvězdami	117
7.2.1 Zákrytové systémy	117
7.2.2 Systémy s LiTE	120
7.2.3 Spektroskopické dvojhvězdy	125
7.2.4 Vizuální dvojhvězdy	126
7.2.5 Další typy dvojhvězd	127
7.2.6 Statistika kandidátů – seznam <i>RRLyrBinCan</i>	128
7.3 Změny period RR Lyrae hvězd v $O-C$ diagramech	130
7.3.1 Vývojové efekty	130
7.3.2 Blažkův jev	131
7.3.3 Nepravidelné a jiné změny	132



7.3.4	Efekt rozdílné dráhy světla (LiTE)	132
7.4	Nová analýza efektu rozdílné dráhy světla u TU UMa	133
7.4.1	Pozorovací historie hvězdy TU UMa	133
7.4.2	Zdroje použitých dat	134
7.4.3	Modelování LiTE	136
7.4.4	LiTE u TU UMa a analýza $O-C$ diagramu	139
7.4.5	Další důkazy dvojhvězdnosti hvězdy TU UMa	141
7.4.6	Diskuze a shrnutí	145
7.5	Cyklické variace v $O-C$ diagramech RR Lyrae hvězd galaktického pole jako výsledek LiTE	146
7.5.1	Zdroje dat a výběr studovaných cílů	146
7.5.2	Výsledky analýzy vybraných hvězd	147
7.5.3	Diskuze	163
7.5.4	Shrnutí	166
7.6	Analýza vybraných zákrytových systémů mezi RR Lyrae hvězdami	166
7.6.1	VX Her	167
7.6.2	RW Arietis	169
7.6.3	V80 UMi	174
7.6.4	RZ Cet	177
7.6.5	Diskuze a shrnutí	178
	<b>Závěr</b>	<b>179</b>
	<b>Seznam publikací</b>	<b>182</b>
	<b>Kapitola A. Přílohy</b>	<b>185</b>
	<b>Přehled použitých zkratk</b>	<b>194</b>
	<b>Přehled použitých konstant</b>	<b>197</b>

# Úvod

Hvězdy jsou jedním ze základních objektů pozorovaného vesmíru. Když pomíneme vliv naší nejbližší hvězdy Slunce, který je zásadní pro život na Zemi, hvězdy ovlivňují lidstvo po celou dobu jeho existence, mimo jiné i z vědeckého hlediska. Studium hvězdného záření, chemického složení, hvězdné stavby i dynamiky, výrazně pomohlo při vývoji nejen fyziky, ale i matematiky, chemie a technologického pokroku obecně.

Ukazuje se, že ze změn v měřitelných charakteristikách hvězd lze zjistit mnohem více informací o povaze objektů než v případě neměnnosti. Obzvláště důležité jsou při tomto druhu výzkumu děje, které jsou periodické, protože umožňují opakovaně ověřovat původní závěry a zpřesňovat naměřené údaje prostřednictvím lepší měřicí techniky. Proto je zcela zásadní studovat hvězdy, které jsou proměnné, a zvláště pak proměnné periodicky.

Velká část hvězd se nachází ve dvojhvězdách či vícenásobných hvězdných soustavách. Tyto systémy jsou pro astrofyziku významné, protože umožňují určit s velkou přesností základní fyzikální charakteristiky samotných hvězd. Periodicita je zde spojena s oběhem hvězd kolem společného středu hmotnosti. Ani oběžné periody však nejsou konstantní a mění se z mnoha odlišných příčin.

Tato práce byla zaměřena na studium změn orbitálních (zákrytových) period u dvojhvězd a vícenásobných soustav, kterému je věnována velká část textu. Postupy vyvinuté k analýze těchto změn u dvojhvězd však lze s výhodou využít i k rozboru změn period samotných hvězd (periody rotační, pulzační), jak bylo ukázáno u pulzujících hvězd typu RR Lyrae. U těchto proměnných hvězd byla na základě cyklických variací v pulzačních periodách hledána podvojnost.

Hlavní motivací bylo získat celkové povědomí o způsobech změn period hvězd a dvojhvězd a vytvořit nástroje pro výzkum alespoň některých astrofyzikálních problémů spojených se změnami period, které byly následně použity u několika vybraných objektů. Mezi dvěma desítkami hlavních objektů se u několika z nich podařilo objevit dvojhvězdnost, u některých trojhvězdnost, a zpřesnit nebo nově určit orbitální a další fyzikální parametry systémů. Některé z prezentovaných výsledků naopak vylučují dříve navržené scénáře.

Celou práci lze rozdělit na několik tematicky odlišných částí. V úvodní pasáži (Část 1) jsou uvedeny a rozebrány různé možnosti klasifikace dvojhvězd (Část 1.1). Dále jsou vyjmenovány hlavní způsoby změn period u dvojhvězd, případně u samostatných hvězd na základě  $O-C$  diagramů (Část 1.2). V této práci byly studovány proměnné hvězdy, proto jim je v úvodní části vyhrazen prostor (Část 1.4).

Stručné představení použitých pozorovacích metod (Část 2.1) a souhrn pozorování vy-

konaných v rámci této práce (Část 2.2) jsou obsaženy v části o praktických pozorováních (Část 2). Část 3 popisuje použité matematické metody, které byly využity, případně připraveny k analýze hvězdných, dvojhvězdných či vícenásobných hvězdných systémů.

V Části 4.1 věnované objektu AV CMi je provedena analýza této zákrytové dvojhvězdy, která byla studována z důvodu potvrzení či vyvrácení hypotézy přítomnosti málo hmotného třetího tělesa na neobvyklé dráze mezi oběma složkami.

Část 5 je také věnována zákrytovým dvojhvězdám a obsahuje rozbor systémů CL Aur, V2294 Cyg a BV Dra spolu s BW Dra. Uvedené systémy pravděpodobně vykazují efekt rozdílné dráhy světla (LiTE) a měly by obsahovat třetí těleso. V případě vizuálního dvojhvězdného páru BV Dra a BW Dra je situace zřejmě složitější.

Vícenásobný hvězdný systém  $\phi$  Dra, detailně analyzovaný v Části 6, je hierarchickou trojhvězdou. Tento systém byl studován kvůli nejjasnější složce, která je CP hvězdou. Cílem bylo zjistit, jaké jsou orbitální a fyzikální parametry tohoto systému a jak moc přítomnost dalších složek ovlivňuje měřené proměnné charakteristiky hlavní CP hvězdy.

Podle mého názoru nejvýznamnější část práce se zabývá RR Lyrae hvězdami ve dvojhvězdách a jejich výrazně nižší četností ve srovnání s běžnými dvojhvězdami (Část 7). Bylo zamýšleno získat přehled o všech možných kandidátech na dvojhvězdy s RR Lyrae složkou a zamyslet se nad současnými možnostmi jejich detekce a nad problémy jednotlivých detekčních metod. Bylo v plánu se následně pokusit vybraným způsobem (zaznamenáním přítomnosti LiTE) odhalit případně ověřit dvojhvězdnou povahu některých systémů a u určit u nich některé orbitální a fyzikální charakteristiky.

Tato práce je doplněna o seznam použitých zkratk a konstant a také o seznam mých publikací. Součástí jsou přílohy uvedené na konci textu a nebo dostupné on-line na webové adrese: <http://physics.muni.cz/~liska/dissertation.html>.

# Kapitola 1

## Dvojhvězdy a proměnné hvězdy

V celé práci a obzvláště v této kapitole budu vycházet z některých publikací, které byly základní literaturou po dobu mého studia astrofyziky a dnes na mnoha místech této práce nelze jednoznačně odlišit, které informace jsem čerpal z jakého zdroje. Sem patří odborné knihy a skripta, jmenovitě *Základy astronomie a astrofyziky* (Vanýsek, 1980), *Pozorování proměnných hvězd I* (Zejda et al., 1994), *Proměnné hvězdy* (Mikulášek, 2002), *Základy fyziky hvězd* (Mikulášek & Krtička, 2005), *An introduction to modern astrophysics* (Caroll & Ostlie, 2007), *Fyzika horkých hvězd I* (Mikulášek, 2011), *Úvod do studia proměnných hvězd* (Mikulášek & Zejda, 2013) a *Dvojhvězdy* (Harmanec & Mayer, 2003 – 2015). Uvedené publikace rozšiřují pro čtenáře text této práce, doplňují historický kontext a v mnoha případech detailně vysvětlují použité pojmy, na jejichž důkladné vysvětlení a matematicko-fyzikální podklad zde není dostatečný prostor.

Dvojhvězdy a různé způsoby jejich klasifikace jsou popsány v úvodní části této kapitoly (Část 1.1). V Části 1.2 je proveden rozbor změn period dvojhvězd založených na tvaru  $O-C$  diagramu. Nejzajímavější výsledky týkající se dvojhvězd, které vyplývají z projektu Kepler, jsou prezentovány v Části 1.3. Vzhledem k tomu, že v této práci jsou studovány objekty, které jsou proměnnými hvězdami (zákrytové dvojhvězdy, pulzující hvězdy typu RR Lyrae a jedna CP hvězda), je této velké skupině hvězd věnována Část 1.4. Kromě statistického pohledu na současný stav proměnných hvězd na základě největšího katalogu proměnných hvězd VSX (Část 1.4.2) byla u tohoto katalogu provedena analýza za účelem nalezení duplicitních výskytů (Část 1.4.3).

### 1.1 Dvojhvězdy a vícenásobné systémy

Dvojhvězda je dvojice hvězd, které se nacházejí v blízké absolutní nebo úhlové vzdálenosti. Mezi dvojhvězdy jsou řazeny nejrůznější páry hvězd, které se mohou lišit v mnoha ohledech (rozměry hvězd, hmotnosti, vzájemná vzdálenost, způsob vzniku atd.). První skupinou jsou gravitačně vázané dvojice (fyzické dvojhvězdy), které obíhají kolem společného hmotného středu. Druhá skupina obsahuje páry vzájemně gravitačně nevázané<sup>1</sup>. Tyto nezávislé páry se mohou v prostoru jen jednorázově míjet při náhodném setkání díky vlastním pohybům v galaxii. V případech tzv. optických dvojhvězd se obě hvězdy nacházejí

<sup>1</sup>Každý pár objektů s nenulovou hmotností na sebe gravitačně působí. Zde bereme v úvahu pevnou a dlouhodobou gravitační vazbu, která zpravidla není rušena dalším blízkým gravitačně výrazným objektem.

pouze v blízké úhlové a ne absolutní vzdálenosti (jejich reálná vzdálenost přesahuje limit pro pevnou gravitační vazbu) a jejich souvislost je jen zdánlivá z pohledu pozorovatele. Obě zmíněné základní skupiny dvojhvězd nemají snadno obecně definovatelné hranice, protože zde významnou roli hraje gravitační působení okolních objektů a tedy hustota hvězd v jejich okolí. Stejná dvojice poměrně odlehlých hvězd by na okraji galaxie tvořila vázanou dvojhvězdu, ale poblíž jádra galaxie nebo např. v kulové hvězdokupě by už netvořila pevnou (stabilní) vazbu. Často užívaný pojem je tzv. stabilita dvojhvězdného systému (podobně např. stabilita planetárního systému), neboli jak dlouho dvojhvězda dokáže setrvat v podobě dvojhvězdy a po jakém čase se rozpadne na dvě nezávislé hvězdy.

Stabilitu dvojhvězdy ovlivňuje nejen hustota hvězd v širším okolí, ale zvláště nejbližší hvězdy. Hvězdné systémy mohou tvořit páry hvězd, ale i vícenásobná seskupení (trojhvězdy, čtyřhvězdy, atd.). Z dynamických simulací je známo, že pro stabilitu systému je důležité, aby systém byl tzv. hierarchický (základní strukturou je dvojhvězda). V případě trojhvězdy bude struktura stabilního systému tvořena relativně blízkým párem a třetí vzdálenou složkou. Jejich uspořádání lze přehledně zapsat pomocí závorek jako  $(1+1)+1$ . V hierarchickém čtyřhvězdném systému jsou dvě možnosti uspořádání, dle závorkového zápisu  $((1+1)+1)+1$  nebo  $(1+1)+(1+1)$  (Mikulášek & Krtička, 2005).

Jedním z nejvýznamnějších parametrů popisujících dvojhvězdný, případně vícenásobný systém je orbitální perioda. Minimální a maximální hodnota orbitální periody dvojhvězd se liší o několik řádů. Teoretická dolní mez pro periody byla odhadnuta na 0,0009 sekund (Harmanec & Mayer, 2003–2015) pro systém tvořený dvěma neutronovými hvězdami, které se povrchem dotýkají (hmotnosti  $M_1 = M_2 = 1,4 M_\odot$ , poloměry  $R_1 = R_2 = 10$  km, vzájemná vzdálenost  $a = 20$  km). S nejkratšími dnes známými periodami (pod 15 minut) se setkáváme u systémů s degenerovanými složkami. Pravděpodobně nejkratší periodu (5,4 minuty) má v současnosti dvojhvězda HM Cnc (= RX J0806.3+1527), která je tvořena dvěma interaktivními bílými trpaslíky (Israel et al., 2002; Esposito et al., 2014). Nejdelší periody dvojhvězd mají řádově desítky tisíc let (např. u vizuální dvojhvězdy BV Dra a BW Dra byla perioda odhadnuta na 22 000 yr, Batten & Lu, 1986, více v Části 5.3). Je nutné si uvědomit, že takovéto dlouhé periody byly určeny na základě měření (zde nejčastěji astrometrických) vykonaných v průběhu několika desetiletí, maximálně století, a nepokrývají úsek delší než 1% z celého oběhu. Extrapolace, která zde byla využita, může přinést značně zkreslené výsledky. U mnoha systémů s obdobně dlouhými periodami se nemusí vůbec jednat o vázaný oběh a hvězdy mohou tvořit pouze optickou dvojhvězdu.

### 1.1.1 Klasifikace dle detekovaných jevů

Klasifikací dvojhvězd existuje celá řada. Pomineme klasická dělení dvojhvězd a podíváme se na jejich klasifikaci trochu jinak. Nejdříve rozdělíme dvojhvězdy dle jevů, které lze jejich sledováním detekovat. U některých hvězd však mohou příznaky dále uvedených jevů po čase vymizet (např. zákrytová dvojhvězda se stane nezákrytovou v důsledku změny geometrie). Pokud už dříve byl tento jev nesporně pozorován, hvězda zůstane i nadále v této skupině zahrnuta.

Mezi nejvýznamnější jevy patří:

**Zákryty** – obě hvězdy se v průběhu oběhu kolem společného hmotného středu navzájem zakrývají (z pohledu pozorovatele). Tyto zákryty lze přímo zobrazit díky současným nejvyspělejším pozorovacím technikám (např. interferometrická měření dvojhvězdy Algol pomocí interferometru CHARA, [Baron et al., 2012](#)). Lze zaznamenat změny jasnosti (poklesy jasnosti ve srovnání s jasností systému mimo zákryty – tyto systémy jsou nazývané zákrytové dvojhvězdy), nebo zaznamenat změny hloubek a deformace spektrálních čar (Rossiterův–McLaughlinův jev, [Holt, 1893](#); [Rossiter, 1924](#); [McLaughlin, 1924](#)). Samotné zákrytové dvojhvězdy pak ještě dělíme podle tvaru světelné křivky (viz Část 1.1.4)

**Změny pozic hvězd na obloze** – druhá složka ovlivňuje vlastní pohyb první složky. Je možné pozorovat jen vlnitý pohyb zářivě dominantní složky – tzv. astrometrické dvojhvězdy (popsáno u hvězdy Sírius, [Bessel, 1844](#)) – nebo vlnité pohyby obou hvězd, pokud jsme schopni dvojhvězdu rozlišit na dva objekty (vizuální dvojhvězda). V případě zanedbatelného vlastního pohybu systému obíhají obě hvězdy v elipsách kolem společného hmotného středu.

**Změny radiálních rychlostí (RV)** – obě složky se navzájem gravitačně nutí měnit své radiální rychlosti (radial velocity – RV) vůči pozorovateli (neplatí v případě, kdy se na oběžnou rovinu systému díváme přesně kolmo). Dvojhvězdnou povahu lze odhalit proměřováním RV z dopplerovských posunů spektrálních čar (Dopplerův jev – [Doppler, 1842](#); [Fizeau, 1848, 1870](#)). Posuvy se projevují dvojitými čarami – poprvé pozorováno u  $\zeta$  UMa ([Pickering, 1890](#)),  $\alpha$  Vir ([Vogel, 1890](#)). Vysoce přesná fotometrická měření umožnila detekovat změnu RV, a tedy i Dopplerův jev, přímo ve změnách barvy hvězd ([Maxted et al., 2000](#); [van Kerkwijk et al., 2010](#))<sup>2</sup>, tak jak navrhol samotný [Doppler \(1842\)](#), který se tím však snažil vysvětlit rozdílné barvy hvězd způsobené odlišnou povrchovou teplotou.

**Deformace hvězdy** – přítomnost druhé komponenty (zvláště velice blízké, hmotné složky) ovlivňuje tvar hvězdy. Slapové deformace vytvarují hvězdu do podoby elipsoidu či kapky. Hvězda má na rozdíl od osamocené hvězdy (téměř kulové) značně deformovaný tvar, díky tomu vyřazuje do různých směrů jiné množství energie. Takovéto deformace lze přímo zobrazit (opět interferometricky u Algolu) nebo detekovat ve změnách jasnosti. Změny jasnosti mimo zákryty, tzv. efekty přiblížení (proximity effects) lze detekovat i u nezákrytových systémů (elipsoidální proměnné).

**Časové změny tvaru hvězdy** – přítomnost druhé složky může s časem modulovat tvar první hvězdy. Tyto změny lze fotometricky detekovat u excentrických dvojhvězd s dynamickým slapovým působením, tzv. hvězdy „se srdečním rytmem“ (heart-beat stars, [Thompson et al., 2012](#)), u kterých dochází během přiblížení k indukovaní pulzací. Pulzace podobné RR Lyrae hvězdám byly detekovány u jedné složky dvojhvězdy (typ Binary Evolution Pulsators – BEP, [Pietrzyński et al., 2012](#), více v Části 7). Dalším příkladem jsou cyklické změny délky oběžné periody způsobené změnami tvaru hvězd magnetickým polem, tzv. Applegateův mechanismus ([Applegate, 1992](#)).

<sup>2</sup>Tento jev, známý také jako „relativistické“ nebo „dopplerovské zesílení“ (Relativistic beaming, Doppler beaming, Doppler boosting), byl pozorován už dříve u galaxií nebo kvasarů (rudý posuv).

**Časové změny periodických signálů** – dvě složky se při vzájemném oběhu dostávají na menší či větší vzdálenost vzhledem k pozorovateli (pokud se nejedná o systém s rovinou přesně kolmou na směr pozorování). V důsledku šíření světla konečnou rychlostí (speciální teorie relativity, [Einstein, 1905](#)) dochází k periodickému předbílání nebo zpoždění signálu, který od obou složek přichází. V případě, že zářivě dominantní hvězda nějakým způsobem generuje proměnný periodický signál (pulzace, rotace skvrn na povrchu, rádiové pulzy), lze zaznamenat časové odchylky a odhalit přítomnost druhého tělesa. Jedná se o tzv. efekt rozdílné dráhy světla (Light Time Effect – LiTE), poprvé měřený a popsáný u zákrytů měsíce Io planetou Jupiter ([Rømer, 1676](#)). U zákrytových dvojhvězd a u systému Algol zmínil LiTE [Chandler \(1888\)](#), následnou matematickou analýzu provedl [Woltjer \(1922\)](#) na systému RZ Cas.

### 1.1.2 Klasifikace dle detekčních metod

Dvojhvězdy lze rozdělit do skupin dle metody, která umožňuje identifikaci jejich dvojhvězdnosti a také následné studium dalších projevů. Dvojhvězdy často patří do několika těchto skupin, zároveň záleží převážně na počtu pozorovacích metod, které byly ke studiu dané dvojhvězdy využity, kvalitě a délce pozorování, případně časovém rozlišení těchto pozorování. Členství ve skupině by obdobně jako v předcházející klasifikaci mohlo po čase zaniknout (např. zákrytová dvojhvězda, která se stane nezákrytovou nemusí být fotometricky zjištělná jako proměnný objekt), ale hvězda zůstane nadále v této skupině zahrnutá. Na stejných zásadách stojí klasifikace exoplanet.

Rozlišujeme tyto skupiny dvojhvězd:

**Přímo zobrazené** – dvojhvězdu lze úhlově rozlišit pomocí dalekohledu nebo interferometru na dvě oddělené hvězdy (vizuální dvojhvězda). Obě mohou být s výhodou analyzované zvlášť (např. měření jasností, spektroskopie, vlastní pohyby). V případě, že se nepotvrdí gravitační vazba obou hvězd, se tato zdánlivá dvojhvězda nazývá optickou dvojhvězdu.

**Astrometrické** – dvojhvězda se projevuje jen vlnitým vlastním pohybem zářivější složky.

**Spektroskopické** – ve spektru lze detekovat spektrální čáry obou složek dvojhvězdy a vzájemné variace v pozicích čar (typ SB2). Změny se dějí v antifázi a jeden cyklus trvá oběžnou periodou. Pomocí matematických metod lze rozlišit spektra od obou hvězd (kros-korelace, rozplétání, rozšiřovací funkce). Mezi spektroskopické dvojhvězdy se řadí také dvojhvězdy, u kterých pozorujeme jen spektrální čáry od jedné zářivě dominantní složky (typ SB1). Dvojhvězdnost je odhalena periodickými změnami pozic čar (RV) jasnější složky.

**Fotometrické** – na dvojhvězdu lze usuzovat z tvaru změn jasností. Dvojhvězdy se nazývají např. zákrytové proměnné hvězdy (změny jasnosti jsou způsobeny vzájemnými zákryty) nebo elipsoidálně proměnné (jasnost ovlivňují slapové deformace tvaru těsných dvojhvězd a s tím spojené nehomogenní povrchové vyzařování). Speciální skupinou jsou dvojhvězdy objevené mikročočkováním, kdy se dva od sebe značně vzdá-



lené (gravitačně nezávislé) objekty spolu s pozorovatelem seřadí do jedné přímky. Bližší objekt způsobí zjasnění vzdáleného objektu (efekt gravitační čočky). Z tvaru zjasnění lze odhalit binaritu objektu. Může jít o dvojhvězdu nebo o systém hvězda + planeta. Některé hvězdy můžeme zařadit mezi dvojhvězdy dle typického charakteru světelných změn, např. velké rychlé zjasnění a pozvolný pokles u nov či rychlé polopravidelné změny (flickering) u kataklyzmických objektů. U těchto skupin je známo, že vždy tvoří dvojhvězdný systém.

**Dle *O–C* diagramu** – analýzou dlouhodobých změn periody vybraného periodického signálu hvězdy (např. změny jasnosti v důsledku rotace nebo pulzace hvězdy) lze odhalit dvojhvězdný charakter objektu prostřednictvím LiTE.

### 1.1.3 Fyzikální klasifikace (dle Kopala)

Tvar složek ve dvojhvězdě je ovlivněn vzájemným gravitačním a slapovým působením. Studium ekvipotenciálních ploch mezi oběma hvězdami byla zjištěna různorodost tvaru hvězd (Kuiper, 1941). Významná ekvipotenciální plocha, procházející Lagrangeovým bodem  $L_1$ , se nazývá Rocheova plocha. Prostor uvnitř této plochy je tzv. Rocheův lalok. Kopala (1955) ukázal, že dvojhvězdy je možné rozdělit podle míry vyplnění Rocheova laloku do tří skupin (viz Obr. 1.1, vlevo). Zavedl tak následující klasifikaci dvojhvězd (převzato a upraveno z práce Mikulášek & Zejda, 2013).

**Oddělené systémy (*detached*)** – žádná ze složek dvojhvězdy nevyplňuje zcela svůj Rocheův lalok.

**Polodotykové systémy (*semi-detached*)** – právě jedna složka dvojhvězdy vyplňuje svůj Rocheův lalok.

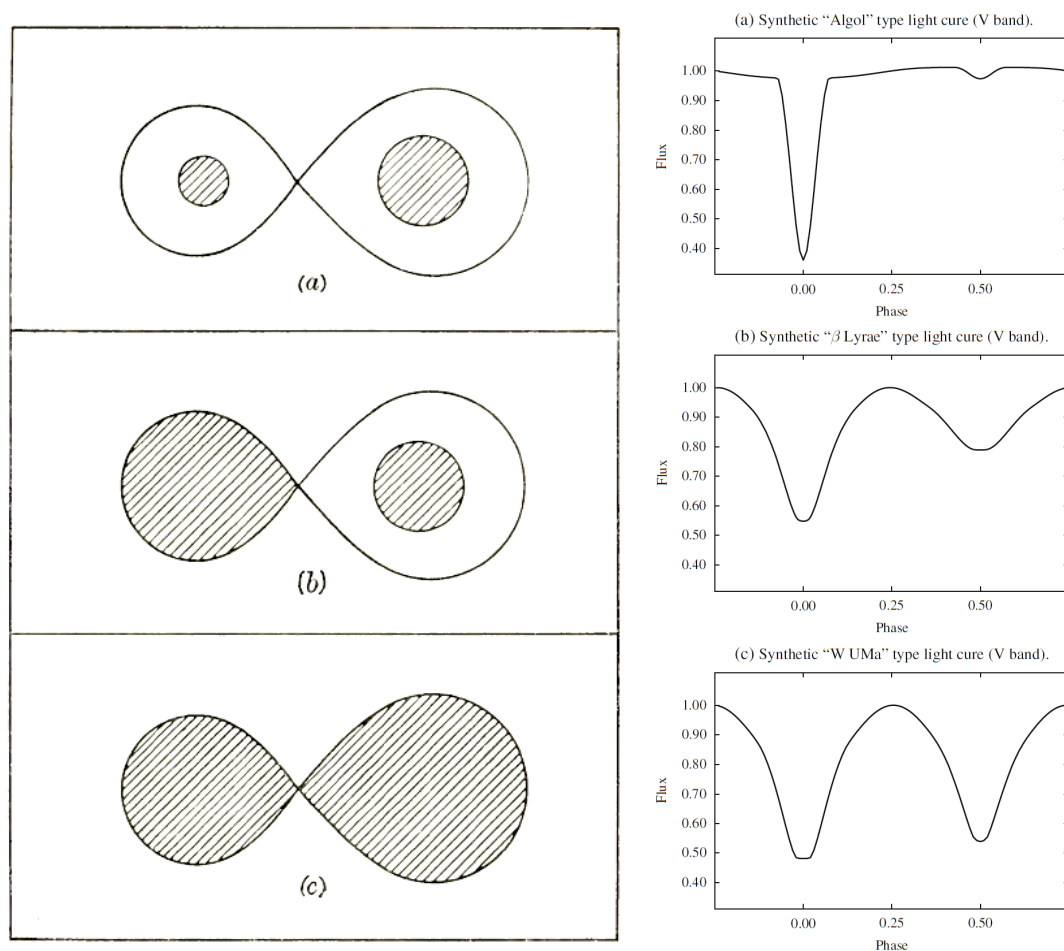
**Kontaktní nebo dotykové systémy (*contact*)** – obě složky dvojhvězdy vyplňují své Rocheovy laloky.

Složky kontaktních systémů spíše přesahují své laloky, proto se dnes častěji používá označení *overcontact* („přesahující“). Později byla zavedena skupina *double contact* (systémy „s dvojným kontaktem“), ve které obě složky přesně vyplňují Rocheův lalok, ale vzájemně se nedotýkají ani v bodě  $L_1$  (Wilson, 1979). Alespoň jedna z těchto hvězd rotuje s vyšší rychlostí, než je rychlost synchronní rotace. Můžeme se také setkat s málo početnou skupinou *near contact* („téměř kontaktních“) dvojhvězd (např. Shaw, 1990, 1994). Některé přehlídkové projekty používají tuto fyzikální klasifikaci, lze se proto setkat se zkratkami ED – eclipsing detached, SD – eclipsing semi-detached, EC – eclipsing contact (ASAS, Pojmanski, 2002), D – detached, SD – semi-detached, OC – overcontact (Kepler, Prša et al., 2011).

### 1.1.4 Klasifikace dle tvaru světelných křivek

Tuto klasifikaci lze nazvat také jako popisnou. Jedná se o poměrně jednoduchý způsob třídění dvojhvězd založený na vizuálních zkušenostech se vzhledem světelných (fázových) křivek v optickém oboru. Pomineme-li nezářivé systémy (příklad na Obr. 1.2),





Obrázek 1.1: Schéma základních typů dvojhvězd dle vyplnění Rocheova laloku (vlevo) – (a) oddělené, (b) polodotykové, (c) kontaktní, převzato z práce [Kopal \(1959\)](#). Typy dvojhvězd na základě tvaru světelné křivky (vpravo), převzato z práce [Kallrath & Milone \(2009\)](#).

hlavními hodnotícími prvky jsou hloubky zákrytů/minim a tvary změn jasnosti mimo zákryty (viz Obr. 1.1, vpravo). Ačkoliv je tato klasifikace stále často využívána, jak dokumentuje zastoupení dvojhvězd ve VSX (Obr. 1.13), má v mnoha případech malou vypovídající hodnotu o fyzikální povaze systému.

Popis systémů byl převzat a upraven z práce [Mikulášek & Zejda \(2013\)](#).

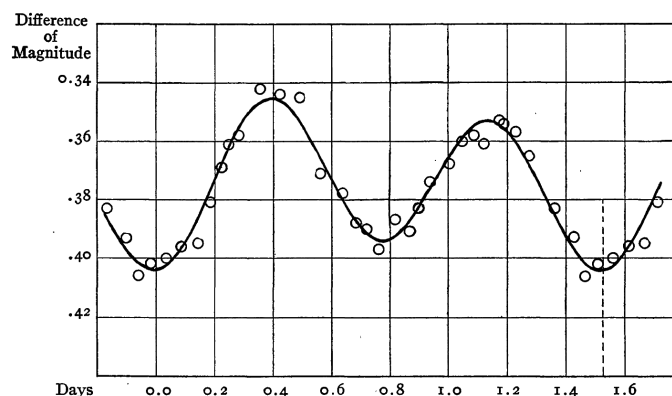
**Typ Algol (EA)** – nebo též typ  $\beta$  Persei, systémy se nazývají algolidy. Primární i sekundární minima jsou poměrně úzká, mimo ně se jasnost téměř nemění. Algolidy se dělí na dva typy. U typu I jsou primární i sekundární minima podobně hluboká, obvykle se jedná o oddělený systém se složkami víceméně kulového tvaru. Typ II vykazuje výrazně rozdílné hloubky minim (v optickém oboru), primární jsou hluboká, sekundární naopak mělká. Pozorované změny způsobuje polodotykový systém v pokročilém vývojovém stadiu. Primární složka je téměř kulová a mnohem jasnější než sekundární složka, která má kapkovitý tvar a vyplňuje Rocheův lalok.

**Typ  $\beta$  Lyrae (EB)** – kromě výrazných minim s odlišnými hloubkami lze ve světelné křivce pozorovat změny jasnosti mimo zákryty. To naznačuje těsnou soustavu složenou ze dvou značně slapově deformovaných složek, která navíc vykazuje výrazné efekty odrazu či reflexe (irradiation, reflection effects). Mezi složkami dochází k výměně materiálu, světelné změny tak ovlivňují i přítomné plynné proudy a disky. Periody jsou zpravidla delší než 1 d. Tyto systémy jsou tvořeny hvězdami spektrálních typů B až A a jsou poměrně vzácné.

**Typ W UMa (EW)** – světelné změny jsou plynulé bez jasně odlišitelných začátků a konců zákrytů. Primární i sekundární minima jsou podobně hluboká. Amplitudy změn menší než 0,8 mag a periody oběhu kratší než 1 d. Jsou to tedy krátkoperiodické systémy složené ze značně deformovaných složek, které se téměř dotýkají. U systémů tvořených hvězdami spektrálních tříd F až G a pozdějších mají složky zřejmě společnou atmosféru.

**Typ rotující elipsoidálně proměnné (ELL)** – světelné změny jsou plynulé. Křivky mohou být podobné typu EW, ale mají nižší amplitudy (maximálně 0,1 mag) a periody mohou být mnohem delší. Změny jsou způsobené rotací složek s asymetrickými tvary v těsném dvojhvězdném systému. Jedná se o nezakrytové dvojhvězdy, např. b Per<sup>3</sup> (Obr. 1.2).

Nejnovější vysoce přesná měření velkého počtu dvojhvězd (např. dalekohledem Kepler) ukázala, že tvary zákrytových dvojhvězd nelze takto snadno rozdělit do tří skupin. Tvary světelných křivek totiž tvoří spojitě rozdělení, neexistuje žádná ostrá hranice mezi těmito nebo obdobně definovanými skupinami. Daleko vhodnější je kritérium založené na vyplnění Rocheových laloků obou komponent. Například kolektiv astronomů, který analyzoval data z dalekohledu Kepler (Prša et al., 2011), k určení parametru vyplnění (Fillout factor) využil výpočtu fyzikálních modelů světelných křivek (program PHOEBE 2.0).



Obrázek 1.2: Příklad světelných změn u dvojhvězdy typu rotující elipsoidálně proměnné (ELL) pro systém b Per (perioda 1,527 d). Obrázek byl převzat z práce Stebbins (1923).

<sup>3</sup>V případě b Per byly dodatečně detekovány zákryty mezi těsnou dvojhvězdou a třetí složkou s orbitální periodou přibližně 700 d (např. Collins, 2013), proto 1. 4. 2013 došlo ve VSX k upřesnění typu na EA+ELL.

## 1.2 Změny period dvojhvězd (hvězd)

Oběžná (orbitální) perioda dvojhvězdy je jedním z nejdůležitějších parametrů popisujících dvojhvězdný systém. Z dlouhodobého hlediska není perioda konstantní (na škále stovky – milióny let, záleží mimo jiné na délce periody), ke změně dochází z vývojových důvodů. I na krátké časové škále (srovnatelné s délkou lidského života) lze zaznamenat u mnoha, převážně těsných systémů, změny v délce periody, způsobené nejrůznějšími mechanismy.

Jeden z častých způsobů detekce změn periody (sestrojení  $O-C$  diagramu) bude vysvětlen na příkladu světelné křivky zákrytové dvojhvězdy. Ve světelných změnách se vyberou charakteristické útvary, které se opakují s oběžnou periodou. Obvykle to jsou poklesy jasnosti způsobené zákryty. Následně se zvolí významné okamžiky těchto změn (nejčastěji extrémy), pomocí kterých se budou změny periody zjišťovat. V tomto případě se jedná o časy, kdy nastala minima jasnosti (přesněji středy minim nebo též středy zákrytů). Posléze se vybere nejvhodnější metoda, která umožní určit, kdy daný sledovaný okamžik změn nastal. Stejně se bude postupovat v případě, že je zamýšleno sledovat změny period tranzitů exoplanet, period pulzací pulzujících proměnných hvězd ( $\delta$  Sct, RR Lyrae, cefeid, mirid) nebo rotačních period hvězd (chemicky pekulárních hvězd, pulzarů). V tomto případě bude zvolen jiný nejvýznamnější úsek světelných změn – okamžik středu tranzitu, okamžik maxima a podobně.

Co nejpřesněji určené časy minim (extrémů) se použijí ke konstrukci tzv.  $O-C$  diagramu, který zobrazuje rozdíl mezi pozorovaným ( $O$  – Observed) a předpovězeným, neboli vypočteným ( $C$  – Calculated), okamžikem v závislosti na čase. Místo času se na osu  $x$  často vynáší tzv. epocha  $N$  (v literatuře značená též jako  $E$ ), která je celým číslem udávajícím počet cyklů (opakování) od zvoleného základního okamžiku  $M_0$ , tzv. nulté epochy. Ke konstrukci  $O-C$  diagramu je potřeba odhadnout hodnotu periody  $P$  a zvolit okamžik  $M_0$  (např. první změřený čas minima), od kterého se bude předpověď počítat. V nejjednodušším případě budeme předpokládat, že se perioda s časem nemění ( $P(t) = P$ ). Výpočet předpokládaného okamžiku  $T_{\text{Cal}}$  se provede rovnicí

$$T_{\text{Cal}} = M_0 + PN, \quad (1.1)$$

kde epochu  $N$  lze určit z pozorovaného okamžiku  $T_{\text{Obs}}$

$$N = \text{round} \left( \frac{T_{\text{Obs}} - M_0}{P} \right), \quad (1.2)$$

kde funkce „round“ zaokrouhluje hodnotu na celé číslo. Údaj  $O-C$  pro danou epochu je pak roven rozdílu pozorovaného a vypočteného času

$$O-C(N) = T_{\text{Obs}} - T_{\text{Cal}}. \quad (1.3)$$

Závislost  $O-C$  se v literatuře často používá v obecnějším významu, a to pro zobrazení rezidua – rozdílu mezi libovolnou pozorovanou závislostí a k ní vypočteným modelem, např. u světelných křivek nebo křivek RV. V dnešní době se prosazují jiná značení, např.  $ETV$  (Eclipse Timing Variations – časové variace v zákrytech) nebo v případě tranzitujících exoplanet  $TTV$  (Transit Timing Variations – časové variace v tranzitech).

### 1.2.1 Přehled tvarů $O-C$ diagramů

Na základě tvarů  $O-C$  diagramů lze odhalit řadu efektů, které ovlivňují dvojhvězdný systém. V literatuře (Zejda et al., 1994; Mikulášek & Zejda, 2013; Harmanec & Mayer, 2003–2015) se nejčastěji uvádí a vysvětluje několik základních efektů, které způsobují změny periody (lineární zkracování a prodlužování periody v důsledku přenosu nebo ztráty hmoty, apsidální pohyb, efekt rozdílné dráhy světla, Applegateův mechanismus). Nejsou zde však zahrnuty nejnovější efekty, které byly popsány na základě přehlídkových projektů (SuperWASP, Kepler).

V roce 2010 jsem provedl vizuální prohlídku všech  $O-C$  diagramů zákrytových dvojhvězd dostupných v  $O-C$  bráně<sup>4</sup> (Paschke & Brát, 2006) spravované Sekcí proměnných hvězd a exoplanet České astronomické společnosti. Na jejím základě byl vytvořen přehled tvarů  $O-C$  diagramů společně s uvedením možných efektů způsobujících právě takovéto závislosti. Povaha těchto efektů je navíc diskutována i pro odlišné typy periodicky proměnných hvězd, které mohou vykazovat tvarově podobné změny ve svých  $O-C$  diagramech i přesto, že se jejich jasnost mění na základě jiných fyzikálních principů. Například orbitální periody zákrytových dvojhvězd mohou vykazovat podobné změny jako pulzační periody pulzujících proměnných nebo rotační periody CP hvězd nebo pulzarů. Popsané efekty jsou dokumentovány reálnými  $O-C$  diagramy zákrytových dvojhvězd (Obr. 1.3, 1.5). Některé efekty jsou lépe viditelné v syntetických modelech (Obr. 1.6), které jsou navíc doplněné o náhodně generované okamžiky minim s přičtenými náhodnými odchylkami, které mají simulovat reálná pozorování. Tento souhrn byl publikován v práci Liška & Skarka (2015).

#### Typy $O-C$ diagramů na základě tvaru změn (popisné dělení)

**Vodorovná přímka s průměrnou hodnotou  $O-C = 0,0$  d** – správná hodnota konstantní periody, správná hodnota nulté epochy (Obr. 1.3a, 1.6a)

**Vodorovná přímka s průměrnou hodnotou  $O-C \neq 0,0$  d** – konstantní perioda se správnou hodnotou, nesprávná hodnota nulté epochy (Obr. 1.6b)

**Šikmá přímka** – konstantní perioda s nesprávnou hodnotou (Obr. 1.6c)

**Dvojitá vodorovná přímka** (primární minima mají průměrnou hodnotu  $O-C = 0,0$  d, sekundární minima  $O-C \neq 0,0$  d (Obr. 1.3b, 1.6d) – konstantní perioda, zákrytový systém má excentrickou oběžnou dráhu (sekundární minima nenastávají přesně ve fázi 0,5)

**Parabolický (kubický) tvar** – prodlužování periody (Obr. 1.3c, 1.6e) nebo její zkracování (Obr. 1.3d, 1.6f) způsobené přenosem hmoty v zákrytových dvojhvězdách, ztrátou hmoty, vyzařováním gravitačních vln (dvojhvězda tvořená dvěma velice hmotnými a gravitačně interaktivními objekty v malé vzájemné vzdálenosti, např. neutronové hvězdy), vývojovými efekty, nebo malá část LiTE, která imituje parabolu

<sup>4</sup><http://var.astro.cz/ocgate/>

**Striktně periodické variace** způsobené např. gravitačním působením dalšího tělesa v systému (třetí těleso v zákrytové dvojhvězdě, druhé těleso u pulzujících proměnných) – Light Time (Travel) Effect (LiTE). U zákrytových dvojhvězd se primární a sekundární minima mění ve stejné fázi (Obr. 1.5a, 1.6g). Periodické změny mohou být také generovány Blažkovým jevem u pulzujících hvězd (hvězdy typu RR Lyrae, cefeidy).

**Striktně periodické variace, primární a sekundární minima v protifázi** – apsidální pohyb u zákrytových dvojhvězd s excentrickou oběžnou dráhou (Obr. 1.5b, 1.6h)

**Periodické změny s modulací tvaru** – výsledek excentrické oběžné dráhy další složky, která prodělává apsidální pohyb a zároveň způsobuje LiTE u hlavního zákrytového systému, u zákrytové dvojhvězdy se bude jednat o třetí těleso (Obr. 1.6i), u pulzující hvězdy o druhou složku

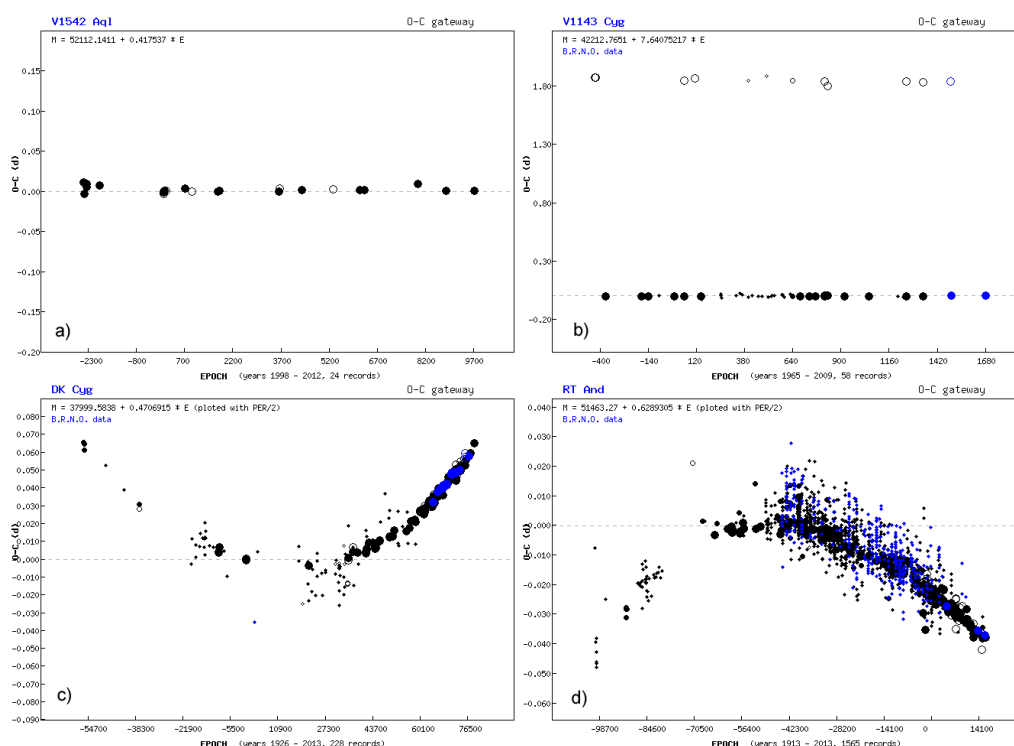
**Další cyklické změny (kvazi-periodické změny s proměnlivou amplitudou)** – u zákrytových dvojhvězd Applegateův mechanismus (Obr. 1.6j), možné ovlivnění magnetickým polem u pulzujících a CP hvězd

**Chaotické variace, předpovědatelné** – gravitační působení dalších těles v systému (třetí, čtvrté, u zákrytových dvojhvězd)

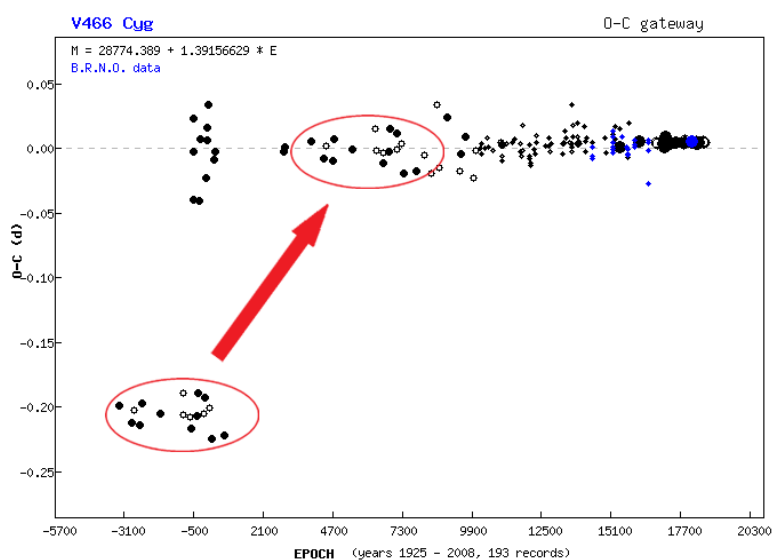
**Chaotické variace, nepředpovědatelné** – výsledek náhodných nebo chaotických efektů (Obr. 1.5c, 1.6k), např. přenos hmoty v kataklyzmických dvojhvězdných systémech (od dárcovské složky k degenerované složce prostřednictvím akrečního disku), náhodné výskyty povrchových skvrn na aktivních hvězdách (světelné změny způsobují změny v časech extrémů), pulzace jedné ze složek (také ovlivňuje časy extrémů), náhlé změny ve vnitřní struktuře hvězd, pozorovací artefakty, některé systematické chyby

**Skokové změny v periodě** – některé náhlé, prudké změny v systému (Obr. 1.5d, 1.6l), např. náhlá změna ve vnitřní struktuře hvězd, velmi často malá část LiTE nebo kombinace několika efektů dohromady, některé systematické chyby (např. Obr. 1.4)

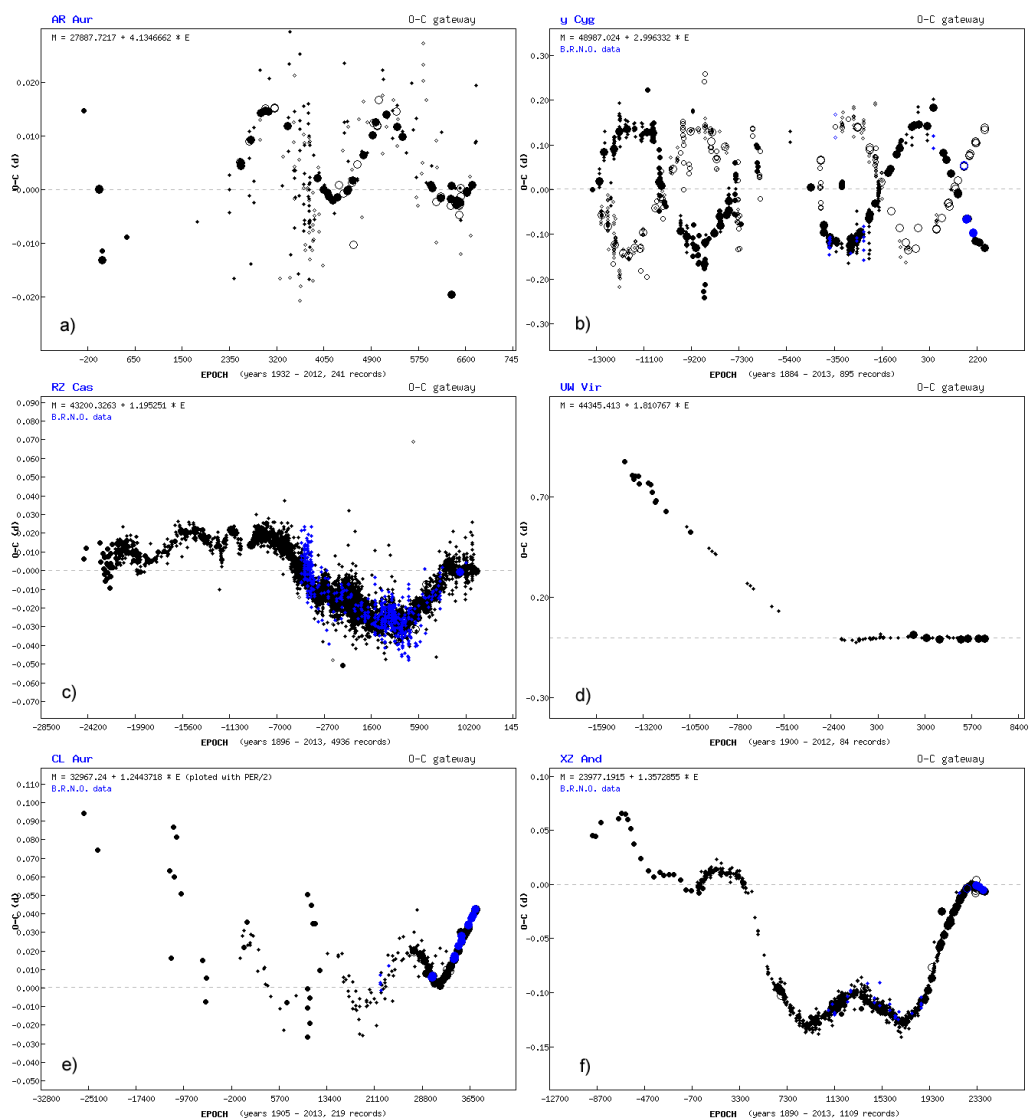
**Libovolné kombinace nebo vícenásobný výskyt zmíněných efektů** –  $2 \times$  LiTE (Obr. 1.5f, 1.6m), LiTE a prodlužování nebo zkracování periody (Obr. 1.5e, 1.6n), apsidální pohyb zákrytové dvojhvězdy + LiTE způsobený třetím tělesem (Obr. 1.6o), detekovatelné u zákrytových dvojhvězd, pulzujících proměnných.



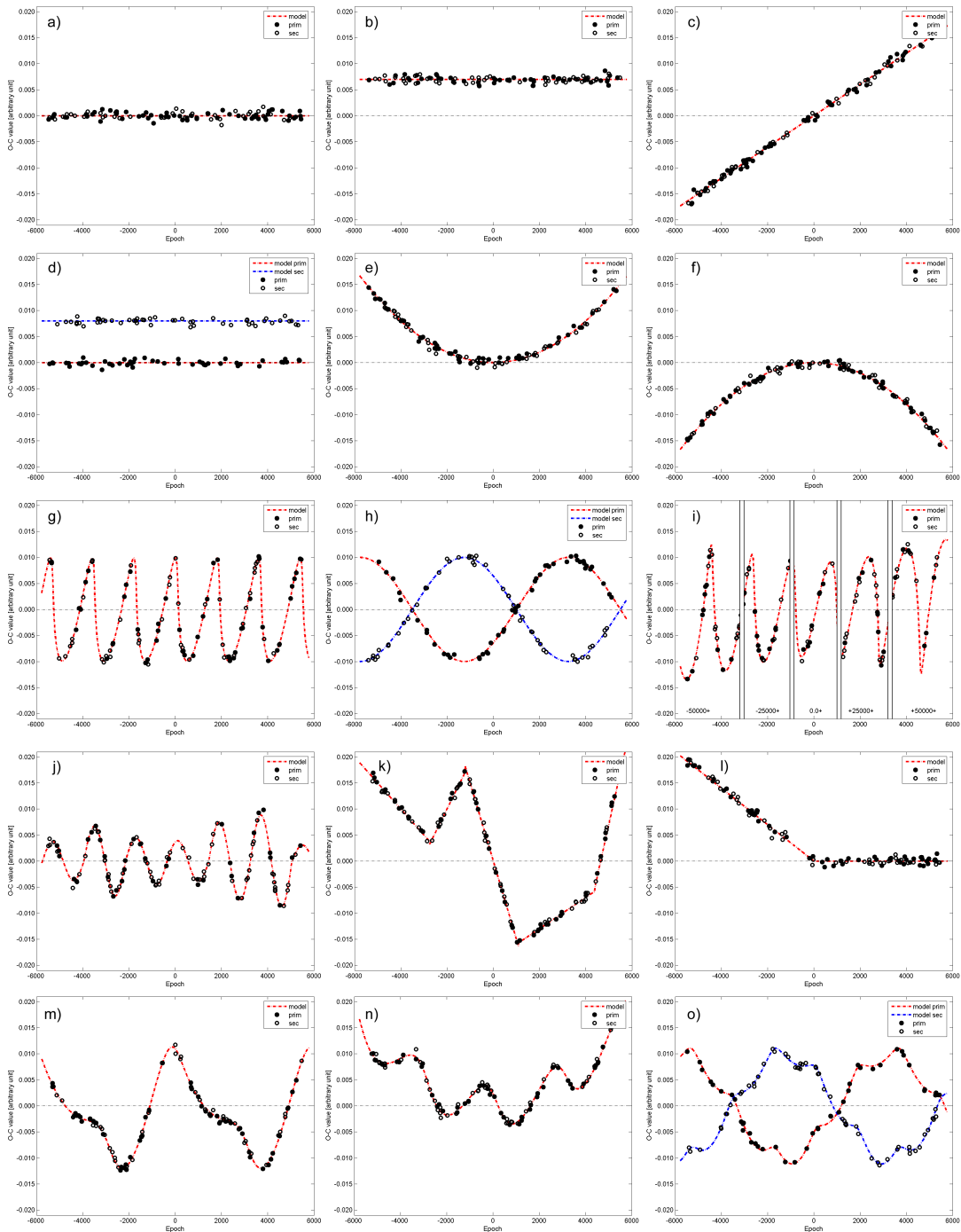
Obrázek 1.3: Příklady odlišných  $O-C$  diagramů zákrytových dvojhvězd, které jsou diskutovány v textu, převzato z  $O-C$  brány (Paschke & Brát, 2006), plná kolečka jsou primární minima, kroužky jsou sekundární, modře jsou vyznačena převážně česká pozorování z databáze B.R.N.O. Jednotlivé části značí následující situace: a) konstantní perioda, b) konstantní perioda v excentrickém systému, c) prodlužování periody, d) zkracování periody.



Obrázek 1.4: Příklad  $O-C$  diagramu se systematickou chybou, na který jsem narazil během prohlídky  $O-C$  diagramů v roce 2010. Sada měření poblíž hodnoty  $O-C = -0,2$  d, která vytvářela dojem skokové změny periody, byla jen špatnou kopií jiných měření (systematický posun okamžiků minim přibližně o hodnotu 1 000 dní). Obratem byla správce databáze chyba opravena.



Obrázek 1.5: Příklady odlišných  $O-C$  diagramů zákrytových dvojhvězd, které jsou diskutovány v textu, převzato z  $O-C$  brány, popis symbolů u Obr. 1.3. Jednotlivé části značí a) LiTE, b) apsidální pohyb v excentrickém systému, c) chaotické změny, d) skoková změna periody, e) kombinace LiTE a prodlužování periody, f) vícenásobný LiTE.



Obrázek 1.6: Syntetické modely různých  $O-C$  diagramů zákrytových dvojhvězd diskutované v textu. Modely jsou doplněné o náhodně generované okamžiky minim, ke kterým jsou přičteny malé odchylky s náhodným rozptylem simulující reálná měření. Jednotlivé části dokumentují následující situace: a) konstantní perioda, b) konstantní perioda s chybnou hodnotou nulté epochy, c) konstantní perioda se špatně zadanou hodnotou periody, d) konstantní perioda v excentrickém systému, e) prodlužování periody, f) zkracování periody, g) LiTE, h) apsidální pohyb v excentrickém systému, i) LiTE způsobený třetím tělesem na excentrické dráze vykazující dlouhoperiodický apsidální pohyb, j) další cyklické změny, k) chaotické nepředvídatelné variace, l) skokové změny v periodě, m) dvojnásobný výskyt LiTE, n) kombinace LiTE s prodlužováním periody, o) kombinace apsidálního pohybu v excentrickém zákrytovém systému a LiTE způsobeného třetím tělesem.



### 1.3 Nejvýznamnější výsledky dalekohledu Kepler

Aktuální stav výzkumu dvojhvězd a změn jejich orbitálních period lze dokumentovat na výsledcích z vesmírného dalekohledu Kepler.

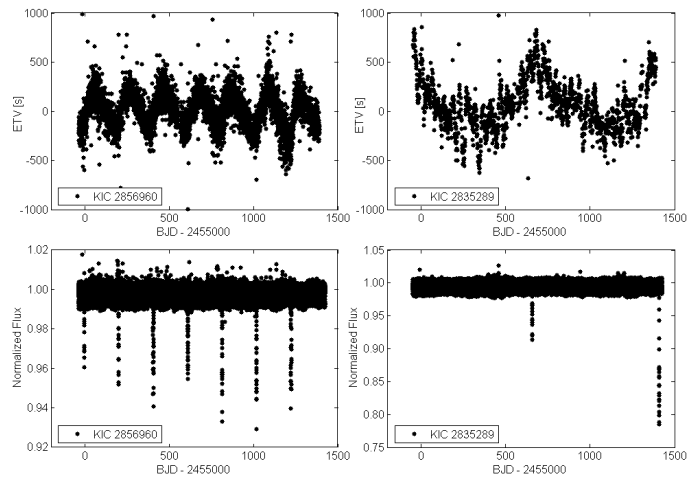
Vysoce přesná fotometrická pozorování získaná dalekohledem Kepler, zaměřená primárně na detekci tranzitujících exoplanetárních systémů, přinesla pro různé skupiny proměnných hvězd mnoho objevů, které budou mít dopad na stelární astrofyziku po dobu několik desetiletí. Tímto dalekohledem, který má zorné pole (FOV – Field of View) s úhlovou plochou přibližně 105 čtverečních stupňů, byla po dobu 4 let (květen 2009 – květen 2013) kontinuálně monitorována stejná oblast oblohy na pomezí souhvězdí Labuť–Lyra. Kvůli technickým problémům byl v březnu 2014 zahájen náhradní program – projekt K2. V rámci tohoto projektu dalekohled snímá vybrané pole na ekliptice po delší dobu (cca 75 dní) a poté je zaměřen na jiné pole.

Před zahájením pozorování dalekohledu Kepler bylo v původním Keplerově FOV (oblast Labuť–Lyra) známo jen 383 zákrytových dvojhvězd (seznam dvojhvězd před startem družice – „pre-launch list“, [Prša et al., 2011](#)). Ve stejné studii byly publikovány výsledky z prvních měření pokrývajících 44 dní provozu dalekohledu Kepler. Jejich katalog už obsahoval 1 879 dvojhvězd, u kterých jsou uvedeny efemeridy, morfologické typy dvojhvězd a základní parametry určené z modelování světelných změn. Důkladnější analýza na základě delší řady měření (125 dní) byla provedena pro 2 165 dvojhvězd a přinesla zpřesnění předchozích parametrů ([Slawson et al., 2011](#)).

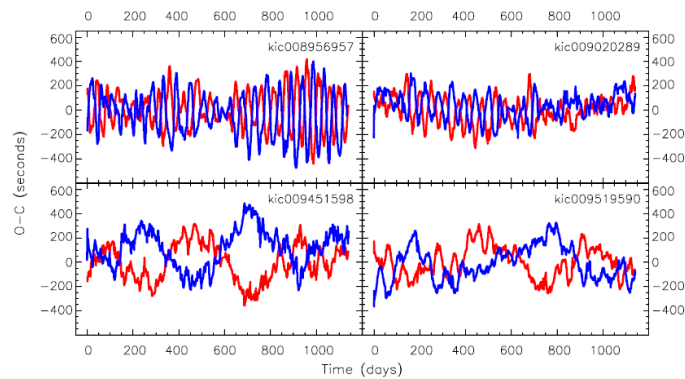
Pro studium stability orbitálních period dvojhvězd [Slawson et al. \(2011\)](#) zrekonstruovali ETV diagramy (Eclipse Timing Variations – variace v časech zákrytů,  $O-C$  diagram). Na jejich základě bylo objeveno 8 systémů, které zřetelně vykazují přítomnost třetího tělesa prostřednictvím LiTE. Třetí tělesa byla u 4 systémů nezávisle potvrzena detekcí terciárních zákrytů (vzájemné zákryty dvojhvězdy a třetího tělesa), dobře patrných na Obr. 1.7. Časy detekovaných terciárních zákrytů výborně korelují s maximální nebo minimální hodnotou ETV (dvojhvězda je od nás nejdále nebo nejbližší; pozorovatel, dvojhvězda a třetí těleso se dostávají do jedné přímky). Terciární zákryty jsou ze Země špatně detekovatelné v důsledku méně přesných měření a hlavně řídkých měřících řad. Podařilo se to v případě systému b Per ([Collins, 2013](#)). Pokusu o zachycení terciárního zákrytu u systému KIC 2835289 na základě pozemských pozorování (zákryty jsou známé z Keplerova dalekohledu, výzvu publikoval [Conroy et al., 2015](#)) jsem se také zúčastnil, výsledky z celé kampaně zatím nebyly zveřejněny.

ETV/ $O-C$  diagramy sestavené z kontinuální řady měření ukazují u kontaktních systémů antikorelaci mezi okamžiky primárních a sekundárních zákrytů (Obr. 1.8). Pozorované změny nemohou být vysvětleny přenosem hmoty mezi složkami, zřejmě je za ně zodpovědná povrchová aktivita hvězd ([Tran et al., 2013](#)). Skvrny, které se pomalu posouvají po povrchu, ovlivňují časy minim.

Důkladná analýza změn v ETV u dvojhvězd z FOV Kepleru byla provedena v práci [Conroy et al. \(2014\)](#). Zaměřili se pouze na krátkoperiodické systémy, převážně tedy na těsné dvojhvězdy (podmnožina 1 279 systémů z celkového počtu 2 605 zákrytových dvojhvězd v celém FOV Kepleru). Dle jejich analýzy překvapivě 236 dvojhvězd (20 %) vykazuje v ETV příznaky třetího tělesa. Analýza dlouhoperiodických systémů bude teprve následovat.



Obrázek 1.7: Dva příklady ETV ovlivněné třetí složkou (LiTE), která navíc způsobuje terciární zákryty detekované ve fázích maximální nebo minimální hodnoty ETV. Systém KIC 2856960 má LiTE a orbitální periodu třetího tělesa  $P_3 = 204,5(1)$  d (vlevo) a KIC 2835289  $P_3 = 747,4(23,7)$  d (vpravo). Závislosti byly převzaty z práce [Conroy et al. \(2014\)](#).



Obrázek 1.8: Příklady  $O-C$  diagramů kontaktních systémů pozorovaných dalekohledem Kepler, které vykazují antikorelaci mezi časy primárních a sekundárních minim. Obrázek byl převzat z práce [Tran et al. \(2013\)](#).

Na konferenci v Litomyšli [Orosz \(2015\)](#) zmínil ve své přednášce, že mnoho dlouhoperiodických zákrytových systémů prodělává změny v hloubkách minim, což je s největší pravděpodobností spojené s Kozaiovým (Kozaiovým–Lidovým) mechanismem ([Lidov, 1962](#); [Kozai, 1962](#)) a slapovým třením (tidal friction, [Mazeh & Shaham, 1979](#); [Kiseleva et al., 1998](#); [Eggleton & Kiseleva-Eggleton, 2001](#); [Fabrycky & Tremaine, 2007](#)). V období před Keplerem byly tyto změny v hloubce minim známy jen u několika málo systémů.

## 1.4 Proměnné hvězdy

Mezi proměnné hvězdy jsou řazeny takové objekty, u kterých byly zaznamenány a následně potvrzeny změny jasnosti. Rozsahy měřených změn hvězdných velikostí (desetitisíciny mag až desítky mag) a charakteristické časové škály (zlomky sekund až stovky let), na kterých byly dosud změny prokázány, naznačují rozmanitost hvězdné proměnnosti. Hvězdy mění svoji jasnost z mnoha fyzikálních příčin, které však lze rozdělit do dvou základních skupin, na proměnnost *fyzickou* a *geometrickou*, hvězdy se proto dělení na fyzické nebo geometrické proměnné (např. Mikulášek & Zejda, 2013). Ve skutečnosti mohou být přítomny oba druhy proměnnosti, v takovém případě je toto striktní dělení mírně zavádějící.

Fyzická proměnnost hvězd souvisí se změnou uvnitř hvězdy, na jejím povrchu či v nejbližším okolí a v daném spektrálním oboru dochází ke změně zářivého výkonu tohoto objektu. Důvodem mohou být pulzace, projevy hvězdné aktivity, změny propustnosti fotosféry, vzplanutí nov, supernov a podobně.

U geometrické proměnnosti hvězd se nemění zářivý výkon, mění se jen pozorovaná svítivost v důsledku změny geometrie mezi pozorovatelem a pozorovanou hvězdou. K těmto změnám může docházet rotací hvězdy (povrchové skvrny, deformace tvaru hvězdy), oběhem hvězd ve dvojhvězdě včetně zákrytů mezi hvězdami, nebo také díky tzv. gravitačnímu mikročočkování (microlensing) vycházejícímu z obecné teorie relativity (Einstein, 1915).

Detailnější pohled na dnešní stav proměnných hvězd (počet proměnných hvězd, zastoupení jednotlivých typů, statistika) je uveden v Části 1.4.2, věnované VSX katalogu.

### 1.4.1 Generální katalog proměnných hvězd – GCVS

Generální katalog proměnných hvězd (GCVS – General Catalogue of Variable Stars<sup>5</sup>) je oficiálním katalogem proměnných hvězd a je spravován kolektivem na Šternbergově astronomickém ústavu Lomonosovy Moskevské státní univerzity. Jeho historie je shrnuta v práci Samus (2006). GCVS je založen na původních seznamech proměnných hvězd, o které se v letech 1926–1942 starali němečtí astronomové (např. Prager, 1927; Schneller, 1940). První vydání GCVS s 10 912 hvězdami publikovali Kukarkin & Parenago (1948). Následovala další vydání a jejich doplňky včetně NSV katalogů (New Catalogue of Suspected Variable Stars – Nový katalog hvězd podezřelých z proměnnosti). Posledním knižním vydáním je 4. vydání GCVS (Kholopov, 1985-1987; Samus, 1990), které bylo následováno 5. vydáním extragalaktických proměnných hvězd (Artyukhina et al., 1996).

Dnes je celé GCVS dostupné na CDS (Centre de Données astronomiques de Strasbourg – Štrasburské astronomické datové centrum, Samus et al., 2009). Nejnovější aktualizované údaje obsahuje verze GCVS přístupná na webu (verze ze 6. února 2015, celkem 47 968 hvězd). Nové hvězdy, které jsou zařazeny do GCVS, jsou publikovány pomocí pojmenovávacích seznamů obsahujících souhrn nových hvězd s jejich oficiálním označením, souřadnicemi a typem proměnnosti. Posledním v řadě byl 80. pojmenovávací seznam rozdělený na tři části, postupně publikované v témže roce (Kazarovets et al., 2011).

<sup>5</sup><http://www.sai.msu.su/gcvs/gcvs/>

## 1.4.2 Mezinárodní seznam proměnných hvězd – VSX

Mezinárodní seznam proměnných hvězd (VSX – The International Variable Star Index<sup>6</sup>, Watson et al., 2006) je v současné době nejrozsáhlejším katalogem proměnných hvězd. Je provozován Americkou asociací pozorovatelů proměnných hvězd (AAVSO – American Association of Variable Star Observers<sup>7</sup>). V současnosti obsahuje tento katalog více než 330 000 proměnných hvězd včetně hvězd podezřelých z proměnnosti (334 607, ke dni 28. 9. 2015) a jeho on-line verze je neustále aktualizována, takže počet hvězd v katalogu dramaticky roste (např. 30. 12. 2012 obsahoval jen 214 287 hvězd).

Jak uvádí Watson et al. (2006), základ VSX tvoří GCVS katalog včetně katalogu NSV. K nim byly přidány katalogy proměnných z několika pozorovacích projektů NSVS, ASAS-3, OGLE-II a ROTSE-I, později LINEAR, CRTS a jiné. VSX umožňuje přidávat jednotlivé nové proměnné hvězdy (i nepublikované) přímo samotnými objeviteli pomocí on-line formuláře. Tyto hvězdy jsou následně kontrolovány správci VSX.

### Základní charakteristiky VSX katalogu

Vzhledem k tomu, že je VSX nejrozsáhlejším katalogem proměnných hvězd, jeho analýza může poskytnout obecné informace o celém souboru dnes známých proměnných hvězd. Pro představu je v Tab. 1.1 uveden výběr vlastností VSX katalogu. Údaje odpovídají verzi VSX z 9. 2. 2015 (tato verze byla analyzována v práci Liška et al. (2015c) za účelem hledání duplicitních záznamů, více v Části 1.4.3).

Tabulka 1.1: Vybrané charakteristiky VSX katalogu.

Parametr	Hodnota	Poznámky
Celkový počet hvězd	325 061	verze z 9.2.2015
$RA_{\min}$ , $RA_{\max}$	0,00271°, 359,99279°	
$DEC_{\min}$ , $DEC_{\max}$	-89,86853°, +89,39239°	
$m_{\max}$	0,0 mag	$\alpha$ Ori, 0,0 až 1,3 mag (V), typ SRC
$m_{\min}$	26,5 mag	iPTF13bvn, 14,6: mag (V) až 26,5 mag (CV) typ SN Ib
$\Delta m_{\min}$	0,000 mag	~ 60 hvězd s KIC, HAT, BEST jmény, typy DSCT, GDOR
$\Delta m_{\max}$	> 20 mag	supernovy, např. B Cas, -4 až < 19,0 : mag (V), typ SN I:
Počet hvězd s periodou	264 542	81,38 %
Počet výskytů $P = 0,000$ d*	96	převážně z projektu OGLE, LINEAR
Počet výskytů $P = 1,0$ d*	126	převážně z projektu ASAS, typ MISC
Počet výskytů $P = 60,0$ d*	622	převážně z projektu EROS2 (> 60,0 d), typy LPV, MISC
Počet výskytů $P = 450,819672$ d*	18	z projektu ASAS, typ MISC
Počet výskytů $P = 730,0$ d *	285	z projektu NSVS, typy L:, MISC, M
$P_{\min}$	0,001333 d = 1,92 min	SDSS J161218.08+083028.1, typ ZZ
$P_{\text{med}}$	1,4 d	
$P_{\max}$	25 245,0 d = 69,12 yr	MASTER OT J095310.04+335352.8, typ EA

**Poznámky:** symbol ":" značí nejistou hodnotu, (\*) Vysvětlení pro výběr právě těchto hodnot period je uvedeno níže v textu.

Katalogizované proměnné hvězdy se nacházejí v celém rozsahu rektascenzí od 0° až po 360° ( $RA_{\min}$ ,  $RA_{\max}$ ) a deklinací od -90° až do +90° ( $DEC_{\min}$ ,  $DEC_{\max}$ ). Přestože pokrývají celou oblohu, jejich rozdělení není homogenní (viz Obr. 1.9). Mohou za to dva hlavní výběrové jevy.

První z nich je dán nehomogenní distribucí všech známých hvězd na obloze. Oblasti v okolí roviny naší Galaxie mají větší koncentraci hvězd než v blízkosti galaktických pólů.

<sup>6</sup><http://www.aavso.org/vsx/>

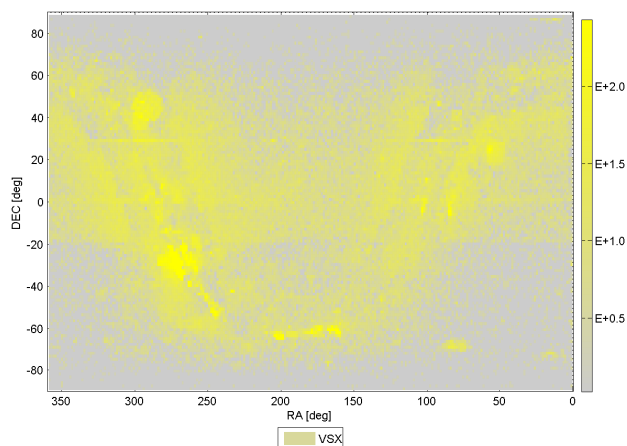
<sup>7</sup><http://www.aavso.org/>

Existují také úhlově malé oblasti s nadprůměrně vysokou hustotou hvězd (hvězdokupy, Magellanova mračna) nebo naopak nízkou (tmavé mlhoviny).

Druhý výběrový jev je způsoben samotným pozorováním hvězd a odhalením jejich proměnnosti. Záleží na mnoha faktorech ovlivňujících pozorování, např. vlastnosti použitého přístroje (průměr dalekohledu, úhlové rozlišení, citlivost detektoru, použitý fotometrický filtr), způsob pozorování (frekvence snímání stejného pole, volba expozice, celkový časový rozsah), limitní jasnosti detekovaných hvězd a podobně. Velice dobře to dokumentuje Obr. 1.10, který zobrazuje oblast doslova skenovanou dalekohledem Kepler (Slawson et al., 2011; Uytterhoeven et al., 2011), projektem HAT (Hartman et al., 2011) a projektem BOKS (Feldmeier et al., 2011). Také způsob odhalení proměnnosti (analýza jednotlivých pozorování nebo celé datové sady, použitý software) může hrát významnou roli.

Proměnné hvězdy z VSX seřazené dle jasnosti pokrývají prakticky celý dnes měřitelný rozsah. Patří sem nejjasnější hvězdy noční oblohy, např. hvězda  $\alpha$  Ori s maximální hvězdnou velikostí 0,0 mag ( $V$ ). Ještě vyšších jasností zřejmě dosáhly některé supernovy, např. B Cas s hvězdnou velikostí až  $-4$  mag ( $V$ ) (tato hodnota je založená na starých vizuálních odhadech).

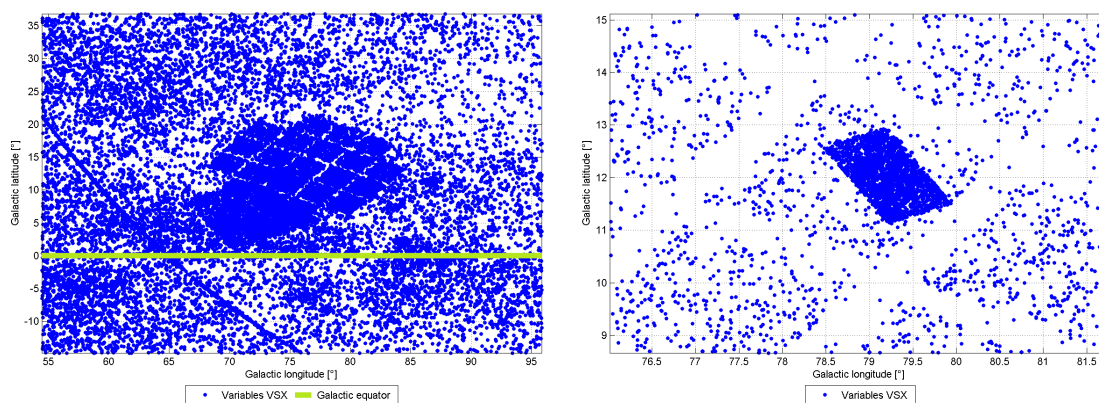
Nej slabší dnes zařazené proměnné hvězdy mohou mít až 26 mag, opět se jedná o supernovy. Supernovy jsou navíc objekty, které prodělávají změny s největší amplitudou přesahující i 20 mag. Naopak nejmenší amplitudy se blíží k nule (zhruba 60 hvězd má u amplitudy změn jasnosti uvedenou nulu s platností až na 3 desetinná místa). Přesnosti až na desetitisíciny magnitudy dosahuje právě vesmírný dalekohled Kepler. Takové malé amplitudy změn jasnosti byly detekovány u pulzujících hvězd typu  $\delta$  Scuti (DSCT<sup>8</sup>) nebo  $\gamma$  Doradus (GDOR). Vysoce přesná měření umožní v budoucnu značně rozšířit počet známých proměnných hvězd.



Obrázek 1.9: Rozdělení proměnných hvězd z VSX katalogu na obloze v rovníkových souřadnicích (Liška et al., 2015c). Zřetelně lze vidět prohnutou rovinu naší Galaxie (vysoká hustota hvězd v Mléčné dráze), dále pás přibližně v rozsahu deklinací  $-20^\circ$  a  $+60^\circ$ , ve kterém nejčastěji pozorují různé celooblohové přehlídky, oblast galaktického centra ( $RA_{\text{galc}} = 266,40424^\circ$ ,  $DEC_{\text{galc}} = -28,9361^\circ$ ) dlouhodobě monitorovanou přehlídkami MACHO a OGLE a také pole 4 roky kvazi-kontinuálně sledované dalekohledem Kepler ( $RA$   $280^\circ$  až  $310^\circ$ ,  $DEC$   $+40^\circ$  až  $+55^\circ$ ).

<sup>8</sup>Typy a zkratky proměnnosti jsou na adrese <https://www.aavso.org/vsx/index.php?view=about.vartypes>.





Obrázek 1.10: Pozice proměnných hvězd z VSX v galaktických souřadnicích v nejbližším okolí zorného pole dalekohledu Kepler (matice malých kosočtverců) a pozorovacího projektu HAT (velký přiléhající kosočtverec), levý panel. Detail malé oblasti zorného pole Keplera (pravý panel) s hustě pokrytým kosodélníkem uprostřed obrázku dokumentuje úspěšnost detekce proměnných hvězd použitím přístroje s nižší limitní jasností (projekt BOKS). Tato malá oblast obsahuje 2 428 hvězd s BOKS jménem (14,0 – 18,5 mag), 89 hvězd s KIC/KID jménem (10,0 – 17,0 mag), 5 hvězd s ASAS jménem (10,0 – 13,5 mag) a několik dalších proměnných.

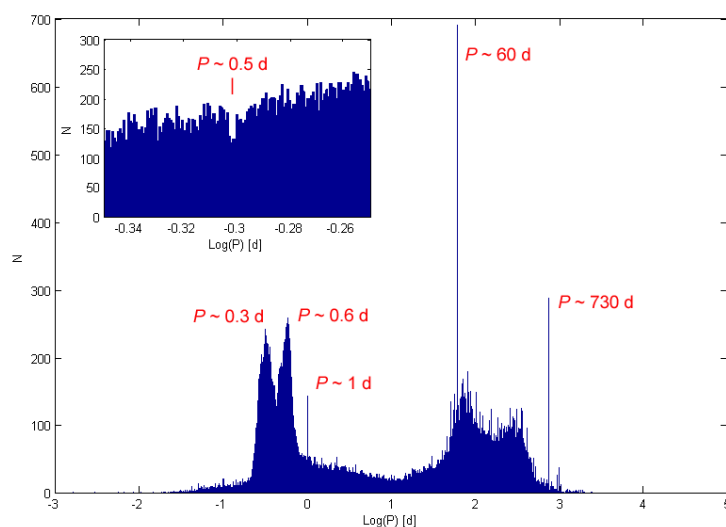
Proměnné hvězdy mohou měnit jasnosti náhodně, nepravidelně (chaoticky) nebo periodicky. V případě periodických proměnných hvězd je perioda proměnnosti nejvýznamnějším údajem o hvězdě. Celkem zhruba 81,4 % hvězd má ve VSX uvedenou periodu. Z celé množiny periodických proměnných ve VSX má 97 hvězd periodu rovnou nule, což lze přisoudit spíše systematické chybě ve VSX nebo původním pozorovacím katalogu, než realitě.

Podobných problémů je více. Při zobrazení histogramu (Obr. 1.11) lze vidět kromě hlavní obálky popisující celkové rozdělení period tři významné píky (vrcholy). Pík s 60denní periodou je tvořen převážně hvězdami z projektu EROS II (Derue et al., 2002), které mají uvedenou hodnotu periody  $> 60,0$  d a jsou zařazeny do typů LPV nebo MISC. Tyto hvězdy byly v rámci EROS II pozorovány pro správné určení periody nedostatečně dlouhou dobu (60 dní odpovídá zhruba 2/3 jejich pozorovacího období). Uvedená hodnota je dolním limitem pro délku periody.

Obdobným způsobem lze vysvětlit pík se 730denní periodou tvořený hvězdami s proměnností detekované projektem NSVS (Woźniak et al., 2004). Jedná se o odhad minimální možné periody založené na jednorocní časové základně měření z ROTSE-I (Akerlof et al., 2000). Jimi navržené typy proměnnosti jsou L:, MISC nebo M.

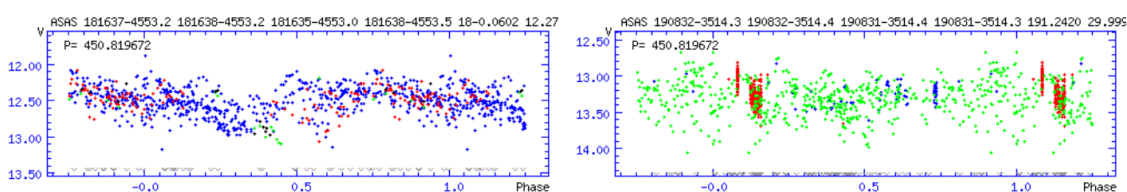
Pík s periodou 1 dne je zřejmě způsoben jednodenní periodicitou zcela běžnou v pozemských pozorováních. Perioda 1 dne je někdy silnější než reálná perioda a je detekovatelná i u neproměnných hvězd, záleží na metodě použité pro frekvenční analýzu. Z Obr. 1.11 je vidět nedostatek hvězd s periodou 0,5 dne, podle zastoupení počtu hvězd v okolí této periody je odhadnuto, že chybí přibližně 60 hvězd, v tomto případě byla zřejmě 1denní perioda silnější. Obdobné je to u 0,3 d (chybí 40 hvězd) a u 2denní periody (chybí jen 20 hvězd).

Při analýze VSX jsme si také všimli, že periody některých, zvláště dlouhoperiodických proměnných, jsou udávány na nesmyslný počet desetinných míst (dokonce 6 až 8 míst pro



Obrázek 1.11: Rozdělení period proměnnosti ve VSX katalogu (mimo  $P = 0,000$  d). Pro přehlednější zobrazení jsou na ose  $x$  vyneseny periody v logaritmické škále s vyznačenými nejvýraznějšími útvary v grafu.

hvězdy s periodou několika stovek dní)<sup>9</sup> (Liška et al., 2015c). Tyto „vysoce přesné“ hodnoty se navíc ve VSX opakují pro více hvězd z různých částí oblohy. Týká se to hvězd z projektu NSVS (Woźniak et al., 2004) a ASAS-3 (Pojmanski, 2002). Extrémním nálezem je 18 hvězd s periodou 450,819672 d označené typem MISC, které jsou produktem ASAS projektu. Nesmyslnou udávanou přesností této periody, jejíž samotná hodnota  $\sim 450$  d je pro daná měření značně nejistá, dokumentují fázové křivky pro dvě vybrané hvězdy na Obr. 1.12.



Obrázek 1.12: Dva příklady hvězd z ASAS přehlídky (ASAS J181637-4553.2, ASAS J190832-3514.4), které mají identickou hodnotu periody s přesností udávanou na nesmyslný počet desetinných míst ( $P = 450,819672$  d).

Mediánová hodnota periody pro všechny hvězdy se známou periodou je 1,4 d. Minimální hodnotu periody (při ignorování nulových period) má objekt SDSS J161218.08+083028.1, který je pulzujícím bílým trpaslíkem typu ZZ Ceti (ZZ). Jeden pulzační cyklus mu trvá 1,92 min a amplituda změn je pouze 0,005 mag (filtr Sloan  $g$ ). Nejdelší udávanou periodou (69,12 yr) má MASTER OT J095310.04+335352.8 klasifikovaný jako oddělený zákrytový systém<sup>10</sup>.

<sup>9</sup>Reálná přesnost těchto period dosahuje v závislosti na kvalitě dat a délce časové základny maximálně tisícín dne.

<sup>10</sup>Této dvojhvězdě v roce 2014 skončil zákryt, který trval zhruba 3,5 roku a měl amplitudu 5,2 mag ( $V$ ). Jedná se teprve o druhý zákryt zaznamenaný u této hvězdy.

Zajímavé je globální rozdělení period ve VSX (Obr. 1.11), které obsahuje dvě významné populace pro periody kratší než 1 d (maxima kolem 0,3 a 0,6 dne, minimum 0,42 d) a dále dvě populace pro dlouhé periody (75 d a 270 d). Maximum kolem 0,3 dne lze vysvětlit součtem distribucí krátkoperiodických pulzujících hvězd typu RR Lyrae typu RRc a těsných zákrytových systémů typu EC a EW. Maximum kolem 0,6 d odpovídá maximum rozdělení RR Lyrae hvězd typu RRab a převážně oddělených zákrytových systémů typu EA a ED. Populace s dlouhými periodami souvisí s dlouhoperiodickými pulzujícími (polopravidelnými) proměnnými hvězdami, např. Miridami.

Výše zmíněná informace, že 81,4 % hvězd z VSX má udávanou periodu proměnnosti, svádí k domněnce, že většina hvězd se mění periodicky. Hvězdy se však mohou měnit současně periodicky (rotace, oběh ve dvojhvězdě, pulzace povrchu, současně i s více periodami) i neperiodicky (náhodně, např. erupce, pomalé nebo rychlé nepravidelné změny). Periodická proměnnost se však obvykle snadněji prokazuje a ověřuje. Proměnné hvězdy s náhodnými změnami jasnosti, jako např. chladní eruptivní trpaslíci typu UV Ceti (UV, náhodná zjasnění v důsledku erupcí), by měli být poměrně častí, vzhledem k četnosti těchto hvězd v naší Galaxii. Ve VSX je však uvedeno jen přibližně 2 000 hvězd typu UV. V datech z přehlídek, které proměřují stejná pole s průměrnou frekvencí jedno nebo dvě měření za noc (např. ASAS, ROTSE-1, Hipparcos), budou přednostně nalezeny periodické proměnné a náhodná zjasnění budou přisouzena chybám měření. Přehlídky, které dlouhodobě a s vysokou kadencí monitorují stejná pole, umožní odhalit mnoho eruptivních trpaslíků. Např. první výsledky z dalekohledu Kepler (čtvrtletí Q1 – Quarter) uvádějí u přibližně 23 000 pozorovaných trpaslíků 373 eruptivních (Walkowicz et al., 2011).

## Typy proměnnosti ve VSX

Typy proměnných hvězd uvedených ve VSX katalogu byly původně převzaty z GCVS, posléze byly doplněny o další typy. V současnosti tak VSX obsahuje 171 typů a dalších 27 subtypů proměnných hvězd (8. 7. 2015). Z tohoto důvodu je poměrně složité se v těchto odlišných skupinách proměnných orientovat a pro jednotlivé hvězdy je výhodné využít přehled a popis typů z jejich webu<sup>11</sup>.

Strojové zpracování celého katalogu, např. pro studium zastoupení jednotlivých typů, je značně složité. Pro tuto práci jsem alespoň udělal výběr a seřazení nejčetnějších typů proměnných. Často se nejedná o jednoznačnou klasifikaci (u dané hvězdy je možných více typů) a obvykle několik procent hvězd daného typu má poznačen typ s dvojtečkou nebo dalšími doplňkovými znaky, které značí nejisté určení. Některé hvězdy mají navíc vícenásobnou proměnnost. Z tohoto důvodu a s přihlédnutím k dynamickému růstu VSX jsou uvedená čísla značně zaokrouhlena (prakticky jsou řádovými odhady), které ovšem dobře dokumentují stav katalogu.

Z tabulky 1.2 je zřejmé, že dominujícími typy proměnných hvězd jsou polopravidelné proměnné hvězdy (SR, 13,2 %), zákrytové systémy typu W UMa (EW, 12,3 %) a pulzující proměnné typu RRab (RRAB, 11,1 %). Skupina dvojhvězd typu EW by zřejmě mohla být větší o necelá 4 % přidáním kontaktních zákrytových systémů značených v některých přehlídkách EC (ASAS). Obdobně zákrytové dvojhvězdy typu Algol (EA, 6,5 %) mohou

<sup>11</sup><http://www.aavso.org/vsx/index.php?view=about.vartypes>



Tabulka 1.2: Zastoupení vybraných typů proměnných hvězd ve VSX katalogu.

Nejpočetnější typy	Počet	Četnost [%]
SR,...	43 000	13,2
EW,...	40 000	12,3
RRAB,...	36 000	11,1
MISC,...	29 000	8,9
EA,...	21 000	6,5
M,...	19 000	5,9
VAR,...	17 000	5,2
–	13 500	4,2
RRC,...	12 500	3,9
Další vybrané typy	Počet	Četnost [%]
EC,...	12 000	3,7
E,...	12 000	3,7
EB,...	3 800	1,2
RR,...	3 200	0,98
PULS,...	3 000	0,92
ESD,...	2 100	0,65
ED,...	1 900	0,58
Celkový počet hvězd (9. 2. 2015)	325 061	100,00

**Poznámka:** symbol "..." znamená neurčité typy a podtypy, označené :, |..., +..., (A,B,C,S,...), a podobně, "--"neuvedený typ.

být doplněny oddělenými zákrytovými systémy značenými v přehlídkách ED (0,6 %).

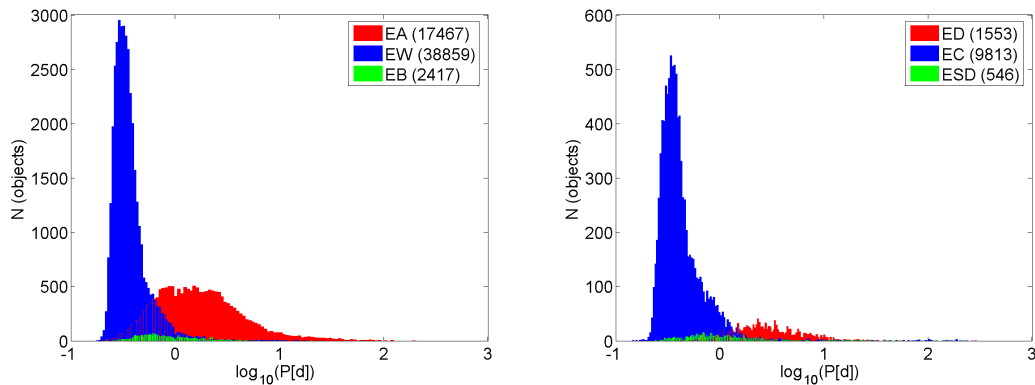
Celkovou statistiku by mohly značně ovlivnit hvězdy s problémovou klasifikací. Více než 9 % proměnných hvězd totiž nemá ve VSX vůbec uvedený typ proměnnosti (–), nebo jsou označeny typem VAR (Variable). Další 9 % hvězd s typem MISC (Miscellaneous variable stars – ostatní, různé proměnné) je také blíže nespecifikovaných (obvykle se bude jednat o červené proměnné hvězdy typu L, SR nebo nepravidelné typy I, BE). Některé proměnné hvězdy mají uvedené základní zařazení např. mezi zákrytové proměnné (E, téměř 4 % hvězd) nebo pulzující (PULS, téměř 1 %), ale chybí upřesnění konkrétního typu. Existují malé skupinky hvězd se speciálními problémy, např. typ Blazkho (44 objektů) bude s nejvyšší pravděpodobností chybně uvedený typ pro RR Lyrae proměnné<sup>12</sup>. Typy proměnnosti Galaxy<sup>13</sup> (106 objektů) nebo Minor planet (15 objektů) značí objekty, které byly dříve nevhodně klasifikované jako proměnné hvězdy.

Pro tuto práci je užitečné podívat se detailněji na zákrytové dvojhvězdy. Jak bylo rozebráno v Části 1.1, existují dvě odlišná dělení, dle tvaru fázových křivek (EA – Algol, EB –  $\beta$  Lyr, EW – W UMa) a dle fyzikálních modelů (ED – oddělené, ESD – polodotýkové, EC – kontaktní). Záleží na volbě dělení dvojhvězd u daného pozorovacího projektu, který hvězdy klasifikoval a jehož údaje jsou do VSX převzaty. Rozdělení těchto typů dle udávané periody (jen pro hvězdy s jednoznačnou klasifikací) je na Obr. 1.13.

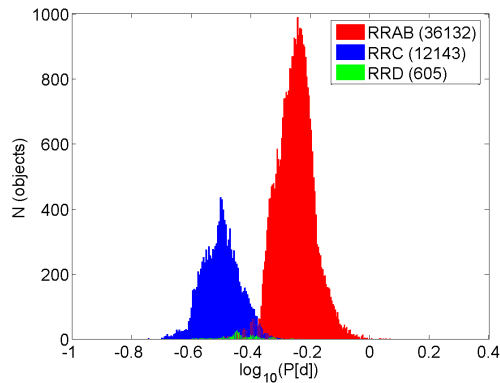
Obdobně je zobrazeno zastoupení RR Lyrae hvězd dle udávané periody (typy RRab, RRc a RRd) na Obr. 1.14. Dominantní typy RRab (pulzující v základním módu) a RRc

<sup>12</sup>Ve verzi VSX ze dne 4. 5. 2015 je to už opraveno.

<sup>13</sup>Obvykle se jedná o aktivní galaktická jádra (AGN).



Obrázek 1.13: Zastoupení typů zákrytových dvojhvězd s jednoznačnou klasifikací dle udávaných period. Systémy dělené dle tvaru světelné křivky jsou v levém grafu, dle fyzikálních modelů v pravém grafu. Čísla v legendě značí počet hvězd daného typu.



Obrázek 1.14: Zastoupení typů RR Lyrae hvězd s jednoznačnou klasifikací dle udávaných period. Čísla v legendě značí počet hvězd daného typu.

(pulzující v prvním harmonickém módu) tvoří jasně oddělené populace. Zajímavý je poměr jejich početního zastoupení, který je velice blízký 1:3, což neodpovídá starším odhadům 1:9 (např. [Smith, 1995](#); [Mikulášek & Zejda, 2013](#)). Na tuto skutečnost plynoucí z VSX katalogu upozornil už [Dolinský \(2015\)](#) ve své bakalářské práci. Pravděpodobným vysvětlením (kromě možnosti, že předchozí práce neměly dostatečně velký vzorek hvězd) je fakt, že automatické procedury pro klasifikaci proměnných hvězd v přehlídkových projektech mají problémy s rozlišením pulzujících hvězd typu RRc od DSCT a od zákrytových dvojhvězd typu EW (EC), zvláště pro malé datové sady obsahující měření s nízkou kvalitou.

### 1.4.3 Duplikáty ve VSX

V listopadu 2014 založil kolega dr. M. Skarka projekt věnovaný hledání Blažkova jevu u RR Lyrae hvězd, ve kterém jsem také zapojený (SERMON – SEArch for Rr Lyraes with MOdulationN, Pátrání po RR Lyrae hvězdách s modulací, [Skarka et al., 2015a, in prep.](#))<sup>14</sup>.

<sup>14</sup>Mezi první výstupy patří analýza hvězdy V0346 Dra ([Liška & Skarka, 2015d](#)).

Při práci na projektu bylo zjištěno, že se některé páry RR Lyrae hvězd přejatých z VSX nacházejí na téměř stejné pozici a mají téměř stejné pulzační periody i tvary fázových křivek. Jedná se tedy o duplikáty, u kterých byla proměnnost identifikována nezávisle dvěma odlišnými projekty<sup>15</sup>. Z tohoto důvodu mají odlišná jména a mírně se liší i souřadnice a periody. Z našeho statisticky malého vzorku hvězd určených k hledání Blažkovy modulační (cca 1 500 hvězd) byla odhadnuta přítomnost až několika stovek duplikátů v celém VSX. Proto byla provedena globální analýza VSX katalogu se zaměřením na identifikaci kandidátů na duplikáty (verze VSX z 9. 2. 2015, 325 061 hvězd).

Vzhledem k tomu, že VSX byl vytvořen z mnoha katalogů vzniklých v rámci jednotlivých pozorovacích projektů (odlišujících se kvalitou a četností měření, limitní jasností objektů, spektrálním oborem, úhlovým rozlišením), hledání duplikátů je poměrně složité. Náročnost takového procesu být jen u jednoho přístroje je popsána např. v práci [Coughlin et al. \(2014\)](#), zaměřené na projekt Kepler. Bylo nezbytné zvolit vhodná kritéria použitelná k jejich identifikaci. Předpokládali jsme, že většina duplikátů bude pocházet z celooblohových přehlídek jakými jsou ASAS<sup>16</sup> (např. [Pojmanski, 2002](#)), NSVS<sup>17</sup> ([Woźniak et al., 2004](#)) nebo přehlídek Catalina Surveys<sup>18</sup> (CSS nebo CRTS, [Drake et al., 2009](#)), které mají typicky nízké úhlové rozlišení (několik "/pixel). Problémy by proto měly vznikat v nejhustějších částech hvězdné oblohy (Mléčná dráha, galaktická výduť, hvězdokupy, atd.), kde křížová identifikace (cross-identification) mezi hvězdami je značně komplikovaná. Další problémy by měly být způsobeny jasnými hvězdami (jejich signál kontaminuje nejbližší okolní hvězdy) nebo proměnlivými atmosférickými podmínkami (špatný seeing ovlivňuje úhlové rozlišení). Také lze očekávat různé instrumentální artefakty (difrakční obrazce hvězd, špatné pixely na CCD detektorech).

Rozhodli jsme se soustředit na hvězdy, které jsou ve vzájemné úhlové vzdálenosti menší než  $1'$  a z nich posléze vybrat ty, které mají blízké periody, případně podobné typy proměnnosti. Provedení detailní astrometrické a vizuální kontroly všech nalezených kandidátů na duplikáty nebylo v našich možnostech. K jejich identifikaci jsme zvolili pouze kritéria, která jsou uvedena níže.

Úhlová vzdálenost  $r$  mezi dvěma objekty byla určena z jejich souřadnic udávaných ve VSX. Vzdálenost v  $''$  lze pak pomocí rektascenzí ( $\alpha_1, \alpha_2$ ) a deklinací ( $\delta_1, \delta_2$ ) spočítat z rovnice

$$r = 3600 \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 \cos^2 \left( \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right) + (\delta_1 - \delta_2)^2}. \quad (1.4)$$

Pro zjištění, zda jsou dvě blízké proměnné ve skutečnosti jednou proměnnou hvězdou, byl zadefinován parametr  $R$ , který značí relativní rozdíl mezi jejich periodami  $P_1$  a  $P_2$

$$R = \frac{|P_1 - P_2|}{\left( \frac{P_1 + P_2}{2} \right)} \times 100\%. \quad (1.5)$$

Jedině podmínka podobnosti dvou period se ukázala být dostatečně robustní, použitelná pro srovnání proměnných hvězd měřených odlišnými přehlídkami (odlišné pozoro-

<sup>15</sup>I v rámci jednotlivých projektů byly identifikovány duplikáty.

<sup>16</sup><http://www.astrouw.edu.pl/asas/>

<sup>17</sup><http://skydot.lanl.gov/nsvs/nsvs.php>

<sup>18</sup><http://nesssi.cacr.caltech.edu/DataRelease/>

vací přístroje, použité filtry, atd.). Např. údaje o jasnostech hvězd (střední jasnost, amplituda změn) nelze obecně použít, protože se mohou značně lišit pro měření z různých přehlídek.

Hvězdy navíc mohou prodělávat výrazné změny jasnosti (např. rekurentní novy), a tak informace o jasnosti hvězdy může být značně zavádějící. Z tohoto důvodu jsme se soustředili jen na podmnožinu hvězd z VSX, které jsou periodické (264 542 hvězd). Duplikáty jsme mezi neperiodickými hvězdami nehledali.

Použitím parametru  $R$  se počet hvězd v našem výběru významně sníží<sup>19</sup>. Například počet párů splňujících podmínky  $r < 1'$  a zároveň  $R < 5\%$  je 5 549. Odhad vhodné velikosti  $R$  a jeho použití není přímočaré. Mnoho hvězd nacházejících se v malých hustých polích (např. galaktická výduť) mohou být odlišnými proměnnými hvězdami, a přitom mít podobné periody. Z důvodu podobnosti světelných křivek některých typů proměnnosti (např. RRc a EW) mohou být navíc typy proměnnosti snadno zaměnitelné, zvláště když jsou použita data s malou kvalitou. Taková záměna může snadno způsobit u periody její zdvojnásobení nebo podělení dvěma. Pro zohlednění tohoto problému byly kontrolovány i poloviční či dvojnásobné hodnoty period<sup>20</sup>. Periody proměnných hvězd se také mohou měnit (měření z rozdílných období umožní určit odlišné délky period), což opět ztěžuje kontrolu.

Nakonec jsme zvolili předpoklad, že hvězdy s  $R < 0,1\%$  jsou téměř jisté duplikáty. Tento poměr odpovídá pro hvězdy s periodami okolo 0,6 d maximálnímu rozdílu period do 0,0006 d ( $\sim 1$  min) a pro delší periody, např. 700 dní, je rozdíl do 0,7 d. Tuto podmínku (včetně testu poloviční/dvojnásobné hodnoty periody) splňuje 1 487 párů (Tab. 1.3). Celá tabulka je k dispozici on-line<sup>21</sup>. Mezi těmito páry jsme našli podmnožinu 354 párů hvězd s identickými periodami ( $R = 0,0\%$ ), které lze považovat za jisté duplikáty. Zbytek námi nalezených hvězd patří mezi nejlepší kandidáty, které je nezbytné prověřit. Za zmínku stojí i to, že některé objekty se v našem seznamu vyskytují několikrát, což znamená, že vytvářejí několikanásobné duplikáty.

Tabulka 1.3: Ukázka seznamu hvězd s pravděpodobným dvojnásobným a vícenásobným výskytem ve VSX katalogu. Parametr  $R$  je relativní rozdíl period,  $r$  je vzájemná úhlová vzdálenost mezi oběma pozicemi,  $\alpha_1$ ,  $\delta_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\delta_2$  jsou rovníkové souřadnice (J2000.0) pro oba objekty,  $P_1$  a  $P_2$  jsou jejich periody a  $VAR_1$  a  $VAR_2$  jsou udávané typy proměnnosti.

Jméno 1	Jméno 2	$R$ [%]	$r$ ['']	$\alpha_1$ [deg]	$\delta_1$ [deg]	$\alpha_2$ [deg]	$\delta_2$ [deg]	$P_1$ [d]	$P_2$ [d]	$VAR_1$	$VAR_2$
GM And	V0467 And	0,0059	38,14	0,01521	35,36286	0,02721	35,36692	0,7067585	0,3534	RRAB	EW
CSS_J001145.6+181545	CSS_J001145.7+181545	0,0013	1,46	2,94029	18,26264	2,94071	18,26256	0,297666	0,297662	EW	EW
CSS_J001228.5+274432	CSS_J001228.7+274431	0,0000	2,55	3,11904	27,74231	3,11979	27,74206	0,23091	0,23091	EW	EW
ASAS J001231-1402.1	CSS_J001231.6-140208	0,0058	9,30	3,12917	-14,03500	3,13171	-14,03578	0,326337	0,326318	RRC	RRC
CSS_J001610.2+273430	NSVS 6296844	0,0071	11,19	4,04283	27,57525	4,04480	27,57268	0,325347	0,32537	EW	EW

Příkladem několikanásobného duplikátu je hvězda CI CrB, která byla objevena projektem ROTSE-1 (Akerlof et al., 2000) jako proměnná typu  $\delta$  Sct s periodou 0,17503799 d. Pro zajímavost databáze Simbad zná pouze její jméno (ROTSE1 J160820.64+281244.1)

<sup>19</sup>Celkem 91 315 hvězd má ve svém okolí do  $r < 1'$  alespoň jednu další hvězdu.

<sup>20</sup>Se zahrnutím možnosti poloviční/dvojnásobné periody počet párů vzrostl na 9 151 pro  $R < 5\%$ .

<sup>21</sup>[http://var.astro.cz/oejv/issues/oejv0170\\_appendix1.txt](http://var.astro.cz/oejv/issues/oejv0170_appendix1.txt)

z ROTSE projektu. Později byla překlasifikována jako typ EW a byla jí přiřazena dvojnásobná hodnota původní periody (Jin et al., 2004). Přehlídka CSS (Drake et al., 2014) našla v jejím okolí další tři proměnné objekty typu EW s téměř identickými periodami (Tab. 1.4). Srovnáním souřadnic se snímkem oblohy<sup>22</sup> lze ukázat, že pozice CI CrB odpovídá jedné hvězdě v poli, tři objekty s CSS jménem jsou koncentrovány na pozici další hvězdy a objekt ROTSE1 J160820.64+281244.1<sup>23</sup> se nachází mezi CI CrB a CSS objekty v místě bez jasných hvězd (Obr. 1.15).

Tabulka 1.4: Proměnné hvězdy v okolí CI CrB. Sloupce jsou identické s Tab. 1.3 ( $R$  a  $r$  parametry jsou vztaženy k CI CrB), doplněné o rozsah změn hvězdných velikostí v uvedeném filtru – ve sloupci Hv. vel.

Jméno	$R$ [%]	$r$ ["]	$\alpha$ [deg]	$\delta$ [deg]	$P$ [d]	VAR	Hv. vel.
CI CrB	0,000	0,0	242,08654	+28,20825	0,350076	EW:	12,66 (0,178) R1
CSS_J160820.7+281300	0,011	30,6	242,08658	+28,21669	0,350038	EW	13,10 (0,22) CV
CSS_J160820.5+281301	0,013	31,8	242,08550	+28,21706	0,35003	EW	13,12 (0,19) CV
CSS_J160820.5+281303	0,013	33,6	242,08567	+28,21753	0,35003	EW	13,16 (0,25) CV



Obrázek 1.15: Pozice CI CrB, ROTSE1 J160820.64+281244.1 a tří téměř identických objektů s CSS jmény, zobrazených pomocí AladinLite.

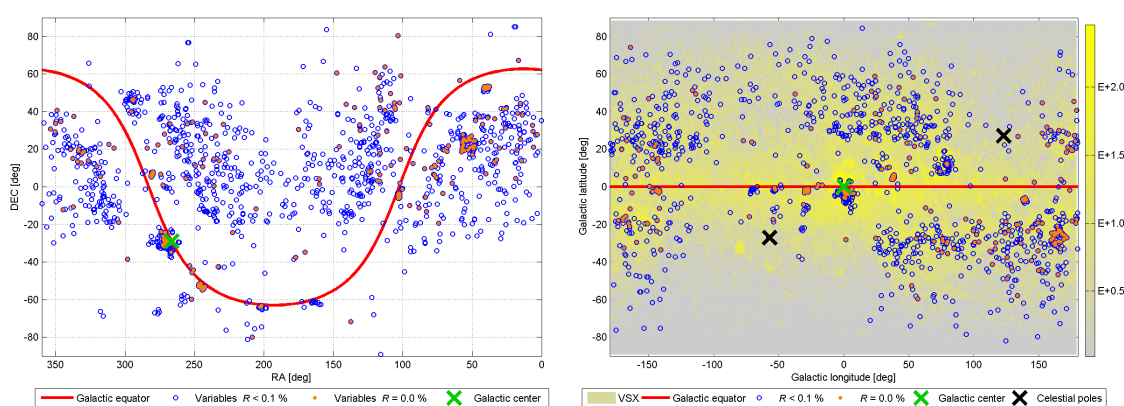
Pozice na obloze pro námi nalezené objekty s  $R < 0,1\%$  a  $R = 0,0\%$  jsou zobrazeny na Obr. 1.16. Je vidět, že jejich rozdělení je víceméně náhodné. Velká část duplikátů je koncentrována v galaktické výduti. To není překvapivé, protože tyto oblasti obsahují velké množství hvězd a jsou intenzivně pozorovány přehlídkami MACHO a OGLE (např. Bennett et al., 1991; Udalski et al., 1992).

Detailnější průzkum Obr. 1.16 odhaluje nedostatek kandidátů na duplikáty podél Mléčné dráhy. Je to velice překvapivé, protože problémy byly očekávány právě v těchto hustých hvězdných oblastech. Naše výsledky tak mohou naznačovat opak. Přehlídky se zdají být

<sup>22</sup>AladinLite, <http://aladin.u-strasbg.fr/AladinLite/>

<sup>23</sup>Souřadnice v Simbadu pro objekt ROTSE1 J160820.64+281244.1 jsou  $\alpha = 16^{\text{h}}08^{\text{m}}20^{\text{s}}.643$ ,  $\delta = +28^{\circ}12'44''.12$  (J2000.0).

v těchto místech úspěšnější v křížové identifikaci proměnných než v případě řídkých oblastí. Nenašli jsme žádné vhodné vysvětlení pozorovaného jevu. Vysvětlení navržené členem redakční rady časopisu, kde byla studie publikována, že se přehlídky vyhýbají Mléčné dráze, a proto nevytvářejí problémy, není potvrzeno, protože VSX obsahuje nadpoloviční většinu hvězd právě v této oblasti<sup>24</sup>, což je vidět v Obr. 1.16 vpravo a na Obr. 1.17. Proměnné hvězdy z některých přehlídek (např. ASAS, NSVS) hustě pokrývají tuto oblast, jiné přehlídky, např. SuperWASP, CSS, se však galaktické rovině opravdu vyhýbají. Právě rozdělení proměnných hvězd z CSS přehlídky až podezřele koreluje s pozicemi našich kandidátů na duplikáty (Obr. 1.18). Mimo oblast Mléčné dráhy je nedostatek duplikátů v okolí nebeských a galaktických pólů. Tento fakt však dobře koresponduje s klesajícím počtem hvězd ve směru k těmto pólům.



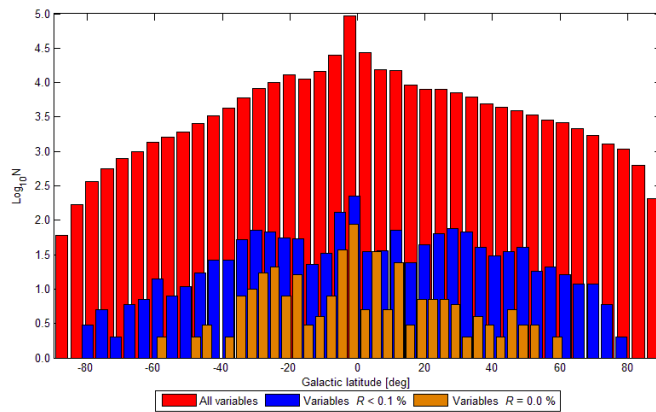
Obrázek 1.16: Distribuce možných duplikátů se vzájemnou úhlovou vzdáleností  $r < 1'$  a relativními rozdíly period  $R < 0,1\%$  a  $R = 0,0\%$  v rovníkových souřadnicích (panel vlevo). Galaktický rovník je vyznačen červenou čarou, zelený kříž značí pozici galaktického centra. Stejná distribuce, jen v galaktických souřadnicích (panel vpravo), doplněná na pozadí všemi proměnnými hvězdami z VSX (hustota hvězd je v logaritmickém měřítku, šedo-žlutá barva). Nebeské póly jsou vyznačeny černými křížky.

Naše výsledky také ukázaly, že více než polovina párů s  $R = 0,0\%$  byla identifikována v rámci téhož projektu (mají stejnou zkratku ve jménu). Z tohoto pohledu nejhorších výsledků dosáhla přehlídka CSS se 73 páry. Na druhém místě jsou projekty BEST (např. [Kabáth et al., 2009a,b](#)) se 71 páry. Počty pro další projekty jsou uvedeny v Tab. 1.5. Speciálním případem je projekt EROS II ([Derue et al., 2002](#)). Všech 51 párů se zkratkou EROS2 ve jméně má stejnou periodu označenou hodnotou  $> 60$  d, což přibližně odpovídá 2/3 délky časové základny jejich pozorování – jedná se o dolní limit period (periody mohou být ve skutečnosti různé).

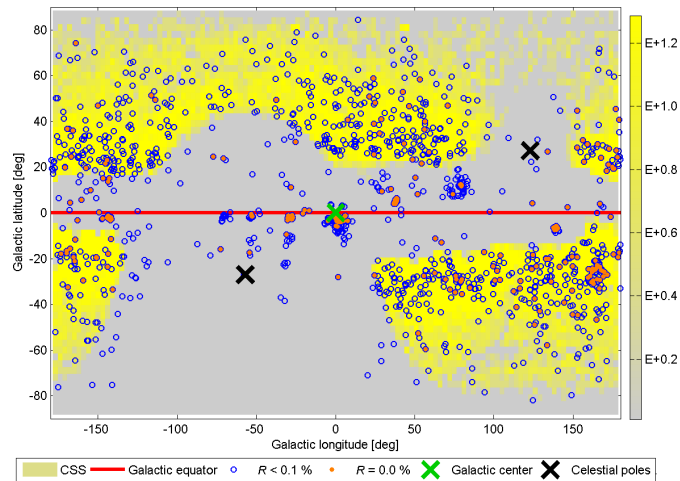
[Poleski \(2015, priv. comm.\)](#) dodatečně zkontroloval některé naše OGLE nálezy a uvedl, že problémy s duplikáty mezi OGLE hvězdami nejsou způsobené hlavním OGLE týmem, ale mimo jiné dalšími skupinami používajícími OGLE data ke svému výzkumu. Např. [Devor \(2005\)](#) před fitováním světelných křivek neprovedl důkladnou kontrolu na duplikáty. Několik hvězd ze současného OGLE katalogu, které zde mají dvojí označení

<sup>24</sup>222 824 hvězd z VSX katalogu (68,55 %) se nachází v oblastech mezi galaktickými šířkami  $-20^\circ$  a  $+20^\circ$ .





Obrázek 1.17: Zastoupení proměnných hvězd z VSX a našich kandidátů (v logaritickém měřítku) v závislosti na galaktické šířce.



Obrázek 1.18: Stejné rozdělení jako v Obr. 1.16 doplněné o proměnné hvězdy z projektu CSS. Možná korelace mezi oblastmi s proměnnými z CSS a kandidáty na duplikáty je viditelná v oblasti mimo galaktickou rovinu.

(původní MACHO nebo jiné jméno a nové OGLE jméno), byly do VSX převzaty jako dvě samostatné proměnné. Ty mají nejen identické periody, ale i souřadnice.

Ačkoliv majoritní většina hvězd může představovat reálné duplikáty, pomocí našich kritérií jsme nebyli schopni vyloučit možnost, že dva blízké objekty jsou opravdu rozdílné proměnné. Navíc některé výjimečné objekty jsou vizuální dvojhvězdy, jejíž obě složky jsou tvořeny blízkými zákrytovými systémy, jejichž krátké oběžné periody jsou v poměru malých přirozených čísel (např. BV a BW Dra s poměrem period blízkým 6:5, [Batten & Hardie, 1965](#)). Nerozlišené čtyřhvězdné systémy, jakým je CzeV343 (dvojitý zákrytový systém s periodami v poměru 3:2, [Cagaš & Pejcha, 2012](#)), mohou do naší analýzy také zanechat chyby, zvláště když by vzájemné periody byly v poměru 1:1 nebo 1:2.

Zajímavou situaci dokumentuje první pár hvězd v Tab. 1.3. GM And je RRab hvězda s pulzační periodou 0,7067585 d a V0467 And je dvojhvězdný systém typu EW s oběžnou periodou 0,3534 d. Jejich úhlová vzdálenost je pouze 38". Pokud použijeme dvojitou hod-

Tabulka 1.5: Počet párů s  $R = 0,0\%$  (téměř jisté duplikáty) s oběma jmény obsahujícími zkratku stejného projektu.

Projekt	ASAS	BEST	BOKS	CSS	EROS2	HAT	MACHO	NSVS	OGLE
Počet	18	71	20	73	(51)	23	2	4	18

notu periody pro V0467 And a hodnotu pulzační periody GM And, relativní rozdíl obou hodnot je pouze  $R \sim 0,0059\%$ . Hvězdy tedy velice dobře splňují naše kritéria  $R < 0,1\%$  a  $r < 1'$ . Obě hvězdy však mají dobře zdokumentované proměnnosti a periody – GM And (Schmidt & Reiswig, 1993), V0467 And (Maintz, 2008) – a jedná se s jistotou o dvě rozdílné proměnné.

V2660 Oph (EA,  $P_{\text{eclipse}} = 1,2061988$  d, Haussler et al., 2005) a EP Ser (RRab,  $P_{\text{puls}} = 0,6032100$  d, Haussler et al., 2006) se vzdáleností  $r = 58,46''$  a s rozdílem period  $R = 0,018\%$  jsou dalším příkladem dvojice úhlově blízkých proměnných hvězd s podobnými periodami (násobky), které jsou však s jistotou odlišnými objekty. Z toho je zřejmé, že pravděpodobnost výskytu takových dvojic je malá, ale určitě ne nulová (a to i v řídkých oblastech oblohy).

Na závěr jsou uvedeny tři objekty, jejichž proměnnost byla odhalena v měřeních dalekohled Kepler a které by měly být vyloučeny z hlavního VSX katalogu (Tab. 1.6). Coughlin et al. (2014) zjistil (použitím „false-positive“ testů), že KID 10342065, KID 10342041 a KIC 10407221 (klasifikované jako EA) vykazují falešnou proměnnost způsobenou velmi jasnou hvězdou V2083 Cyg (typ EA s celkovou hvězdnou velikostí kolem 7 mag). Dokonce u dvou z nich (KID 10342065 a KID 10342041) byly už dříve spočteny parametry domnělých dvojhvězdných systémů na základě světelných změn (Slawson et al., 2011). Extrémní dosah kontaminace signálu od jasné hvězdy dokumentuje třetí hvězda, KIC 10407221, která má hvězdnou velikost přibližně 15,6 mag a nachází se ve vzdálenosti 4,29' od zdroje problému, hvězdy V2083 Cyg. Zde je zřetelně vidět, že použití hvězdných velikostí, jako dalšího vylučovacího kritéria při odhalování duplikátů není příliš vhodné.

Tabulka 1.6: Proměnné objekty v okolí hvězdy V2083 Cyg. Sloupce jsou identické jako v Tab. 1.4 (parametry  $R$  a  $r$  jsou vztaženy k V2083 Cyg).

Jméno	$R$ [%]	$r$ [']	$\alpha$ [deg]	$\delta$ [deg]	$P$ [d]	VAR	Hv. vel.
V2083 Cyg	0,000	0,0	292,81817	+47,48117	1,867420	EA	6,94 – 7,18 Hp
KID 10342065	0,014	59,1	292,84213	+47,48383	0,933837	EA	13,964 (0,002) Kp
KID 10342041	0,007	63,0	292,83300	+47,49553	0,933771	EA	14,658 – ? Kp
KIC 10407221	0,002	257,4	292,84448	+47,55042	0,933728	EA	15,647 – ? Kp

Tato analýza byla provedena jako varování pro uživatele VSX katalogu. Některé zde uvedené hvězdy mohou být špatně pojmenované nebo mají falešně přiřazené informace o proměnnosti a vůbec nemusí být proměnnými hvězdami. Celá studie byla publikována v práci Liška et al. (2015c). Zamýšleným dopadem je oprava některých problémů ve VSX<sup>25</sup>.

<sup>25</sup>Mezi hmatatelné dopady této studie je oprava trojice hvězd tvořící duplikát k CI CrB. Ihned po zveřejnění naší práce na arXivu (6. 3. 2015) byly hvězdy s CSS jmény přiřazeny k CI CrB. Později došlo ke stejné úpravě u V2083 Cyg pro hvězdy s KIC a KID jmény (1. 4. 2015).



### 1.4.4 CzeV, SvkV a RafV katalogy

Kromě souhrnných katalogů proměnných hvězd (GCVS, VSX) existují i jiné katalogy vytvořené nejčastěji v rámci nějakého pozorovacího projektu (Hipparcos, ASAS-3, NSVS, OGLE I-IV a jiné). Tyto katalogy uvádějí seznam proměnných hvězd a jejich základní charakteristiky, které byly určeny na základě měření získaných v daném projektu. Obvykle vznikají až po ukončení daného projektu po globální analýze celé naměřené datové sady. Poněkud odlišný důvod stojí za vznikem katalogů CzeV, SvkV a RafV, které byly zřízeny a jsou spravovány Sekcí proměnných hvězd a exoplanet ČAS. První dva jsou národní katalogy české a slovenské proměňářské komunity a mají za cíl udržovat evidenci nových proměnných hvězd objevených na území České/Slovenské republiky nebo českými/slovenskými astronomy. Třetí uvedený katalog RafV dokumentuje plodnou spolupráci v Namibii mezi Antonem Paschkem a německými astronomy v letech 2005–2007.

#### CzeV katalog

Důvodem založení CzeV katalogu<sup>26</sup> (Brát, 2005, 2006) je udržování jednoznačného a nezaměnitelného označení českých objevených proměnných hvězd (CzeV – Czech Variables) spolu s přesnými souřadnicemi těchto objektů, což zaručuje sjednocení předběžných označení nových proměnných hvězd. On-line katalog zajišťuje snadné editování záznamů a přidávání nových objektů, a tak i možnost rychlého oznámení objevu. Původní seznam CzeV proměnných hvězd obsahoval 98 hvězd od 12 objevitelů (11. 8. 2005, Brát, 2005) a o jeho vytvoření se postarali především doc. M. Zejda (seznam hvězd, bibliografie) a bc. L. Brát (web). Další objevené proměnné byly do on-line katalogu přidávány postupně samotnými objeviteli. V současné době tento katalog obsahuje 678 hvězd (poslední číslovaná hvězda má však označení CzeV681) od 49 objevitelů a spoluobjevitelů (10. 7. 2015). Dva nejspěšnější čeští astronomové mají přes stovku objevů (189 – dr. P. Cagaš, 102 – F. Lomoz). Dnešní on-line podoba CzeV katalogu (nazývaného též CzeV katalog 2.0) byla přepracována L. Brátem v srpnu 2014. Současným správcem je M. Mašek.

Do tohoto katalogu jsem také přispěl nalezením 5 proměnných hvězd. Tři z nich v CzeV615 (Liška & Lišková, 2014), CzeV509 a CzeV510 jsou oddělenými zákrytovými systémy. Další hvězda CzeV502 patří do typu UV Ceti a je eruptivním dMe-trpaslíkem (spektrální třída M, spektrum obsahuje některé čáry v emisi, např. H $\alpha$ ). U hvězdy CzeV503 (Liška & Skarka, 2013) jsme typ proměnnosti nedokázali jednoznačně určit. Nejspíše se jedná o dlouhoperiodickou proměnnou hvězdu nebo elipsoidální proměnnou. Seznam těchto hvězd s určenými základními vlastnostmi je v Tab. 1.7.

Tabulka 1.7: Přehled mnou objevených proměnných hvězd uvedených v CzeV katalogu.

Jméno	Souhvězdí	RA [h:m:s]	DEC [°:':"]	Hvězdná velikost	Typ	$M_0$	$P$
CzeV502	Leo	11:18:20,304	+13:47:39,21	10,5 – 12,0 (R)	UV Cet	–	–
CzeV503	Her	18:26:03,687	+12:23:27,06	12,8 – 13,0 (R1)	puls/ELL	2451308,9	60,58
CzeV509	Cyg	19:39:42,422	+50:18:01,26	14,4 – 15,2 (C)	EA	2456463,451	2,1907
CzeV510	Cyg	19:40:50,907	+50:21:40,31	14,9 – 15,5 (C)	EA	2456056,4407	3,14748
CzeV615	Ser	15:53:23,634	+08:47:22,32	10,008 – 10,121 (V)	EA	2453144,9028	1,4869803

**Poznámky:** CzeV503 byla publikována v práci Liška & Skarka (2013), CzeV615 v práci Liška & Lišková (2014).

<sup>26</sup><http://var2.astro.cz/czev.php>

# Kapitola 2

## Pozorování

Tato kapitola je věnována praktickým pozorováním, která byla vykonána pro dosažení vybraných dílčích vědeckých cílů. V práci bylo využito několika pozorovacích metod, které jsou individuálně rozebrány v Části 2.1. Přehledy získaných měření pro jednotlivé metody jsou prezentovány v Části 2.2.

V této kapitole jsou zmíněna pozorování, která jsem sám pořídil nebo byla pořízena na mou žádost během přípravy této práce. Některá měření již byla zahrnuta do analýzy vybraných hvězd a výsledky byly zveřejněny v několika publikacích, např. hvězda CU Vir (Mikulášek et al., 2011), AV CMi (Liška et al., 2012; Liška et al., 2013), CzeV503 Her (Liška & Skarka, 2013), CzeV615 Ser (Liška & Lišková, 2014), TU UMa (Liška et al., 2015a), VX Her, AT Ser a S Com (Liška et al., 2015b),  $\varphi$  Dra (Prvák et al., 2015).

Celý pozorovací soubor získaný během mého doktorského studia je poměrně obsáhlý a různorodý a převážně z časových důvodů nebylo možné všechna data už dříve detailně analyzovat a publikovat. Na druhou stranu některé vybrané cíle je potřeba i nadále sledovat pro doměření světelných změn (např. se nepodařilo dostatečně zdokumentovat nebo vysvětlit jejich složité chování). Z obou důvodů je v plánu v následujících letech dodatečně publikovat další studie založené na získaných měřeních.

### 2.1 Pozorovací metody

Nástin pozorovacích metod byl proveden už v mých předchozích závěrečných pracích (Liška, 2007, 2009). Proto zde nebudu všechny dříve uvedené informace opakovat, ale budu se více věnovat dříve nepoužitým metodám. Část týkající se CCD pozorování (zvláště pak na brněnských stanovištích) byla navíc nedávno detailně diskutována v disertační práci M. Chrastiny (2013).

#### 2.1.1 Fotoelektrická fotometrie

Fotoelektrická fotometrie je metoda pozorování využívající fotoelektrického jevu k měření množství dopadajícího elektromagnetického záření od nebeských objektů (měření jejich jasnosti). Běžně se za fotoelektrickou fotometrii označují pouze měření vykonaná pomocí fotonásobiče. I při CCD fotometrii se využívá fotoelektrického jevu, proto by sem měla správně patřit i tato technika. V důsledku vžití terminologie budu v této práci striktně

rozdílet fotoelektrickou fotometrii (tzv. klasickou fotometrii pomocí fotonásobiče) od CCD fotometrie (Část 2.1.2). Obě tyto techniky odlišuje druh měřicího zařízení (detektoru) i způsob pozorování. Vlastností, požadovanou u obou typů měřicích přístrojů, je linearita detektoru (měřený elektrický signál závisí přímo úměrně na množství dopadajícího záření).

Detektor, který se běžně užívá při fotoelektrické fotometrii, se nazývá fotonásobič<sup>1</sup> (Modular Photometer, Photomultiplier Tube). Jeho princip spočívá v zesilování elektrického signálu, který se uvolní po dopadnutí fotonů na fotokatodu (prvek citlivý na elektromagnetické záření) – dojde zde k vyražení elektronů. Uvolněné elektrony jsou následně mezi dynodami (elektrodami) urychlovány vysokým napětím (řádově kV). Elektrony dopadají na dynody, kde způsobí početné emise dalších elektronů (sekundární emise), které mají za následek značné zesílení původního signálu („lavinový efekt“). Díky tomuto principu lze fotonásobiči detekovat i dopad jednotlivých fotonů.

Fotonásobič, jako prvek citlivý na dopadající elektromagnetické záření, neumožňuje sám o sobě úhlově rozlišit měřený objekt (detekce fotonů dopadající na plochu fotokatody). Lze ho chápat jako bodový detektor. Pro získání představy o plošném rozdělení množství dopadajícího záření je potřeba s fotonásobičem, případně s celým měřicím přístrojem posouvat či otáčet (např. scanování oblohy, satelit Hipparcos<sup>2</sup>), nebo vytvořit matici fotonásobičů (např. detekce neutrin, Super-Kamiokande). Tento nedostatek ovlivňuje způsob pozorování, v jednu chvíli lze totiž získat pouze souhrnnou informaci o těch objektech, jejichž záření dopadlo do fotonásobiče.

Pro praktické použití se do dalekohledu před fotonásobič vkládá úzká clonka, která omezuje zorné pole tak, aby do detektoru dopadal signál jen od měřeného objektu (zorné pole s průměrem několika jednotek, maximálně desítek obloukových vteřin). Při měření hvězd by měla mít clonka mírně větší rozměr než má obraz hvězdy v daném místě dalekohledu (záleží i na chvění atmosféry tzv. seeingu a na přesnosti chodu montáže). Přesto je signál samotné měřené hvězdy navýšen o signál z pozadí, který je potřeba samostatně proměřit (oblast v blízkosti měřené hvězdy bez detekovatelných hvězd) a následně při zpracování odečíst. Kromě hlavní (proměnné) hvězdy se proměřují hvězdy srovnávací a kontrolní včetně jejich pozadí. Tyto hvězdy by měly být neproměnné a jsou voleny tak, aby měly blízkou úhlovou vzdálenost od hlavního měřeného cíle, srovnatelnou jasnost a podobnou barvu.

Pro správnou kalibraci výsledků je nutno měřit alespoň ve dvou filtrech a v průběhu noci proměřovat i další srovnávací hvězdy, tzv. standardní hvězdy, které umožňují převést výsledné hvězdné velikosti do standardního fotometrického systému. Jeden z možných postupů předpokládá proměření čtyř standardních hvězd téměř současně přibližně každou hodinu. Vybrané dvě dvojice, které obsahují modrou a červenou hvězdu, se nacházejí v různých úhlových výškách (jedna dvojice v zenitu, druhá mnohem blíže k obzoru). Ze změn jejich barevných indexů lze spočítat modely atmosféry (extinkce), které slouží ke korekci výsledků (více informací např. v práci [Harmanec, 2012](#)).

Zásadním nedostatkem fotoelektrické fotometrie je nutnost přejíždění mezi objekty, čímž se snižuje časové rozlišení měření. Při ručním vyhledávání objektů navíc hrozí vy-

<sup>1</sup>Například na observatoři SAAO byla u 0,75m dalekohledu pro fotoelektrickou fotometrii velmi slabých objektů užívána i CCD kamera. Pozorovací postup byl však totožný s klasickou fotometrií.

<sup>2</sup>Detektor u dalekohledu Hipparcos byl obdobou kamery – Image dissector tube + Photomultiplier.

soké riziko nenalezení správné hvězdy. Varianty dvou- a více-kanálového fotoelektrického fotometru, které umožňují simultánní měření 2 i více objektů najednou, tuto nevýhodu minimalizují.

S fotoelektrickou fotometrií jsem se setkal při pozorování s 0,5m dalekohledem na observatoři SAAO v Jihoafrické republice, kde jsem přibližně ve 22 nocích získal měření ve filtrech *UBV* pro několik zákrytových dvojhvězd a CP hvězd. Tato měření však přímo nesusouvisí s tématem této disertace. Fotoelektrická měření byla předběžně zpracována během pozorování programem *XLUCY*<sup>3</sup> (Balona, 2000). Finální zpracování dat provedl dr. Janík programem *HEC22*<sup>4</sup> (Harmanec et al., 1994). Výsledky např. pro CP hvězdu *CU Vir* byly publikovány v práci Mikulášek et al. (2011).

### 2.1.2 CCD fotometrie

Základem tohoto druhu fotometrie je tzv. CCD detektor, obsahující křemíkový CCD čip. Tato elektronická polovodičová součástka je tvořena maticí prvků (fotodiod), které jsou citlivé na elektromagnetické záření. Fotony, které dopadnou na fotodiody uvolňují elektrony, jejichž náboj je postupně přesouván k okraji čipu, kde dojde k vyčtení naexponovaného signálu. Zde proběhne měření vzniklého napětí a poté je analogový signál převeden na digitální informaci v A/D převodníku. Pro každou buňku CCD detektoru, citlivou na světlo, se tak získá informace o měřeném signálu v daném bodě (pixelu). Informace se posléze přenesou (např. USB kabelem) do počítače, ve kterém dojde k uložení snímku do vybraného formátu (např. FITS).

Jiná varianta podobného detektoru obsahuje tzv. CMOS čip. U CMOS čipu má každá buňka svůj vlastní A/D převodník, který je umístěn v oblastech mezi fotodiodami. Velkou část plochy čipu proto zabírají právě tyto převodníky. To má za důsledek obecně nižší citlivost CMOS čipu ve srovnání se CCD čipy. Nevýhoda se částečně snižuje použitím soustavy mikročoček před fotodiodami. CMOS čip je na rozdíl od CCD čipu snáze vyrobitelný a proto je levnější. Existují i jiné možné varianty CMOS čipu, např. back-illuminated sensor (zezadu osvětlený senzor). Přesto se prozatím CMOS technologie v astronomii využívá zřídka.

CCD detektory jsou součástí astronomických CCD kamer. Kamery umožňují snímat oblast oblohy s volitelnou délkou expozice. Obvykle se vkládají do primárního ohniska dalekohledu. Mezi významné vlastnosti těchto kamer patří vytváření digitálních obrazů hvězdného pole, které lze počítačově zpracovat, proměřit (i dodatečně po mnoha letech) a snímky dlouhodobě archivovat. Tepelný šum, který ovlivňuje kvalitu snímku, lze snížit chlazením čipu.

CCD čipy obsažené v astronomických kamerách použitých v této práci mají maximální citlivost v červené až infračervené oblasti spektra. Existují však čipy s maximem citlivosti v jiných spektrálních oblastech.

Prvním krokem zpracování CCD snímků je jejich kalibrace, která se provádí za pomoci tzv. kalibračních snímků (Dark Frame, případně Bias a Flat Field). Temným snímkem (Dark Frame) se sníží úroveň snímku o střední hodnotu vyčítacího a teplotního šumu. Bias je temným snímkem pořízeným s nejkratší možnou expoziční dobou a v případě

<sup>3</sup><http://old.saa0.ac.za/facilities/instruments/modular-photometer/>

<sup>4</sup><http://astro.troja.mff.cuni.cz/ftp/hec/PHOT/>

velmi dobře vychlazeného CCD čipu může být použit místo Dark Frame snímku. Světlym snímkem (Flat Field) se znormuje signál na všech pixelech snímku.

V druhém kroku se na zkalibrovaných snímcích identifikují hvězdy dle přednastavených kritérií. Astrometrií se určí jejich přesné pozice (souřadnice na snímku). Následně se u detekovaných hvězd provede fotometrie, t.j. proměří se množství energie, které od nich bylo zaznamenáno (intenzita hvězdy na snímku). Z těchto hodnot se vypočtou instrumentální hvězdné velikosti. Porovnáním instrumentálních hvězdných velikostí u dvou hvězd se získá diferenciální hvězdná velikost jedné hvězdy vůči druhé.

Na závěr se pozice detekovaných hvězd srovnají s mapkou (vzorovým snímkem zorného pole), případně s astrometrickými katalogy, a určí se absolutní pozice hvězd v rovnicových souřadnicích. Proměřením velkého vzorku hvězd se známými hvězdnými velikostmi (pro měření minimálně ve dvou filtrech) lze také získat převod do standardního fotometrického systému.

Podoba jednotlivých kroků (příp. jejich pořadí) záleží na programu použitém ke zpracování. CCD fotometrii lze provést např. programy IRAF<sup>5</sup>, DAOPHOT<sup>6</sup> (Stetson, 1987), MAXIM DL<sup>7</sup>, MUNIPACK<sup>8</sup> (Hroch, 1998, 2014). V této práci byly CCD snímky zpracovávány programem C-MUNIPACK<sup>9</sup> ver. 1.1 nebo 1.2, který je založený na metodách použitých v programu DAOPHOT.

Program C-MUNIPACK umožňuje proměřovat hvězdné velikosti pomocí tzv. aperturní fotometrie. Při ní je signál pro každou hvězdu vypočítán jako součet intenzit v kruhové clonce (apertuře) na pixelech připadajících dané hvězdě. Kromě aperturní fotometrie se lze setkat s profilovou fotometrií (hvězdná velikost se určuje z tvaru hvězdy na snímku) a nebo DIA fotometrií (Difference Imaging Analysis – pro určení hvězdné velikosti se nejprve od měřeného snímku odečte vybraný vzorový snímek).

### 2.1.3 Skvrnková interferometrie

Hvězdy jsou bodové zdroje záření a jejich obrazy zobrazené dalekohledem by měly mít v ideálním případě tvar tzv. Airyho disku. Reálné obrazy získané na Zemi jsou ovlivněny chvěním vzduchu a podobají se Gaussově funkci. Při hodnocení kvality pozorovacích podmínek se udává nejčastěji parametr tzv. seeingu, který nám přibližně říká, jaký průměr bude mít v dalekohledu (na snímcích) kotouček hvězdy. Na nejlepších místech na Zemi (např. La Silla v Chile) může dosahovat seeing pouze 0,5", obvykle je to však 1–3", pro velké městské aglomerace ještě více. Pro získání vyššího úhlového rozlišení astronomických snímků je možné využít adaptivní optiky, která je však technologicky náročná, a proto finančně nákladná. Srovnatelné výsledky dává i metoda skvrnkové interferometrie (Speckle interferometry).

Pro metodu skvrnkové interferometrie je důležité pořídit velké množství snímků s krátkou expoziční dobou (řádově milisekundy), které se po aplikaci vybraných matematických metod následně složí v jeden ostrý snímek. Pouhé složení všech snímků by způsobilo opět

<sup>5</sup><http://iraf.noao.edu/>

<sup>6</sup><http://www.star.bris.ac.uk/~mbt/daophot/>

<sup>7</sup><http://www.cyanogen.com/>

<sup>8</sup><http://munipack.physics.muni.cz/>

<sup>9</sup><http://c-munipack.sourceforge.net/>

rozmazaný obraz (Obr. 2.1, vlevo), podobný tomu, který bychom dostali jedinou dlouhou expozicí (s expoziční dobou odpovídající součtu těchto krátkých expozičních dob). Aplikací vhodné matematické metody je možné obraz značně zostřít.

Jedním z nejjednodušších přístupů je spočítat na každém snímku střed hvězdy (centroid, výpočet těžiště hvězdy v obou osách snímku), provést korekci pozice na tento střed a sečíst signál ze všech takto upravených snímků (Obr. 2.1, druhý zleva). Ke kvalitnějším výsledkům vede použití filtrační metody tzv. Lucky imaging („zobrazení výběrem“). Jejím prostřednictvím se vyberou jen nejlepší (málo rozmazané) snímky. K finálnímu složení postoupí jen nízké procento ze všech získaných snímků (Obr. 2.1, třetí až pátý snímek zleva). Mnohem vyšší kvality obrazu lze dosáhnout použitím Fourierovy transformace. V případě, že je cílem pozorování nalezení slabší složky vizuální dvojhvězdy, která je běžně přezářena jasnější hvězdou, odečte se matematický model jasné hvězdy na snímku a získaný obraz bude v ideálním případě obsahovat pouze signál slabší hvězdy.



Obrázek 2.1: Ukázka použití metody skvrnkové interferometrie a metody Lucky imaging. Vlevo je obrázek vytvořený součtem 50 000 snímků s expozicí 25 ms (filtr z). V druhém zleva je součet snímků opravených o posuvy centroidu. Třetí až pátý obrázek zleva se liší výběrem snímků (50 %, 10 % a 1 % nejlepších). Snímky byly pořízeny 2,2m dalekohledem na Calar Alto a díky těmto metodám bylo dosaženo vysokého úhlového rozlišení (dva slabé objekty mají úhlovou vzdálenost jen 0,15"). Převzato z práce [Hippler et al. \(2009\)](#).

### 2.1.4 Astrometrie

Astrometrie je metoda zabývající se měřením pozic hvězd na obloze, na fotografických deskách, nebo v dnešní době na CCD snímcích. Vysoce přesná astrometrie se také využívá k měření paralax či vlastních pohybů hvězd. Astrometrické měření pozic hvězd na CCD snímcích je nutný krok předcházející fotometrii hvězd. Proto u všech fotometrických měření vykonaných CCD kamerami byla astrometrie využita ke správnému určení středů hvězd na snímcích.

Pozice hvězdy na snímku se určuje relativně k okraji snímku, získaný údaj o souřadnicích hvězdy je z tohoto důvodu v pixelech. Výpočet souřadnic středu hvězdy, nebo též centroidu, lze provést váhovaným průměrem malé oblasti snímku s měřenou hvězdou

$$x_c(t) = \frac{\sum_{xy} I(x, y, t) x}{\sum_{xy} I(x, y, t)}, \quad y_c(t) = \frac{\sum_{xy} I(x, y, t) y}{\sum_{xy} I(x, y, t)}, \quad (2.1)$$

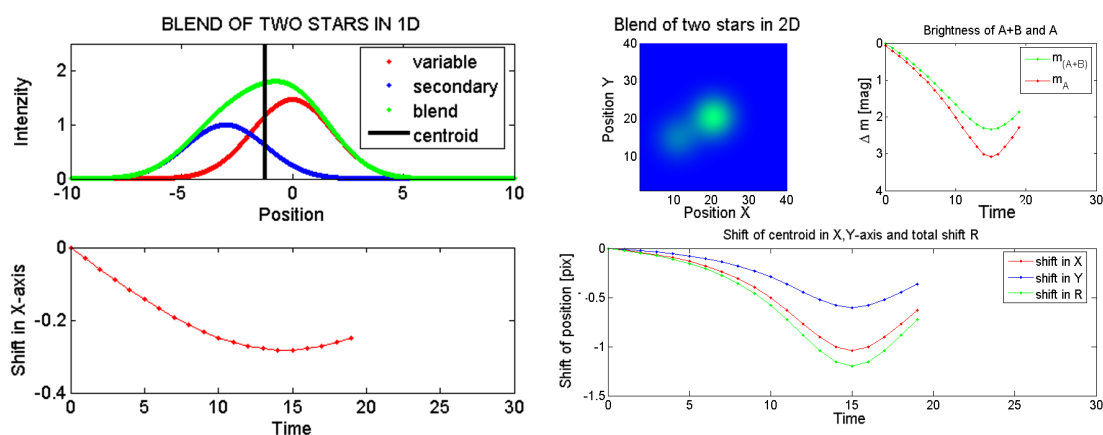
kde  $x_c(t)$ ,  $y_c(t)$  jsou výsledné souřadnice centroidu na snímku (pořízeném v čase  $t$ ),  $I(x, y, t)$  je intenzita snímku na souřadnicích  $x, y$  (např. [Orlov et al., 2014](#)).



## 2.1.5 Astrometrická měření – odhalení blendu

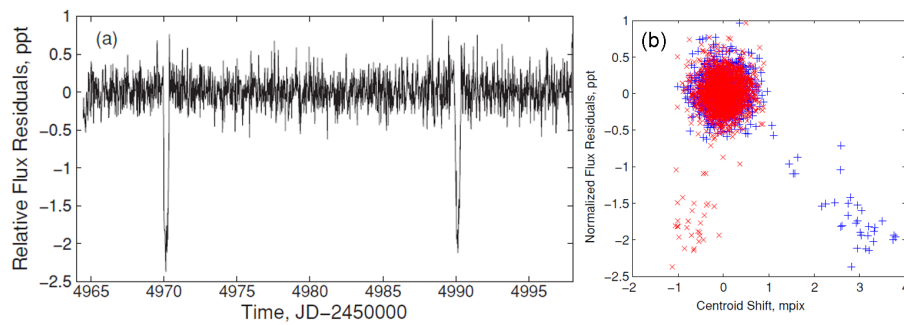
Astrometrii lze použít také k odhalení tzv. blendu (smíchání signálu dvou a více hvězd nacházejících se úhlově těsně vedle sebe). Pokud máme takovýto těsný pár hvězd na snímku, často jej nelze vizuálně rozlišit na dva samostatné objekty. Záleží na rozlišení zobrazovacího systému, na pozorovacích podmínkách, úhlové vzdálenosti obou hvězd a na rozdílu jejich jasností. Dvě hvězdy tak mohou být zobrazeny jako dva blízké kotoučky, jako jedna protažená hvězda, a někdy dokonce ani žádná deformace celkového tvaru hvězdy (součet signálů od obou hvězd) není viditelná.

V případě, že jedna hvězda z blendu je proměnná, způsobuje druhá hvězda útlum pozorované amplitudy změn jasnosti (viz ukázka z vlastní simulace na Obr. 2.2). Snížená amplituda přináší zkreslené informace o fyzikálních vlastnostech proměnné hvězdy, proto je odhalení blendu velice důležité. Pokud budeme měřit polohu středu blendu v průběhu času, během kterého dochází ke změnám jasnosti, lze v některých případech detekovat posun středu celé hvězdy na snímcích. Dochází totiž k přesunu těžiště signálu (centroidu) mezi proměnnou a neproměnnou hvězdou. Například když bude proměnná hvězda slábnout, centroid se bude posouvat k neproměnné hvězdě. Z uvedených poznatků vyplývá, že je vhodné sledovat korelaci mezi středem měřeného objektu a jeho celkovou jasností. Pokud se jedná o blend, který jsme schopni detekovat v našich měřeních, bude se centroid při změně jasnosti posouvat v ose  $x$  nebo  $y$ , případně v obou osách současně (záleží na orientaci obou hvězd).



Obrázek 2.2: Jednorozměrná simulace změn pozice centroidu u blendu dvou hvězd v závislosti na změně intenzity proměnné hvězdy (levý panel), dvourozměrná simulace ukazující změnu celkové hvězdné velikosti objektu a změnu pozice centroidu na snímku (panel vpravo).

Tento způsob se používá k odhalení falešných kandidátů na tranzitující exoplanetární systémy („false-positive“ test). Jeho aplikací lze zjistit, zda hvězda, vykazující malé změny jasnosti podobné tranzitům, je ve skutečnosti blendem jasné konstantní hvězdy a zakrytové dvojhvězdy na jejím pozadí (background eclipsing binary – BGEB), která by jako osamocený objekt vykazovala mnohem větší amplitudu změn jasnosti. Příkladem blendu je hvězda KOI-140 z pole dalekohledu Kepler (Batalha et al., 2010). Její světelné i astrometrické změny jsou zobrazeny v Obr. 2.3.



Obrázek 2.3: Příklad odhalení blendu u hvězdy KOI-140. Časová změna normované hustoty zářivého toku hvězdy, panel (a), vlevo. Závislost normované hustoty zářivého toku na relativní pozici centroidu hvězdy – měřeno v řádku ( $\times$ ), ve sloupci ( $+$ ), panel (b), vpravo. Převzato z práce [Batalha et al. \(2010\)](#).

### 2.1.6 Spektroskopie

Spektroskopie je metoda zabývající se detailní analýzou elektromagnetického záření (světla) přicházejícího do spektroskopu ze zdroje záření (např. hvězdy). Záření v sobě nese informace o chemickém složení zářícího materiálu, optickém prostředí, kterým záření prochází, nebo pohybech zdroje záření a mezilehlého prostředí. Spektroskopii lze použít k chemické analýze atmosfér hvězd a jejich obálek, měření radiálních rychlostí (RV), rotačních rychlostí, studiu mezihvězdného prostředí, magnetického pole hvězd a mnoha dalším záměrům. Spektroskopie našla široké uplatnění i v oborech mimo astrofyziku.

Světlo měřené hvězdy procházející dalekohledem je posláno do spektroskopu, ve kterém dochází k jeho rozložení do podoby spektra. K rozkladu se používá hranol nebo difrakční mřížka, případně jejich kombinace (echelletový spektroskop). Vzniklý obraz byl dříve exponován na skleněné fotografické desky, dnes je zaznamenáván mnohem citlivějšími CCD kamerami. Kromě snímků vybraných objektů je nutné pořizovat tzv. kalibrační spektra (Dark Frame, příp. Bias, Flat Field, spektra kalibračních lamp). Pro ověření stability spektroskopu a také za účelem porovnání měření se pořizují spektra standardních hvězd (nemění se tvary ani polohy spektrálních čar).

První část zpracování CCD spekter je podobná zpracování fotometrických CCD snímků. Od spekter měřeného objektu se nejprve odečte Dark Frame (v případě značně vychlazené a kvalitní CCD kamery stačí odečíst Bias snímek). Rozdílná citlivost jednotlivých pixelů se posléze znormuje Flat Fieldem. Následuje očištění snímků o stopy kosmického záření. Spektrum se posléze srovná se spektrem kalibrační lampy, u které jsou známy velice přesně absolutní pozice výrazných čar (ve vlnových délkách) a také jejich relativní pozice na CCD snímku. Vlnové délky ve spektru měřeného objektu jsou tak zkalibrovány. Dále se provede export spektra do tabulky obsahující vlnovou délku a k ní přiřazenou intenzitu. Tento soubor je připraven k analýze a další postupy zpracování se liší dle typu výsledku, který je zamýšleno získat. Popis postupu redukce dat by byl mírně složitější pro zpracování echelletových spekter (např. identifikace a správné zkalibrování spektrálních řádů), které však v této práci nebyly použity, a odlišnosti tohoto postupu proto nejsou uvedeny.



## 2.2 Přehled pozorování

### 2.2.1 Fotometrická pozorování vybraných cílů

V rámci mého doktorského studia jsem byl zapojen do několika projektů (seznam viz Tab. A.1), ve kterých jsem se podílel přednostně na pozorování vybraných proměnných hvězd. Získal jsem tak zkušenosti s fotometrickým pozorováním s 19 odlišnými pozorovacími přístroji (některé z nich se liší jen použitou CCD kamerou nebo typem fotografického objektivu). Jejich přehled včetně základních parametrů uvádím v Tab. 2.1.

Samotná pozorování byla vykonána na 11 odlišných místech (viz Tab. 2.2, která je doplněná o přibližný počet pozorovacích nocí). Převážnou část měření jsem vykonal na pozorovacích stanovištích v Brně – na Observatoři Masarykovy univerzity (MUO), Hvězdárně a planetáriu Brno (HaP) a soukromé observatoři v Brně.

Lze bohužel konstatovat, že se proběhlé rekonstrukce Observatoře Masarykovy univerzity (2011–2013) a také Hvězdárny a planetária Brno (2010–2011) negativně podepsaly na homogenitě těchto CCD pozorování (více přístrojů, pozorovacích stanovišť, odlišné sady fotometrických filtrů). Pozorování v Johnsonově-Cousinově fotometrickém systému *BVRI* (MUO-1, MUO) byla v roce 2012 doplněna alespoň měřeními z Vyškova (Vyškov-1, VYŠKOV) v *BVRI* filtrech a z observatoře na Suhoře ve Strömgrenových filtrech *uvbyH $\beta$*  (Suhora-2, SUHORA).

Po úspěšné rekonstrukci HaP zde byla používána tato Strömgrenova sada (HaP-3, HaP). Následně byly filtry přesunuty na MUO (MUO-3, MUO) a na HaP byla ponechána Johnsonova-Cousinova sada (*BVRI*). Strömgrenovy filtry byly i na MUO posléze vyměněny za *BVRI*.

Během doktorského studia jsem také vykonal fotometrická pozorování s využitím fotoelektrického fotometru (fotonásobiče). Účelem těchto pozorování bylo získat vysoce přesná *UBV* měření pro vybrané jižní cíle (převážně CP hvězdy a zákrytové dvojhvězdy). Ty byly pozorovány na observatoři SAAO (Sutherland, JAR), jednom z posledních míst, kde bylo možné fotoelektrickou fotometrii provádět<sup>10</sup>. Výstupem byla např. studie CP hvězdy CU Vir (Mikulášek et al., 2011).

Mezi hlavní výsledky mé práce lze řadit fotometrická CCD měření vybraných zákrytových dvojhvězd vykazujících výrazné změny periody, např. z důvodu vícenásobnosti (V2294 Cyg, BV a BW Dra). Dále jsem monitoroval RR Lyrae hvězdy, které jsou sice obecně osamocenými pulzujícími hvězdami, ale vybrané cíle patří mezi kandidáty na dvojhvězdy. Pokoušeli jsme se u nich prokázat dvojhvězdnost na základě změny pulzační periody (TU UMa, AT Ser, SS Leo) nebo navíc pomocí detekce možných zákrytů (RW Ari, VX Her, V80 UMi). Proměnná hvězda AV CMi byla měřena pro celkovou analýzu očekávaného vícenásobného systému a přesnější popis apsidálního pohyb hlavního zákrytového páru. Pozorování CP hvězdy  $\phi$  Dra měla sloužit ke zpřesnění její rotační periody.

Poměrově velká část fotometrických dat byla pořízena v rámci výše zmíněných projektů a bezprostředně se netýkají této disertační práce. Přehled měření relevantních pro tuto práci je v Tab. 2.3.

---

<sup>10</sup>Na začátku r. 2015 byl ukončen provoz 0,5m i 0,75m dalekohledů na observatoři SAAO, které jediné byly vybavené fotoelektrickými fotometry.

Tabulka 2.1: Přehled přístrojů použitých k fotometrickým pozorováním.

Označení	Typ	Průměr [mm]	Ohnisko [mm]	Montáž	CCD kamera Výrobce	Čip
MUO-1	RL Newton	600	2 780	vidlicová	ST-8 SBIG	KAF-1603ME
MUO-2	RL Newton	600	2 780	vidlicová	G2-0402 MII	KAF-0402ME
MUO-3	RL Newton	600	2 780	vidlicová	G2-4000 MII	KAI-4022
HaP-1	SC CEL 1400 XLT	355	3 910	německá	G2-0402 MII	KAF-0402ME
HaP-2	SC CEL 1400 XLT	355	3 910	německá	G2-4000 MII	KAI-4022
HaP-3	SC CEL 1400 XLT	355	3 910	německá	G4-16000 MII	KAF-16803
Vyškov-1	RL Newton	400	1 750	vidlicová	G2-0402 MII	KAF-0402ME
Malokuk-1	RF Helios 2/58	29	58	německá EQ-1	ATIK 16 IC	Sony ICX 424AL
Malokuk-2	RF Sonnar 4/135	34	135	německá EQ-1	ATIK 16 IC	Sony ICX 424AL
Malokuk-3	RF Tessar 2,8/50	18	50	německá EQ-1	ATIK 16 IC	Sony ICX 424AL
Malokuk-4	RF Helios 2/58	29	58	německá EQ-1	G2-0402 MII	KAF-0402ME
Malokuk-5	RF Jupiter 3,5/135	39	135	německá EQ-1	ATIK 16 IC	Sony ICX 424AL
Suhora-1	RL Cassegrain	600	2 400	německá	ALTA U47-MB APOGEE	E2V CCD47-10
Suhora-2	SC CEL 925	235	2 350	německá	G2-4000 MII	KAI-4022
FOA-1	RL Ritchey-Chretien	1 520	12 500	vidlicová	ST-10XME SBIG	KAF-3200ME
Dk154-1	RL Ritchey-Chretien	1 540	13 000	Off-axis eq. GB	Danish	E2V44-82
SAAO-1	RL Cassegrain	762	~ 11 400	GB	G2-4000 MII	KAI-4022
SAAO-2	RL Cassegrain	508	~ 9 150	BCh	Modular Photometer	Tube Hamamatsu EA1516
SAAO-3	SC CEL 1400 XLT	355	3 910	německá	G2-4000 MII	KAI-4022

**Poznámky:** RL – reflektor, RF – refraktor, SC – Schmidt-Cassegrain, CEL – CELESTRON CGE, eq – ekvatoriální montáž, GB – Grubb-Parsons, BCh – Boller & Chivens.

Tabulka 2.2: Přehled pozorovacích míst.

Označení	Oficiální název	Místo	Z.D. [° '"]	Z.Š. [° '"]	Výška [m n. m.]	Počet nocí
MUO	Observatoř Masarykovy univerzity	Brno, Kraví hora, ČR	+16 35 01	+49 12 16	305	96
HaP	Hvězdárna a planetárium Brno	Brno, Kraví hora, ČR	+16 35 01	+49 12 16	305	57
VYŠKOV	Hvězdárna Vyškov	Vyškov – Marchanice, ČR	+17 01 21	+49 17 02	~ 250	4
MFO1	soukromá pozorovatelná	Brno, Veveří, ČR	+16 35 47	+49 12 12	~ 270	123
MFO2	Soukromá pozorovatelná	Frenštát p. R., ČR	+18 13 39	+49 32 11	~ 400	3
MFO3	Soukromá pozorovatelná	Tichá, ČR	+18 13 11	+49 34 08	~ 350	8
SUHORA	Observatoř na hoře Suhora	Mt. Suhora, Polsko	+20 04 03	+49 34 09	1009	7
FOA	Observatoř Leopolda Figla	Mitterschöpfung, Rakousko	+15 55 24	+48 05 03	880	15
SAAO SUT	Jihoafrická astronomická observatoř	Sutherland, JAR	+20 48 39	-32 22 46	1798	39
SAAO CT	Jihoafrická astronomická observatoř	Kapské město, JAR	+18 28 39	-33 56 02	~ 50	3
LA SILLA	Evropská jižní observatoř	La Silla, Chile	-70 44 08	-29 15 14	2340	27

**Poznámky:** MFO – Mobile Fox Observatory.

Tabulka 2.3: Přehled fotometrických CCD pozorování vybraných objektů.  $N_n$  – počet nocí,  $N_{\text{obs}}$  – počet pořízených měření, UA2 = USNO-A2.0.

Objekt	$N_n$	Filtr/ $N_{\text{obs}}$	Přístroj	Místo	Srovnávací hvězda	Kontrolní hvězda
RW Ari	8	<i>b</i> /723, <i>y</i> /727	MUO-3	MUO		
	5	<i>B</i> /155, <i>V</i> /159, <i>R</i> /156, <i>I</i> /107	MUO-3	MUO	UA2 1050-00623754	UA2 1050-00622936
	2	<i>B</i> /11, <i>V</i> /34, <i>R</i> /35, <i>I</i> /20	HaP-3	HaP		
AV CMi <sup>a</sup>	27	<i>B</i> /641, <i>V</i> /1 123, <i>R</i> /1 857, <i>I</i> /699	MUO-1	MUO		
	1	<i>U</i> /129, <i>B</i> /129, <i>V</i> /129, <i>R</i> /128, <i>I</i> /127	Suhora-1	SUHOA		
	1	<i>v</i> /50, <i>b</i> /49, <i>y</i> /48	Suhora-2	SUHOA		
	3	<i>B</i> /218, <i>V</i> /153, <i>R</i> /103, <i>I</i> /131	Vyškov-1	VYŠKOV		
	1	<i>v</i> /21, <i>b</i> /21, <i>y</i> /22	HaP-2	HaP	UA2 0975-04702479	TYC 770-911-1
	5	<i>v</i> /89, <i>b</i> /233, <i>y</i> /238	MUO-3	MUO		
	1	<i>B</i> /3, <i>V</i> /3, <i>R</i> /3, <i>I</i> /2	MUO-3	MUO		
	2	<i>B</i> /15, <i>V</i> /61, <i>R</i> /58, <i>I</i> /16	MUO-2	MUO		
	2	<i>B</i> /8, <i>V</i> /60, <i>R</i> /60, <i>I</i> /58	HaP-3	HaP		
V2294 Cyg <sup>b</sup>	19	<i>B</i> /593, <i>V</i> /1 603, <i>R</i> /915, <i>I</i> /623	MUO-1	MUO		
	3	<i>v</i> /101, <i>b</i> /100, <i>y</i> /101	Suhora-2	SUHOA		
	14	<i>b</i> /598, <i>y</i> /652	HaP-2	HaP	UA2 1350-10887595	UA2 1350-10882495
	8	<i>b</i> /246, <i>y</i> /248	MUO-3	MUO		
	2	<i>B</i> /58, <i>V</i> /1 62, <i>R</i> /62, <i>I</i> /61	MUO-3	MUO		
$\phi$ Dra <sup>*</sup>	2	<i>B</i> /134, <i>V</i> /144, <i>R</i> /280, <i>I</i> /126	Malokuk-5	MUO	HD 169666+HD 171044	–
	10	<i>B</i> /894, <i>V</i> /985, <i>R</i> /1 917, <i>I</i> /955	Malokuk-5	HaP		
BV Dra <sup>c</sup>	22	<i>v</i> /1 682, <i>b</i> /1 823, <i>y</i> /2 179, <i>H<math>\beta</math></i> /1 005	HaP-2	HaP	BD+62 1390	GSC 04180-00060
	1	<i>v</i> /135, <i>b</i> /135, <i>y</i> /136, <i>H<math>\beta</math></i> /135	MUO-3	MUO		
VX Her <sup>d</sup>	13	<i>B</i> /173, <i>V</i> /174, <i>R</i> /171, <i>I</i> /168	MUO-2	MUO	GSC 01510-00269	GSC 01510-00149
SS Leo	3	<i>green</i> /135	Malokuk-2	MFO	HD 100763	BD+01 2587
AT Ser <sup>e</sup>	7	<i>green</i> /294	Malokuk-2	MFO	HD 142799	BD+08 3106
TU UMa	16	<i>green</i> /801	Malokuk-2	MFO	BD+30 2165	HD 99593
	3	<i>v</i> /146, <i>b</i> /148, <i>y</i> /149	MUO-3	MUO	BD+30 2165	BD+30 2164
V80 UMi	11	<i>Clear</i> /183	MUO-2	MUO	UA2 1500-05884188	UA2 1500-05884431

**Poznámky:** V zorném poli použitého dalekohledu byly měřeny také následující proměnné hvězdy <sup>(a)</sup> – CzeV090 CMi, CzeV091 CMi, <sup>(b)</sup> – CzeV509 Cyg, CzeV510 Cyg (obě CzeV hvězdy byly objeveny v rámci této disertace), KIC 11969635, <sup>(c)</sup> – BW Dra, <sup>(d)</sup> – V591 Her, <sup>(e)</sup> – CzeV615 Ser (CzeV hvězda byla objeveny v rámci této disertace). <sup>(\*)</sup> – hvězda  $\phi$  Dra byla měřena tzv. diferenciální ensemble fotometrií („fotometrie pro celý soubor“ – průměrná měření pro dvě srovnávací hvězdy).

## 2.2.2 Spektroskopická pozorování objektu AV CMi

Spektroskopická pozorování byla pro tuto práci získána za účelem určení radiálních rychlostí (RV) pro hlavní dvojhvězdný systém AV CMi a stanovení poměru hmotností jeho složek. Již ze světelné křivky (podobné hloubky zákrytů, např. Liakos & Niarchos, 2010) bylo očekáváno, že systém AV CMi je spektroskopická dvojhvězda typu SB2, to znamená, že spektra by v některých orbitálních fázích měla obsahovat dvojité spektrální čáry. Při vysoké kvalitě spekter by mělo být možno detekovat přítomnost málo hmotného tranzitujícího tělesa diskutovaného v pracích (Liakos & Niarchos, 2010; Liakos et al., 2012) nebo prokázat další navrženou hypotézu – existenci druhého zákrytového systému, který se nachází na pozadí jasnější dvojhvězdy (Liška et al., 2012; Liška et al., 2013).

Spektroskopická měření byla vykonána na dvou místech, na observatoři Rozhen v Bulharsku (6 nocí) a dále na Thajské národní observatoři (TNO – Thai National Observatory) v Thajsku (1 noc). Na observatoři Rozhen byl použit 2,0m RCC dalekohled s Coudé spektrografem. Spektra, která mi byla poskytnuta, nechal pořídit prof. I. Iliev (pozorovateli byli prof. Iliev a dr. Stateva). Seznam získaných spekter je v Tab. 2.4. V TNO byl využit 2,4m RCC dalekohled na azimutální montáži, spektra mi poskytl dr. D. Mkrtychian (přehled viz Tab. 2.5).

Tabulka 2.4: Přehled spektroskopických pozorování AV CMi na observatoři Rozhen.

Noc	HJD	Expoziční doba [min]	Spektrální čáry
30./31. prosinec 2012	2456292,4289	60	H $_{\alpha}$
30./31. prosinec 2012	2456292,4769	60	Na dublet
1./2. leden 2013	2456294,4219	60	H $_{\alpha}$
1./2. leden 2013	2456294,4685	60	Na dublet
28. únor/1. březen 2013	2456352,3043	90	H $_{\alpha}$
23./24. březen 2013	2456375,3251	55	H $_{\alpha}$
13./14. prosinec 2013	2456640,4943	60	H $_{\alpha}$
14./15. prosinec 2013	2456641,4875	60	H $_{\alpha}$

Tabulka 2.5: Přehled spektroskopických pozorování AV CMi na observatoři TNO.

Noc	Expoziční doba [min]	Spektrální čáry
10./11. únor 2013	60	H $_{\alpha}$ , H $_{\beta}$ , Na dublet

### 2.2.3 Transmisní spektroskopie – měření propustnosti fotometrických filtrů

Do této části práce jsem zařadil měření propustnosti použitých fotometrických filtrů, ačkoli se nejedná o spektroskopii hvězdných cílů. Transmisní měření byla provedena dne 4. 7. 2013 ve spolupráci s Ing. Z. Liškovou na Ústavu fyzikálního inženýrství, FSI, VUT v Brně. Byl použit spektrometr Avantes AVS-S2000 (rozsah vlnových délek 190–856 nm, rozlišení 0,37–0,27 nm px<sup>-1</sup>). Jako referenční zdroj elektromagnetického záření byla vybrána lampa se žárovkou s wolframovým vláknem, jejíž záření vhodně pokrývá celé optické spektrum.

Měření byla prováděna v zatemněné laboratoři následujícím způsobem: nejdříve bylo pořízeno spektrum referenčního zdroje. Následně byl do optické cesty mezi zdroj záření a vstup optického vlákna vložen fotometrický filtr, kterým se filtroval signál dopadající do spektrometru. Bylo pořízeno spektrum se signálem sníženým propustností filtru. Tento postup byl zopakován desetkrát pro každý měřený filtr. Z důvodu nechlazeného CCD detektoru ve spektrometru byly před a po každé sérii spekter pořízeny série tmavých (Dark) spekter. Expozice byla nastavena pro všechna spektra na 0,3 s.

Samotné transmisní spektrum bylo získáno podílem filtrovaného a referenčního spektra, která byla předem redukována o průměrné Dark spektrum. Výpočet lze zapsat následujícími rovnicemi

$$I_{T0}(\lambda) = \frac{I_F(\lambda) - I_D(\lambda)}{I_R(\lambda) - I_D(\lambda)}, \quad I_T(\lambda) = \frac{I_{T0}(\lambda)}{\max(I_{T0})}, \quad (2.2)$$

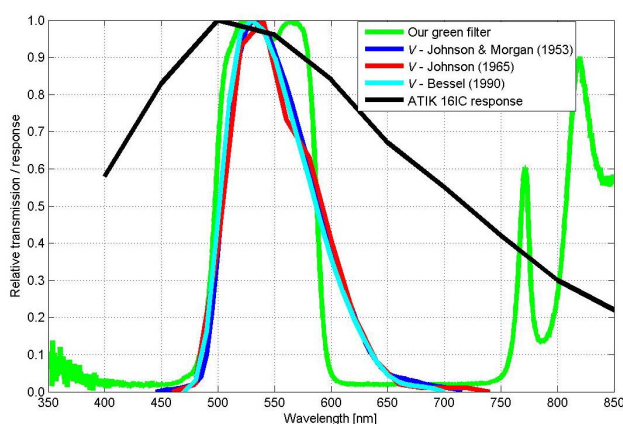
kde  $I_F(\lambda)$  a  $I_R(\lambda)$  jsou naměřené intenzity filtrovaného a referenčního spektra na dané vlnové délce  $\lambda$ ,  $I_D(\lambda)$  je intenzita průměrného Dark spektra,  $I_{T0}(\lambda)$  je intenzita nenormalizovaného transmisního spektra a  $I_T(\lambda)$  je intenzita po normalizaci na jedničku pomocí maximální hodnoty intenzity celého nenormovaného spektra  $\max(I_{T0})$ .

Uvedeným způsobem byly proměřeny pouze starší fotometrické filtry, u kterých chyběly údaje o propustnostech (v této disertační práci se to týká jen filtru *green*). Tyto filtry byly použity pouze se CCD kamerou ATIK 161C, proto byly jejich propustnosti srovnány s citlivostí této kamery udávanou výrobcem<sup>11</sup>. Filtry byly porovnány také s propustnostmi

<sup>11</sup><http://www.atik-cameras.com/>

standardních filtrů. Pro představu uvádím spektrum zeleného *green* filtru (Obr. 2.4), který je doplněn o propustnosti *V*-filtrů ze sad *UBV* fotometrického systému Johnson & Morgan (1953), *UBVRI* systému Johnson (1965) a systému *UBVRI* Bessell (1990). Data pro individuální publikované propustnosti filtrů byly převzaty z ADPS<sup>12</sup> (Moro & Munari, 2000; Fiorucci & Munari, 2002).

Z Obr. 2.4 je zřejmé, že použitý *green* filtr má odlišný průběh propustnosti, než je tomu u uvedených standardních filtrů. Výrazný je tzv. červený průsak (red leak) na vlnových délkách  $\lambda > 750$  nm. Díky nízké citlivosti použité CCD kamery na delších vlnových délkách, bude příspěvek z této oblasti spektra zhruba 20 % z celkového naměřeného signálu (hodnota vychází z numerické integrace plochy pod křivkou propustnosti filtru vynásobené citlivostí CCD kamery).



Obrázek 2.4: Naměřená propustnost filtru *green* ve srovnání s citlivostí CCD kamery ATIK 16IC a se standardními *V*-filtry z různých sad (Johnson & Morgan, 1953; Johnson, 1965; Bessell, 1990).

## 2.2.4 Skvrnková interferometrie AV CMi

Skvrnková interferometrie (popis v Části 2.1.3) byla pro tuto práci použita v případě dvojhvězdy AV CMi. Cílem tohoto pozorování bylo zjistit, zda se těsně vedle pozice AV CMi nenachází další slabší hvězda (AV CMi B), která by odpovídala navrhovanému druhému zákrytovému systému. Na mou žádost byla provedena vícebarevná měření, která by v případě pozitivního nálezu umožnila určit její barevné indexy.

Sadu snímků ve filtrech *UBVRI* pro tento účel pořídil dr. V. G. Orlov na 2,1m RC (Ritchey-Chretien) dalekohledu Národní astronomické observatoře v Mexiku (Observatorio Astronómico Nacional v SPM, México) v San Pedro Mártir v Mexiku v noci 29./30. října 2012 v 8:40 siderického času. Měření byla získána v *UBVRI* filtrech. Dr. Orlov, který se metodou skvrnkové interferometrie dlouhodobě zabývá (např. Orlov et al., 2009, 2014), se postaral i o odpovídající matematické zpracování obrazu. Předběžné výsledky ukázaly, že se ve vzdálenosti 0,25'' od středu AV CMi nachází druhá hvězda, která je o více než 2 mag slabší a lze ji detekovat pouze ve filtru *I*. Následné důkladné zpracování obrazu tuto předpověď nepotvrdilo.

<sup>12</sup>ADPS (the Asiago Database on Photometric Systems) <http://ulisse.pd.astro.it/Astro/ADPS/>

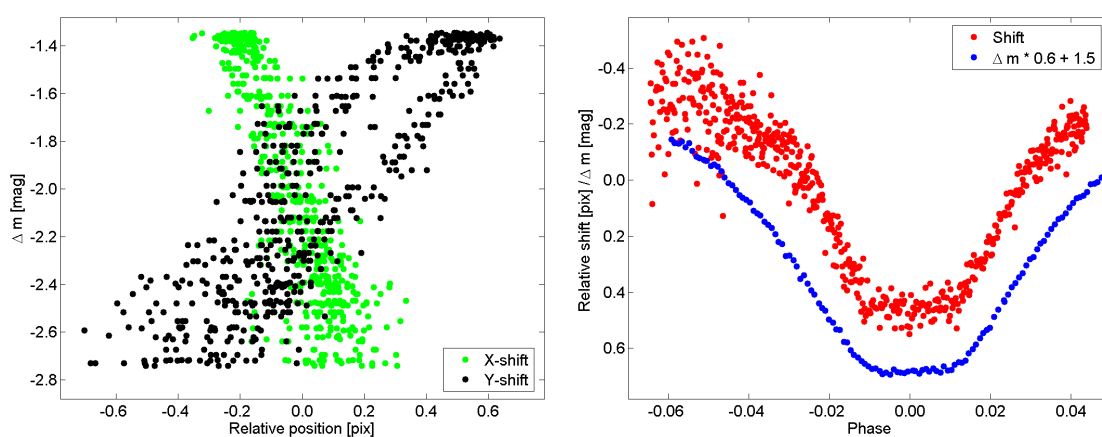
## 2.2.5 Astrometrie AV CMi – analýza přítomnosti blendu

Stejně jako v předcházející části byla i astrometrická měření AV CMi určená k odhalení slabší hvězdy, zákrytové dvojhvězdy na pozadí (BGEB). Teorie detekce blendu je popsána v Části 2.1.5. Byla využita měření z MUO z pozorovacího přístroje MUO-1, se kterým byla získána dlouhodobá homogenní řada měření (27 nocí, filtry *BVRI*). Zvláštní pozornost byla věnována fázím, kdy docházelo k primárnímu či sekundárnímu zákrytu – zde byla šance detekovat posuv v pozici centroidu nejvyšší. Samotná měření z průběhu noci musela být opravena o stáčení pole (polární osa dalekohledu nebyla správně ustavena). Tato korekce byla provedena výpočtem transformační matice naměřených pozic okolních hvězd (u všech docházelo ke stáčení). Žádné výrazné systematické posuvy v ose  $x$  nebo  $y$  nebyly detekovány.

## 2.2.6 Astrometrie TW Dra – test přítomnosti blendu

Pro ověření, zda je daný postup použitelný, byl vybrán vhodný testovací objekt. Je jím zákrytový systém TW Draconis (HD 139319,  $H_p = 7,36 - 9,23$  mag,  $P = 2,806847$  d), který po dlouhou dobu studuje můj školitel doc. M. Zejda (např. Zejda et al., 2008, 2010). Na pozadí zákrytového systému se nachází vizuální složka B (HD 140512,  $H_p = 9,887(47)$  mag), která je od zákrytového páru vzdálena přibližně  $3,3''$ . Pro test detekce B složky byla využita měření od kolegy dr. M. Chrastiny, který proměřil primární minimum TW Dra v noci 6./7. března 2011 (MUO, MUO-1, úhlové rozlišení  $1,35'' \text{ pix}^{-1}$ ).

Vzájemnou korelaci mezi změnou diferenciální hvězdné velikosti a relativní změnou pozice centroidu se podařilo zřetelně proměřit (Obr. 2.5), což potvrzuje přítomnost B složky a použitelnost tohoto postupu. Přesto tato vizuální složka není na snímcích přímo pozorovatelná ani v minimu jasnosti. Její přímé zobrazení a odlišení od hlavního zákrytového páru, včetně přesného fotometrického proměření, se podařilo až použitím 1,5m dalekohledu Observatoře Leopolda Figla v Rakousku, na kterém jsem se také podílel (více detailů v práci Zejda et al., 2016, in prep.).



Obrázek 2.5: Změny v pozicích centroidu v ose  $x$  a  $y$  v závislosti na diferenciální hvězdné velikosti systému TW Dra (panel vlevo). Relativní celková změna pozice centroidu TW Dra v průběhu primárního minima vynesena ve fázi zákrytové dvojhvězdy velice dobře koreluje se změnou hvězdné velikosti (pro lepší srovnání vynásobené konstantou 0,6; panel vpravo).



# Kapitola 3

## Použité matematické metody a jejich aplikace

V této kapitole je uveden seznam a rozbor hlavních matematických metod, které zde byly použity ke studiu hvězd, dvojhvězd a vícenásobných hvězdných systémů. V Části 3.1 jsou uvedeny způsoby určování extrémů světelných křivek proměnných hvězd. Část 3.2 je věnována použití metody nejmenších čtverců (LSM), její nelineární variantě při řešení nejrůznějších úkolů, např. při modelování světelných změn (Části 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5), analýze efektu rozdílné dráhy světla (Část 3.2.6) či variací v radiálních rychlostech dvojhvězdy (Část 3.2.7).

Vycházím zde z několika základních zdrojů, z knihy *Pozorování proměnných hvězd I* (Zejda et al., 1994), *Úvod do studia proměnných hvězd* (Mikulášek & Zejda, 2013). Dále se opírám o disertační práci M. Chrastiny (Chrastina, 2013).

### 3.1 Určení okamžiků extrémů

Okamžiky extrémů, minimální nebo maximální jasnosti, se využívají ke konstrukci  $O-C$  diagramu, který umožňuje názorně zobrazit změny odpovídající změnám délky periody. U pulzujících hvězd se většinou určují okamžiky maxima jasnosti. V okolí maxima jsou křivky typicky asymetrické, což značně komplikuje přesné určení času maxima. Tuto nevýhodu částečně kompenzuje obvykle vyšší přesnost měření, než je tomu v případě minimální jasnosti, která je analyzována u zákrytových dvojhvězd. U dvojhvězd se však při určení okamžiku minima jasnosti lze opřít o obvyklou symetrii křivky v průběhu zákrytu. Místo časů, kdy systém dosáhne minima jasnosti, které je v některých případech neměřitelné (měřený objekt se stane příliš slabým pro použitý měřicí přístroj), je příhodnější určovat časy středů zákrytů.

Určené časy extrémů se přepočítávají na střed Slunce (heliocentrické juliánské datum – HJD), přesněji na hmotný střed Sluneční soustavy (barycentrické juliánské datum – BJD).

Časy extrémů je potřeba doplnit o jejich nejistoty. Rozumný odhad nejistoty lze získat z modelů světelných změn. V důsledku trendů ve světelných změnách je však nejistota větší, než vychází z matematických modelů. Do času extrémů se může promítnout i systematická chyba (např. špatný čas v počítači, chybná heliocentrická/barycentrická korekce), která obvykle bývá odhalena až během srovnání různých datových sad.

Vzhledem k tomu, že během historie byly vyzkoušeny desítky metod, které lze použít k určení minim/maxim, budou zde v přehledu uvedeny jen vybrané metody, se kterými jsem se setkal během studia. Detailněji budou rozebrány jen ty, které se bezprostředně týkají této práce.

### 3.1.1 Přehled metod určení okamžiku minima

Při určování okamžiku minima se obvykle setkáváme s mnoha problémy. Křivka z okolí zákrytu není úplná (např. je proměřen jen sestup a minimum, chybí část na vzestupu), data obsahují výrazné mezery (např. z důvodu oblačnosti, překlopení montáže, špatného chodu montáže), měření jsou málo kvalitní (velký rozptyl) a obsahují různé trendy (např. hvězda klesá k obzoru, rozednívá se, zhoršují se pozorovací podmínky). To vše je v reálných datech přítomné. Ve vesmírných pozorováních lze mnoho těchto komplikací eliminovat, avšak trendy v datech zůstávají i zde (často z jiných důvodů, např. u vesmírné CCD fotometrie se obvykle ignoruje Flat Field korekce). V některých případech lze měření před analýzou nejprve detrendovat, případně je to možné provést současně s modelováním tvaru zákrytu. U vysoce přesných měření se navíc mohou projevovat dříve zanedbatelné efekty způsobené např. aktivitou hvězd (skvrny) nebo hvězdnými pulzacemi.

Uvedené metody se s těmito problémy dokáží různě kvalitně vypořádat. Většina z nich dnes patří k metodám zastaralým. K nevhodnějším současným metodám lze řadit metodu proložení fenomenologickým modelem zákrytu (pokud jsou k dispozici jen měření v okolí zákrytů, navíc z různých přístrojů), metodu proložení template křivkou (lze použít na celé křivky, případně jen na úseky v okolí minima) a ve speciálních případech metodu výpočtu derivací. V extrémním případě, jakým jsou čtyřhvězdné dvojjákrytové systémy CzeV343 Aur (Cagaš & Pejcha, 2012) nebo V994 Her (Zasche & Uhlař, 2013), se bez proložení fyzikálním/fenomenologickým modelem neobejdeme.

U zákrytových dvojhvězd se rozlišují typy minim na primární (hlubší) a sekundární (mělčí). Minima je možné rozeznat podle hloubek zákrytů, ale tento způsob není vždy použitelný (není znám celkový tvar světelných změn, byl měřen jen krátký úsek křivky bez možnosti určení celkové hloubky minima, některé dvojhvězdy mají téměř identické hloubky zákrytů). V tomto případě se typy minim určují na základě efemeridy, dle fáze, ve které se zákryt vyskytl (fáze  $\sim 0,0$  – primární minimum, fáze  $\sim 0,5$  – sekundární). Ne vždy jsou efemeridy správné (např. se mění perioda nebo jsou prohozená minima). Komplikovanější jsou excentrické systémy, u kterých se minima obecně nenacházejí ve fázích 0,0 nebo 0,5. Pokud je navíc přítomen i apsidální pohyb, minima se ve fázi posouvají (primární a sekundární minima v protifázi).

Vybrané metody určení okamžiku minima

**Metoda detekce zeslabení (okamžik zeslabení)** – Okamžik minima jasnosti u této metody odpovídá době pořízení snímku (čas středu expozice), na kterém byla studovaná hvězda viditelně slabší než v jiných nocích. Tohoto přístupu se používalo převážně na fotografických deskách (velké fotografické přehlídky zaměřené na detekci nových proměnných hvězd např. v Sonnebergu), u kterých bylo stejné pole exponováno obvykle jednou za noc a měření proto měla špatné časové rozlišení. Vzhledem k tomu, že expoziční doby byly řádově hodinové, přesnost takto určených okamžiků



není příliš vysoká. Je navíc ovlivněna i délkou zákrytu. Pokud byla proměnnost dvojhvězdy dostatečně proměřena a byla určena i její perioda a nultá (střední) epocha, původní hodnota okamžiku minima byla korigována o zaznamenané fázové posunutí. Nejistota minima se obvykle neudávala.

**Metoda zrcadlového obrazu** – U této metody je využito předpokladu symetrických světelných změn v průběhu zákrytu. Naměřená křivka v okolí minima (metoda používána pro vizuální pozorování – křivka obvykle poměrně řídká) se vykreslí do grafu a do ní se vyznačí bod, který se nachází blízko minimální jasnosti. Na tuto křivku se promítne její obraz (včetně tohoto bodu), který je zrcadlově otočený (v časové ose). K promítnutí se používal např. pauzovací papír nebo fólie. Tímto obrazem se posouvá v čase tak, až na sebe obě křivky viditelně nejlépe sednou. Interval mezi bodem na předloze a na obrazu se rozdělí na polovinu a toto místo se přijme jako okamžik minima. Výsledek lze doplnit o odhad nejistoty např. tzv. Kordylewského chybou. Celá metoda je popsána v práci [Zejda et al. \(1994\)](#).

**Metoda Hertzprungova, Kweeova–van Woerdenova** – Tato metoda je rozebrána samostatně v Části [3.1.3](#)

**Metoda proložení parabolou** – Světelné změny v blízkosti minima jasnosti se u řady systémů tvarově podobají parabole (pokud u zákrytu nenastává „zastávka“ v minimu). V tomto případě se část zákrytu kolem minima jasnosti vhodně aproximuje parabolou a čas, pro který má parabola minimum, se přijme za okamžik minima. Nejistota minima může být určena z předpisu paraboly.

**Metoda proložení fenomenologickým modelem zákrytu** – Tato metoda je rozebrána samostatně v Části [3.2.4](#)

**Metoda proložení template křivkou (šablonou)** – Světelné změny, např. z jedné kvalitní datové sady, se nejdříve proloží vhodným fyzikálním, fenomenologickým, případně matematickým modelem (harmonický polynom) a vytvoří se tzv. template křivka (šablona). U tohoto modelu se s vysokou přesností určí okamžiky minim (pro primární a sekundární minimum). Template křivka se poté srovnává s jednotlivými úseky datové sady nebo s dalšími naměřenými sadami a posuvem ve střední epoše každé sady se dosáhne shody mezi naměřenou a template křivkou. S pomocí minima z template křivky se dopočte okamžik, kdy nastalo střední minimum dané sady. Obvykle je potřeba přizpůsobit amplitudu změn, spočítat střední hvězdnou velikost a mírně upravit periodu. Při použití této metody se předpokládá, že se tvar křivky nemění. Speciálním případem jsou excentrické systémy s apsidálním pohybem, u kterých se vůči sobě posouvají fáze výskytu primárního a sekundárního minima a světelná křivka se dokonce může definovatelným způsobem vyvíjet. Jeden z možných postupů je popsán v práci [Zasche et al. \(2014\)](#).

**Metoda výpočtu derivací** – U světelných změn, které pokrývají celý zákryt a přilehlé úseky s maximální jasností, se spočítá jejich časová derivace. Časy, ve kterých dochází k nejrychlejším změnám jasnosti (u běžného zákrytu typicky dva, symetricky vzdálené od středu zákrytu) a ve kterých zderivovaná funkce nabývá minimální nebo

maximální hodnoty, slouží k určení středu zákrytu. Tento postup se používá u katalyzmických zákrytových systémů, u kterých jsou křivky zákrytů deformované rozdílnými zdroji záření v systému (k celkovému toku záření přispívá bílý trpaslík, akreční disk a horká skvrna na jeho okraji). Tvary zákrytů se navíc vyvíjejí se změnou fáze aktivity systému. Pozorované světelné změny se obvykle musejí před výpočtem derivace vyhladit např. klouzavým průměrem nebo splajn křivkou (Fiedler et al., 1997; Pilarčík et al., 2012).

### 3.1.2 Přehled metod určení okamžiku maxima

Obdobně jako bylo uvedeno v předchozí části, se lze i při určování maxim setkat s problémy způsobenými špatnou kvalitou naměřených dat. Křivky pulzujících hvězd jsou obvykle asymetrické, což výrazně zhoršuje šanci odhalit a následně potlačit vliv trendů. Zde uvedené metody se přednostně týkají určování okamžiků maxim u RR Lyrae hvězd.

**Metoda detekce zjasnění (okamžik zjasnění)** – Pro tento způsob platí totéž co pro okamžiky zeslabení diskutované v Části 3.1.1. Jedná se převážně o okamžiky maxim určené z řídkých fotografických měření. Tyto hodnoty jsou velmi nespolehlivé. V případě krátkoperiodických hvězd s asymetrickými křivkami mohou být určené časy navíc silně ovlivněny použitou délkou expoziční doby (viz Část 3.4).

**Metoda zrcadlového obrazu** – Tato metoda popsaná v Části 3.1.1 byla sice používána i u pulzujících hvězd, ale zrcadlení předpokládá symetrickou křivku, což zde není splněno. Proto je tato metoda u většiny pulzujících hvězd zcela nevhodná.

**Metoda Hertzsprungova, Kweeova–van Woerdenova** – Obdobně jak pro metodu zrcadlového obrazu není tato metoda u pulzujících hvězd vhodná kvůli asymetrickým křivkám (popis v Části 3.1.3).

**Metoda proložení splajn funkcí** – Celé světelné změny nebo jen krátký úsek v okolí maxima se vyhladí splajn funkcí. U této hladší křivky se určí čas maximální jasnosti. Obdobně lze čas maxima určit z křivky proložené klouzavým průměrem.

**Metoda proložení polynomem** – Nejbližší okolí maxima se proloží polynomem, ze kterého se určí čas maximální jasnosti. Pro přesné určení maxima je zásadní mít k dispozici dostatečně pokrytou křivku a vybrat vhodný stupeň polynomu.

**Metoda proložení template křivkou (šablonou)** – Světelné změny (fázová křivka) se obdobně jako u zákrytů namodelují a tento template se použije k určení okamžiků maxim pro úseky použité datové sady nebo pro více datových sad (metodu použil už Hertzsprung, 1919). Rozdíl oproti zákrytovým soustavám je v tom, že dosud neexistuje způsob, který by snadno umožnil fyzikálně či fenomenologicky namodelovat reálné světelné změny libovolně pulzujících hvězd. Zbývá tedy jen matematický způsob (harmonický polynom). Jeho aplikace je značně omezená nebo jej vůbec nelze použít pro hvězdy, které cyklus od cyklu mění tvar křivky (např. RR Lyrae hvězdy s Blažkovým jevem, miridy, vícenásobně periodické pulzující proměnné).

### 3.1.3 Metoda Hertzsprungova, Kweeova–van Woerdenova

Kweeova–van Woerdenova metoda (KWM) byla prvně popsána a použita Hertzsprungem (1928) pro určení okamžiků minim u dvojhvězdy SX Aur (měla by být správně nazývaná Hertzsprungovou metodou). Studie věnovaná jen samotné metodě byla zveřejněna až o 28 let později (Kwee & van Woerden, 1956)<sup>1</sup>.

KWM byla vytvořena v době, kdy byly světelné křivky obvykle popsány jen několika body. Metoda umožňuje určit okamžik minima včetně jeho nejistoty pomocí matematicky dané definice, řešení je výpočetně nenáročné (i pro dobu vzniku KWM). To jsou hlavní výhody, pro které se metoda stala značně populární. KWM je v různých podobách implementována v několika programech, mezi proměnnářskou komunitou dodnes často používaných, např. v programu AVE<sup>2</sup>, Peranso<sup>3</sup>, HEC 34 (Harmanec & Mayer, 2003–2015).

KWM opět využívá symetrie křivky. U světelných změn během zákrytu, které jsou předem rozděleny na ekvidistantní časové rozestupy, se vyberou tři časy vedle sebe v okolí minima  $T - \Delta T$ ,  $T$ ,  $T + \Delta T$ . Pro každý čas, který je v dané podmnožině měření  $k$ -tým bodem, se spočítá suma z okolních hodnot následovně

$$S(t) = \sum_{i=1}^n (m_{k+i} - m_{k-i})^2, \quad (3.1)$$

kde  $m_{k+i}$  a  $m_{k-i}$  jsou hodnoty hvězdných velikostí ve stejné časové vzdálenosti vůči  $k$ -tému času/měření. Získané sumy  $S(T - \Delta T)$ ,  $S(T)$ ,  $S(T + \Delta T)$ , které by měly mít nejmenší hodnotu pro čas  $T$ , se následně proloží parabolou. Čas minima paraboly je hledaným okamžikem minima. Z parametrů této paraboly lze také určit nejistotu času minima (více v pracích Kwee & van Woerden, 1956; Harmanec & Mayer, 2003–2015).

Přesnost metody byla důkladně analyzována Mikuláškem et al. (2014), kteří zřetelně ukázali, že KWM určuje okamžiky minim správně, ale s daleko větším rozptylem, než v případě jimi použitého postupu užívajícího metodu nejmenších čtverců (LSM). Nejistoty časů minim určené z předpisu KWM jsou systematicky podceněné. KWM není vhodná pro husté pozorovací řady (typické u CCD měření), navíc s hodnotami s velkým rozptylem, protože může dávat falešná a vícenásobná řešení. Problém KWM je také v předpokladu ekvidistantních časů pozorování (často není splněno, v datech jsou mezery). KWM je v dnešní době překonána jinými metodami.

## 3.2 Metoda nejmenších čtverců (LSM)

Metoda nejmenších čtverců (Least Squares Method – LSM) je jedním z nejvýznamnějších statistických nástrojů pro vyhodnocování naměřených hodnot zvolené veličiny a patří do oblasti tzv. regresní analýzy. Její historie sahá až do roku 1795, kdy ji pravděpodobně jako první použil Carl F. Gauss. Publikoval ji však až v roce 1809. Předtím již byla zřejmě

<sup>1</sup> Studie od Kweeho & van Woerdena (1956) je velmi často citována, přestože obsahuje jen popis metody publikované dříve u SX Aur. Aktuálně (1. 10. 2015) je k ní v databázi SAO/NASA ADS přiřazeno 1 000 citací. Naopak u práce Hertzsprung (1928) je vedeno jen 26 citací.

<sup>2</sup> <http://astrogea.org/soft/ave/introave.htm>

<sup>3</sup> <http://www.peranso.com/>

nezávisle publikována Adrienem M. Legendrem v r. 1805 (detaily např. v práci [Stigler, 1981](#)).

Hlavní myšlenku LSM lze shrnout následovně. Pro skupinu  $n$  měření, která obsahuje  $n$  nezávislých měření, např. čas  $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_n)$ , a ke každému z nich odpovídající závislé měření  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ , chceme nalézt model, který bude co nejlépe popisovat daná měření. Model může být vyjádřen tzv. modelovou funkcí  $f(\mathbf{t}, \beta)$ , jejíž vlastnosti lze ovlivnit  $g$  parametry této funkce  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_g)^T$ . Na základě zvolených hodnot parametrů  $\beta$  dostáváme různé modely. U každého z modelů můžeme spočítat rozdíly mezi naměřenými a modelem předpovězenými hodnotami  $r_i = y_i - f(t_i, \beta)$ , které jsou následně umocněné na druhou a sečteny. Dostáváme tzv. sumu čtverců odchylek

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (3.2)$$

Nejlepší model má dle LSM tu vlastnost, že jeho suma čtverců odchylek je při srovnání s ostatními modely nejmenší. Detailní popis a zdůvodnění jsou uvedeny v práci [Mikulášek & Zejda \(2013\)](#). Informace uvedené v následujících částech jsou čerpány také z této knihy.

Modifikovaná podoba LSM v sobě zahrnuje zohlednění různé kvality měření. Každému z měření je přiřazena nejistota měření  $\sigma_i$  a její váha  $w_i = \sigma_i^{-2}$ , která se používá v normované podobě  $w_i = n(\sigma_i)^{-2} / \sum_{i=1}^n (\sigma_i)^{-2}$  (průměrná hodnota ze všech  $n$  užitých vah je rovna 1 neboli  $\bar{w}_i = 1$ ). Suma čtverců odchylek, která zohledňuje tyto nejistoty, respektive váhy, se označuje nejčastěji jako parametr  $\chi^2$  a lze ji zapsat následovně

$$\chi^2(\beta) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i - f(t_i, \beta)}{\sigma_i} \right]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(t_i, \beta)]^2 w_i. \quad (3.3)$$

Pro nalezení minimální hodnoty  $\chi^2$ , a tedy nejlepšího modelu popsaného sadou parametrů  $\mathbf{b}$ , pro který je tato suma nejmenší ( $\chi^2(\beta = \mathbf{b}) = \min(\chi^2)$ ), je důležité vědět, v jaké formě zvolená modelová funkce je. Rozlišujeme dva základní přístupy, lineární regresi (lineární metodu nejmenších čtverců, Část 3.2.1) a nelineární regresi (nelineární metodu nejmenších čtverců, Část 3.2.2). Pro hledání minimální hodnoty  $\chi^2$  se počítá gradient této skalární funkce, proto se metodě taktéž říká i gradientní metoda.

### 3.2.1 Lineární metoda nejmenších čtverců (LLSM)

V případě, že modelovou funkcí  $f$  lze zapsat jako lineární kombinaci  $g$  různých funkcí nezávislé proměnné veličiny (např. času)  $x_k(t)$ , neboli

$$f(\mathbf{x}, \beta) = \sum_{k=1}^g \beta_k x_k = \mathbf{x} \beta, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_g) = \left( \frac{\partial f(t, \beta)}{\partial \beta_1}, \frac{\partial f(t, \beta)}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial f(t, \beta)}{\partial \beta_g} \right), \quad (3.5)$$

jedná se o lineární metodu nejmenších čtverců (Linear Least Squares Method – LLSM). Obecné řešení lze zapsat prostřednictvím rovnic obsahujících sumy, ale zde je použit přehlednější způsob za pomoci matic.

Lze odvodit, že po zdefinování matic

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1g} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{ng} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

$$f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix} \boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

je možné zapsat důležité rovnice pro řešení LLSM pomocí matic následovně

$$\mathbf{U} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{V}^{-1} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1}, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{H} \mathbf{U}, \quad \mathbf{y}_p = \mathbf{X} \mathbf{b}, \quad \chi^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{b})^T \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{b}), \quad (3.9)$$

$$s^2 = \frac{\chi_R^2}{w}, \quad \delta \mathbf{y}_p = \sqrt{\chi_R^2 \text{diag}(\mathbf{X} \mathbf{H} \mathbf{X}^T)}, \quad \delta \mathbf{b} = \sqrt{\chi_R^2 \text{diag}(\mathbf{H})}, \quad (3.10)$$

kde  $\mathbf{H}$  je tzv. kovarianční matice, vektor  $\mathbf{b}$  obsahuje parametry, pro které je suma  $\chi^2(\boldsymbol{\beta} = \mathbf{b})$  minimální,  $\mathbf{y}_p$  je předpověď lineární modelové funkce,  $s^2$  je střední rozptyl měření,  $\delta \mathbf{y}_p$  odhad nejistoty předpovědi jednotlivých vstupních dat,  $\delta \mathbf{b}$  odhad nejistot parametrů modelu a  $\chi_R^2$  je normalizovaná hodnota  $\chi^2$  a je rovna

$$\chi_R^2 = \frac{\chi^2}{n - g}. \quad (3.11)$$

Číslo  $n$  udává počet měření a číslo  $g$  počet hledaných parametrů. Vzhledem k tomu, že je hodnota  $\chi_R^2$  závislá na volbě regresního modelu a správném odhadu nejistot parametrů, je výstupní kontrolou nalezeného řešení. Ve správném případě by měla nabývat hodnoty  $\chi_R^2 \approx 1 \pm \sqrt{2/(n - g)}$ .

Pro LLSM a lineární modelovou funkci platí, že suma  $\chi^2$  má jen jediné minimum  $\chi^2(\boldsymbol{\beta} = \mathbf{b}) = \min(\chi^2)$ , t.j. po splnění této podmínky obsahuje matice  $\mathbf{b}$  parametry z nejlepšího řešení.

### 3.2.2 Nelineární metoda nejmenších čtverců (NLSM)

O nelineární regresi nebo nelineární metodu nejmenších čtverců (Non-linear Least Squares Method – NLSM) se jedná v případě, kdy modelovou funkci  $f$  nelze zapsat jako lineární kombinaci  $g$  různých funkcí nezávislé proměnné veličiny. Toto je obecný a mnohem častější případ. Řešení pomocí NLSM není přímočaré, může mít i několik matematicky možných výsledků. V mnoha případech lze nelineární model v okolí minima nahradit jeho linearizovanou verzí. K linearizaci lze použít Taylorova rozvoje prvního řádu (viz např. Mikulášek et al., 2006; Mikulášek & Gráf, 2011)

$$f(\mathbf{b}_0, \Delta \boldsymbol{\beta}) \cong f(\mathbf{b}_0) + \sum_{k=1}^g \Delta \beta_k \frac{\partial f(\mathbf{b}_0)}{\partial \beta_k} = f(\mathbf{b}_0) + \Delta \boldsymbol{\beta} \mathbf{x}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_g)^T = \left( \frac{\partial f(\mathbf{b}_0)}{\partial \beta_1}, \frac{\partial f(\mathbf{b}_0)}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{b}_0)}{\partial \beta_g} \right)^T, \quad (3.13)$$

kde  $\mathbf{b}_0$  je vektor obsahující počáteční odhad parametrů. Přepsaná modelová funkce  $f(\mathbf{b}_0, \Delta\beta)$  je lineární vzhledem k parametrům  $\Delta\beta_k$  (ve sloupcovém vektoru  $\Delta\beta$ ), vektor nezávisle proměnných je  $\mathbf{x}$ . Řešení NLSM zapsané pomocí matic je vzhledově podobné LLSM

$$\mathbf{U} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \Delta\mathbf{y}, \quad \mathbf{V} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{V}^{-1}, \quad \Delta\mathbf{b} = \mathbf{H} \mathbf{U}, \quad (3.14)$$

ale liší se maticí  $\Delta\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{f}$  a sloupcovým vektorem  $\Delta\mathbf{b}$  (diferenční vektor), který lze použít ke zlepšení prvotního odhadu.

Na rozdíl od LLSM je na začátku nezbytné dobře odhadnout parametry modelové funkce  $\mathbf{b}_0$ . Po prvním cyklu výpočtu jsou získány korekce jednotlivých parametrů  $\Delta\mathbf{b}$ , které jsou přičteny k původnímu odhadu ( $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0 + \Delta\mathbf{b}$ ). Tato přesnější sada parametrů je opět použita na vstupu jako lepší odhad. Celý výpočetní cyklus se několikrát zopakuje, až bude iterativním způsobem dosažena požadovaná přesnost řešení (v případě konvergence). Není potřeba linearizovat všechny parametry (lze je spočítat přímo, pokud byly už předem lineární).

### 3.2.3 Aplikace NLSM – harmonický polynom

Modelovou funkci, která je tvořena harmonickým polynomem  $N$ -tého stupně, lze s výhodou použít pro modelování změn periodické světelné křivky, např. pulzující proměnné hvězdy. Jedná se o tzv. Fourierův rozvoj a lze jej chápat jako matematický model světelných změn. Časovou změnu hvězdné velikosti  $m(t)$  lze vyjádřit součtem několika cosinů (nebo sinů) rovnicí

$$m(t) = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \cos \left( 2\pi j \frac{t - M_0}{P} + \phi_j \right), \quad (3.15)$$

kde  $a_0$  je střední hvězdná velikosti hvězdy (systematický posuv, v magnitudách),  $a_j$  jsou amplitudy jednotlivých harmonických komponent (v magnitudách),  $t$  je čas pozorování (v HJD),  $M_0$  je nultá epocha (u pulzujících hvězd typicky počáteční okamžik maximální jasnosti),  $P$  je perioda (ve dnech) a  $\phi_j$  jsou vnitřní fázové posuvy (vnitřní fáze, v radiánech). Pro jednodušší zápis si zavedeme substituci

$$\vartheta(t) = \frac{t - M_0}{P}, \quad (3.16)$$

kde  $\vartheta(t)$  je tzv. fázová funkce. Potom můžeme hvězdnou velikost zapsat jako

$$m(t) = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \cos [2\pi j \vartheta(t) + \phi_j]. \quad (3.17)$$

Pro nalezení řešení pomocí NLSM (maticový zápis v Části 3.2.2) je potřebná matice  $\mathbf{X}$ , která obsahuje derivace modelové funkce  $m(t)$  podle jednotlivých hledaných parametrů

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial m(t)}{\partial a_0}, \frac{\partial m(t)}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial m(t)}{\partial a_N}, \frac{\partial m(t)}{\partial \phi_1}, \dots, \frac{\partial m(t)}{\partial \phi_N}, \frac{\partial m(t)}{\partial M_0}, \frac{\partial m(t)}{\partial P} \right]. \quad (3.18)$$



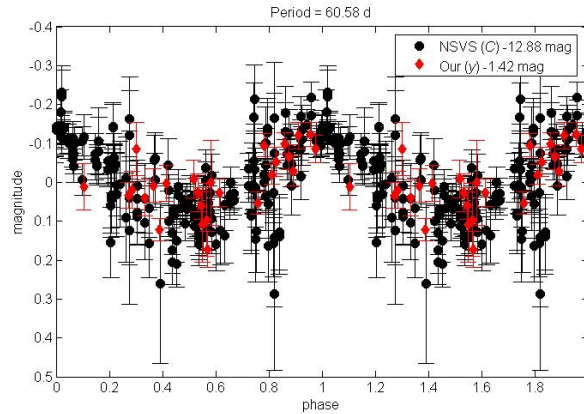
Jednotlivé derivace lze rozepsat následovně

$$\frac{\partial m(t)}{\partial a_0} = 1, \quad \frac{\partial m(t)}{\partial a_j} = \cos[2\pi j \vartheta(t) + \phi_j], \quad \frac{\partial m(t)}{\partial \phi_j} = -a_j \sin[2\pi j \vartheta(t) + \phi_j],$$

$$\frac{\partial m(t)}{\partial M_0} = \sum_{j=1}^N 2\pi j a_j \sin[2\pi j \vartheta(t) + \phi_j] \frac{1}{P}, \quad \frac{\partial m(t)}{\partial P} = \sum_{j=1}^N 2\pi j a_j \sin[2\pi j \vartheta(t) + \phi_j] \frac{\vartheta(t)}{P}.$$

$$\frac{\partial m(t)}{\partial P} = \sum_{j=1}^N 2\pi j a_j \sin[2\pi j \vartheta(t) + \phi_j] \frac{\vartheta(t)}{P}.$$

Zásadní je volba stupně polynomu  $N$ . Pro málo kvalitní měření může být vhodný stupeň polynomu velmi nízký. V případě objevové analýzy proměnné hvězdy CzeV503 Her (Obr. 3.1, Liška & Skarka, 2013) byl například použit stupeň  $N = 2$ . Pokud mají měření vysokou kvalitu (změny velkou amplitudou) nebo je křivka asymetrická a navíc obsahuje různé deformace na krátkém fázovém úseku (typické pro světelné změny u RR Lyrae hvězd typu RRab), je nezbytné použít vyššího stupně, např.  $N > 10$ . Harmonický polynom lze použít i pro modely světelných změn zákrytových dvojhvězd, takové, které jsou tvarově blízké funkci sinus nebo cosinus (typ EW). Naopak problémové jsou křivky oddělených dvojhvězd, ve kterých jsou hluboká a fázově úzká minima, mezi kterými se jasnost téměř nemění. Pro dobrý popis změn je zde zapotřebí zvolit vysoký stupeň polynomu, často  $N > 20$  (pro oddělené systémy je lépe použít vhodný fenomenologický případně fyzikální model).



Obrázek 3.1: Světelné změny nově objevené proměnné hvězdy CzeV503 (Her), které byly pro zpřesnění periody a základní epochy popsány harmonickým polynomem 2. stupně (Liška & Skarka, 2013).

K odhadu stupně polynomu lze použít tzv. informačního kritéria (např. Akaikeho (AIC), Akaikeho korigované (AIC<sub>c</sub>) nebo bayesovské informační kritérium (BIC), Mikulášek & Zejda, 2013). Kritéria jsou v této publikaci definována následovně

$$\text{AIC} = \chi^2 + 2g, \quad \text{AIC}_c = \chi^2 + 2g \frac{n}{n-g-1}, \quad \text{BIC} = \chi^2 + g \ln n, \quad (3.19)$$

kde  $g$  je počet volných neboli fitovaných parametrů (počet stupňů volnosti) a  $n$  je počet měření. Pro různé stupně polynomu se spočítají modely světelných změn a jako nejlepší

stupeň se vybere ten, pro který dané kritérium nabývá nejmenší hodnoty. K výpočtu kritérií je třeba dobré znalosti nejistot jednotlivých měření, což nebývá často splněno. Situaci může komplikovat i přítomnost dalšího druhu proměnnosti (např. lineární nebo periodická změna periody, modulace křivky, vícenásobná periodicitata atd.), která musí být také před výpočtem informačního kritéria do modelu započtena (další stupně volnosti).

Hlavní nevýhodou použití harmonického polynomu je nutnost dobrého fázového pokrytí. V případě mezer ve fázi se mohou v těchto místech vytvořit umělá minima nebo maxima jasnosti, která nejsou podložena pozorováním zvláště při vysokém stupni polynomu (ukázal např. Mikulášek, 2015).

Modelová funkce ve tvaru harmonického polynomu byla využita pro modely světelných změn RR Lyrae hvězd. Hlavním cílem bylo získat střední okamžiky maxim pro datové sady s nízkým časovým rozlišením (pro měření z celooblohových přehlídek, např. z ASASu). Pro každou hvězdu byla vybrána nejlepší datová sada (co největší počet a nejvyšší přesnost měření, co nejlepší časové rozlišení). Poté byla spočtena tzv. template křivka (šablona), jejíž model odpovídá střední křivce této datové sady. Po mnoha experimentech byl nastaven stupeň polynomu na  $N = 15$  pro všechny RR Lyrae křivky<sup>4</sup>. Za předpokladu, že se střední křivka v průběhu času nemění a rozdíly mezi jednotlivými sadami jsou jen v různých středních hvězdných velikostech, amplitudách a celkovém fázovém posuvu, se parametry určené pro template křivku ( $a_j$ ,  $\phi_j$ ) zafixují. Při vzájemném srovnání obou křivek se template křivka vynásobí poměrem amplitud pro template a analyzovanou datovou sadu. Dále se určí systematický posuv hvězdných velikostí a fázový posuv. Korekce fázového posuvu u analyzované sady se započte do středního okamžiku maxima.

Pro případ systému TU UMa jsme vybrali nejlepší datovou sadu ve filtru  $V$  z práce Liakos & Niarchos (2011b). Následně jsme spočetli template křivku a srovnali ji s dalšími datovými sadami. Speciálním problémem je určení okamžiků maxim z fotografických měření s řádově hodinovými expozičními dobami. Analýza tohoto problému a způsob, jak lze postupovat, je popsána v Části 3.4.

Modelová funkce ve tvaru harmonického polynomu byla použita také u křivek radiálních rychlostí (RV) RR Lyrae hvězdy TU UMa (Část 7.4.5.1) k určení systematických rychlostí na základě různých analyzovaných datových sad. Originální měření RV pro tuto hvězdu nejsou dostatečně kvalitní a mají špatné časové rozlišení. Proto byly použity normované template křivky založené na vysoce přesných měřeních RV několika RRab hvězd (Sesar, 2012). Tyto template křivky byly nejprve aproximovány harmonickým polynomem a posléze byly srovnávány s naměřenými RV hvězdy TU UMa (určena amplituda, systematická rychlost).

<sup>4</sup>Experimentálně bylo zjištěno, že polynom s nízkým stupněm nepopíše dobře tvar křivky obzvláště v částech od minima do maxima, což vnáší výrazné systematické chyby do určených okamžiků maxim na základě prokládání template křivky. Např. v práci Hajdu et al. (2015), na Obr. 1, dole, jejich nalezený model nepopisuje dobře světelnou křivku (použili nízký stupeň polynomu). Bylo ověřeno, že pro měření uvedené OGLE hvězdy bylo potřeba zvolit křivku s polynomem  $N \sim 20$ .



### 3.2.4 Aplikace NLSM – fenomenologický model světelné křivky zákrytu dvojhvězdy

Vytváření fenomenologických, neboli popisných modelů (modelů na základě vlastních zkušeností) je další způsob, jak lze popsat světelné změny. Tento postup může být s výhodou použit i na měření, která obsahují mezery, protože použitá fenomenologická funkce nepotřebuje plně pokrytou křivku (nevytváří umělá minima/maxima jako v případě harmonického polynomu). Obecná snaha spočívá v nalezení modelové funkce, která by byla co nejpodobnější reálnému průběhu světelných změn a obsahovala by co nejmenší množství vnitřních parametrů. Posledním důležitým kritériem je možnost rozumného optimalizačního výpočtu (např. jednoduše spočitatelné derivace).

Tvar zákrytu běžné dvojhvězdy se podobá písmenu V případně U, které je nahoře rozšířené. Tvar je symetrický vůči ose, která prochází středem zákrytu a je rovnoběžná s osou  $y$ . Proto se jako nejjednodušší pro popis nabízí parabola, která je však nedostatečně kvalitní aproximací pro celý zákryt. Proto bylo v literatuře testováno více modelových funkcí, mimo jiné i Gaussova funkce.

Hledáním a porovnáváním nejlepších modelových funkcí zákrytu dvojhvězdy se dlouhodobě zabývá prof. Z. Mikulášek (např. Mikulášek & Zejda, 2013; Mikulášek, 2015; Chrastina et al., 2014) a prof. I. L. Andronov (např. Andronov, 2012; Andronov et al., 2015). Přehled různých modelových funkcí, potřebných vnitřních parametrů a hodnot parametru  $s$  popisujícího kvalitu modelů u testovací křivky systému AR Aurigae je uveden v Tab. 3.1 (převzato z práce Mikulášek, 2015).

Tabulka 3.1: Přehled fenomenologických funkcí pro model zákrytu. Převzato z práce Mikulášek (2015).

	$F_e(\varphi)$	$s$ mmag	parameters
1	$A \left[ 1 + C \left( \frac{\varphi}{D} \right)^2 \right] \left\{ 1 - \left\{ 1 - \exp \left[ 1 - \cosh \left( \frac{\varphi}{D} \right) \right] \right\}^{\Gamma} \right\}$	3.4	$A, D, \Gamma, C$
2	$A \left\{ 1 - \left\{ 1 - \exp \left[ 1 - \cosh \left( \frac{\varphi}{D} \right) \right] \right\}^{\Gamma} \right\}$	3.9	$A, D, \Gamma$
3	$A \left\{ 1 - \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varphi}{D} \right)^2 \right] \right\}^{\Gamma} \right\}$	5.5	$A, D, \Gamma$
4	$A \operatorname{Real} \left( 1 - \left  \frac{\varphi}{D} \right ^{\Gamma} \right)^{3/2}$	6.9	$A, D, \Gamma$
5	$A \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\varphi}{D} \right)^2 \right]$	11	$A, D$
6	$A \left( \frac{1}{2} - \left  \frac{\varphi}{2D} \right  + \left  \left  \frac{\varphi}{2D} \right  - \frac{1}{2} \right  \right)$	16	$A, D$
7	$A \exp \left[ 1 - \cosh \left( \frac{\varphi}{D} \right) \right]$	18	$A, D$

V předpisech pro fenomenologický tvar zákrytu uvedených v Tab. 3.1 se vyskytují parametry  $A$  (hloubka zákrytu),  $D$  (šířka zákrytu),  $\Gamma$  (špičatost zákrytu) a  $C$  (korekční parametr). Rovnice jsou uvedeny v závislosti na fázi  $\varphi$ , kterou lze např. pro primární minimum zapsat  $\varphi_1(t) = \vartheta(t) - \operatorname{round}[\vartheta(t)]$ , kde  $\vartheta(t)$  je již zmíněná fázová funkce  $\vartheta(t) = (t - M_0)/P$ .

Model číslo 2 z Tab. 3.1 (tedy druhý nejpřesnější) je od r. 2011 užíván českými pozorovateli k určování okamžiků minim prostřednictvím on-line fitovacího nástroje dostupného

na webu Sekce proměnných hvězd a exoplanet ČAS (Brát et al., 2012)<sup>5</sup>. Týká se to nejnovějších prací B.R.N.O. od pořadového čísla 38 (Hoňková et al., 2013) dále.

### 3.2.5 Aplikace NLSM – fenomenologický model světelné křivky zákrytové dvojhvězdy

Stejně jako v předchozí části je snahou nalézt modelovou funkci, která má co nejméně vnitřních parametrů a co nejvěrněji popisuje světelné změny, v tomto případě celé fázové křivky zákrytové dvojhvězdy. Nejdůležitějšími útvary této křivky jsou zákryty, které lze aproximovat modelovými funkcemi z Tab. 3.1. Primární a sekundární zákryty se nacházejí u systému s kruhovými drahami ve fázích 0,0 a 0,5. Lze o nich předpokládat, že si jsou tvarově podobné (mají podobnou délku trvání, špičatost), ale liší se v hloubkách.

Mimo zákryty se u běžných oddělených dvojhvězd či polodotykových systémů (u typu EA) hvězdná velikost nemusí výrazněji měnit. Ale i u těchto systémů se lze setkat se světelnou variací („vlnkou“, která se překládá přes zákryty). Ta je způsobena elipsoidálními složkami (tzv. efekty blízké vzdálenosti – proximity effects). Světelné změny bývají způsobeny vzájemným nahříváním složek a odrazem tohoto záření (irradiation, reflection effects). U hvězd typu EB a EW se hvězdná velikost mění neustále i mimo zákryty. Hvězdy jsou zde výrazně zdeformované vzájemným slapovým působením. To vše lze zohlednit v modelové funkci přidáním dalších členů, obsahujících např. funkci kosinus (viz Rov. 3.20).

Jedna z možností vyjádření světelné křivky byla popsána v objevové publikaci nové proměnné hvězdy CzeV615 Ser (Liška & Lišková, 2014). Pozorované světelné variace byly fitovány NLSM pomocí jednoduché modelové funkce (Mikulášek et al., 2012; Mikulášek & Zejda, 2013; Chrastina et al., 2014; Mikulášek, 2015). Pro popis světelných změn zákrytové soustavy založený na dvou sadách měření (NSVS, ASAS-3) byla použita modelová funkce  $m(t)$  ve tvaru

$$m(t) = \sum_{i=1}^{N=2} m_{0i} + a_1 \exp\left[\frac{-\varphi_1^2(t)}{2D^2}\right] + a_2 \exp\left[\frac{-\varphi_2^2(t)}{2D^2}\right] + a_3 \cos[4\pi\vartheta(t)], \quad (3.20)$$

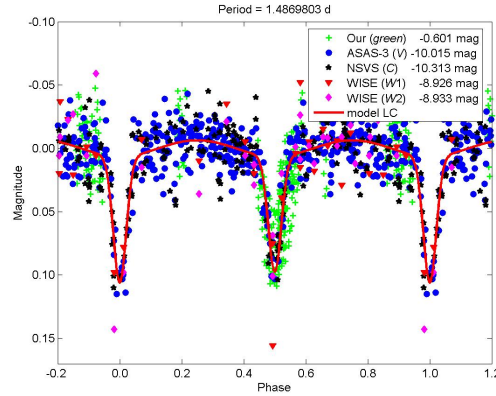
kde jsou kromě členu  $m_{0i}$  (střední hvězdná velikost pro  $i$ -tou datovou sadu) přítomny dva členy, které popisují zákryty, a poslední člen, který umožňuje modelovat změny mimo zákryty. Zákryty jsou zde reprezentovány Gaussovou funkcí s parametry  $a_1$  a  $a_2$  (amplitudy primárního a sekundárního zákrytu) a s parametrem  $D$ , který reguluje šířky zákrytů (délky trvání). V posledním členu rovnice je parametrem  $a_3$  označena amplituda korekce pro malé změny hvězdné velikosti mimo zákryty (proximity effects). Fáze primárního a sekundárního minima  $\varphi_1(t)$  a  $\varphi_2(t)$  jdou zapsat následovně

$$\varphi_1(t) = \vartheta(t) - \text{round}[\vartheta(t)], \quad \varphi_2(t) = \left[\vartheta(t) - \frac{1}{2}\right] - \text{round}\left[\vartheta(t) - \frac{1}{2}\right], \quad (3.21)$$

kde  $t$  je čas měření (v HJD),  $\vartheta(t)$  je fázová funkce,  $M_0$  je okamžik nulté epochy (v HJD) a  $P$  je perioda zákrytů (ve dnech) a mezi vstupní parametry patří  $P$ ,  $M_0$  a  $D$ . Periodu bylo potřeba předem určit s poměrně vysokou přesností z periodové analýzy. Nultá epocha

<sup>5</sup>[http://var2.astro.cz/library/1350745528\\_ebfit.pdf](http://var2.astro.cz/library/1350745528_ebfit.pdf).

byla přibližně odhadnuta a parametr  $D$  byl kvazi-náhodně generován z širokého intervalu možností. V průběhu výpočtu se tyto parametry spolu s  $a_1$ ,  $a_2$  a  $a_3$  postupně iterativně zpřesňovaly. Model s nejmenší hodnotou  $\chi^2$  (pro data bez evidentně odchýlených bodů – outliers) byl vybrán jako nejlepší řešení (Obr. 3.2). Nejistoty parametrů byly následně určeny Bootstrap metodou (viz Část 3.3.1).



Obrázek 3.2: Světelné změny nově objevené zákrytové dvojhvězdy CzeV615 (Ser), které byly popsány fenomenologickým modelem z Rov. 3.20 na základě měření z přehlídek ASAS-3 a NSVS. Převzato z práce Liška & Lišková (2014).

Zřejmě nejdetailnější rozbor fenomenologického modelování zákrytových dvojhvězd je proveden v práci Mikulášek (2015). Jsou zde uvedeny nejrůznější příklady světelných změn, které lze s vysokou přesností popsat fenomenologickým modelem. Metodu lze mimo jiné použít na modelování světelných křivek tranzitů exoplanet a zkoumat u nich závislost amplitudy tranzitu na vlnové délce.

Jedná se o užitečný nástroj, který lze použít pro analýzu velkého vzorku zákrytových dvojhvězd, zvláště pak se zaměřením na analýzu změn period a změn tvarů křivek. Poměrně jednoduchým způsobem se může současně analyzovat více datových sad naměřených v různých barvách, různými přístroji a v různou dobu.

Matice  $\mathbf{X}$  obsahuje derivace modelové funkce  $m(t)$  podle jednotlivých hledaných parametrů

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial m(t)}{\partial m_{01}}, \dots, \frac{\partial m(t)}{\partial m_{0N}}, \frac{\partial m(t)}{\partial a_1}, \frac{\partial m(t)}{\partial a_2}, \frac{\partial m(t)}{\partial a_3}, \frac{\partial m(t)}{\partial D}, \frac{\partial m(t)}{\partial M_0}, \frac{\partial m(t)}{\partial P} \right]. \quad (3.22)$$

Jednotlivé derivace jsou prezentovány zde

$$\begin{aligned} \frac{\partial m(t)}{\partial m_{0i}} &= 1, & \frac{\partial m(t)}{\partial a_1} &= \exp \left[ \frac{-\varphi_1^2(t)}{2D^2} \right], & \frac{\partial m(t)}{\partial a_2} &= \exp \left[ \frac{-\varphi_2^2(t)}{2D^2} \right], \\ \frac{\partial m(t)}{\partial a_3} &= \cos[4\pi \vartheta(t)], & \frac{\partial m(t)}{\partial D} &= a_1 \exp \left[ \frac{-\varphi_1^2(t)}{2D^2} \right] \frac{\varphi_1^2(t)}{D^3} + a_2 \exp \left[ \frac{-\varphi_2^2(t)}{2D^2} \right] \frac{\varphi_2^2(t)}{D^3}, \\ \frac{\partial m(t)}{\partial M_0} &= a_1 \exp \left[ \frac{-\varphi_1^2(t)}{2D^2} \right] \frac{\varphi_1(t)}{D^2 P} + a_2 \exp \left[ \frac{-\varphi_2^2(t)}{2D^2} \right] \frac{\varphi_2(t)}{D^2 P} + \frac{4\pi a_3 \sin[4\pi \vartheta(t)]}{P}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial m(t)}{\partial P} = a_1 \exp\left[\frac{-\varphi_1^2(t)}{2D^2}\right] \frac{\varphi_1(t) \vartheta(t)}{D^2 P} + a_2 \exp\left[\frac{-\varphi_2^2(t)}{2D^2}\right] \frac{\varphi_2(t) \vartheta(t)}{D^2 P} + \frac{4\pi a_3 \sin[4\pi \vartheta(t)] \vartheta(t)}{P}.$$

### 3.2.6 Aplikace NLSM – efekt rozdílné dráhy světla (LiTE)

Během oběhu dvojhvězdy se k nám hvězdné složky střídavě přibližují nebo se od nás vzdalují (pokud je rovina oběžné dráhy vůči nám alespoň mírně nakloněna, inklinací úhel  $i \neq 0^\circ$ ). V důsledku konečné rychlosti šíření světla ve vakuu se k nám dostávají informace o vybrané složce periodicky dříve nebo později. Časový rozdíl  $\Delta t$  mezi maximálním zpožděním a maximálním předstihem je dán rozdílem mezi největší  $d_{\max}$  a nejmenší  $d_{\min}$  radiální vzdáleností této složky od pozorovatele a rychlostí šíření světla ve vakuu  $c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ . Lze jej zapsat rovnicí

$$\Delta t = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{c}. \quad (3.23)$$

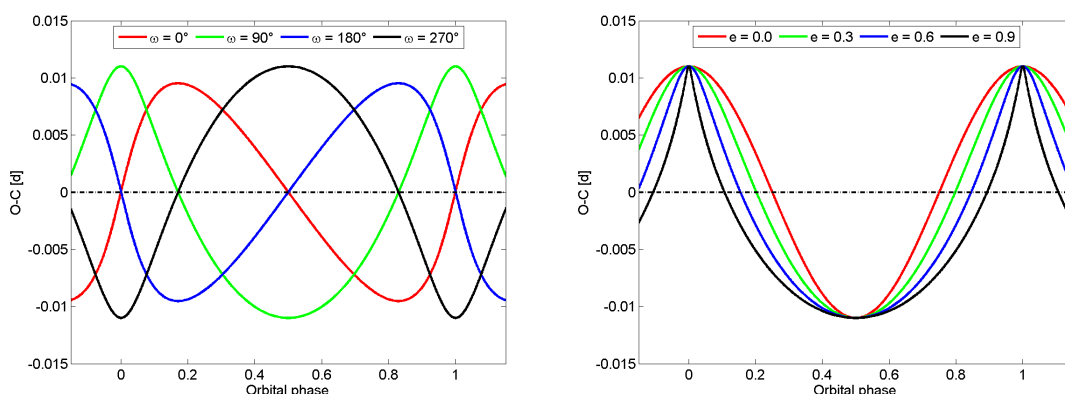
Tomuto jevu se říká efekt rozdílné dráhy světla neboli Light Time (Travel) Effect (LiTE) a zřejmě poprvé byl změřen u nehvězdného systému, u planety Jupiter a jeho měsíce Io (Rømer, 1676).

Zmiňované časové variace lze zaznamenat u dvojhvězd, ve kterých alespoň jedna složka vykazuje periodické změny měřitelné fyzikální veličiny – nejčastěji množství elektromagnetického záření vyzářeného v našem směru. S LiTE se můžeme setkat u pulzarů, pulzujících proměnných hvězd či CP hvězd ve dvojhvězdách, ve kterých LiTE způsobuje periodické variace v délce periody jejich proměnnosti. Analýza těchto změn umožňuje zjistit základní informace o systému. V případě periodicky proměnné primární složky to jsou jmenovitě: orbitální perioda  $P_{\text{orbit}}$ , okamžik průchodu periastrum  $T_0$ , numerická excentricita dráhy  $e$ , argument periastra  $\omega$ , projekce velké poloosy  $a_1 \sin i$  a poloviční amplituda variací v  $O-C$  diagramu primární složky  $A_{\text{LiTE},1}$  způsobená LiTE. Z těchto informací lze také dopočítat pro tuto složku poloviční amplitudu variací v RV  $K_1$  a hmotnostní funkci  $f(m)$ . U zákrytových dvojhvězd lze stejným způsobem odhalit přítomnost dalších těles prostřednictvím okamžiků minim, v systémech s tranzitující exoplanetou přítomnost dalších planet pomocí okamžiků středů tranzitů.

Chandler (1888) je nejčastěji zmiňován jako první, kdo předpokládal existenci LiTE u zákrytové dvojhvězdy, u systému Algol. První teoretickou analýzu problému provedl Woltjer (1922). Mnohem později Irwin (1952a, 1959) vyřešil důležité rovnice pro část přímého řešení LiTE, popsal grafickou cestu určení orbitálních elementů a ukázal očekávané tvary křivek LiTE.

Tvary křivek LiTE jsou poměrně různorodé, od tvaru funkce sinus až po značně asymetrické periodické funkce. Hlavní parametry, které ovlivňují jejich tvar, jsou excentricita  $e$  a argument periastra  $\omega$ . Ukázky tvarů křivek LiTE dle různých hodnot parametrů  $e$  a  $\omega$  jsou prezentovány na Obr. 3.3.

V současné době je LiTE obvykle řešen velmi přesně aplikováním rovnic pohybu dvoutělesového systému (rovnice z práce Irwin (1952a) doplněná o přímé řešení Keplerovy rovnice) nebo dokonce použitím numerických výpočtů gravitačně perturbovaných drah vícenásobného systému (poruchová řešení). Nicméně inverzní část výpočtů, která



Obrázek 3.3: Ukázky možných tvarů křivek LiTE v  $O-C$  diagramu pro různé hodnoty argumentu periastra, pro  $e = 0,5$  (panel vlevo) a pro různé hodnoty excentricity dráhy, pro  $\omega = 90^\circ$  (panel vpravo).

je zaměřena na hledání nejlepšího řešení (minimalizace), stále zůstává problémem k diskusi. Různí autoři používají různé metody, např. tlumené diferenciální korekce (damped differential corrections, [Pribulla et al., 2000](#)), metodu nejmenších čtverců ([Panchatsaram, 1981](#)), simplex metody (Levenbergova–Marquartova metoda, [Wade et al., 1999](#); [Lee et al., 2010](#)) nebo kombinaci metody nejmenších čtverců a simplexu ([Zasche, 2008](#); [Zasche et al., 2009](#)). Jen pro představu zde uvádíme, že simplex metoda má několik verzí, které se liší v nastavení počátečních parametrů, třídících podmínek nebo ve velikosti korekcí. Proto získat stejné výsledky, t.j. opakovatelnost postupu, je velmi obtížné, neli nemožné.

Abychom se vyhnuli této nepříjemnosti, byl sepsán program, ve kterém je inverzní část našeho kódu vytvořena na bázi nelineární metody nejmenších čtverců (NLSM). NLSM je zde aplikována při modelování LiTE a s malými rozdíly se jedná o rovnice přejaté z disertační práce M. Chrastiny ([Chrastina, 2013](#)), odvozené poprvé prof. Mikuláškem. Tento způsob byl již dříve úspěšně použita například k analýze LiTE v systému AR Aur ([Mikulášek et al., 2011](#); [Chrastina, 2013](#)). Jedná se o podobný postup jako v pracích [Van Hamme & Wilson \(2007\)](#) a [Wilson & Van Hamme \(2014\)](#).

Následující postup je upraven pro případ dvojhvězdného systému, jehož jedna složka je pulzující proměnná hvězda (použito pro analýzu dvojhvězdných systémů s RR Lyrae složkami, Část 7).

Předpokládejme, že máme k dispozici skupinu  $n$  okamžiků maxim (minim)  $T_l$  uvedených v HJD<sup>6</sup>, které byly určeny z pozorování a u nichž chceme analyzovat přítomný LiTE. Časy jsou umístěny ve sloupcovém vektoru  $\mathbf{y}$  s délkou  $n$ . Každý z těchto  $T_l$  má odpovídající nejistotu  $\sigma_l$ . Bylo předpokládáno, že kvalita  $l$ -měření může být hodnocena  $l$ -tou váhou použitím vztahu  $w_l = \sigma_l^{-2}$ . Tyto váhy jsou umístěny ve sloupcovém vektoru  $\mathbf{w}$ . Pro správný výpočet jsou váhy normovány (průměrná hodnota všech použitých vah je  $\bar{w} = 1$ )

<sup>6</sup>Časy by měly být počítány v barycentrickém juliánském datu (BJD), nicméně rozdíl mezi barycentrickou a heliocentrickou korekcí je pod hranicí přesností určených okamžiků maxim převzatých z databáze GEOS nebo minim z  $O-C$  brány. Tyto databáze obsahují časy v HJD s platností na 4 desetinná místa. Navíc nejistoty určených časů užitých v této práci jsou i o dva řády horší – speciálně u fotografických nebo vizuálních měření.

a umístěny ve čtvercové matici  $\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{w})$ .

V dalším kroku je zvolena rovnice pro modelovou funkci  $T_{\text{cal}}(T, \mathbf{b})$  s neznámými parametry ve vektoru  $\mathbf{b}$ . Změny v okamžicích maxima pro pulzující hvězdu z důvodu LiTE (periodické změny v  $O-C$  diagramu) mohou být vyjádřeny rovnicí

$$T_{\text{cal}}(T, \mathbf{b}) = M_0 + P_{\text{puls}} \times N + \Delta, \quad (3.24)$$

kde  $M_0$  je nultá epocha pulzace v HJD,  $P_{\text{puls}}$  je pulzační perioda ve dnech,  $N$  je počet pulzačních cyklů počítaný od  $M_0$  (tzv. epocha) a parametr  $\Delta$  je korekce na LiTE. Přírozené číslo udávající pulzační cyklus  $N$  lze zapsat

$$N = \text{round} \left( \frac{T - M_0}{P_{\text{puls}}} \right). \quad (3.25)$$

Optimalizační přístup pro mírně komplikovanější model zahrnuje parabolický trend v  $O-C$  diagramu (např. [Zhu et al., 2012](#)) použitím modifikované rovnice (3.24) ve tvaru

$$T_{\text{cal}}(T, \mathbf{b}) = M_0 + P_{\text{puls}} \times N + \frac{1}{2} P_{\text{puls}} \dot{P}_{\text{puls}} \times N^2 + \Delta, \quad (3.26)$$

kde parametr  $\dot{P}_{\text{puls}} = dP_{\text{puls}}/dt$  je relativní rychlost změny pulzační periody.

Korekce  $\Delta$  pro LiTE zahrnuje výpočet oběhu pulzující hvězdy kolem středu hmotnosti dvojhvězdného systému v relativních jednotkách a je dána rovnicí převzatou od Irwina (1952a)

$$\Delta = A \left[ (1 - e^2) \frac{\sin(\nu + \omega)}{1 + e \cos \nu} + e \sin \omega \right], \quad (3.27)$$

kde  $e$  je numerická excentricita,  $\nu$  pravá anomálie a  $\omega$  argument periastra (v literatuře obvykle udávaný ve stupních). Konstanta  $A$  uvedená ve světelných dnech (light day) srovnává posuv v radiální pozici k časovému zpoždění způsobeného konstantní rychlostí šíření světla. Pravá anomálie  $\nu$  je vypočtena z rovnice

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2}, \quad (3.28)$$

a excentrická anomálie  $E$  je určována iterativně pomocí Newtonovy metody z Keplerovy rovnice

$$E = M + e \sin E. \quad (3.29)$$

Průměrnou (střední) anomálii  $M$  lze zapsat v podobě

$$M = \frac{2\pi(T - T_0)}{P_{\text{orbit}}}, \quad (3.30)$$

kde orbitální perioda  $P_{\text{orbit}}$  je ve dnech, čas průchodu periastrum  $T_0$  v HJD. Konstanta  $A$  je projekcí velké poloosy pulzující složky  $a_1$  v jednotkách světelných dní (light day)

$$A = \frac{a_1 \sin i \text{ au}}{86400 c} \doteq \frac{a_1 \sin i}{173,145}, \quad (3.31)$$

kde  $i$  je inklinací úhel oběžné dráhy,  $\text{au}$  je délka astronomické jednotky v metrech,  $c$  je rychlost světla ve vakuu v  $\text{m s}^{-1}$ . Poloviční amplituda změn v  $O-C$  diagramu (způsobená LiTE) ve dnech je poté

$$A_{\text{LiTE},1} = A \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}. \quad (3.32)$$



Následně pozorované časy maxim mohou být srovnány s modelovými hodnotami získanými z rovnic 3.24 nebo 3.26. Jejich rozdíl pro zadanou sadu parametrů je roven

$$\delta T_l = T_l - T_{\text{cal},l}(T_l, \mathbf{b}). \quad (3.33)$$

LSM popsaná v detailu v práci Mikulášek & Zejda (2013), říká, že nejlepší model má nejmenší sumu čtverců odchylek mezi pozorováním a modelem. Modifikovaná podoba LSM využívá váhování měření v podobě

$$\delta T_{\text{mod},l} = \frac{\delta T_l}{\sigma_l} = \frac{T_l - T_{\text{cal},l}(T_l, \mathbf{b})}{\sigma_l}, \quad (3.34)$$

a celková suma, která udává kvalitu fitu, je rovna

$$\chi^2(\mathbf{b}) = \sum_{l=1}^n \delta T_{\text{mod},l}^2 = \sum_{l=1}^n \left[ \frac{T_l - T_{\text{cal},l}(T_l, \mathbf{b})}{\sigma_l} \right]^2 = \sum_{l=1}^n [\delta T_l^2 w_l]. \quad (3.35)$$

Její normalizovaná hodnota  $\chi_R^2(\mathbf{b}) = \chi^2(\mathbf{b})/(n - g)$ , kde  $n$  je počet měření a  $g$  je počet volných parametrů (délka vektoru  $\mathbf{b}$ ), byla použita jako indikátor kvality fitu. Matice  $\mathbf{X}$  obsahuje derivace modelové funkce  $T_{\text{cal}}$  podle jednotlivých hledaných parametrů

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial M_0}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{puls}}}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial T_0}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{orbit}}}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial A}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial \omega}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial e} \right]. \quad (3.36)$$

Jednotlivé derivace jsou prezentovány zde

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial M_0} &= 1, & \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial T_0} &= \frac{\partial \Delta}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial T_0}, & \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{puls}}} &= N, \\ \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{orbit}}} &= \frac{\partial \Delta}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial P_{\text{orbit}}}, & \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial A} &= \frac{(1 - e^2) \sin(v + \omega)}{1 + e \cos v} + e \sin \omega, \\ \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial \omega} &= A \left[ \frac{(1 - e^2) \cos(v + \omega)}{1 + e \cos v} + e \cos \omega \right], & \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial e} &= \frac{\partial \Delta}{\partial e} + \frac{\partial \Delta}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial e} + \frac{\partial \Delta}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial e}. \end{aligned}$$

Další derivace nezbytné pro výpočet jsou následující

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial v} &= \frac{A(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \left[ \cos(v + \omega) + \frac{e \sin(v + \omega) \sin v}{1 + e \cos v} \right], \\ \frac{\partial \Delta}{\partial e} &= A \left\{ \sin \omega - \frac{\sin(v + \omega) [2e + (1 + e^2) \cos v]}{(1 + e \cos v)^2} \right\}, \\ \frac{\partial v}{\partial E} &= \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \left( \frac{\cos \frac{v}{2}}{\cos \frac{E}{2}} \right)^2, & \frac{\partial v}{\partial e} &= \frac{\sin v}{1 - e^2}, & \frac{\partial E}{\partial M} &= \frac{1}{1 - e \cos E}, \\ \frac{\partial E}{\partial e} &= \frac{\sin E}{1 - e \cos E}, & \frac{\partial M}{\partial P_{\text{orbit}}} &= \frac{-2\pi(T - T_0)}{P_{\text{orbit}}^2}, & \frac{\partial M}{\partial T_0} &= \frac{-2\pi}{P_{\text{orbit}}}. \end{aligned}$$



Matice  $\mathbf{X}$  se zvětší o 1 další sloupec při použití funkce z Rov. 3.26 (zahrnuje parabolický trend)

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial M_0}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{puls}}}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial T_0}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{orbit}}}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial A}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial \omega}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial e}, \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial \dot{P}_{\text{puls}}} \right], \quad (3.37)$$

kde dva prvky matice  $\mathbf{X}$  jsou v podobě

$$\frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial P_{\text{puls}}} = N + \frac{1}{2} \dot{P}_{\text{puls}} \times N^2, \quad \frac{\partial T_{\text{cal}}}{\partial \dot{P}_{\text{puls}}} = \frac{1}{2} P_{\text{puls}} \times N^2.$$

U první uvedené rovnice je pro formální správnost uveden i člen  $\frac{1}{2} \dot{P}_{\text{puls}} \times N^2$ , který je však ve srovnání s epochou  $N$  zanedbatelný.

Určené parametry umožňují výpočet modelu změn v radiálních rychlostech (RV), které jsou způsobeny sekundární složkou systému (např. [Irwin, 1952b](#))

$$RV_1 = \gamma + K_1 [\cos(v + \omega) + e \cos \omega], \quad (3.38)$$

kde  $\gamma$  (též  $\gamma$ -rychlost) je systematická RV středu hmotnosti dvojhvězdného systému vzhledem ke Slunci v  $\text{km s}^{-1}$ , kterou zde ale neurčíme. Parametr  $K_1$  je poloviční amplituda změn v RV a v jednotkách  $\text{km s}^{-1}$  je dán rovnicí

$$K_1 = \frac{2 \pi a_1 \sin i \text{ au}}{8,64 \times 10^7 P_{\text{orbit}} \sqrt{(1 - e^2)}}, \quad (3.39)$$

kde projekce velké poloosy pulzující složky  $a_1 \sin i$  je v au, konstanta au v metrech a orbitální perioda  $P_{\text{orbit}}$  ve dnech.

### 3.2.7 Aplikace NLSM – křivky radiálních rychlostí dvojhvězdy

Variace v RV, které jsou způsobené oběhem složek dvojhvězdy kolem středu hmotnosti celého dvojhvězdného systému, se opakují s orbitální periodou. Vzájemná RV mezi pozorovatelem a složkou dvojhvězdy se projeví odchylkou v pozicích spektrálních čar ze spektra hvězdy ve srovnání s laboratorními pozicemi daných čar. Zaznamenaný posuv je způsoben Dopplerovým jevem, který poprvé vysvětlil [Doppler \(1842\)](#) a nezávisle odvodil i [Fizeau v roce 1848 \(Fizeau, 1848, 1870\)](#). U dvojhvězd se projevuje periodickým posouváním čar obou komponent v antifázi vůči střední pozici (systematická RV systému). V některých fázích oběhu lze proto pozorovat rozdvojení čar, které bylo zřejmě poprvé dáno do souvislosti s Dopplerovým jevem a dvojhvězdností u dvojhvězdy  $\zeta$  UMa ([Pickering, 1890](#)). Důkladně byl tento jev proměřen u hvězdy  $\alpha$  Vir ([Vogel, 1890](#))<sup>7</sup>.

Analýza posuvů spektrálních čar u obou složek dvojhvězdy (dvojčárová spektroskopická dvojhvězda, typ SB2) umožňuje stanovit důležité parametry oběhu dvojhvězdného systému, jmenovitě orbitální periodu  $P_{\text{orbit}}$ , okamžik průchodu periastrum  $T_0$ , numerickou excentricitu dráhy  $e$ , argument periastra  $\omega$ , poloviční amplitudu variací v RV pro obě složky  $K_1$  a  $K_2$ , systematickou RV pro střed hmotnosti systému vůči Slunci  $\gamma$ , projekci velké poloosy obou složek  $a_1 \sin i$  a  $a_2 \sin i$  a poměr hmotností obou složek

<sup>7</sup>Měření RV samotných hvězd byla provedena už dříve (např. [Huggins, 1868](#)).

$q = M_2/M_1 = K_1/K_2$ . Případně lze dopočítat poloviční amplitudy variací v  $O-C$  diagramech obou složek (např. pokud jsou periodicky proměnnými hvězdami) způsobené efektem rozdílné dráhy světla (LiTE)  $A_{\text{LiTE},1}$  a  $A_{\text{LiTE},2}$ . Ze znalosti inklinčního úhlu dráhy  $i$  (např. v případě dobře proměřeného zákrytového nebo vizuálního systému) můžeme z velkých poloos a třetího Keplerova zákona určit hmotnosti obou složek  $M_1$  a  $M_2$ .

Pokud je ve spektrech detekovatelná jen jedna složka dvojhvězdy (jednočárová dvojhvězda, typ SB1), sníží se množství zjistitelných parametrů (nelze určit  $K_2$ ,  $q$ ,  $a_2 \sin i$ ,  $A_{\text{LiTE},2}$ ). Místo poměru hmotností lze stanovit jen velikost hmotnostní funkce  $f(m)$ , která může pomoci určit hmotnosti obou složek, pokud lze o systému předpokládat některé další vlastnosti (např. hmotnost primární složky).

V této práci je popsán způsob stanovení orbitálních parametrů z křivky RV pro jednu složku dvojhvězdy, t.j. pro typ SB1. Následující postup, který je založen na NLSM, byl použit pro analýzu vnitřního spektroskopického páru  $\phi$  Dra (Část 6.2).

Změny RV u primární složky<sup>8</sup> mohou být popsány rovnicí přejatou z práce Irwin (1952b)

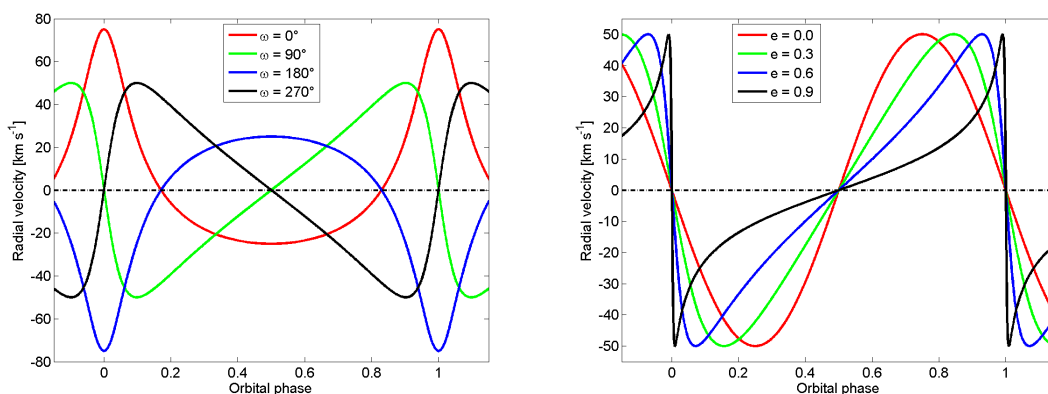
$$RV_1 = \gamma + K_1 [\cos(v + \omega) + e \cos \omega], \quad (3.40)$$

pro přehlednější vyjádření bude níže v textu použita substituce

$$V_1 = K_1 [\cos(v + \omega) + e \cos \omega]. \quad (3.41)$$

Jednotlivé parametry byly zmíněny výše. Pravou anomálii  $v$  lze spočítat z excentrické anomálie  $E$  a ze střední anomálie  $M$  z Rov. 3.28, 3.29 a 3.30.

Tvary křivek RV jsou stejně jako pro LiTE poměrně různorodé, od tvaru funkce sinus až po značně asymetrické periodické funkce. Hlavními parametry, které ovlivňují jejich tvar, jsou excentricita  $e$  a argument periastra  $\omega$ . Ukázky tvarů křivek RV dle různých hodnot parametrů  $e$  a  $\omega$  jsou na Obr. 3.4.



Obrázek 3.4: Ukázky možných tvarů křivek RV pro různé hodnoty argumentu periastra, pro  $e = 0,5$  (panel vlevo) a pro různé hodnoty excentricity dráhy, pro  $\omega = 90^\circ$  (panel vpravo).

<sup>8</sup>Výpočet pro sekundární složku je podobný, jen před poloviční amplitudou  $K_2$  je znaménko mínus. Změny RV se u této složky dějí v antifázi.

Samotné řešení NLSM vyžaduje matici  $\mathbf{X}$  s derivacemi modelové funkce (Rov. 3.40), které jsou pro jednotlivé hledané parametry vyjádřeny následovně

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial RV_1}{\partial \gamma}, \frac{\partial RV_1}{\partial K_1}, \frac{\partial RV_1}{\partial \omega}, \frac{\partial RV_1}{\partial e}, \frac{\partial RV_1}{\partial P_{\text{orbit}}}, \frac{\partial RV_1}{\partial T_0} \right], \quad (3.42)$$

kde jednotlivé zde obsažené derivace lze rozepsat

$$\begin{aligned} \frac{\partial RV_1}{\partial \gamma} &= 1, & \frac{\partial RV_1}{\partial K_1} &= \cos(v + \omega) + e \cos \omega, \\ \frac{\partial RV_1}{\partial \omega} &= -K_1 [\sin(v + \omega) + e \sin \omega], & \frac{\partial RV_1}{\partial e} &= \frac{\partial V_1}{\partial e} + \frac{\partial V_1}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial e} + \frac{\partial V_1}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial e}, \\ \frac{\partial RV_1}{\partial P_{\text{orbit}}} &= \frac{\partial V_1}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial P_{\text{orbit}}}, & \frac{\partial RV_1}{\partial T_0} &= \frac{\partial V_1}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial T_0}. \end{aligned}$$

Další derivace nezbytné pro naše řešení jsou

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial v} &= -K_1 \sin(v + \omega), & \frac{\partial V_1}{\partial e} &= K_1 \cos \omega, & \frac{\partial v}{\partial E} &= \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \left( \frac{\cos \frac{v}{2}}{\cos \frac{E}{2}} \right)^2, & \frac{\partial v}{\partial e} &= \frac{\sin v}{1-e^2}, \\ \frac{\partial E}{\partial M} &= \frac{1}{1-e \cos E}, & \frac{\partial E}{\partial e} &= \frac{\sin E}{1-e \cos E}, & \frac{\partial M}{\partial P_{\text{orbit}}} &= \frac{-2\pi(t-T_0)}{P_{\text{orbit}}^2}, & \frac{\partial M}{\partial T_0} &= \frac{-2\pi}{P_{\text{orbit}}}. \end{aligned}$$

Jak už bylo zmíněno výše, křivka RV pro jednu složku dvojhvězdy umožňuje určit radiální projekci velké poloosy primární složky a hmotnostní funkci. Tyto výpočty lze zapsat rovnicemi

$$a_1 \sin i = \frac{P_{\text{orbit}} K_1 \sqrt{1-e^2}}{2\pi}, \quad (3.43)$$

$$f(m) = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(a_1 \sin i)^3}{P_{\text{orbit}}^2} = \frac{(M_2 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2}, \quad (3.44)$$

kde  $G$  je gravitační konstanta a  $M_1, M_2$  jsou hmotnosti obou složek. Pokud známe, nebo dokážeme odhadnout, hmotnost primární složky  $M_1$ , můžeme dopočítat hmotnost druhé složky  $M_2$  z kubické rovnice

$$M_2^3 - f(m)M_2^2 - 2f(m)M_1M_2 - f(m)M_1^2 = 0. \quad (3.45)$$

Bez znalosti inklinčního úhlu dráhy získáme pouze limit pro minimální hmotnost sekundární složky, a to pro inklinaci  $i = 90^\circ$  a tedy  $\sin i = 1$ .

Přítomnost sekundární složky způsobuje u první složky kromě změn v RV také LiTE, který se bude projevat v  $O-C$  diagramu s poloviční amplitudou změn rovnou

$$A_{\text{LiTE},1} = \frac{K_1 P_{\text{orbit}} \sqrt{(1-e^2)(1-e^2 \cos^2 \omega)}}{2\pi c}. \quad (3.46)$$

### 3.2.8 Aplikace NLSM – popis spektrálních čar Gaussovou funkcí

Pro určení radiálních rychlostí ze spekter hvězd lze použít Gaussovou funkci, která v prvním přiblížení dobře popisuje středy čar. Pro dvojčárovou spektroskopickou dvojhvězdu se použije dvojice Gaussových funkcí

$$f_1(\lambda) = -a_1 \exp[-(\lambda - \mu_1)^2/(2D_1^2)], \quad f_2(\lambda) = -a_2 \exp[-(\lambda - \mu_2)^2/(2D_2^2)], \quad (3.47)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka,  $a_1$  a  $a_2$  jsou hloubky spektrálních čar pro obě složky,  $\mu_1$  a  $\mu_2$  jsou středy obou čar a parametry  $D_1$  a  $D_2$  udávají jejich šířku. Celková modelová funkce, která je srovnávána s naměřenou intenzitou vybraného úseku spektra, je doplněná o parametr  $a_0$  udávající vertikální posunutí (střed intenzity), je ve tvaru

$$f_c(\lambda) = a_0 + f_1(\lambda) + f_2(\lambda). \quad (3.48)$$

Matice  $\mathbf{X}$  obsahuje derivace modelové funkce  $f_c(\lambda)$  podle jednotlivých hledaných parametrů

$$\mathbf{X} = \left[ \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial a_0}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial a_1}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial a_2}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial D_1}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial D_2}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial \mu_1}, \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial \mu_2} \right]. \quad (3.49)$$

Jednotlivé derivace jsou prezentovány následovně

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial a_0} &= 1, & \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial a_i} &= -\exp\left[\frac{-(\lambda - \mu_i)^2}{2D_i^2}\right], \\ \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial D_i} &= -a_i \exp\left[\frac{-(\lambda - \mu_i)^2}{2D_i^2}\right] \frac{(\lambda - \mu_i)^2}{D_i^3}, \\ \frac{\partial f_c(\lambda)}{\partial \mu_i} &= -a_i \exp\left[\frac{-(\lambda - \mu_i)^2}{2D_i^2}\right] \frac{\lambda - \mu_i}{D_i^2}, \end{aligned}$$

kde pro zkrácený zápis dolní index  $i$  rozlišuje parametry a může být roven 1 nebo 2. Z rozdílu mezi laboratorní vlnovou délkou spektrální čáry  $\lambda_0$  a středem měřené čáry  $\mu_i$  byla dopočítána  $RV_i$  rovnicí pro Dopplerův jev

$$RV_i = \frac{\mu_i - \lambda_0}{\lambda_0} c, \quad (3.50)$$

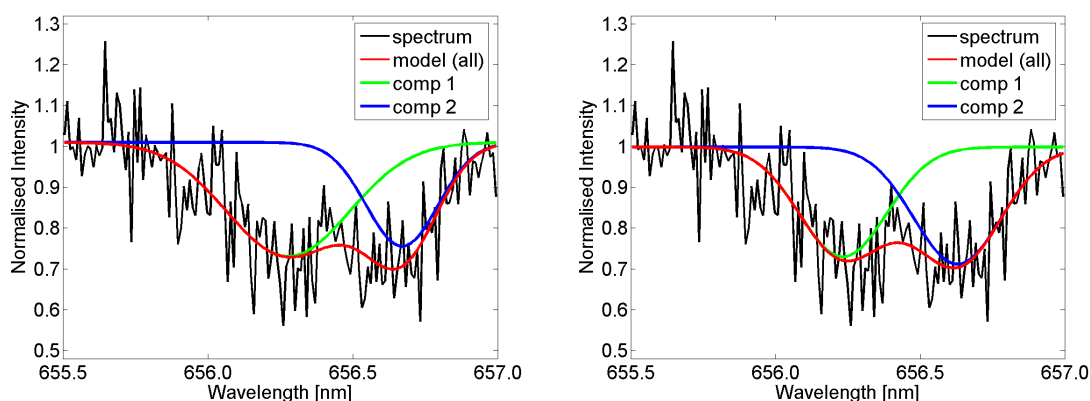
kde  $c$  je konstanta rychlosti světla ve vakuu.

Uvedená modelová funkce byla použita k určení  $RV$  pro zákrytový systém AV CMi (Část 4.5.2). Kromě možnosti odlišných šířek čar byl navržen, testován a následně přijat předpoklad stejných šířek čar u obou složek  $D_1 = D_2$  (Obr. 3.5).

## 3.3 Statistické metody

### 3.3.1 Metoda Bootstrap-resampling

Metoda Bootstrap („tkaničky u bot“), Bootstrapping nebo též Bootstrap-resampling (převzorkování pomocí Bootstrapu) je jeden ze statistických způsobů umožňujících stanovit nejistoty fitovaných parametrů. Tuto metodu vyvinul Efron (1979) na základě metody Jackknife (Quenouille, 1949).



Obrázek 3.5: Porovnání modelů středu spektrální čáry  $H\alpha$  u dvojhvězdy AV CMi za předpokladu odlišných šířek obou Gaussových funkcí (panel vlevo) a pro stejné šířky Gaussových funkcí (panel vpravo).

U originální sady měření, která obsahuje  $n$  naměřených trojic hodnot (např. čas měření, naměřenou veličinu a její nejistotu –  $t_i, y_i, \delta y_i$ ) se zvoleným způsobem vypočítají požadované parametry této datové sady (např. se pomocí LSM vypočte střední hodnota). V rámci metody Bootstrapu se pak generují nové datové sady, které jsou tvořeny náhodným výběrem trojic z originální datové sady s povoleným opakování trojic ve výběru. Tyto sady, které mají identický rozměr jako původní datová sada, se pak analyzují stejným způsobem (např. se pro každou sadu určí její střední hodnota).

Finální hodnoty nejistot požadovaných parametrů se posléze zjistí z kumulativní distribuce jednotlivých parametrů určených z těchto Bootstrap řešení. Pro přesnější odhad nejistot je potřeba Bootstrap výběr a následný výpočet provést mnohokrát (řádově tisíckrát). Metoda je aplikována např. v on-line nástroji určeném k výpočtu okamžiků minim fenomenologickým modelováním (Brát et al., 2012).

## 3.4 Vliv expoziční doby na tvar světelné křivky

### 3.4.1 Analýza problému

Během recenzního procesu studie o LiTE u RRab hvězdy TU UMa (Liška et al., 2015a) nás anonymní posuzovatel našeho článku upozornil na jeden zajímavý problém. Pro přesné stanovení okamžiku maxima na základě měření z fotografických desek (byla použita data z projektu DASCH) je potřeba vzít v úvahu i dobu expozice desky. Tvar křivky, který je v případě RRab hvězd značně asymetrický, se totiž s delší expoziční dobou mění. Naměřená křivka je výsledkem konvoluce reálné křivky a doby expozice. Tento problém se týká většiny RR Lyrae hvězd, u kterých byla použita fotografická měření, ale není běžné jeho vliv nějakým způsobem opravovat.

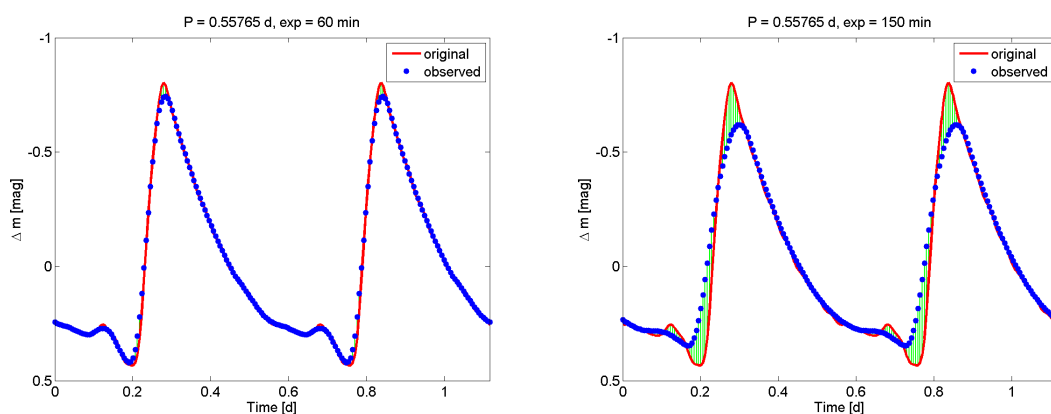
Vzhledem k tomu, že obvykle zpracováváme jen fotometrická CCD měření (případně fotoelektrická), která mají expoziční doby ve zlomcích či jednotkách minut, a studujeme systémy s periodami řádově desítek hodin (poměr mezi oběma časovými údaji je větší než 1:100), lze toto zkreslení zanedbat. V literatuře se nad vlivem délky expoziční doby

na analýzu diskutuje převážně u spektroskopických měření (hodinové expozice, periody desítky hodin – poměr časů  $\sim 1:10$ ).

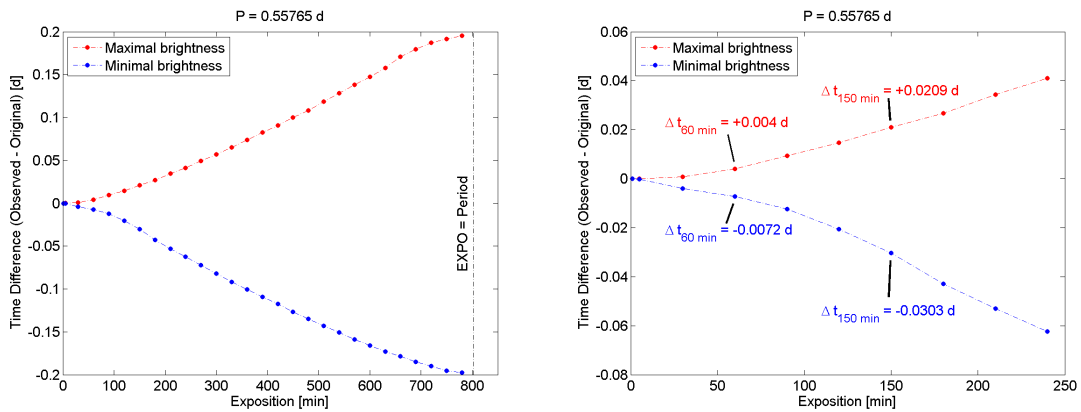
Byla proto provedena detailní analýza vlivu expoziční doby na tvar světelné křivky u hvězdy TU UMa. Pro modelovou křivku byla vybrána měření od Liakose & Niarchose (2011b). Vzhledem k tomu, že efektivní citlivost většiny fotografických desek byla zřejmě nejpodobnější filtru *B*, byla použita měření z článku právě v tomto filtru. Napozorované světelné změny byly modelovány harmonickým polynomem 15. stupně pomocí NLSM (viz Část 3.2.3). Vzhledem k tomu, že nalezená modelová funkce umožňuje dopočítat hvězdnou velikost hvězdy v libovolném čase, lze provést analýzu vlivu konvoluce reálné (zde modelové) křivky na tvar křivky naměřené pro různé expoziční doby.

Výpočet tvaru napozorované křivky s dlouhou expoziční dobou spočíval v několika krocích. Nejdříve byla na základě nalezených parametrů vygenerována modelová světelná křivka v intervalu o délce dvou pulzačních period. Poté byla zvolena expoziční doba  $t_{\text{exp}}$ , pro kterou bylo zamýšleno vytvořit deformovanou křivku podobnou reálným měřením. Pro první čas měření  $t_{i=1}$  byl vytvořen interval  $t \in [t_{i=1} - t_{\text{exp}}/2, t_{i=1} + t_{\text{exp}}/2]$ , pro který byl vypočten tvar světelných změn  $m(t)$ . Hvězdné velikosti bylo potřeba převést na hustotu zářivého toku pomocí Pogsonovy rovnice. Posléze se provedla numerická integrace množství hustoty zářivého toku v tomto intervalu (odpovídá toku, který byl za tuto dobu naexponován) a celkový tok byl převeden zpátky na hvězdnou velikost. Stejným postupem byl tento výpočet zopakován pro ostatní časy měření. Výsledkem byla světelná křivka, která byla vůči původní zdeformovaná.

Velikost deformace podle očekávání závisí na délce expozice (Obr. 3.6). S prodlužující se expozicí se maxima zmenšují a zpožďují, minima se naopak stávají méně hluboká a nastávají dříve. Náhlé změny v originální křivce jsou tlumeny. S vysokým časovým rozlišením modelové křivky bylo možné studovat změny v časech výskytu minima i maxima (Obr. 3.7). Bylo zjištěno, že pro očekávané typické délky expozic fotografických desek z projektu DASCH ( $t_{\text{exp}} = 60$  min) bude maximum nastávat o 0,004 d později (necelých 6 min). To by ovšem platilo, pokud by okamžiky maxim byly určovány z dobře pokrytých maxim v jednotlivých nocích. Pro náš postup, fitování template křivky, který se nejvíce opírá o derivaci světelných změn, bude časový rozdíl v okamžiku maxima jiný.



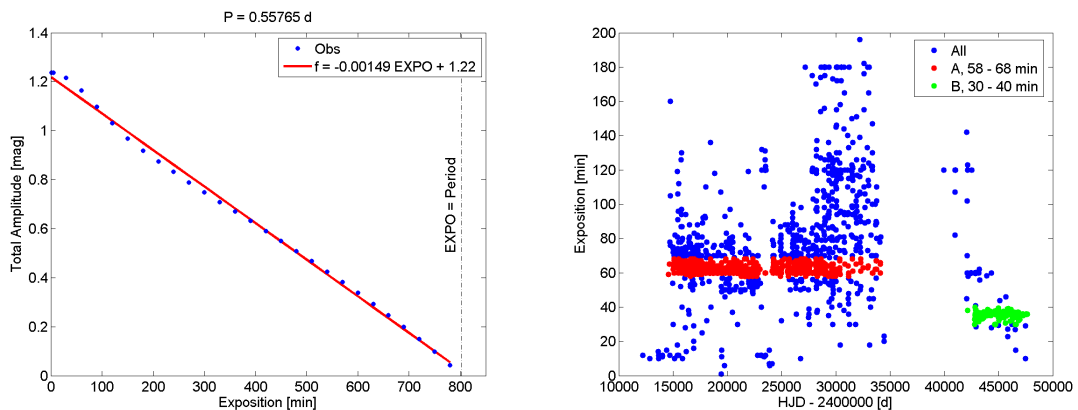
Obrázek 3.6: Porovnání modelů původní a pozorované světelné křivky pro RRab hvězdu TU UMa pro expozici  $t_{\text{exp}} = 60$  min (panel vlevo) a pro  $t_{\text{exp}} = 150$  min (panel vpravo).



Obrázek 3.7: Systematické posuvy v časech minimální a maximální jasnosti v závislosti na expoziční době měření (panel vlevo) a detail oblasti s použitými expozičními u hvězdy TU UMa v projektu DASCH (panel vpravo).

Pro tyto simulace světelných změn ve filtru  $B$  bylo zjištěno, že celková amplituda klesá s délkou expoziční doby prakticky lineárně  $\sim 0,0015 \text{ mag min}^{-1}$  (Obr. 3.8, vlevo). Například při expoziční době  $t_{\text{exp}} = 100 \text{ min}$  bude amplituda přibližně o 0,15 mag menší. V extrémním případě, při expoziční době srovnatelné s pulzační periodou hvězdy, by nebyly detekovatelné žádné změny jasnosti. Tak dlouhé expoziční doby samozřejmě provedeny nebyly. Pro objekt TU UMa byly proměřeny fotografické desky s expozičními doba do 4 hodin (Obr. 3.8, vpravo). Mediánová hodnota pro starší měření (do HJD 2 435 000) je 60 min, pro novější dokonce jen 30 min. Velkou komplikací je ovšem míchání různých expozičních dob.

Navíc i projekt Kepler používá poměrně dlouhou expoziční dobu. V módu „Long Cadence“ je expoziční doba přibližně 30 min. Pokud by Kepler měřil objekt TU UMa, byla by pozorovaná amplituda přibližně o 0,045 mag menší než v případě reálných změn.



Obrázek 3.8: Změna celkové amplitudy světelných změn v závislosti na expoziční době (panel vlevo) a časové rozdělení expozičních dob fotografických desek pro hvězdu TU UMa v projektu DASCH (panel vpravo).



### 3.4.2 Praktické řešení

Vzhledem k tomu, že velká část fotografických měření objektu TU UMa má expozici přibližně hodinovou a delší, navíc se jedná o směs různých expozičních časů, bylo potřeba vymyslet způsob, jak co nejpřesněji okamžiky maxim z těchto dat určit. Po dlouhé úvaze byl zvolen následující způsob. Pro stanovení okamžiků maxim byly použity expozice s délkou přibližně 63 min, t.j. z intervalu 58–68 min (do HJD 2 435 000) a pro novější měření přibližně 35 min (30–40 min). V těchto krátkých intervalech je vliv různé expoziční doby zanedbatelný. Navíc tato měření tvoří majoritní část.

Poté byla použita měření ve filtru  $V$  od Liakose & Niarchose (2011b), která sloužila jako vzor pro template křivku pro určení maxim u ostatních fotometrických datových sad<sup>9</sup>. Spočtený model těchto změn tvořený harmonickým polynomem 15. stupně byl zdeformován obdobně jako v případě testovacích křivek postupem uvedeným výše, a to pro expoziční dobu 63 a 35 min. Obě nové datové sady byly uloženy a posléze se staly předlohou pro template křivku fotografických měření s expozičními odpovídajícími  $\sim 63$  min a  $\sim 35$  min.

Maxima template křivek se v tomto případě posunula přibližně o  $+0,0009$  d (pro  $t_{\text{exp}} = 35$  min) a  $+0,0045$  d (pro  $t_{\text{exp}} = 63$  min). Druhá hodnota velmi dobře odpovídá předpovědi z testovacích modelů deformované křivky. Nové template křivky daleko lépe odpovídají vybraným fotografickým měřením. Postupem popsáním v Části 3.2.3 byly aplikovány na výpočet středních okamžiků maxim.

Uvedený postup nebyl zatím zahrnut do analýzy diskutované v Části 7, ale bude obsažen v publikaci Liška et al. (2015a).

---

<sup>9</sup>Bylo zjištěno, že tvar křivky ve filtrech  $B$ ,  $V$  a  $R$  se prakticky neliší až na amplitudu, kterou je vždy nutno přizpůsobit každé naměřené sadě.

# Kapitola 4

## Analýza zákrytové dvojhvězdy AV CMi

### 4.1 Úvod

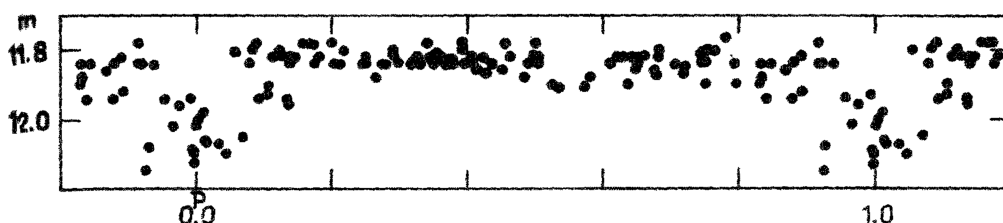
V této kapitole je provedena analýza neobvyklého zákrytového systému AV Canis Minoris. Objekt AV CMi byl zařazen mezi kandidáty na dvojhvězdné systémy obsahující exoplanetu (případně hnědého trpaslíka). Planeta by měla obíhat jednu ze složek a tato vnitřní dráha by měla být navíc blízká oběma hvězdám (Liakos & Niarchos, 2010). To je značně ojedinělé, protože známé planety nalezené u dvojhvězd upřednostňují vnější oběžnou trajektorii. Navržená exoplaneta se u zákrytového systému AV CMi projevuje tranzity a mělo by tak docházet ke vzájemným zákrytům. Prozatím ale není jisté, zda změny jasnosti opravdu způsobuje exoplaneta, případně jiné málo hmotné třetí těleso. Pokud je třetí těleso přítomné, je otázkou, kolem které hvězdy tento objekt obíhá.

Kapitola o AV CMi obsahuje následující části: Část 4.2 obsahuje základní informace z literatury o hlavním zákrytovém systému a Část 4.3 o předpokládaném třetím tělese. V Části 4.4 je popsán námi navržený způsob pro určení mateřské hvězdy třetího tělesa a je zmíněno další možné vysvětlení pozorovaných světelných změn. Část 4.5 je věnována přehledu našich pozorování tohoto systému. V Části 4.6 jsou popsány použité způsoby výzkumu systému, analýza  $O-C$  diagramu (Část 4.6.1) a analýza radiálních rychlostí (Část 4.6.2). Na závěr je provedena diskuze a souhrn výsledků (Část 4.7).

### 4.2 Hlavní zákrytový pár AV CMi

Proměnnost objektu AV CMi<sup>1</sup> = SON 10225 = TYC 770-121-1 byla objevena Hoffmeisterem (1968) na Sonnebergských fotografických deskách (změny hvězdné velikosti v rozsahu 12,5–13,0 mag, amplituda > 0,35 mag). Hvězdu zařadil mezi zákrytové systémy typu Algol. Objekt posléze dostal oficiální označení AV CMi a byl zahrnut do 57. pojmenovacího seznamu proměnných hvězd (57<sup>th</sup> Name-List of Variable Stars, Kukarkin et al., 1970). Gessner (1973) zpřesnil rozsah variací na 11,8–12,1 mag ( $pg$ ) a určil předběžnou orbitální periodu na 1,13888 d. Tato hodnota je poloviční oproti reálné hodnotě periody a světelné změny s touto nesprávnou periodou přinášejí „rozmazané“ primární a mělké sekundární minimum (Obr. 4.1).

<sup>1</sup>RA = 07<sup>h</sup>09<sup>m</sup>10,<sup>s</sup>845, DEC = +12°11'19,"03, J2000.0.



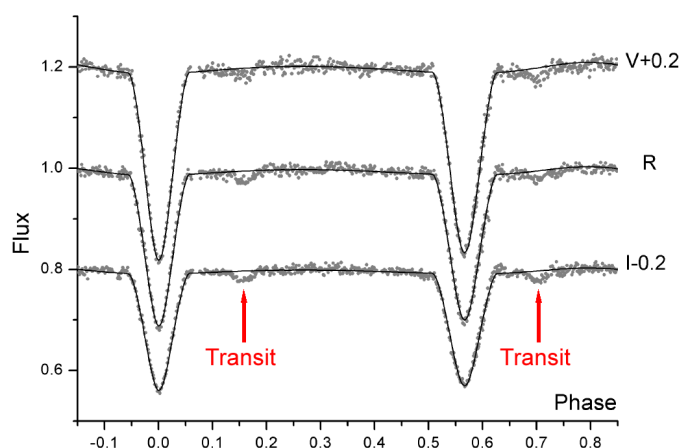
Obrázek 4.1: Světelná křivka AV CMi z fotografických měření sfázovaná s nesprávnou periodou 1,13888 d. Primární minimum je fázově rozmazané, sekundární minimum je plytké a tvoří ho cca 4 body. Převzato z práce [Gessner \(1973\)](#).

Pro analýzu dvojhvězdné povahy AV CMi byly použity Svechnikovem & Kuznetsovou (1990) tyto nesprávné informace od Gessnera (1973). Dle jejich závěru je AV CMi polodotykový dvojhvězdný systém složený ze dvou velmi odlišných složek se spektrálními typy F0 a G5IV a poměrem hmotností  $q = M_2/M_1 \sim 0,29$ . Stanovili také některé absolutní parametry tohoto systému na základě statistických závislostí mezi parametry známých dvojhvězdných systémů. Tyto parametry byly posléze převzaty do Katalogu dvojhvězd typu Algol ([Budding et al., 2004](#)). AV CMi byla také zařazena do katalogu zákrytových systémů ([Malkov et al., 2006](#)) s následujícími informacemi: typ EA, orbitální perioda 1,1389 d, hvězdná velikost v maximu 11,80 mag, hloubka primárního minima 0,3 mag a trvání primárního zákrytu 0,1 periody. Stejně informace jsou také v katalogu zákrytových dvojhvězd ([Avvakumova et al., 2013](#)) a donedávna byly přítomny i v GCVS ([Samus et al., 2009](#)).

Správná hodnota periody 2,2778 d byla nalezena na základě ASAS měření ([Pojmanski, 2002](#); [Pojmanski et al., 2005](#)) a v rámci tohoto projektu byla určena střední hvězdná velikost 11,44 mag a amplituda změn 0,46 mag (pro filtr V). K výzkumu tohoto systému přispělo i několik pozorovatelů naměřenými okamžiky minim (viz Tab. A.12). Někteří z nich si povšimli, že systém má excentrickou oběžnou dráhu. Sekundární minima se totiž vyskytují v orbitální fázi odlišné od 0,5 ([Krajci, 2006](#); [Diethelm, 2010](#)).

[Liakos & Niarchos \(2010\)](#) proměřili celou fázovou křivku a jako první publikovali výsledky založené na vysoce přesných fotometrických pozorováních s použitím CCD kamery s filtry VRI. Analyzovali světelné změny a určili předběžné fyzikální parametry zákrytového páru. Stanovili např. fotometrický poměr hmotností  $q_{ph} = 0,710(2)$ , inklinaci dráhy  $i = 83,8(4)^\circ$ , excentricitu  $e = 0,11(1)$ , prakticky identické teploty obou složek  $T_1 = 7000$  K a  $T_2 = 7005(6)$  K (teplota primární hvězdy byla fixní během modelování světelných změn a její hodnota byla stanovena s ohledem na spektrální typ z práce [Svechnikov & Kuznetsova, 1990](#)) a několik dalších parametrů. Dle zmíněných informací je AV CMi oddělený excentrický systém tvořený téměř identickými složkami. [Liakos & Niarchos \(2010\)](#) také objevili poklesy jasnosti ve fázích mimo hlavní zákryty (Obr. 4.2), které nazvali tranzity a které vysvětlili přítomností málo hmotného třetího tělesa. Jeho orbitální periodu určili na 0,52 d (více v Části 4.3).

Parametry zákrytového systému byly posléze upřesněny stejným kolektivem ([Liakos et al., 2012](#)), např. fotometrický poměr hmotností složek  $q_{ph} = 0,843(3)$ , inklinace  $i = 83,6(1)^\circ$ , excentricita  $e = 0,11(1)$ , teploty složek  $T_1 = 7900$  K a  $T_2 = 7897(8)$  K ( $T_1$  stanovena s ohledem na barevný index  $B - V \sim (0,14 - 0,2)$  mag). Určili také absolutní



Obrázek 4.2: Světelné změny AV CMi na základě přesných CCD měření sfázované se správnou periodou 2,277751 d. Mimo hlavní zákryty (středě ve fázích 0,0 a 0,57) byly zaznamenány možné tranzity třetího tělesa. Převzato z práce Liakos & Niarchos (2010).

parametry obou hvězd (založené pouze na fotometrii). Liakos et al. (2012) se však přednostně zaměřili na detailní analýzu poklesů ve světelné křivce (Část 4.3).

### 4.3 Třetí těleso v systému AV CMi

Liakos & Niarchos (2010) zaznamenali 5 poklesů ve světelné křivce mimo hlavní zákryty (Obr. 4.2) a vysvětlili je tranzity mnohem slabšího třetího tělesa. Těleso je natolik málo zářivé, že ve změnách jasnosti lze detekovat jen přechody tělesa před jednou ze složek binárního páru. U tranzitu určili jeho periodu ( $P_T = 0,5192237$  d), jeho délku (přibližně 3,3 hodin) a maximální pokles zářivého toku pro celý systém během tranzitu (jen 2,6 %). Kvůli kratší periodě  $P_T$  vůči orbitální periodě hlavní dvojhvězdy navrhli, že třetí těleso by mělo obíhat kolem jedné ze složek. Dále určili velikost příspěvku třetího tělesa k zářivému výkonu celého systému  $L_3/L_{\text{total}} = 9,3(2)$  %. Analýzou světelné křivky celého systému zjistili, že největší příspěvek třetího tělesa je ve filtru I, proto by jím měl být hnědý trpaslík nebo velmi hmotná planeta typu horkého Jupiteru. Dále uvádějí, že tranzit měl největší amplitudu z použitých VRI filtrů právě ve filtru I.

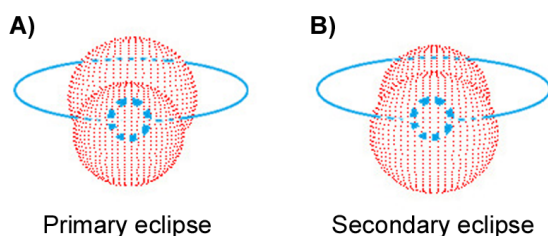
Posléze Liakos et al. (2012) získali další měření tranzitů (dohromady 18 tranzitů), které využili ke zpřesnění efemeridy (nová perioda  $P_T = 0,519215(1)$  d). Následně analyzovali tvary tranzitů, aby odhadli poloměr třetího tělesa, inklinaci jeho dráhy a aby zjistili, která z hvězd je mateřskou hvězdou (host star). Liakos et al. (2012) uvádějí, že scénář, ve kterém třetí těleso obíhá okolo primární složky, je dle jejich výsledků reálnější (průměrný poloměr  $R_3 = 4,4(3) R_{\text{Jup}}$ ), ale opačný scénář je také možný (poloměr bude mírně větší,  $R_3 = 6,4(6) R_{\text{Jup}}$ ). Analýza světelných změn celého systému přinesla informaci o množství světelného příspěvku třetího tělesa, které je  $\sim 2\%$ . Liakos et al. (2012) dodávají, že je tento příspěvek příliš velký pro planetu, ale přítomnost hnědého trpaslíka je stále možná.

Pokud je výše navržený scénář s planetou či hnědým trpaslíkem správný, systém je značně netypický blízkostí všech tří těles a vnitřní orbitální dráhou nejmenšího objektu. Exoplanety, objevené u dvojhvězd, upřednostňují vnější oběžnou trajektorii, např. sys-

tém Kepler 16 (Doyle et al., 2011), nebo Kepler 34 a 35 (Welsh et al., 2012). V případě dvojhvězdného systému WASP-94 sice u jedné ze složek obíhají dokonce dvě planety, ale jejich orbitální periody 3,95 d a 2,01 d jsou o několik řádů menší, než je orbitální perioda vizuálního páru (za 165 yr změna v pozičním úhlu jen o  $3^\circ$ , celá analýza je v práci Neveu-VanMalle et al., 2014). Nedávno zveřejněná studie zabývající se systémem COROT 310266512 (Fernández & Chou, 2015a) ukazuje velkou podobnost tohoto objektu a AV CMi. Světelné změny tohoto systému vykazují primární, sekundární i terciární zákryty. Tento objekt je zřejmě tvořen dvěma zákrytovými systémy (s periodami 7,42 d a 3,27 d).

#### 4.4 Určení mateřské hvězdy a jiná možná vysvětlení

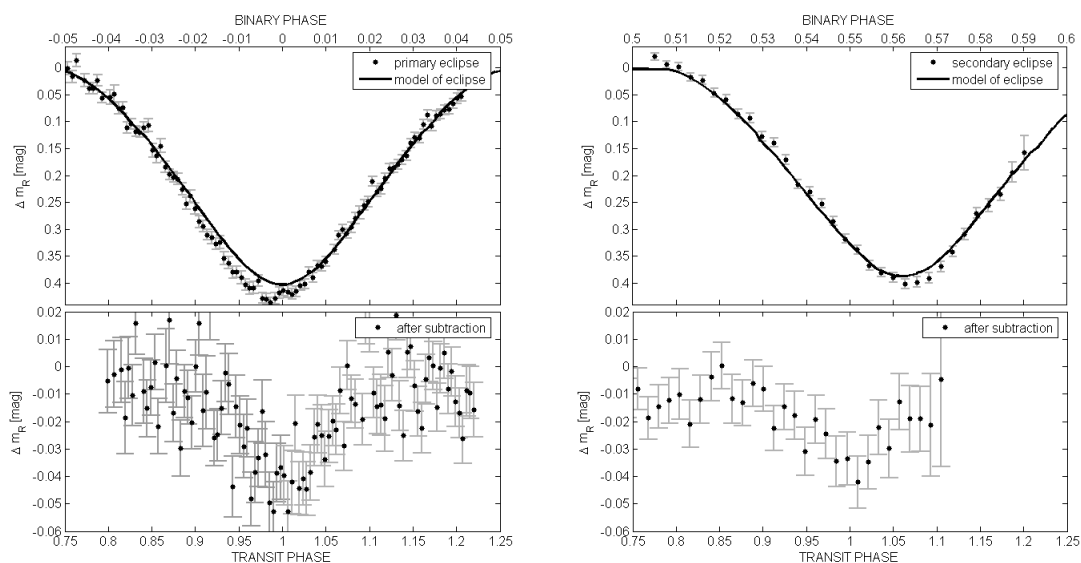
V této práci jsme navrhli jiný způsob, kterým by se dala identifikovat mateřská hvězda – využitím situace, kdy nastávají současně zákryty i tranzity (popsáno v práci Liška et al., 2012). Pokud jsou všechna tři tělesa seřazena v jedné linii (z našeho pohledu jsou seřazena jedno za druhým) a třetí těleso se nachází mezi hlavními složkami (Obr. 4.3), v tranzitu by měla být zaznamenána deformace (třetí složka by měla být z našeho úhlu pohledu také nakrátko skryta). V případě, že je primární složka mateřskou hvězdou, tranzit bude zdeformovaný během primárního zákrytu a naopak (mateřskou hvězdou bude sekundární složka v případě zdeformovaného tranzitu u sekundárního zákrytu). Obě situace, tranzity ve středech primárních a sekundárních minim, byly zaznamenány ve dvou nocích (22./23. 10. 2011 primární zákryt, 27./28. 10. 2006 sekundární zákryt, Obr. 4.4). Po odečtení modelů zákrytů z programu PHOEBE (Prša & Zwitter, 2005) vypadají tranzity podobně a neliší se od tranzitů ve fázích mimo zákryty.



Obrázek 4.3: Vzájemné zákryty mezi tělesy, v situaci A) zakrývá sekundární složka během primárního minima primární složku i třetí těleso, v situaci B) naopak primární složka způsobuje zákryt obou těles.

Tento neúspěšný pokus o identifikaci mateřské hvězdy a podezřelý poměr mezi periodou tranzitu a orbitální periodou ( $\sim 1 : 4,4$ ) způsobil, že jsme navrhli další vysvětlení pozorovaných poklesů ve světelné křivce. Poklesy v jasnosti systému by mohly být vysvětleny pomocí blendu, ve kterém se na pozadí hlavního zákrytového systému promítá druhý zákrytový systém (background eclipsing binary – BGEB)<sup>2</sup>. Tento druhý systém s nižší celkovou jasností nemusí být nutně gravitačně vázán s hlavním systémem. V případě blendu nebudou „tranzity“ během zákrytů deformovány. Obdobným případem je např. čtyřhvězdný systém CzeV343 (Cagaš & Pejcha, 2012).

<sup>2</sup>Na vysvětlení pomocí blendu nás upozornil dr. O. Pejcha.



Obrázek 4.4: Vzájemné zákryty mezi tělesy se podařilo proměřit v situaci A) primárního zákrytu 22./23. 10. 2011 (Liška, filtr *R*, panel vlevo) a v situaci B) sekundárního zákrytu 27./28. 10. 2006 (Svoboda, filtr *R*, panel vpravo).

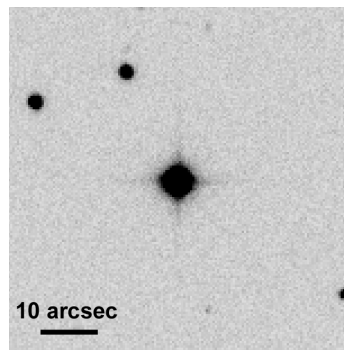
V nejbližším okolí AV CMi není přímo viditelný žádný slabší objekt (objekt musí být natolik blízko, aby se vešel do clonky při aperturní fotometrii, t.j. cca 3–5'' pro použité dalekohledy), viz Obr. 4.5. Jeho přítomnost by mohla být odhalena astrometrickým testem, detekcí systematických posuvů v pozici centroidu AV CMi na CCD snímcích během hlavních zákrytů (diagram závislosti pozice centroidu na hustotě zářivého toku/hvězdné velikosti). Pozice centroidu by se měla posouvat ve směru k BGEB během poklesu jasnosti (viz Část 2.1.5). Ani tento test nedopadl úspěšně (Liška et al., 2012). Slabší zákrytový systém, pokud existuje, je pravděpodobně úhlově velmi blízko k hlavnímu systému. V práci Liška et al. (2013) jsme navrhli možnou dvojnásobnou orbitální periodu slabšího zákrytového systému (1,038843 d) a přednesli jedno z řešení s fázovými křivkami pro oba zákrytové systémy.

## 4.5 Pozorování AV CMi

### 4.5.1 Fotometrie

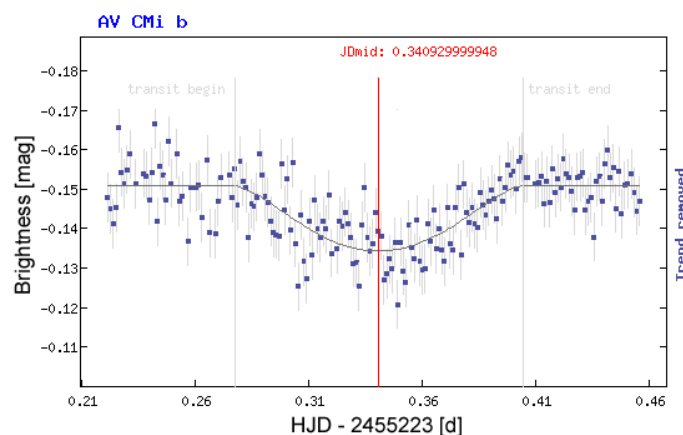
Naše motivace pro pořízení nových fotometrických pozorování systému AV CMi měla tři fáze. V první fázi jsme chtěli potvrdit výsledky od Liakose & Niarchose (2010), kteří detekovali poklesy podobné tranzitům exoplanety. Na začátku r. 2010 Sekce proměnných hvězd a exoplanet ČAS (více o sekci např. v textu Brát & Zejda, 2010) uspořádala kampaň pro poobjevové potvrzení tranzitů. V noci 26./27. ledna 2010 čtyři pozorovatelé nezávisle potvrdili jeden tranzit během simultánního pozorování AV CMi na několik místech České republiky. Pozorovateli byli Liška (*R* filtr, MUO, Brno), Brát (*I* filtr, ALTAN.Observatory, Pec pod Sněžkou), Uhlář (*V* filtr, soukromá observatoř, Jílové u Prahy) a Trnka (*Clear*, Městská hvězdárna Slaný, Slaný). Příklad zaznamenaného tranzitu je na Obr. 4.6. Model





Obrázek 4.5: Nejbližší okolí AV CMi ( $60 \times 60''$ ) na snímku z Dk154, z noci 1./2. 2. 2013 ve filtru V. Kromě několika slabších hvězd ve velké vzdálenosti (dvě horní hvězdy mají hv. vel. kolem 15,5 mag, hvězda vpravo dole 16,5 mag) není viditelná žádná blízká složka AV CMi. Mírná asymetričnost centrální AV CMi (obraz je vlevo širší) je dána optikou a je viditelná u všech jasnějších hvězd v poli.

uvedeného tranzitu byl vypočten on-line nástrojem sloužícím k fitování exoplanetárních tranzitů v databázi ETD (Exoplanet Transit Database, [Poddaný et al., 2010](#)).



Obrázek 4.6: Tranzit AV CMi naměřený v noci 26./27. ledna 2010 ve filtru R na pozorovacím stanovišti MUO s přístrojem MUO-1.

Po úspěšném potvrzení tranzitů následovala druhá fáze zaměřená na identifikaci mateřské hvězdy třetího tělesa. Navrhli jsme výše uvedenou hypotézu, která předpokládá, že je třetí těleso během primárního nebo sekundárního zákrytu také zakryto (viz ilustrace na Obr. 4.3). To je podpořeno výsledky z analýzy světelných změn z prací [Liakos & Niarchos \(2010\)](#) a [Liakos et al. \(2012\)](#), např. rozměry složek, inklinací úhel dráhy zákrytového páru  $\sim 84^\circ$ . Třetí těleso nemá během hlavního zákrytu dostatek místa, aby minulo mateřskou hvězdu bez zakrytí vzdálenější hvězdou. Proto lze očekávat rozdílné tvary tranzitů ve fázi hlavního zákrytu (primárního nebo sekundárního) a mimo zákryty. Podle výskytu deformovaných tranzitů (v primárním nebo sekundárním minimu) lze určit mateřskou hvězdu.

Z tohoto důvodu byly vyhlášeny dvě kampaně pro české pozorovatele (25. února – 1. března 2010 a 21. března – 25. března 2010) pro proměření tranzitů spolu se zákryty. Tato měření simultánních zákrytů a tranzitů mohla potvrdit či vyvrátit hypotézu přítomnosti



třetího tělesa. Pokud by nebyly detekovány žádné změny ve tvaru tranzitu, existuje třetí (proměnný) objekt, který je mimo primární i sekundární hvězdu, v tomto případě by se mohlo jednat o zákrytový systém na pozadí (BGEB).

Kampaní se zúčastnilo několik pozorovatelů, jmenovitě Liška (filtry VR), Zejda (filtry VR), Kučáková (filtr R), Lomoz (filtr R) a Poddaný (filtry VR). Měření nepřinesla nové informace. Prvotní odhad byl příliš optimistický – tranzity sice probíhaly současně se zákryty, ale ve zvolených konfiguracích hvězdy nebyly dokonale seřazené. Ke vzájemným zákrytům všech tří těles tak dojít nemuselo a nezaznamenané deformace přítomnost třetího tělesa nevylučují.

Bylo proto cíleně pátráno po situaci, ve které dojde k téměř ideálnímu seřazení všech tří těles. V případě primárního zákrytu se tato situace podařila napozorovat v noci 22./23. 10. 2011 (Liška, filtr R) a pro sekundární zákryt byla nalezena archivní měření z noci 27./28. 10. 2006 (Svoboda, filtr R). Po odečtení modelu zákrytových změn vytvořeným programem PHOEBE (Prša & Zwitter, 2005) je v obou případech viditelný tranzit velice podobný tranzitům mimo zákryty (Obr. 4.4).

Poslední fáze, která i nadále trvá, se týká sběru okamžiků minim (pro přesnější model apsidálního pohybu hlavního páru), nových tranzitů a doplnění fázové křivky. Speciální úsilí je věnováno získání vícebarevné fotometrie tranzitů.

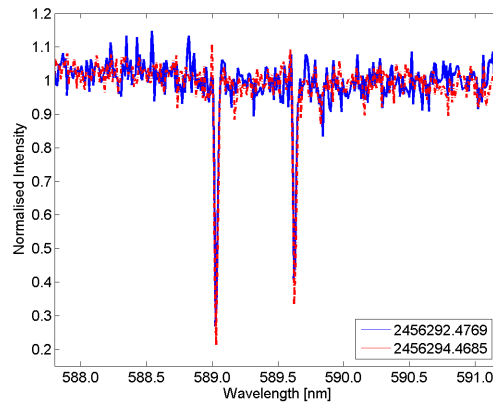
#### 4.5.2 Spektroskopie

Spektroskopická pozorování byla provedena k určení poměru hmotností hlavních složek na základě variací v radiálních rychlostech (RV). Krátké úseky spekter (typicky s šířkou 7 nm) v oblastech spektrálních čar  $H\alpha$ ,  $H\beta$  a Na dubletu byly měřeny na dvou místech. Byl použit 2,0m RCC (Ritchey-Chretien Coudé) dalekohled s Coudé spektrografem na Observatoři Rozhen v Bulharsku v 6 nocích (prosinec 2012 – prosinec 2013). Dále byl využit 2,4m RC dalekohled v Thajské národní observatoři (Thai National Observatory – TNO) v Thajsku v jedné noci (únor 2013). Seznam pozorování je prezentován v Tab. 2.4, 2.5.

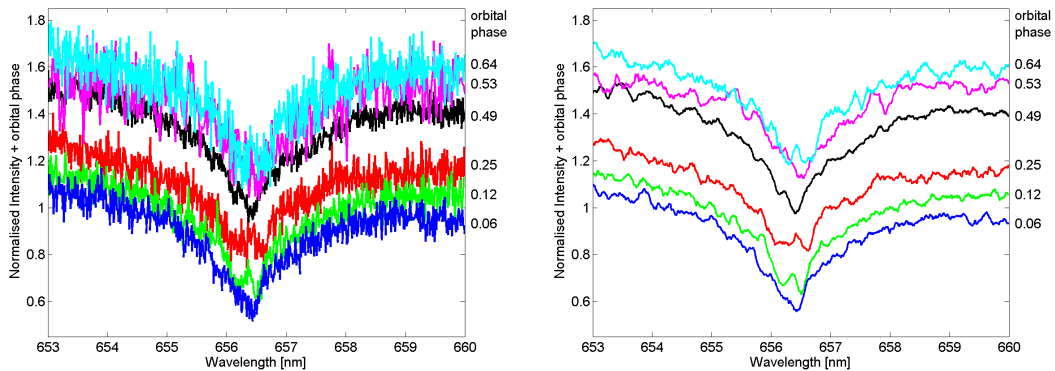
Spektra AV CMi obsahují hluboké a široké absorpční čáry Balmerovy série (měřeny pouze čáry  $H\alpha$  a  $H\beta$ ). Spektra v oblastech Na dubletu (Fraunhoferovy D čáry, Obr. 4.7) ukazují pouze ostré čáry dubletu, které jsou způsobeny absorpcí mezihvězdného prostředí mezi námi a systémem AV CMi. Čáry hvězd v této oblasti nejsou viditelné, jsou zřejmě příliš mělké. Podle těchto informací je hlavním zdrojem záření v systému AV CMi objekt (případně objekty) raného spektrálního typu.

Fotometrická pozorování odhalila podobné povrchové teploty obou hlavních složek (podobné amplitudy primárních i sekundárních zákrytů). Proto byla očekávána detekce obou složek ve spektru, což potvrdila již první pořízená spektra, která vykazovala dvojitá jádra čar  $H\alpha$  ve fázích mimo zákryty (viz Obr. 4.8). Tyto výsledky podle našich předpokladů potvrzují, že systém AV CMi je dvojjárová spektroskopická dvojhvězda (typ SB2). Z center spektrálních čar se fitováním dvojitě Gaussovy funkce pomocí nelineární metody nejmenších čtverců podařilo určit hodnoty RV pro obě složky (Tab. 4.1), viz Část 3.2.8.

Spektra bylo v plánu využít také pro detekci zdroje tranzitů. Jejich kvalita však pravděpodobně není dostatečná k detekci očekávané třetí složky, protože hlavní systém třetí těleso značně přezaruje. Také jejich počet je příliš malý. Měření byla navíc získána se



Obrázek 4.7: Detaily spekter AV CMi v oblasti Na dubletu (Fraunhoferovy D čáry).



Obrázek 4.8: Variace ve tvarech čáry  $H\alpha$  pro AV CMi. Čáry jsou seřazené s ohledem na orbitální fázi (panel vlevo), stejná měření zviditelněná klouzavým průměrem (panel vpravo).

špatným fázovým pokrytím orbitálního cyklu hlavního systému (Obr. 4.9). I pro potvrzení dalšího možného vysvětlení, druhého zákrytového systému předpokládaného v pracích Liška et al. (2012); Liška et al. (2013), jsou tato data nedostatečná. Objekt je zřejmě přezářen hlavním dvojhvězdným párem, a proto je detekce dalších čar a jejich posuvů v důsledku změn v RV značně komplikovaná.

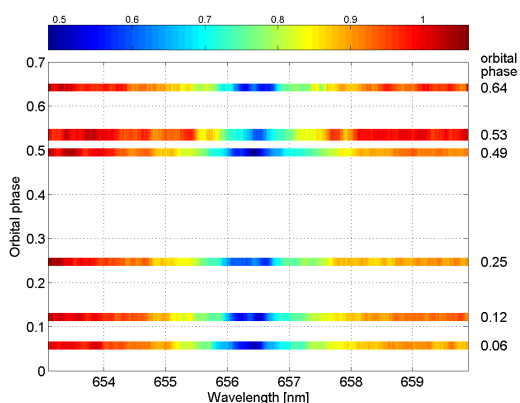
### 4.5.3 Astrometrie

Pro potvrzení, že AV CMi má na pozadí druhou složku (BGEB), byl prohledán Washingtonský katalog dvojhvězd (WDS, Mason et al., 2001), ale hvězda zde není uvedena (nejedná se o známou vizuální dvojhvězdu). Na snímcích z dalekohledu Dk154 (La Silla) není vidět žádná blízká vizuální složka (Obr. 4.5). Byla proto astrometricky testována přítomnost blendy (viz Část 2.1.5). Snímky z fotometrických pozorování na MUO v Brně s přístrojem MUO-1 byly astrometricky proměřeny. V těchto měřeních byly zaznamenány pouze náhodné variace ne větší než 0,1 px ( $\sim 0,135''$ , Obr. 4.10), které přítomnost slabší, úhlově málo vzdálené složky nepotvrzují.

Tabulka 4.1: Radiální rychlosti AV CMi měřené z čáry H $\alpha$  pořízené na observatoři Rozhen.

$T_{\text{mid}}$ [HJD]	Fáze	$RV_1$ [km s $^{-1}$ ]	$RV_2$ [km s $^{-1}$ ]
2456292,4289	0,247	52,6(7,2)	-151,5(7,5)
2456294,4219	0,122	28,6(4,0)	-134,9(4,4)
2456352,3043	0,534	11,5(14,3) <sup>a</sup>	
2456375,3251	0,641	-104,0(8,0)	76,7(7,3)
2456640,4943	0,058	-50,1(4,5) <sup>a</sup>	
2456641,4875	0,494	-34,8(3,7) <sup>a</sup>	

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> Hodnota RV byla určena pro střed čáry fitováním pouze jedné Gaussovy funkce. Jádro čáry nebylo dvojitě.



Obrázek 4.9: Spektra čáry H $\alpha$  objektu AV CMi seřazené dle fáze orbitálního cyklu hlavního systému pro představu o fázovém pokrytí. Měření jsou zde vyhlazena klouzavým průměrem pro zviditelnění variací v jádře této čáry (šířka pruhů odpovídá expoziční době).

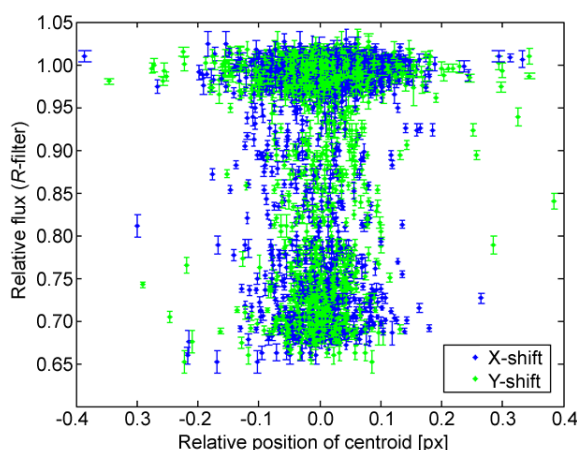
#### 4.5.4 Skvrnková interferometrie

Navrhované vysvětlení pomocí BGEB bylo také testováno použitím skvrnkové interferometrie, která by mohla umožnit detekci slabšího objektu na pozici blízké hlavní hvězdě AV CMi. Tento druh pozorování byl proveden dr. V. G. Orlovem na 2,1m RC dalekohledu Národní astronomické observatoře v Mexiku v jedné noci (viz Část 2.2.4). Měření byla získána v *UBVRI* filtrech, aby bylo možné určit barevné indexy očekávaného slabého objektu. Bohužel žádná slabá hvězda s  $\Delta m \lesssim 2$  mag ve vzdálenosti větší než 0,25'' nebyla v okolí AV CMi detekována ani v jedné barvě. Proto navržený objekt na pozadí bude slabší nebo se bude nacházet úhlově blíže k hlavní proměnné hvězdě.

## 4.6 Analýza systému AV CMi

### 4.6.1 Analýza *O–C* diagramu

Okamžiky minim pro AV CMi byly nalezeny v literatuře využitím *O–C* brány (Paschke & Brát, 2006). Použitá minima spolu s informací o nejistotě jejich určení, typu minima, pozorovací metodě, pozorovateli a s odpovídající referencí jsou prezentovány v Tab. A.12. Z dostupných měření jsme určili 13 nových okamžiků minim použitím on-line fitovacího



Obrázek 4.10: Závislost relativní hustoty zářivého toku hvězdy AV CMi na pozici centroidu na snímcích neukazuje viditelné systematické odchylky od střední hodnoty.

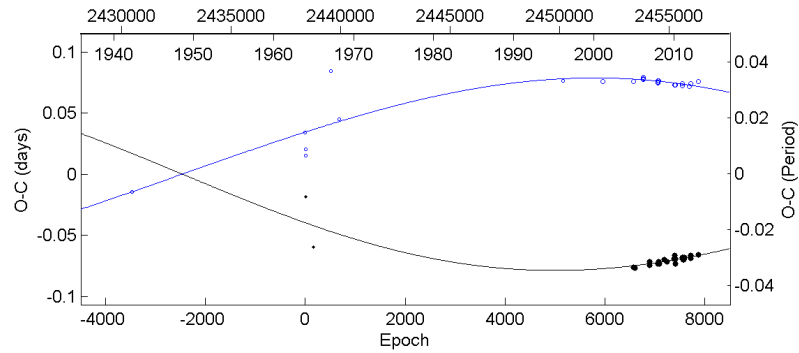
nástroje založené na nelineární metodě nejmenších čtverců a fenomenologickém modelu zákrytu (popis v publikaci [Brát et al., 2012](#)).

Zákrytový systém vykazuje v  $O-C$  diagramu známky apsidálního pohybu (Obr. 4.11). Předběžná analýza 41 minim publikovaná v práci ([Liška et al., 2012](#)) se jen mírně liší ve srovnání s novějšími parametry z této disertace (Tab. 4.2). Aktuální datová sada obsahuje 51 minim z období 1942–2013. Nejstarší okamžiky minim pocházejí z fotografických měření ze Sonnebergu ([Hoffmeister, 1968](#); [Gessner, 1973](#)). Zřejmě se jedná jen o okamžiky zeslabení, proto jsou značně nepřesné. Originální měření, která by umožnila časy minim zpřesnit, nejsou k dispozici.

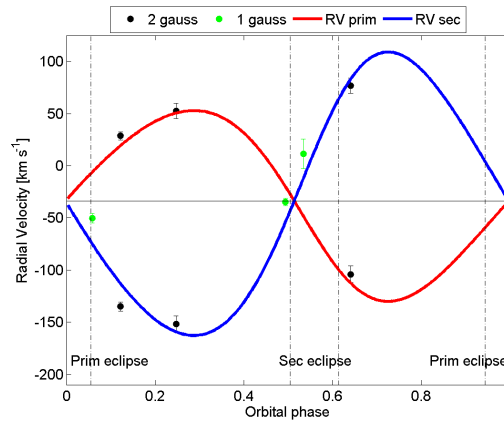
V obou případech bylo k modelování apsidálního pohybu použito programu od dr. Zaslacheho ([Zasche, 2008](#); [Zasche et al., 2009](#)). Tato novější analýza umožnila určit střední periodu hlavního zákrytového systému  $P = 2,277750(4)$  d a další orbitální parametry (excentricita  $e = 0,11(4)$ , argument periastra  $\omega = 298(6)^\circ$  a rychlost stáčení přímky apsid  $\dot{\omega} = 0,011(9)^\circ \text{ cycle}^{-1}$ ). Určili jsme i poměrně nepřesnou hodnotu periody apsidálního pohybu  $U = 196(86)$  yr. Parametry z disertace se od těch publikovaných mírně liší, ale v rámci intervalů daných nejistotou výsledku jsou stejné. Kvůli velké nejistotě v délce periody  $U$  je dlouhodobé sledování tohoto systému nezbytné.

#### 4.6.2 Analýza variací v radiálních rychlostech

Měření RV byla použita pro určení poměru hmotností hlavních složek (souhrn hodnot je v Tab. 4.1). K dispozici jsme získali jen velmi omezené množství použitelných RV (3 hodnoty pro primární a 3 pro sekundární složku, zbylé čáry nebyly dvojité). Pro fitování variací v RV jsme proto zafixovali většinu orbitálních parametrů (orbitální periodu a nultou epochu, excentricitu, argument periastra). Z výsledného modelu (postup uvedený v Části 3.2.7 byl mírně modifikován pro dvojhvězdu typu SB2) jsme určili poloviční amplitudu změn v RV pro obě složky  $K_1$ ,  $K_2$  a  $\gamma$ -rychlost systému (Tab. 4.2).



Obrázek 4.11:  $O-C$  diagram zákrytového systému AV CMi ukazuje apsidální pohyb s přibližně 196 yr dlouhou periodou (primární minima jsou vyznačena černými plnými kolečky, sekundární minima modrými prázdnými kolečky).



Obrázek 4.12: Křivka RV pro hlavní zákrytový systém AV CMi založená na fitování středů čar  $H\alpha$  dvojitou Gaussovou funkcí. Jsou zde vyneseny i RV blendovaných čar (jedna Gaussova funkce).

Tabulka 4.2: Parametry hlavního zákrytového systému AV CMi založené na analýze apsidálního pohybu v  $O-C$  diagramu a RV z čar  $H\alpha$ , doplněné o dříve publikované parametry.

Parametr	Fotometrie (Liakos et al., 2012)	$O-C$ diagram (Liška et al., 2012)	$O-C$ diagram Tato práce	RV Tato práce
$P$ [d]	–	2,277750(4)	2,277750(4)	2,277755 <sup>a</sup>
$M_0$ [HJD]	–	2438379,71(2)	2438379,70(2)	2438379,60 <sup>a</sup>
$e$	0,11(1)	0,11(5)	0,11(4)	0,11 <sup>a</sup>
$\omega$ [°]	–	297(5)	298(6)	298 <sup>a</sup>
$\gamma$ [km s <sup>-1</sup> ]	–	–	–	-34,0(6,7)
$K_1$ [km s <sup>-1</sup> ]	–	–	–	91,4(11,5)
$K_2$ [km s <sup>-1</sup> ]	–	–	–	135,9(11,5)
$q = M_2/M_1$	0,843(3)	–	–	0,67(10)
$U$ [yr]	–	187(84)	196(86)	–
$\dot{\omega}$ [° cycle <sup>-1</sup> ]	–	0,012(10)	0,011(9)	–
$N_{\text{obs}}$	–	41	51	6

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> tyto hodnoty byly zafixovány.

## 4.7 Diskuze a shrnutí

Během mého doktorského studia bylo úspěšně provedeno ověření výskytu poklesů jasnosti (tranzitů) ve světelné křivce AV CMi popsanych v práci [Liakos & Niarchos \(2010\)](#). Následně byl navržen způsob, jak identifikovat mateřskou hvězdu domnělé exoplanety za pomoci vzájemných zákrytů/přechodů všech tří těles. Vykonaná měření však nevedla k úspěchu a téměř vylučují přítomnost třetího tělesa na vnitřní dráze. Bylo proto navrženo druhé vysvětlení, ve kterém za poklesy jasnosti může druhý zákrytový systém, který má menší pozorovanou hvězdnou velikost a nachází se na pozadí hvězdy AV CMi (BGEB, tvoří společně blend).

AV CMi není vedena ve WDS jako vizuální dvojhvězda a druhá blízká složka není přímo viditelná na snímcích z 1,5m dalekohledu Dk154. Byl proto proveden astrometrický test blendy, který ukazuje pouze náhodný rozptyl měřených pozic centroidu se střední úhlovou hodnotou  $\sim 0,135''$ . Metoda skvrnkové interferometrie také neumožnila odhalit přítomnost slabší složky (složka by měla být slabší o  $\Delta m \gtrsim 2$  mag nebo se nachází ve vzdálenosti menší než  $0,25''$ ). Uvedené způsoby nejsou dostatečným testem pro vyvrácení hypotézy přítomnosti BGEB.

Kromě analýzy třetího tělesa byl studován i hlavní zákrytový systém. V rámci této disertace byla získána první spektroskopická pozorování AV CMi, která umožnila určit poměr hmotností hlavních složek  $q = M_2/M_1 = 0,67$  a střední rychlost systému  $\gamma = -34 \text{ km s}^{-1}$ .

V  $O-C$  diagramu byl zaznamenán apsidální pohyb oběžné dráhy hlavního zákrytového systému. Byla provedena analýza  $O-C$  variací a nalezené parametry potvrzují dříve publikovanou hodnotu excentricity  $e = 0,11(4)$ . Apsidální pohyb má poměrně dlouhou a v současnosti značně nejistou hodnotu periody  $U = 196(86)$  yr.

Předběžné výsledky z naší analýzy již byly publikovány v pracích [Liška et al. \(2012\)](#); [Liška et al. \(2013\)](#) a byly prezentovány na konferencích Evolution of Compact Binaries ve Viña del Maar v Chile<sup>3</sup> a The Most Mysterious Binaries: Significance for Astrophysics na ostrově Hvar v Chorvatsku<sup>4</sup>.

<sup>3</sup>Liška, J., Zejda, M., Lomoz, F., et al., AV CMi - binary star with surprise, Viña del Maar – Valparaíso, Chile, 10. březen 2011.

<sup>4</sup>Liška, J., Zejda, M., Lomoz, F., et al., New photometric study of a possible three-body system AV CMi, Hvar, Chorvatsko, 4. červenec 2012.

# Kapitola 5

## Vybrané zákrytové dvojhvězdy se změnami period

V této části disertace se zabývám některými zákrytovými dvojhvězdnými systémy, které jsem vybral z důvodu zajímavých tvarů jejich  $O-C$  diagramů.

V Části 5.1 je popsána analýza systému CL Aur, který projevuje známky přítomnosti třetího tělesa a navíc přenosu hmoty. Tato zákrytová dvojhvězda byla testovacím objektem mého nového programu na výpočet modelu LiTE, který je u tohoto systému navíc komplikován prodlužováním orbitální periody.

Nahodilé změny v  $O-C$  diagramu u druhé zákrytové soustavy, kontaktního systému V2294 Cyg, jsem vysvětlil přítomností třetího tělesa s periodou oběhu necelých osmi let (Část 5.2).

Dvojice úhlově blízkých kontaktních systémů BV Dra a BW Dra tvoří nepříliš častý čtyřhvězdný dvojkrytový systém. Oba systémy vykazují podobné změny v  $O-C$  diagramu, které se dějí v protifázi, což by mohlo naznačovat společnou příčinu. Navrhl jsem jedno možné, ale nepříliš pravděpodobné vysvětlení – oba páry si navzájem způsobují LiTE viditelný v obou  $O-C$  diagramech. Ačkoliv je celková oběžná doba několik tisíc let, toto vysvětlení by znamenalo, že se oba systémy nacházely ke konci 20. století právě v největší vzájemné radiální vzdálenosti (z pohledu pozorovatele). Vlastnosti systému a diskuze navržené hypotézy je rozebrána v Části 5.3.

### 5.1 CL Aur – systém s LiTE a přenosem hmoty

#### 5.1.1 Úvod

CL Aurigae<sup>1</sup> (HV 6886) je polodotykový systém. Protože změny v  $O-C$  diagramu vykazují LiTE a sekulární změnu periody, byla tato zákrytová dvojhvězda vybrána jako vhodný testovací objekt pro nový program na výpočet LiTE (popsán v Části 3.2.6 nebo v práci Liška et al., 2015a). Pozorované prodlužování periody je vysvětleno přenosem hmoty mezi oběma složkami ( $\dot{M} = -1,30 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , Lee et al., 2010). Způsobem podobným našemu byl systém CL Aur studován již třikrát během posledních 15 let (Wolf et al., 1999,

<sup>1</sup>RA = 05<sup>h</sup>12<sup>m</sup>54,<sup>s</sup>17, DEC = +33°30'27,"9, J2000.0.

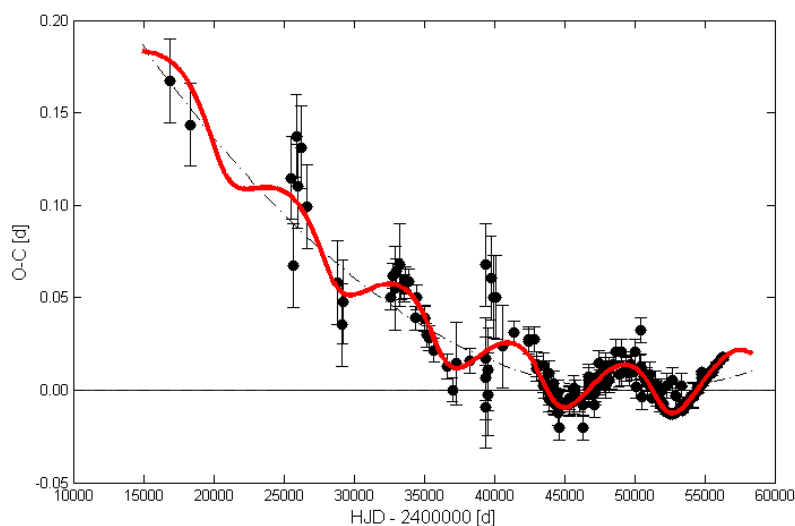


2007; Lee et al., 2010) a je tak ideálním objektem pro srovnání našich a nedávno publikovaných výsledků (porovnání bylo prezentováno v práci Liška et al., 2015a).

### 5.1.2 Analýza LiTE u CL Aur

Okamžiky minim CL Aur byly převzaty z  $O-C$  brány<sup>2</sup> (Paschke & Brát, 2006) – české databáze okamžiků minim pro zákrytové dvojhvězdy (žádná nová měření CL Aur v rámci této práce pořizena nebyla). Tyto publikované časy minim byly použity ke konstrukci  $O-C$  diagramu a k určení parametrů pomocí metody popsané v Části 3.2.6<sup>3</sup>.

Náš nejlepší model (Obr. 5.1) popisuje  $O-C$  změny velmi dobře, zvláště pak v nejnovějších částech  $O-C$  diagramu (přesná CCD pozorování). Starší části  $O-C$  diagramu s vizuálními (vis) a fotografickými (pg) měřeními mají značný rozptyl<sup>4</sup>, ale i tato měření byla použita pro výpočet.



Obrázek 5.1:  $O-C$  diagram zákrytové dvojhvězdy CL Aurigae sestavený z okamžiků minim převzatých z  $O-C$  brány (černá kolečka). Změny v hodnotách  $O-C$  vykazují znaky přítomnosti LiTE a prodlužování periody. Celkový model změn (červená čára) včetně parabolického trendu (šedá čerchovaná čára) je založen na našich parametrech uvedených v Tab. 5.1. Chybové úsečky byly spočteny z modelových vah.

Vysoká nejistota pg i vis měření byla zohledněna snížením vah. Byly vypočteny tzv. modelové váhy, které zohledňují rozptyl měření kolem fitovaného modelu pro rozdílné skupiny pozorování. Měření byla rozdělena podle pozorovacích metod (minima pg, vis a CCD). Váhy vyšly v poměru 1:11,5:403 pro pg:vis:CCD, ze kterých je patrné, že CCD měření jsou nejpřesnější<sup>5</sup>. Námi určené parametry jsou shrnuty v Tab. 5.1, která pro srovnání obsahuje parametry z výše zmíněných tří studií.

<sup>2</sup><http://var.astro.cz/ocgate/>

<sup>3</sup>Použitý program je přizpůsoben na RR Lyrae hvězdy. U dvojhvězd jsou k dispozici primární i sekundární minima, proto byl model vypočten pro poloviční hodnotu periody. Následně byly výsledky přepočteny na správnou periodu.

<sup>4</sup>U fotografických okamžiků minim se zřejmě jedná jen o časy zeslabení na fotografických deskách.

<sup>5</sup>Pro srovnání: Wolf et al. (2007) vizuálně odlišili kvalitu okamžiků minim vahami pro každou kategorii – 0, 1, 2 pro pg, 0, 1, 2 pro vis, a 5, 10, 20 pro CCD měření.

Tabulka 5.1: Parametry testovacího objektu CL Aur vypočtené naším programem (vpravo) společně s výsledky z předchozích studií (vlevo).

Studie	Wolf et al. (1999)	Wolf et al. (2007)	Lee et al. (2010)	Tato práce
$P$ [d]	1,24437163(17)	1,24437505(18)	1,24437498(17)	$1,24437488^{+16}_{-12}$
$M_0$ [HJD]	2432967,2472(6)	2450097,2712(5)	2450097,27082(46)	$2450097,27155^{+61}_{-66}$
$10^{-10}\dot{P}$ [d d $^{-1}$ ]	–	4,05(6)*	3,92(55)*	$3,76^{+28}_{-22}$
$10^{-10}a_3$ [d cycle $^{-1}$ ]	–	2,52(4)	2,44(34)	$2,34^{+17}_{-14}$
$\beta$ [ms yr $^{-1}$ ]	–	12,8(2)*	12,4(1,7)*	$11,86^{+89}_{-69}$
$\beta$ [d Myr $^{-1}$ ]	–	0,148(2)	0,143(20)	$0,137^{+10}_{-8}$
$P_3$ [yr]	22,56(19)*	21,7(2)	21,63(14)	$21,61^{+19}_{-18}$
$T_0$ [HJD]	2443315(35)	2443880(80)	2444072(56)	$2444020^{+140}_{-190}$
$e$	0,405(25)	0,32(2)	0,337(53)	$0,271^{+47}_{-34}$
$\omega$ [°]	179(2)	209,2(1,2)	218,9(2,7)	$218,4^{+6,0}_{-9,2}$
$A$ [light day]	0,0182(13)*	0,0144(12)*	0,01378(72)*	$0,01388^{+31}_{-22}$
$a_{12} \sin i$ [au]	3,14(23)*	2,49(22)*	2,38(12)	$2,404^{+54}_{-38}$
$f(\mathcal{M}_3)$ [ $\mathcal{M}_\odot$ ]	0,0614	0,034	0,0290(15)	$0,0297^{+19}_{-14}$
$K_{12}$ [km s $^{-1}$ ]		–	–	$3,44^{+10}_{-6}$
$\chi^2_{\text{R}}$		–	–	1,04(10)
$N_{\text{min}}$	$\sim 97$	144	198	203

**Poznámky:** (\*) Parametr byl dopočten námi dle hodnot uvedených v původní studii.

### 5.1.3 Diskuze a shrnutí

Porovnáním našeho řešení a nedávno publikovaných hodnot od jiných autorů jsme došli k závěru, že použitý program dává srovnatelné výsledky. Je to uspokojivé zvláště u poslední práce Lee et al. (2010), která využívá prakticky identickou datovou sadu. Tento příklad, stejně jako další testy, ukazují, že program na fitování LiTE (volitelně doplněný o model sekulární změny periody) funguje dobře a je použitelný k analýze dalších zákrytových dvojhvězd a RR Lyrae hvězd s předpokládaným LiTE. Navíc jsme spočítali poloviční amplitudu změn v RV  $K_{12} \sim 3,4 \text{ km s}^{-1}$  pro střed hmotnosti zákrytového systému, které jsou způsobeny třetím tělesem. Tento údaj předchozí autoři neuvádějí. Žádné měření RV se v literatuře nepodařilo dohledat.

## 5.2 V2294 Cyg – systém s LiTE

### 5.2.1 Úvod

Proměnnost objektu V2294 Cyg<sup>6</sup> (GSC 03564-03059, 2MASS J19402932+5025522, KIC 12019674, ROTSE1 J194028.86+502554.7, ASAS J194029+5026.0) objevili [Akerlof et al. \(2000\)](#) na základě dat z celoblohové přehlídky ROTSE. Nalezli předběžnou, ale nesprávnou periodu proměnnosti 0,26168(4) d (1denní alias), přesto objekt správně klasifikovali jako zákrytový systém. Poobjevová pozorování provedli [Blattler & Diethelm \(2000\)](#). U této proměnné hvězdy zaznamenali změny hvězdné velikosti v rozsahu 13,25–13,58 mag (C) a určili správnou periodu proměnnosti 0,35436(4) d. Také upřesnili typ zákrytové dvojhvězdy na typ W UMa (EW).

V roce 2003 byla tato dvojhvězda zanesena do GCVS s oficiálním označením V2294 Cyg ([Kazarovets et al., 2003](#)) a ve stejném roce byla také zahrnuta do katalogu kontaktních systémů ([Pribulla et al., 2003](#)). Pro tento systém bylo následně publikováno několik odlišných orbitálních period, např. 0,354317(3) d ([Kreiner, 2004](#)) nebo 0,3544890 d ([Pigulski et al., 2009](#)). Poslední uvedená hodnota je převzata z katalogu proměnných hvězd nacházejících se v zorném poli dalekohledu Kepler (před zahájením hlavní mise dalekohledu Kepler). Tento katalog, který je založen na ASAS měřeních, obsahuje informace o střední hvězdné velikosti ve filtru *V* 13,158 mag (amplituda 0,37 mag) a ve filtru *I* 12,210 mag (amplituda 0,31 mag).

Systém V2294 Cyg byl následně měřen dalekohledem Kepler po dobu čtyř let a většina známých informací o fyzikálních vlastnostech tohoto systému pochází právě z tohoto projektu. Předběžné parametry z prvních 44 dní provozu Keplera, např. perioda 0,35450 d, efektivní teplota 5 841 K, poměr teplot pro obě složky  $T_2/T_1 = 0,91126$  a hmotnostní poměr 1,06290, byly publikovány v práci [Prša et al. \(2011\)](#) a jsou založeny na analýze světelných změn. Zpřesněné hodnoty některých parametrů z delší časové základny (125 dní) zahrnují periodu 0,354492 d, poměr teplot  $T_2/T_1 = 1,047$  a poměr hmotností  $M_2/M_1 = 0,760$  ([Slawson et al., 2011](#)).

Na základě prohlídky *O–C* diagramů z *O–C* brány ([Paschke & Brát, 2006](#)) jsem zjistil, že zákrytový systém V2294 Cyg vykazuje rychlé a nepravidelné změny v *O–C* diagramu (Obr. 5.2) s amplitudou přibližně 2,5 hodiny. Zobrazené změny v hodnotách *O–C* odpovídají proměnné periodě – tento předpoklad znázorňují i rozdílné publikované periody. Zpřesněné zákrytové elementy poskytly informaci o cyklických změnách v *O–C* diagramu, které mohou být vysvětleny LiTE s 8letou periodou (viz níže). Proto jsem se rozhodl tomuto systému dlouhodoběji věnovat. Souhrn známých informací o systému, stejně jako předběžné orbitální parametry uvedené v Části 5.2.2, byl publikován v práci [Liška \(2014\)](#).

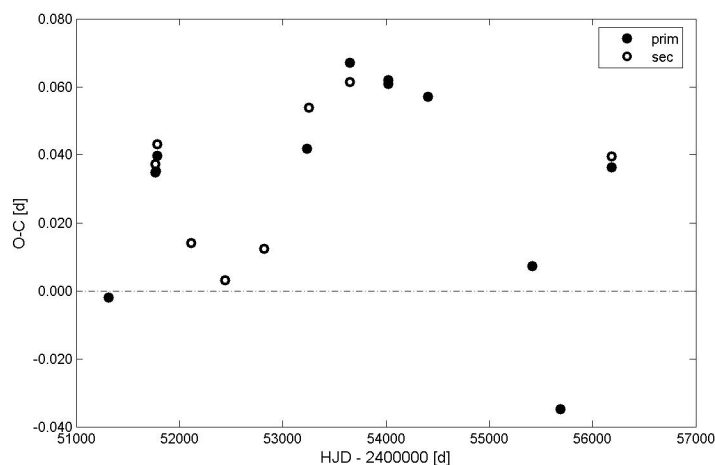
Nejnovější výsledky z projektu Kepler ([Conroy et al., 2014](#)) také u tohoto systému popisují cyklické změny periody způsobené LiTE (Obr. 5.3)<sup>7</sup>. Bohužel jejich výsledky jsou založené jen na měřeních s krátkou časovou základnou (pouze čtyřletém období), proto nalezené parametry pro LiTE (perioda  $P_3 = 1088,4(34,7)$  d = 2,980(95) yr, excen-

<sup>6</sup>RA = 19<sup>h</sup>40<sup>m</sup>29<sup>s</sup>.33, DEC = +50°25'52."2, J2000.0.

<sup>7</sup><http://keplerebs.villanova.edu/plots/?k=12019674.00&cadence=lc>, Kepler Eclipsing Binary Catalog – Third Revision.

tricitá  $e_3 = 0,346(1)$  a poloviční amplituda změn v  $O-C$  diagramu  $A_{\text{LiTE}} = 198(4) \text{ s} = 0,00229(5) \text{ d}$  jsou nesprávné. To, že jejich model není nejlepším řešením pozorovaných variací v  $O-C$  diagramu (v jejich případě označen jako ETV), ukazuje i Obr. 5.3, uprostřed. Naměřené variace se na začátku i na konci od modelu LiTE výrazně odchyľují. Zajímavé jsou také krátkoperiodické variace v časech primárních a sekundárních maxim, které se vyskytují v protifázi (Obr. 5.3, nahoře). Zřejmě to svědčí o přítomnosti povrchové aktivity těchto hvězd (přítomnost skvrn u mnoha systémů s podobnými variacemi analyzovali např. Tran et al., 2013).

Tyto krátkoperiodické variace v ETV z dalekohledu Kepler lze vidět kromě dalších zákrytových systémů i u RR Lyrae hvězd, u kterých lze těžko čekat vysokou povrchovou aktivitu. Některé útvary v ETV dost možná časově korelují s podobnými útvary u jiných hvězd. Např. u hvězdy V349 Lyr = KIC 7176080 (Guggenberger & Steixner, 2014) se vyskytuje obdobný pokles v hodnotě ETV jako u reziduí ve V2294 Cyg v čase BJD 2 455 700 (Obr. 5.3, dole). Tyto korelace si v budoucnu zaslouží důkladnou analýzu.

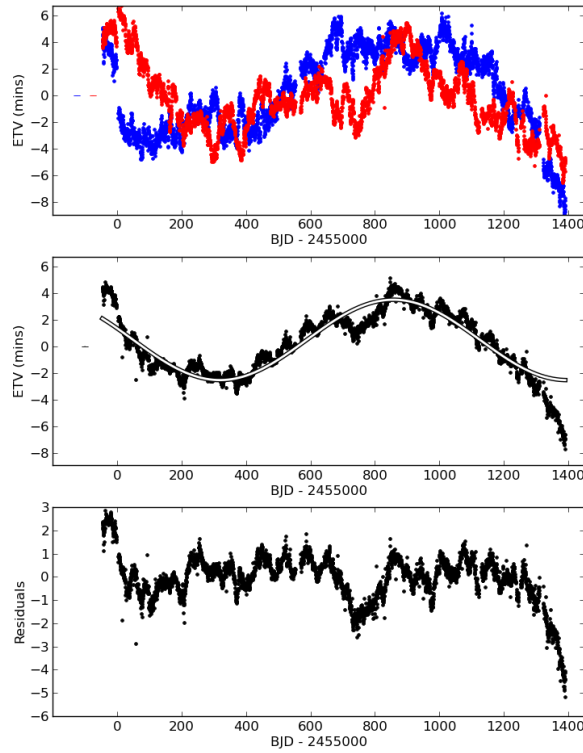


Obrázek 5.2:  $O-C$  diagram systému V2294 Cyg zkonstruovaný s elementy  $M_0 = 2451781,365$  HJD a  $P = 0,354328$  d převzatých z  $O-C$  brány (Paschke & Brát, 2006, verze ze srpna 2014).

## 5.2.2 Předběžná analýza LiTE u V2294 Cyg

Pro naši předběžnou studii LiTE v tomto systému (publikována v práci Liška, 2014) jsme použili okamžiky minim převzaté z  $O-C$  brány (Paschke & Brát, 2006). Tyto hodnoty jsou seřazeny v Tab. A.15 s referencemi na původní zdroj měření. Model LiTE byl určen programem založeným na NLSM, způsob výpočtu je popsán v práci Liška et al. (2015a) a v Části 3.2.6. Časy minim byly získány ze CCD měření, z tohoto důvodu byly zvoleny stejné váhy pro všechny hodnoty minim. Nejlepší nalezené řešení má sumu čtverců odchylek  $S = 0,000122$  a odpovídající průměrnou nejistotu jednotlivých měření  $0,0024 \text{ d}$ .

Model změn v  $O-C$  diagramu, který dobře popisuje naměřené změny, je zobrazen na Obr. 5.4. Jednotlivé orbitální parametry společně s jejich nejistotami určenými statisticky (Bootstrap metodou) jsou shrnuty v Tab. 5.2. Na základě modelu byly následně do Tab. A.15 doplněny opravené typy minim (prim/sec).



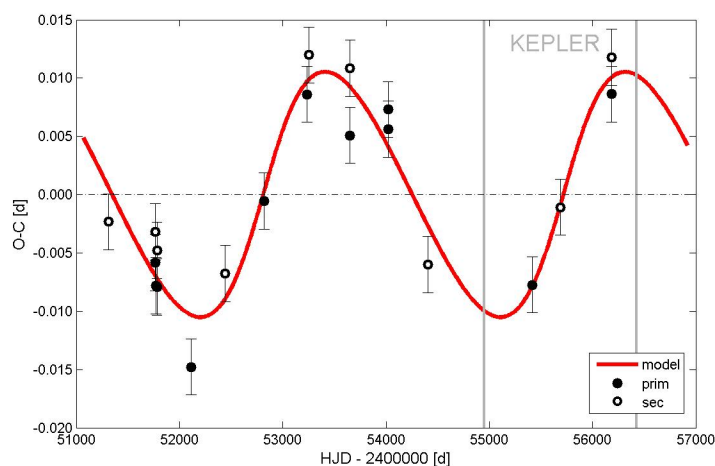
Obrázek 5.3:  $O-C$  diagram (ETV) systému V2294 Cyg zkonstruovaný z měření z dalekohledu Kepler. Horní panel ukazuje variace v primárních a sekundárních minimech. Střední panel obsahuje variace pro posuv celé fázové křivky a je doplněn o model 3yr dlouhého LiTE z práce [Conroy et al. \(2014\)](#). Reziduum po odečtení jejich modelu LiTE je zobrazeno v dolním panelu.

Přesto, že naše předběžné řešení trojhvězdného systému je založeno pouze na 20 okamžicích minim, navíc získaných z pozemských pozorování, je lepší než řešení od Conroye et al. (2014), které je založené na vysoce přesné fotometrii z vesmírného teleskopu Kepler. To je však dáno zejména omezenou délkou časové základny měření z dalekohledu Kepler. Střední efemeridu pro zákryty kontaktního dvojhvězdného páru (pro primární minimum) lze vyjádřit pro naše předběžné řešení rovnicí

$$T_{\min} = 2453363,5350_{-20}^{+17} + 0,35449748_{-24}^{+21} \text{ d} \times N, \quad (5.1)$$

kde  $T_{\min}$  je čas primárního minima v HJD a  $N$  je epocha.

Oběh třetího tělesa s periodou  $P_3 \sim 8$  yr může být popsán parametry uvedenými v Tab. 5.2, t.j. časem průchodu periastrum  $T_0$ , excentricitou  $e_3$ , argumentem periastra  $\omega_3$  a parametrem  $A$ , který je roven projekci velké poloosy  $a_{12} \sin i$  ve světelných dnech. Dále byl proveden odhad minimální hmotnosti třetího tělesa na základě hmotnostní funkce  $f(M_3)$  a předpokladu celkové hmotnosti zákrytového systému  $M_{1+2} = 0,982_{0,111}^{0,173} M_{\odot}$  ([Huber et al., 2014](#)). Naneštěstí celková hmotnost V2294 Cyg byla určena pouze na základě celkové jasnosti v několika různých fotometrických filtrech bez zohlednění faktu, že se



Obrázek 5.4:  $O-C$  diagram systému V2294 Cyg s modelem osmiletého LiTE zrekonstruovaného na základě parametrů z Tab. 5.2. Pro představu je zde vyznačena časová základna měření z dalekohledu Kepler (JD od 2 454 953 do 2 456 424, oblast mezi šedými linkami).

jedná o vícenásobný systém. Proto minimální hmotnost třetího tělesa  $M_{3\min} = 0,66 M_{\odot}$  je pouze hrubým odhadem. Všechny tři hvězdy mohou mít podobné hmotnosti a příspěvky k celkovému toku záření.

Model LiTE nám také umožnil odhadnout změny v  $\gamma$ -rychlosti zákrytového páru, které jsou způsobeny oběhem třetího tělesa. Na základě našeho modelu vychází poloviční amplituda změn RV přibližně  $8 \text{ km s}^{-1}$ . Bohužel dosud žádná měření RV nebyla pro systém V2294 Cyg publikována. Ke správné analýze celého vícenásobného systému jsou nezbytná spektroskopická měření s vysokým rozlišením.

### 5.2.3 Nová analýza LiTE u V2294 Cyg

V rámci přípravy této disertace byl systém V2294 Cyg od roku 2010 systematicky fotometricky pozorován. Nejdříve byla tato dvojhvězda monitorována na MUO (přístroj MUO-1, v r. 2010–2011). Z důvodu rekonstrukce MUO byla v r. 2012 tato hvězda sledována jen ve třech nocích na observatoři na hoře Suhoře (spolupozorovatel dr. J. Janík). Od roku 2013 následovala měření na HaP a posléze také znovu na MUO. Celkově byl tento systém pozorován v 52 nocích a podařilo se získat 38 minim (pokrývají období březen 2010–červenec 2015).

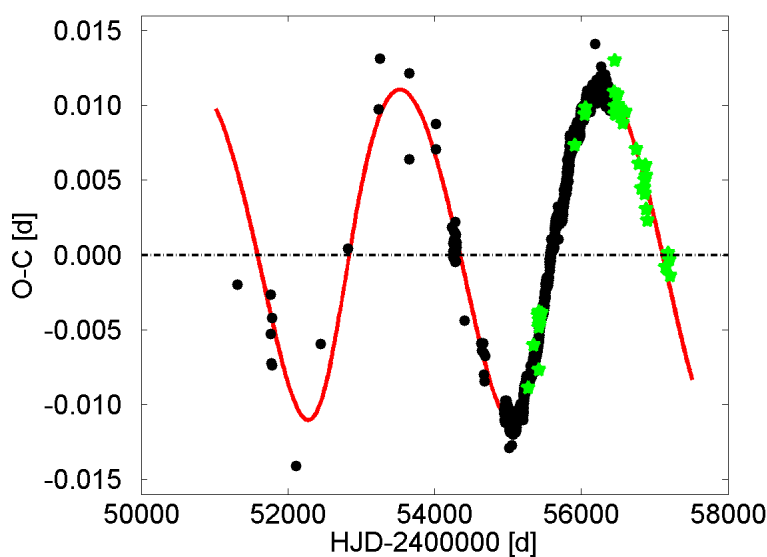
Okamžiky minim byly určeny pomocí on-line fitovacího nástroje (Brát et al., 2012) z webu Sekce proměnných hvězd a exoplanet. Časy minim doplněné o jejich nejistoty určené Bootstrap metodou (interval spolehlivosti  $1 \sigma$ ) jsou v Tab. A.13.

Datová sada byla rozšířena o měření z přehlídky SuperWASP (Butters et al., 2010). Hvězda V2294 Cyg byla v tomto projektu měřena 3 kamerami, t.j. CCD-143 (1 730 bodů), CCD-144 (1 595 bodů) a CCD-145 (3 142 bodů). Přesto, že časové rozlišení těchto měření umožňuje určení okamžiků minim z jednotlivých nocí, tento objekt je na dalekohledy SuperWASPU poměrně slabý (12,95–13,25 mag, *Clear*) a přesnost jednotlivých minim byla nedostatečná. Pro jejich určení byl proto zvolen náhradní postup, byly stanoveny použí-

tím metody fitování template křivkou (viz Část 3.2.3). Všechna měření z kamery CCD-143 (kromě evidentně odchylených hodnot) byla proložena harmonickým polynomem 15. stupně a tento template byl srovnáván se skupinami obsahujícími 200 naměřených hodnot (pro každou sadu z odlišné CCD kamery odděleně) a z fázových posuvů byly určeny střední časy minim. Ze SuperWASPU bylo získáno 33 okamžiků minim.

Kromě výše uvedených minim (včetně hodnot z  $O-C$  brány) byly použity i velmi přesné hodnoty určené z měření dalekohledu Kepler v rámci studie Conroy et al. (2014). Časy (ETV) jsou dostupné přes databázi CDS (dohledáno použitím VizieRu)<sup>8</sup>. Vzhledem k tomu, že primární a sekundární minima vytvářejí velmi výrazné variace v antifázi (Obr. 5.3, horní panel), byly pro naši analýzu použity jen časy určené z modelu celé fázové křivky (3 710 hodnot).

Nový model LiTE (Obr. 5.5) byl vypočítán stejným způsobem, jako bylo popsáno v předcházející části. Jen váhy, které byly opět iterativně dopočítány podle modelu, byly rozděleny na dvě skupiny – pro měření z dalekohledu Kepler a pro ostatní CCD měření. Z modelu vychází, že časy minim z Kepleru mají 13,5krát větší váhu. Jejich střední nejistota 0,00045 d je 3,7krát menší než pro běžná CCD měření (0,0017 d). Vlastní měření z této disertace jsou mírně přesnější se střední nejistotou 0,0011 d.



Obrázek 5.5:  $O-C$  diagram systému V2294 Cyg s 7,6 yr trvajícím LiTE zrekonstruovaným na základě nových parametrů z Tab. 5.2. Kromě publikovaných okamžiků minim z  $O-C$  brány jsou zde měření z Kepleru, ze SuperWASPU a zelenými symboly (hvězdy) jsou zde vyznačena minima získaná z vlastních pozorování. Minima nejsou rozdělena na primární a sekundární (pro lepší přehlednost).

Rozdělení reziduí po odečtení modelu LiTE má náhodný charakter (Obr. 5.6, vlevo). Měření z Kepleru (Obr. 5.6, vpravo) ukazují krátkoperiodické variace, které jsou vidět i v Obr. 5.3 (dolní panel). Minima z našich pozorování mají větší rozptyl, ale v rámci nejistot se shodují s minimy z Kepleru.

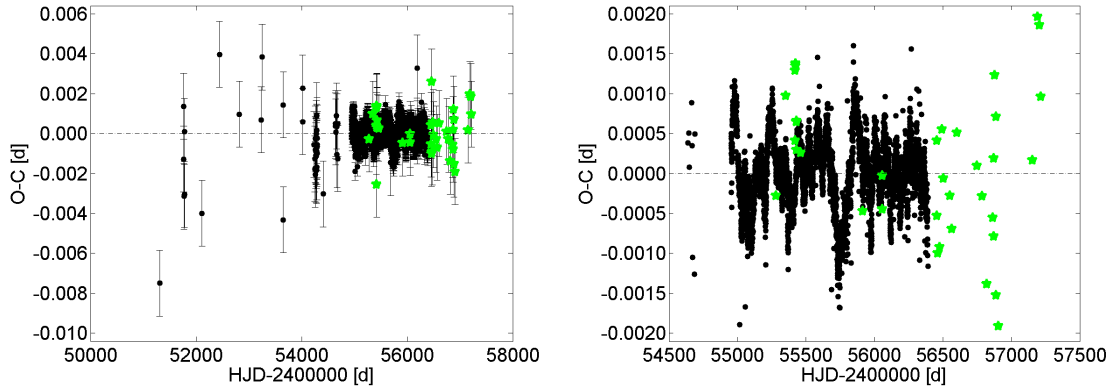
<sup>8</sup><http://vizier.cfa.harvard.edu/viz-bin/VizieR?-source=J/AJ/147/45>



Nová, přesnější efemerida zákrytů je daná rovnicí

$$T_{\min} = 2453363,53378_{-59}^{+65} + 0,35449733_{-11}^{+9} \text{ d} \times N. \quad (5.2)$$

Další parametry, včetně předběžných hodnot z práce Liška (2014), jsou shrnuty v Tab. 5.2.



Obrázek 5.6: Reziduum po odečtení nového modelu LiTE od  $O-C$  hodnot včetně modelově určených chybových úseček (vlevo) a detail zobrazující měření z Kepleru a vlastní pozorování, pro přehlednost bez chybových úseček (vpravo).

Tabulka 5.2: Parametry určené z modelu LiTE pro trojhvězdný systém V2294 Cyg. Limitní hmotnost třetího tělesa byla určena z hmotnostní funkce  $f(M_3)$ , inklinálního úhlu ( $i_3 = 90^\circ$ ) a hmotnosti zákrytového páru  $M_{1+2} = 0,982_{0,111}^{0,173} M_\odot$  přejaté z práce Huber et al. (2014).

Parametr	Liška (2014)	Tato práce
$P_{\text{ecl}}$ [d]	$0,35449748_{-24}^{+21}$	$0,35449733_{-11}^{+9}$
$M_0$ [HJD]	$2453363,5350_{-20}^{+17}$	$2453363,53378_{-59}^{+65}$
$P_3$ [yr]	$7,96_{-28}^{+30}$	$7,56_{-11}^{+12}$
$T_0$ [HJD]	$2452820_{-390}^{+320}$	$2452566_{-32}^{+29}$
$e_3$	$0,27_{-5}^{+26}$	$0,208_{-22}^{+10}$
$\omega_3$ [ $^\circ$ ]	$2_{-52}^{+42}$	$316,8_{-2,5}^{+2,6}$
$A$ [light day]	$0,0109_{-8}^{+20}$	$0,01118_{-17}^{+19}$
$a_{12} \sin i$ [au]	$1,89_{-14}^{+34}$	$1,935_{-29}^{+33}$
$f(M_3)$ [ $M_\odot$ ]	$0,107_{-27}^{+63}$	$0,1268_{-43}^{+43}$
$M_{3\text{min}}$ [ $M_\odot$ ]	$0,66_{-10}^{+16}$	$0,715_{-11}^{+12}$
$K_{12}$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$7,6_{-0,5}^{+2,2}$	$7,793_{-66}^{+76}$
$N_{\text{obs}}$	20	3801

## 5.2.4 Diskuze a shrnutí

Na základě 20 okamžiků minim dostupných v  $O-C$  bráně u zákrytového systému V2294 Cyg byly nalezeny cyklické změny v délce periody. Časové variace byly vysvětleny přítomností třetího tělesa, které způsobuje LiTE. Předběžný model byl spočítán a posléze publikován ve studii Liška (2014).

Vzhledem k tomu, že tato soustava byla systematicky fotometricky měřena nejen v rámci projektu SuperWASP a Kepler, ale byla získána i vlastní pozorování, byl pro tato měření vypočten nový model LiTE. Na základě okamžiků minim naměřených v této práci (38 hodnot), určených z projektu SuperWASP (33 hodnot) a převzatých z  $O-C$  brány (20 hodnot) a z Kepleru (3 710 hodnot, [Conroy et al., 2014](#)) byly zpřesněny zákrytové elementy hlavního zákrytového páru a spočteny nové orbitální parametry třetího tělesa, např. 7,6 let dlouhá orbitální perioda. Nové parametry z větší datové sady (190krát větší) jsou podle očekávání mnohem přesnější než předběžné řešení.

Naše výsledky navíc ukázaly, že krátká časová základna měření z dalekohledu Kepler může vést ke špatné interpretaci výsledků, jak se stalo v případě V2294 Cyg v práci [Conroy et al. \(2014\)](#). Stejně jako u jiných přehlídkových projektů jsou přesná fotometrická měření s vysokou kadencí limitována délkou časové základny (délkou projektu). Přibližně čtyřletý interval dat z Kepleru byl nedostatečný k pokrytí celého téměř osmiletého cyklu LiTE (viz Obr. 5.4, 5.5). K chybnému určení délky orbitální periody třetího tělesa u systému V2294 Cyg, přispělo i proměření nevhodné části cyklu (od minimální do maximální hodnoty  $O-C$ ). Proto navrhuje podobným způsobem (analýzou měření z dalekohledu Kepler doplněných o pozemské pozorování, příp. měření z jiných projektů) ověřit i další systémy z práce [Conroy et al. \(2014\)](#). Zvláštní pozornost si zaslouží systémy podezřelé z LiTE seřazené ve druhé a třetí části jejich Tab. 4, které mají periodu LiTE delší, než je polovina časové základny měření z Kepleru (více než 2 roky).

## 5.3 BV Dra a BW Dra – vizuální pár zákrytových dvojhvězd s antiparalelními $O-C$ změnami

### 5.3.1 Úvod

BV Dra<sup>9</sup> (HD 135421, HIP 74370, typ EW/KW, perioda 0,3500671 d, interval změn 7,88–8,48 mag ve  $V$ , převzato z VSX) a BW Dra<sup>10</sup> (HIP 74368, typ EW/KW, perioda 0,2921671 d, interval změn 8,61–9,08 mag ve  $V$ , převzato z VSX) jsou kontaktní zákrytové systémy, které se nacházejí v malé vzájemné úhlové vzdálenosti přibližně 16". Tvoří vizuální dvojhvězdu WDS J15118+6151AB = ADS 9537 AB = CCDM J15118+6151AB.

Oba systémy mají podobné paralaxy ( $\pi$ ), vzdálenosti, rychlosti vlastních pohybů jak v rektascenzi, tak v deklinaci (pmRA, pmDEC) (hodnoty převzaté z práce van Leeuwen, 2007) a také systematické RV ( $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ) (určené ze spekter jednotlivých složek obou kontaktních systémů, Batten & Lu, 1986; Kaluzny & Rucinski, 1986; Karami et al., 2008), viz Tab. 5.3. Tvoří proto vizuální dvojhvězdu, která je bezesporu gravitačně vázaným čtyřhvězdným systémem. Předpoklad gravitační vazby podporuje také poměr jejich orbitálních period ( $P_{BV} \sim 0,35$  d a  $P_{BW} \sim 0,29$  d), který je blízký malým přirozeným číslům 6:5 (dle period z VSX  $P_{BV}/P_{BW} = 1,19817$ ). Obdobou je např. dvojjákrytový čtyřhvězdný systém CzeV343 s poměrem period 3:2 (Cagaš & Pejcha, 2012).

Ačkoliv dosud není přesně známá orbitální perioda ani vzájemná vzdálenost složek vizuálního páru, který je tvořen oběma zákrytovými systémy, jedná se o jeden z nejširších vázaných systémů, který je dnes znám a jehož gravitační vazba je navíc bezpečně potvrzena mnoha způsoby. V literatuře (Batten & Lu, 1986; Rucinski & Kaluzny, 1982; Batten & Hardie, 1965) se můžeme setkat s odhadem skutečné vzdálenosti obou systémů  $a_{BV,BW}$  a orbitální periody  $P_{orbit,BV,BW}$ , které jsou však značně závislé na znalosti vzdálenosti systému  $d_{BV,BW}$ . Publikované parametry jsou shrnuty v Tab. 5.4. V současnosti uznávaná vzájemná vzdálenost je 1 150 au a perioda oběhu 22 000 yr (Batten & Lu, 1986).

Ze spektroskopických pozorování byly určeny hmotnosti jednotlivých složek systémů BV a BW Dra (příp. hodnoty závislé na projekci dráhy,  $\sin^3 i$ ), které jsou shrnuty v Tab. 5.5. V rámci této disertační práce byly dopočteny celkové hmotnosti systému BV a BW Dra a vzájemné poměry hmotností. Překvapivě se poměr hmotností 6,22(15):5 opět téměř shoduje s poměrem 6:5 (pro hmotnost BV:BW).

### 5.3.2 Analýza $O-C$ diagramů BV Dra a BW Dra

Změny period u obou systémů byly během historie několikrát analyzovány. Kaluzny & Rucinski (1986) uvádějí, že v dostupných  $O-C$  diagramech (rozsah 1969–1984) nejsou ani u jednoho systému viditelné známky změn period. Hardie & Hall (1990) naopak pozorovali variace v obou  $O-C$  diagramech. Rozdělili měření na malé úseky a v každém z nich našli výrazně odlišnou rychlost změny periody. Z těchto výsledků usuzují na cyklickou povahu pozorovaných variací a u obou systémů určili periody pravděpodobných cyklů (19 yr pro BV a 8 yr pro BW), které vysvětlili magnetickými cykly. Yang et al.

<sup>9</sup>RA = 15<sup>h</sup>11<sup>m</sup>50<sup>s</sup>,36, DEC = +61°51'25,"3, J2000.0.

<sup>10</sup>RA = 15<sup>h</sup>11<sup>m</sup>50<sup>s</sup>,11, DEC = +61°51'41,"3, J2000.0.

Tabulka 5.3: Parametry systémů BV Dra a BW Dra převzaté z literatury dokumentující vzájemnou gravitační vazbu tohoto vizuálního páru.

Parametr	BV Dra	BW Dra	Studie
$\pi$ [mas]	14,18(2,94)	13,24(4,75)	van Leeuwen (2007)
pmRA [mas yr <sup>-1</sup> ]	-165,27(2,73)	-165,87(4,49)	van Leeuwen (2007)
pmDEC [mas yr <sup>-1</sup> ]	91,64(2,93)	88,71(5,17)	van Leeuwen (2007)
$\gamma_1$ [km s <sup>-1</sup> ]	-65,2(1,2)	-64,2(0,9)	Batten & Lu (1986)
$\gamma_2$ [km s <sup>-1</sup> ]	-57,7(1,7)	-57,4(1,4)	Batten & Lu (1986)
$\gamma_1, \gamma_2^a$ [km s <sup>-1</sup> ]	-61,2(10)	-60,1(4)	Kaluzny & Rucinski (1986) <sup>b</sup>
$\gamma_1, \gamma_2^a$ [km s <sup>-1</sup> ]	-61,23(77)	-61,14(73)	Karami et al. (2008) <sup>b</sup>
$d$ [pc]	70,5(14,6)	75,5(27,1)	Tato studie <sup>c</sup>

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> byly určeny stejné systematické RV pro obě složky, <sup>(b)</sup> Kaluzny & Rucinski (1986) a Karami et al. (2008) analyzovali měření RV z práce Batten & Lu (1986), <sup>(c)</sup> vzdálenosti byly určeny z paralax převzatých z práce van Leeuwen (2007).

Tabulka 5.4: Orbitální parametry vizuálního systému BV+BW Dra převzaté z literatury.

Studie	$a_{\text{BV BW}}$ [au]	$P_{\text{orbit, BV BW}}$ [yr]	$d_{\text{BV BW}}$ [pc]
Batten & Lu (1986)	1 150	22 000	70
Rucinski & Kaluzny (1982)	1 100	20 000	72(15)
Batten & Hardie (1965)	1 000	10 000	60

(2009) popsali změny u BV Dra kombinací prodlužování periody s  $\dot{P} = 0,29 \times 10^{-7} \text{ d yr}^{-1}$  a LiTE s periodou  $P_3 = 23,8(6) \text{ yr}$  a amplitudou  $A_{\text{LiTE}} = 0,0029(3) \text{ d}$ .

Oba systémy v  $O-C$  diagramech z  $O-C$  brány (Obr. 5.7) vykazují nápadně podobné tvary změn podobné písmenu V, které se dějí v antifázi. Pro tyto změny u obou systémů jsme v literatuře nenašli vysvětlení. Antikorelace změn u obou systémů mnohem více potvrzuje gravitační vazbu BV a BW, ale také naznačuje společný zdroj těchto variací. Navrhli jsme poměrně jednoduchou hypotézu, která předpokládá, že změny pozorovaných orbitálních period u obou systémů jsou způsobené vzájemným LiTE (systém BV Dra způsobuje LiTE pro systém BW Dra a naopak).

Aktuální amplitudy  $O-C$  změn (0,01 d pro BV Dra a 0,07 d pro BW Dra) nejsou v rozporu s naším předpokladem, protože celková amplituda LiTE pro předpokládanou vzájemnou vzdálenost obou systémů 1 150 au může být až 6,6 d (záleží na inklinaci, tvaru a orientaci dráhy). Menší amplituda  $O-C$  změn je správně zaznamenána u hmotnějšího systému BV Dra. Z tvarů obou  $O-C$  diagramů odhadujeme, že oba systémy mohly být v maximální vzájemné radiální vzdálenosti (nabývají minimální/maximální hodnoty  $O-C$ ) přibližně v r. 1997 (mezera v  $O-C$  diagramu BW Dra je od 1991 do 2003, podobně pro BV Dra). Orbitální perioda tohoto čtyřhvězdného systému je příliš dlouhá, pravděpodobnost, že jsou právě v tomto století v maximální radiální vzdálenosti, je velmi nízká. Nemůžeme vyloučit působení dalších efektů, např. vzájemnou gravitační interakci ve čtyřhvězdném systému nebo magnetohydrodynamické efekty. Kombinovaná analýza astrometrických pozičních měření a LiTE společně se systematickými změnami RV mohou vrhnout světlo na tento zajímavý systém. Navrženou teorii o vzájemném LiTE (zmíněna v práci Liška & Skarka, 2015) bylo nezbytné potvrdit, rozbor je proveden v následujícím textu.

Tabulka 5.5: Hmotnosti systémů BV Dra a BW Dra převzaté z literatury a doplněné o parametry dopočtené v této práci.

Parametr Složka	BV Dra		BW Dra		Studie
	1	2	1	2	
$M \sin^3 i [M_\odot]$	0,911(20)	0,366(10)	0,791(15)	0,222(5)	Batten & Lu (1986)
$M [M_\odot]$	1,04(2)	0,43(1)	0,92(2)	0,26(1)	Kaluzny & Rucinski (1986) <sup>a</sup>
$M \sin^3 i [M_\odot]$	0,9106(2)	0,36679(6)	0,7939(1)	0,2224(1)	Karami et al. (2008) <sup>a</sup>
$M_{1+2} [M_\odot]$	1,470(22)		1,180(22)		Tato práce <sup>b</sup>
$q = M_{BW}/M_{BV}$	0,803(20)				Tato práce <sup>b</sup>
$q_2 = M_{BV}/M_{BW}$	1,246(30)				Tato práce <sup>b</sup>

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> Kaluzny & Rucinski (1986) a Karami et al. (2008) analyzovali měření RV z práce Batten & Lu (1986), <sup>(b)</sup> hmotnosti systémů BV a BW Dra a jejich poměr byly dopočteny z hmotností převzatých z práce Kaluzny & Rucinski (1986).

V období únor 2013 – leden 2014 byla provedena simultánní fotometrická měření obou systémů na HaP (22 nocí) a na MUO (1 noc). Pro pozorování byly použity přístroje HaP-2 a MUO-3 se Strömgrenovými filtry (viz Tab. A.7). Na základě těchto pozorování byly určeny periody obou systémů  $P_{BV} = 0,3500679(2)$  d a  $P_{BW} = 0,2921625(2)$  d metodou proložení harmonickým polynomem 15. stupně (viz Část 3.2.3). Tyto hodnoty jsou v poměru  $P_{BV}/P_{BW} = 1,1981959(10)$  neboli 5,990979(5):5, který je velmi blízký 6:5.

Z našich měření bylo získáno celkem 12 okamžiků minim pro BV Dra a 10 pro BW Dra, které byly určeny on-line fitovacím nástrojem na webu Sekce proměnných hvězd a exoplanet. Naše časy (viz Tab. A.14 a A.16) byly doplněny o minima z  $O-C$  brány s vynecháním vizuálních měření (převzato celkem 108 okamžiků pro BV Dra, 107 pro BW Dra). Pro oba systémy byly zkonstruovány  $O-C$  diagramy, které byly vykresleny v jednom grafu. Výsledkem je zjištění, že tvary jsou až na vnitřní rozptyl identické a amplituda změn u BV Dra je přibližně 6krát menší než pro BW Dra (viz Obr. 5.8).

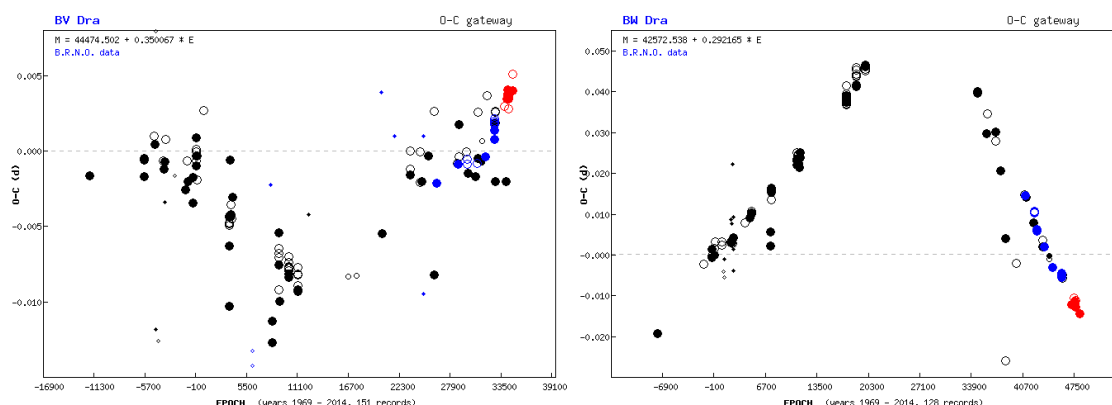
Z rovnic oběhu dvojhvězdy vyplývá, že poměr hmotností obou složek je roven opačnému poměru polovičních amplitud obou složek a stejně tak i opačnému poměru amplitud LiTE v  $O-C$  diagramu.

$$q = \frac{M_{BW}}{M_{BV}} = \frac{K_{BV}}{K_{BW}} = \frac{A_{LiTE,BV}}{A_{LiTE,BW}}. \quad (5.3)$$

Ze znalosti poměru hmotností BV Dra a BW Dra ( $\sim 6 : 5$ ) vyplývá, že amplituda LiTE bude u BW Dra přibližně jen 1,2krát větší než u BV Dra. Což je mnohem méně, než vychází z  $O-C$  diagramu. Vysvětlení proto bude jiné. Analyzovali jsme alespoň variace v pozičních měřeních této vizuální dvojhvězdy, které by mohly o oběhu prozradit více.

### 5.3.3 Astrometrická měření BV Dra a BW Dra

Pro získání informace o vzájemném pohybu obou systémů byl požádán o vzájemná poziční měření správce Washingtonského katalogu dvojhvězd (WDS, Mason et al., 2001). WDS obsahuje pro tuto vizuální dvojhvězdu (bez evidentních odchylených hodnot) 38 párů relativních pozičních měření (úhlová vzdálenost  $\rho$  a poziční úhel  $\theta$  hvězdy BW vůči



Obrázek 5.7:  $O-C$  diagramy zákrytových systémů BV Dra (vlevo) a BW Dra (vpravo), které tvoří vizuální pár s aktuální úhlovou vzdáleností přibližně  $16''$ . Tvary  $O-C$  diagramů, které jsou podle našeho názoru způsobené LiTE s dlouhou periodou, napodobují deformované parabolické změny, nebo též skokové změny periody. Červená kolečka označují pozorování z této práce.

jasnější hvězdě BV). Měření byla pořízena v letech 1832,11 – 2013,356, pokrývají tedy více než 180 let. Časové závislosti obou parametrů jsou prakticky konstantní (Obr. 5.9). Hvězdy se za celou dobu vůči sobě prakticky neposunuly a složka BW se nachází vzhledem k BV na pozici odpovídající středním hodnotám  $\bar{\rho} = 16,1(3)''$  a  $\bar{\theta} = 353,5(8)^\circ$ . Dané závislosti sice potvrzují velmi dlouhou orbitální periodu, ale nejsou použitelné k určení orbitální trajektorie systému. Pro představu, systém s 22 000 yr dlouhou periodou by za 180 let vykonal 0,82 % svého oběhu. V případě kruhové dráhy, navíc kolmé na směr pohledu ( $i \sim 0^\circ$ ), by hvězda BW během této doby změnila poziční úhel přibližně o  $3^\circ$ .

### 5.3.4 Diskuze a shrnutí

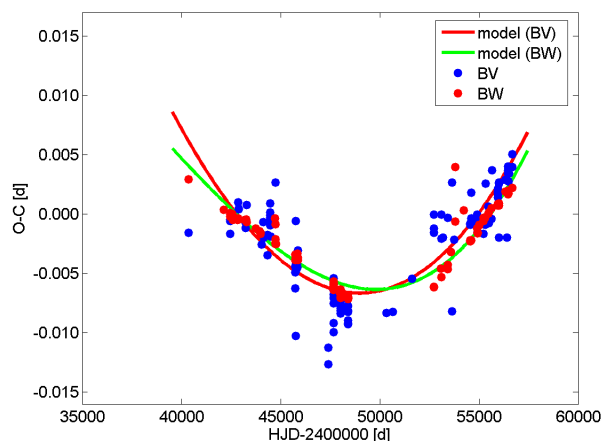
V této části práce bylo ukázáno, že vizuální pár tvořený dvěma zákrytovými soustavami BV a BW Dra je opravdu vázaným čtyřhvězdným systémem. Svědčí o tom hodnoty obou paralax, středních RV i rychlostí vlastních pohybů. Mimoto je poměr hmotností, stejně jako poměr orbitálních period obou systémů blízký poměru 6:5 pro BV vůči BW. Poměr hmotností je 6,22(15):5 (dopočteno ze studie Kaluzny & Rucinski, 1986) a poměr délek period 5,990979(5):5 (pozorování vykonaná v této práci).

Pro oba zákrytové systémy byla získána nová fotometrická měření ve 23 nocích. Z nich bylo určeno 12 okamžiků minim pro BV Dra a 10 pro BW Dra. Naše časy byly doplněny o okamžiky minim z  $O-C$  brány a společně sloužily k vykreslení  $O-C$  diagramů. Jejich analýza ukázala, že oba systémy prodělávají tvarově stejné změny podobné písmenu V (skoková změna periody), které se dějí v antifázi a navíc s rozdílnou amplitudou (amplituda pro BV Dra je přibližně 6krát menší než pro BW Dra).

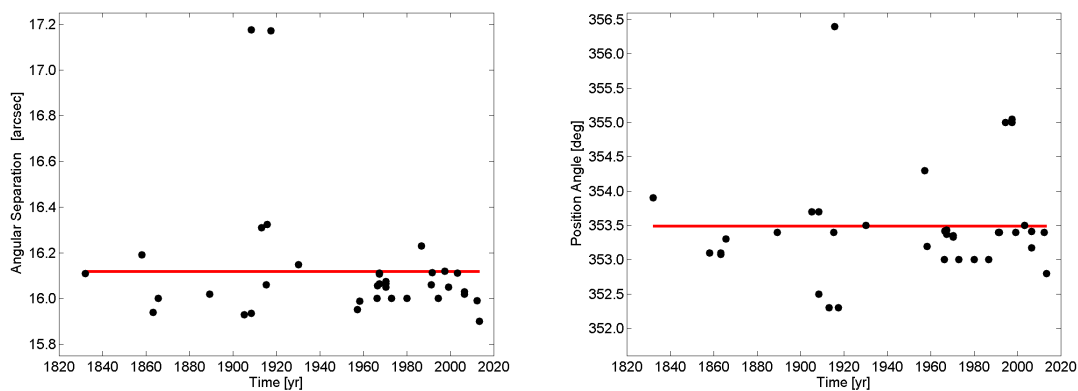
Pro vysvětlení pozorovaných variací byla navržena hypotéza vzájemného LiTE (BW Dra způsobuje pozorovaný LiTE u BV Dra a naopak). Z modelu dvojhvězdného pohybu a ze známého poměru hmotností vyplývá, že by pozorované amplitudy LiTE měly být opět v poměru 6:5. V  $O-C$  diagramech byl zaznamenán mnohem větší poměr amplitud změn. Vysvětlení pozorovaných variací bude ponecháno pro další studii.

V relativních astrometrických měřeních nebyly zjištěny žádné trendy, pozici hvězdy

BW vůči BV lze tedy popsat středními hodnotami úhlové vzdálenosti a pozičního úhlu  $\bar{\rho} = 16,1(3)''$  a  $\bar{\theta} = 353,5(8)^\circ$ . Měření potvrzují dlouhou orbitální periodu (22 000 yr, [Batten & Lu, 1986](#)).



Obrázek 5.8:  $O-C$  diagramy systémů BV Dra a BW Dra jsou tvarově identické. Závislost v  $O-C$  pro BW Dra byla vynásobena konstantou  $-1/6$ . Změny byly aproximovány polynomem 5. stupně.



Obrázek 5.9: Časová závislost úhlové vzdálenosti (vlevo) a pozičního úhlu (vpravo) pro hvězdu BW Dra vůči BV Dra. Pro srovnání jsou zde vykresleny přímky se středními hodnotami  $\bar{\rho} = 16,1(3)''$  a  $\bar{\theta} = 353,5(8)^\circ$ .



# Kapitola 6

## Analýza vícenásobného systému $\varphi$ Draconis

### 6.1 Úvod

Chemicky pekuliární (CP) hvězdy, které se odlišují od normálních hvězd hlavní posloupnosti anomálním složením atmosfér, hrají klíčovou roli při testování vývojových modelů. Mnoho z nich se projevuje jako periodické proměnné hvězdy, u kterých je proměnnost způsobena povrchovými skvrnami. Periody světelných změn pak odpovídají rotačním periodám (např. [Adelman, 2002](#)). Z tohoto důvodu CP hvězdy slouží ke studiu rotačních period hvězd hlavní posloupnosti (Main Sequence – dále MS) a k testování jejich dlouhodobé stability.

Pro studii tohoto druhu je zásadní, aby byly s vysokou přesností známy základní parametry hvězdy, zvláště pak její hmotnost. Hmotnost patří k nejdůležitějším parametrům pro zjištění vývojového stádia konkrétní hvězdy a může být určena s vysokou přesností v případě, že hvězda patří do dvojhvězdného či vícenásobného systému. Informace o dvojhvězdnosti je také nezbytná pro studium variací jasnosti a spektra (dokonce i pro nezakrytové dvojhvězdné systémy). Další světelný zdroj v systému totiž ovlivňuje pozorovanou amplitudu změn jasnosti (sníží pozorovanou amplitudu) nebo změny tvar pozorovaného spektra (hloubky a tvary spektrálních čar, viditelnost dalších čar). Další těleso také způsobuje změny v radiálních rychlostech (Radial Velocity – dále RV) studované hvězdy.

Procentuální zastoupení dvojhvězd s CP složkami mezi běžnými dvojhvězdami (složky se spektrálními třídami A, B, F) záleží na mnoha faktorech, např. na orbitální periodě, povrchové rotační rychlosti nebo typu CP hvězdy. Mohou tvořit jen několik jednotek nebo i několik desítek procent (např. [Seggewiss, 1993](#); [Folsom et al., 2013](#)).

Náš analyzovaný cíl, hvězda  $\varphi$  Dra<sup>1</sup> (HD 170000 = HIP 89908 = HR 6920), je jednou z nejjasnějších CP hvězd ( $V = 4,22$  mag). Po dlouhou dobu je známa jako proměnná hvězda (např. [Winzer, 1974](#); [Schöneich & Hildebrandt, 1976](#); [Kukarkin et al., 1977](#)), která má relativně malou amplitudou změn v optickém oboru (0,02–0,03 mag) a mění jasnost s rotační periodou okolo 1,7 d (např. 1,71646(6) d, [Musielok et al., 1980](#)). V UV oboru však vykazuje mnohem větší amplitudu změn, např. pro vlnovou délku 140 nm je to přibližně 0,15 mag a změny se zde dějí navíc v antifázi k optickým variacím ([Jamar, 1977](#)).

<sup>1</sup>RA:18<sup>h</sup>20<sup>m</sup>45<sup>s</sup>.43, DEC:+71°20'16,"1, J2000.0.

Tato hvězda byla vybrána pro výpočet modelu její atmosféry, který byl následně použit pro rekonstrukci světelné křivky (Prvák et al., 2014). Hlavním kritériem výběru byla dostupnost abundančních map v práci Kuschnig (1998), které byly získány z dopplerovského zobrazení (Doppler imaging) hvězdné atmosféry ze spekter s vysokým rozlišením (abundanční mapy jsou mapy hvězdného povrchu s relativním zastoupením vybraných prvků). K největším výhodám výběru tohoto cíle patří možnost srovnání syntetických světelných křivek s vysoce přesnou 10-barevnou fotometrií získanou v práci Musielok et al. (1980).

Prvák et al. (2014) vložil do modelu syntetické atmosféry hlavní chemické prvky známé ze spekter (He, Si, Ti, Cr, Fe). Předběžné výsledky uvedené v této práci jsou velice slibné a budou tvořit významnou část disertační práce hlavního autora těchto modelů M. Prváka. Podobný postup byl úspěšně použit pro další CP hvězdy např. HD 37776 (Krtička et al., 2007) a HR 7224 (Krtička et al., 2009).

Nicméně  $\varphi$  Dra je vícenásobný hvězdný systém a některé základní parametry, jako je např. orbitální perioda vnitřního systému, jsou značně nejisté (viz níže). Pro odhad vlivu složek tohoto vícenásobného systému na naše modelování světelných změn (detaily v Prvák et al., 2015), byla provedena detailní analýza tohoto systému, která by měla vyjít v publikaci Liška (2015e, in prep.). Především bylo potřeba pro analýzu světelných a spektroskopických změn ověřit stabilitu rotační periody. Ta u CP hvězd nemusí být konstantní, může docházet k jejímu výraznému prodlužování či zkracování, možná i dokonce k cyklickým změnám, jak bylo popsáno např. u CU Vir (Mikulášek et al., 2011).

Pro výzkum světelných změn CP hvězd a zvláště pak ověřování dlouhodobé stability rotační periody byla na ÚTFA MU vytvořena databáze fotometrických měření CP hvězd (mCPod – mCP observation database, Mikulášek et al., 2007; Janík et al., 2011)<sup>2</sup>. Bohužel pro  $\varphi$  Dra mCPod neobsahuje žádná měření a v literatuře lze najít pouze dvě staré sady měření (Musiellok et al., 1980; ESA, 1997). Bylo proto nezbytné získat nová fotometrická pozorování, která jsem provedl během 17 nocí v roce 2013 na Observatoři Masarykovy univerzity (MUO) a na Hvězdárně a planetáriu Brno (HaP). Protože jde o velmi jasný objekt, byl použit malý přístroj Malokuk-5 (Tabulka 2.1) s fotometrickými filtry BVRI. Přehled mých pozorování je v Části A.2. Měření byla použita ke zpřesnění rotační periody a k vykreslení  $O-C$  diagramu CP proměnnosti (Část 6.5.1).

Objekt  $\varphi$  Dra je pravděpodobně trojhvězdný systém se složkami Aa, Ab a B (např. Tokovinin, 2008), ale ve Washingtonském katalogu dvojhvězd (Washington Double Star Catalog – WDS, Mason et al., 2001) je také přítomna čtvrtá složka C (optická). Vnější dvojhvězdný systém AB tvoří vizuální dvojhvězdu, jejíž složky mají známé hvězdné velikosti změřené vesmírným dalekohledem Hipparcos  $H_{p,A} = 4,455(3)$  mag a  $H_{p,B} = 5,900(10)$  mag (ESA, 1997). Jejich oběh s velmi dlouhou periodou byl spočítán již několikrát a poslední publikované orbitální parametry od Andradeho (2005) zahrnují orbitální periodu  $P_{AB} = 307,8$  yr, úhlovou projekci velké poloosy  $a_{AB} = 0,752''$  a poměrně velkou excentricitu  $e_{AB} = 0,752$ . Hlavní složka A je spektroskopickou dvojhvězdou typu SB1 (složky Aa, Ab). Délka orbitální periody je značně nejistá, byly pro ni publikovány dvě zcela rozdílné hodnoty 26,768(7) dní (Abt & Snowden, 1973) nebo 127,85 dní (Beardsley, 1969).

Ačkoli je hvězda  $\varphi$  Dra často studovaným objektem, žádná důkladná studie vícenásobného systému  $\varphi$  Dra neexistuje. Navíc několik katalogů přijalo orbitální periodu vnitřního

<sup>2</sup><http://mcpod.physics.muni.cz/>

páru z práce [Abt & Snowden \(1973\)](#) i přes fakt, že byla určena pouze z 10 měření RV. Navíc autoři sami pochybují o její správnosti, protože jejich perioda není použitelná pro žádnou starší datovou sadu.

V této práci byla provedena analýza všech dostupných měření RV, abychom získali správné orbitální parametry vnitřního dvojhvězdného systému Aab (Část 6.2). Dále jsme použili relativní poziční měření B složky z WDS (vztaženo vůči jasnější A složce) a ověřili výsledky z [Andrade \(2005\)](#) v Části 6.3. Důkazy pro vázanost systému AB jsou uvedeny v Části 6.3.2. Navíc jsme také zvažovali vysvětlení pomocí gravitačně nevázaného páru hvězd (Část 6.3.3). V Části 6.4 krátce diskutujeme složku C a její nepravděpodobnou gravitační vazbu k hlavnímu systému  $\varphi$  Dra. Také jsme analyzovali celý trojhvězdný systém dohromady, abychom určili hmotnosti složek, jejich hvězdné velikosti a spektrální typy (Část 6.5). Naše finální výsledky jsou shrnuty a diskutovány v Části 6.6.

## 6.2 Vnitřní spektroskopický systém $\varphi$ Dra Aab

### 6.2.1 Dostupná měření radiálních rychlostí

První spektroskopická pozorování  $\varphi$  Dra ([Maury & Pickering, 1897](#)) odhalila pekulární spektrum s čarami vodíku (Balmerova série), helia He I (402,64 nm) a křemíku Si II (412,85 a 413,14 nm). RV  $\varphi$  Dra byly měřeny (ze složených spekter se slabší B složkou<sup>3</sup>) se spektrografy s nízkým rozlišením několikrát během 20. století (viz Tabulka 6.1, [Frost & Lee, 1909](#); [Hnatek, 1914](#); [Campbell & Moore, 1928](#); [Frost, Barrett & Struve, 1929](#); [Harper, 1937](#); [Beardsley, 1969](#); [Abt & Snowden, 1973](#)). Bohužel moderní kvalitní spektra s vysokým rozlišením téměř chybí. Výjimkou jsou spektra z práce [Kuschnig \(1998\)](#) použitá pro dopplerovské zobrazování povrchu CP hvězdy (žádná měření RV). Jedno další spektrum s jednou určenou hodnotou RV získali [Takeda et al. \(1999\)](#). Pro úplný přehled spektroskopických měření  $\varphi$  Dra lze doplnit informace, že [Winzer \(1974\)](#) zmiňuje velké množství fotografických desek získaných na Observatoři Davida Dunlapa (měření RV pravděpodobně nepublikována) a další spektra se nacházejí na Tautenburgské observatoři (RV taktéž nezveřejněna).

Na variace v hodnotách RV poprvé upozornili [Frost & Lee \(1909\)](#). Všimli si také rozdvojených čar na 3 fotografických deskách, na základě čehož usoudili na dvojhvězdnost A složky. Stejně desky byly znovu proměřeny Kohlem, který však měřil RV pouze ze středu čar (hodnoty RV publikovali [Frost, Barrett & Struve, 1929](#)). Přítomnost dvojitých čar také uvádí [Hnatek \(1914\)](#) ve dvou spektrech. Všechny dvojitě čáry zaznamenané na fotografických deskách  $\varphi$  Dra jsou však pravděpodobně pouze artefakty měření a nejsou ve vztahu s binaritou, což diskutují [Frost, Barrett & Struve \(1929\)](#). Variace ve tvaru spektrálních čar je u  $\varphi$  Dra známa, ale pouze ze spektroskopie s vysokým rozlišením. Způsobuje ji CP proměnnost ([Kuschnig, 1998](#)). [Frost, Barrett & Struve \(1929\)](#) také získali nová měření RV s poměrně velkým rozptylem okolo střední hodnoty  $-19,2 \text{ km s}^{-1}$ , ale neuvádějí žádné vysvětlení.

[Beardsley \(1969\)](#) publikoval 39 měření RV ze spekter pořízených na Alleghenské observatoři v letech 1911 – 1914. Potvrdil variabilitu v RV s poloviční amplitudou  $30 \text{ km s}^{-1}$

<sup>3</sup>B složka je slabší přibližně o 1,5 mag než A složka (Část 6.5.2) a během celého 20. století byla úhlová vzdálenost mezi oběma složkami menší než  $0,5''$  (Část 6.3).

Tabulka 6.1: Seznam dostupných RV měření  $\varphi$  Dra. Měření RV použítá v této práci jsou vypsána nad centrální čarou.  $N_{RV}$  je počet uvedených RV.

Autor	$N_{RV}$	Rok pozorování
Frost & Lee (1909)*	4	1906 – 1909
Frost, Barrett & Struve (1929)	28 + 4**	1920 – 1922
Beardsley (1969)	39	1911 – 1914
Abt & Snowden (1973)	10	1965 – 1966
Hnatek (1914)*	3	1913
Campbell & Moore (1928)	4	1896 – 1905
Harper (1937)	2	1927
Takeda et al. (1999)	1	1992

**Poznámky:** (\*) Byly zaznamenány dvojité čáry, (\*\*) čtyři hodnoty RV byly získány novou analýzou spekter z Frost & Lee (1909).

a vysvětlil ji oběhem neviditelné složky s periodou 127,85 d (spektroskopická dvojhvězda typu SB1). Beardsley také určil orbitální parametry tohoto vnitřního dvojhvězdného páru Aab z modelů změn v RV (viz Tabulka 6.2). Navíc zmiňuje, že reziduum RV po odečtení dvojhvězdného modelu má velký rozptyl, což by mohlo být způsobeno blíže nespécifikovanými krátkoperiodickými variacemi.

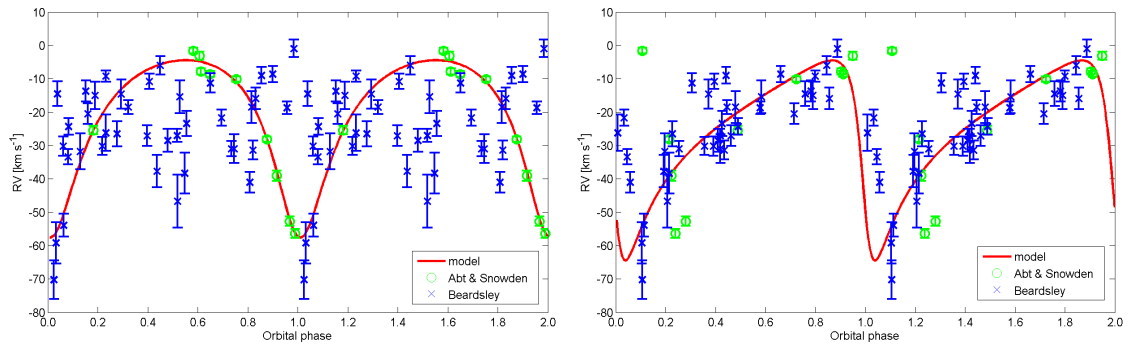
V letech 1965 – 1966 získali Abt & Snowden (1973) na observatoři Kitt Peak 10 měření RV s mnohem vyšší přesností. Pouze na základě vlastních měření stanovili mnohem kratší orbitální periodu 26,768(7) dne. Dále zmiňují, že jejich orbitální parametry (Tabulka 6.2) nejsou použitelné pro extrapolaci starších měření a tak reálná perioda může být jiná. Přes tento fakt je jejich perioda v literatuře často přejímaná (např. Pourbaix et al., 2004; Tokovinin, 2008; Ducati, Penteadó & Turcati, 2011).

## 6.2.2 Analýza radiálních rychlostí

Rozdíl mezi orbitální periodou 26,768(7) d (Abt & Snowden, 1973) a 127,85 d (Beardsley, 1969) je značný a je nezbytné určit správnou hodnotu. Na začátku jsme použili data od Beardsley (1969) a Abt & Snowden (1973) a srovnali naměřené hodnoty RV s modely vypočtenými na základě orbitálních parametrů z obou prací. Model vypočtený s elementy od Abta & Snowdena (1973) není konzistentní s měřeními od Beardsleyho (1969), ale dobře popisuje jejich vlastní měření (Obr. 6.1, vlevo). Na druhou stranu model založený na parametrech od Beardsleyho (1969) popisuje variace v obou datových sadách mnohem lépe (Obr. 6.1, vpravo), ale model je mírně posunut ve fázi pro obě měřené křivky. Z Obr. 6.1 je evidentní, že perioda od Beardsleyho (1969) je pravděpodobně mnohem blíže správné hodnotě než perioda od Abta & Snowdena (1973). To potvrzují i sumy čtverců odchylek mezi oběma datovými sadami a spočtenými modely;  $R_{Aab} = 10\,142$  a  $16\,407$  pro parametry od Beardsleyho (1969) a Abta & Snowdena (1973).

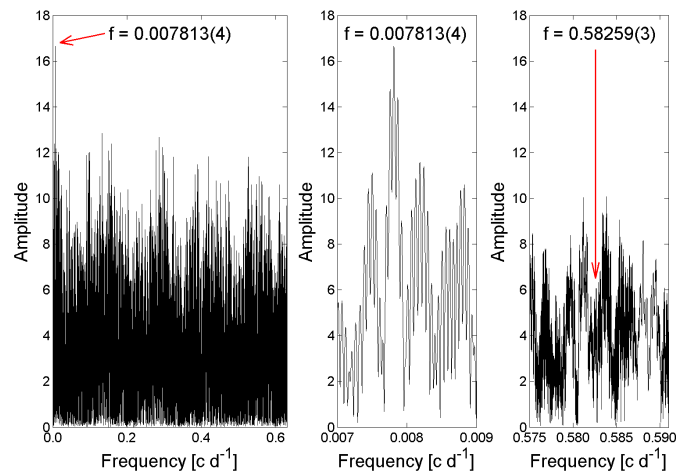
Následně jsme provedli frekvenční analýzu měření RV z nejpočetnějších datových sad<sup>4</sup> (Frost, Barrett & Struve, 1929; Beardsley, 1969; Abt & Snowden, 1973) využitím programu PERIOD04 (Lenz & Breger, 2005). Nalezli jsme nejsilnější frekvenci  $0,007813(4) \text{ c d}^{-1}$  (perioda 127,9941(5) d), která je velmi blízká hodnotě 127,85 d od

<sup>4</sup>Málo početné datové sady z Tabulky 6.1 jsme ignorovali, protože jsou statisticky nevýznamné.



Obrázek 6.1: Pozorovaná křivka RV pro dvojhvězdný systém Aab převzatá z prací [Abt & Snowden \(1973\)](#) a [Beardsley \(1969\)](#) společně s modely změn založenými na orbitálních parametrech od Abta & Snowdena (1973), vlevo a Beardsleyho (1969), vpravo.

Beardsleyho (viz Obr. 6.2). Ověřovali jsme také přítomnost periody 1,71646(6) d, která by mohla spojovat změny v RV s CP proměnností (rotace CP hvězdy). Tato hodnota však nebyla ve frekvenčním spektru z těchto měření RV nalezena (pravý panel Obr. 6.2).



Obrázek 6.2: Frekvenční spektrum získané z měření RV z prací [Frost, Barrett & Struve \(1929\)](#), [Beardsley \(1969\)](#) a [Abt & Snowden \(1973\)](#) ukazuje nejsilnější frekvenci  $0,007813(4) \text{ c d}^{-1}$  (perioda 127,9941(5) d). Celé spektrum je zobrazeno v levém panelu a úzký výřez okolí nejsilnější frekvence je v panelu uprostřed. Frekvence  $0,58259(3) \text{ c d}^{-1}$  odpovídající periodě CP proměnnosti 1,71646(6) d ([Musielok et al., 1980](#)) není ve spektru vidět (pravý panel).

Z důvodu nedetekovatelnosti CP periody jsme pro pozorované variace v RV přijali dvojhvězdné vysvětlení. Pro určení orbitálních parametrů založených na rovnicích oběhu dvojhvězdy ([Irwin, 1952b](#)) jsme použili nelineární metodu nejmenších čtverců (např. [Mikulášek, 2007](#); [Mikulášek & Zejda, 2013](#); [Mikulášek, 2015](#)). Keplerova rovnice byla řešena iterativně pomocí Newtonovy metody. Všechny derivace byly předem vypočteny analyticky. Použitý postup je detailně rozebrán výše v Části 3.2.7 a byl podobný způsobu, který popisují např. [Van Hamme & Wilson \(2007\)](#).

Datová sada z práce [Frost, Barrett & Struve \(1929\)](#), která také obsahuje hodnoty RV měření určené analýzou spekter získaných [Frostem & Leem \(1909\)](#), byla publikována bez

nejistot měření. Ostatní použitá měření mají uvedené nejistoty, které jsou však podhodnocené (rozptyl reziduí po odečtení nejlepšího modelu je pro každou datovou sadu mnohem větší než průměrná nejistota měření). Proto byly použity odlišné nejistoty jejich měření. Jejich hodnoty byly iterativně zpřesňovány během fitovacího procesu s ohledem na rozptyl každé datové sady okolo modelu. Zjistili jsme, že průměrné nejistoty měření RV jsou následující:  $11,9 \text{ km s}^{-1}$  (Frost, Barrett & Struve, 1929),  $7,3 \text{ km s}^{-1}$  (Beardsley, 1969)<sup>5</sup> a  $1,6 \text{ km s}^{-1}$  (Abt & Snowden, 1973)<sup>6</sup>. Nejlepší nalezené řešení s nejnižší sumou čtverců odchylek má  $\chi^2 = 78$  a její normalizovaná hodnota je  $\chi_R^2 = \chi^2 / (N_{RV} - g) = 1,08(17)$ , kde počet měření RV  $N_{RV}$  je 81 a počet fitovaných parametrů  $g$  je 9. Finální parametry byly následně použity k určení nejistot statisticky, pomocí metody Bootstrap-resampling (Část 3.3.1). Nejistoty měření uvedené v Tabulce 6.2 odpovídají  $1 \sigma$ . Pozorované variace v RV jsou dobře popsány naším modelem (Obr. 6.3), což dokládá nízká hodnota  $\chi_R^2 \sim 1$  (rozdělení reziduí je velmi blízké normálnímu rozdělení).

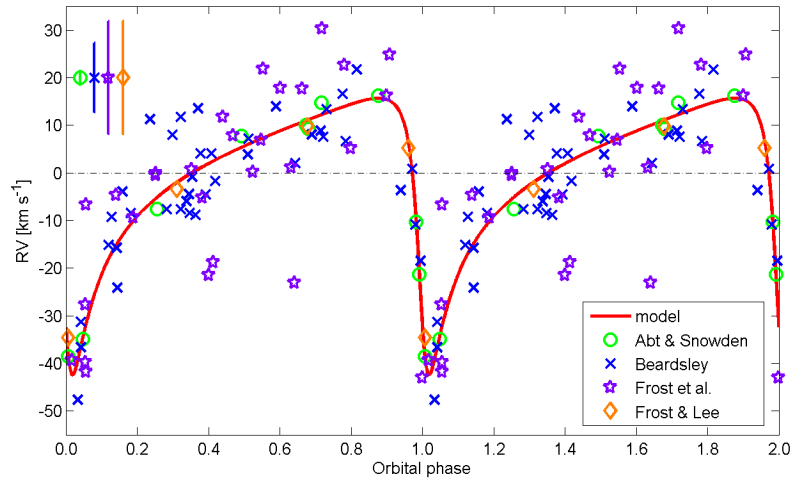
Náš model oběhu systému Aab umožnil určit mnohem přesnější hodnotu orbitální periody  $P_{Aab\text{orbit}} = 127,9902_{-30}^{+37}$  d. Model odhalil poměrně velkou excentricitu systému  $e_{Aab} \sim 0,7$ . Pozorované variace v RV mohou být popsány poloviční amplitudou RV  $K_{Aa} \sim 29 \text{ km s}^{-1}$  a  $\gamma$ -rychlostí (rychlost hmotného středu systému vůči Slunci) určenou pro každou datovou sadu zvlášť<sup>7</sup>. Navíc jsme určili hodnotu hmotnostní funkce  $f(m_{Ab}) \sim 0,12 M_{\odot}$  a z ní limitní hodnotu pro nejmenší hmotnost Ab složky  $M_{Ab\text{min}} \sim 1,36 M_{\odot}$ . Tato hodnota hmotnosti byla vypočtena pro inklinální úhel dráhy  $90^\circ$  a zvolenou hmotnost CP hvězdy  $M_{Aa} = 3,3 M_{\odot}$  odpovídající publikovaným hodnotám  $3,29(17) M_{\odot}$  (Allende Prieto & Lambert, 1999) a  $3,30(8) M_{\odot}$  (Kochukhov & Bagnulo, 2006). Projekce velké poloosy Aa složky je  $a_{Aa} \sin i \sim 0,24 \text{ au}$  a společně s dalšími parametry jsme spočetli poloviční amplitudu očekávaných variací v  $O-C$  diagramu  $A_{LiTE,Aa} \sim 0,0012 \text{ d}$ , které ovlivňují rotační periodu CP hvězdy. Naše orbitální parametry jsou poměrně blízké hodnotám, které určil Beardsley (1969).

<sup>5</sup>Naše použitá hodnota je 2,04krát větší než střední hodnota udávaných nejistot.

<sup>6</sup>Naše hodnota je 1,44krát větší.

<sup>7</sup>RV z práce Frost, Barrett & Struve (1929) byly rozděleny do dvou skupin s ohledem na období pozorování – starší hodnoty (Frost & Lee, 1909) a novější hodnoty (Frost, Barrett & Struve, 1929) – pro studium variací v  $\gamma$ -rychlosti. Nejistoty měření však byly použity stejné.





Obrázek 6.3: Variace v RV pro vnitřní spektroskopický systém Aab získané ze čtyř datových sad (jednotlivé  $\gamma$ -rychlosti byly odečteny). Vypočtené střední nejistoty měření jsou pro představu zobrazeny v levém horním rohu. Měření doplňuje modelová křivka spočtená dle našich orbitálních parametrů z Tabulky 6.2.

Tabulka 6.2: Parametry určené pro spektroskopický dvojhvězdný systém  $\phi$  Dra Aab.

Autor	Beardsley	Abt & Snowden	tato práce
Pub. rok	(1969)	(1973)	(2015)
$P_{\text{Aaborbit}}$ [d]	127,85	26,768(7)	$127,9902^{+37}_{-30}$
$T_{0\text{Aab}}$ [HJD]	2413823,7	2438853,6(1,6)	$2413825,79^{+76}_{-91}$
$e_{\text{Aab}}$	0,60	0,39(4)	$0,707^{+21}_{-15}$
$\omega_{\text{Aab}}$ [°]	120	171(17)	$130,8^{+6,0}_{-5,5}$
$K_{\text{Aa}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	30	26,6(2,1)	$29,0^{+1,3}_{-1,2}$
$\gamma_{\text{Be}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	-25,5	-	$-22,6^{+1,1}_{-1,3}$
$\gamma_{\text{AbSn}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	-	-20,8(8)	$-17,8^{+1,1}_{-0,9}$
$\gamma_{\text{FrLe}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	-	-	$-16,0^{+1,7}_{-1,6}$
$\gamma_{\text{FrBaSt}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	-	-	$-15,9^{+2,3}_{-2,4}$
$\chi^2$	-	-	78
$\chi^2_{\text{R}}$	-	-	1,08(17)
$N_{\text{RV}}$	39	10	81
$a_{\text{Aa}} \sin i$ [au]	0,282*	0,0603	$0,2421^{+91}_{-87}$
$A_{\text{LiTE,Aab}}$ [d]	0,00155*	0,00032*	$0,001241^{+73}_{-79}$
$f(m_{\text{Ab}})$ [ $M_{\odot}$ ]	0,183*	0,0408	$0,116^{+13}_{-13}$
$M_{\text{Abmin}}$ [ $M_{\odot}$ ]	1,65*	0,90*	$1,359^{+63}_{-61}$

**Poznámky:** (\*) – označené parametry byly námi doloženy použitím hodnot z originální práce.

**Parametry:**  $P_{\text{Aaborbit}}$  – orbitální perioda,  $T_{0\text{Aab}}$  – okamžik průchodu periastrum,  $e_{\text{Aab}}$  – numerická excentricita,  $\omega_{\text{Aab}}$  – argument periastra,  $K_{\text{Aa}}$  – poloviční amplituda variací v RV,  $\gamma$  – systematická RV pro střed hmotnosti systému vůči Slunci určená pro každou datovou sadu zvlášť, dolní index značí zdroj použitých spektroskopických měření – Be (Beardsley, 1969), AbSn (Abt & Snowden, 1973), FrLe (Frost & Lee, 1909), a FrBaSt (Frost, Barrett & Struve, 1929),  $\chi^2$  – indikátor kvality fitu,  $\chi^2_{\text{R}}$  – normalizovaná hodnota  $\chi^2$ ,  $N_{\text{RV}}$  – počet použitých RV měření,  $a_{\text{Aa}} \sin i$  – projekce velké poloosy Aa složky,  $A_{\text{LiTE,Aab}}$  – poloviční amplituda variací v  $O-C$  diagramu způsobená efektem rozdílné dráhy světla (LiTE),  $f(m_{\text{Ab}})$  – hmotnostní funkce,  $M_{\text{Abmin}}$  – minimální hmotnost Ab složky (pro inklinaci úhel  $90^\circ$  a hmotnost Aa složky  $M_{\text{Aa}} = 3,3 M_{\odot}$ ).



## 6.3 Vnější vizuální systém $\varphi$ Dra AB

### 6.3.1 Analýza dostupných měření

Vizuální dvojhvězdný systém  $\varphi$  Dra AB označený také jmény WDS J18208+7120AB = CCDM J18208+7120AB = STT 353AB je znám už od 19. století. První poziční měření B složky vůči jasnější A složce bylo provedeno v roce 1843 (WDS, [Mason et al., 2001](#)). Do současné doby bylo získáno necelých 100 průměrných pozičních měření pozice B složky vůči A složce. Oběh vizuálního systému AB byl spočítán několikrát ([Olevic, 1975](#); [Olevic & Catovic, 1990](#); [Andrade, 2005](#)). Orbitální parametry určené v těchto pracích jsou pro srovnání uvedeny v Tabulce 6.3. Tabulku s parametry jsme doplnili o hodnoty absolutní velikosti velké poloosy  $a_{AB}$ , která byla vypočtena z úhlové projekce velké poloosy a paralaxy  $\varphi$  Dra získané z měření družice Hipparcos  $\pi = 10,77(38)$  mas ([van Leeuwen, 2007](#)). To nám umožnilo určit hmotnost celého vizuálního systému  $M_{AB}$ .

Tabulka 6.3: Určené parametry pro vizuální dvojhvězdný systém  $\varphi$  Dra AB.

Autor Pub. rok	Olevic (1975)*	Olevic & Catovic (1990)	Andrade (2005)
$P_{AB\text{orbit}}$ [yr]	271,7	401,85	307,8
$T_{0AB}$ [yr]	1720,750	1767,69	2116,6
$e_{AB}$	0,440	0,236	0,752
$\Omega_{AB}$ [°]	72,25	66,9	70,3
$a_{AB}$ ["]	0,392	0,614	0,965
$i_{AB}$ [°]	118,96	103,6	95,6
$\omega_{AB}$ [°]	201,25	282,7	275,0
Last Obs. [yr]	1968	1986,405	1998,679
$a_{AB}^{**}$ [au]	36,40	57,01	89,60
$M_{AB}^{**}$ [ $M_{\odot}$ ]	0,65	1,15	7,59
$R_{AB,92}^{**}$	15,51	5,90	5,04

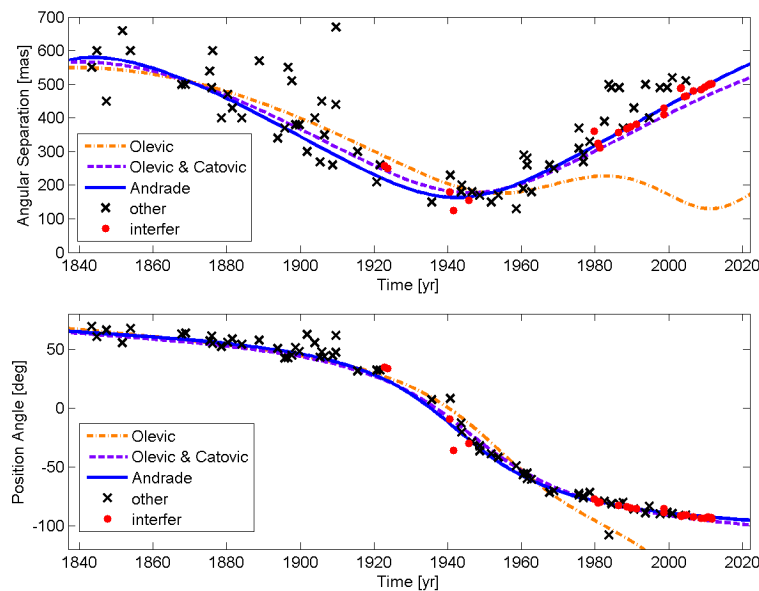
**Poznámky:** (\*) – parametry byly použity z Fourth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars ([Worley & Heintz, 1983](#)), (\*\*) – parametry byly námi določteny použitím hodnot z původní práce.

**Parametry:**  $P_{AB\text{orbit}}$  – orbitální perioda,  $T_{0AB}$  – okamžik průchodu periastrum,  $e_{AB}$  – numerická excentricita,  $\Omega_{AB}$  – poziční úhel výstupného uzlu,  $a_{AB}$  – úhlová projekce celkové hlavní poloosy,  $i_{AB}$  – inklinací úhel oběžné dráhy,  $\omega_{AB}$  – argument periastra, Last. Obs. – datum posledního použitého pozičního měření,  $a_{AB}$  – absolutní hodnota celkové velké poloosy, paralaxa byla přijata  $\pi = 10,77(38)$  mas ([van Leeuwen, 2007](#)),  $M_{AB}$  – celková hmotnost systému AB,  $R_{AB,92}$  – suma čtverců odchylek mezi modelem relativního oběhu a všemi dnes dostupnými měřeními (celkem 92 měření).

Orbitální parametry vizuálního páru nalezené v dostupné literatuře se výrazně liší (Tabulka 6.3), stejně jako námi določtené parametry  $a_{AB}$  a  $M_{AB}$ . Žádné srovnání mezi publikovanými modely však nebylo dosud v literatuře provedeno. Navíc poslední model byl publikován v roce 2005 a poslední pozorování použité v této práci bylo získáno už v roce 1998 ([Andrade, 2005](#)). Proto jsme se rozhodli ověřit všechny tři publikované modely a následně vybrat model, který úspěšně popisuje všechna nyní dostupná měření.

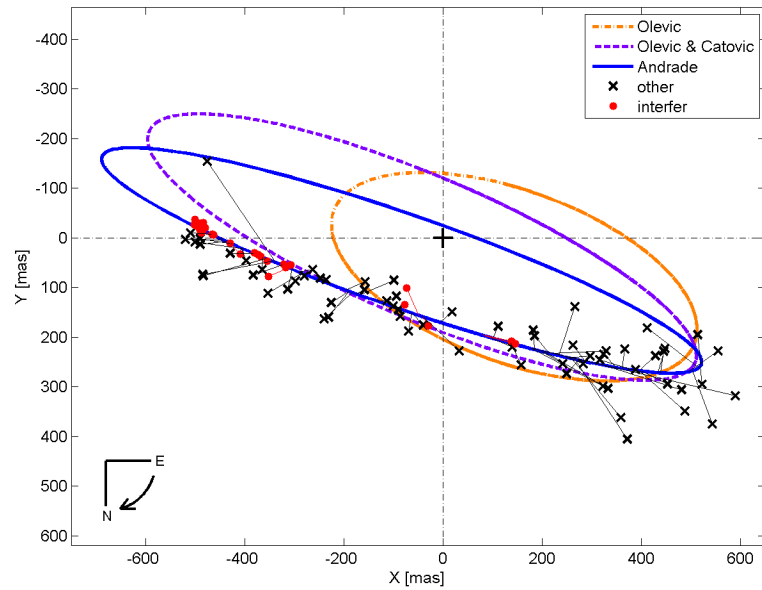
Použili jsme měření z WDS ([Mason et al., 2001](#)), kde je uvedeno celkem 92 párů relativních pozičních měření (úhlové vzdálenosti  $\rho$  a pozičního úhlu  $\theta$ ), které byly získány v časovém intervalu od r. 1843,38 do r. 2011,69. Tři hodnoty pozičního úhlu od Comstocka (1896) jsou pravděpodobně chybně posunuty o  $180^\circ$  (navrhovanou korekci jsme

použili v našich výpočtech). Časové závislosti parametrů  $\rho$  a  $\theta$  jsou zobrazeny společně s vypočtenými modely na Obr. 6.4 a modely relativního oběhu B složky vůči A složce jsou na Obr. 6.5. V Obr. 6.4 jsou zvlášť vyznačena nej přesnější interferometrická měření (interfer), která jsou uvedena ve Čtvrtém katalogu interferometrických měření<sup>8</sup> (FCIMBS – Fourth Catalog of Interferometric Measurements of Binary Stars, Hartkopf et al., 2001) a jsou všechna zahrnuta i ve WDS. Ze zobrazených závislostí je evidentní, že modely založené na parametrech od Olevice (1975) a Olevice & Catovice (1990) lze vyloučit, protože nesouhlasí s nejnovějšími měřeními. Na druhou stranu, modely založené na parametrech z poslední studie (Andrade, 2005) velmi dobře popisují všechna relativní poziční měření stejně jako relativní oběh (Obr. 6.5). Tento závěr potvrzují i sumy čtverců odchylek pro relativní dráhu  $R_{AB,92}$ , které jsou pro poslední práci zřetelně nejlepší: 15,51 (Olevic, 1975), 5,90 (Olevic & Catovic, 1990) a 5,04 (Andrade, 2005). Proto jsme přijali tyto parametry pro naši následnou analýzu. Správnost Andradeho parametrů je ale stále velmi nejistá, protože oběh nebyl dosud celý proměřen kvůli dlouhé periodě přibližně 300 let (zhruba jen 50 % dráhy je zdokumentováno). Navíc vysvětlení pomocí gravitačně nevázaného hvězdného páru (optické dvojhvězdy), které je diskutováno níže, je taktéž možné.



Obrázek 6.4: Časové změny měřených hodnot úhlové vzdálenosti a pozičního úhlu B složky relativně vůči A složce přijaté z WDS. Interferometrická měření z FCIMBS a ostatní z WDS jsou doplněna o modely změn založené na orbitálních parametrech z prací Olevic (1975), Olevic & Catovic (1990) a Andrade (2005), které jsou uvedeny v Tabulce 6.3.

<sup>8</sup><http://www.usno.navy.mil/USNO/astrometry/optical-IR-prod/wds/int4>



Obrázek 6.5: Relativní oběh vizuálního systému  $\varphi$  Dra AB rekonstruovaný z relativních pozičních měření uvedených ve WDS. Měření jsou doplněna modelovými křivkami založenými na orbitálních parametrech z prací [Olevic \(1975\)](#), [Olevic & Catovic \(1990\)](#) a [Andrade \(2005\)](#), které jsou v Tabulce 6.3.

### 6.3.2 Dvojhvězdný systém $\varphi$ Dra AB – důkazy pro gravitační vázanost systému

Tvar změn relativní pozice mezi A a B složkou (Obr. 6.5) je téměř přímočarým relativním pohybem (“almost rectilinear relative motion”, WDS). Proto jsme navrhli, že systém AB nemusí být gravitačně vázaný a slabší složka pouze prochází kolem  $\varphi$  Dra. Tuto hypotézu podporuje vysoká hodnota excentricity  $e_{AB} = 0,752$  ([Andrade, 2005](#)) a rychle rostoucí hodnota velikosti hlavní poloosy  $a_{AB}$  (úhlové i absolutní), která byla určena na základě publikovaných modelů oběžné dráhy (36,40 au v roce 1975, 57,01 au v r. 1990, 89,60 au v r. 2005)<sup>9</sup>. Proto jsme hledali důkaz pro potvrzení gravitační vazby.

Důkaz na základě stejné vzdálenosti obou hvězd od Slunce se nepodařilo najít. Parallaxy pro obě složky uvedené v katalogu “Double and Multiples: Component solutions” ([ESA, 1997](#)) jsou stejné  $\pi = 11,28(48)$  mas a byly určeny pouze z astrometrických měření dalekohledu Hipparcos pro jasnější složku. Posléze zpřesněná hodnota paralaxy  $\pi = 10,77(38)$  mas ([van Leeuwen, 2007](#)) je taktéž udávána jen pro celý systém (nejjasnější složku). Proto obě složky mohou, ale nemusí, být ve stejné vzdálenosti od Slunce.

Rychlosti vlastních pohybů (proper motions – pm) byly většinou měřeny pro celý systém  $\varphi$  Dra AB (respektive pro dominantní složku A), např. v práci [Roesser et al. \(2010\)](#) a [Zacharias et al. \(2012, 2013\)](#). Pravděpodobně pouze hodnoty založené na pozorováních z dalekohledu Hipparcos byly měřeny nezávisle pro obě složky zvlášť ([ESA, 1997](#)). Jejich

<sup>9</sup>V případě gravitačně nevázaného systému se mohou hodnoty excentricity a velké poloosy určené na základě modelu kontinuálně zvětšovat s rostoucí časovou základnou. Za zvětšováním těchto parametrů včetně orbitální periody stojí snaha popsat lineární pohyb excentrickým periodickým pohybem.

podobnost v obou směrech (v RA i v DEC, hodnoty jsou shrnuty v Tabulce 6.4) podporuje vázanou hypotézu.

Tabulka 6.4: Rychlosti vlastního pohyb pro celý systém  $\varphi$  Dra A+B a jednotlivé složky.

Složky systému $\varphi$ Dra	pmRA [mas yr <sup>-1</sup> ]	pmDEC [mas yr <sup>-1</sup> ]	Publikace
A+B	-9,6(2,0)	34,6(2,2)	Roeser et al. (2010)
A+B	-5,9(1,0)	35,8(1,0)	Zacharias et al. (2012, 2013)
A	-5,91(0,54)	35,79(0,57)	ESA (1997)
B	-13,09(1,24)	33,76(1,67)	ESA (1997)
C	-4,2(5,2)	-7,6(5,2)	Roeser et al. (2010)
C	-5,6(2,8)	-6,0(1,9)	Zacharias et al. (2012, 2013)

Nadějný důkaz pro gravitační vazbu přináší umístění složek A a B na HR diagramu. Za předpokladu, že obě hvězdy mají přibližně stejné stáří, pozorované jasnosti by se měly lišit jen díky rozdílným zářivým výkonům obou hvězd. Obě hvězdy by proto měly ležet na stejné izochroně. Zjistili jsme, že pozice složek A a B v HR diagramu (pro předpoklad stejné vzdálenosti od Slunce) sice odpovídají rozdílným izochronám, ale vzájemná vzdálenost obou křivek je velmi malá (details v Části 6.5.3).

V literatuře jsme nenašli žádnou informaci o spektroskopických měřeních slabší B složky nebo dokonce o její hodnotě RV, což by také mohlo napomoci gravitačně vázanému vysvětlení.

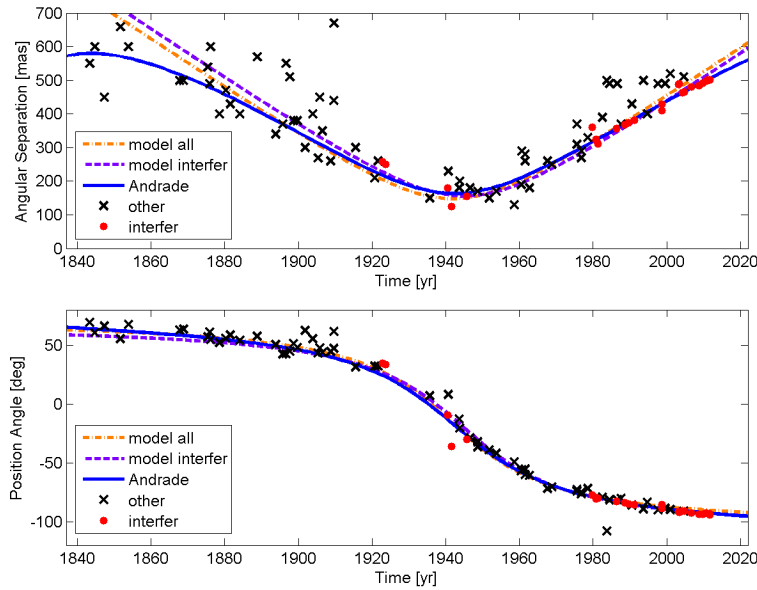
### 6.3.3 Dvojhvězdný systém $\varphi$ Dra AB – testování gravitačně nevázaného systému

Jak bylo uvedeno výše, tvar relativního pohybu složky B vůči A naznačuje možnost nevázaného systému (optická dvojhvězda). V této části práce jsme se pokusili ověřit navrhané vysvětlení. K nalezení modelu vlastního pohybu mezi dvěma hvězdami, který by vysvětlil pozorované poziční změny, jsme použili metodu nejmenších čtverců. Přejali jsme hodnoty  $\rho(t)$  a  $\theta(t)$  z WDS a fitovali jsme hodnoty rychlostí B hvězdy relativně k A hvězdě pro oba směry  $v_{x,B \rightarrow A}$ ,  $v_{y,B \rightarrow A}$ , čas minimální úhlové vzdálenosti mezi oběma hvězdami  $t_0$  a odpovídající pozici B hvězdy vzhledem k A hvězdě  $x_{B \rightarrow A}(t_0)$ ,  $y_{B \rightarrow A}(t_0)$ . Porovnávali jsme výsledky na celé datové sadě a na podmnožině velmi přesných interferometrických měřeních, které jsou uvedeny ve FCIMBS (Hartkopf et al., 2001).

Pro nejlepší nalezené modely s nejmenší sumou čtverců odchylek  $R_{B \rightarrow A}$  jsou parametry uvedeny v Tabulce 6.5. Oba modely dobře popisují pozorované variace v úhlové vzdálenosti i v pozičním úhlu (Obr. 6.6) stejně jako relativní pohyb mezi hvězdami (Obr. 6.7). Přesto, že tímto postupem nemůžeme plně vyloučit gravitačně nevázané vysvětlení, model dvojhvězdného pohybu z práce Andrade (2005) popisuje pozorované variace lépe. Suma čtverců odchylek pro jeho model ( $R_{AB,92} = 5,04$ ) je totiž významně menší než pro model nevázaného systému určeného ze všech měření ( $R_{B \rightarrow A} = 5,72$ ). Rozdíl mezi modely je dobře viditelný zvláště v nejnovějších interferometrických měřeních.

Tabulka 6.5: Naše nalezené parametry pro nevázaný model dvojhvězdného páru  $\varphi$  Dra AB.

Datová sada	Všechna měření	Interferometrická měření
$t_0$ [yr]	1941,8	1945,0
$x_{B \rightarrow A}(t_0)$ [mas]	140(10)	150(10)
$y_{B \rightarrow A}(t_0)$ [mas]	-40(10)	-50(10)
$v_{x,B \rightarrow A}$ [mas yr <sup>-1</sup> ]	-2,1(2)	-2,6(2)
$v_{y,B \rightarrow A}$ [mas yr <sup>-1</sup> ]	-7,1(2)	-7,0(2)
Interval [yr]	1843,38 – 2011,69	1922,746 – 2011,69
$N_{\text{obs}}$	92	26
$R_{B \rightarrow A}$	5,72	0,55

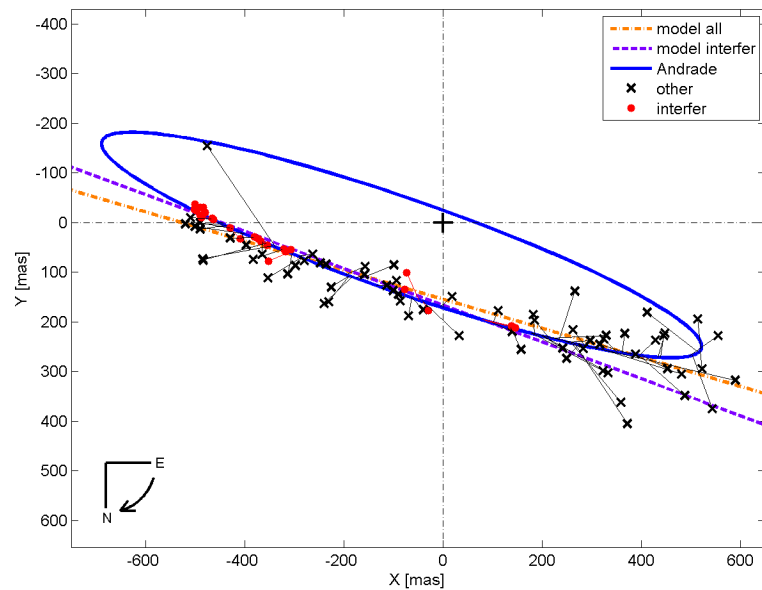


Obrázek 6.6: Časové změny měřených hodnot úhlové vzdálenosti a pozičního úhlu B složky relativně vůči A složce přijaté z WDS. Modelové křivky založené na gravitačně nevázaném vysvětlení byly spočtené pro všechna měření a pouze pro interferometrická měření (parametry jsou uvedeny v Tabulce 6.5). Model dvojhvězdného oběhu je založen na orbitálních parametrech (Andrade, 2005).

## 6.4 Optická dvojhvězda $\varphi$ Dra ABC

WDS (Mason et al., 2001) obsahuje také třetí vizuální složku v systému  $\varphi$  Dra, WDS J18208+7120C = CCDM J18208+7120C = STT 353AB,C = 2MASS J18205889+7119437. Tato C složka ( $\sim 12,70$  mag,  $V$ ) má ve WDS pouze 5 párů relativních pozičních měření (od r. 1912,32 do 2007,72). Její pozice se za tuto dobu změnila pouze mírně. To dokumentují hodnoty úhlové vzdálenosti C složky od AB ( $70,78''$ ,  $72,5''$ ) a pozičního úhlu ( $114,7^\circ$ ,  $117^\circ$ ), které jsou uvedeny ve WDS pro první a poslední pozorování.

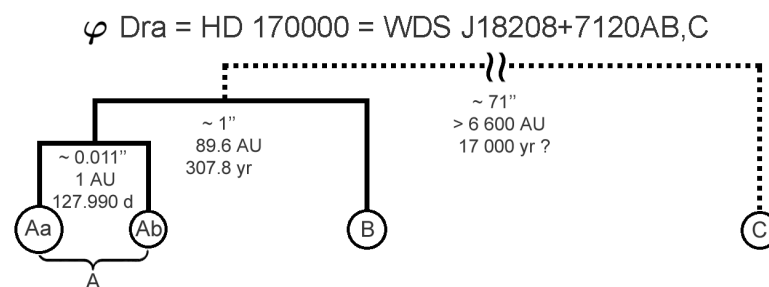
V literatuře jsme bohužel nenalezli vzdálenost C složky od Slunce. Pokud přijmeme předpoklad stejné paralaxy jako pro  $\varphi$  Dra,  $\pi = 10,77(38)$  mas (van Leeuwen, 2007) a kruhové dráhy (inklinace  $i \sim 0^\circ$ ), potom aktuální minimální vzdálenost C složky od systému AB je okolo 6 600 au (pro úhlovou vzdálenost  $70,78''$ ). Z úhlových změn ( $2^\circ$  za 95,4



Obrázek 6.7: Relativní oběh vizuálního systému  $\varphi$  Dra AB rekonstruovaný z relativních pozičních měření uvedených ve WDS. Modelové křivky jsou založeny na oběžných parametrech (Andrade, 2005) a parametrech pro nevázaný systém dvou hvězd, spočtených pro všechna data a nebo pouze pro interferometrická měření (parametry jsou uvedeny v Tabulce 6.5). Přímkou popisují situaci, kdy se hvězdy A a B pouze náhodně potkávají na obloze (nikoliv v prostoru).

let) lze také odhadnout délku oběžné periody, které nám dávají 17 100 let pro dokončení jednoho oběhu. Tyto hodnoty prakticky vylučují gravitační vazbu AB systému a C složky. Tento názor je podpořen vlastním pohybem. Změřené hodnoty rychlosti pohybu pro C složku se významně liší v deklinaci při srovnání s údaji pro systém AB (viz Část 6.3.2, Tabulka 6.4).

Na základě zmíněných faktů je hvězda C korektně označena za optickou složku  $\varphi$  Dra ve WDS. V každém případě, její vliv na hlavní trojhvězdný systém je pro naši studii zanedbatelný (malý zářivý příspěvek v optickém oboru, extrémně pomalé změny v RV) a tak její přítomnost v systému  $\varphi$  Dra nebude nadále uvažována. Naše schéma celého vícenásobného systému  $\varphi$  Dra (označováno v literatuře jako „mobile diagram“) je pro představu na Obr. 6.8.



Obrázek 6.8: Schéma („mobile diagram“) vícenásobného hvězdného systému  $\varphi$  Dra.



## 6.5 Analýza celého systému

### 6.5.1 Hmotnosti složek

Nejdříve jsme se rozhodli určit hmotnosti jednotlivých složek. Pokud přijmeme předpoklad vázaného vizuálního systému AB, celkovou hmotnost trojhvězdného systému AabB lze spočítat z vizuálního oběhu AB. Použitá hodnota paralaxy  $\pi = 10,77(38)$  mas (van Leeuwen, 2007) spolu s Andradeho (2005) orbitálními parametry dávají hmotnost  $M_{AB} = 7,59 M_{\odot}$ . Hmotnost nejjasnější složky byla přijata z literatury  $M_{Aa} = 3,3 M_{\odot}$  (viz Část 6.2.2). Zbytek hmotnosti je rozdělen na složku Ab a B. Bohužel nemůžeme nic konkrétního říct o hmotnosti složky B. Nicméně z modelu změn RV pro vnitřní pár jsme získali dolní hmotnostní limit Ab složky  $M_{Ab\min} \sim 1,36 M_{\odot}$ . Přesná hodnota hmotnosti Ab závisí na inklinaci dráhy Aab. Inklinace není známá, ale je nejspíš menší než  $90^{\circ}$ , protože systém není známý jako zákrytový. Nicméně pouze měření z družice Hipparcos (106 měření) pokrývají celou 128 denní periodu a nepotvrzují možné zákryty. Z výše uvedených důvodů má B složka maximální hodnotu hmotnosti  $M_{B\max} \sim 2,93 M_{\odot}$ .

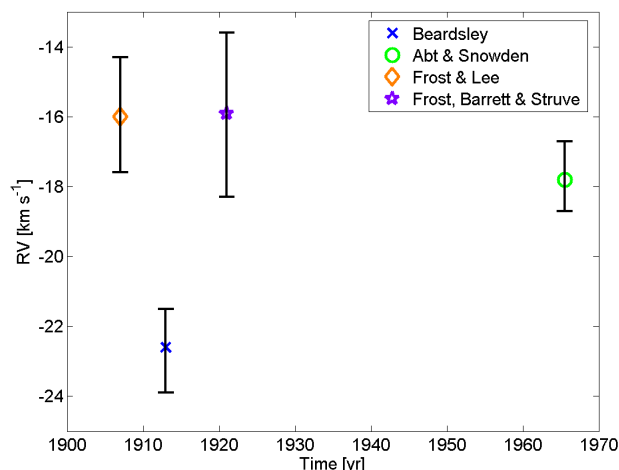
Z uvedených informací předpovídáme přítomnost zhruba tří století dlouhého cyklu změn v systematických RV složky A, způsobené B složkou s maximální poloviční amplitudou  $K_A \sim 5,0 \text{ km s}^{-1}$  (pro  $M_{B\max}$ ). Individuální  $\gamma$ -rychlosti určené ze 4 datových sad mají malou přesnost a podléhají spíše náhodným změnám způsobeným systematickými posuvy mezi jednotlivými sadami RV (Tabulka 6.2, Obr. 6.9). Oběh B složky by měl také ovlivňovat pozorované jevy u A složky prostřednictvím LiTE (efektu rozdílné dráhy světla). Ten by se měl projevit periodickými změnami (s orbitální periodou  $\sim 300$  yr) např. u periody oběhu vnitřního systému Aab nebo periody CP proměnnosti. Variace by měly být detekovatelné v  $O-C$  diagramu, kde očekávaná maximální poloviční amplituda změn je  $A_{\text{LiTEA}} \sim 0,2$  dní. Tento vliv byl testován u CP proměnnosti<sup>10</sup>. Bohužel dostupná fotometrická měření pokrývají pouze 40letý interval a data nejsou dostatečná k prokázání variace v  $O-C$  (Prvák et al., 2015). Jak je v této studii uvedeno, světelné křivky byly proloženy fenomenologickým modelem a z něj byly určeny jednotlivé  $O-C$  hodnoty. Vytvořený  $O-C$  diagram (Obr. 6.10) lze dobře popsat přímkou. Rotační periodu CP hvězdy tak lze považovat v tomto krátkém období za konstantní s hodnotou  $1,716500(2) \text{ d}$ <sup>11</sup>.

Určení hmotností hvězd lze provést také na základě fotometrie prostřednictvím vývojových modelů hvězd. Konstrukce HR diagramu pro vizuální pár (viz Část 6.5.3) a izochrony, které nejlépe odpovídají pozicím složek, umožnily odhadnout hmotnosti pro Aa složku  $M_{Aa} \sim 3,28 M_{\odot}$  a pro B složku  $M_B \sim 2,40 M_{\odot}$ . Pokud navíc přijmeme údaj o celkové hmotnosti systému  $M_{AB} = 7,59 M_{\odot}$  určené z vizuální dráhy systému AB, zbylá část hmotnosti připadá na hmotnost Ab složky  $M_{Ab} \sim 1,91 M_{\odot}$ . Z uvedených hmotností a hmotnostní funkce určené z modelu spektroskopické dráhy Aab systému lze dopočítat inklinanční úhel pro Aab systém  $i_{Aab} \sim 50^{\circ}$ .

<sup>10</sup>Následně popsanou analýzu rotační periody provedl prof. Z. Mikulášek.

<sup>11</sup>Nultá epochy CP proměnnosti byla stanovena na okamžik HJD 2445175,023(9).





Obrázek 6.9: Dlouhodobé změny ve střední RV ( $\gamma$ -rychlosti) pro 4 analyzované datové sady, převzato z Tabulky 6.2.

## 6.5.2 Jasnosti složek a jejich spektrální třídy

Určení jasností jednotlivých složek a jejich příspěvků k celkovému zářivému toku  $\varphi$  Dra je velmi složité kvůli nedostatku přesných měření. Naprostá většina fotometrických měření v odlišných fotometrických filtrech (např. Musielok et al., 1980) odpovídá celkové jasnosti trojhvězdného systému.

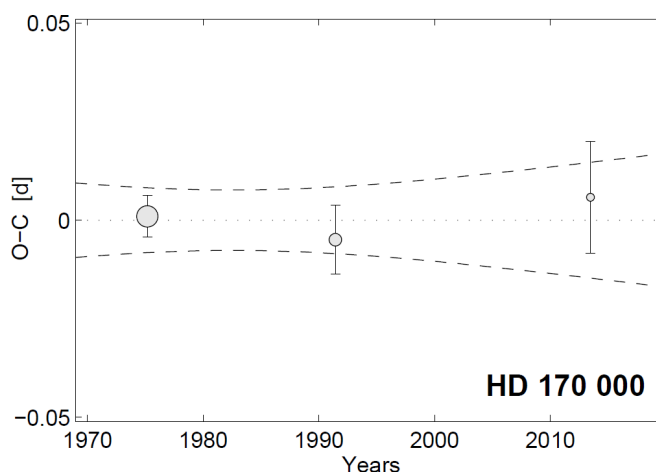
Rozdíl hvězdných velikostí mezi složkami A a B u vizuálního páru je v dostupné literatuře udáván se značným rozptylem od 1,0 mag do 2,1 mag (viz Tabulka 6.6)<sup>12</sup>. Hodnoty hvězdných velikostí pro A a B složky ze satelitu Hipparcos  $H_{p,A} = 4,455(3)$  mag,  $H_{p,B} = 5,900(10)$  mag (ESA, 1997) a jejich rozdíl  $\Delta H_{p,AB} = H_{p,B} - H_{p,A} = 1,445(10)$  mag, přináší mnohem přesnější informaci o A a B složkách. Data z dalekohledu Hipparcos a přístroje Tycho byla také použita pro dvoubarevnou fotometrii vizuálních složek (Fabricius & Makarov, 2000). Pro složky  $\varphi$  Dra byly změřeny hvězdné velikosti následovně:  $B_{T,A} = 4,39(1)$  mag,  $B_{T,B} = 5,89(1)$  mag a  $V_{T,A} = 4,48(1)$  mag,  $V_{T,B} = 5,90(1)$  mag. Relativní rozdíl je pak  $\Delta B_{T,AB} = 1,50(1)$  mag a  $\Delta V_{T,AB} = 1,42(1)$  mag. Dle klesajícího rozdílu hvězdných velikostí mezi složkami ve směru k delším vlnovým délkám<sup>13</sup> usuzujeme, že B složka je pravděpodobně červenější než A složka. V literatuře jsme dohledali pouze jednu další sadu přesných fotometrických měření relativních hvězdných velikostí v červeném ( $R$ ) a infračerveném ( $I$ ) filtru  $\Delta R_{AB} = 1,42(2)$  mag,  $\Delta I_{AB} = 1,33(3)$  mag (Rutkowski & Waniak, 2005). Tyto hodnoty byly získány metodou skvrnkové interferometrie a dobře potvrzují náš předpoklad o složce B.

Spektroskopická měření  $\varphi$  Dra stejně jako většina fotometrických měření poskytují informaci pouze o celém objektu (součet jednotlivých příspěvků od všech složek). Stejně tomu je v případě určení spektrálního typu, který je v literatuře udáván převážně pro celý systém. V současnosti je určen jako B8V C<sup>14</sup> (Gray & Corbally, 2014), lze

<sup>12</sup>Většina z hodnot byla pouze vizuálně odhadnuta; úhlová vzdálenost vizuálních složek byla během 20. století pod  $0,5''$  a tak pod limitem úhlového rozlišení většiny fotoelektrických fotometrů.

<sup>13</sup>Střední vlnová délka pro filtry  $B_T$  je 419,0 nm, pro  $V_T$  523,0 nm a pro  $H_p$  452,5 nm (ESA, 1997).

<sup>14</sup>Zkratka B8V C označuje spektrální třídu B8, luminozitní třídu V (hvězda je z MS) a chemicky pekuli-



Obrázek 6.10:  $O-C$  diagram spočtený ze změn jasnosti  $\phi$  Dra způsobené CP proměnností složky Aa, převzato z práce Prvák et al. (2015).  $O-C$  hodnoty (zleva doprava) byly určeny z měření od Musieloka et al. (1980), z družice Hipparcos (ESA, 1997) a z mých pozorování.

se setkat i s typem A0V. Barevné indexy získané pro A a B složku z měření přístrojem Tycho jsme opravili o extinkci (viz Tabulka 6.7), kde  $(B_T - V_T)_A = -0,13(1)$  mag,  $(B_T - V_T)_B = -0,05(1)$  mag, a následně jsme je srovnali s tabulkovými údaji (Tsvetkov et al., 2008) nebo Mamajek<sup>15</sup> (on-line verze byla aktualizována v červenci 2015). Na základě těchto údajů jsme odhadli spektrální typy B7V pro složku A a B9V pro složku B. Spektrální typy určené na základě jasností velmi dobře odpovídají typům zjištěným na základě hmotností složek. Pro Aa složku s hmotností  $M_{Aa} = 3,3 M_\odot$  vychází typ B8V a pro B složku  $M_{B\max} = 2,93 M_\odot$  typ B9V. Složka A je zářivější než B.

Hvězdnou velikost Ab složky se nepodařilo v literatuře dohledat<sup>16</sup>. Přítomnost Ab je uvažována jen na základě variací v RV (spektroskopická dvojhvězda typu SB1), její parametry mohou být pouze nepřímě odhadnuty na základě našich předchozích zjištění. CP hvězda Aa je na MS s uvedeným stářím  $2,1 \times 10^8$  yr (Kochukhov & Bagnulo, 2006) nebo o něco více ( $\sim 2,45 - 3,3 \times 10^8$  yr, Část 6.5.3). Další složka s menší hmotností a stejným stářím bude taktéž na MS. Použitím hmotnostního limitu  $M_{Ab\min} = 1,36 M_\odot$  by hvězda Ab měla mít spektrální typ F4V – F5V nebo ranější. Z toho vyplývá, že bude až o 3,5 mag slabší než Aa složka (dle tabulky od Mamajeka).

Spektrální typy přiřazené k hmotnostem určeným na základě HR diagramu  $M_{Aa} \sim 3,28 M_\odot$  (B8V),  $M_B \sim 2,40 M_\odot$  (B9V – A0V) velice dobře odpovídají výše uvedeným spektrálním typům. Výrazný rozdíl je pouze u Ab složky s hmotností  $M_{Ab} \sim 1,91 M_\odot$ , což odpovídá typu A4V (bez problémů to spadá do podmnožiny typů F4V a ranější). V tomto případě by měl být rozdíl vizuálních hvězdných velikostí mezi Aa a Ab složkou menší,  $V_{Aa} - V_{Ab} \sim 2,0$  mag. Současné přístroje s velkým úhlovým rozlišením (úhlová projekce hlavní poloosy  $a_{Aa} \sin i$  odpovídá 2,6 mas<sup>17</sup>) by měly být dostatečné k úhlovému rozlišení Ab od Aa složky a k potvrzení našich výsledků.

ární spektrum C.

<sup>15</sup>[http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/EEM\\_dwarf\\_UBVIJHK\\_colors\\_Teff.txt](http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/EEM_dwarf_UBVIJHK_colors_Teff.txt)

<sup>16</sup>Velká jasnost Ab složky může ovlivnit znatelně i samotnou složku Aa.

<sup>17</sup>Maximální úhlový rozdíl mezi složkami Aa a Ab by měl být okolo 11 mas.

Tabulka 6.6: Publikované hvězdné velikosti složek  $\varphi$  Dra A a B v odlišných fotometrických filtrech.

$m_A$	$m_B$	$\Delta m_{AB}$	Filtr	Publikace
4,4	6,5	2,1*	–	Campbell & Moore (1928)
4,5	6,2	1,7*	–	Moore (1932)
–	–	1,0	vis	Kuiper (1961)
–	–	1,2 – 2,0	vis	Worley (1962)
		avg 1,6(3)		
4,4	6,1	1,7*	–	van Biesbroeck (1974)
4,8	6,5	1,7*	–	Muller (1978)
4,40	6,10	1,70*	V nebo vis	Worley & Heintz (1983)
4,455(3)	5,900(10)	1,445(10)*	$H_p$	ESA (1997)
4,39(1)	5,89(1)	1,50(1)*	$B_T$	Fabricius & Makarov (2000)
4,48(1)	5,90(1)	1,42(1)*	$V_T$	Fabricius & Makarov (2000)
4,2	5,7	1,5*	V nebo vis	Douglass et al. (2000)
–	–	1,42(2)	R	Rutkowski & Waniak (2005)
–	–	1,33(3)	I	Rutkowski & Waniak (2005)

**Poznámky:** (\*) Parametry byly vypočteny rozdílem jasností mezi složkami A a B použitím hodnot z originální publikace.

### 6.5.3 HR diagram

Měření ze satelitu Hipparcos (paralaxa a dvojbarevná fotometrie z Tycho přístroje) byla použita pro konstrukci HR diagramu. Informace o jasnostech A a B složky  $\varphi$  Dra jsme přejali ze studie Fabricius & Makarov (2000) a dále jsme využili korigovanou hodnotu paralaxy z družice Hipparcos z práce van Leeuwen (2007). Absolutní hvězdné velikosti a barevné indexy byly opraveny o vliv mezihvězdné extinkce  $A_V = 0,123$  mag (Malkov et al., 2012) použitím postupu dle práce Kallrath & Milone (2009). Tyto dopočtené parametry (shrnuté v Tabulce 6.7) udávají pozici obou složek  $\varphi$  Dra na HR diagramu. Obě složky patří mezi velmi zářivé hvězdy z MS. Proto je vykreslen pouze malý detail HR diagramu v okolí těchto hvězd (Obr. 6.11). Jasnější A složka je zářivě dominantní, proto se nachází nedaleko pozice, kam se promítá celý vícenásobný systém  $\varphi$  Dra (s celkovou hvězdnou velikostí). Slabší B složka je chladnější a pravděpodobně méně vyvinutou hvězdou. Zobrazený HR diagram obsahuje syntetické PARSEC izochrony (Bressan et al., 2012)<sup>18</sup>, které jsme vygenerovali s ohledem na pozici A a B složky v diagramu a s předpokladem sluneční metalicity.

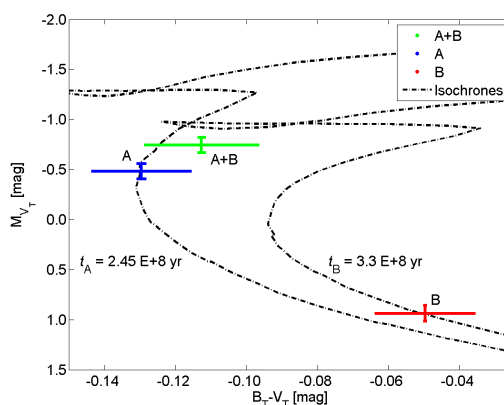
Obě složky leží na odlišných izochronách se vzájemným časovým rozdílem pouze  $8,5 \times 10^7$  yr ( $t_A = 2,45 \times 10^8$  yr,  $t_B = 3,3 \times 10^8$  yr). Výběr správných izochron je vysoce závislý na nejistotě barvy chladnější složky. Vzhledem k tomu, že pozorovaná vzdálenost mezi izochronami je malá (B složka je vzdálená v  $B_T - V_T$  zhruba jen o  $1,5 \sigma$  od izochrony pro A složku), považujeme to za důkaz pro gravitační vazbu mezi A a B složkou.

<sup>18</sup><http://stev.oapd.inaf.it/cmd>

Tabulka 6.7: Parametry vizuálního páru  $\varphi$  Dra AB použité ke konstrukci HR diagramu.

Složka	A	B	A+B*
$B_T - V_T$ [mag]	-0,13(1)	-0,05(1)	-0,113(16)
$M_{V_T}$ [mag]	-0,48(8)	0,94(8)	-0,74(8)
Paralaxa [mas]		10,77(38)	
Vzdálenost [pc]		92,9(33)	
$A_V$ [mag]		0,123	

**Poznámky:** (\*) Hodnoty pro celý systém A+B byly dopočteny z parametrů pro A a B složku použitím Pogsonovy rovnice.


 Obrázek 6.11: Detail HR diagramu s pozicemi složek  $\varphi$  Dra sestavený na základě hvězdných veličností z přístroje Tycho (Fabricius & Makarov, 2000) a měření paralaxy (van Leeuwen, 2007).

## 6.6 Diskuze a shrnutí

V této části disertační práce jsme provedli kompletní analýzu vícenásobného hvězdného systému  $\varphi$  Dra (očekávaná hierarchie systému je zobrazena na Obr. 6.8) se zaměřením na vnitřní binární systém Aab. Naše analýza vyloučila pro popis oběžné dráhy  $\varphi$  Dra řešení od Abta & Snowdena (1973) a s použitím 4 zdrojů měření RV jsme našli 128denní periodu a další orbitální parametry systému. Tyto parametry jsou blízké hodnotám od Beardsleyho (1969). Nová spektroskopická měření s vysokým rozlišením jsou nezbytná k identifikaci Ab složky ve spektru, které je navíc modulované CP proměnností.

Model oběhu vnějšího vizuálního páru AB byl během historie spočten již třikrát. Ukázali jsme, že orbitální parametry od Olevice (1975) a Olevice & Catovice (1990) nejsou podporovány novými měřeními. Nejnovější řešení oběžné dráhy dvojhvězdy (Andrade, 2005) popisuje dobře všechna dostupná relativní poziční měření a také relativní pohyb vizuální dvojhvězdy. Nicméně tyto variace mohou být taktéž dobře popsány pomocí gravitačně nevázaného páru (pohyb po přímce), jak bylo ukázáno v Části 6.3.3. V současnosti je rozdíl mezi modelem vázaného a nevázaného hvězdného páru stále velice malý. Z tohoto důvodu gravitačně nevázané vysvětlení nemůže být stále zcela vyloučeno. Pokusili jsme se alespoň najít důkazy pro hypotézu vázaného dvojhvězdného systému. Podobné hodnoty vlastních pohybů A a B složky a HR diagram, ve kterém obě složky leží na blízkých izochronách, navrhuje jako nejslibnější.

Také jsme diskutovali poslední složku C, ale přinesli jsme zřejmé důkazy (např. rozdílný vlastní pohyb), že její gravitační vazba nebude reálná a je korektně označena za složku optickou. V každém případě je její vliv na celý systém prakticky nedetekovatelný.

Parametry určené z oběhu vizuálního (vnějšího) systému AB nám umožnily určit celkovou hmotnost trojhvězdného systému přibližně na  $7,6 M_{\odot}$ . S ohledem na starší modely vizuálního páru a na fakt, že byla dosud proměřena jen polovina oběžného cyklu od objevu vizuální složky, musí být hodnota hmotnosti přijímaná obezřetně. Z literatury jsme přijali hmotnost Aa složky  $M_{Aa} = 3,30 M_{\odot}$  a získali jsme minimální hmotnost Ab složky  $M_{Ab\min} \sim 1,36 M_{\odot}$  ze spektroskopického oběhu (variace v RV). Zbytek z celkové hmotnosti připadá na B složku s maximální hmotností  $M_{B\max} \sim 2,93 M_{\odot}$ .

Nejpravděpodobnější izochrony v HR diagramu předpovídají stejnou hmotnost pro Aa složku  $M_{Aa} \sim 3,28 M_{\odot}$  a mírně odlišné hmotnosti pro další složky  $M_{Ab} \sim 1,91 M_{\odot}$  a  $M_B \sim 2,40 M_{\odot}$ , které však jsou reálné a které nám umožnily upřesnit inklinaci dráhy. Hmotnosti Aa a Ab složky spolu s hmotnostní funkcí známou ze spektroskopické dráhy dávají odhad inklinálního úhlu pro systém Aab  $i_{Aab} \sim 50^{\circ}$ .

Předběžné hodnoty hmotností jednotlivých složek už byly určeny dříve. Bohužel autoři použili špatnou hodnotu periody vnitřního systému od Abta & Snowdena (1973) a tak jejich hodnoty nejsou aktuální:  $M_{Aa} = 3,4(3) M_{\odot}$ ,  $M_{Ab} = 1,4(2) M_{\odot}$ ,  $M_B = 2,7(2) M_{\odot}$  (Docobo & Andrade, 2006), nebo  $M_{Aa} = 3,20 M_{\odot}$ ,  $M_{Ab\min} = 2,05 M_{\odot}$ ,  $M_B = 0,87 M_{\odot}$  (Tokovinin, 2008)<sup>19</sup>.

Mezi hlavní výsledky této studie patří určení parametrů, které umožňují předpovídat detekovatelnost obou slabších složek ve spektru nebo jejich vliv na  $O-C$  diagram hlavní Aa složky – CP hvězdy (ovlivnění rotační periody). Detailní diskuze, se zaměřením na rotační periodu Aa složky a světelné či spektroskopické změny, byla provedena v práci Prvák et al. (2015)<sup>20</sup>.

Současné pozorovací přístroje by měly být dostatečné k úhlovému rozlišení vnitřního systému a také k detekci všech tří složek ve spektru. Kvůli CP proměnnosti, která ovlivňuje tvary spektrálních čar, je to ale stále velkou výzvou.

<sup>19</sup>Tokovinin (2008) použil starou hodnotu paralaxy  $11,28(48)$  mas (ESA, 1997). Proto celková hmotnost systému je pouze  $6,12 M_{\odot}$ .

<sup>20</sup>Na publikaci Prvák et al. (2015) jsem se také jako spoluautor podílel.

## Kapitola 7

# Dvojhvězdy s pulzující komponentou typu RR Lyrae

Tato část disertační práce se nezabývá přímo změnami period u dvojhvězd (zákrytových dvojhvězd). Avšak postupy, které byly vytvořeny pro jejich studium (viz Kap. 3), byly s výhodou uplatněny ke studiu změn pulzačních period u několika RR Lyrae hvězd. Hlavním cílem bylo mezi těmito systémy odhalit dvojhvězdnost, případně ji ověřit a prokázat. Z literatury je totiž známo jen několik málo kandidátů na dvojhvězdy mezi RR Lyrae hvězdami (situace se mírně změnila v posledních dvou letech, kdy jsme na tomto výzkumu naplno pracovali a připravovali naše publikace). Jen u systémů TU UMa a OGLE-BLG-RRLYR-02792 (neobsahuje klasickou RR Lyrae hvězdu) byla dvojhvězdnost prokázána na základě alespoň dvou nezávislých metod a lze je tedy považovat za skutečné dvojhvězdy.

Kapitola je rozdělena na několik základních částí. Obecné informace o aktuálním stavu výzkumu dvojhvězdných systémů se složkami typu RR Lyrae jsou uvedeny v Části 7.1. Na to navazuje Část 7.2 obsahující přehled známých kandidátů. Úsek textu je věnován i rozboru změn pulzačních period u hvězd typu RR Lyrae a efektů, které jsou za tyto změny zodpovědné, což je pro tuto práci stěžejní (Část 7.3). Část 7.4 se zabývá analýzou objektu TU UMa, jediného důkladně studovaného a dá se říct i potvrzeného dvojhvězdného systému s klasickou RR Lyrae složkou. Na této hvězdě je detailně ukázán celý postup naší analýzy, který je aplikován v Části 7.5 na širší vzorek RR Lyrae hvězd. Zde byla provedena studie 11 dvojhvězdných kandidátů a dalších tří podezřelých hvězd. Poslední Část 7.6 je zaměřena na kandidáty na zákrytové systémy.

Části 7.1 až 7.5 byly publikovány v sérii dvou publikací Liška et al. (2015a,b) a byly prezentovány na YNAO kolokviu v Kunmingu<sup>1</sup>. Po odevzdání této práce budou taktéž prezentovány na konferenci o RR Lyrae hvězdách ve Vyšehradě v Maďarsku. Ze zbylé části byly některé úseky v uvedených publikacích zahrnuty, ostatní se teprve ke zveřejnění připravují.

---

<sup>1</sup>Liška, J., Skarka, M., Zejda, M., & Mikulášek, Z., RR Lyrae stars in binary systems, Yunnan Observatories, Kunming, Čína, 9. červen, 2015, prezentoval doc. M. Zejda.



## 7.1 Úvod

Hvězdy typu RR Lyrae (detailní popis např. v disertační práci [Skarka, 2014c](#)) hrají klíčovou roli v mnoha astrofyzikálních disciplínách díky svým unikátním charakteristikám. Protože se jedná o vyvinuté, zářivé hvězdy z populace II se snadno rozeznatelnými světelnými křivkami, jsou používány k testování vývojových modelů (např. [Lee & Demarque, 1990](#); [Pietrinferni et al., 2006](#)) a také k výzkumu vývoje, dynamiky a historie formování naší Galaxie ([Catelan, 2009](#); [Drake et al., 2013](#); [Stetson et al., 2014](#)). Vzhledem k tomu, že jsou tyto hvězdy detekovatelné i na velké vzdálenosti, v kombinaci se známými relacemi mezi metalicitou, periodou a zářivým výkonem, představují vhodné ukazatele vzdáleností také na extragalaktických škálách ([Catelan & Cortés, 2008](#); [Fiorentino et al., 2010](#)).

Zářivost RR Lyrae hvězd a jejich umístění na horizontální větvi obrů závisí také na hmotnosti jednotlivých hvězd. Na základě vývojových modelů a pulzačních charakteristik těchto hvězd může být tento důležitý parametr určen nepřímou. Pro ověření těchto hodnot je důležité určit jejich hmotnosti přímým způsobem nezávislým na hvězdných modelech. Pokud by hvězda typu RR Lyrae byla součástí dvojhvězdného systému se známými orbitálními parametry, její hmotnost by mohla být určena velice přesně. Z tohoto důvodu je nalezení takovýchto dvojhvězdných systémů stěžejní pro celou astrofyziku. Pro zajímavost např. Otto [Struve \(1956\)](#) nazval objevení takového systému „triumfem“.

Bohužel bylo do dnešních dní jednoznačně identifikováno jen pár dvojhvězdných soustav s RR Lyrae složkou (např. hvězda galaktického pole TU UMa, [Wade et al., 1999](#); [Liška et al., 2015a](#)). Navíc naprostá většina těchto hvězd je vedena mezi kandidáty bez důkladného potvrzení jejich dvojhvězdnosti. Tak malý počet dvojhvězd mezi RR Lyrae hvězdami je překvapivý, protože RR Lyrae proměnné jsou nejpočetnější třídou proměnných hvězd (přibližně 50 000 je jich uvedených ve VSX<sup>2</sup>, verze z 9. 2. 2015, [Watson et al., 2006](#)) a současné kompilace a katalogy s pulzujícími hvězdami ve dvojhvězdách obsahují mnoho stovek systémů pro jiné typy pulzujících hvězd (např. [Szatmary, 1990](#); [Szabados, 2003a,b](#); [Zhou, 2010](#)).

Nabízí se otázka, co by mohlo být příčinou nedostatku dvojhvězd s RR Lyrae složkou. Některé možné důvody byly diskutovány například v klasickém přehledu, v knize RR Lyrae Stars ([Smith, 1995](#)). Vzhledem k tomu, že RR Lyrae hvězdy jsou značně vývojově vyvinuté hvězdy, lze očekávat možné průvodce v podobě degenerované hvězdy, hvězdy horizontální větve obrů, červeného trpaslíka (v případě hvězdy na MS), nebo substelárního objektu. V mnoha případech bude proto druhá složka výrazně méně zářivá a menší než samotná RR Lyrae hvězda. Tyto systémy tak budou pravděpodobně pouze spektroskopickou dvojhvězdou typu SB1 (ve spektru budou viditelné čáry jen jedné složky), ve které zcela dominuje RR Lyrae složka. Možné zákryty budou mít malou amplitudu a budou detekovatelné s velkými obtížemi. Jak už uvedl [Soszyński et al. \(2009\)](#), přenos hmoty v těsných dvojhvězdných systémech by měl s určitostí značně ovlivnit předchůdce RR Lyrae složky. Proto, když chceme pozorovat dvojhvězdný systém obsahující klasickou RR Lyrae hvězdu, t.j. takovou, která se vyvíjela bez ovlivňování druhou složkou, musíme spíše hledat oddělené systémy se značně širokými oběžnými dráhami a s dlouhými periodami (o délce alespoň několika stovek dní), než krátkoperiodické dvojhvězdy. Všechna

<sup>2</sup><https://www.aavso.org/vsx/index.php>.



uvedená fakta způsobují problémovou detekovatelnost kvůli malým změnám, které se dějí na dlouhých časových škálách řádově let či dokonce desetiletí.

Nedávný výzkum ukázal, že situace není tak špatná, jak starší studie naznačovaly. Kromě podivného zákrytového objektu OGLE-BLG-RRLYR-02792 vykazujícího pulzace připomínající RR Lyrae hvězdu, který byl identifikován v galaktické výduti (Pietrzyński et al., 2012; Smolec et al., 2013), bylo odhaleno několik možných dvojhvězdných systémů. Li & Qian (2014) našli na základě ultrapřesných měření vesmírného dalekohledu *Kepler* drobné cyklické variace v pulzační periodě (LiTE) u hvězd FN Lyr a V894 Cyg. Zaznamenané změny jsou pravděpodobně způsobeny společníkem v podobě hnědého trpaslíka. Velmi nedávno Hajdu et al. (2015) identifikovali použitím stejné metody 20 kandidátů na RR Lyrae hvězdy ve dvojhvězdném systému v galaktické výduti. Navíc odhadli, že okolo 4 % všech RR Lyrae hvězd patří ve skutečnosti do dvojhvězdných systémů.

Naše současná studie je orientovaná stejným směrem. Analyzujeme 11 hvězd z galaktického pole podezřelých z dvojhvězdnosti (Liška et al., 2015b). Výsledky od Lia & Qiana (2014), Hajdua et al. (2015), ale i z našeho výzkumu zřetelně demonstrují, že studium cyklických variací v periodě u těchto velmi zářivých objektů je mnohem účinnější než odhalování dvojhvězdnosti pomocí klasických metod, t.j. detekcí variací v pozicích (astrometrie), variací v radiálních rychlostech (spektroskopie) nebo detekcí zákrytů. Tyto metody lze považovat za přímé prokázání dvojhvězdnosti. Uvedené výsledky jsou velmi povzbudivé a slibují více kandidátů objevených v blízké době. Všichni kandidáti objevení na základě LiTE (nepřímý důkaz dvojhvězdnosti) musí být ještě potvrzeni spektroskopii nebo nějakou další metodou.

## 7.2 Přehled dvojhvězdných systémů mezi RR Lyrae hvězdami

Níže v textu jsou diskutovány různé typy dvojhvězdných systémů s RR Lyrae složkou včetně známých kandidátů. Pro lepší orientaci jsme připravili úplný seznam těchto objektů, který dosud v současné literatuře o RR Lyrae hvězdách chyběl, a doplnili ho o druhou tabulku s falešně pozitivními nálezy. Náš seznam, pojmenovaný zkratkou *RRLyrBinCan*, je pravidelně aktualizován a je dostupný v on-line verzi<sup>3</sup> (ukázka na Obr. 7.1).

Prozatím zde nejsou zahrnuty všechny objekty z práce Szatmary (1990), kde je u mnoha kandidátů jejich zařazení do seznamu přinejmenším sporné. Také zde chybí mnoho objektů z aktualizovaného katalogu všech druhů dvojhvězdných systémů s pulzujícími složkami (Zhou, 2010, verze prosinec 2014), který obsahuje pro skupinu RR Lyrae hvězd objekty TU UMa, OGLE-BLG-RRLYR-02792 a několik desítek dalších, u kterých však chybí doplňující informace a to včetně referencí (není zřejmé, proč jsou do tohoto katalogu zařazeny).

### 7.2.1 Zákrytové systémy

Tento typ dvojhvězdných systémů je extrémně důležitý, protože analýza světelných změn u zákrytových dvojhvězd a jejich křivek RV umožňuje přesné určení absolutních hodnot

<sup>3</sup><http://rrlyrbincan.physics.muni.cz/>

**CANDIDATES FOR BINARIES WITH RR LYRAE COMPONENTS**

**(RRLYRBINCAN)**

JIRÍ LIŠKA & MAREK SKARKA

**INTRODUCTION**

Very limited number of RR Lyrae stars belong to binary systems or rather candidates for such systems. This web page with updated list of candidates was established to help researchers with identification of objects from this important group of binaries.

**OUR LIST RRLYRBINCAN CONTAINS 61 CANDIDATES. IS ANY BINARY SYSTEM WITH RR LYRAE COMPONENT MISSING?**

Please, let us know (contact persons: Jiri Liska, e-mail: [jiriliska@post.cz](mailto:jiriliska@post.cz), Marek Skarka, e-mail: [maska@physics.muni.cz](mailto:maska@physics.muni.cz)), the last update was September 25 2015.

**LIST OF CANDIDATES**

Table is sorted according coordinates of the objects.

Name of the object	Coordinates	Mag. range	Blazhko	Type	Orbital period	Method(s)	Author(s)	Comments
RY Psc	00 11 41.10 -01 44 55.3	11.82 - 12.72 V	B	RRab	-	LITE	<a href="#">Le Borgne et al. (2007)</a>	
Cl And	01 55 08.29 +43 45 56.5	11.76 - 12.66 V	-	RRab	-	RV	<a href="#">Fernley &amp; Barnes (1997)</a>	
RW Ari	02 16 03.72 +17 31 58.6	12.12 - 12.60 V	B?	RRc	3.1754 d	ED	<a href="#">Wisniewski (1971)</a>	in 3 nights fainter (2x0.6 mag, 1x0.1 mag)
					-	RV	<a href="#">Abt &amp; Wisniewski (1972)</a>	only two RV values
					-	ED	<a href="#">Woodward (1972)</a>	depression with 0.2 mag in data from Detre (1937)
					-	ED	<a href="#">Sidorov (1978)</a>	depression in data from Detre (1937)
RZ Cet	02 28 32.44 -08 21 30.1	11.245 - 12.240 V	B?	RRab	12500 d	LITE	<a href="#">Le Borgne et al. (2007)</a>	
					75.4 yr	LITEM	<a href="#">Liska et al. (2015b)</a>	
X Ari	03 08 30.88 +10 26 45.2	9.036 - 9.966 V	-	RRab	-	LITE	<a href="#">Le Borgne et al. (2007)</a>	
OGLE-LMC-RRLYR-03541	05 02 17.37 -68 51 24.3	18.932 V	-	RRab	16.229 d	ED	<a href="#">Soszynski et al. (2009)</a>	in LMC - high possibility of blend, BEP?
BE Dor *	05 09 18.91 -69 50 14.5	14.35 - 14.68 I	-	RRc	2900 d	LITEM	<a href="#">Derekas et al. (2004)</a>	

Obrázek 7.1: Ukázka našeho seznamu kandidátů na dvojhvězdné systémy s RR Lyrae složkou *RRLyrBinCan*, který je dostupný na webu <http://rrlyrbincan.physics.muni.cz/>.

základních fyzikálních parametrů. U několika RR Lyrae hvězd bylo navrženo zařazení mezi zákrytové systémy. Zaznamenané zákryty jsou však ve většině případů založeny na unikátních pozorováních bez pozdějšího potvrzení. Pozorované změny tak mohou být jen formou nějakého pozorovacího zkreslení (instrumentální artefakt, chybné zpracování apod.), nebo se může jednat o dlouhoperiodické systémy, ve kterých se zákryty pozorují velmi vzácně. V druhém případě je prokázání jejich dvojhvězdnosti a následné určení správné orbitální periody a dalších parametrů systému komplikované.

Zřejmě nejstarší záznam o detekci zákrytu u RR Lyrae hvězdy byl publikován u VX Her (typ RRab). [Fitch et al. \(1966\)](#) u ní zaznamenali abnormální chování v jedné z pozorovacích nocí, kdy hvězda byla ve fázi minimální jasnosti ještě o 0,7 mag slabší, než u ní bylo obvyklé. Bohužel žádné další opakování této změny nebylo dosud publikováno.

Podobné chování zaznamenal u RRc hvězdy RW Ari [Wiśniewski \(1971\)](#). Tuto hvězdu pozoroval během 19 nocí v roce 1966. Ve dvou nocích byla RW Ari ve filtru  $V$  o 0,6 mag slabší než obvykle a v jedné noci jen o 0,1 mag. Wiśniewski navrhl, že poklesy jasnosti odpovídají primárnímu a sekundárnímu minimu zákrytového systému. Po odečtení průměrné pulzační světelné křivky obdržel typickou světelnou křivku zákrytového systému, což velice dobře prokazuje jeho hypotézu (Obr. 2 v jeho práci). Dále navrhl, s ohledem na změny v barevných indexech  $B-V$  a  $U-B$ , že společníkem bude modrý obr nebo hvězda spektrálního typu B, která je mnohem zářivější než samotná RW Ari. [Wiśniewski \(1971\)](#) také určil předběžnou periodu zákrytů na 3,1754 d. Další pokles jasnosti u RW Ari v jedné noci, který potvrzuje periodu zákrytu (zeslabení o 0,2 mag, předpokládané sekundární minimum), popsal [Woodward \(1972\)](#), který analyzoval fotografická měření z práce [Dette \(1937\)](#). [Abt & Wiśniewski \(1972\)](#) provedli spektroskopická pozorování, která ukázala velmi výrazný rozdíl v RV měřených ve dvou nocích ve stejné pulzační fázi (o  $35 \text{ km s}^{-1}$ ), což bylo jimi interpretováno jako důsledek dvojhvězdnosti.

Nicméně [Edwards \(1978\)](#)<sup>4</sup> měřil RW Ari ve 35 nocích v letech 1976 a 1977 a vyvrátil všechna dříve uvedená prohlášení o její dvojhvězdnosti. V jeho pozorováních žádné indikace zákrytů nebyly detekovány a nově určená barva RW Ari je velmi podobná dalším RRc hvězdám (velmi zářivý společník je tedy nepravděpodobný). Edwards navíc navrhl, že RW Ari by pravděpodobně mohla vykazovat Blažkovu modulaci s periodou 38 d nebo 114 d. Navíc neúspěšnými snahami zachytit zákryt vyvrátil téměř všechny možné hodnoty orbitálních period, které předpověděl na základě poklesů zaznamenaných Wiśniewskim.

Stojí za zmínku, že zprávy o zákrytech u VX Her a RW Ari jsou založeny na fotoelektrických pozorováních provedených totožnou pozorovatelskou skupinou v roce 1966, která používala stejné vybavení a metodu pozorování „bez srovnávacích hvězd“ (měřeny pouze standardní hvězdy, [Fitch et al., 1966](#); [Wiśniewski, 1971](#); [Bookmeyer et al., 1977](#)). Ke zmíněným hvězdám přibyla v této práci i RZ Cet (viz Část 7.6.4), u které byl zaznamenan pokles v jedné noci až o 0,4 mag také v měřeních této skupiny (měření souhrnně publikovaná v práci [Bookmeyer et al., 1977](#)). Proto u těchto tří případů nemůže být zcela vyloučena možnost falešné detekce zákrytů.

Dalším kandidátem na RR Lyrae pulzující hvězdu v zákrytovém systému je objekt V80 UMi nacházející se v trpasličí galaxii v souhvězdí Malého medvěda (Ursa Minor Dwarf Galaxy). Binární vysvětlení pozorovaných změn navrhl [Kholopov \(1971\)](#) na základě fotografických měření prezentovaných v práci [van Agt \(1968\)](#). Kholopov našel

<sup>4</sup>Výsledky jsou publikovány jen v jeho diplomové práci.

možnou zákrytovou periodu blízkou 2 d a pulzační periodu okolo 0,5 d a určil předběžné orbitální parametry systému. Obě hodnoty period jsou však značně podezřelé, protože ve srovnání s 1 dnem jsou blízké poměru přirozených čísel. Poklesy jasnosti byly navíc detekovány pouze na 10 deskách ve třech nocích v řadě. Před a po těchto zákrytech nebylo zaznamenáno nic zvláštního. V80 UMi je velmi slabá hvězda s variacemi v  $B$  filtru v rozsahu 19,20–20,25 mag a to je pravděpodobně důvod, proč byla pro tuto hvězdu pořízena pouze jedna další datová sada (Nemec, Wehlau & Mendes de Oliveira, 1988). Tato fotografická měření nepodporují zákrytovou hypotézu. Autoři alespoň zpřesnili pulzační periodu na 0,498746 d a navrhli jiný typ proměnnosti – anomální cefeidu.

Ve Velkém Magellanově Oblaku (Large Magellanic Cloud – LMC) byly zaznamenány tři kandidáti na zákrytové systémy s RR Lyrae složkami (Soszyński et al., 2003)<sup>5</sup>. Nicméně tyto objekty byly posléze identifikovány jako optické blendy, které se skládají ze dvou odlišných objektů, RR Lyrae hvězdy a zákrytového systému (Soszyński et al., 2003; Prša et al., 2008). Systematické pátrání po RR Lyrae zákrytových systémech v galaktické výduti (3 256 RR Lyrae hvězd pulzujících v základním módu z projektu MACHO) bylo také neúspěšné (Richmond, 2011).

Dosud jedinou známou RR Lyrae hvězdám-podobnou hvězdou v zákrytovém systému, která byla potvrzena i spektroskopicky, je tedy OGLE-BLG-RRLYR-02792 nacházející se v galaktické výduti (Obr. 7.2, Pietrzyński et al., 2012). Naneštěstí tato málo hmotná hvězda ( $M \sim 0,26 M_{\odot}$ ) s pulzační periodou 0,6275 d se s nejvyšší pravděpodobností pouze chová podobně jako RR Lyrae pulzátor a to z důvodu vývoje v těsné dvojhvězdě<sup>6</sup> – současná orbitální perioda je 15,24 d a velká poloosa je  $32 R_{\odot}$ . Důvody pro vyčlenění této hvězdy ze skupiny klasických RR Lyrae hvězd diskutovali důkladně Pietrzyński et al. (2012) a Smolec et al. (2013). Zaznamenali několik indicií – hrbol (bump) na vzestupné větvi křivky RV, výraznou odlišnost ve velikosti Fourierova parametru  $\phi_{31}$  (podpořenou teoretickými modely) a velmi vysokou rychlost zkracování periody – které pro OGLE-BLG-RRLYR-02792 znamenají, že nebude normální (klasickou) RR Lyrae hvězdou. Z tohoto důvodu ji Pietrzyński et al. (2012) prezentují jako prototyp nové třídy proměnných hvězd nazvané „Pulzátoři vzniklí vývojem ve dvojhvězdě“ (Binary Evolution Pulsators – BEP).

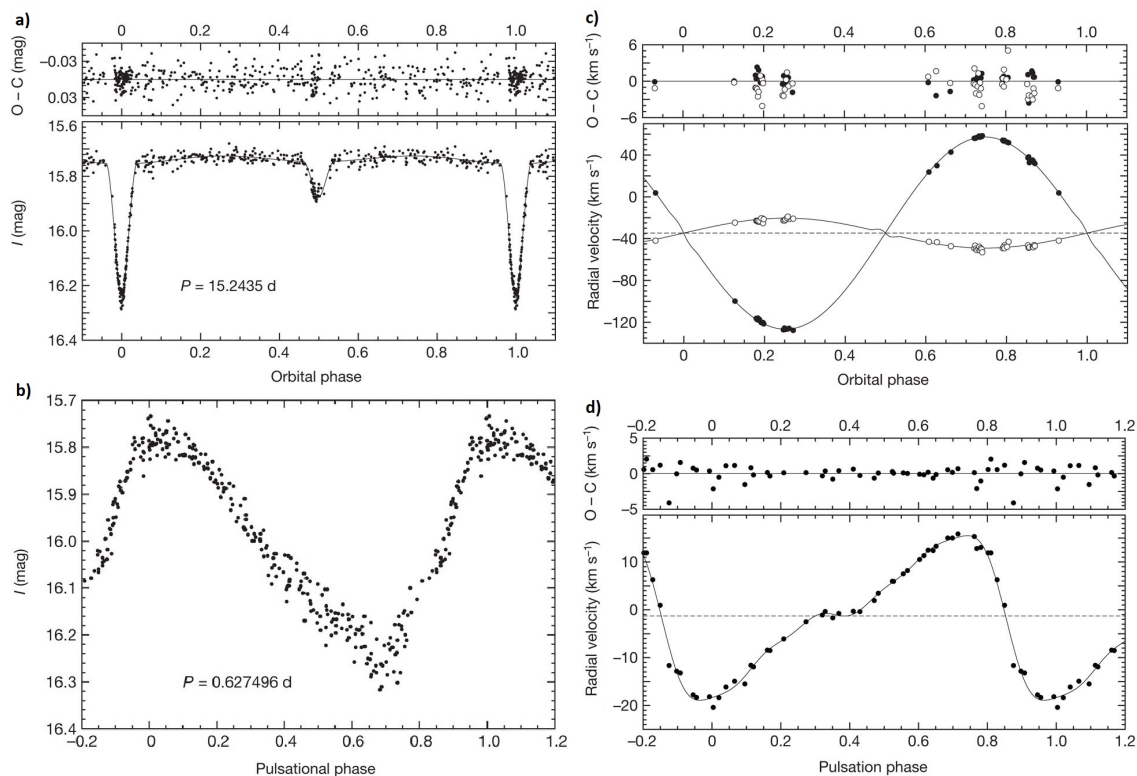
Další objekt, OGLE-LMC-RRLYR-03541 v LMC (Obr. 7.3, Soszyński et al., 2009), pravděpodobně také patří do této skupiny objektů (podobný tvar světelné křivky, relativně krátká orbitální perioda 16,229 d, Hajdu, 2015, priv. comm.). Dosud však nebylo ani vyloučeno, zda se nejedná o blend dvojice úhlově blízkých objektů (hvězda je v LMC – blend je pravděpodobný z důvodu velké úhlové hustoty hvězd).

## 7.2.2 Systémy s LiTE

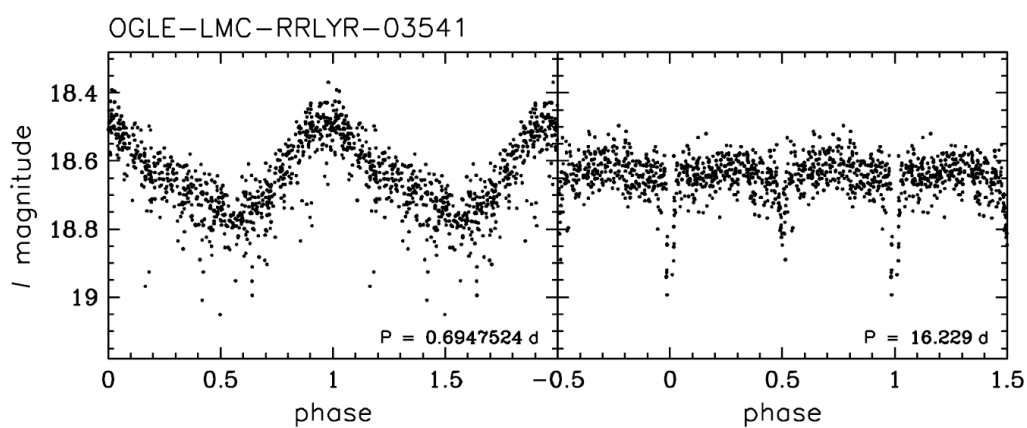
Dvojhvězdnost u systému s pulzující hvězdou může být odhalena i bez zákrytů pomocí periodických změn v časech výskytů maximální jasnosti pulzující složky, což je způsobeno oběhem neviditelného společníka. Tento efekt rozdílné dráhy světla (LiTE) je obvykle zkoumán pomocí  $O-C$  diagramů (více v Části 7.3.4). LiTE se taktéž projevuje fázovým rozmazáním světelné křivky, proto jej lze detekovat i pomocí frekvenční analýzy obdobným postupem jako v případě analýzy Blažkova jevu.

<sup>5</sup>OGLE050731.10–693010.3, OGLE051822.60–691817.3, OGLE052218.07–692827.4.

<sup>6</sup>Sekundární, mnohem hmotnější složka je na začátku vývojové fáze červeného obra.



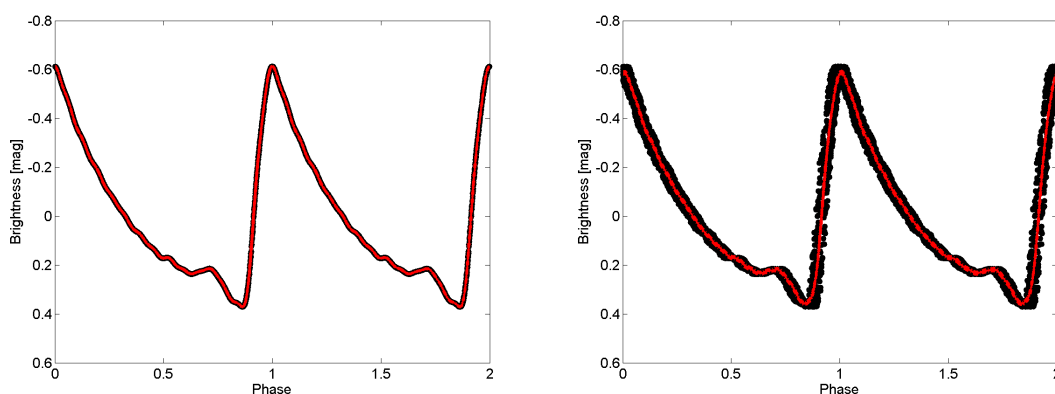
Obrázek 7.2: Rozpletené fázové křivky pro systém OGLE-BLG-RRLYR-02792. Panely nahoře (a), c) ukazují světelné změny a variace v RV pro zákrytový pár, v panelech dole (b), d) pro pulzující složku. Převzato z práce [Pietrzyński et al. \(2012\)](#).



Obrázek 7.3: Světelná křivka pro systém OGLE-LMC-RRLYR-03541 sfázovaná s pulzační periodou (panel vlevo) a světelné změny po odečtení střední pulzační křivky sfázované s dvojhvězdnou periodou (panel vpravo). Převzato z práce [Soszyński et al. \(2009\)](#).

Ukázka vlivu LiTE na světelnou křivku je znázorněna na Obr. 7.4, 7.5 a 7.6 pomocí modelových simulací. Model standardní křivky RRab hvězdy vznikl na základě fotometrických změn hvězdy TU UMa ve filtru  $V$  z práce Liakos & Niarchos (2011b) a je znázorněn harmonickým polynomem 15. stupně (Obr. 7.4, vlevo). Světelné změny byly náhodně vygenerovány tak, aby trvaly 3 cykly LiTE (zhruba 70 let, viz níže) a aby se podobaly pozemským řídkým pozorováním (průměrně 50 bodů/rok, pozorování jen v „noci“ – desetinná část JD nabývá jen 0,00–0,25 a 0,75–0,99, a v datech jsou každoroční mezery – měření pokrývají jen 2/3 roku a nejhustěji jsou rozprostřeny kolem „středu maximální viditelnosti“). Ve světelné křivce je přítomen jen náhodný šum daný zaokrouhlením hvězdných velikostí na 0,001 mag.

K této křivce byl přičten periodický časový posuv, odpovídající LiTE (Obr. 7.4, vpravo), který byl spočten na základě známých orbitálních parametrů systému TU UMa z práce Liška et al. (2015a)<sup>7</sup>, ale bez započtení zkracování periody v důsledku vývoje ( $\dot{P}_{\text{puls}} = 0$ ).



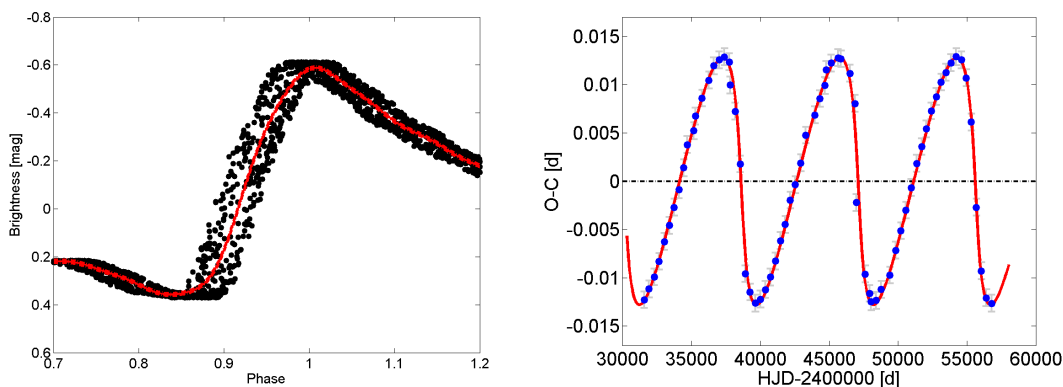
Obrázek 7.4: Vliv LiTE na světelnou křivku RRab hvězdy. Křivka je zobrazena bez přítomnosti LiTE (panel vlevo) a s LiTE, kdy došlo k fázovému rozmazání (panel vpravo).

LiTE způsobí rozmazání ve fázi s celkovou amplitudou 0,045 fáze, dobře viditelné v detailu na Obr. 7.5 (levý panel), které odpovídá cyklickým změnám v  $O-C$  diagramu s celkovou amplitudou 0,025 d (Obr. 7.5, vpravo). Ten je zde zobrazen spočteným modelem (červená čára), ale i okamžiky maxim, které byly určeny z vygenerovaných syntetických křivek metodou template fitting, viz Část 3.2.3 (modrá kolečka). Přítomnost LiTE se projeví viditelně i v reziduích světelné křivky. Světelné změny, od kterých se odečte střední pulzační křivka, budou vykazovat cyklický vzor (Obr. 7.6, vpravo) na rozdíl od normální křivky (Obr. 7.6, vlevo). U normální křivky je reziduum dáno jen náhodným rozptylem, zde je způsobený numerickou přesností (hvězdné velikosti byly udávány s přesností na tisícinu mag). Frekvenční analýza světelné křivky modulované LiTE (provedená např. programem Period04, Lenz & Breger, 2005), odhalí ve frekvenčním spektru kromě základní frekvence a jejích násobků denní a roční aliasy a také postranní vrcholy (peaky, píky) s rozestupy korespondujícími periodě LiTE. Až do tohoto bodu se výsledky shodují s frekvenční analýzou hvězdy s Blažkovou modulací (ta může mít mnohem složitější

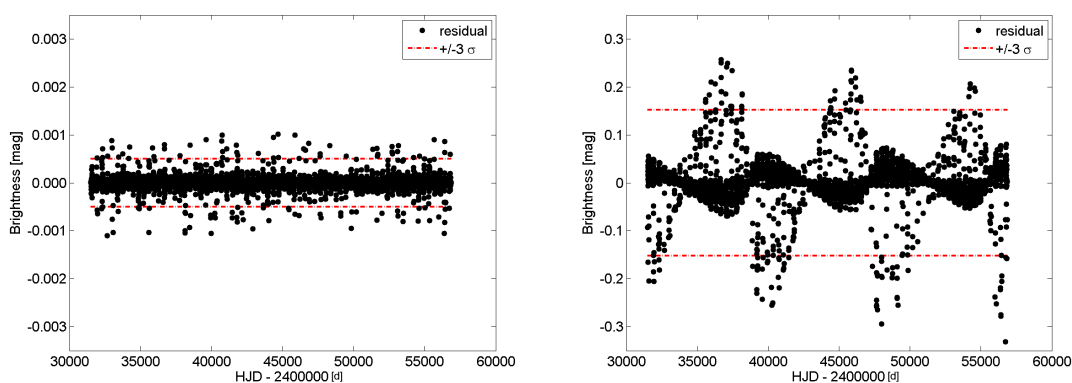
<sup>7</sup> $P_{\text{puls}} = 0,55765748$  d,  $M_0 = 2442831,4863$ ,  $P_{\text{orbit}} = 8497$  d,  $T_0 = 2447138$ ,  $e = 0,67$  d,  $\omega = 184,8^\circ$ ,  $A = 0,0172$  light days, více informací o parametrech a LiTE v Části 3.2.6.



frekvenční spektrum, viz [Benkő et al., 2011](#)). Pokud se však zobrazí světelné změny s modulační periodou, v případě LiTE by měla být maximální i minimální jasnost v každé fázi LiTE na konstantní hodnotě, na rozdíl od Blažkovy modulace, kdy budou viditelné různé úrovně jasnosti (obálky maximální i minimální jasnosti budou podobné funkci sinus, ale budou v protifázi). Dosud není jisté, zda se Blažkův jev musí vždy projevovat i ve změnách jasnosti (amplitudová modulace) nebo zda je zcela dostatečná fázová modulace. Navíc amplituda změn může být velmi nízká, v daném měření nedetekovatelná. Obálky modulací také mohou nabývat složitých tvarů (viz [Benkő et al., 2011](#)).



Obrázek 7.5: Detail fázového rozmazání křivky vlivem LiTE (panel vlevo) a změny v  $O-C$  diagramu způsobené LiTE (panel vpravo).



Obrázek 7.6: Model reziduí po odečtení střední pulzační křivky od normálních světelných změn (náhodný šum, panel vlevo) a rezidua u světelných změn modulovaných LiTE, které vykazují periodický vzor (panel vpravo). Na levém grafu je měřítko o 2 řády menší.

Na základě možné detekce LiTE bylo několik RR Lyrae hvězd navrženo na dvojhvězdné systémy. Pravděpodobně nejznámějším příkladem je TU UMA. Tato hvězda vykazuje periodické variace v časech maximální jasnosti s periodou zhruba 23 let, které se navíc překrývají s parabolickým trendem způsobeným hvězdným vývojem. Myšlenku dvojhvězdnosti TU UMA zmínil poprvé [Szeidl et al. \(1986\)](#) a LiTE byl následně analyzován v pracích [Saha & White \(1990a\)](#)<sup>8</sup>, [Kiss et al. \(1995\)](#) a [Wade et al. \(1999\)](#).

<sup>8</sup>[Saha & White \(1990a\)](#) a [Wade et al. \(1999\)](#) analyzovali také systematické posuvy v RV.



Původní měření, současná pozorování dostupná ve velkých celooblohových přehlídkách a měření z fotografických desek nám umožnila provést novou velmi přesnou analýzu  $O-C$  diagramu u hvězdy TU UMa (Liška et al., 2015a). Bylo zjištěno, že TU UMa velmi pravděpodobně tvoří pár s málo hmotnou složkou (minimální hodnota hmotnosti  $0,33 M_{\odot}$ ) s nízkým zářivým výkonem a s orbitální periodou 23,4 let. Předpoklad dvojhvězdnosti byl podpořen analýzou dostupných měření RV. Celá analýza je rozebrána podrobněji v Části B této kapitoly.

Podobné cyklické variace v  $O-C$  diagramu o délce 7 200 d (19,7 yr) spolu s pomalým prodlužováním pulzační periody vykazuje i XZ Dra, kterou analyzovali Jurcsik et al. (2002). Autoři této studie určili orbitální parametry možné dvojhvězdy, které jim umožnily popsat  $O-C$  diagram a variace v měřeních RV. Sami však diskutují nad jinými mechanismy, např. magnetickým cyklem, které mohou u této hvězdy způsobovat pozorované variace (tvar  $O-C$  změn není tak dokonalý, hladký jako v případě TU UMa).

Dalším velmi zajímavým objektem vykazujícím chování podobné LiTE je BE Dor<sup>9</sup>, kterou studovali Derekas et al. (2004). Tato RRc hvězda z galaktického pole leží ve směru k LMC a proto je často a přesně měřena přehlídkou OGLE. Jestliže je její dvojhvězdná povaha skutečná, RR Lyrae složka by měla obíhat s periodou 8 let okolo hmotného středu soustavy s černou dírou s hmotností zhruba  $60 M_{\odot}$ . Ačkoli autoři sami argumentují proti tomuto výkladu, a preferují vysvětlení pomocí nějakého druhu magnetického cyklu místo dvojhvězdnosti, povaha tohoto exotického objektu je stále nejasná.

V minulém roce Li & Qian (2014) analyzovali malé změny v časech maxima u FN Lyr a V894 Cyg na základě dat z vesmírného dalekohledu *Kepler*. Zjistili, že obě hvězdy jsou doprovázeny málo hmotným objektem, pravděpodobně hnědým trpaslíkem nebo gigantickou planetou s orbitálními periodami 795 d (FN Lyr) a 1084 d (V894 Cyg). Je velmi pravděpodobné, že mnoho podobných systémů bude odhaleno v dohledné době díky vysoce přesným vesmírným měřením (např. Guggenberger & Steixner, 2014).

Velmi nedávno Hajdu et al. (2015) objevili dvacet kandidátů na dvojhvězdy mezi objekty z galaktické výdutě měřeními v rámci přehlídky OGLE (mezi RR Lyrae hvězdami pulzujícími v základním módu). Jejich analýza zahrnovala 1 952 dobře proměřených hvězd s časovými základnami o délce až 17 let. Na základě těchto výsledků odhadli, že  $\gtrsim 4\%$  ze všech RR Lyrae hvězd patří do dvojhvězdných systémů. Autoři vyjádřili naději v potvrzení těchto systémů pomocí astrometrie.

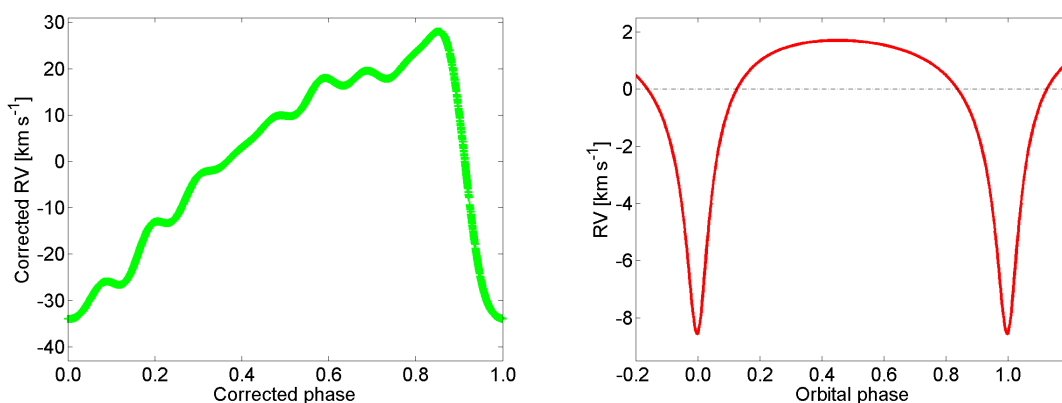
Analýza dlouhodobého, možná periodického chování hvězd AV Peg, RS Boo, RR Leo (Oláh & Szeidl, 1978; Szeidl et al., 1986) a RZ Cet (Le Borgne et al., 2007), také přináší náznaky dvojhvězdnosti těchto objektů. Dále Le Borgne et al. (2007) přidal několik dalších mírně nejistých příkladů hvězd s nějakou podobou podivného chování v  $O-C$  diagramech, které také mohou být důsledkem dvojhvězdnosti (např. SX Aqr, X Ari a další). Dlouhodobý, několik desetiletí trvající monitoring některých kulových hvězdokup přinesl identifikaci několika dalších kandidátů na RR Lyrae hvězdy ve dvojhvězdách např. v M3, M5 nebo M53 (Szatmary, 1990; Szeidl et al., 2011; Jurcsik et al., 2012).

<sup>9</sup>BE Dor = MACHO\* J050918.712-695015.31.

### 7.2.3 Spektroskopické dvojhvězdy

Spektroskopické dvojhvězdy objevené pomocí variací v RV tvoří velkou část známých dvojhvězdných systémů mezi běžnými hvězdami. Nicméně toto konstatování neplatí, alespoň částečně, pro RR Lyrae hvězdy, ve kterých je situace komplikována pulzacemi. Rychlosti pohybů povrchových vrstev atmosféry dosahují vlivem pulzací amplitud několika desítek  $\text{km s}^{-1}$  (zhruba  $60 - 100 \text{ km s}^{-1}$ , např. Liu, 1991; Sesar, 2012). Změny RV u těchto hvězd v důsledku oběhu ve dvojhvězdě by měly být mnohem menší nebo maximálně srovnatelné<sup>10</sup>. Záleží zejména na vzdálenosti obou hvězd, poměru jejich hmotností, excentricitě dráhy a orientaci dráhy vůči pozorovateli. Především v oddělených systémech budou tyto pulzující složky ve spektru pravděpodobně dominovat (důvody byly zmíněny v Části 7.1). Proto pouze dlouhodobá, vysoce přesná spektroskopická pozorování a následné aplikování metody rozplétání spekter (disentangling) může přinést dlouho očekávaný úspěch.

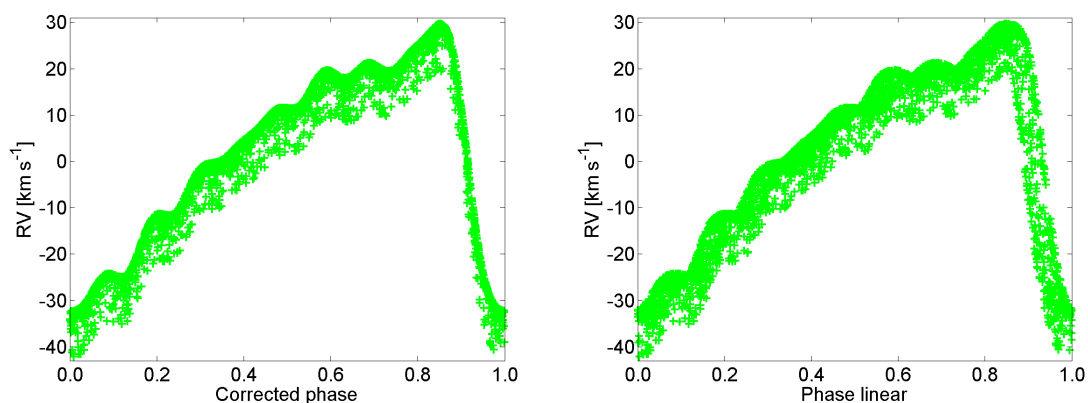
Pro představu je zde uveden modelový příklad pulzačních změn v RV u RRab hvězdy (Obr. 7.7, 7.8). Jako vzor byly použity měření RV pro hvězdu TU UMa (Liu & Janes, 1989) znázorněné harmonickým polynomem 10. stupně (Obr. 7.7, vlevo) s celkovou amplitudou změn  $62 \text{ km s}^{-1}$ . Náhodně vygenerovaná měření RV mají podobnou délku i časovou kaudenci jako u modelu světelných změn v předchozí kapitole. Tato křivka RV byla zkombinována s modelovou křivkou orbitálních změn v RV způsobených oběhem ve dvojhvězdě (fázová křivka na Obr. 7.7, vpravo), taktéž odpovídající systému TU UMa (parametry převzaty z Liška et al., 2015a). Celková amplituda oběžných změn je  $10,3 \text{ km s}^{-1}$ . Složená křivka vykreslená v pulzační fázi je tedy rozmazaná ve vertikálním směru (Obr. 7.8, vlevo). Měřené změny však budou navíc ovlivněny i LiTE a křivka RV tak bude rozmazaná i ve fázi (viz Obr. 7.8, vpravo).



Obrázek 7.7: Model střední pulzační křivky RV pro RRab hvězdu (sfázováno s pulzační periodou, panel vlevo). Model křivky RV způsobené oběhem ve dvojhvězdě (sfázováno s orbitální periodou, panel vpravo).

Jediná dosud známá spektroskopická dvojhvězda s RR Lyrae složkou, která je současně i zákrytovým systémem, je OGLE-BLG-RRLYR-02792 (Pietrzyński et al., 2012),

<sup>10</sup>U soustavy OGLE-BLG-RRLYR-02792 jsou orbitální změny dokonce pětikrát větší (Obr. 7.2), ale zde se jedná o netypický systém.



Obrázek 7.8: Součet křivek RV pro pulzační i orbitální změny (panel vlevo), navíc doplněné o LiTE (panel vpravo). Změny v RV jsou sfázovány s pulzační periodou.

viz Část 7.2.1. Tato hvězda je dvojjárová spektroskopická dvojhvězda (typ SB2) s hlavní složkou, která pouze imituje hvězdu typu RR Lyrae (typ BEP).

Pokud jde o hvězdy galaktického pole, TU UMa je jeden z nejnadějnějších cílů, ve kterém jsou možné změny v RV pozorovatelné během desetiletí (Liška et al., 2015a). Variace v RV byla také analyzována u XZ Dra (Část 7.2.2, Jurcsik et al., 2002). K těmto systémům může být přiřazena i RW Ari (Část 7.2.1, Abt & Wiśniewski, 1972).

Na základě rozdílů v systematických RV převzatých z různých prací, které dosahují až několik desítek  $\text{km s}^{-1}$ , bylo identifikováno několik kandidátů na spektroskopické dvojhvězdy. Fernley & Barnes (1997) řadí mezi podezřelé systémy CI And, DM Cyg, BK Dra, XX Hya, ST Leo, CN Lyr a TU UMa. Seznam byl dále doplněn o TY Aps, BX Dra a BX Leo (Solano et al., 1997). Nicméně je důležité uvést, že DM Cyg a TY Aps vykazují Blažkovu modulaci, která může produkovat výrazné posuvy v RV, a hvězda BX Dra byla překlasifikována z typu RR Lyrae (RRc) na zákrytový dvojhvězdný systém (Agerer & Dahm, 1995).

## 7.2.4 Vizuální dvojhvězdy

Vizuální dvojhvězdy obsahující jednu složku typu RR Lyrae jsou těžko detekovatelné vzhledem k obecně velkým vzdálenostem RR Lyrae hvězd od Slunce. Tento typ dvojhvězd by zde však měl být uveden alespoň pro úplnost. Horní limit pro vzdálenost mezi složkami gravitačně vázaného dvojhvězdného systému není pravděpodobně známý (bude závislý jistě i na interakcích vizuálního páru s okolními hvězdami), nicméně z katalogu 3 139 oběžných drah (Malkov et al., 2012) jsme zjistili, že 99,3 % hvězd ve 2 869 dvojhvězdách má celkovou velkou poloosu kratší než 1 000 au. Pro představu přijmeme tuto hodnotu například pro hvězdu, která je prototypem celé skupiny a je nejbližší RR Lyrae hvězdou (RR Lyr samotná, paralaxa  $\pi = 3,46$  mas, van Leeuwen, 2007). V případě, že by tvořila hypotetický systém s celkovou velkou poloosou 1 000 au, byly by složky v maximální úhlové vzdálenosti  $3,46''$ . Velmi dobře to ilustruje obtížnost ve vyhledávání vizuálních systémů mezi RR Lyrae hvězdami, protože možný vizuální systém bude mnohem dále od Slunce a tedy mnohem úhlově těsnější. Navíc v tomto případě změny v pozičních úhlech nemusejí

být detekovatelné na vhodné časové škále (periody stovky i tisíce let, např. u vizuálního systému BV a BW Dra se vzdálenost odhaluje na 1 150 au a perioda 22 000 let, [Batten & Lu, 1986](#)) a je lépe mít mnohem těsnější systémy (ideálně s oběžnou periodou kratší než sto let). Šance pro objevení takovéhoto systému bez adaptivní optiky nebo interferometrů je zanedbatelně malá. Uvádíme zde alespoň seznam některých RR Lyrae hvězd, které tvoří vizuální (optické) páry (Tab. 7.1).

Tabulka 7.1: Vybrané RR Lyrae hvězdy, které tvoří vizuální dvojhvězdy (s nejvyšší pravděpodobností optické páry). Údaje převzaty z WDS ([Mason et al., 2001](#)).

Hvězda	WDS	$\theta_1$ [°]	$\theta_2$ [°]	$\rho_1$ ["]	$\rho_2$ ["]	$t_1$ [yr]	$t_2$ [yr]	$m_A$ [mag]	$m_B$ [mag]
OV And <sup>a</sup>	00209+4050	86	82	7,1	7,4	1917	2002	11,3	11,7
NSV 5394 <sup>b</sup>	11561+4533	171	170	2,2	2,4	1832	2012	9,80	10,44
AP Ser		–	–		8	–	–	~ 11,5	~ 14,3
HH Nor <sup>c</sup>	15435-5151	148	148	12,0	12,5	1835	1999	9,01	10,42
EZ Lyr	18477+3600	122	126	13,7	12,8	1934	2002	11,40	11,63

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> V okolí jsou celkem 3 slabší hvězdy, nejjasnější má odlišnou hodnotu RV (rozdíl o 132 km s<sup>-1</sup>) a proto s OV And nesouvisí ([Prosser, 1988](#)); <sup>(b)</sup> HD 103626, 9,2 – 9,7 mag ( $p_g$ ),  $P = 0,765$  d?, pravděpodobně neproměnná hvězda; <sup>(c)</sup> RRc + EA.

**Struktura:** Hvězda – Název hvězdy v GCVS; WDS – označení v katalogu WDS;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  – poziční úhly B složky vůči A složce v časech  $t_1$ ,  $t_2$ ;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  – úhlové vzdálenosti mezi složkami v časech  $t_1$ ,  $t_2$ ;  $t_1$ ,  $t_2$  – hraniční časy pozičních měření;  $m_A$ ,  $m_B$  – hvězdné velikosti pro A a B složku.

## 7.2.5 Další typy dvojhvězd

V druhé polovině dvacátého století bylo u hvězd AR Her a BB Vir zjištěno, že jsou výrazně teplejší v minimu jasnosti než další RRab hvězdy ([Preston, 1959](#); [Sturch, 1966](#); [Fitch et al., 1966](#); [Bookmeyer et al., 1977](#)). Později byl tento rozpor diskutován a vysvětlen jako možný následek dvojhvězdnosti ([Kinman & Carretta, 1992](#); [Fernley, 1993a](#)). Obě práce předpokládaly, že druhou složkou je modrá horká hvězda.

BB Vir i AR Her jsou známy jako hvězdy s Blažkovým jevem, ale modulace u BB Vir je poněkud diskutabilní ([Skarka, 2014a](#)). [Kinman & Carretta \(1992\)](#) analyzovali detailně fotometrická měření BB Vir použitím indexu ( $B-V$ ) a také dalších charakteristik světelné křivky. Zjistili, že BB Vir má nižší ( $B-V$ ) index než další RRab hvězdy a že amplituda její světelné křivky je menší, než by měla být pro udávanou barvu. Po jejich úpravě světelné křivky BB Vir (předpoklad, že by měla být stejná jako další RRab hvězdy), navrhl, že nerozlišená složka bude horkou hvězdou horizontální větve obrů s podobnými fyzikálními charakteristikami jako má sama BB Vir, která leží na modrém konci pásu nestability (instability strip). Na základě ultrafialových spekter [Fernley \(1993a\)](#) blíže specifikoval teplotu očekávaného společníka na 7 900 K. Také navrhl alternativní vysvětlení, že BB Vir je hvězda typu RRc s neobvykle dlouhou pulzační periodou.

[Borkowski \(1980\)](#) vysvětlil modulaci AR Her jako následek nelineární superpozice základního ( $P_1 = 0,4700$  d) a druhého a třetího harmonického módu ( $P_2 = 0,233$  d). [Kinman & Carretta \(1992\)](#) diskutovali možnost, že pokud je předpoklad dvojhvězdnosti u AR Her správný, příspěvek druhého harmonického módu k její modulaci by mohl být vysvětlen

přítomností nerozlišené RRc hvězdy s periodou 0,233 d, což je pravděpodobnější než následek mixování radiálních harmonických módů. Kinman & Carretta (1992) a Fernley (1993a) názorně ukázali, jaké fotometrické a spektroskopické charakteristiky RR Lyrae hvězd lze očekávat v případě, že by byly ovlivněny společníkem. I přes všechny diskutované teorie přesvědčivý důkaz o dvojhvězdnosti BB Vir a AR Her stále chybí.

Do budoucna lze očekávat, že se podaří odhalit dvojhvězdné systémy i poněkud bizarními způsoby. U systému tvořeného RR Lyrae hvězdou a červeným eruptivním trpaslíkem by se mohlo podařit zaznamenat některé super-erupce. Světelná křivka s dominujícími pulzacemi by mohla být obdobně zdeformovaná jako v případě SS Leo (Skillen et al., 1987). Autoři sami však zaznamenané změny na vzestupné větvi (amplituda ve  $V$  větší než 1 mag) nevysvětlují. Dvojhvězdy lze odhalovat i pomocí gravitačních mikročoček, což hypoteticky může být použito i na tyto systémy. Opravdu zajímavým systémem by byla dvojhvězda tvořená dvěma RR Lyrae hvězdami. Ty by mohly vykazovat zvláštní světelné křivky, zvláště pokud by měly pulzační periody v poměru malých celých čísel. Možná už byly podobné systémy zaznamenány, jen u nich byl např. špatně klasifikován typ proměnnosti.

### 7.2.6 Statistika kandidátů – seznam *RRLyrBinCan*

Vzhledem k tomu, že v rámci této práce byl vypracován přehled známých kandidátů na dvojhvězdné soustavy s RR Lyrae složkami (*RRLyrBinCan*) a tento seznam nemá v současné literatuře o RR Lyrae hvězdách obdoby, je dobré zde uvést z něj vyplývající základní statistiku týkající se těchto možných dvojhvězd (verze z 25. 9. 2015).

Seznam v hlavní tabulce (katalog dvojhvězdných kandidátů) obsahuje 85 záznamů pro 61 objektů. Z těchto 61 hvězd je 13 (21,3 %) řazeno mezi Blažkovy hvězdy a 5 (8,2 %) hvězd je z Blažkova jevu podezříváno. Naprostá většina zde zahrnutých hvězd patří do typu RRab (59, t.j. 96,7 %), jen 2 hvězdy jsou typu RRc.

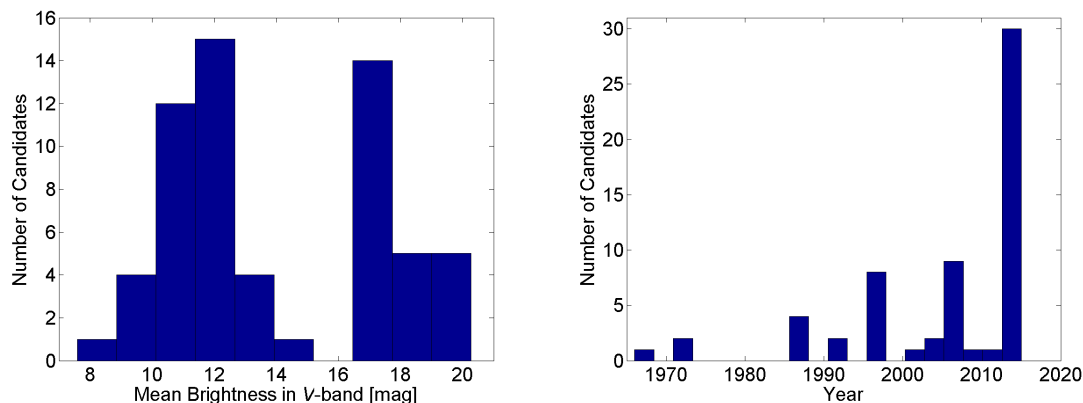
Histogram zastoupení kandidátů dle střední hvězdné velikosti ve filtru  $V^{11}$  ukazuje zřetelně dvě populace (Obr. 7.9, vlevo): jasné hvězdy z galaktického pole (8–15 mag) a mnohem slabší hvězdy (16,5–20 mag) z galaktické výdutě doplněné o nejslabší objekty, které už patří do nejbližších okolních galaxií (LMC, Ursa Minor Dwarf Galaxy).

Kandidáti jsou odhalováni průběžně od 70. let 20. století, ale z Obr. 7.9 (panel vpravo) je zcela zřejmý nárůst objevů v poslední době (2014–2015), což svědčí o aktuálnosti této práce. Velmi zajímavá je závislost na Obr. 7.10 mezi počtem kandidátů a použité detekční/analyzační metodě. Zde je zcela zřejmé, že v současnosti nejuspěšnější metoda na odhalování a studium dvojhvězdných systémů mezi RR Lyrae hvězdami je analýza  $O-C$  diagramu za účelem nalezení LiTE. V současnosti je 28 hvězd zařazených mezi kandidáty bez spočteného orbitálního modelu (většina těchto hvězd nemá ani uvedenou periodu).

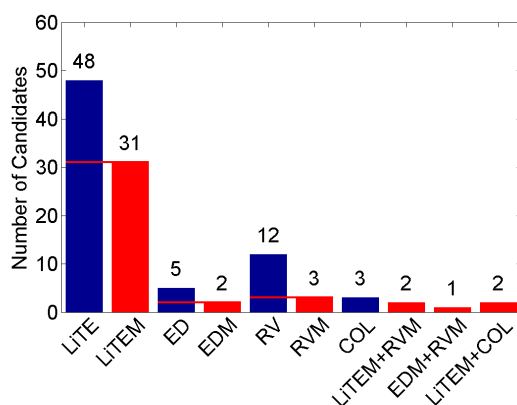
V další naší on-line tabulce, ve které jsou vedeny hvězdy klamně označené za RR Lyrae dvojhvězdné systémy, je uvedeno 13 záznamů pro 6 objektů. Z toho 4 objekty jsou blendy zakrytové dvojhvězdy a RR Lyrae hvězdy a dvě hvězdy byly chybně označeny za

<sup>11</sup>U většiny hvězd je střední hvězdná velikost určena z celého rozsahu změn ve  $V$ , v několika případech byly dopočteny hvězdné velikosti určené z jiné oblasti spektra. Pro představu je to však zcela dostačující.

RR Lyrae hvězdu (jeden objekt je zákrytový systém typu EW, druhý objekt je pulzující hvězda typu HADS).



Obrázek 7.9: Zastoupení kandidátů na RR Lyrae dvojhvězdné systémy dle střední hvězdné velikosti ve filtru V je zobrazeno v panelu vlevo. V pravém panelu je prezentována závislost množství objevených kandidátů pro jednotlivé roky.



Obrázek 7.10: Zastoupení kandidátů na RR Lyrae dvojhvězdné systémy dle použité detekční metody. Počty z červených sloupců jsou již obsaženy v modrých sloupcích (naznačeno červenými vodorovnými čarami). Zkratky jednotlivých metod jsou následující: LiTE – Light Time Effect (efekt rozdílné dráhy světla), ED – Eclipse Detection (detekce zákrytu), RV – Radial Velocity (změny v radiálních rychlostech), COL – Colour (odlišnost v barvě). Zkratky LiTEM, EDM, RVM končící na písmeno M (Model) označují systémy, u kterých byly vypočteny modely pozorovaných změn a na jejich základě byly určeny orbitální parametry systému dostupné v dané publikaci.



### 7.3 Změny period RR Lyrae hvězd v $O-C$ diagramech

Od počátku moderního výzkumu proměnných hvězd je pro popis vývoje period hvězd užíván velmi snadný a ilustrativní  $O-C$  diagram. Čas zvolené fáze (obvykle extrém světelných změn – maximum nebo minimum), které je napozorováno ( $O$  – Observed), je srovnáno s předpovězeným časem vypočteným na základě přijaté efemeridy ( $C$  – Calculated). Následně je časový rozdíl  $O-C$  vyneseno v závislosti na čase nebo pořadovém čísle cyklu  $N$  (epocha).

V grafu  $O-C$  je velmi snadné vyšetřovat dlouhodobé systematické trendy, které mohou být např. monotónně lineární (konstantní perioda), parabolické (změny periody s konstantní rychlostí zkracování nebo prodlužování periody), periodické, stejně jako náhlé nebo více či méně nepravidelné. Přehled tvarů  $O-C$  diagramů lze nalézt např. v práci [Liška & Skarka \(2015\)](#) a v Části 1.2.1. V případě RR Lyrae hvězd může být chování jejich period velmi komplexní s kombinací mnoha různých důvodů změny periody, někdy s dosud nejasným vysvětlením. Proto RR Lyrae hvězdy vykazující příznaky LiTE by bez dalšího nezávislého potvrzení dvojhvězdnosti měly být nazývány pouze „kandidáty“ na dvojhvězdné systémy. Velmi ilustrativní příklady mnoha  $O-C$  diagramů RR Lyrae hvězd lze nalézt např. ve studiích [Jurcsik et al. \(2001, 2012\)](#), [Szeidl et al. \(2011\)](#) nebo [Le Borgne et al. \(2007\)](#).

Změna v délce pulzační periody se projevuje na celé světelné křivce, proto ji lze studovat i prostřednictvím frekvenční analýzy naměřené datové sady. Faktor, který značně omezuje tento postup, spočívá v homogenitě naměřené sady. Měření musejí být pořízena v jednom filtru, jedním přístrojem, zpracována jedním programem případně správně standardizována a opravena o trendy/posuvy v datech. V případě dostupnosti mnoha nekompatibilních sad měření pro jednu konkrétní hvězdu je možné použít odlišný způsob. V každé sadě se nezávisle určí pulzační perioda a ta se vynesou do grafu v závislosti na čase. Z důvodu lepší názornosti budou dále rozebrány změny period na základě tvaru  $O-C$  diagramu.

#### 7.3.1 Vývojové efekty

Již na začátku minulého století [Eddington \(1918\)](#) poukázal na to, že pulzující hvězdy budou podléhat vývojovým změnám pulzačních period díky změnám v hustotě jejich vnitřních vrstev. Tyto změny jsou velice pomalé, proto je k jejich zaznamenání potřeba získat pozorování rozprostřená na mnoho desetiletí. Naštěstí v některých případech jsou RR Lyrae hvězdy pozorovány déle než století.

Ve výzkumu RR Lyrae hvězd je obvyklé vyjadřovat rychlost změny periody parametrem  $\beta = \dot{P}_{\text{puls}} = dP_{\text{puls}}/dt$  v jednotkách  $[d \text{ Myr}^{-1}]$  nebo  $[\text{ms d}^{-1}]$  a parametrem  $\alpha = \beta/P_{\text{puls}} = (1/P_{\text{puls}})\dot{P}_{\text{puls}}$  v  $[\text{Myr}^{-1}]$ . Časová derivace periody je rovna  $\dot{P}_{\text{puls}} = 2a_3/P_{\text{puls}}$ , kde  $a_3$  je třetí koeficient v parabolické efemeridě okamžiků maxim (např. [Le Borgne et al., 2007](#))<sup>12</sup>. V závislosti na hmotnostech RR Lyrae hvězd, jejich chemickém složení a vývojovém stádiu mohou tyto proměnné vykazovat během svého vývoje na horizontální větvi obrů jak zkracování periody, tak její prodlužování (viz např. teoretické práce [Sweigart,](#)

<sup>12</sup>Někteří autoři (např. [Hajdu et al., 2015](#)) používají odlišnou definici parametru  $\beta$  – jejich  $\beta_{\text{jejich}} = a_3$  a  $\beta_{\text{jejich}} = 1/2 P_{\text{puls}} \beta$ .



1987; Lee & Demarque, 1990). Když jde vývoj směrem k modrému konci větve, perioda hvězd se pomalu zkracuje, zatímco vývoj z modré do červené oblasti znamená prodlužování periody. Vzhledem k tomu, že vývoj k červenému konci je mnohem rychlejší než k modrému konci, rychlost změny periody je vyšší pro prodlužování periody než pro její zkracování.

Podle práce Lee & Demarque (1990) se většina RR Lyrae hvězd nachází poblíž raného stádia svého vývoje na horizontální větvi obrů. Analýzou velkého vzorku hvězd z kulových hvězdokup Lee & Demarque (1990) zjistili, že průměrná hodnota parametru  $\beta$  je okolo nuly nebo velmi mírně kladná. Tento výsledek potvrdil i Lee (1991). Ve své práci provedl srovnání syntetických horizontálních větví obrů s větvemi pozorovanými pro několik kulových hvězdokup a zjistil, že parametr  $\beta$  závisí na typu horizontální větve obrů. Další potvrzení přišlo se studii, které vypracovali Jurcsik et al. (2001, 2012) a Szeidl et al. (2011), kteří analyzovali změny period u RR Lyrae hvězd v kulových hvězdokupách  $\omega$  Cen, M3 a M5.

Ve všech těchto studiích, stejně jako např. v práci Le Borgne et al. (2007), kteří analyzovali  $O-C$  diagramy hvězd galaktického pole, byly zaznamenány některé pekuliární objekty s velmi vysokou kladnou nebo zápornou hodnotou parametru  $\beta$ . U hvězd s velkou hodnotou  $\beta > 0$  se uvažuje, že prodělávají konečné epizody svého života na horizontální větvi, zatímco RR Lyrae hvězdy s nejrychlejším zkracováním periody jsou předpokládány ve stádiu před horizontální větví (Sweigart & Renzini, 1979; Silva Aguirre et al., 2008). Avšak u několika hvězd s největšími hodnotami parametru  $\beta$  nemohou být tyto rychlé změny period vysvětleny vývojovou teorií. V této práci navrhuje, že by pro některé tyto hvězdy rozdíl mezi pozorováním a teorií mohl být způsoben chybnou interpretací  $O-C$  diagramu. V případě potenciálních dvojhvězd s dlouhými orbitálními periodami mohou odpovídající  $O-C$  změny napodobovat parabolu, pokud mají dostupná pozorování krátkou časovou základnu a pokrývají tak pouze krátký úsek cyklu LiTE.

U několika RR Lyrae hvězd byly zaznamenány tvary  $O-C$  diagramů, které se výrazně odlišují od prosté paraboly (tvar vyššího stupně polynomu). Pro dobrý popis pozorovaných změn byly předpokládány kubické efemeridy a u některých hvězd byly opravdu nalezeny významné kubické členy podporující tuto formu efemeridy (např. RS Boo, SU Dra a RW Cnc, Le Borgne et al., 2007). Tento postup však není fyzikálně podložen, jak ukázali Mikulášek & Zejda (2013). Za předpokladu, že tyto změny periody jsou způsobeny vývojovými efekty, lze délku periody popsat mocninným zákonem (power law), ve kterém  $dP_{\text{puls}}/dt \sim P_{\text{puls}}^{2-q}$ , kde  $q$  je tzv. decelerační parametr. Z tohoto zákona lze odvodit rovnici parabolické, ale i kubické efemeridy. Kubický člen je však vždy zanedbatelný dokonce i u objektů s extrémním zkracováním/prodlužováním periody (změny periody by měly být vždy dostatečně pozvolné). To znamená, že u těchto RR Lyrae hvězd dochází k mnohem komplexnějšímu chování než jen k očekávaným vývojovým jevům (vhodným vysvětlením je např. v této práci navrhovaná dvojhvězdnost).

### 7.3.2 Blažkův jev

Téměř polovina všech RRab hvězd (Jurcsik et al., 2009; Benkó et al., 2010) vykazuje více či méně periodické změny ve tvaru světelných křivek, které jsou známy jako Blažkův jev (Blažko, 1907). Tento efekt se projevuje jak ve změnách světelné křivky (změna

tvaru a amplitudy), tak v čase maximální jasnosti. Proto lze tyto změny analyzovat i pomocí  $O-C$  diagramu. U Blažkových hvězd vykazují  $O-C$  diagramy periodické variace s amplitudou maximálně okolo 0,2 d. Současná držitelka rekordu je hvězda V445 Lyr s  $\Delta(O-C) \sim 0,15$  d (Guggenberger et al., 2012). Periody Blažkova efektu se liší až o několik řádů – od 5 dní po více než 5 let (Szczygieł & Fabrycky, 2007). Ve skutečnosti horní limit pro délku Blažkova cyklu není znám a maximální zaznamenané hodnoty period závisí na délce časové základny použitých měření. Proto také může být Blažkův jev snadno chybně klasifikován jako LiTE.

### 7.3.3 Nepravidelné a jiné změny

Mimo periodické změny způsobené Blažkovým jevem prodělávají RR Lyrae hvězdy velmi náhlé, náhodné a nepravidelné změny (erratic variations), které postihují převážně Blažkovy hvězdy (viz např. Jurcsik et al., 2012; Le Borgne et al., 2007). Tyto náhlé, velmi výrazné změny jsou pozorovány např. u hvězdy XZ Cyg (Bezdenzhnyi, 1988) nebo RR Gem (Sódor, Szeidl & Jurcsik, 2007) a obvykle se přisuzují nestabilitám v průběhu finální fáze spalování helia jako následek promíchávání materiálu v konvektivní slupce jádra (Sweigart & Renzini, 1979). Další možné vysvětlení se zabývá změnami v gradientu héliového složení, v oblasti pod vodíkovou a héliovou konvektivní zónou (Cox, 1998).

Další ne nezbytně nepravidelné změny mohou být spojeny s magnetohydrodynamickými efekty. Ty jsou pravděpodobně jedinou možností, jak vysvětlit problém s cyklickými změnami s velkou amplitudou, které byly detekovány u hvězd nevykazujících Blažkův jev. Projevují se jako pekulární LiTE způsobený velmi hmotnou druhou složkou (pravděpodobně černá díra s hmotností několika desítek  $M_{\odot}$ ), např. BE Dor (Derekas et al., 2004).

### 7.3.4 Efekt rozdílné dráhy světla (LiTE)

Pravděpodobně posledním způsobem, jak mohou být ovlivněny  $O-C$  hodnoty u RR Lyrae hvězd, je v důsledku orbitálního pohybu ve dvojhvězdném systému. Pro dobrou detekovatelnost tohoto efektu je potřeba, aby měl systém vhodné parametry (inklinační úhel dráhy, velkou poloosu). Orbitální pohyb RR Lyrae složky kolem společného hmotného středu bude produkovat detekovatelné změny v časech výskytu maximální jasnosti (budou se cyklicky předcházet či zpožďovat). Tyto časové variace jsou následkem konečné rychlosti světla a jev, který je způsobuje, je nazýván efektem rozdílné dráhy světla (Light Time Effect – LiTE), jak již bylo zmíněno dříve. Když je pulzující hvězda v nejbližší části své dráhy k pozorovateli, čas potřebný k dosažení pozorovatele je logicky kratší než v případě, kdy je hvězda v jiných částech dráhy. Jak hvězda obíhá kolem hmotného středu systému, budou se odpovídající  $O-C$  hodnoty periodicky měnit kolem střední hodnoty. Tvar těchto změn závisí na orientaci dráhy a její excentricitě. Amplituda změn  $O-C$  diagramu nám v tomto případě přímo dává informaci o projekci velikosti oběžné dráhy a perioda těchto změn je totožná s orbitální periodou. Tyto parametry nám umožňují odhadovat celkovou hmotnost systému. Několik RR Lyrae hvězd podezřelých z LiTE bylo stručně diskutováno již v Části 7.2.2.

## 7.4 Nová analýza efektu rozdílné dráhy světla u TU UMa

V této části práce prezentujeme novou analýzu LiTE u systému TU UMa, která je založena na mnohem širším vzorku  $O-C$  hodnot ve srovnání s poslední publikací zabývající se LiTE u tohoto systému (Wade et al., 1999). Nově jsou dostupné vysoce přesné okamžiky maxim založené na fotometrických (CCD) měřeních, které pokrývají dvě třetiny navrhované orbitální periody. V Části 7.4.1 krátce diskutujeme pozorovací historii TU UMa a klademe důraz na dvojhvězdnost tohoto systému. V Části 7.4.2 jsou shrnuty charakteristiky použitého datového souboru. Kromě dat z různých zdrojů jsme pořídili i vlastní měření v letech 2013–2014. Aplikace našeho programu na výpočet LiTE je popsána v Části 7.4.3. Výsledné modely pro systém TU UMa jsou prezentovány v Části 7.4.4. Další důkazy pro dvojhvězdnost jsou diskutovány v Části 7.4.5 a všechny výsledky jsou shrnuty v Části 7.4.6.

### 7.4.1 Pozorovací historie hvězdy TU UMa

TU Ursae Majoris = AN 1.1929 = BD+30 2162 = HIP 56088<sup>13</sup> je pulzující RR Lyrae hvězda typu R Rab. Dle katalogu Variable Star Index<sup>14</sup> (Watson et al., 2006) se její hvězdná velikost mění v rozsahu 9,26–10,24 mag ve filtru  $V$  (spektrální typ A8–F8) s periodou přibližně 0,558 d. Žádné známky Blažkova efektu nebyly dosud u TU UMa popsány.

Proměnnost u hvězdy TU UMa objevili Guthnick & Prager (1929) na Babelsbergských fotografických deskách. Mnoho autorů poté studovalo tuto hvězdu pomocí fotoelektrické fotometrie nebo spektroskopie. Detailní popis historie výzkumu TU UMa byl proveden v práci Szeidl et al. (1986). Vzhledem k tomu, že v současnosti lze nalézt na portálu NASA ADS pod klíčovým slovem TU UMa více než 170 publikací, jsou zde uvedeny pouze nejdůležitější informace týkající se LiTE a dvojhvězdnosti.

Payne-Gaposchkin (1939) byla první, která upozornila na cyklické variace v časech maxima a navrhla 12 400 d (34 yr) dlouhý cyklus. K důležitým závěrům došli Szeidl et al. (1986), kteří zmiňují sekulární změnu periody (zkracování), která způsobuje parabolický trend v  $O-C$  diagramu. Přes tuto parabolickou závislost se překládá pravděpodobný 23 letý cyklus (8 400 d), který může být způsoben dvojhvězdností této hvězdy. Saha & White (1990a) detekovali systematické posuvy v RV, které také podporují dvojhvězdnost, ale počet použitých měření RV byl malý (jen tři datové sady). Poprvé také namodelovali LiTE a určili orbitální periodu na 7 374,5 d (20,19 yr). Jejich analýza ukázala, že navrhovaný hvězdný pár obíhá po extrémně eliptické dráze s excentricitou  $e = 0,970$ . Ve svém modelu však předpokládali pouze konstantní pulzační periodu modulovanou LiTE. Vliv zanedbání sekulárních změn periody na velikost parametrů  $e$ ,  $a \sin i$  a  $M_2 \sin^3 i$  posléze testovali Wade et al. (1992), detaily však neuvádějí.

LiTE společně se sekulární změnou pulzační periody poprvé modelovali Kiss et al. (1995), kteří určili mnohem přesnější orbitální elementy a stanovili orbitální periodu na 8800 d (24,1 yr). Wade et al. (1999) posbírali všechny dostupné okamžiky maxim a také měření RV a úspěšně ověřili výsledky z práce Saha & White (1990a). Wade et al. (1999) získali pět skupin modelů LiTE s ohledem na odlišné podmnožiny okamžiků ma-

<sup>13</sup>RA = 11<sup>h</sup>29<sup>m</sup>48,<sup>s</sup>49, DEC = +30°04′02,″4, J2000.0.

<sup>14</sup><http://www.aavso.org/vsx/>

xim (všechna maxima bez vizuálních hodnot, pouze fotoelektrická a CCD maxima, atd., A–E). Orbitální periody, které určili, se pohybují v rozsahu od 20,26 yr do 24,13 yr v závislosti na konkrétním použitém datovém souboru a počtu fitovaných parametrů (s/bez parabolického trendu). Následně použili devět nalezených sad orbitálních elementů pro rekonstrukci orbitálních změn ve střední hodnotě RV pulzující složky. Tyto modely srovnali se systematickými posuvy v pozorovaných RV.

Po této důkladné studii byla TU UMA po dobu 15 let z hlediska analýzy LiTE zanedbávána. Alespoň zpřesnění kvadratické efemeridy provedli např. [Arellano Ferro et al. \(2013\)](#), kteří však zanedbali LiTE. Během tohoto 15letého intervalu bylo publikováno velké množství velmi přesných okamžiků maxim (převážně z CCD měření). V současnosti dostupná maxima (v této práci rozšířená o další hodnoty) pokrývají už pět navržených orbitálních cyklů.

## 7.4.2 Zdroje použitých dat

### 7.4.2.1 GEOS databáze

Vzhledem k tomu, že GEOS RR Lyrae databáze<sup>15</sup> (*Groupe Européen d’Observations Stellaires*, [Boninsegna et al., 2002](#); [Le Borgne et al., 2007](#)) je nejrozšířenějším archivem okamžiků maxim RR Lyrae hvězd, byla použita jako hlavní zdroj okamžiků maxim pro naši analýzu. Nová verze databáze obsahuje již opravené hodnoty pro 3 okamžiky maxim z práce [Kiss et al. \(1995\)](#), které byly původně uvedeny se špatnou heliocentrickou korekcí ([Wade et al., 1999](#)). Některá fotografická maxima ([Robinson & Shapley, 1940](#); [Payne-Gaposchkin, 1954](#)) jsme ignorovali, protože byla nahrazena našimi maximy z projektu DASCH (více v Části 7.4.2.3).

U hodnot převzatých z GEOS databáze<sup>16</sup> jsme věnovali speciální pozornost okamžikům maxim, které byly založeny na měřeních z celooblohových přehlídek, jakými jsou Hipparcos ([ESA, 1997](#)) nebo ROTSE = NSVS ([Woźniak et al., 2004](#)). Tyto časy maxim jsou svým způsobem speciální ve významu metody určení, protože ve většině případů jsou určeny statisticky na základě zkombinování měření z mnoha pulzačních cyklů, obvykle rozprostřených do několika let. Hodnoty  $O-C$  určené z takovýchto měření velmi často nesledují obecný trend v  $O-C$  závislosti<sup>17</sup>. Proto byly tyto hodnoty vynechány. Byly však nahrazeny námi určenými hodnotami, které jsme získali novou analýzou originálních přehlídkových dat (Část 7.4.2.3).

### 7.4.2.2 Naše pozorování

K rozšíření dat z GEOS databáze jsme také použili deset nových okamžiků maxim (Tab. A.17), která jsem získal v 19 nocích mezi prosincem 2013 a červnem 2014. Fotometrická CCD měření byla provedena v Brně užitím dvou dalekohledů – tři noci s 60cm

<sup>15</sup>[http://rr-lyr.irap.omp.eu/dbrr/dbrr-V1.0\\_0.php](http://rr-lyr.irap.omp.eu/dbrr/dbrr-V1.0_0.php), starší verze je dostupná na adrese <http://www.ast.obs-mip.fr/users/leborgne/dbRR/index.html>.

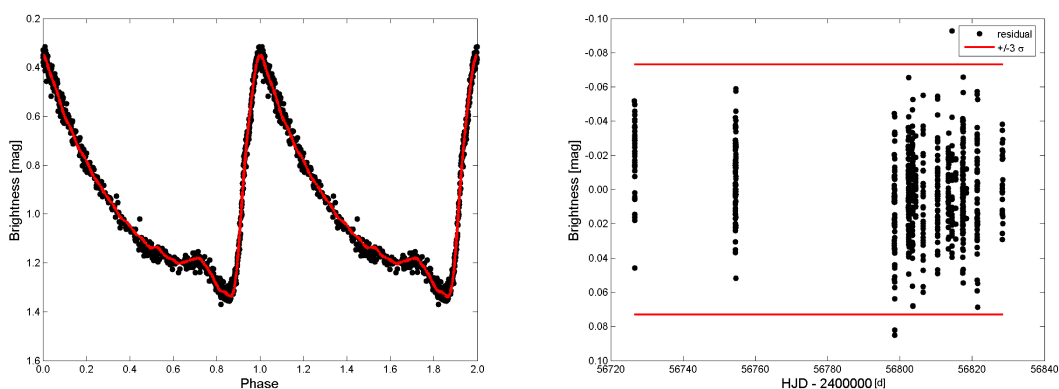
<sup>16</sup>GEOS maxima označená jako „pr. com.“ nebyla použita.

<sup>17</sup>Např. původní hodnota okamžiku maxima HJD 2 448 500,0710 ze satelitu Hipparcos ([Maintz, 2005](#)) má na základě našeho modelu 2 v Části 7.4.4 reziduální hodnotu  $O-C_{\text{res}} = 0,0096$  d, ale standardní odchylka CCD měření určená z modelu vychází pouze 0,0018 d, což odpovídá  $5,3 \sigma$ .

reflektorem (přístroj MUO-3, pozorovací místo MUO, vby Strömgrenovy filtry) a 16 nocí s malým 3cm refraktorem, přístrojem Malokuk-2 (*green* filtr s podobnou propustností jako V filtr Johnsonovy sady, viz Část 2.2.3) na soukromé pozorovatelně MFO1 (Mobile Fox Observatory).

V případě 3cm dalekohledu, bylo každých 5 snímků s expoziční dobou 30 s sečteno do složených snímků (s časovým rozlišením přibližně 150 s), aby se získal lepší poměr signál/šum. Souhrn pozorování včetně použitých srovnávacích hvězd je uveden v Tab. 2.3 a A.8.

Okamžiky maxim byly určeny pomocí fitování polynomu (pro pozorování s MUO-2 – měření byla získána pouze v okolí maximální jasnosti, detaily v práci Skarka et al., 2015c, in prep.) nebo fitováním template křivky (harmonický polynom) – postupem popsáním v Části 3.2.3. Monitorování objektu TU UMa s malým přístrojem vedlo k získání velmi dobře pokryté světelné křivky (Obr. 7.11, vlevo). Tato pozorování byla důležitá kromě určení okamžiků maxim také ke kontrole výskytu možného zákrytu (Část 7.4.5.2).



Obrázek 7.11: Diferenciální hvězdná velikost hvězdy TU UMa získaná s 3cm dalekohledem (*green* filtr) vynesena v závislosti na pulzační fázi (černá kolečka). Měření jsou proložena modelem světelných změn ve filtru V pro pozorování, která vykonal Liakos & Niarchos (2011b), panel vlevo. Reziduum světelné křivky TU UMa po odečtení modelové křivky vykresleno v závislosti na čase (panel vpravo). Žádné známky zákrytu větší než 0,07 mag nebyly zaznamenány.

TU UMa byla v letošním roce pozorována R. F. Auerem, s úkolem pokrýt celou fázovou křivku ve filtrech *BVRI* (v rámci projektu Czech RR Lyrae Observation Project, Skarka et al., 2013, 2015b). Srovnáním s fázovými křivkami pro další RRab hvězdy bude možno zjistit případné odlišnosti. Uvedená měření nejsou v této práci použita.

### 7.4.2.3 Další zdroje dat

Kromě výše zmíněných maxim jsme použili měření z projektu SuperWASP (Pollacco et al., 2006; Butters et al., 2010) a projektu Pi of the Sky (Burd et al., 2004; Siudek et al., 2011), která mají velkou kadenci a okamžiky maxim mohly být určeny přímo z měření z jednotlivých dobře pokrytých nocí.

Abychom maximálně rozšířili sadu *O–C* hodnot, analyzovali jsme také data z velkých přehlídkových projektů (Hipparcos, NSVS) a z projektu DASCH (fotometrie z naskenovaných fotografických desek z Harvardovy observatoře, např. Grindlay et al., 2009). Pro



tato velmi řídká, ale časově velmi rozsáhlá data, byly okamžiky maxim určeny metodou fitování template křivky. Stejný postup byl také použit k určení maxim z dalších zdrojů.

Pro vytvoření template křivky byla jako nejvhodnější sada zvolena měření ve filtru  $V$  z práce Liakos & Niarchos (2011b). Template byl modelován harmonickým polynomem 15. stupně viz Část 3.2.3. Model byl následně srovnán s vybranou analyzovanou sadou, pro kterou byly vypočteny malé korekce periody, nulté epochy a celkové amplitudy. Následně byly určeny okamžiky maxim.

V případě dat, která byla velmi řídká a bez dobře definovaných jednotlivých maxim, bylo nezbytné rozdělit datovou sadu na menší části obsahující 30 bodů s typickým časovým rozsahem od několika dní do stovek dní. Data v těchto skupinách byla poté srovnávána s template křivkou, díky které byly následně určeny střední časy maxim. Časové rozlišení těchto časů je sice nízké, ale stále dostačující pro analýzu 23letého cyklu. Pro náš účel je tato metoda zcela postačující.

Dále jsme určili 6 okamžiků maxim z měření, která byla dříve autory vynechána (Bonigk, 1958; Liakos & Niarchos, 2011b; Liu & Janes, 1989; Preston et al., 1961).

Tabulka 7.2: Počet nových okamžiků maxim pro hvězdu TU UMa určených z jednotlivých projektů a z našich pozorování.

Hipparcos	NSVS	Pi of the Sky	DASCH	SuperWASP	Naše
3	4	5	57	64	10

## 7.4.3 Modelování LiTE

### 7.4.3.1 Efekt rozdílné dráhy světla – Light Time Effect

Pro modelování LiTE u systému TU UMa jsme použili rovnice z práce Irwin (1952a) metodu NLSM pro určení nejlepšího řešení (viz Část 3.2.6).

### 7.4.3.2 Fitovací procedura

Kód k fitování LiTE je napsán v Matlabu. Skládá se z několika modulů: načtení měření a nastavení vstupních parametrů, přímé řešení LiTE zahrnující volitelný parabolický trend, inverzní minimalizační metoda a konečně také výběr nejlepšího řešení a výpočet nejistot pro jednotlivé parametry pomocí Bootstrap metody (Část 7.4.3.3).

Předpověď okamžiku maxima  $T_{\text{cal}}$  vypočtená podle vztahu

$$T_{\text{cal}} = M_0 + P_{\text{puls}} \times N + \Delta, \quad (7.1)$$

obsahuje lineární efemeridu a dále korekci  $\Delta$  pro LiTE. Parametr  $M_0$  je nulová epocha pulzací v HJD,  $P_{\text{puls}}$  je pulzační perioda ve dnech a  $N$  je celé číslo udávající počet pulzačních cyklů (epoch) od  $M_0$  pro daný okamžik maxima.

Korekce  $\Delta$  pro LiTE zahrnuje výpočet oběhu pulzující hvězdy kolem středu hmotnosti celého dvojhvězdného systému. Lze ji vyjádřit rovnicí přejatou z práce [Irwin \(1952a\)](#) a následně mírně upravenou do tvaru

$$\Delta = A \left[ (1 - e^2) \frac{\sin(v + \omega)}{1 + e \cos v} + e \sin \omega \right], \quad (7.2)$$

kde  $e$  je numerická excentricita,  $\omega$  je argument periastra (je zde udáván ve stupních stejně jak je zvykem v literatuře),  $A \doteq a_1 \sin i / 173,145$  je projekce velké poloosy primární (pulzující) složky  $a_1$  ve světelných dnech<sup>18</sup> v závislosti na inklinaci dráhy  $i$ ,  $v$  je pravá anomálie. Excentrická anomálie  $E$ , která je nezbytná pro určení pravé anomálie  $v$ , je řešena Keplerovou rovnicí iterativně použitím Newtonovy metody se zadanou přesností pro výsledek lepší než  $1 \times 10^{-9}''$ . Keplerova rovnice požaduje střední anomálii  $M$ , která je určena z orbitální periody  $P_{\text{orbit}}$  ve dnech a z času průchodu periastrum  $T_0$  v HJD.

Volitelný, mnohem komplexnější model, který zahrnuje parabolický trend v  $O-C$  diagramu (např. [Zhu et al., 2012](#)), používá modifikovanou rovnici (7.1) ve tvaru

$$T_{\text{cal}} = M_0 + P_{\text{puls}} \times N + \frac{1}{2} P_{\text{puls}} \dot{P}_{\text{puls}} \times N^2 + \Delta, \quad (7.3)$$

kde parametr  $\dot{P}_{\text{puls}} = dP_{\text{puls}}/dt$  je relativní rychlost změny pulzační periody v  $[d d^{-1}]$ . Pro snazší srovnání s dalšími RR Lyrae hvězdami jsme použili předpis z práce [Le Borgne et al. \(2007\)](#). Jejich parametr  $a_3 = 1/2 P_{\text{puls}} \dot{P}_{\text{puls}}$  označuje rychlost změny periody za jeden cyklus  $[d \text{ cycle}^{-1}]$  a rychlost změny periody  $\beta$  v  $[ms d^{-1}]$  je  $\beta = 6,31152 \times 10^{10} a_3 / P_{\text{puls}}$  nebo  $\beta = 0,07305 \times 10^{10} a_3 / P_{\text{puls}}$  v  $[d \text{ Myr}^{-1}]$ <sup>19</sup>.

Prvním krokem nelineární metody nejmenších čtverců je linearizace nelineární modelové funkce (rov. 7.1 nebo 7.3) pomocí Taylorova rozvoje prvního řádu (viz [Mikulášek et al., 2006](#); [Mikulášek & Gráf, 2011](#))

$$T_{\text{cal}} \cong T_{\text{cal}}(T, \mathbf{b}_0) + \sum_{j=1}^g \Delta b_j \frac{\partial T_{\text{cal}}(T, \mathbf{b})}{\partial b_j}, \quad (7.4)$$

kde  $b_j$  jsou jednotlivé volné parametry umístěné ve vektoru  $\mathbf{b}$ . Vektor  $\mathbf{b}_0$  obsahuje počáteční odhady parametrů,  $\Delta b_j$  jsou jejich korekce,  $g$  je počet volných (fitovaných) parametrů (odpovídá délce matice  $\mathbf{b}$ ).

Po linearizaci může být problém řešen stejným způsobem jako v případě lineární metody nejmenších čtverců, ale navíc s několika iteračními cykly, které jsou nezbytné k získání přesného řešení. Počáteční parametry jsou v našem kódu mnohokrát kvazi-náhodně generované z velkých intervalů s okrajovými hodnotami definovanými uživatelem. Derivace jsou řešeny analyticky (detaily viz Část 3.2.6).

Parametr  $\chi^2(\mathbf{b}_k)$  nebo jeho normalizovaná hodnota  $\chi_R^2(\mathbf{b}_k) = \chi^2(\mathbf{b}_k)/(n - g)$ , kde  $n$  je počet měření, byl použit jako indikátor kvality  $k$ -tého fitu.

Vzhledem k tomu, že maxima z GEOS databáze jsou často uvedena bez nejistot (chyb určení) nebo jsou udávány hodnoty mnohdy sporné, pro určení nejistot a vah měření byl

<sup>18</sup>poloviční amplituda změn v  $O-C$  diagramu v důsledku LiTE je poté  $A_{\text{LiTE}} = A \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}$ .

<sup>19</sup>[Le Borgne et al. \(2007\)](#) pravděpodobně použili délku roku 366 d, proto se jejich konstanta  $0,0732 \times 10^{10}$  od naší  $0,07305 \times 10^{10}$  mírně liší.



aplikován alternativní postup. Celá datová sada byla rozdělena na několik skupin s ohledem na typ pozorování (maxima fotografická, vizuální, fotoelektrická, CCD+DSLR) a váhy byly přiděleny ke každé skupině s ohledem na rozptyl těchto měření okolo modelu. Hodnoty těchto vah byly během výpočtu iterativně zpřesňovány. Skupina s méně než pěti hodnotami (DSLR maxima) byla spojena s další skupinou s podobnou kvalitou dat, abychom zabránili nerealistickým vahám (proto CCD+DSLR). Během fitovacího procesu byly extrémně odchýlené hodnoty (outliers), vzdálené více než  $5\sigma$  od modelu, odstraněny. Ve všech krocích naší analýzy byla aplikována vizuální kontrola.

Proces fitování LiTE neumožňuje určení hmotností obou složek dvojhvězdy (tvrzení platí pro LiTE zaznamenaný jen u jedné složky dvojhvězdy), ale pouze hmotnostní funkci  $f(\mathcal{M})$

$$f(\mathcal{M}) = \frac{(\mathcal{M}_2 \sin i)^3}{(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2)^2} = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(a_1 \sin i)^3}{P_{\text{orbit}}^2}, \quad (7.5)$$

kde  $\mathcal{M}_1$ ,  $\mathcal{M}_2$  jsou hmotnosti obou složek,  $i$  je inklinací úhel dráhy,  $P_{\text{orbit}}$  je orbitální perioda a  $a_1$  je velká poloosa primární složky. Hmotnost pulzující složky TU UMa  $\mathcal{M}_1 = 0,55 \mathcal{M}_{\odot}$  jsme přijali na základě studií [Fernley \(1993b\)](#) a [Skarka \(2014b\)](#). Inklinací úhel dráhy byl nastaven na  $i = 90^\circ$  ( $\sin i = 1$ ). Toto nám umožňuje vypočítat nejmenší hmotnost druhé složky vyřešením kubické rovnice

$$\mathcal{M}_2^3 - f(\mathcal{M}) \mathcal{M}_2^2 - 2f(\mathcal{M}) \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 - f(\mathcal{M}) \mathcal{M}_1^2 = 0. \quad (7.6)$$

V této práci jsme předpokládali, že variace v  $O-C$  diagramu hvězdy TU UMa mohou být dobře popsány použitím rovnice 7.3 s parabolickým trendem a další případné sekulární změny pulzační periody lze zanedbat (mají nízkou amplitudu nebo se projeví na mnohem delší časové škále).

### 7.4.3.3 Metoda Bootstrap-resampling

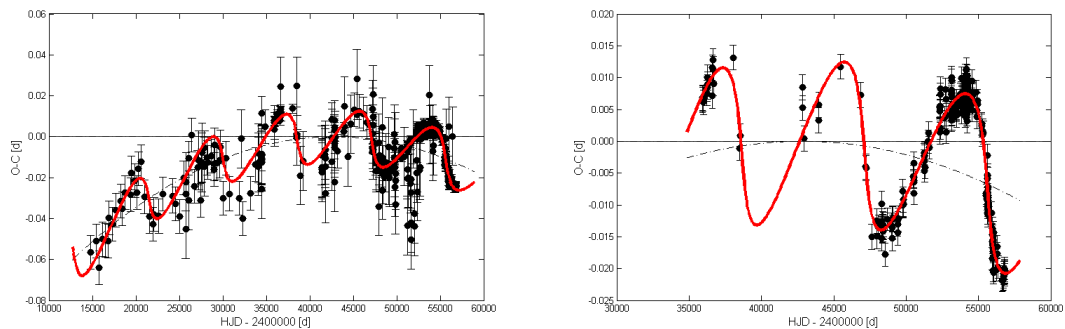
Metoda nejmenších čtverců (i nelineární) sama o sobě umožňuje určit nejistoty všech fitovaných parametrů, ale metoda je značně citlivá na charakter analyzovaných dat. Malá změna v analyzované datové sadě, např. přidání jednoho dalšího měření, může způsobit významný rozdíl v hodnotách nových parametrů ve srovnání s předchozím řešením. Proto jsme se rozhodli použít statistický přístup reprezentovaný metodou Bootstrap-resampling (metoda „dostat se z problému vytažením se za vlastní tkaničky od bot“) pro určení nejistot jednotlivých parametrů.

Hodnoty parametrů z nejlepšího nalezeného řešení byly použity jako počáteční hodnoty pro fitování nových datových sad, ve kterých jsou okamžiky maxim náhodně vybírány z původní datové sady. Tento postup byl opakován 5 000krát. Z rozptylu jednotlivých parametrů v těchto pěti tisících řešeních byly zjištěny jejich nejistoty. Nejistoty v Tabulce 7.3 odpovídají  $1\sigma$ . Střed rozdělení parametrů z Bootstrap řešení se obecně neshoduje se středními hodnotami parametrů určenými z originální datové sady metodou nejmenších čtverců. Proto jsou v tabulce uvedeny dolní i horní rozsahy nejistot.

#### 7.4.4 LiTE u TU UMa a analýza $O-C$ diagramu

Cyklické změny v  $O-C$  diagramu hvězdy TU UMa jsou dlouhodobě známé a o jejich detailní analýze se postarali Saha & White (1990a)<sup>20</sup>, Kiss et al. (1995) a Wade et al. (1999). Parametry určené těmito autory jsou uvedeny v Tabulce 7.3.

Naše použitá datová sada popsaná v Části 7.4.2 je mnohem hustější a více rozšířená než v předchozích studiích (použili jsme 424 okamžiků maxim, což je zhruba 5krát více ve srovnání se studií Wade et al. (1999), kde bylo použito jen 83 hodnot). Analyzované  $O-C$  hodnoty mají rozpětí 115 let, a to částečně díky měřením z fotografických desek z Harvardovy observatoře (poskytnuté projektem DASCH) z první poloviny 20. století. Protože celková datová sada není homogenní a má nesrovnatelně lepší pokrytí během posledních dvou desetiletí (CCD měření), analyzovali jsme LiTE u TU UMa dvěma způsoby. Model 1 je založen na celé datové sadě<sup>21</sup>, zatímco model 2 popisuje pouze fotoelektrická, CCD a DSLR pozorování<sup>22</sup>. Vzhledem k tomu, že TU UMa prodělává sekulární zkracování pulzační periody (v Obr. 7.12 reprezentováno parabolou – čerchovaná čára) s rychlostí změny periody okolo  $-2,9 \times 10^{-11}$  d cycle<sup>-1</sup> (Wade et al., 1999), použili jsme komplexní tvar modelu (rovnice 7.3).



Obrázek 7.12:  $O-C$  diagram hvězdy TU UMa. Zkracování periody se projevuje zřejmým parabolickým trendem (čerchovaná čára). Cyklické změny způsobené orbitálním pohybem jsou také velmi zřetelné vidět. Náš model LiTE včetně zkracování pulzační periody je reprezentován plnou červenou čarou. Panel vlevo ukazuje model 1 se všemi použitými měřeními, zatímco pravý panel ukazuje situaci pouze s fotoelektrickými, CCD a DSLR pozorováními (model 2).

Model 1 založený na celé datové sadě (pokrývající 5 orbitálních period) dává logicky mnohem přesnější výsledky než model 2, který má časové rozpětí pouze dva orbitální cykly ( $2 \times 23$  yr). I přesto, že vysoce přesná fotoelektrická a CCD měření pokrývají celý orbitální cyklus velmi dobře (viz Obr. 7.13, vlevo), nalezené hodnoty pro oba modely se mírně odlišují. Kvůli kratší časové základně má náš 2. model například menší hodnotu rychlosti zkracování pulzační periody. Pravděpodobně se to promítne do zvýšení excentricity (0,63 a 0,67 pro model 1 a 2).

<sup>20</sup>Několik chybných informací z práce Saha & White (1990a), např.  $A$ ,  $a \sin i$ , bylo opraveno v jejich erratu (Saha & White, 1990b).

<sup>21</sup>Váhy pro model 1 byly nalezeny v poměru vis : pg : pe : CCD+DSLR 1,0 : 3,0 : 40,8 : 60,5, nejistoty 0,0143 d, 0,0083 d, 0,0022 d, 0,0018 d.

<sup>22</sup>Váhy pro model 2 byly v poměru pe : CCD+DSLR 1,00 : 1,22, nejistoty 0,0020 d, 0,0018 d.

Tabulka 7.3: Pulzační a orbitální parametry pro systém TU UMa určené v předcházejících studiích a doplněné o naše výsledky. Hmotnostní limit pro sekundární složku byl určen z hmotnostní funkce  $f(\mathcal{M})$ , inklinace dráhy ( $i = 90^\circ$ ) a předpokládané hmotnosti RR Lyrae složky  $\mathcal{M}_1 = 0,55 \mathcal{M}_\odot$  převzaté z publikací Fernley (1993b) a Skarka (2014b). Naše parametry (pravá část tabulky) byly spočteny ze všech okamžiků maxim pro model 1 a pouze z fotoelektrických, CCD a DSLR měření pro model 2.

Studie	Saha & White (1990a,b)	Kiss et al. (1995)	Wade et al. (1999) <sup>C</sup>	model 1	model 2
$P_{\text{puls}}$ [d]	0.5576581097	0.5576581097	0.55765817(29) <sup>D</sup>	0.557657610 <sup>+17</sup> <sub>-16</sub>	0.557657483 <sup>+20</sup> <sub>-24</sub>
$M_0$ [HJD]	2425760.4364	2425760.4364	2425760.464(5) <sup>D</sup>	2442831.48678 <sup>+44</sup> <sub>-50</sub>	2442831.48625 <sup>+42</sup> <sub>-43</sub>
$\dot{P}_{\text{puls}}$ $10^{-11}$ [d d <sup>-1</sup> ]	–	–31.48*	–10.4(7)*	–7.37 <sup>+25</sup> <sub>-24</sub>	–4.59 <sup>+52</sup> <sub>-44</sub>
$a_3 = 1/2 P_{\text{puls}} \dot{P}_{\text{puls}}$ $10^{-11}$ [d cycle <sup>-1</sup> ]	–	–8.78*	–2.9(2)	–2.056 <sup>+70</sup> <sub>-66</sub>	–1.28 <sup>+15</sup> <sub>-12</sub>
$\beta = \dot{P}_{\text{puls}}$ [ms yr <sup>-1</sup> ]	–	–9.934*	–3.3(2)*	–2.327 <sup>+79</sup> <sub>-74</sub>	–1.45 <sup>+16</sup> <sub>-14</sub>
$\beta = \dot{P}_{\text{puls}}$ [d Myr <sup>-1</sup> ]	–	–0.11498*	–0.038(3)*	–0.02693 <sup>+91</sup> <sub>-86</sub>	–0.0168 <sup>+19</sup> <sub>-16</sub>
$P_{\text{orbit}}$ [yr]	20.19*	24.1(3)*	23.27(24)*	23.363 <sup>+79</sup> <sub>-63</sub>	23.263 <sup>+67</sup> <sub>-75</sub>
$T_0$ [HJD]	2425000*	2447200(50)	2421585(207)	2447090 <sup>+41</sup> <sub>-46</sub>	2447138 <sup>+44</sup> <sub>-37</sub>
$e$	0.970	0.90(5)	0.74(10)	0.631 <sup>+28</sup> <sub>-28</sub>	0.673 <sup>+26</sup> <sub>-24</sub>
$\omega$ [°]	196.1*	178(3)	183(5)*	181.4 <sup>+2,0</sup> <sub>-2,1</sub>	184.8 <sup>+2,0</sup> <sub>-2,0</sub>
$A$ [light day]	0.056	0.023(5)*	0.0203(35)*	0.01675 <sup>+53</sup> <sub>-47</sub>	0.01723 <sup>+59</sup> <sub>-51</sub>
$a_1 \sin i$ [au]	10	4.0(7)*	3.52(61)	2.900 <sup>+92</sup> <sub>-81</sub>	2.98 <sup>+10</sup> <sub>-9</sub>
$f(\mathcal{M})$ [ $\mathcal{M}_\odot$ ]	–	0.11(1)	0.080	0.0447 <sup>+43</sup> <sub>-37</sub>	0.0491 <sup>+51</sup> <sub>-42</sub>
$\mathcal{M}_{2,\text{min}}^*$ [ $\mathcal{M}_\odot$ ]	–	0.17	–	0.325 <sup>+13</sup> <sub>-13</sub>	0.338 <sup>+15</sup> <sub>-14</sub>
$K_1$ [km s <sup>-1</sup> ]	–	11.4(5)	6.6	4.77 <sup>+29</sup> <sub>-26</sub>	5.17 <sup>+0,35</sup> <sub>-0,29</sub>
$\chi_R^2$	–	–	–	1.060(69)	1.025(90)
$N_{\text{max}}$	~43	~42	67	424	255

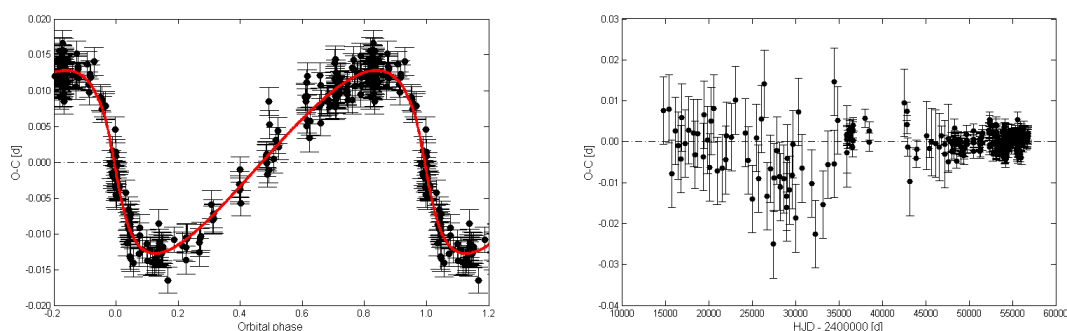
**Poznámky:** (\*) Parametr byl námi doložen použitím hodnot z původní práce, (C) parametry jsou převzaty pro jejich datovou sadu C, (D) pulzační elementy jsou známy pouze pro jejich datovou sadu D.

Při srovnání s orbitálními elementy z předchozích studií uvedenými pro přehled v Tabulce 7.3 má naše řešení vyšší věrohodnost kvůli větší a lepší použité datové sadě. Naše hodnoty se liší hlavně v excentricitě a vzdálenosti mezi složkami a také i v hmotnostní funkci. Všechny nalezené hodnoty byly významně menší než hodnoty od autorů Saha & White (1990a,b), Kiss et al. (1995) nebo Wade et al. (1999). Hodnoty z práce Saha & White (1990a,b) se však liší hlavně z důvodu zanedbání parabolického trendu (zkracování pulzační periody).

Z našich výsledků vyplývá, že TU UMa je pravděpodobně velmi dobře oddělený dvojhvězdný systém s trpasličí složkou s minimální hmotností pouze  $0,33 \mathcal{M}_\odot$ . Vzhledem k tomu, že žádné známky společníka nebyly ve světelné křivce pozorovány a publikovány, jedná se pravděpodobně o trpasličí hvězdu pozdního typu vyskytující se na MS. Nemůžeme ani vyloučit možnost, že se zde nachází bílý trpaslík, případně neutronová hvězda (neznámý inklinací úhel dráhy).

Mimo LiTE, který je dominantním rysem  $O-C$  diagramu, jsou zde přítomny také změny reprezentované parabolickým trendem. Průběh závislosti naznačuje sekulární zkracování pulzační periody TU UMa, které je téměř jistě způsobené vývojovými efekty. Přenos hmoty mezi oběma složkami, který je zodpovědný za změny orbitálních period u těsných dvojhvězd, zde může být vyloučen z důvodu velmi široké oběžné dráhy systému TU UMa. Hodnota  $\beta = \dot{P}_{\text{puls}} \sim -2,3 \text{ ms yr}^{-1} = -0,027 \text{ d Myr}^{-1}$  může korespondovat s vývojem RR Lyrae složky směrem k modrému konci horizontální větve obrů, např. Le Borgne et al. (2007) udávají pro jejich vzorek 21 RR Lyrae hvězd vykazujících výrazné zkracování periody o řád vyšší mediánovou hodnotu  $\beta = -0,20 \text{ d Myr}^{-1}$ .

Po odečtení našeho modelu 1 z celé datové sady (Obr. 7.13, vpravo), několik foto-



Obrázek 7.13:  $O-C$  diagram hvězdy TU UMa zkonstruovaný pouze z fotoelektrických, CCD a DSLR měření (panel vlevo). Od  $O-C$  hodnot byl odečten parabolický trend a následně byly sfázovány s orbitální periodou (založeno na modelu 2). Panel vpravo obsahuje reziduum  $O-C$  diagramu TU UMa pro všechna měření mimo vizuálních pozorování (pro lepší přehlednost) po odečtení modelu 1 (LiTE a parabolický trend). Skok v obecném trendu  $O-C$  diagramu v intervalu JD 2 426 000 – 2 432 000 by mohl naznačovat mnohem složitější změny periody.

grafických měření (v rozsahu JD 2 426 000 až 2 432 000) je více odchýlených než ostatní hodnoty a mají systematický offset o 15 minut (0,01 d). To může naznačovat daleko složitější změny periody než jen LiTE spolu s parabolickým trendem. Tyto variace mohou být popsány nějakým složitějším modelem např. pomocí kubického trendu (místo pouhé paraboly) nebo přidáním dalšího LiTE (třetí těleso). Avšak reziduum fotografických měření má poměrně velký rozptyl a může zde hrát roli i nějaký druh instrumentálního artefaktu. Proto námi zaznamenané podivné chování není zcela průkazné.

## 7.4.5 Další důkazy dvojhvězdnosti hvězdy TU UMa

Vzhledem k tomu, že LiTE je pouze nepřímým projevem dvojhvězdnosti, je nezbytné prokázat binaritu nějakým dalším způsobem. Za nejhodnotnější test může být považována analýza středních RV. Kromě této metody jsou v dalších částech diskutovány jiné způsoby potvrzení dvojhvězdnosti TU UMa.

### 7.4.5.1 Radiální rychlosti

Orbitální elementy známé z analýzy LiTE nám umožňují předpovídat do budoucnosti, ale také rekonstruovat do minulosti, orbitální křivku RV. Dvojhvězdnost může být prokázána srovnáním modelu orbitální křivky RV a pozorovaných variací ve středních RV určených z mnoha spekter pořízených v průběhu dlouhého období. Saha & White (1990a) provedli poprvé pro TU UMa tuto analýzu a postup byl o několik let později zopakován Wadem et al. (1999). Obě studie zaznamenaly systematické posuvy v RV určených v různých obdobích. Jejich předpovědi celkem dobře korelují s naměřenými hodnotami, ale autoři použili jen malý počet měření RV (přibližně 3 datové sady).

Provedli jsme důkladné pátrání v literatuře po RV a našli jsme devět zdrojů měření (Tabulka 7.4). Naneštěstí poslední dostupná práce s hodnotami RV byla publikována v roce 1997. Saha & White (1990a) použili pouze 3 zdroje RV. Wade et al. (1999) ani neuvádějí své použité hodnoty RV. Navíc obě studie ignorují měření z práce Preston & Paczynski

(1964). Také jsme zjistili, že různí autoři udávají mírně odlišné střední hodnoty RV určené na základě stejných dat (Tabulka 7.5, sloupec 2) a žádná z prací neuvádí průměrný čas pozorování. Proto jsme se rozhodli provést novou analýzu všech dostupných měření RV.

Určení střední hodnoty RV pro pulzující hvězdu je mnohem složitější než pro dvojhvězdu s neproměnnými složkami (pulzace jsou často dominantním zdrojem RV změn). Další komplikace je spojena s měřeními RV založených na rozličných typech spektrálních čar (např. Balmerova série vodíku nebo čáry kovů). Tyto čáry jsou formovány v odlišných hloubkách a proto křivky RV mají pro různé čáry odlišné tvary, amplitudy i nulové (střední) hodnoty (ukázali už Sanford, 1949; Oke, Giver & Searle, 1962).

Vzhledem k tomu, že dostupná měření RV jsou založena na různých čarách, bylo nezbytné je sjednotit. Použili jsme vysoce přesné normalizované template křivky RV z práce Sesar (2012). Nejprve jsme tyto template křivky namodelovali harmonickým polynomem  $n$ -stupně. Pozorované křivky RV pro jednotlivé skupiny spektrálních čar byly poté srovnány s polynomickým modelem vybrané template křivky a amplituda spolu se střední hodnotou křivky RV byly určeny metodou nejmenších čtverců simultánně pro všechny datové sady. Před tímto krokem bylo však nezbytné měření opravit v čase o dvojhvězdný pohyb (LiTE) i o zkracování periody (korekce založena na modelu 1). Několik datových sad bylo také rozděleno do menších skupinek, abychom získali časové rozlišení okolo 1 roku (určené střední hodnoty RV doplněné o průměrný čas pozorování  $T_{\text{mid}}$  jsou v Tabulce 7.5). Originální měření RV jsme pro dvě studie (Fernley & Barnes, 1997; Solano et al., 1997)<sup>23</sup> nenalezli a tak jsme přijali pouze jejich průměrné hodnoty RV a odhadli čas pozorování na základě doplňujících informací k jejich měřením. Všechny získané střední hodnoty RV byly nakonec srovnány s orbitálními modely RV vyplývajícími z naší analýzy LiTE (Obr. 7.14). Je vidět, že body přibližně sledují modelovou křivku RV.

Tabulka 7.4: Zdroje měření RV pro TU UMA,  $S$  je číslo zdroje,  $N_{\text{RV}}$  je počet použitých měření RV.

$S$	Publikace	$N_{\text{RV}}$	Čáry
1	Abt (1970)	1	Neznámé
2	Barnes et al. (1988)	74	Metallic
3	Fernley & Barnes (1997)	3?	OI triplet, ( $H_{\alpha}$ )
4	Layden (1993, 1994)	5	Hydrogen, CaII K
5	Liu & Janes (1989)	60	Metallic
6a	Preston et al. (1961)	4	Metallic
6b		21	$H_{\gamma}$ , $H_{\delta}$ , $H_{\delta-11}$ , Ca II K
7a	Preston & Paczynski (1964)	12	Metallic
7b		8+7	Hydrogen
8	Saha & White (1990a)	32	Metallic
9	Solano et al. (1997)	3?	Metallic, ( $H_{\gamma}$ )

Použitím křivek RV může být proveden i alternativní test dvojhvězdnosti. A to srovnáním pozorovaných křivek RV (např. pro čáry kovů, levý panel Obr. 7.15) a křivek, jejichž hodnoty RV jsou opraveny o oběh dvojhvězdy (orbitální křivka RV je z modelu odečtena,

<sup>23</sup>Solano (2015, priv. comm.) nás po mé žádosti o jejich měření RV informoval o tom, že originální hodnoty RV pro obě práce jsou bohužel ztracené časem.

Tabulka 7.5: Naše určené hodnoty středních RV pro hvězdu TU UMa ( $RV_{\text{our}}$ ) založené na různých měřeních a template křivkách z práce Sesar (2012). Průměrné hodnoty publikované v rozdílných publikacích ( $RV_{\text{pub}}$ ) jsou zde také pro srovnání uvedeny,  $S$  je číslo zdroje originálních měření RV (viz Tabulka 7.4),  $T_{\text{mid}}$  je střední čas a  $\text{err}RV_{\text{our}}$  je nejistota určené střední RV.

$S$	$RV_{\text{pub}}$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$T_{\text{mid}}$ [HJD]	$RV_{\text{our}}$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$\text{err}RV_{\text{our}}$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]
1	104(35) <sup>La</sup>	2426076	104 <sup>La</sup>	35 <sup>La</sup>
2	90(2) <sup>F</sup> , 90(2) <sup>So</sup>	2443563	95	3
		2443941	95	2
		2444218	90	1
		2444948	88	5
3	101(3) <sup>F</sup> , 101(5) <sup>So</sup>	2449520	101 <sup>F</sup>	3 <sup>F</sup>
4	75(17) <sup>La</sup> , 75(17) <sup>F</sup>	2447975	78	13
5	84.2 <sup>Li</sup> , 84 <sup>So</sup> , 84(1) <sup>La</sup> , 84(1) <sup>F</sup> , 84(2) <sup>So</sup>	2446843	84	1
		2447130	85	3
6a	–	2436979	93	1
6b	92(1) <sup>P</sup> , 87 <sup>H</sup> , 93(3) <sup>Sa</sup> , 92(1) <sup>F</sup>	2436647	93	2
		2436979	94	4
7a	–	2438039	94	2
7b	–	2438039	95	2
8	77 <sup>Sa</sup> , 77(2) <sup>F</sup> , 77(2) <sup>So</sup>	2446894	76	1
9	96(3) <sup>So</sup>	2449596	96 <sup>So</sup>	3 <sup>So</sup>

**Poznámky:** Hodnoty byly přijaty z: (<sup>F</sup>) Fernley & Barnes (1997), (<sup>H</sup>) Hemenway (1975), (<sup>La</sup>) Layden (1994), (<sup>Li</sup>) Liu & Janes (1990), (<sup>P</sup>) Preston et al. (1961), (<sup>Sa</sup>) Saha & White (1990a), (<sup>So</sup>) Solano et al. (1997).

pravý panel Obr. 7.15). Na těchto obrázcích jsou měření RV sfázována s pulzační periodou<sup>24</sup>. Zdá se, že sfázované křivky RV s rychlostmi opravenými o dvojhvězdný oběh mají menší rozptyl ve vertikálním směru než bez této korekce. Za zbylý rozptyl v pravém panelu Obr. 7.15 by mohly být zodpovědné rozdílné skupiny čar kovů v jednotlivých publikacích, na jejichž měřeních jsou tyto hodnoty RV založeny.

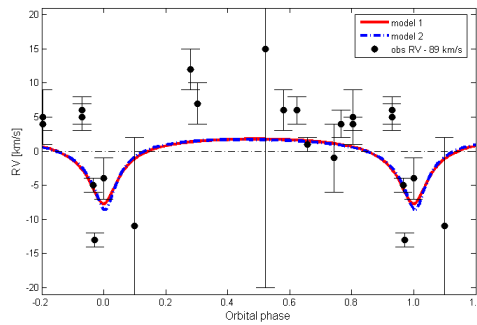
Oba testy viditelně naznačují, že TU UMa je velmi pravděpodobně vázána ve dvojhvězdném systému. Z rozptylu hodnot na Obr. 7.14 lze také očekávat přítomnost systematických posuvů (systematických chyb) mezi jednotlivými sadami RV.

### 7.4.5.2 Zákryty

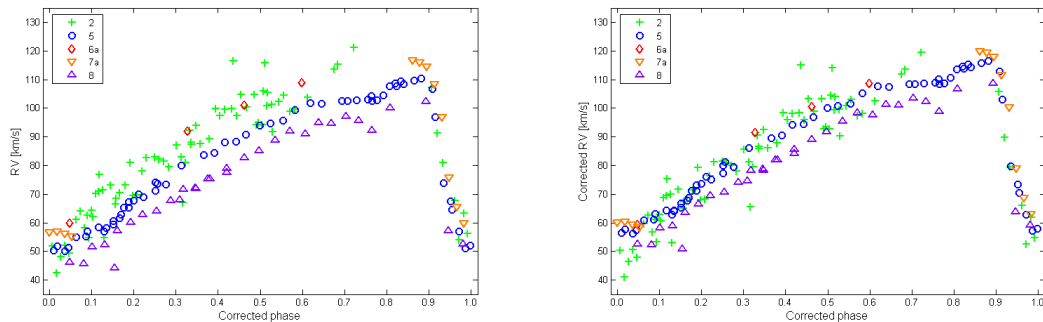
Detekce zákrytu ve světelné křivce (v příslušné fázi oběhu) by byla přesvědčivým důkazem dvojhvězdnosti TU UMa. Mezi zákrytovými nebo elipsoidálně proměnnými systémy bylo potvrzeno několik třetích složek známých pouze z LiTE nebo jiných metod právě detekcí nadbytečných zákrytů. To se podařilo u několika systémů v rámci vesmírného projektu *Kepler* (Slawson et al., 2011) nebo i pomocí pozemských amatérských měření u systému b Per (Collins, 2013). Šance zaznamenat zákryt u systému TU UMa je značně malá, protože očekávaná orbitální perioda je velmi dlouhá (v katalogu VSX jsou vedeny pouze 4 zákrytové systémy se srovnatelnou či delší periodou), inklinací úhel dráhy je neznámý a poloměr spolu se zářivým výkonem sekundární složky jsou pravděpodobně mnohem menší než pro pulzující složku. Oba naše modely LiTE umožnily odhadnout čas

<sup>24</sup>Pro správné fázové zobrazení bylo třeba vzít v úvahu i LiTE a sekulární vývoj pulzační periody. V opačném případě by byly křivky rozmazané ve fázi (v horizontálním směru), viz Část 7.2.2.





Obrázek 7.14: Model variací RV způsobených oběhem pulzující složky okolo středu hmotnosti dvojhvězdného systému (červené a modré křivky) a střední RV určené pro každou datovou sadu z originálních měření RV použitím template fitování nebo střední hodnoty RV převzaté z literatury. Byla aplikována vizuálně odhadnutá korekce  $-89 \text{ km s}^{-1}$  pro systematickou RV celého dvojhvězdného systému vůči Slunci ( $\gamma$ -rychlost).



Obrázek 7.15: Křivky RV z čar kovů, které byly získány pro TU UMa v odlišných publikacích. Rychlosti jsou sfázovány s pulzační periodou a navíc korigovány o LiTE a sekulární změnu pulzační periody. Pozorované RV jsou vykresleny v panelu vlevo, vpravo jsou hodnoty RV opravené o orbitální pohyb (odečteny orbitální změny v RV) založené na našem modelu 1. Hodnoty RV opravené o dvojhvězdný oběh jsou evidentně méně rozptýlené než originální hodnoty.

možného zákrytu, během kterého by RR Lyrae složka měla zakrýt sekundární složku (zima 2013 nebo léto 2014), ale rozdíl mezi oběma předpověďmi je příliš velký. Přesto jsme se pokusili tento zákryt zaznamenat.

Pozorování s malým 3cm dalekohledem popsaná v Části 7.4.2.2 byla vyhrazena právě pro tento účel. Bohužel naše měření byla nedostatečná pro spolehlivé rozhodnutí o přítomnosti zákrytu. Kvůli pozorovacím podmínkám, omezené viditelnosti a dalším vlivům, jsme pozorovali objekt TU UMa jen v 16 nocích (+3 noci s velkým dalekohledem), které mohly být jen stěží dostatečné vzhledem k tak nejisté předpovědi. Na základě našich měření alespoň můžeme konstatovat, že žádné známky zákrytu s amplitudou větší než 0,07 mag (v zelené barvě) nebyly detekovány (viz Obr. 7.11, vpravo).



### 7.4.6 Diskuze a shrnutí

V této části disertační práce byla provedena nová analýza pravděpodobného LiTE u RRab hvězdy TU UMa (samotný článek byl odeslán k publikaci v A&A a je dostupný na arXivu:1502.03331). Použili jsme publikované okamžiky maxim převzaté z GEOS databáze (275 hodnot) a přidali jsme hodnoty maxim z našich fotometrických pozorování a z přehlídek SuperWASP a Pi of the Sky. K určení maxim z těchto měření jsme aplikovali metodu fitování template křivek, stejně jako u řídkých dat z projektů Hipparcos, NSVS a DASCH. Dohromady jsme analyzovali 424 okamžiků maxim, což je zhruba 5krát větší datová sada než ta, která byla použita v poslední studii LiTE u TU UMa (Wade et al., 1999). Tato velká a časově dobře pokrytá sada nám umožnila určit kvadratickou efemeridu pulzací a orbitální elementy dvojhvězdného systému s mnohem vyšší přesností než předchozí studie (Tabulka 7.3).

Celá analýza byla provedena novým kódem vytvořeným v programovacím jazyce Matlab na základě NLSM. K určení nejistot parametrů byla použita Bootstrap metoda. Provedli jsme výpočet dvou modelů; model 1, který popisuje celou datovou sadu a model 2, který popisuje pouze velmi přesná fotoelektrická, CCD a DSLR maxima. Model 2 je založen na datech, která mají výrazně kratší časový rozsah než model 1.

Druhý model dává menší hodnotu rychlosti zkracování pulzační periody ( $\beta = \dot{P}_{\text{puls}} \sim -1,5 \text{ ms yr}^{-1}$ ), což se pravděpodobně projeví na excentricitě, která je vyšší ( $e \sim 0,67$ ) než v případě prvního modelu ( $\beta \sim -2,3 \text{ ms yr}^{-1}$ ,  $e \sim 0,63$ ). Pro srovnání Arellano Ferro et al. (2013), kteří zanedbali LiTE, stanovili  $\beta = -1,3 \text{ ms yr}^{-1}$ . Oba naše modely mají mnohem menší hodnoty excentricity, velké poloosy pulzující složky  $a_1 \sin i$  (2,9 au resp. 3,0 au) a minimální hmotnosti sekundární složky ( $0,33 M_{\odot}$  resp.  $0,34 M_{\odot}$ ) než byly uvedeny v předchozích studiích. Naše hodnoty orbitální periody (23,4 yr resp. 23,3 yr), argumentu periastra  $\omega$  ( $181^{\circ}$  resp.  $185^{\circ}$ ) a očekávané hodnoty poloviční amplitudy variací v RV u pulzující složky  $K_1$  ( $4,8 \text{ km s}^{-1}$  resp.  $5,2 \text{ km s}^{-1}$ ) jsou srovnatelné s hodnotami určenými předchozími autory.

Dvojhvězdná povaha TU UMa byla testována několika způsoby. Za prvé, naše modely oběhu předpovídají časy možných zákrytů a jeden z nich spadl do období, kdy jsme tento systém studovali. Pokusili jsme se jej detekovat i přes fakt, že předpovědi byly značně nepřesné a zákryt u takového systému je velice nepravděpodobný (široká oběžná dráha, inklinace je neznámá stejně jako některé další důležité parametry). Bohužel neúspěšně.

Za druhé, dvojhvězdnost by se měla projevovat cyklickými změnami střední hodnoty RV. Dohledali jsme a přejali měření RV z devíti nezávislých zdrojů a opravili časy jejich měření s ohledem na náš model (odečten vliv LiTE a sekulárních změn v pulzační periodě). Po sfázování napozorovaných křivek RV s pulzační periodou jsme dostali typickou křivku RV pro RR Lyrae hvězdy, která má poměrně velký rozptyl hodnot mezi jednotlivými datovými sadami. Rozptyl se však významně snížil po započítání modelu orbitálních změn v RV.

Pro každou datovou sadu RV jsme dále použili template pulzační křivky RV získané pro odlišné spektrální čáry z práce Sesar (2012), pomocí kterých jsme určili střední hodnoty RV. Tyto hodnoty jsme srovnali s naším modelem orbitální křivky RV založené na parametrech z našich modelů LiTE. Korelace je evidentní (Obr. 7.14).

Naše úspěšné důkazy založené na RV jsou důležité pro potvrzení dvojhvězdnosti TU UMa. Avšak pouze dlouhodobá spektroskopická měření pokrývající celý orbitální

cyklus mohou jednoznačně potvrdit, zda je TU UMa skutečně členem dvojhvězdného systému, a také umožní přesné určení hmotností obou složek.

## 7.5 Cyklické variace v $O-C$ diagramech RR Lyrae hvězd galaktického pole jako výsledek LiTE

V naší studii jsme se zaměřili na RR Lyrae hvězdy galaktického pole. Prohledali jsme literaturu a GEOS RR Lyr databázi (Boninsegna et al., 2002; Le Borgne et al., 2007), abychom vybrali kandidáty s cyklickými změnami v  $O-C$  diagramech, které lze interpretovat jako projev neviditelného souputníka (LiTE). Mimo okamžiků maxim z GEOS databáze byla použita maxima určená z dat z různých celoblohových přehlídek a z našich pozorování (Část 7.5.1). Pro modelování LiTE jsme použili nový kód představený v publikaci Liška et al. (2015a) a v Části 7.4.3.2. Výsledky pro naše analyzované cíle jsou prezentovány a jednotlivě rozebírány v Části 7.5.2. Obecná diskuze našich výsledků je provedena v Části 7.5.3 a celá Část 7.5 je posléze shrnuta (Část 7.5.4).

### 7.5.1 Zdroje dat a výběr studovaných cílů

Vzhledem k tomu, že je GEOS RR Lyrae databáze (Le Borgne et al., 2007) nejrozsáhlejším archivem obsahujícím okamžiky maxim RR Lyrae hvězd, byla pro tuto práci použita jako hlavní zdroj dat. Vybrané cíle, které byly známy z literatury jako podezřelé z přítomnosti LiTE, byly doplněny o objekty vybrané pouze na základě vizuální kontroly  $O-C$  diagramů z webu GEOS databáze. To znamená, že byly vybrány pouze hvězdy podezřelé z cyklických variací (které vykazují jeden nebo více cyklů nebo téměř jeden cyklus značně odlišný od prosté paraboly). Do užšího výběru prošly z celé GEOS databáze pouze hvězdy s více než 10 maximy. Po důkladné prohlídce těchto  $O-C$  diagramů bylo zcela analyzováno<sup>25</sup> pouze jedenáct hvězd typu RRab. Tyto systémy jsou diskutovány v Části 7.5.2. Z předcházející diskuze je evidentní, že jsme se zaměřili na hvězdy, které projevují dlouhodobé variace s velkou amplitudou změn v  $O-C$  diagramu a navíc mají dobré časové pokrytí. Proto je naše studie silně ovlivněna výběrovými efekty.

V této práci jsme použili maxima z GEOS databáze, kromě měření označených jako ‘pr. com.’ (počet použitých maxim z této databáze je uveden v Tabulce 7.6). Abychom maximálně rozšířili množství použitých maxim, provedli jsme novou analýzu<sup>26</sup> dat z celoblohových přehlídek Hipparcos (ESA, 1997), NSVS (Woźniak et al., 2004), ASAS-3 (Pojmanski, 1997, 2002). Nová maxima jsme také získali z databází měření CRTS<sup>27</sup>, DASCH (Grindlay et al., 2009), SuperWASP (Pollacco et al., 2006; Butters et al., 2010) a OMC<sup>28</sup> (viz např. Alfonso-Garzon, Domingo & Mas-Hesse, 2010; Zejda & Domingo, 2011). Okamžiky maxim byly pro studované systémy určeny z řídkých dat použitím metody template fitting (prokládání šablony) popsané v Liška et al. (2015a) a v Části 3.2.3. Pro každou hvězdu byla vybrána datová sada s nejlepší kvalitou (dobrá přesnost měření a

<sup>25</sup>Několik dalších systémů bylo odloženo na pozdější samostatné studie.

<sup>26</sup>Z důvodů diskutovaných v práci Liška et al. (2015a).

<sup>27</sup><http://crts.caltech.edu/>

<sup>28</sup><http://sdc.cab.inta-csic.es/omc/index.jsp>

fázové pokrytí) k vytvoření template. Maxima z měření přehlídky SuperWASP (dobré časové rozlišení) byla určena metodou prokládání polynomu (polynomial fitting, [Skarka et al., 2015c, in prep.](#)). Určené okamžiky maxim, zahrnující nejistoty získané přímo z NLSM, budou dostupné pomocí CDS. Počet použitých maxim pro každou hvězdu z každé přehlídky je uveden v Tabulce 7.6.

V této práci jsou prezentována také nová fotometrická měření. Pro hvězdu VX Her byla pozorování provedena na MUO v Brně během 13 nocí (duben – srpen 2014) s přístrojem MUO-2 (filtry *BVRT*). Další měření ve fázích blízko maximální jasnosti byla získána pro hvězdy SS Leo a AT Ser na MFO1 s malým 3cm dalekohledem (Malokuk-2) v *green* filtru.

Všechna použitá maxima z GEOS databáze s odpovídajícími referencemi, maxima určená na základě měření celoblohových přehlídek a maxima z našich měření budou dostupná přes portál CDS. Interval pokrytý těmito měřeními je pro každou hvězdu uveden v Tab. 7.6.

Tabulka 7.6: Počet nových maxim získaných z jednotlivých projektů (HIP – Hipparcos, SWASP – SuperWASP), z našich pozorování a z GEOS databáze.

Hvězda	ASAS-3	CRTS	DASCH	HIP	NSVS	OMC	SWASP	Naše	GEOS	Interval
RS Boo	0	0	49	3	4	0	32	0	448	1900,0–2013,5
RU CVn	0	5	24	0	6	0	43	0	114	1902,0–2013,3
RZ Cet	15	8	0	3	9	4	0	0	100	1930,0–2013,8
S Com	10	10	34	3	11	0	0	0	134	1901,2–2013,4
SU Dra	0	0	0	5	5	0	0	0	237	1904,2–2013,5
VX Her	13	4	0	4	9	0	0	6	243	1916,2–2014,6
SS Leo	13	2	0	2	3	0	0	3	105	1901,3–2014,4
AV Peg	9	0	0	3	4	0	0	0	502	1931,7–2013,6
AT Ser	14	7	0	3	6	1	0	3	50	1900,9–2014,5
RV UMa	0	0	53	5	14	12	0	0	252	1897,3–2013,3
BB Vir	5	7	38	2	5	6	0	0	46	1902,1–2013,4

## 7.5.2 Výsledky analýzy vybraných hvězd

Proces modelování LiTE popsáný v práci [Liška et al. \(2015a\)](#) a Části 7.4.3.2 byl aplikován na námi vybrané cílové hvězdy, jejichž identifikace a základní světelné elementy jsou shrnuty v Tabulce 7.7. Každá z těchto hvězd vykazuje výrazné změny periody. Některé z nich byly již dříve označeny za možné členy dvojhvězdných soustav, ale orbitální parametry u nich nebyly určeny nebo byly jen velmi hrubě odhadnuty.

Některé z *O–C* změn mohou být přímo interpretovány jako cyklické s velkou amplitudou. U takovýchto závislostí bylo hledáno řešení založené pouze na přítomnosti LiTE (výsledky jsou označeny jako model 1). V několika případech je však orbitální perioda srovnatelná s délkou časové základny. Model 1 by v tomto případě měl být brán jen jako možné

Tabulka 7.7: Identifikace a základní charakteristiky studovaných hvězd (převzato z VSX, [Watson et al., 2006](#)).

Hvězda	RA [h:m:s]	DEC [°:′:″]	Další název	$M_0$ [HJD]	$P_{\text{puls}}$ [d]	Hv. vel. ( $V$ ) [mag]
RS Boo	14:33:33,21	+31:45:16,6	AN 14.1907 = HIP 71186	2441770,49	0,37733896	9,69 – 10,84
RU CVn	13:59:33,28	+31:39:04,3	AN 6.1914	2434483,467	0,5732449	11,36 – 12,48
RZ Cet	02:28:32,44	−08:21:30,1	AN 36.1929 = HIP 11517	2433906,8920	0,5105981	11,245 – 12,240
S Com	12:32:45,63	+27:01:45,4	AN 83.1910 = HIP 61225	2440654,6410	0,58658722	10,88 – 12,12
SU Dra	11:37:56,61	+67:19:47,0	AN 43.1907 = HIP 56734	2443902,0467	0,66042001	9,18 – 10,27
VX Her	16:30:40,73	+18:22:00,2	AN 30.1917 = HIP 80853	2453470,2068	0,4553595	9,913 – 11,177
SS Leo	11:33:54,49	−00:02:00,0	AN 69.1919 = HIP 56409	2441781,4090	0,6263351	10,420 – 11,584
AV Peg	21:52:02,79	+22:34:29,4	AN 90.1931 = HIP 107935	2443790,3160	0,3903814	9,93 – 10,99
AT Ser	15:55:40,44	+07:59:18,7	AN 46.1935 = HIP 77997	2453467,0077	0,7465617	11,013 – 11,890
RV UMa	13:33:18,09	+53:59:14,6	AN 139.1907 = HIP 66122	2445075,511	0,46806	9,81 – 11,3
BB Vir	13:51:40,78	+06:25:51,4	AN 23.1935 = HIP 67653	2439613,7760	0,4711069	10,732 – 11,450

řešení, ve kterém však pozorované změny nemusí být vůbec cyklické. U některých těchto hvězd mohou být jejich  $O-C$  diagramy interpretovány cyklickými změnami s malou amplitudou, které se navíc překrývají se sekulárními změnami periody ve tvaru paraboly. Tato situace je popsána naším modelem 2. V některých případech jsou možné obě interpretace a proto byly vypočteny oba modely. Naše výsledky s parametry popisujícími navržené oběžné dráhy jsou v Tabulce 7.8. Kromě orbitálních parametrů tato tabulka obsahuje také rychlost změny periody (pokud je nenulová), indikátor kvality fitu ( $\chi_R^2$ ) a celkový počet použitých okamžiků maxim. Pro výpočet minimální hmotnosti možného společníka jsme předpokládali hmotnost RR Lyrae hvězdy  $0,6 M_{\odot}$ .

V souladu s očekáváním se zdá, že možní společníci hvězd z našeho výběru jsou většinou málo hmotné hvězdy (s hmotností menší než má samotná RR Lyrae složka). Pouze v případě RZ Cet je společníkem objekt s vyšší hmotností, pravděpodobně bílý trpaslík nebo neutronová hvězda, a u AT Ser to může být dokonce černá díra. Studované hvězdy jsou individuálně diskutovány v dalších částech.

Dostupná literatura obsahuje relativně bohatý vzorek původních měření RV pro naše objekty (Tabulka 7.9), které by mohly být použity pro ověření našich výsledků, protože orbitální parametry umožňují vypočítat amplitudu a průběh variací v systematických RV (detaily viz [Liška et al., 2015a](#)). Naneštěstí ve většině případů nemají dostatečný počet, časový rozsah nebo kvalitu pro takovéto použití. Samotné střední RV z prací [Layden \(1994\)](#), [Fernley & Barnes \(1997\)](#) nebo [Solano et al. \(1997\)](#), které jsou typicky založeny na 2 až 3 nepublikovaných měřeních, mají pro naše cíle nedostatečnou kvalitu. Během práce na této studii jsme zjistili, že u mnoha našich cílů nejsou některá měření RV spolehlivá – zejména staré hodnoty z prací [Abt \(1970, 1973\)](#) se mohou lišit o více než  $30 \text{ km s}^{-1}$  od dalších datových sad<sup>29</sup>. Toto jen ukazuje na potřebu pořízení nové přesné spektroskopie.

<sup>29</sup>[Layden \(1994\)](#) analyzoval velký vzorek středních hodnot RV pro RR Lyrae hvězdy z práce [Payne-Gaposchkin \(1954\)](#) a odhadl nejistotu těchto měření na  $35 \text{ km s}^{-1}$ . V mnoha případech byla originální měření RV pro tyto hvězdy publikována později v pracích [Abt \(1970, 1973\)](#).

Tabulka 7.8: Pulzační a orbitální parametry pro námi vybrané hvězdy s pravděpodobným LiTE\*.

Hvězda	Model	$P_{\text{puls}}$ [d]	$M_0$ [HUD]	$10^{-11} P_{\text{puls}}$ [d d <sup>-1</sup> ]	$\beta$ [d Myr <sup>-1</sup> ]	$P_{\text{orbit}}$ [yr]	$T_0$ [HUD]	$e$	$\omega$ [°]	$A$ [light day]	$a_1 \sin i$ [au]	$f(\mathcal{M})$ [ $\mathcal{M}_{\odot}$ ]	$\mathcal{M}_{2,\text{min}}$ [ $\mathcal{M}_{\odot}$ ]	$K_1$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\chi_R^2$	$N_{\text{max}}$
RS Boo <sup>B</sup>	1	0.37733735 <sup>+12</sup> <sub>-17</sub>	2448500.3193 <sup>+24</sup> <sub>-17</sub>	-	-	147 <sup>+23</sup> <sub>-15</sub>	2425500 <sup>+4500</sup> <sub>-3300</sub>	0.150 <sup>+86</sup> <sub>-25</sub>	220 <sup>+37</sup> <sub>-30</sub>	0.0468 <sup>+78</sup> <sub>-45</sub>	8.1 <sup>+1.3</sup> <sub>-0.8</sub>	0.0246 <sup>+48</sup> <sub>-28</sub>	0.264 <sup>+19</sup> <sub>-15</sub>	1.660 <sup>+65</sup> <sub>-35</sub>	1.082(61)	536
RS Boo <sup>B</sup>	2	0.377337689 <sup>+26</sup> <sub>-13</sub>	2435747.0346 <sup>+6</sup> <sub>-25</sub>	+12.81 <sup>+76</sup> <sub>-19</sub>	+0.0468 <sup>+28</sup> <sub>-7</sub>	76.7 <sup>+0.6</sup> <sub>-7</sub>	2455350 <sup>+350</sup> <sub>-360</sub>	0.55 <sup>+22</sup> <sub>-19</sub>	213 <sup>+11</sup> <sub>-6</sub>	0.0129 <sup>+14</sup> <sub>-3</sub>	2.23 <sup>+2.8</sup> <sub>-4</sub>	0.00188 <sup>+71</sup> <sub>-10</sub>	0.097 <sup>+12</sup> <sub>-3</sub>	1.03 <sup>+26</sup> <sub>-8</sub>	1.082(62)	536
RU CVn	1	0.573250314 <sup>+49</sup> <sub>-89</sub>	2455343.4612 <sup>+64</sup> <sub>-21</sub>	-	-	101.6 <sup>+3.1</sup> <sub>-4.2</sub>	2448500 <sup>+3700</sup> <sub>-3500</sub>	0.22 <sup>+2</sup> <sub>-2</sub>	333 <sup>+39</sup> <sub>-40</sub>	0.0495 <sup>+30</sup> <sub>-65</sub>	8.6 <sup>+0.5</sup> <sub>-1.1</sub>	0.061 <sup>+10</sup> <sub>-19</sub>	0.392 <sup>+34</sup> <sub>-55</sub>	2.58 <sup>+14</sup> <sub>-23</sub>	1.03(10)	192
RZ Cet <sup>B?</sup>	2	0.51061244 <sup>+28</sup> <sub>-44</sub>	2441276.6248 <sup>+98</sup> <sub>-60</sub>	-180.8 <sup>+7.6</sup> <sub>-6.9</sub>	-0.660 <sup>+28</sup> <sub>-25</sub>	75.4 <sup>+2.2</sup> <sub>-4.0</sub>	2431530 <sup>+600</sup> <sub>-600</sub>	0.35 <sup>+1.6</sup> <sub>-1.6</sub>	105.2 <sup>+9.5</sup> <sub>-8.8</sub>	0.082 <sup>+10</sup> <sub>-11</sub>	14.1 <sup>+1.7</sup> <sub>-1.9</sub>	0.49 <sup>+15</sup> <sub>-15</sub>	1.15 <sup>+17</sup> <sub>-25</sub>	5.94 <sup>+74</sup> <sub>-50</sub>	1.13(12)	139
S Com	1	0.586589092 <sup>+56</sup> <sub>-33</sub>	2453796.55538 <sup>+93</sup> <sub>-59</sub>	-	-	105.8 <sup>+6.2</sup> <sub>-3.7</sub>	2442200 <sup>+2500</sup> <sub>-2700</sub>	0.12 <sup>+1.3</sup> <sub>-6</sub>	135 <sup>+22</sup> <sub>-25</sub>	0.0329 <sup>+13</sup> <sub>-6</sub>	5.70 <sup>+2.3</sup> <sub>-10</sub>	0.0166 <sup>+14</sup> <sub>-10</sub>	0.224 <sup>+78</sup> <sub>-55</sub>	1.617 <sup>+55</sup> <sub>-34</sub>	1.05(10)	202
S Com	2	0.586589124 <sup>+87</sup> <sub>-20</sub>	2435949.0067 <sup>+34</sup> <sub>-20</sub>	-7.0 <sup>+1.2</sup> <sub>-4.1</sub>	-0.026 <sup>+4</sup> <sub>-15</sub>	90.1 <sup>+2.5</sup> <sub>-7.8</sub>	2442700 <sup>+4500</sup> <sub>-7600</sub>	0.193 <sup>+96</sup> <sub>-44</sub>	134 <sup>+62</sup> <sub>-47</sub>	0.0228 <sup>+19</sup> <sub>-34</sub>	3.96 <sup>+34</sup> <sub>-58</sub>	0.0076 <sup>+17</sup> <sub>-21</sub>	0.165 <sup>+13</sup> <sub>-22</sub>	1.33 <sup>+12</sup> <sub>-9</sub>	1.03(10)	202
SU Dra	2	0.66042124 <sup>+9</sup> <sub>-12</sub>	2443902.0549 <sup>+23</sup> <sub>-13</sub>	+16.6 <sup>+0.7</sup> <sub>-1.2</sub>	+0.0606 <sup>+27</sup> <sub>-44</sub>	70.7 <sup>+3.1</sup> <sub>-3.6</sub>	2432100 <sup>+3700</sup> <sub>-3300</sub>	0.24 <sup>+3.2</sup> <sub>-1</sub>	109 <sup>+50</sup> <sub>-47</sub>	0.0115 <sup>+21</sup> <sub>-12</sub>	1.96 <sup>+36</sup> <sub>-21</sub>	0.00150 <sup>+80</sup> <sub>-47</sub>	0.089 <sup>+18</sup> <sub>-13</sub>	0.85 <sup>+24</sup> <sub>-9</sub>	1.118(91)	247
VX Her <sup>B?</sup>	2	0.455366782 <sup>+31</sup> <sub>-15</sub>	2438911.5683 <sup>+7</sup> <sub>-14</sub>	-42.71 <sup>+66</sup> <sub>-46</sub>	-0.1560 <sup>+24</sup> <sub>-17</sub>	83.0 <sup>+2.3</sup> <sub>-2.5</sub>	2422100 <sup>+1200</sup> <sub>-1080</sub>	0.811 <sup>+50</sup> <sub>-82</sub>	134 <sup>+15</sup> <sub>-8</sub>	0.00787 <sup>+0.3</sup> <sub>-0.1</sub>	1.36 <sup>+16</sup> <sub>-14</sub>	0.00037 <sup>+13</sup> <sub>-7</sub>	0.0540 <sup>+63</sup> <sub>-40</sub>	0.84 <sup>+13</sup> <sub>-13</sub>	1.095(86)	279
SS Leo	1	0.62634133 <sup>+25</sup> <sub>-30</sub>	2441781.3914 <sup>+17</sup> <sub>-19</sub>	-	-	110.7 <sup>+7.3</sup> <sub>-5.2</sub>	2453240 <sup>+440</sup> <sub>-530</sub>	0.475 <sup>+51</sup> <sub>-28</sub>	141 <sup>+10</sup> <sub>-12</sub>	0.0517 <sup>+38</sup> <sub>-30</sub>	8.95 <sup>+66</sup> <sub>-51</sub>	0.0585 <sup>+63</sup> <sub>-58</sub>	0.384 <sup>+17</sup> <sub>-20</sub>	2.737 <sup>+68</sup> <sub>-45</sub>	1.09(13)	128
AV Peg	2	0.390375282 <sup>+22</sup> <sub>-18</sub>	2441552.28877 <sup>+76</sup> <sub>-34</sub>	+45.96 <sup>+32</sup> <sub>-42</sub>	+0.1679 <sup>+8</sup> <sub>-15</sub>	47.7 <sup>+1.8</sup> <sub>-2.2</sub>	2455880 <sup>+380</sup> <sub>-460</sub>	0.44 <sup>+18</sup> <sub>-9</sub>	86 <sup>+18</sup> <sub>-16</sub>	0.00591 <sup>+52</sup> <sub>-10</sub>	1.024 <sup>+90</sup> <sub>-17</sub>	0.00047 <sup>+15</sup> <sub>-3</sub>	0.0589 <sup>+61</sup> <sub>-16</sub>	0.71 <sup>+18</sup> <sub>-4</sub>	1.010(63)	518
AT Ser	1	0.74656003 <sup>+17</sup> <sub>-18</sub>	2436093.2609 <sup>+26</sup> <sub>-49</sub>	-	-	85.6 <sup>+1.2</sup> <sub>-1.4</sub>	2449440 <sup>+550</sup> <sub>-510</sub>	0.456 <sup>+47</sup> <sub>-30</sub>	217.7 <sup>+7.9</sup> <sub>-4.6</sub>	0.1157 <sup>+35</sup> <sub>-25</sub>	20.0 <sup>+0.6</sup> <sub>-1.3</sub>	1.10 <sup>+10</sup> <sub>-20</sub>	1.90 <sup>+14</sup> <sub>-22</sub>	7.83 <sup>+28</sup> <sub>-54</sub>	1.12(16)	84
RV UMa <sup>B</sup>	2	0.468062850 <sup>+34</sup> <sub>-32</sub>	2438459.9318 <sup>+16</sup> <sub>-17</sub>	+4.70 <sup>+62</sup> <sub>-54</sub>	+0.0172 <sup>+23</sup> <sub>-20</sub>	66.9 <sup>+84</sup> <sub>-78</sub>	2449520 <sup>+510</sup> <sub>-570</sub>	0.404 <sup>+55</sup> <sub>-49</sub>	317 <sup>+10</sup> <sub>-10</sub>	0.02657 <sup>+90</sup> <sub>-81</sub>	4.60 <sup>+1.6</sup> <sub>-14</sub>	0.0217 <sup>+24</sup> <sub>-21</sub>	0.251 <sup>+11</sup> <sub>-9</sub>	2.24 <sup>+11</sup> <sub>-9</sub>	1.105(78)	336
BB Vir <sup>B?</sup>	2	0.47109958 <sup>+6</sup> <sub>-5</sub>	2436232.2426 <sup>+48</sup> <sub>-29</sub>	+36.3 <sup>+1.5</sup> <sub>-0.3</sub>	+0.1325 <sup>+54</sup> <sub>-9</sub>	92.7 <sup>+2.7</sup> <sub>-8.8</sub>	2446900 <sup>+6000</sup> <sub>-1100</sub>	0.24 <sup>+1</sup> <sub>-1</sub>	296 <sup>+76</sup> <sub>-10</sub>	0.0248 <sup>+12</sup> <sub>-41</sub>	4.30 <sup>+21</sup> <sub>-70</sub>	0.0092 <sup>+29</sup> <sub>-32</sub>	0.177 <sup>+15</sup> <sub>-32</sub>	1.42 <sup>+23</sup> <sub>-11</sub>	1.11(14)	109

**Poznámky:** (\*) Sloupce obsahují následující parametry: Hvězda – jméno hvězdy v GCVS, Model – typ vypočteného modelu (1 = pouze LiTE, 2 = LiTE + parabola),  $P_{\text{puls}}$  – pulzační perioda,  $M_0$  – nulová epocha pulzací,  $\beta$  – relativní rychlost změny pulzační periody,  $P_{\text{orbit}}$  – orbitální perioda,  $T_0$  – čas průchodu hvězd periastrum,  $e$  – numerická excentricita,  $\omega$  – argument periastra,  $A - a_1 \sin i$  ve světelných dnech (poloviční amplituda LiTE  $A_{\text{LiTE}} = A\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}$ ),  $a_1 \sin i$  – projekce velké poloosy primární (pulzující) složky  $a_1$  v závislosti na inklinacním úhlu dráhy  $i$ ,  $f(\mathcal{M})$  – hmotnostní funkce,  $\mathcal{M}_{2,\text{min}}$  – minimální hmotnost sekundární složky, hodnota byla vypočtena pro inklinaci  $i = 90^\circ$  a předpokládanou hmotnost primární hvězdy  $\mathcal{M}_1 = 0,6\mathcal{M}_{\odot}$ ,  $K_1$  – poloviční amplituda změn v RV primární složky (RR Lyrae hvězdy),  $\chi_R^2$  – normalizovaná hodnota  $\chi^2$ ,  $N_{\text{max}}$  – počet použitých okamžiků maxim, ( $B$ ) – u této hvězdy je detekován Blažkův jev, ( $B?$ ) – hvězda je podezřelá z přítomnosti Blažkova jevu.

Tabulka 7.9: Zdroje měření RV pro jednotlivé RR Lyrae hvězdy.

Hvězda	Ref.	Hvězda	Ref.
RS Boo	2, 8, 14	SS Leo	1, 3, 5, 7
RU CVn	2	AV Peg	2, 9, 14
RZ Cet	4	AT Ser	2, 6, 7
S Com	2, 7	RV UMa	2, 6, 12
SU Dra	1, 9, 10, 11, 13	BB Vir	2
VX Her	2, 14		

1 – Abt (1970), 2 – Abt (1973), 3 – Carrillo et al. (1995), 4 – Colacevich (1950), 5 – Fernley et al. (1990), 6 – Fernley, Skillen & Burki (1993), 7 – Hawley & Barnes (1985), 8 – Jones, Carney & Latham (1988), 9 – Liu & Janes (1989), 10 – Oke, Giver & Searle (1962), 11 – Preston (1965), 12 – Preston & Spinrad (1967), 13 – Varsavsky (1960), 14 – Woolley & Aly (1966).

### 7.5.2.1 RS Boo

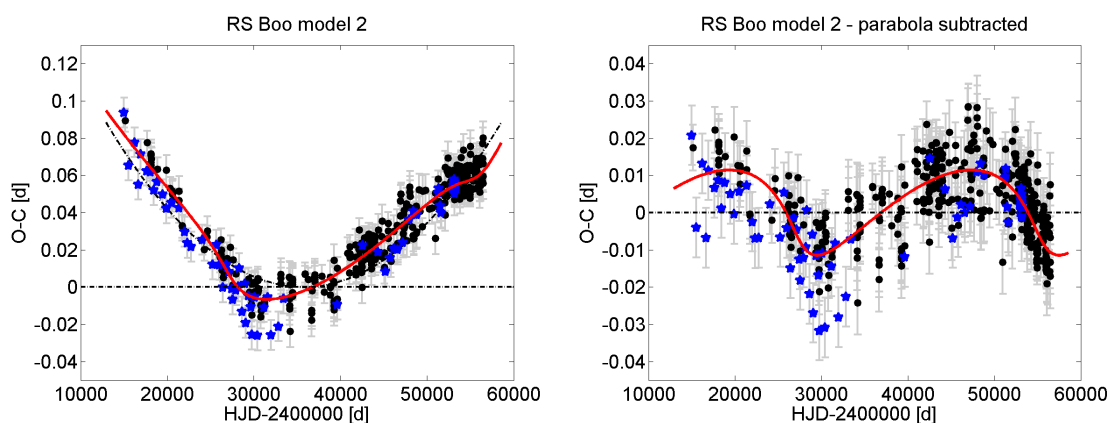
RS Boo je jedna z nejlépe prostudovaných RR Lyrae hvězd. Kromě dlouhodobých změn v  $O-C$  diagramu vykazuje i modulaci (Blažkův jev) s periodou okolo 533 d (Oosterhoff, 1946) a možná i s kratší periodou mezi 58–62 d (Kanyó, 1980). Novější analýza ukazuje Blažkovu modulaci s periodou 532,481 d (Le Borgne et al., 2012) a 41,3 d a 62,5 d (Skarka, 2014a). Myšlenka dvojhvězdnosti přišla od Kanyó (1980), která analyzovala její  $O-C$  diagram. Po odečtení paraboly navrhla možnou orbitální periodu okolo 70 let založenou na reziduích. Kanyó (1986) také zjistila, že zjasnění během 62denního cyklu je menší pro měření v modrém filtru než ve filtru žlutém, což je v protikladu s chováním u dlouhého 530denního cyklu. Navrhla, že by to mohlo být způsobeno chladnějším společníkem.

Tvar  $O-C$  diagramu RS Boo je viditelně asymetrický (Obr. 7.16) a umožňuje přímou interpretaci jako důsledek přítomnosti LiTE (naš model 1) a nebo jako sekulární prodlužování periody, které se prolíná s LiTE (model 2, Obr. 7.16). Model 1 dává orbitální periodu 147 yr a minimální hmotnost společníka  $0,264 M_{\odot}$  zatímco model 2 dává kratší orbitální periodu 77 yr a minimální hmotnost sekundární složky  $0,097 M_{\odot}$ . Ačkoli tvar  $O-C$  změn dovoluje interpretaci nesymetrickým prodlužováním periody<sup>30</sup>, známky, že závislost na konci klesá směrem dolů (rychlost prodlužování periody se zpomaluje), znevýhodňuje toto vysvětlení. Protože oba modely mají stejnou kvalitu proložení ( $\chi^2_{\text{R}} = 1,082$ ) a obě možné hmotnosti společníka jsou v obou případech rozumné, je velmi obtížné vybrat správné řešení. Pouze další fotometrická a spektroskopická pozorování mohou pomoci.

Po odečtení obou modelů jsme v reziduích hledali dodatečnou periodicitu. Oba modely dávají téměř stejná rezidua, proto byly v obou případech nalezeny i stejné periody. Nejvýraznější pík ve frekvenčním spektru (horní panel Obr. 7.17) se vztahuje k Blažkově periodě  $P_{\text{BL}} = 535(4)$  d (pro všechna dostupná měření), která je v rámci chyb stejná jako v předchozích studiích (Kanyó, 1986; Le Borgne et al., 2007, 2012), a k periodě  $P_{\text{BL}} = 550,5(1,0)$  d, pokud jsou použita pouze velmi přesná fotoelektrická a CCD měření (data vykreslená ve fázi s touto periodou jsou v Obr. 7.18). Po odečtení hlavní frekvence (prewhitening) ze všech dat nebyl žádný další významný pík v těchto měřeních odhalen. Na druhou stranu dodatečná frekvenční analýza pouze fotoelektrických a CCD maxim odhalila další tři významné frekvence. První z nich s nejistým vysvětlením odpovídá periodě

<sup>30</sup>Le Borgne et al. (2007) provedl fit 3. stupně polynomu, kubický člen byl statisticky významný.





Obrázek 7.16:  $O-C$  diagram hvězdy RS Boo společně s naším modelem 2 (plná červená čára, levý panel) a variace po odečtení parabolického trendu (pravý panel). Černá kolečka a modré hvězdy označují maxima přejatá z GEOS databáze resp. nová maxima určená v této práci (z měření celoblohových přehlídek a z našich pozorování).

2 400 d. Další dva píky ve frekvenčním spektru odpovídající periodám  $P_{m2} = 39,5(7)$  d a  $P_{m3} = 60,0(1)$  d (prostřední dva panely v Obr. 7.17) korelují dobře se sekundárními modulačními periodami známými z literatury. Proto navrhuje, že sekundární modulační komponenty jsou reálné. Je však potřeba je potvrdit dodatečným pozorováním.

Náš první model LiTE naznačuje variaci v RV s poloviční amplitudou  $K_1 \sim 1,7 \text{ km s}^{-1}$  a druhý model pouze  $1 \text{ km s}^{-1}$ , což je příliš málo pro spolehlivé potvrzení za pomoci dostupných RV měření (viz Tabulka 7.9). Jedním z důvodů je i to, že u jediné použitelné datové sady od Jonese, Carneyho & Lathama (1988), která má dostatečně kvalitní měření, je časová základna pouze 108 dní. Data byla získána v různých fázích 550denního Blažkova cyklu. Proto jsou nepoužitelná pro náš výzkum (potvrzení dvojhvězdnosti). Alespoň nám tato měření umožnila zamítnout možnost, že by byl 550denní cyklus způsoben dodatečným LiTE. Takovýto LiTE by produkoval periodické změny v systematických hodnotách RV s poloviční amplitudou  $20,9 \text{ km s}^{-1}$ , která po odečtení od měření RV od Jonese, Carneyho & Lathama (1988) způsobuje výrazné zvýšení rozptylu ve sfázované RV křivce.

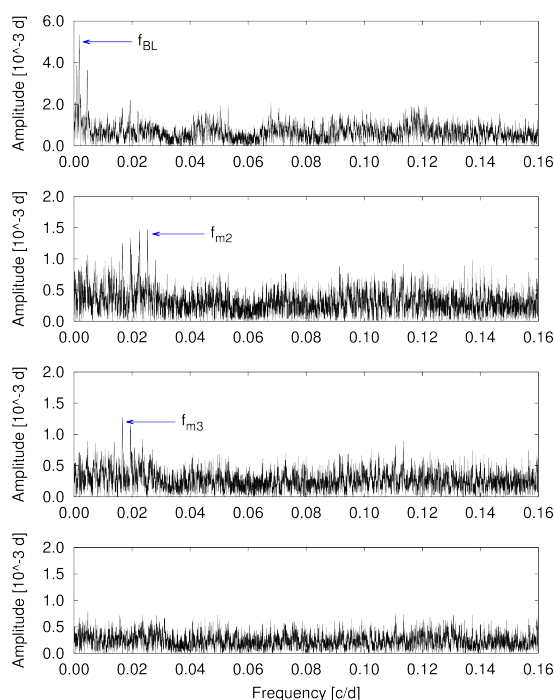
### 7.5.2.2 RU CVn

Možné dlouhodobé cyklické změny v pulzační periodě s délkou pravděpodobně  $60\,000 \text{ d}^{31}$  byly diskutovány Husarem (2003) a komplikovaný tvar  $O-C$  diagramu byl zmíněn ve studii Le Borgne et al. (2007). Závislost na Obr. 7.19 jasně ukazuje cyklické variace. Proto byl spočten pouze model 1, který dává orbitální periodu zhruba 102 yr a minimální hmotnost společníka  $0,39 M_{\odot}$ . Nicméně orbitální parametry založené na našem modelu by měly být brány jen jako značně předběžné, protože od doby objevu této proměnné hvězdy byl dokončen pouze jeden cyklus.

V literatuře jsou dostupná 2 samostatná měření RV (Abt, 1973). Obě hodnoty byly získány s rozdílem 9 let prakticky ve stejné pulzační fázi 0,33, ale přesto se významně liší ( $+21,7$  a  $-58,9$ )  $\text{km s}^{-1}$ . Velký rozdíl v hodnotách RV nemůže být vysvětlen rozdílem

<sup>31</sup>Tato hodnota byla chybně uvedena v letech a ne ve dnech.





Obrázek 7.17: Frekvenční spektra z reziduí fotoelektrických a CCD maxim pro RS Boo. Jednotlivé nejvýraznější frekvence, které jsou vyznačené, byly následně krok po kroku odečteny od měření – od horního panelu směrem k dolnímu, kde je zobrazeno pouze finální residuum.

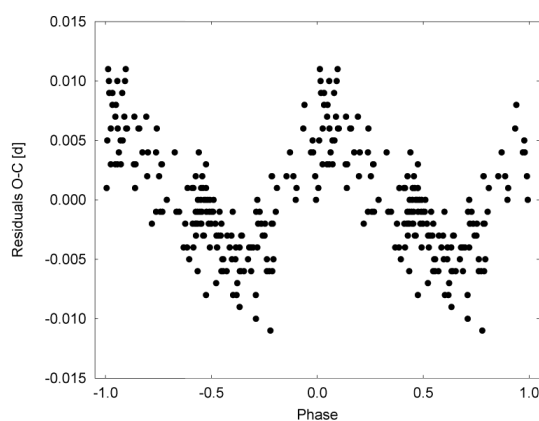
v systematických RV založeném na našem modelu LiTE, protože změna kvůli odlišným orbitálním fázím by měla být jen okolo  $1 \text{ km s}^{-1}$ . Navíc poloviční amplituda RV změn  $K_1$  je pouze  $2,6 \text{ km s}^{-1}$ . Jedna publikovaná hodnota RV je pravděpodobně nesprávná nebo mají hodnoty značný vnitřní rozptyl (to je více pravděpodobné, viz Část 7.5.2).

### 7.5.2.3 RZ Cet

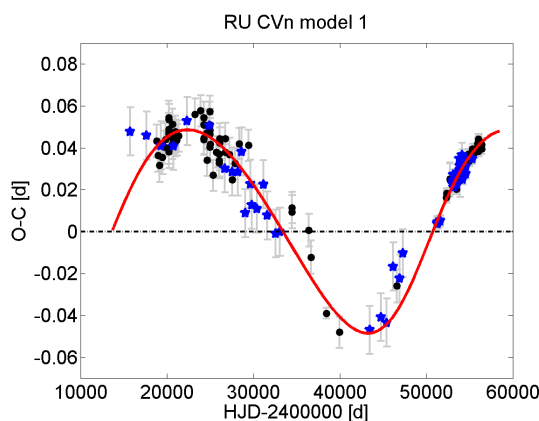
Variace v délce periody RZ Cet jsou v  $O-C$  diagramu dobře viditelné (Obr. 7.20) a studovali je např. Le Borgne et al. (2007). Závislost  $O-C$  hodnot na čase proložili parabolou ( $\dot{P}_{\text{puls}} = -157,9(8,8) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ ) a následně v reziduích našli oscilaci s periodou 12 500 d (prokládá se přes parabolický trend). Autoři zmiňují, že tato oscilace by mohla být následkem LiTE.

Navržený scénář jsme testovali s použitím mírně odlišného postupu (simultánním fitováním paraboly a LiTE) a získali jsme  $\dot{P}_{\text{puls}} = -180,8_{-6,9}^{+7,6} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  a periodu LiTE 75 yr (27 600 d), která je více než dvakrát větší než hodnota z práce Le Borgne et al. (2007). Avšak časová základna těchto měření má podobnou délku (84 yr). Proto jsou hodnoty orbitální periody a dalších parametrů (jako je hmotnost společníka  $\mathfrak{M}_{2,\text{min}} \sim 1,15 \mathfrak{M}_{\odot}$ ) velmi předběžné.

Variace v  $O-C$  diagramu umožňují další, méně pravděpodobné, vysvětlení, že  $O-C$  závislost lze interpretovat jen jako LiTE (bez paraboly, model 1) s nekompletním cyklem. Nedostatečná délka časové základny způsobila nestabilní výpočet našich modelů a parametry modelu LiTE byly proto určeny jen na základě vizuální shody modelu s daty.



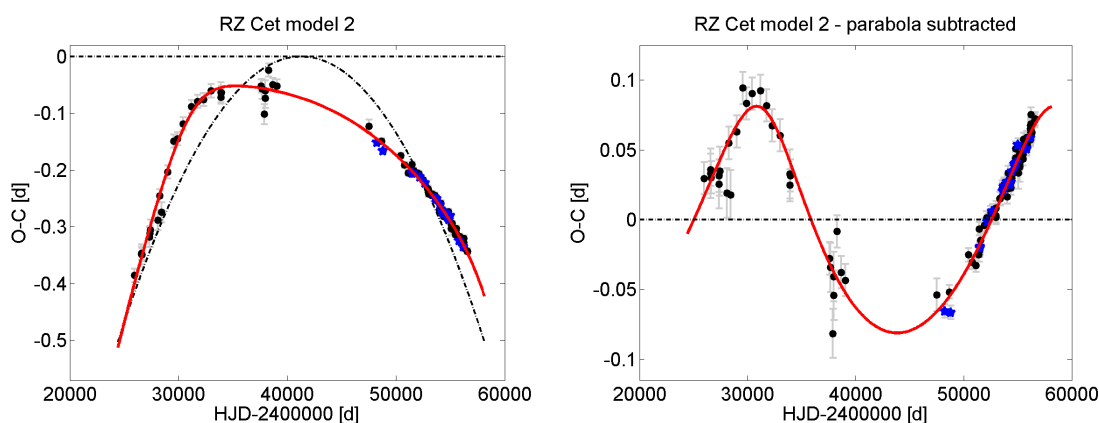
Obrázek 7.18: Rezydua  $O-C$  hodnot RS Boo po odečtení modelu 1 jsou zobrazená ve fázi s nalezenou Blažkovou periodou 550,5 d. Vertikální rozptyl je způsoben dalšími modulačními složkami.



Obrázek 7.19:  $O-C$  diagram RU CVn společně s naším modelem 1. Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

Toto „řešení“ dává orbitální periodu alespoň 86 let s amplitudou odpovídající velmi hmotnému souputníkovi s minimální hmotností přinejmenším  $7,5 M_{\odot}$ . S ohledem na diskuzi v Části 7.1 by se mělo jednat o černou díru. Vzhledem k orbitální periodě delší než 80 let by byl systém dobře oddělený a proto by přenos hmoty mezi složkami neměl být možný. Černá díra by se projevila zřejmě jen prostřednictvím gravitačních efektů působících na RR Lyrae složku. Ačkoli možná přítomnost černé díry je překvapivá, RZ Cet by nebyla prvním objektem mezi RR Lyrae hvězdami s možnou černou dírou (viz diskuze o BE Dor v Části 7.2.2).

Kovács (2005) označil RZ Cet jako modulovanou hvězdu, ale periodu navrhovaného Blažkova efektu neuvádí a dodnes tato hodnota není známa (pokud je vůbec Blažkův jev přítomen). Skarka (2014a) analyzoval data RZ Cet z ASAS přehlídky a nenalezl žádné znaky modulace. Naše analýza  $O-C$  reziduí také modulaci nepodporuje. Možná by dominantní změny v  $O-C$  diagramu s velkou amplitudou mohly být přisouzeny Blažkově efektu s extrémně dlouhou periodou, tak dlouhá modulační perioda není ale dosud známá (viz Část 7.3.2). Jediné náznaky modulace a také podivný pokles hvězdné velikosti až o 0,4 mag ve  $V$ , který by mohl znamenat zákryt, přinesla naše analýza měření z práce



Obrázek 7.20:  $O-C$  diagram RZ Cet spolu s naším modelem 2 (panel vlevo) a variace po odstranění parabolického trendu (panel vpravo). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

(Bookmeyer et al., 1977), viz Část 7.6.4. Ale vypočtené hmotnosti z obou našich modelů LiTE (1,15 a  $7,5 M_{\odot}$ ) odpovídají přítomnosti malé degenerované složky, u které je nepravděpodobné, že by způsobila pozorovaný zákryt.

U této hvězdy je k dispozici pouze jedno měření RV (Colacevich, 1950), to je však zcela nedostatečné pro naše účely. Zde je nezbytně důležité získat nová spektroskopická měření pro potvrzení dvojhvězdnosti RZ Cet.

#### 7.5.2.4 S Com

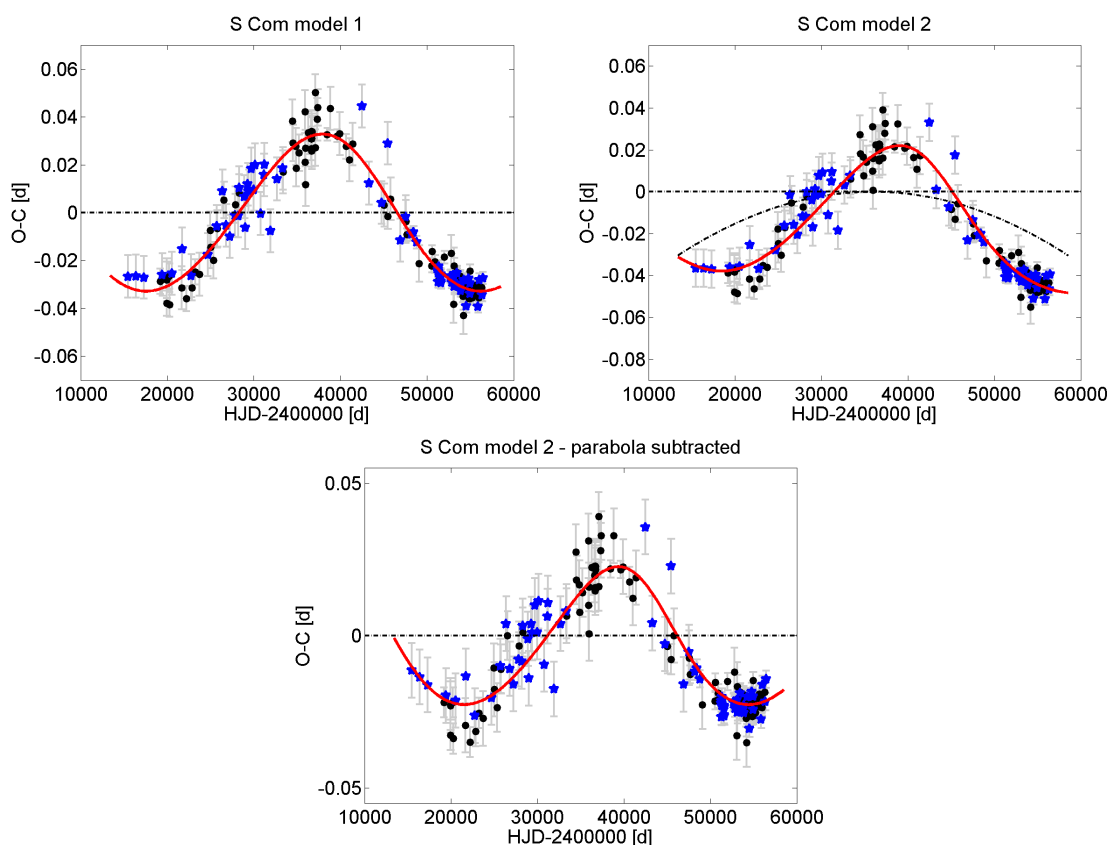
S Com je dalším slibným kandidátem na dvojhvězdný systém. Informace o možných cyklických změnách s dlouhou periodou byla zmíněna bez bližších detailů Le Borgnem et al. (2007). Pravděpodobný LiTE s periodou přibližně 106 yr je velmi pěkně demonstrován v našem  $O-C$  diagramu (model 1, levý horní panel v Obr. 7.21). V současnosti má pulzační perioda nejkratší hodnotu, ale během následujících let by se měla opět začít zvětšovat.

Náš druhý model LiTE u S Com zahrnující i parabolický trend (pravý horní panel v Obr. 7.21) dává kratší orbitální periodu okolo 90 yr a také menší hodnoty orbitálních parametrů jako jsou projekce velké poloosy nebo limitní hmotnost sekundární složky. Rychlost změny periody  $\dot{P}_{\text{puls}} = -7,0_{-4,1}^{+1,2} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  se výrazně liší od hodnoty  $-26,4(1,1) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Le Borgne et al., 2007) a to hlavně kvůli zahrnutí LiTE do modelu.

V literatuře jsou dostupné dvě datové sady s hodnotami RV (Tabulka 7.9). Nicméně očekávané změny v systematických RV způsobené binaritou s poloviční amplitudou  $1,6 \text{ km s}^{-1}$  (model 1) nebo  $1,3 \text{ km s}^{-1}$  (model 2) jsou plně saturovány variacemi v RV způsobenými pulzacemi.

#### 7.5.2.5 SU Dra

$O-C$  variace hvězdy SU Dra nemohou být vysvětleny jednoduchým parabolickým trendem. Jak už bylo zmíněno u jiných případů výše, navrhuje zde, že změny periody jsou

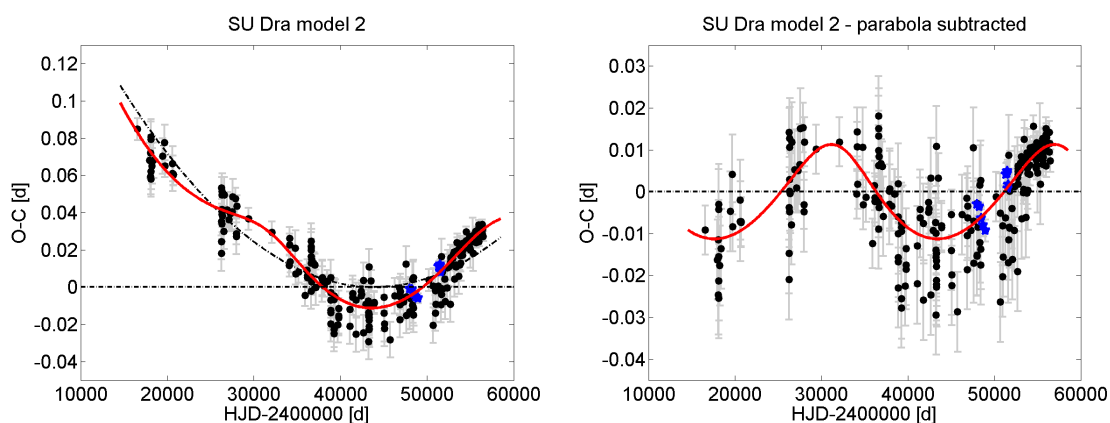


Obrázek 7.21:  $O-C$  diagram S Com společně s naším modelem 1 (levý horní panel), modelem 2 (pravý horní panel) a variace po odečtení parabolického trendu (dolní panel). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

způsobené přítomností dalšího neviditelného tělesa. S ohledem na náš model kombinující parabolou a LiTE (Obr. 7.22) by měl málo hmotný souputník ( $\mathcal{M}_{2,\min} \sim 0,09 \mathcal{M}_{\odot}$ ) obíhat SU Dra s periodou 70,7 let. Parabolický tvar  $O-C$  digramu může naznačovat rychlost změny periody  $16,6_{-1,2}^{+0,7} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ , která je téměř identická s hodnotou  $17,0(1,0) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Le Borgne et al., 2007)<sup>32</sup>. Další scénář (pouze LiTE) byl testován podobně jako u dalších námi vybraných systémů. Nalezená perioda zhruba 149 yr je však velmi nejistá, neboť je v  $O-C$  diagramu vidět pouze neúplný cyklus.

SU Dra jako nejjasnější hvězda z našeho výběru má také největší počet zdrojů s dostupnými RV (Tabulka 7.9). Naneštěstí několik hodnot je nevěrohodných a zbylá měření se zdají být spíše v rozporu s binaritou SU Dra. Poloviční amplituda předpovězených změn v RV  $K_1$  je docela malá – pouze  $0,85 \text{ km s}^{-1}$ , což je velmi těžko detekovatelné a proto by výsledky našeho testu neměly být brány jako spolehlivé.

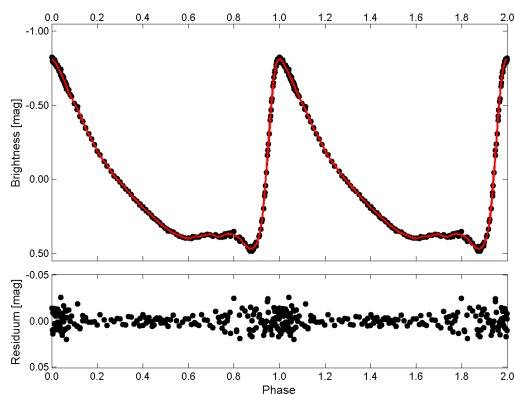
<sup>32</sup>Le Borgne et al. (2007) proložil závislostí také polynom třetího stupně pro SU Dra, rychlost změny periody se změnila jen nepatrně na  $13,4 \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ .



Obrázek 7.22:  $O-C$  diagram SU Dra společně s naším modelem 2 (levý panel) a variace po odečtení parabolického trendu (pravý panel). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

### 7.5.2.6 VX Her

VX Her byla navržena na možný zákrytový systém (Fitch et al., 1966) – pro více detailů viz diskuze v Části 7.2.1. Žádná další pozorování ani naše měření (Obr. 7.23) nepotvrzují Fitchovy výsledky.

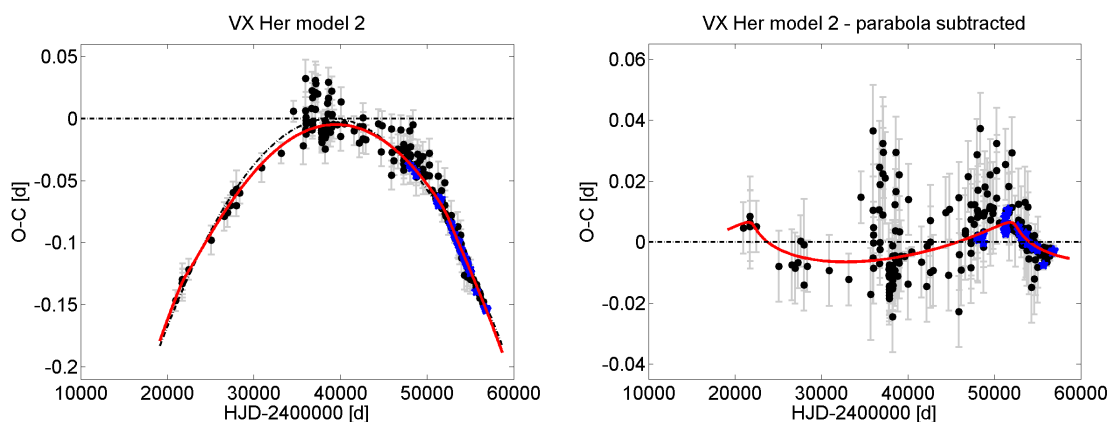


Obrázek 7.23: Světelná křivka VX Her ve filtru V získaná na MUO během 13 nocí (duben – srpen 2014) za účelem zaznamenání zákrytů. Světelné změny jsou doplněny modelem střední světelné křivky (horní panel). Reziduum po odečtení tohoto modelu neukazuje žádné evidentní variace větší než 0,02 mag (dolní panel).

Tvar  $O-C$  diagramu VX Her (panel vlevo v Obr. 7.24) je viditelně parabola s malou systematickou deformací. Reziduum po odečtení parabolického trendu (pravý panel v Obr. 7.24) obsahuje malou vlnku, která může být popsána modelem LiTE s periodou okolo 86 yr. Nicméně existence LiTE je trochu diskutabilní z důvodu velkého rozptylu ve starších okamžicích maxim (fotografické, vizuální). Naše výsledky lze brát alespoň jako limitu pro LiTE u VX Her (minimální hmotnost sekundární složky by mohla být jen  $0,05 M_{\odot}$ ). Nalezená hodnota změny periody  $-42,71^{+66}_{-48} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  je podobná hodnotě  $-40,5(9) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Le Borgne et al., 2007).

Celá variace v  $O-C$  může být popsána také samostatným LiTE s delší periodou.

V tomto případě by nepříliš pravděpodobné řešení mělo orbitální periodu okolo 175 yr a limitní hmotnost sekundární složky by pak byla přibližně  $0,8 M_{\odot}$ .



Obrázek 7.24:  $O-C$  diagram VX Her společně s naším modelem 2 (levý panel) a variace po odečtení parabolického trendu (pravý panel). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

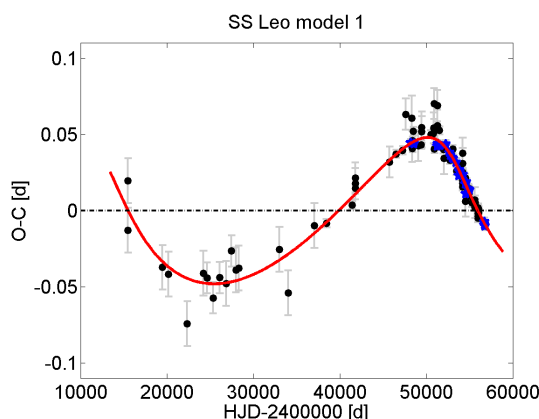
Podle prací [Azarnova \(1963\)](#); [Wunder \(1990\)](#) jsou pulzace modulovány s Blažkovou periodou o délce 455,37 d s poměrně velkou amplitudou  $O-C$  změn 0,013 d. Azarnova i Wunder našli zmíněnou periodicitu pouze na základě analýzy  $O-C$  diagramu (po odečtení paraboly) bez ověření ve světelných změnách. Tyto výsledky jsou založené pouze na fotografických, vizuálních a 4 fotoelektrických měřeních okamžiků maxim a je nezbytné je ověřit. Navíc tyto změny nemusejí být způsobeny Blažkovým efektem, ale LiTE.

V našich reziduích, která jsou získána pouze z fotoelektrických a CCD měření, nejsou po odečtení paraboly patrné žádné známky modulace. Vzhledem k tomu, že tato rezidua mají rozptýlenou standardní odchylkou 0,0015 d, změny s amplitudou o řád větší by měly být s jistotou detekovatelné. Frekvenční analýza reziduí z fotografických a vizuálních měření (zahrnující měření z práce [Wunder, 1990](#)) také nevykazuje žádné známky dodatečné periodicity. Navíc Blažkova modulace nebyla detekovaná v ASAS měřeních ([Skarka, 2014a](#)), ani v našich pozorováních (Obr. 7.23). Proto je velmi pravděpodobné, že VX Her není v současnosti Blažkovým jevem modulovaná.

RV ze dvou dostupných zdrojů (viz Tab. 7.9) mají nedostatečnou kvalitu pro potvrzení dvojhvězdnosti, protože rozsah měřených variací RV je  $-410$  až  $-340 \text{ km s}^{-1}$ , zatímco náš model předpokládá společníka s minimální hmotností jen  $0,05 M_{\odot}$ , který způsobuje změny v RV s poloviční amplitudou jen  $0,8 \text{ km s}^{-1}$  (přibližně o dva řády menší).

### 7.5.2.7 SS Leo

$O-C$  diagram SS Leo vykazuje velké změny v pulzační periodě (Obr. 7.25), které mohou být vysvětleny dlouhoperiodickým LiTE. Viditelně nemohou být vysvětleny sekulární změnou periody s dodatečným LiTE s malou amplitudou. Z našeho modelování jsme určili délku orbitální periody 111 let. Od doby jejího prvního pozorování byl dokončen pouze jeden cyklus. Navrhovaný společník by měl mít minimální hmotnost  $0,38 M_{\odot}$ . SS Leo je známa jako pravidelná pulzující hvězda bez zaznamenaného Blažkova efektu ([Skarka, 2013](#)) a v  $O-C$  reziduích jsme ho také nedetekovali.



Obrázek 7.25:  $O-C$  diagram SS Leo společně s naším modelem 1. Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

Měření RV byla nalezena ve čtyřech publikacích (viz Tab. 7.9). Bohužel tři z nich obsahují hodnoty RV získané během 4 let, takže prakticky ve stejné předpokládané orbitální fázi. Během tohoto krátkého období by se měl rozdíl v systematické RV založený na našem LiTE modelu změnit jen o  $0,16 \text{ km s}^{-1}$ . Tento rozdíl je daleko pod přesností zmíněných měření RV. Pulzační fáze je ovšem dobře pokrytá RV, hodnoty se mění v rozsahu  $120 - 205 \text{ km s}^{-1}$ . Jedna z hodnot RV publikovaných Abtem (1973),  $-20 \text{ km s}^{-1}$ , je velmi odlišná od dalších RV a je pravděpodobně chybná. I v případě SS Leo je nemožné potvrdit dvojhvězdnost použitím dostupných měření RV.

V květnu 2015 měla být systematická RV o  $4 \text{ km s}^{-1}$  menší než u RV z posledních tří zmíněných zdrojů. Proto navrhujeme SS Leo jako snadný cíl pro potvrzení její dvojhvězdné povahy pomocí hodnot RV.

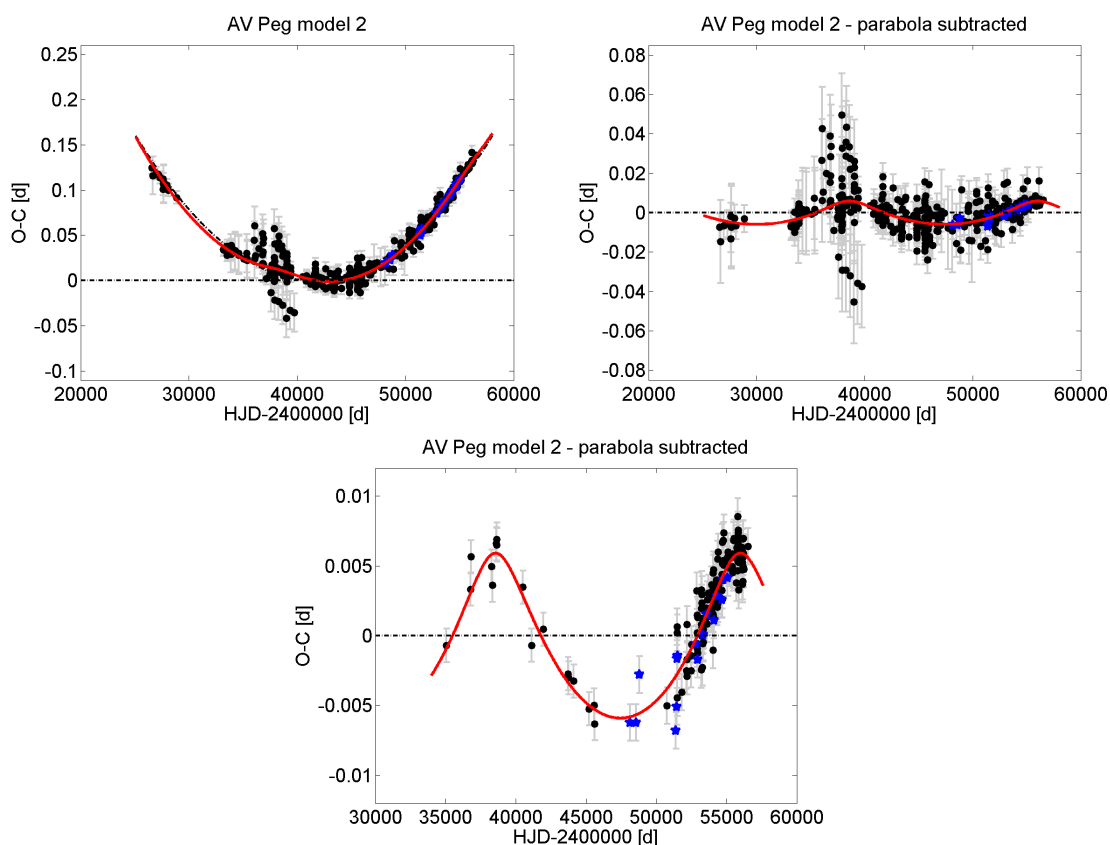
### 7.5.2.8 AV Peg

U AV Peg dominuje v jejím  $O-C$  diagramu parabolický trend (Obr. 7.26). Po aplikaci kvadratické efemeridy byla v reziduích detekována vlna, která byla už dříve navržena jako známka LiTE (Szeidl et al., 1986). Jejich předběžná hodnota orbitální periody byla odhadnuta na 64 let. Pomocí přístupu, ve kterém jsou parametry kvadratické efemeridy a LiTE počítány simultánně (levý horní panel, Obr. 7.26), byla obdržena kratší orbitální perioda 48 yr a rychlost sekulární změny pulzační periody  $\dot{P}_{\text{puls}} = +45,96_{-42}^{+22} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ , která je velmi podobná hodnotě  $+47,3(8) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Szeidl et al., 1986) a  $+45,8(5) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Le Borgne et al., 2007). Rozdíl v délce orbitální periody může být vysvětlen použitím přibližně o 30 let delší časové základny s mnohem přesnějšími CCD měřeními než použili Szeidl et al. (1986).

Náš model LiTE u AV Peg dává druhou nejmenší minimální hmotnost sekundární složky ze všech námi analyzovaných hvězd (pouze  $0,06 \mathcal{M}_{\odot}$ ). Aplikací modelu pouze na přesná CCD a fotoelektrická měření a po odečtení parabolického trendu (dolní panel, Obr. 7.26) je LiTE mnohem lépe viditelný než v případě všech měření (pravý horní panel, Obr. 7.26).

RV nalezené ve 3 zdrojích (Tabulka 7.9) byly získány v orbitálních fázích, kdy by se systematická rychlost měla lišit jen o  $0,26 \text{ km s}^{-1}$ . Proto jsou ve zmíněných měřeních





Obrázek 7.26:  $O-C$  diagram AV Peg společně s naším modelem 2 (levý horní panel). Pravý horní panel ukazuje LiTE po odečtení paraboly u všech měření, dolní panel ukazuje to samé jen pro CCD a fotoelektrická měření. Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

tyto variace RV způsobené binaritou nedetekovatelné. Rozsah změn RV způsobený pulzacemi hvězdy<sup>33</sup> je od  $-93$  do  $-31 \text{ km s}^{-1}$ . V každém případě je poloviční amplituda změn RV způsobená navrženým oběhem příliš malá (pouze  $0,7 \text{ km s}^{-1}$ ) a bude velice obtížné ji potvrdit.

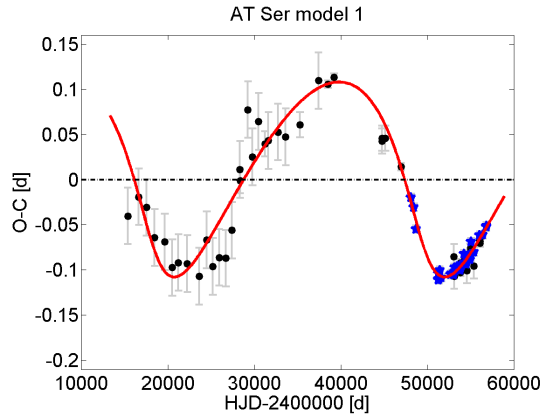
### 7.5.2.9 AT Ser

U AT Ser je zaznamenán více než jeden orbitální cyklus pokrytý okamžiky maxim (Obr. 7.27). Z velké amplitudy  $O-C$  změn je evidentní, že možný společník bude mít velkou hmotnost. Náš model s orbitální periodou 86 let předpovídá minimální hmotnost sekundární složky  $1,9 M_{\odot}$ . Společníkem by proto měl být degenerovaný pozůstatek po vývoji hmotné hvězdy v podobě neutronové hvězdy nebo mnohem pravděpodobněji černé díry.

RV byly nalezeny ve 3 zdrojích (Tab. 7.9). Naneštěstí těchto 9 hodnot nepokrývá dostatečně ani celou pulzační fázi. Měřené hodnoty RV se mění mezi  $-100$  a  $-40 \text{ km s}^{-1}$ , ale plný rozsah variací v RV bude o něco větší. Vypočtená poloviční amplituda orbitální křivky RV pro tento systém je jedna z největších – okolo  $7,8 \text{ km s}^{-1}$ . V současnosti (kvě-

<sup>33</sup>Jedna hodnota od Abta (1973) se významně lišila od ostatních, proto nebyla použita.

ten 2015) by měl být systematický posuv v RV největší s rozdílem přibližně  $15,5 \text{ km s}^{-1}$  vůči RV z práce [Fernley, Skillen & Burki \(1993\)](#). AT Ser je další snadný cíl pro potvrzení dvojhvězdnosti použitím měření RV.



Obrázek 7.27:  $O-C$  diagram AT Ser společně s naším modelem 1. Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

### 7.5.2.10 RV UMa

RV UMa je velmi známá RRab hvězda vykazující modulaci a sekulární změnu periody doprovázenou pravděpodobným LiTE, který pokrývá více než jeden navrhovaný orbitální cyklus (Obr. 7.28). Pokud je  $O-C$  závislost zvažována jako LiTE s periodou 66,9 yr doplněnou o pomalou vývojovou změnu periody (parabolický trend dává rychlost změny periody  $\dot{P}_{\text{puls}} = 4,7 \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ ), společník by měl mít minimální hmotnost okolo  $0,25 M_{\odot}$ .

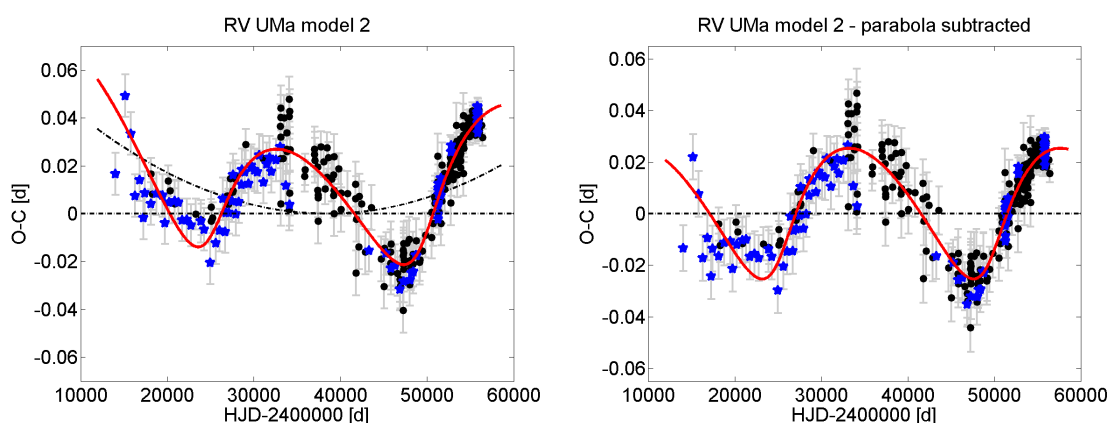
Mimo tyto změny s velkou amplitudou vykazuje RV UMa další malé změny způsobené Blažkovým jevem se zajímavým chováním. [Kanyó \(1976\)](#) analyzovala variaci pulzační periody RV UMa a zjistila, že nalezená Blažkova perioda (okolo 90 d) se mění v protifázi s délkou pulzační periody. Mnohem detailnější analýzu vývoje periody a Blažkova jevu provedli [Hurta \(2007\)](#) a [Hurta et al. \(2008\)](#) a potvrdili Kanyóvy výsledky. Doplnili je zjištěním, že mezi lety 1946 a 1975 byly změny v pulzační a modulační periodě ve fázi. Navíc [Hurta et al. \(2008\)](#) uvádí rozsah změn modulační periody 89,9 a 90,6 d<sup>34</sup>. Žádný z autorů ale nediskutuje možnou binární povahu hlavních cyklických změn v  $O-C$  diagramu viditelnou v Obr. 7.28. Po odstranění LiTE a parabolického trendu jsme hledali periodicitu v reziduích způsobenou Blažkovým jevem. Nalezli jsme modulační periodu 89,9(1) d (Obr. 7.29). Viditelný velký rozptyl pravděpodobně odpovídá proměnné délce Blažkovy periody.

Pokusili jsme se potvrdit variace v  $O-C$  diagramu pomocí variací v RV. V literatuře jsme našli 3 datové sady s RV, které velmi dobře pokrývají pulzační cyklus (viz Tabulka 7.9). Změřené hodnoty RV byly srovnány s RV, které byly korigovány o systematické posuvy způsobené možným orbitálním pohybem (parametry z našeho modelu LiTE). Nebylo možné binaritu potvrdit kvůli malé poloviční amplitudě  $K_1 = 2,2 \text{ km s}^{-1}$  a kvůli změnám v RV během Blažkova cyklu – [Preston & Spinrad \(1967\)](#) zřetelně ukázali vývoj

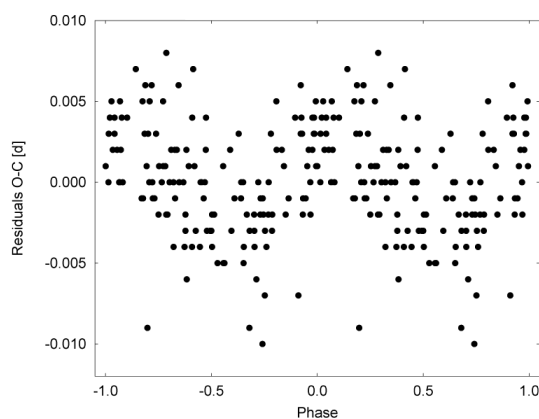
<sup>34</sup>[Kanyó \(1976\)](#) zjistila, že v roce 1961 byla Blažkova perioda dokonce 92,12 d.

křivky RV pro RV UMa v různých Blažkových fázích (změny ve tvaru a amplitudě byly více než  $20 \text{ km s}^{-1}$ ).

Naše výsledky společně s těmi z publikací Kanyó (1976); Hurta (2007) a Jurcsik et al. (2002) naznačují, že by mohlo existovat spojení mezi orbitálním pohybem a variací v pulzační a Blažkově periodě. Ačkoliv se Hurta (2007) nezabýval binaritou, 67 yr dlouhé antiparalelní pulzační a modulační změny period z jeho Obr. 4 tuto možnost naznačují. Podobné, ale paralelní chování bylo pozorováno u XZ Dra (Jurcsik et al., 2002). Navrhujeme, že by možná vazba s dvojhvězdností měla být prozkoumána také u dalších Blažkových hvězd, např. XZ Cyg (LaCluyzé et al., 2004), RW Dra (Firmanyuk, 1978).



Obrázek 7.28:  $O-C$  diagram RV UMa společně s naším modelem 2 (levý panel) a variace po odečtení parabolického trendu (pravý panel). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

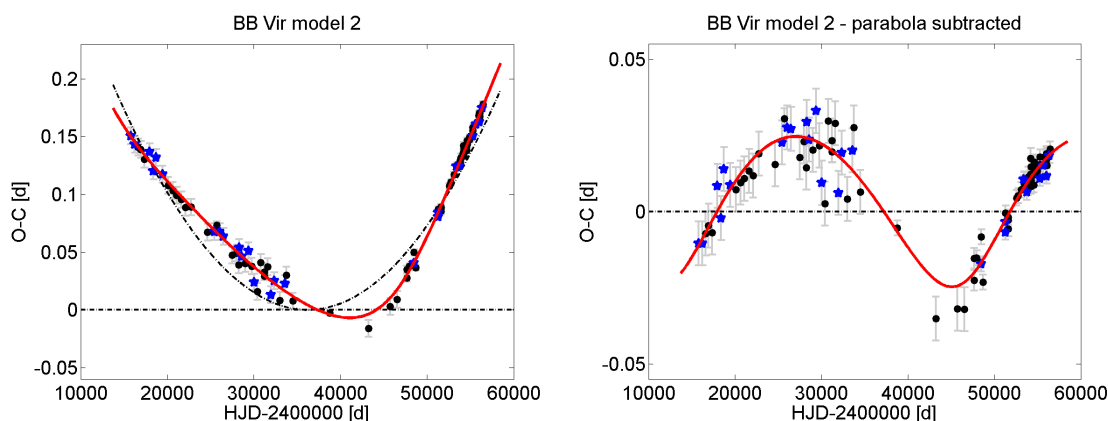


Obrázek 7.29:  $O-C$  reziduum RV UMa sfázované s modulační periodou 89,9(1) d.

### 7.5.2.11 BB Vir

Kinman & Carretta (1992) navrhli, že by BB Vir mohla být členem dvojhvězdy s horkou hvězdou horizontální větve obrů (celá diskuze v Části 7.2.5). Z Obr. 7.30, vlevo je zřejmé, že závislost  $O-C$  je deformována a nemůže být proložena jednoduchou parabolou (črčovaná čára). Jedním z možných vysvětlení je to, že  $O-C$  změny jsou částí neúplného

cyklu LiTE. Přijetím tohoto málo pravděpodobného scénáře jsme zjistili, že společník s minimální hmotností okolo  $0,95 M_{\odot}$  by měl obíhat kolem RR Lyrae složky v minimální vzdálenosti 21,6 au s orbitální periodou okolo 168 let. Relativně vysoká hmotnost naznačuje, že by se mohlo jednat o degenerovaný pozůstatek závěrečného stádia vývoje hvězdy.



Obrázek 7.30:  $O-C$  diagram BB Vir společně s naším modelem 2 (levý panel) a variace po odečtení parabolického trendu (pravý panel). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

Druhý model, kombinující parabolický trend společně s LiTE (Obr. 7.30) je námi předložen jako mnohem pravděpodobnější. V tomto případě jsme našli orbitální periodu dlouhou 93 yr a rychlost změny periody  $\dot{P}_{\text{puls}} = +36,3_{-0,3}^{+1,5} \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ . Naše vypočtená rychlost se liší od hodnoty  $+46,0(3,8) \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$  (Le Borgne et al., 2007), což může být vysvětleno přidáním LiTE do našeho modelu. Společník by měl v tomto případě minimální hmotnost jen  $0,18 M_{\odot}$ .

Protože u BB Vir je předpokládána modulace světelné křivky (zdrojem této informace je pouze GCVS katalog), hledali jsme neúspěšně další periodicitu v  $O-C$  reziduích. Navíc modulační perioda není známá a žádné známky její přítomnosti nebyly odhaleny ani v ASAS měřeních (Skarka, 2014a). Proto je přítomnost Blažkova jevu u BB Vir nejistá.

Pouze jedno měření RV s hodnotou  $-15,6 \text{ km s}^{-1}$  je v literatuře dostupné (Abt, 1973), což je naprosto nedostačující k potvrzení binarity u této hvězdy.

### 7.5.2.12 Další RR Lyrae hvězdy s dlouhodobými cyklickými variacemi v $O-C$ napodobující LiTE

Několik dalších RR Lyrae hvězd také vykazuje cyklické změny v  $O-C$  diagramu, které by bylo možné interpretovat jako LiTE. Avšak tvar těchto variací se často mění od cyklu k cyklu a je prakticky nemožné vysvětlit je samotným LiTE.

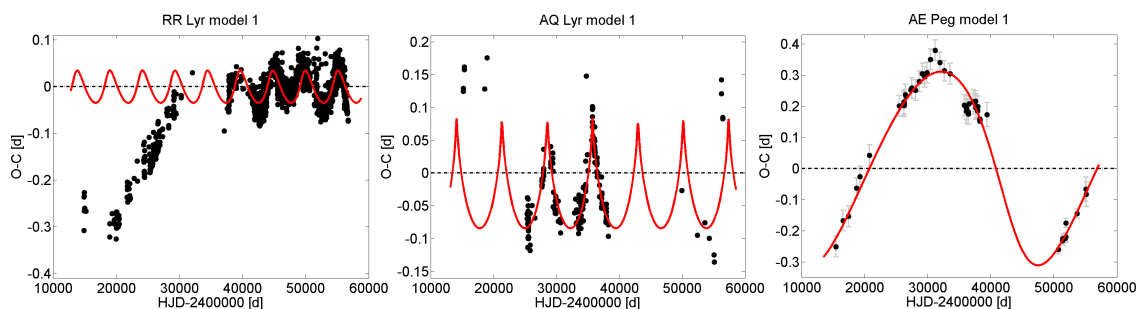
Typickým příkladem je hvězda RR Lyr osobně. Její polopravidelné oscilace vyskytující se po mezeře v datech kolem JD 2 435 000 lze namodelovat LiTE s 14,1 yr dlouhou periodou (Obr. 7.31, vlevo) a společník s minimální hmotností  $2 M_{\odot}$  by se nacházel na excentrické dráze s  $e \sim 0,4$ . Bohužel obecný trend ve vývoji pulzační periody u hvězdy RR Lyr je mnohem komplexnější se zaznamenaným zlomem a navíc s různými sklony v  $O-C$  diagramu před a po zmíněné mezeře.

Podobná situace je u hvězdy AQ Lyr (Obr. 7.31, uprostřed), která prodělala v intervalu JD 2 424 000–2 438 000 dva cykly s periodou 19,8 yr, což lze dobře aproximovat vysoce excentrickou dráhou ( $e \sim 0,75 - 0,95$ ) velmi hmotné sekundární složky s minimální hmotností  $6 - 9 M_{\odot}$ . Před tímto úsekem a po něm se však hvězda chovala značně odlišně.

Dalším kandidátem na dvojhvězdnost je AE Peg vykazující v  $O-C$  diagramu variace s velkou amplitudou (Obr. 7.31, vpravo). Perioda oběhu vychází okolo 99 let a dráha by měla excentricitu  $e \sim 0,3$  a projekci velké poloosy  $a_1 \sin i \sim 56$  au. Sekundární složka by byla s nejvyšší pravděpodobností velmi masivní černou dírou s minimální hmotností  $18,6 M_{\odot}$ .

Je pravděpodobné, že vysvětlení pomocí dvojhvězdnosti není u těchto tří případů správné, ale hypotézy zahrnující další efekty diskutované v Části 7.3 jsou obdobně neisté.

Přítomnost Blažkovy modulace s délkou desítek dní je u všech tří zmíněných objektů známa a zaznamenané dlouhodobé cyklické variace mohou být projevem vícenásobného Blažkova jevu. Tyto objekty jsou pěknými příklady RR Lyrae hvězd s komplexním chováním v  $O-C$  diagramu, které se v některých úsecích podobá LiTE, ale v dalších částech je toto chování značně odlišné a cykly nemusejí být detekovatelné. V případě AQ Lyr a RR Lyr byla časová základna delší než 2 a 4 cykly nezbytná k zaznamenání zcela odlišného druhu chování v  $O-C$  diagramu. Dodatečná dlouhodobá systematická pozorování jsou u těchto hvězd, stejně jako u našich ostatních cílů, zcela nezbytná.



Obrázek 7.31:  $O-C$  diagram samotné RR Lyr hvězdy vykazuje ve druhé části cyklické změny (po mezeře okolo JD 2 435 000), které se dají popsat modelem LiTE (panel vlevo). Obdobně je to v případě AQ Lyr (cyklické změny v relativně krátkém intervalu JD 2 424 000–2 438 000, panel uprostřed). Tvar  $O-C$  diagramu AE Peg také naznačuje možné cyklické změny (panel vpravo). Symboly jsou stejné jako v Obr. 7.16.

### 7.5.3 Diskuze

Cyklické změny v  $O-C$  diagramech mohou být interpretovány různými způsoby. Rozhodujícím faktorem u změn, které studujeme, je časová škála. Nejdelší pozorované, ne nutně striktně periodické, procesy u RR Lyrae hvězd, jež způsobují cyklické změny v  $O-C$  diagramech, jsou známy jako Blažkův jev. V současnosti nejdelší známé periody Blažkova jevu mají řádově roky (viz databáze BlaSGalf, Skarka, 2013), zatímco v naší studii jsme analyzovali vývoj pulzačních period na časové škále několika desítek let.

Dalším možným vysvětlením dlouhodobých cyklických změn pulzačních period je přítomnost magnetického cyklu podobného slunečnímu cyklu. Tuto myšlenku navrhl Sto-

thers (1980). Derekas et al. (2004) u jedné konkrétní hvězdy BE Dor argumentují, že relativní změna poloměru této hvězdy během cyklu, ve kterém dochází ke změně periody, je v souladu s relativními změnami slunečního poloměru během jeho magnetického cyklu (Noël, 2004) a proto magnetohydrodynamické vysvětlení může být správné. Problém je v tom, že u RR Lyrae hvězd nebylo detekováno dipólové magnetické pole (např. Chadid et al., 2004; Kolenberg & Bagnulo, 2009) a tak není jisté, zda je magnetismus podobný slunečnímu u pulzujících hvězd horizontální větve obrů vůbec možný.

Jednoznačná interpretace pozorovaných dlouhodobých cyklických variací pulzačních period dosud chybí. Nejjednodušším a v současnosti nejvíce pravděpodobným vysvětlením změn period u hvězd, které v této studii analyzujeme, je pomocí dvojhvězdnosti.

Náš způsob výběru cílů upřednostňuje systémy s širokými oběžnými dráhami s dlouhými periodami trvajícími několik desetiletí. Právě takovéto systémy jsou však velmi zřetelně oddělené dvojhvězdy a u jejich složek lze očekávat, že mezi nimi nedošlo během celého vývoje k přenosu hmoty. Systémy by tak měly umožnit přímé určení hmotností skutečných (klasických) RR Lyrae hvězd, které nejsou ovlivněny hvězdným vývojem v těsném dvojhvězdném systému. Právě to je intenzivně očekáváno všemi teoretiky zabývajícími se hvězdným vývojem a pulzacemi.

Naneštěstí široké dvojhvězdné trajektorie způsobují, že zákryty složek jsou vysoce nepravděpodobné, nemluvě o předpovědi výskytu zákrytu, což silně degraduje šanci přesného určení hmotnosti RR Lyrae složky tímto způsobem. Pozorování zákrytů je proto spíše náhodným jevem. Možná neobvyklá světelné křivka, kterou u VX Her zaznamenali Fitch et al. (1966), byla právě tímto případem. Stejně tomu může být se zákrytem u RZ Cet odhaleným v této práci (Část 7.6.4) v měřeních od Bookmeyera et al. (1977). Navzdory malé šanci detekovat zákryty, široké trajektorie mohou být s výhodou použity k určení hmotností složek na základě vizuálního dvojhvězdného pohybu doplněného o přesná měření RV.

Současné práce Li & Qian (2014) a Hajdu et al. (2015) uvádějí systémy s mnohem kratšími orbitálními periodami v řádu let<sup>35</sup> dávajícími vyšší šanci zachytit zákryt. Měření z přehlídek, jakými jsou OGLE a Kepler, však trvají maximálně několik let. Dlouhoperiodické dvojhvězdy proto zůstanou v těchto pozorováních skryty. Velkou výhodou dat z OGLE a vesmírných přehlídek oproti našemu vzorku je to, že současně sledují mnoho tisíc cílů, a to téměř kontinuálně, zatímco my jsme analyzovali jasné hvězdy z galaktického pole s velkými amplitudami změn v  $O-C$ , které jsou řidčeji pozorovány s rozdílnou kvalitou měření od různých pozorovatelů, navíc nepravidelně s odlišnou kadencí než v případě Kepleru nebo OGLE. Časová rozpětí dat použitých v pracích Li & Qian (2014) a Hajdu et al. (2015) způsobují, že jejich výsledky jsou silně předpojaté směrem ke „kratším“ orbitálním periodám.

Za srovnatelnou protiváhu k OGLE projektu lze považovat projekt založený pro studium period RR Lyrae hvězd (na základě okamžiků maxim), které jsou pravidelně a hustě pozorovány TAROT dalekohledy (Le Borgne et al., 2004, 2007). Detailní analýza všech  $O-C$  diagramů pro tyto TAROTovské cíle (ne pouze vizuální inspekce provedená v této disertační práci), by mohla objevit systémy s periodami o délce několika let.

<sup>35</sup>Dvojhvězdný systém TU UMa (Liška et al., 2015a) s 23,4 yr periodou se nachází mezi oběma skupinami orbitálních period – kratších period u systémů z přehlídek a mnohem delších period u systémů uvedených v této studii.



Dalším problémem, který se vztahuje k délkám navržených orbitálních period, jsou pochybnosti, který model by měl být vybrán pro modelování  $O-C$  změn (s/bez sekulárních parabolických trendů). Hajdu et al. (2015) u všech svých hvězd započítali společně s LiTE i sekulární změny periody. Naše modely s parabolickými trendy dávají obecně asi dvakrát kratší periody než pro model samostatného LiTE.

Společníci všech našich hvězd by měly být objekty s minimální hmotností větší než přibližně  $0,05 M_{\odot}$ . V případech VX Her a AV Peg by sekundárními složkami mohli být dokonce hnědí trpaslíci, pokud by byly inklinací úhly jejich drah blízké  $90^{\circ}$ . U dalších hvězd jsou společníky pravděpodobně málo zářivé a málo hmotné hvězdy MS – červení trpaslíci nebo hvězdné pozůstatky. To dobře koresponduje s absencí informací o pekulární barvě analyzovaných hvězd v literatuře<sup>36</sup>. Jestliže by byl společník zářivou hvězdou s odlišnou barvou než RR Lyrae složka samotná, měl by být pozorován výrazný barevný přebytek (excess) ve srovnání s průměrnou barvou RR Lyrae hvězd.

U RZ Cet a AT Ser naše modely naznačují velmi hmotného společníka s minimální hmotností okolo  $1,15 M_{\odot}$  a  $1,90 M_{\odot}$ , respektive, ve formě degenerovaného pozůstatku hvězdy. Předchůdci těchto hmotných pozůstatků by bezpochyby měli vyprodukovat těžší prvky a obohatit o kovy své RR Lyrae partnery – jak navrhuje Kennedy et al. (2014). Proto pozorované vyšší abundance (nadbytek) kovů u těchto hvězd by měly být nezávislým a poměrně jednoduchým způsobem, jak potvrdit binární povahu RZ Cet a AT Ser.

Široké dráhy u našich systémů navíc reprezentují perfektní příležitost pro potvrzení dvojhvězdnosti pomocí přímého zobrazení. Vzdálenosti těchto hvězd od Slunce vypočtené pomocí pozorované a průměrné absolutní hvězdné velikosti ( $M_V \sim 0,6 \text{ mag}$ )<sup>37</sup> společně s vypočtenou velkou poloosou dávají pro náš vzorek hvězd maximální úhlové vzdálenosti mezi dvojhvězdnými složkami od 1 do 13 mas. To je přibližně desetkrát víc než pro hvězdy v galaktické výduti studované v práci Hajdu et al. (2015). Navíc správná orientace dráhy může tyto hodnoty zdvojnásobit. Na druhou stranu by úhlová vzdálenost mohla být i mnohem menší. Rozlišení několik mas by mělo být současnými pozemskými nebo vesmírnými přístroji dosažitelné. Protože jsou navrhovaní společníci zřejmě málo hmotnými a málo zářivými červenými hvězdami, detekce by měla být méně náročná v červené oblasti spektra, protože rozdíl jasností mezi oběma složkami bude menší. Dokonce i v daleké IR oblasti by ale mohl být rozdíl až o několik magnitud, což by mohlo při detekci způsobovat problémy. Nejnadějnější kandidáti s největšími velkými poloosami jsou AT Ser (13 mas), RS Boo (9 mas, model 1) a RZ Cet (8 mas).

Nezaznamenali jsme žádnou korelaci mezi přítomností Blažkova efektu a dvojhvězdností. Avšak nějaký neznámý mechanismus spojený s dvojhvězdností by mohl indukovat variace délky Blažkovy periody, jak bylo diskutováno pro RV UMa v Části 7.5.2.10. Také metalicita viditelně neovlivňuje náš výběr RR Lyrae hvězd nacházejících se pravděpodobně ve dvojhvězdách.

<sup>36</sup>Kinman & Carretta (1992) u BB Vir zjistil, že je modřejší než další RR Lyrae hvězdy. Barevné změny RS Boo během 62denního Blažkova cyklu jsou taktéž podezřelé (Kanyó, 1986).

<sup>37</sup>Paralaxy z družice Hipparcos jsou pro studované hvězdy nespolehlivé.



### 7.5.4 Shrnutí

V této části disertační práce jsme se zaměřili na hvězdy typu RR Lyrae s podezřelými  $O-C$  diagramy vykazujícími cyklické variace nebo náznaky možných dlouhodobých periodických variací, přednostně s velkou amplitudou změn. Vysvětlujeme ji jako důsledek dvojhvězdnosti projevující se efektem rozdílné dráhy světla.

Při naší analýze jsme vycházeli z archivu okamžiků maxim (GEOS RR Lyrae databáze, [Le Borgne et al., 2007](#)) a vybrali jsme několik hvězd s  $O-C$  diagramy, jejichž vzhled může být interpretován jako důsledek dvojhvězdnosti. Data pro naše vybrané cíle z GEOS databáze byla navíc doplněna o okamžiky maxim, které jsme určili z měření celooblohových přehlídek a z vlastních pozorování. K modelování LiTE jsme použili v současnosti vyvinutý program založený na nelineární metodě nejmenších čtverců a metodě Bootstrap-resampling ([Liška et al., 2015a](#)). LiTE byl modelován pro 11 hvězd a byly vypočteny možné orbitální parametry těchto systémů (Tabulka 7.8). Orbitální periody hypotetických dvojhvězd byly nalezeny v intervalu od 47 yr (AV Peg) do 147 yr u RS Boo (model 1). Projekce velkých poloos pulzující složky  $a_1 \sin i$  byly určeny od 1 au u AV Peg do zhruba 20 au u AT Ser. Byly také odhadnuty minimální hmotnosti společníků podle našich předpokladů (viz Část 7.5.2). Tyto hvězdy budou mít hmotnosti buď velmi malé (setiny až desetiny  $M_{\odot}$ ) nebo větší než je hmotnost Slunce. Všechny navrhované systémy mají excentrické dráhy, ale žádný nemá excentricitu  $e > 0,9$ . Většina studovaných hvězd má excentricitu mezi 0,1 a 0,5. Pouze RS Boo a VX Her mohou mít více eliptické dráhy. Další podezřelé hvězdy RR Lyr, AQ Lyr a AE Peg se v mnoha ohledech odlišují.

Ačkoli jsme u mnoha cílů nemohli s jistotou rozhodnout, který model  $O-C$  variací je správný (pouze LiTE nebo LiTE překrývající se s parabolou), naše modely dávají předpovědi pro vývoj pulzační periody v následujících letech a stejně tak i pro RV, které by měly být v následujících letech pořízeny. Pouze budoucnost však může dát spolehlivou odpověď na otázku, zda jsou RR Lyrae hvězdy analyzované v této práci skutečně vázané ve dvojhvězdných systémech, nebo ne. V každém případě jsme výrazně rozšířili skupinu RR Lyrae hvězd podezřelých z dvojhvězdnosti, které mají určené předběžné orbitální parametry.

## 7.6 Analýza vybraných zákrytových systémů mezi RR Lyrae hvězdami

Při odhalování zákrytových systémů mezi RR Lyrae hvězdami lze počítat hned s několika komplikacemi (byly už naznačeny v Částech 7.1 a 7.2.1). První komplikací jsou změny jasnosti způsobené samotnými pulzacemi. Amplitudy změn ve vizuálním oboru v důsledku pulzací mohou být u RR Lyrae hvězd větší než 1 mag a zákryty mezi běžnými dvojhvězdami mají amplitudy jen výjimečně nad 1 mag (záleží na objektech, které se zakrývají a samozřejmě i na jejich orbitálních parametrech). Proto lze očekávat, že projevy pulzací ve světelných křivkách budou srovnatelné nebo mnohem pravděpodobněji budou nad zákryty převládat (zákryty tak budou detekovatelné jen na pozadí pulzací).

Druhou komplikací, která však bezprostředně souvisí s tou první, je velký zářivý výkon RR Lyrae hvězd, díky kterému budou dominovat nad většinou možných společníků.

At' už se bude jednat o méně hmotné průvodce – červené trpaslíky na MS (v Galaxii početnější, proto i více pravděpodobné), nebo o hvězdy na počátku hmotnější, a tak i vývojově pokročilejší – dnes už ve fázi bílých trpaslíků nebo neutronových hvězd. Obě skupiny hvězd s poloměry o více než o řád menšími než u RR Lyrae hvězd tak mohou způsobovat zákryty srovnatelné s tranzity exoplanet (malé amplitudy změn), avšak na pozadí pulzací. Velký poměr mezi zářivými toky obou složek, který v optické oblasti znesnadňuje detekci druhé složky, by se mohl snížit přesunem pozorování z optické oblasti do mnohem delších vlnových délek (červení trpaslíci) nebo do mnohem kratších (neutronové hvězdy).

Třetí komplikace souvisí s vývojem těchto hvězd, kdy je nutné stanovit podmínku pro klasickou RR Lyrae hvězdu, aby vývoj nebyl ovlivněn druhou složkou, jako je tomu v případě BEP. Vhodné dvojhvězdné systémy proto budou mít široké dráhy (orbitální periody minimálně stovky dní). Těch je obecně jen malý zlomek mezi všemi zákrytovými dvojhvězdami.

Prokázaným zákrytovým systémem, se složkou vykazující RR Lyrae pulzace, je pouze objekt OGLE-BLG-RRLYR-02792 (Pietrzyński et al., 2012), který je ovšem značně anomální (BEP) a nelze ho při našem pátrání použít jako vzor. V literatuře se podařilo dohledat několik podezřelých RR Lyrae hvězd. Jsou to hvězdy VX Her (Fitch et al., 1966), RW Ari (Wiśniewski, 1971), V80 UMi (Kholopov, 1971), které v této práci byly doplněny o objekt RZ Cet. Tyto systémy budou následně důkladně analyzovány, protože takováto detailní analýza nebyla dosud provedena.

## 7.6.1 VX Her

### 7.6.1.1 Informace o VX Her

Informace o detekci zákrytu ve světelné křivce VX Her byla publikována v práci Fitch et al. (1966). Tato skupina se zabývala fotoelektrickou fotometrií RR Lyrae hvězd ve standardním systému *UBV*. Během 60. let 20. století proměřili téměř dvě stovky RR Lyrae hvězd. Pozorovatelé kolem Wiśniewského pracovali na stanici LPL<sup>38</sup> s 21", 28", 60" dalekohledy, zatímco Fitch pozoroval s 36" dalekohledem na stanici Kitt Peak<sup>39</sup>. V obou případech byly použity jednokanálové fotometry s 1P21 fotonásobiči. Charakter pozorování je netypický tím, že během noci nebyly měřeny blízké srovnávací hvězdy, ale pouze vybrané standardní hvězdy převzaté z práce Johnson & Harris (1954)<sup>40</sup>. VX Her byla měřena na LPL v 5 nocích během let 1964–1966. Měření z celé noci 2. dubna 1966 (počáteční JD 2 439 217,9019) se značně odlišuje od ostatních. Např. ve filtru *V* je hvězda o cca 0,7 mag slabší, než by měla být. V průběhu této noci navíc mělo dojít u hvězdy ke zjasňování do maxima, ale ve skutečnosti ke změně nedošlo (viz Obr. 7.32), měřená hvězda je prakticky neměnná. Toto podivné chování by mohlo být znakem pozorovací chyby – např. mohla být pozorována jiná hvězda (proměnná nebo srovnávací). Tomu by mohly nasvědčovat i odlišné střední barevné indexy  $B - V = 0,55(4)$  mag a  $U - B = 0,15(6)$  mag. Měřená hvězda,

<sup>38</sup>Lunar and Planetary Laboratory Catalina Observing Station, University of Arizona, Tucson, Arizona.

<sup>39</sup>Kitt Peak observing station, Steward Observatory, University of Arizona, Tucson, Arizona.

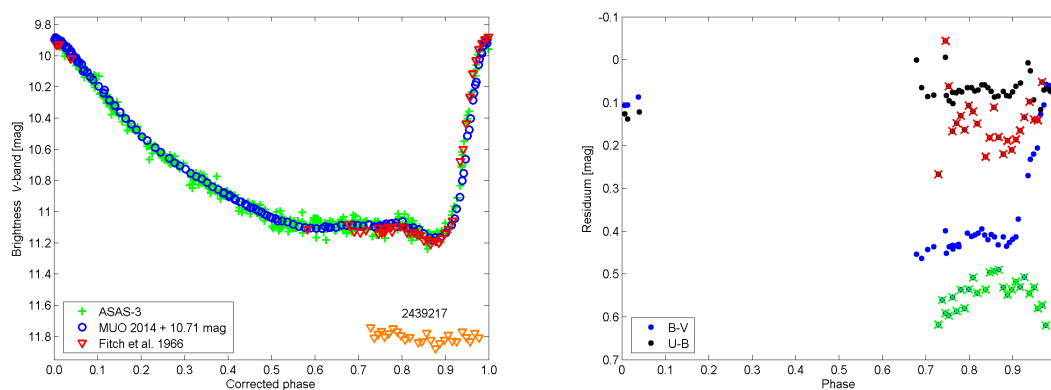
<sup>40</sup>V rámci této disertační práce bylo ověřeno, že většina ze 108 standardních hvězd je vedena v katalogu VSX jako podezřelá z proměnnosti (NSV, amplitudy udávaných změn mají typicky několik setin mag). Extrémním exemplářem je Be hvězda V1294 Aql, která mění nepravidelně svoji jasnost s amplitudou změn kolem 1 mag.

chybně označená za VX Her, by měla hvězdné velikosti 11,80(3) mag ( $V$ ), 12,35(3) mag ( $B$ ), 12,50(6) mag ( $U$ ). V nejbližším okolí do  $15'$  se může jednat o tři hvězdy, které mají dle databáze Simbad (Wenger et al., 2000) obdobné hvězdné velikosti (viz Tab. 7.10). Nejpodobnější z nich je třetí hvězda TYC 1510-155-1. Měření úplně jiné, mnohem vzdálenější hvězdy však nelze vyloučit.

Tabulka 7.10: Hvězdy v okolí VX Her (do  $15'$ ), které mají podobné hvězdné velikosti jako VX Her v noci s JD 2 439 217.

Hvězda	Úhlová vzdálenost [']	RA [h:m:s]	DEC [°:':"]	$V$ [mag]	$B$ [mag]
TYC 1510-149-1	3,2	16 30 27.66	+18 22 46.7	11,74(13)	12,65(21)
TYC 1510-36-1	7,8	16 30 20.51	+18 28 09.2	11,93(15)	12,13(12)
TYC 1510-155-1	11,2	16 30 05.56	+18 29 29.9	11,82(13)	12,31(15)
VX Her (JD 2 439 217)	–	16 30 40.80	+18 22 00.5	11,80(3)	12,35(3)

Fitch et al. (1966) diskutují podezřelé pozorování u VX Her jen krátce – „Někdo by mohl samozřejmě předpokládat, že byla pozorována špatná hvězda, ale tato konkrétní hvězda je tak snadno identifikovatelná, že existuje i jiná možnost, že VX Her může být členem zákrytového dvojhvězdného systému“. U této hvězdy však nikdo další zákryt nepotvrdil. Nepodařilo se dohledat žádnou detailní práci, která by se snažila potvrdit její dvojhvězdnost – až na studentský projekt (Perry et al., 2015), který v malém vzorku fotometrických měření, navíc z různých přístrojů, nezaznamenal nic neobvyklého.



Obrázek 7.32: Světelné změny pro hvězdu VX Her ve filtru  $V$  dle dat z přehlídky ASAS-3, vlastních pozorování na MUO a měření z práce Fitch et al. (1966), panel vlevo. Měření z noci 2 439 217 jsou viditelně mimo normální průběh. Výrazně se liší i hodnoty barevných indexů pro měření z práce Fitch et al. (1966). Pro tuto noc jsou  $B-V$  vyznačeny zelenými křížky a  $U-B$  červenými, panel vpravo.

### 7.6.1.2 Pozorování a výsledky

VX Her byla v rámci této disertační práce pozorována ve 13 nocích v roce 2014 na MUO ve filtrech  $BVRI$  s expozicí 120 s (přístroj MUO-2). Přesnost měření byla pod 0,02 mag.

Moje měření byla srovnána s hodnotami z přehlídek NSVS, ASAS-3 a Hipparcos. Tato měření taktéž nepodporují hypotézu zákrytů u VX Her. V průběhu mých měření bylo zaznamenáno 6 maxim (první a poslední vzdálené 113 dní), jejich tvar nenaznačuje změnu způsobenou možným Blažkovým jevem. Publikovaná Blažkova perioda 455,37 d je založena na studiu změn v  $O-C$  diagramu (rezidua po odečtení paraboly, [Azarnova, 1963](#); [Wunder, 1990](#)) s očekávanou amplitudou 0,013 d a nebyla u VX Her ztotožněna s fotometrickými změnami. Navíc tato perioda byla nalezena ve starších, méně přesných okamžicích maxim z fotografických, vizuálních a pouze 4 fotoelektrických měřeních. Hodnota pulzační periody (0,4553711 d, [Azarnova, 1963](#)) je zvolena přesně tisíckrát menší než modulační perioda. Naše analýza publikovaná v práci [Liška et al. \(2015b\)](#), která je založena i na mnohem přesnějších okamžicích maxim z CCD měření, tuto ani jinou Blažkovu periodu v  $O-C$  diagramu nepotvrzuje. V této studii byl také spočítán model možného LiTE s 83 yr dlouhou periodou, který se promítá na parabolický trend s odpovídající rychlostí změny pulzační periody  $\dot{P}_{\text{puls}} = -42,7 \times 10^{-11} \text{ d d}^{-1}$ .

## 7.6.2 RW Arietis

### 7.6.2.1 Informace o RW Ari

RW Ari<sup>41</sup> je další RR Lyrae hvězda podezřelá ze zákrytů. Její proměnnost objevil [Detre \(1937\)](#) na fotografických deskách (snímky proměnné RV Ari). Hvězda dostala předběžné označení AN 624.1936. Detre ji správně zařadil mezi RRc hvězdy, a to i přesto, že u ní určil špatnou pulzační periodu 0,2614151 d (1denní alias správné hodnoty). [Notni \(1962\)](#) tento problém odhalil a určil správnou hodnotu periody  $P_{\text{puls}} = 0,3543184 \text{ d}$ .

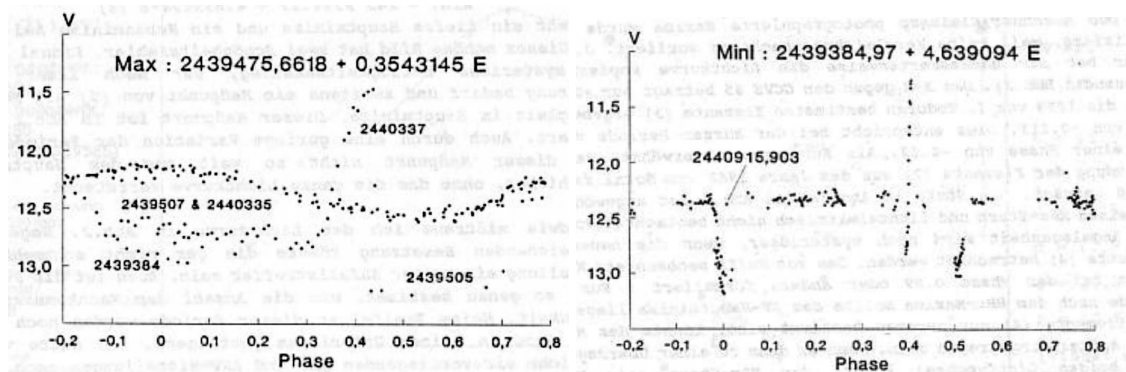
Výrazné poklesy jasnosti na pozadí pulzačních změn byly zaznamenány stejnou pozorovatelskou skupinou jako v případě VX Her, dokonce i ve stejný rok 1966 (zhruba o 150 dní později). Hvězda RW Ari byla pozorována v 19 nocích (1 měření bylo provedeno i ve 20. noci, celkový rozsah měření je tedy říjen 1966–leden 1967) ve standardním systému  $UBV$ . Ve třech nocích u ní bylo zaznamenáno nezvyklé chování. Ve dvou nocích (JD 2 439 384, 2 439 505) byl detekován pokles jasnosti až o 0,6 mag oproti normálnímu průběhu (ve filtru  $V$ ), v jedné noci (JD 2 439 411) měl pokles menší amplitudu 0,1 mag. Objev posléze publikoval [Wiśniewski \(1971\)](#), který ze světelné křivky odečetl změny způsobené pulzacemi a určil předběžnou hodnotu oběžné periody případného zákrytového systému  $P_{\text{orbit}} = 3,1754 \text{ d}$ . Originální měření byla publikována až později v souhrnné práci [Bookmeyer et al. \(1977\)](#). Při sazbě tabulky však došlo na str. 238 k problému a tabulka obsahuje smíšená měření pro hvězdy RW Ari a UU Boo<sup>42</sup> viz Obr. A.1. To je značně matoucí a někteří pozdější autoři si chybu neuvědomili. Lze to vidět např. v práci [Dahm \(1992\)](#), Obr. 7.33. Moje analýza umožnila správně rozklíčovat příslušnost měření k obou hvězdám (Obr. 7.34, 7.35). Individuální měření jsou dostupná na mé webové stránce<sup>43</sup>. Nutno dodat, že podobná chyba při přepisu měření pro více hvězd současně mohla způsobit „objevení zákrytů“ u RW Ari a případně i VX Her. Od měření byla odečtena střední

<sup>41</sup>RA = 02<sup>h</sup>16<sup>m</sup>03,572, DEC = +17°31'58,8", J2000.0.

<sup>42</sup>Tento problém byl odhalen až v rámci této disertační práce, v literatuře se zmínky o něm nepodařilo dohledat.

<sup>43</sup><http://physics.muni.cz/liska/dissertation.html>

křivka a data s fázované s orbitální periodou ukazují typickou křivku pro zákrytové systémy (Obr. , vlevo). Značně podezřelé jsou změny v barvách, v noci JD 2 439 505 nebyl zaznamenán ve filtrech *UB* pokles, hvězda je naopak jasnější než obvykle (Obr. , vpravo).



Obrázek 7.33: Světelné změny pro hvězdu RW Ari (Bookmeyer et al., 1977) sfázované s pulzační periodou (vlevo) a s novou zákrytovou periodou (vpravo), které bohužel chybně obsahují i část měření UU Boo (noci JD 2 439 507, 2 440 335, 2 440 337). Převzato z práce Dahm (1992).

Pokus o spektroskopické potvrzení dvojhvězdné povahy RW Ari byl proveden v práci Abt & Wiśniewski (1972). Ve dvou nocích (JD 2 441 348, 2 441 375) byla získána dvě spektra na 84" dalekohledu observatoře Kitt Peak. Doba pořízení spekter byla zvolena tak, aby měření odpovídala téměř stejné pulzační fázi hvězdy. Detekovaný rozdíl  $34,8 \text{ km s}^{-1}$  v hodnotách *RV* ( $-46,5(1,9)$  a  $-11,7(3,5) \text{ km s}^{-1}$ ) vysvětlují Abt & Wiśniewski (1972) pohybem pulzující hvězdy kolem středu hmotnosti dvojhvězdy. U této hvězdy ovšem dochází ke značným změnám pulzační periody (viz obr 7.38). Změny v *O–C* diagramu mají větší amplitudu, než je polovina pulzační periody. Vzhledem k tomu, že Abt & Wiśniewski (1972) fotometricky neověřili, zda se opravdu jedná o stejnou pulzační fázi, a vzhledem k tomu, že měření *RV* jsou jen dvě, nelze tato měření považovat za definitivní důkaz dvojhvězdnosti.

Hvězdu RW Ari posléze pozorovala Penston (1972), která proměřila celou její fázovou křivku v *UBV* filtrech. Napozorované změny však nenaznačují přítomnost zákrytů (kromě 1 bodu v každé barvě, který je označen jako nejistý). Výskyt zákrytů u této hvězdy byl diskutován několika autory. Například Woodward (1972) objevila pokles o 0,2 mag v jedné noci ve starých fotografických měřeních z práce Detre (1937) a přisoudila jej předpokládanému sekundárnímu minimu. Sidorov (1978) provedl obdobnou analýzu těchto měření se stejným výsledkem.

Nejobsáhlejší datovou sadu pořídil v rámci diplomové práce Edwards (1978). Jeho výsledky dosud nebyly jinde publikovány, a proto nejsou ve vědeckých kruzích známy<sup>44</sup>. Edwards získal ve 35 nocích během srpna 1976 až září 1977 fotoelektrická měření pro RW Ari ve filtrech *UBV* na 91cm a 76cm reflektorech Mc Donaldově observatoře Texaské univerzity v Austinu. Nicméně ve své práci uvádí ze všech nocí pouze předběžné hodnoty diferenciální hvězdné velikosti pro filtr *B* a pro převod do standardního systému *UBV* použil jen nejlepší dvě noci. Jeho datová sada mu umožnila vyloučit zákryty, které by

<sup>44</sup>Publikaci Edwards (1978) jsem získal k nahlédnutí využitím Mezifakultní výpůjční služby prostřednictvím paní Bc. Martiny Antlové, která zařídila zaslání knihy z University of Texas v Austinu.



měly hloubku alespoň 0,1 mag, pro periodu 3,1754 d a navržené násobky této hodnoty. Pro formálnost v práci uvádí, že jeho data vykazují malé variace v maximu jasnosti, což by mohlo naznačovat přítomnost Blažkova jevu s periodou 38 d nebo 114 d.

Goranskij & Shugarov (1979) získali velké množství fotografických a fotoelektrických měření, která zákryty taktéž nepotvrzují. Alespoň zpřesnili pulzační periodu (0,354341 d). Novou hodnotu periody (0,3543145 d) určil i Todoran (1988). Dahm (1992) také diskutoval dvojhvězdnost RW Ari, ale před opětovnou analýzou měření z práce Wiśniewski (1971) se nechal splést směsicí naměřených hodnot pro RW Ari a UU Boo v práci Bookmeyer et al. (1977). To vyústilo v nalezení nové zákrytové periody o délce přibližně 4,64 dne (Obr. 7.33). Bezdenezhnyi (2001) provedl Fourierovu analýzu měření od Goranskije & Shugarova (1979) se závěrem, že pulzující hvězda RW Ari bude spíše multimodální, než součástí zákrytového systému. V poslední době získal větší množství fotometrických CCD měření Salmon (2012), který také zobrazil  $O-C$  diagram ze svých měření a zmiňuje, že se pulzační perioda této hvězdy mírně mění.

V nedávné době byla také získána nová spektroskopická měření RV (Jeffery et al., 2007). Zde uvedených 5 měření RV v rozsahu od  $-46,36$  do  $-64,54$  km s<sup>-1</sup> se střední hodnotou  $-56,82(2,31)$  km s<sup>-1</sup> dobře koresponduje s hodnotou  $-46,5(1,9)$  km s<sup>-1</sup> z práce Abt & Wiśniewski (1972). Ale druhá hodnota od Abta & Wiśniewského  $-11,7(3,5)$  km s<sup>-1</sup> se výrazně odlišuje. Kromě dvojhvězdnosti to může naznačovat i pochybení Abta & Wiśniewského.

### 7.6.2.2 Pozorování a výsledky

V rámci této disertační práce byla získána celá fázová křivka RW Ari v 6 nocích během podzimu a zimy 2013/2014 na MUO (MUO-3), ve filtrech  $b, y$ , exp. 60 s. Z důvodu značné zajímavosti této pulzující hvězdy, ať už z pohledu detekce zákrytů, nebo změn periody, byla hvězda zadána jako cíl studia pro Středoškolskou odbornou činnost (SOČ) studentce Petře Hájkové. Společně jsme tak získali další fotometrický materiál. Pod mým vedením studentka provedla předběžnou analýzu našich měření (SOČ, Hájková, 2015).

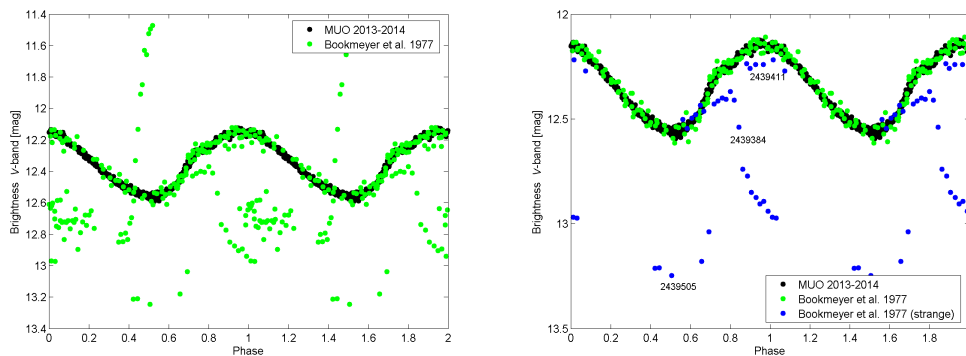
Naše měření nepotvrdila přítomnost zákrytu s větší amplitudou než 0,1 mag. Alespoň byla ověřena existence deformace ve světelné křivce ve fázi přibližně 0,75, která je pro RRc hvězdy běžná. Fázová křivka naznačuje přítomnost Blažkova jevu (Obr. 7.37), pro jehož důkladnou analýzu (ani k určení modulační periody) se bohužel nepodařilo nasbírat dostatek vlastních měření. K této hvězdě však byla nalezena měření v přehlídkách NSVS, ASAS-3 a SuperWASP. Tato data, získaná s malým úhlovým rozlišením (kolem 0,5'), jsou na rozdíl od našich pozorování všechna ovlivněna přítomností blízké hvězdy USNO-A2 1050-00624758 s úhlovou vzdáleností 28'', která má v optickém oboru podobnou hvězdou velikost. Amplituda změn z těchto přehlídek proto nabývá zhruba poloviční hodnoty.

Na základě metody fitování template křivky byly určeny nové okamžiky maxim. Předlohou byla moje měření ve filtru  $y$  z přelomu roku 2013 a 2014 (delší datová sada nebyla použitelná, je viditelně ovlivněna změnou periody a Blažkovým jevem). Byla použita měření z přehlídky SuperWASP a z prací Penston (1972); Edwards (1978); Bookmeyer et al. (1977).

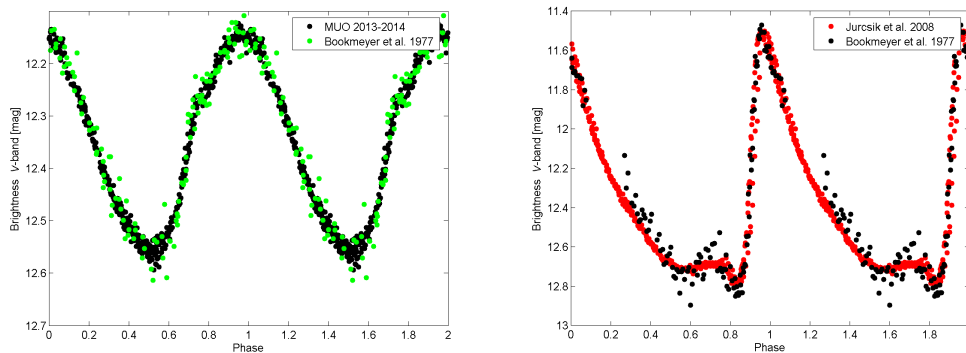
$O-C$  diagram na základě maxim z GEOS databáze (kromě nejstarších hodnot z práce Detre, 1937) a 6 maxim z našich pozorování je vykreslen na Obr. 7.38. Je vidět, že hvězda

v poslední době prodělala výraznou změnu, která by mohla být i cyklická, s možnou periodou okolo 5 000 d (13,7 yr). Lze to vysvětlit pomocí dvojhvězdné hypotézy.

Přidané okamžiky maxim ze staršího období ukazují mnohem složitější variace v  $O-C$  diagramu (7.39), které zřejmě prostým LiTE nelze vysvětlit. Byly nalezeny dva možné scénáře LiTE s periodami 16,1 yr a 25,7 yr. V obou případech by společníkem byla velmi hmotná hvězda (pravděpodobně černá díra) s minimální hmotností  $9 M_{\odot}$  nebo  $28 M_{\odot}$ . Velké hmotnosti, stejně jako složité chování v  $O-C$  diagramu, naznačují, že za změny bude zodpovědný jiný proces. U RRc hvězd jsou podobně složité variace pozorovány poměrně často (např. RZ Cep, Pop, 1999).



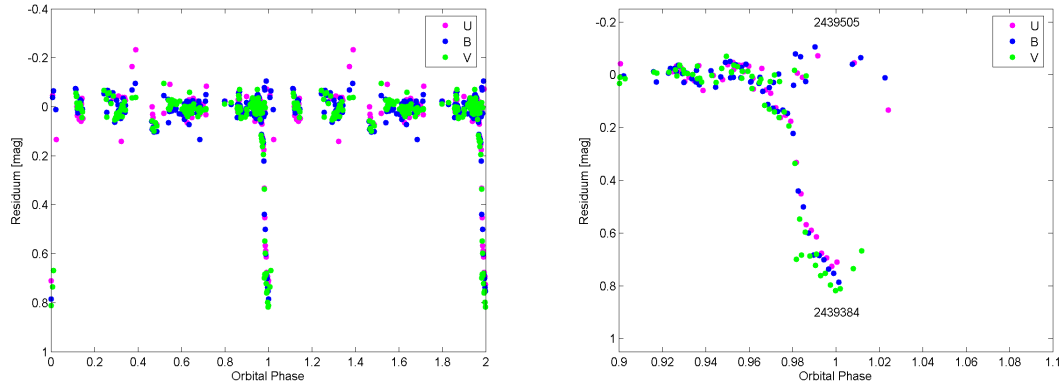
Obrázek 7.34: Světelné změny pro hvězdu RW Ari převzaté z práce Bookmeyer et al. (1977) obsahují smíchaná měření s hvězdou UU Boo (panel vlevo). Po důkladné analýze se podařilo odseparovat měření RW Ari, včetně hodnot ze tří nocí, které jsou podezřívány ze zákrytů a které se nepodařilo přiřadit jiné proměnné hvězdě (panel vpravo).



Obrázek 7.35: Průběh světelných změn pro hvězdu RW Ari ve filtru V (bez neobvyklých měření ze tří nocí) je srovnatelný s mými měřeními na MUO (filtr y, panel vlevo). Odseparovaná měření UU Boo ze stejné práce lze taktéž považovat za standardní změny při srovnání s křivkou, kterou pořídili Jurcsik et al. (2008, panel vpravo).

Dále byla provedena frekvenční analýza světelných změn z přehlídek a z dalších dostupných sad měření použitím programu Period04 (Lenz & Breger, 2005). Všechna analyzovaná data obsahují základní frekvenci, jen některá z nich i její násobky (viz Tab. 7.11).





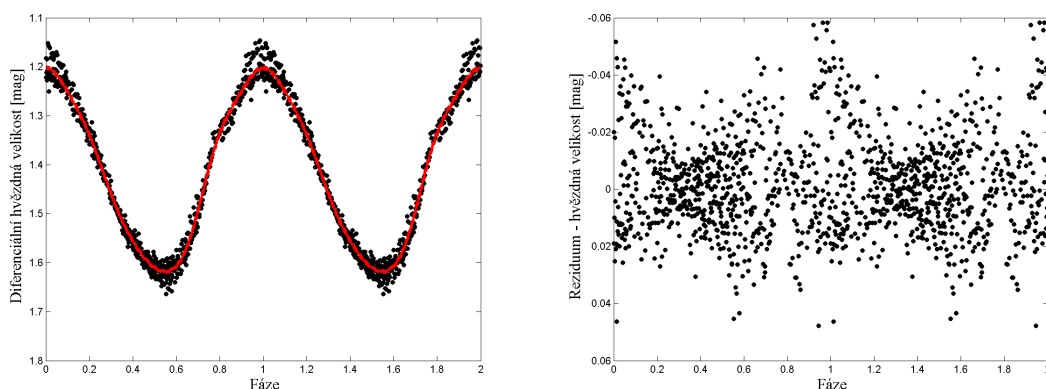
Obrázek 7.36: Světelné změny hvězdy RW Ari (Bookmeyer et al., 1977) po odečtení modelu normální pulzační křivky, posléze sfázované s očekávanou dvojhvězdnou periodou (vykresleno pro filtry *UBV*), panel vlevo. Detail v okolí primárního minima (panel vpravo) ukazuje, že v barvách *U* a *B* byla hvězda v noci 2 439 505 dokonce jasnější než normálně.

Data z NSVS a ASAS-3 jsou ovlivněna blízkou hvězdou, proto je nalezená amplituda<sup>45</sup> zhruba třetinová oproti ostatním měřením. Fotografická měření od Detreho (1937) ukazují nejsilnější frekvenci  $3,82523(4) \text{ c d}^{-1}$ , která je 1denním aliasem základní frekvence (Detreho závěr odvozený z jeho měření byl správný). Data ze SuperWASPU bylo potřeba rozdělit podle času pořízení na dvě části. Frekvenční spektrum první části obsahuje základní frekvenci a její násobky až do  $5f_0$ , přes ně se však překládá 1denní frekvence. V druhé části lze nalézt jen frekvence  $f_0$ ,  $2f_0$ , doplněné o frekvence s neznámým původem (v jiných sadách nedetekované).

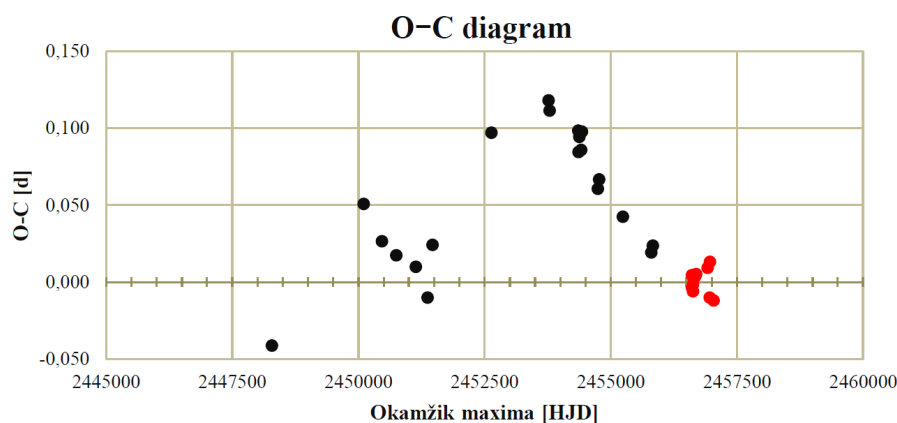
Tabulka 7.11: Seznam frekvencí detekovaných u hvězdy RW Ari v jednotlivých datových sadách z přehledkových projektů a z vybraných publikací.

ASAS-3 (V)			NSVS (C)		
	Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]		Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]
$f_0$	2,822498(10)	0,099(5)	$f_0$	2,82246(11)	0,073(2)
$2f_0$	5,875(7)	0,027(9)	$f_1$	1,0(5)	0,022(8)
$3f_0$	8,86854(5)	0,023(5)	$f_2$	12,0(3)	0,016(6)
Detre (1937) (pg)			Penston (1972) (V)		
	Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]		Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]
$f_0$	2,82232(3)	0,316(10)	$f_0$	2,7920(4)	0,206(9)
Edwards (1978) (B)			Bookmeyer et al. (1977) (V)		
	Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]		Frekvence [c d <sup>-1</sup> ]	Amplituda [mag]
$f_0$	2,8222(2)	0,28(2)	$f_0$	2,82207(12)	0,268(5)
$f_0 - f_{BI}$	2,82(5)	0,03(2)	$3f_0$	8,466(14)	0,020(4)
$2f_0$	5,6446(10)	0,016(2)	$f_1$	3,667(2)	0,025(4)
$3f_0$	8,4667(2)	0,020(2)			

<sup>45</sup>Amplitudy v této frekvenční analýze mají uvedenou poloviční amplitudu – vyplývá to z Fourierova rozvoje.



Obrázek 7.37: Světelné změny pro hvězdu RW Ari napozorované na MUO ve filtru  $y$  Strömgenovy fotometrické sady. Změny ve výšce maxima naznačují přítomnost Blažkova jevu (panel vlevo), což lze dobře vidět v reziduiích ve tvaru motýlka (panel vpravo). Obrázky byly převzaty z práce Hájková (2015, SOČ).



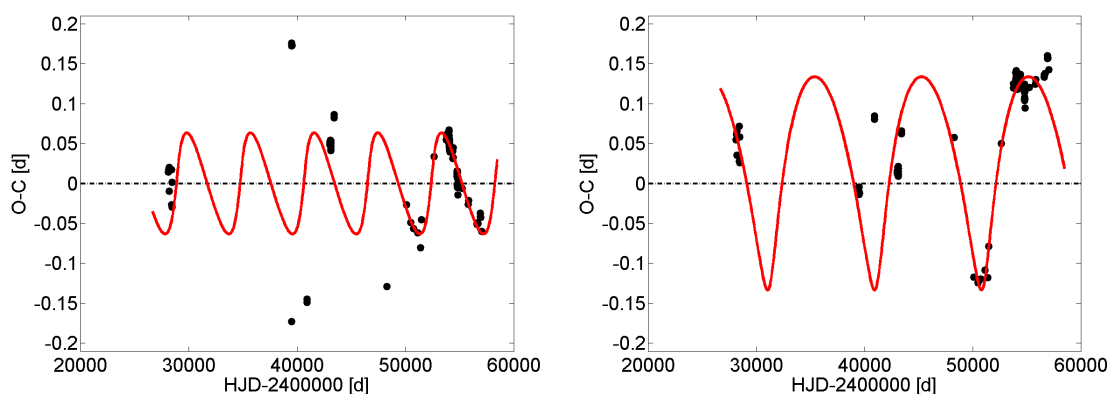
Obrázek 7.38:  $O-C$  diagram RW Ari vykazuje možné cyklické variace s periodou 5 000 dní (13,7 let). Červené body značí maxima z našich pozorování, černá jsou maxima uvedená v GEOS databázi. Obrázek byl převzat z práce Hájková (2015, SOČ).

## 7.6.3 V80 UMi

### 7.6.3.1 Informace o V80 UMi

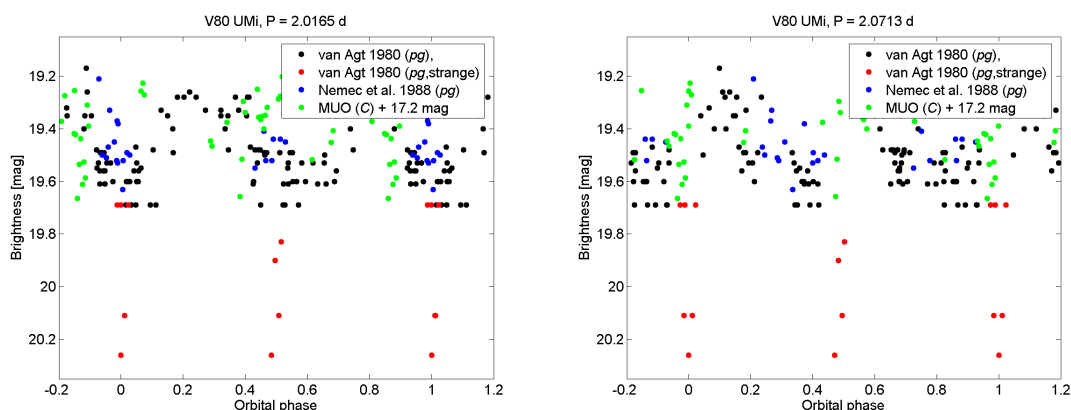
V80 UMi<sup>46</sup> je proměnná hvězda z trpasličí galaxie v souhvězdí Malého medvěda (Ursa Minor Dwarf Galaxy). Na její proměnnost upozornil van Agt (1967), který analyzoval 107 fotografických desek pořízených v letech 1953 – 1958 Haleho 5m dalekohledem Mt. Palomarské observatoře. Detekoval u ní výrazné změny hvězdné velikosti s rozsahem 19,35 – 20,25 mag a zařadil ji proto do seznamu 92 hvězd z této galaxie podezřelých z proměnnosti. Měření k těmto hvězdám byla zveřejněna v práci van Agt (1968). U V80 UMi však van Agt neuvádí ani periodu, ani typ proměnnosti. Teprve Kholopov (1971) na základě těchto dat usoudil, že se v případě V80 UMi může jednat o zákrytový systém, který ob-

<sup>46</sup>V80 UMi – není oficiálním označením z GCVS katalogu (nebyla zde zařazena), ale interní pořadové označení hvězdy v publikaci van Agt (1967), RA = 15<sup>h</sup>09<sup>m</sup>40,<sup>s</sup>61, DEC = +67° 19' 28,5", J2000.0.



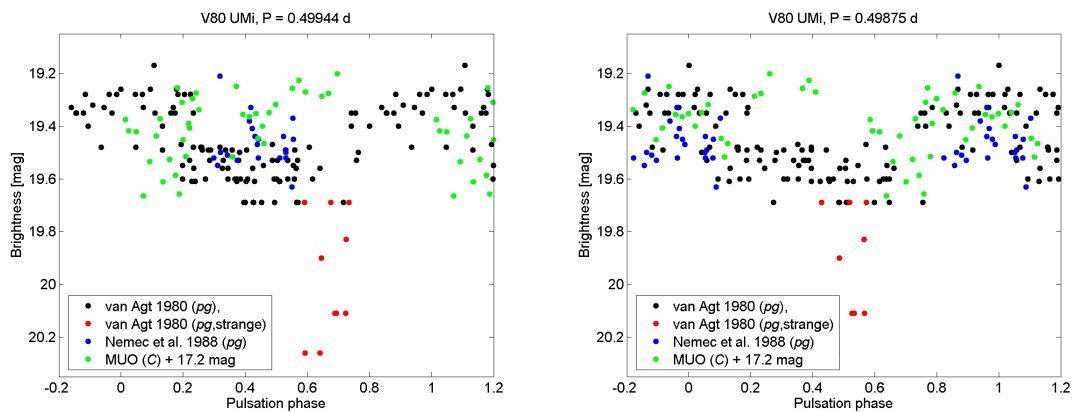
Obrázek 7.39:  $O-C$  diagram RW Ari, který je doplněn o nové okamžiky maxim z archivních měření, ukazuje mnohem složitější variace, než jen prostý LiTE. Ani jeden z nalezených modelů LiTE ( $P_{\text{orbit}} = 16,1$  yr, vlevo a  $P_{\text{orbit}} = 25,7$  yr, vpravo) nedokáže správně popsat změny na základě všech maxim.

sahuje pulzující složku typu RR Lyrae. Nalezl dvě možné periody zákrytů 2,07132 d a 2,01652 d (Obr. 7.40) a jednu pulzační periodu 0,499436 d (Obr. 7.41, vlevo). Pro první hodnotu zákrytové periody našel předběžné orbitální elementy dvojhvězdného systému.



Obrázek 7.40: Světelné změny pro hvězdu V80 UMi sfázované s první a druhou orbitální periodou určenou v práci Kholopov (1971). Diferenciální hvězdné velikosti z MUO byly posunuty o konstantní hodnotu +17,2 mag.

K této proměnné existuje pravděpodobně pouze jedna další datová sada v práci Nemeec, Wehlau & Mendes de Oliveira (1988). Jasnosti této a dalších hvězd byly získány z 22 fotografických desek pořízených 1,5m dalekohledem opět na Mt. Palomarské observatoři. Jejich měření nepotvrdila zákryty, jen umožnila zpřesnit periodu pulzací  $P_{\text{puls}} = 0,498746$  d (Obr. 7.41, vpravo). Jedna z desek s maximální citlivostí ve žluté barvě jim posloužila k určení barevného indexu hvězdy  $B-V = 0,35$  mag. Z těchto informací autoři usuzují, že se jedná spíše o anomální cefeidu než RR Lyrae hvězdu.



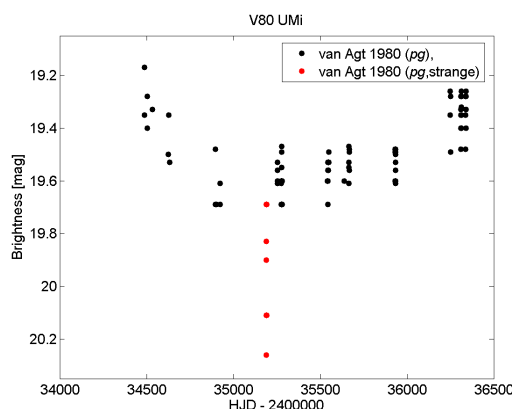
Obrázek 7.41: Světelné změny pro hvězdu V80 UMi sfázované s pulzační periodou. Panel vlevo obsahuje změny pro periodu z práce [Kholopov \(1971\)](#), panel vpravo z práce [Nemeč, Wehlau & Mendes de Oliveira \(1988\)](#).

### 7.6.3.2 Pozorování a výsledky

V rámci této práce bylo experimentálně ověřeno, že lze získat CCD měření slabých hvězd s hvězdnou velikostí okolo 19 mag i relativně malým dalekohledem (průměr zrcadla 60 cm), a to přímo z centra Brna. Kvalita takovýchto měření je srovnatelná s fotografickými měřeními vykonanými v polovině dvacátého století s největšími dalekohledy umístěnými na místech s výbornými pozorovacími podmínkami. Je však nutné splnit několik podmínek. Měření se musí konat za nejlepších pozorovacích podmínek (bez svitu Měsíce, bez oblačnosti, bezvětrí). Měření je lépe provádět bez použití fotometrického filtru. Je vhodné použít delší expozice (např. 180 s) a následně složit více snímků pro zvýšení poměru signál/šum. Výsledné změny jasnosti, které jsem získal, jsou vyneseny pro srovnání s předchozími měřeními (viz Obr. 7.40, 7.41, 7.42).

Provedl jsem analýzu obou publikovaných datových sad, která přinesla několik poznatků. Měření od van Agta (1968) obsahují poklesy jasnosti jen ve třech nocích v řadě (10 desek), kdy celá tato skupina měření je ztlačně mimo normální jasnost hvězdy (Obr. 7.42). Před a po tomto krátkém období již tedy nedošlo k detekci možného zákrytu. Tvar světelných změn spíše naznačuje přítomnost variací na dlouhých časových škálách než krátkoperiodických změn. Periody (pulzační i zákrytová) nalezené Kholopovem jsou navíc blízké násobkům 1 dne a takovéto hodnoty jsou vždy podezřelé. Měření z práce [Nemeč, Wehlau & Mendes de Oliveira \(1988\)](#) nejsou dobře fázově rozprostřena (viz Obr. 7.40, 7.41, 7.42), proto nepotvrzují ani pulzace hvězdy, natož zákryty.

Výsledky této analýzy lze shrnout konstatováním, že nemáme k dispozici nic víc, než jen podezření na proměnnost hvězdy. Nová přesná fotometrická měření jsou nezbytná k odhalení skutečné povahy tohoto objektu.



Obrázek 7.42: Světelné změny pro hvězdu V80 UMi obsahují výrazné poklesy jasnosti jen ve třech dnech v řadě. Tvar navíc naznačuje spíše přítomnost dlouhodobých variací.

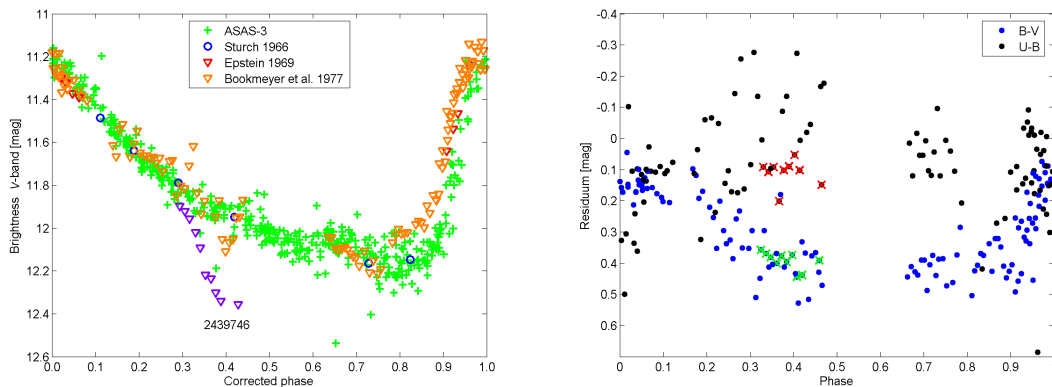
## 7.6.4 RZ Cet

### 7.6.4.1 Informace o hvězdě RZ Cet a její analýza

Hvězda RZ Cet patří do našeho seznamu 11 RR Lyrae hvězd, které by mohly patřit do dvojhvězdných systémů. U několika z nich byla v průběhu historie zaznamenána přítomnost Blažkova jevu. U hvězd RS Boo a RV UMA jsou modulační cykly dobře známy a přítomnost Blažkovy periody byla odhalena i v našich analyzovaných  $O-C$  diagramech. Avšak pro tři hvězdy (VX Her, BB Vir a RZ Cet) se nepodařilo v literatuře dohledat přesvědčivé důkazy o existenci Blažkova jevu a ani naše frekvenční analýza  $O-C$  reziduí nic neodhalila. Tyto hvězdy jsou pro nás zajímavé, protože detekované cyklické změny v  $O-C$  hodnotách by mohly značit Blažkův jev s opravdu dlouhou periodou. Diskuze situace u VX Her je provedena výše. U BB Vir a RZ Cet jsme pátrali po dalších fotometrických měřeních (u BB Vir byl výsledek pátrání po Blažkově modulaci neúspěšný).

Pozorování RZ Cet z práce [Bookmeyer et al. \(1977\)](#), pozorovatelské skupiny již několikrát v této kapitole zmiňované, jsou opět zajímavá. Jedna noc z r. 1967 (JD 2 439 746) obsahuje postupné zeslabení až o 0,4 mag (ve filtru V) vůči normálnímu průběhu (Obr. 7.43, vlevo), který by mohl být zákrytem. Hvězda byla slabší po celou dobu pozorování (přibližně 100 min). Barevné indexy se však neliší od průběhů z jiných nocí (Obr. 7.43, vpravo). Tento možný zákryt však nepodporuje naše výsledky z analýzy LiTE (Část 7.5.2.3). Námi očekávaná složka by měla být na základě velké hmotnosti ve stádiu malé degenerované hvězdy, která nezpůsobí pozorované změny. Tak hluboký pokles lze přiřadit obří hvězdě, nejpravděpodobněji červenému obru.

Velmi neobvyklá je také odchylka křivky od měření z přehlídky ASAS-3 ve fázích 0,75–1,0, která by mohla naopak nasvědčovat očekávané Blažkově modulaci. Dostupná měření z dalších přehlídkových projektů (Hipparcos, NSVS, OMC) jsou však srovnatelná s měřeními z ASAS-3 a nevykazují známky podobných zákrytů ani modulace. Zřejmě je tedy problém u měření z práce [Bookmeyer et al. \(1977\)](#).



Obrázek 7.43: Světelné změny hvězdy RZ Cet ve filtru V, které vykazují možný zákryt v noci JD 2439 746 u měření z práce [Bookmeyer et al. \(1977\)](#), panel vlevo. Barevné indexy pro tuto noc vyznačené křížky ( $B-V$  zelené,  $U-B$  červené), se prakticky neliší od normálního průběhu (panel vpravo).

### 7.6.5 Diskuze a shrnutí

V této části práce jsem u hvězd VX Her, RW Ari a V80 UMi provedl analýzu původních fotometrických měření, na jejichž základě byly hvězdy podezřívány z toho, že tvoří zákrytový systém. U všech tří hvězd jsem provedl vlastní pozorování a analýzu dalších dostupných dat. Bohužel tato pozorování nenasvědčují zákrytům. Navíc jsem do této části zařadil hvězdu RZ Ceti, jejíž měření také obsahují podezřelý pokles jasnosti. U tří těchto hvězd (VX Her, RW Ari, RZ Cet) byly zaznamenány zákryty s velkou amplitudou (0,7 mag, 0,6 mag a 0,4 mag) jednou pozorovací skupinou, a to v letech 1966–1967.

Na základě informace o malém množství známých zákrytových soustav s RR Lyrae komponentami diskutované v Části 7.2 je velice nepravděpodobné, že by pozorovací skupina kolem Wiśniewskiho, která proměřila jen přibližně dvě stě hvězd, narazila na 3 zákrytové systémy. Navíc by se jednalo o systémy spíše netypické – podle hlubokých zákrytů by sekundárními složkami byly hvězdy s velkými poloměry a nejspíš i s velkými zářivými výkony. V případě VX Her byla v jedné noci pravděpodobně měřena jiná hvězda (prakticky žádná změna jasnosti, odlišné barevné indexy). U RW Ari a RZ Cet se už tak snadné vysvětlení nenabízí.

U objektu V80 UMi je potřeba získat nová přesná měření, aby se potvrdila jeho proměnnost.

Uvedené výsledky jsou motivací pro pokračování této práce. Mělo by následovat důkladné proměření V80 UMi a dále přepis všech měření z prací [Fitch et al. \(1966\)](#) a [Bookmeyer et al. \(1977\)](#) a jejich porovnání s jinými dostupnými měřeními. Mohlo by se dokonce podařit najít korelaci mezi podivnými změnami RR Lyrae hvězd a „standardními“ hvězdami z práce [Johnson & Harris \(1954\)](#), které ne vždy lze za standardní a tudíž neměnné považovat.



# Závěr

V této disertační práci věnované změnám period dvojhvězd byla provedena analýza několika zákrytových systémů (AV CMi, CL Aur, V2294 Cyg, BV Dra a BW Dra), trojhvězdného systému  $\varphi$  Dra, a RR Lyrae hvězd, u kterých byla očekávána dvojhvězdnost.

V úvodní části byl uveden přehled typů změn proměnnosti u zákrytových dvojhvězd na základě tvarů  $O-C$  diagramů. Ten je značně rozšířen ve srovnání s přehledy uvedenými v české literatuře. Byly vysvětleny i tvarově podobné změny period osamocených hvězd (např. rotačních period CP hvězd nebo pulzačních period hvězd typu RR Lyrae).

Byl proveden statistický přehled vzorku známých proměnných hvězd na základě VSX, současného největšího katalogu proměnných hvězd. Náhodně zjištěné duplicitní výskyty některých záznamů byly motivací k důkladné analýze celého VSX. V analyzované verzi (z 9. 2. 2015, cca 325 000 hvězd) bylo zaznamenáno 1 487 párů možných duplicitních výstupů. Z toho 354 párů je možné považovat za téměř jisté duplikáty. V současné verzi VSX je už na základě naší publikace opraveno několik zaznamenaných problémů.

Mezi další výsledky práce patří získání nových fotometrických měření pro 11 hlavních cílů – 4 zákrytové dvojhvězdy, 6 RR Lyrae hvězd a 1 CP hvězdu. Systém V2294 Cyg byl dokonce měřen v 54 nocích v průběhu 5 let. Na snímcích byly měřeny i další proměnné hvězdy. Během mého doktorského studia bylo objeveno 5 nových proměnných hvězd.

Matematické postupy, založené převážně na nelineární metodě nejmenších čtverců (NLSM), byly použity na řešení několika astrofyzikálních problémů. K modelování tvaru světelných změn RR Lyrae hvězd a k vytvoření tzv. template křivek byla použita modelová funkce ve tvaru harmonického polynomu. Tyto template křivky sloužily k určování okamžiků maxim vybraných hvězd v různých sadách měření. Byl také studován problém vlivu expoziční doby na tvar křivky a s tím související posuv času maxima. Byl navržen postup, kterým lze získat přesné časy maxim z měření ze starých fotografických desek s typickou expoziční dobou 60 min. Harmonický polynom byl také použit k modelu změn RV hvězd typu RR Lyrae a k určení systematických RV pro objekt TU UMa.

Metoda NLSM byla dále použita u mnoha hvězd k analýze efektu rozdílné dráhy světla (LiTE). U zákrytových dvojhvězd byly takto studovány třetí složky a jejich oběh, u pulzujících RR Lyrae hvězd to byli navržení dvojhvězdní společníci. Modely změn v RV způsobené dvojhvězdností byly u  $\varphi$  Dra a AV CMi počítány také pomocí NLSM.

V případě systému AV CMi byla potvrzena přítomnost tranzitů na světelné křivce. Na základě pozorování současných zákrytů a tranzitů se nepodařilo detekovat změny ve tvaru tranzitu, což spolu s malým poměrem oběžných dob  $\sim 1 : 4,4$  prakticky vylučuje přítomnost třetího tělesa na vnitřní dráze navrženého Liakosem & Niarchosem (2010). Byla proto navržena alternativní hypotéza, ve které se předpokládá přítomnost dvojice zákrytových systémů, které tvoří blend. Pokusy o prokázání zákrytové dvojhvězdy na pozadí pomocí astrometrického testu či skvrnkové interferometrie však nebyly úspěšné.

U hlavního dvojhvězdného páru AV CMi byl objeven apsidální pohyb eliptické dráhy s  $e \sim 0,11$ , který má z důvodu krátké časové základny pozorování poměrně nepřesně určenou periodu 196(86) yr. V rámci této práce byla pořízena první spektroskopická měření, která potvrdila domněnku, že AV CMi je spektroskopická dvojhvězda typu SB2. Na základě malého množství RV se podařilo odhadnout poměr hmotností hlavních složek.

Systém CL Aur byl testovacím objektem pro ověření správnosti našich výpočtů LiTE a prodlužování/zkracování orbitální (případně pulzační) periody způsobem založeným na NLSM. Podařilo se dosáhnout výborné shody s předešlými publikovanými výsledky, zvláště s poslední prací Lee et al. (2010). Byly určeny orbitální parametry vnějšího systému, např. orbitální perioda třetího tělesa s délkou 21,6 yr.

V  $O-C$  diagramu zákrytové dvojhvězdy V2294 Cyg byly v r. 2010 odhaleny nahodilé změny, které byly správně vysvětleny cyklickými změnami periody způsobené LiTE, a tedy přítomností třetí složky. Od té doby byl proto systém systematicky pozorován. Z 20 okamžiků minim dostupných v  $O-C$  bráně byly spočítány předběžné orbitální parametry, např. 8,0 yr dlouhá oběžná doba třetího tělesa. Vlastní pozorování z období 2010–2015 byla použita k určení nových časů minim. Ty byly doplněny o časy z měření dalekohledu Kepler (2009–2013) převzatých z práce (Conroy et al., 2014) a také o nově určená minima založená na měřeních z projektu SuperWASP. Tato 190krát větší datová sada byla použita ke spočtení modelu LiTE a výraznému zpřesnění orbitálních parametrů třetího tělesa (přesnější perioda je 7,6 yr). Naše analýza ukázala, že model 3,0 yr dlouhého LiTE založeného pouze na měřeních z dalekohledu Kepler (publikováno v práci Conroy et al., 2014) není správný z důvodu krátké časové základny dat z Kepleru.

Dvojice kontaktních systémů BV Dra a BW Dra tvoří jeden z nejširších vázaných dvojhvězdných párů (vzdálenost 1 150 au, orbitální perioda 22 000 yr, Batten & Lu, 1986). Odhadovaná vzájemná vzdálenost znamená, že světlo urazí dráhu mezi systémy za 6,6 dne. Přesto jsou poměry oběžných period obou dvojhvězd téměř přesně v poměru malých celých čísel (6:5). Potvrzují to i naše pozorování. Oba systémy byly simultánně měřeny na brněnských pozorovatelnách ve 23 nocích. Byly určeny velmi přesně jejich aktuální periody ( $P_{BV} = 0,3500679(2)$  d,  $P_{BW} = 0,2921625(2)$  d), vzájemný poměr period je tedy 5,990979(5):5. Tento poměr překvapivě potvrzují i hmotnosti složek BV vůči BW 6,22(15):5 dopočtené z hmotností převzatých ze studie Kaluzny & Rucinski (1986).

Tento zajímavý systém na sebe upozornil zejména tvary  $O-C$  diagramů, které jsou až na amplitudy (u BW Dra přibližně 6krát větší než u BV Dra) a antifázi identické. Průběhy hodnot  $O-C$  naznačují skokovou změnu periody. Nejvhodnějším vysvětlením se zdál být vzájemný LiTE, ale pozorovaná amplituda je přibližně 5krát větší než by měla být. Astrometrická poziční měření jen dokumentují, že se systémy BV a BW Dra vůči sobě za posledních 180 let viditelně neposunuly.

$\varphi$  Dra tvoří vícenásobný systém s hlavní složkou, která je proměnnou CP hvězdou. Současná studie (Prvák et al., 2015) se snažila o vysvětlení světelných změn pomocí výpočtu modelu atmosféry na základě abundančních map známých ze spektroskopie. Pro tento druh výzkumu je nezbytné znát vliv dalších složek. U vnitřního dvojhvězdného páru (Aa, Ab) byly publikovány nekonzistentní hodnoty orbitálních period 26,768(7) d (Abt & Snowden, 1973) a 127,85 d (Beardsley, 1969) založené na měřeních RV hlavní složky. Vnější pár (A, B), který je vizuální dvojhvězdou, má dlouhou periodu s prozatím nedokončeným oběhem a z pozičních změn není jisté, zda se vůbec jedná o vázaný systém.

Byla proto provedena důkladná analýza celého systému. U vnitřního systému byla určena orbitální perioda 127,99 d, která je podpořena dokonce 4 datovými sadami RV. U vnějšího systému byl hledán důkaz pro gravitační vazbu. Vzhledem k tomu, že nejsou k dispozici měření paralaxy ani spektroskopická pozorování složky B, jedinými známkami podporujícími vázanost jsou podobné vlastní pohyby a blízkost složek A a B na HR diagramu (blízké izochrony). Z orbitálních parametrů i z hvězdných velikostí složek byly odhadnuty hmotnosti a spektrální typy všech tří složek.

Nejvýznamnější a také nejrozsáhlejší částí celé disertace je kapitola věnovaná RR Lyrae hvězdám ve dvojhvězdách. Byl vytvořen seznam známých kandidátů na dvojhvězdy mezi RR Lyrae hvězdami, který je navíc roztríděn podle detekčních metod. U každé z metod je vždy provedena diskuze o její účinnosti a o problémech při odhalování těchto systémů. Seznam je k dispozici on-line jako databáze pojmenovaná *RRLyrBinCan*. Verze z 25. 9. 2015 obsahuje 85 záznamů pro 61 kandidátů. V práci je krátce zmíněna statistika těchto objektů. Další 13 záznamů pro 6 objektů je zahrnuto v druhém seznamu, do kterého byly zařazeny hvězdy mylně označené jako dvojhvězdy s RR Lyrae složkou.

Dále byla provedena nová analýza dvojhvězdné povahy objektu TU UMa, která je prakticky jedinou prokázanou dvojhvězdou s RR Lyrae složkou klasického typu, t.j. takovou, u které se nepředpokládá výrazné ovlivnění druhou složkou během společného vývoje. Na základě přibližně pětkrát větší sady okamžiků maxim, než bylo použito v předchozí publikaci (Wade et al., 1999), jsme zpřesnili hodnoty orbitálních parametrů (např. 23,4 yr dlouhou periodu) pomocí modelování LiTE. Použitím dostupných RV jsme provedli dva testy na prokázání dvojhvězdnosti, výsledky přibližně korespondují s navrženým modelem. Pokusili jsme se také detekovat možný, ale značně nejistý zákryt, z důvodu malého množství měření jsme však neuspěli.

Postupy použité u hvězdy TU UMa byly aplikovány pro analýzu 11 kandidátů a 3 dalších podezřelých RR Lyrae hvězd, které by mohly v  $O-C$  diagramech vykazovat LiTE. Spočítali jsme orbitální parametry včetně odhadu minimální hmotnosti možného společníka. Nedostatek měření RV neumožnil potvrdit binaritu. U řady z nich by mělo být snadné současnými měřeními RV binaritu potvrdit, jak diskutujeme v textu.

Poslední část kapitoly o RR Lyrae hvězdách patřila rozboru historických kandidátů na zákrytové systémy s RR Lyrae složkami, jmenovitě RW Ari, VX Her a V80 UMi. U RW Ari i VX Her, u kterých byly poklesy jasnosti zaznamenané stejnou pozorovací skupinou kolem Wiśniewského (Fitch et al., 1966; Wiśniewski, 1971), lze dvojhvězdnost téměř vyloučit. V měřeních této skupiny se nám podařilo objevit zákryty u další hvězdy RZ Cet. Zřejmě u všech těchto hvězd došlo k problémům při pozorování nebo zpracování. Naše nová měření, stejně jako výsledky z jiných studií, tyto zákryty nepotvrzují.

Tvrzení o dvojhvězdnosti u objektu V80 UMi (trpasličí galaxie v Malém medvědovi) je založeno jen na fotografických měřeních. Poklesy byly zaznamenané během tří po sobě jdoucích nocí, zatímco ostatní měření poklesy neprokazují. Pulzační a orbitální perioda navržená v práci Kholopov (1971) je navíc podezřele blízká 2 a 0,5 dni.

Výsledky shrnuté výše byly prezentovány na několika konferencích a v člancích, jejich přehled následuje. V některých případech se nepodařilo navržené otázky jednoznačně vyřešit a tak zůstávají výzvou a motivací pro další práci.

# Seznam publikací

## Recenzované publikace

- Mikulášek, Z., Krtička, J., Henry, G. W., Janík, J., Zverko, J., Žižňovský, J., Zejda, M., **Liška, J.**, et al., 2011, *Surprising variations in the rotation of the chemically peculiar stars CU Virginis and V901 Orionis*, A&A, 534, L5
- Zhu, L.-Y., Zejda, M., Mikulášek, Z., **Liška, J.**, et al., 2012, *The Photometric Study of a Neglected Near Contact Binary: BS Vulpeculae*, AJ, 144, 37
- Zejda, M., Paunzen, E., Baumann, B., Mikulášek, Z., & **Liška, J.**, 2012, *Catalogue of variable stars in open cluster fields*, A&A, 548, A97
- **Liška, J.**, & Skarka, M., 2013, *Discovery of a new periodic variable star CzeV503*, Information Bulletin on Variable Stars, 6077, 1
- **Liška, J.**, 2014, *Light time effect in the system V2294 Cyg*, Information Bulletin on Variable Stars, 6119, 1
- **Liška, J.**, & Lišková, Z., 2014, *CzeV615 – a new eclipsing binary*, Information Bulletin on Variable Stars, 6124, 1
- Zasche, P., Wolf, M., Vraštil, J., **Liška, J.**, et al., 2014, *Apsidal motion and a light curve solution for eighteen SMC eccentric eclipsing binaries*, A&A, 572, A71
- **Liška, J.**, Skarka, M., Mikulášek, Z., Zejda, M., & Chrastina, M., 2015, *New Analysis of the Light Time Effect in TU Ursae Majoris*, arXiv:1502.03331, odesláno do A&A
- **Liška, J.**, Skarka, M., Zejda, M., & Mikulášek, Z., 2015, *Cyclic changes in O-C diagrams of field RR Lyrae stars as a result of LiTE*, arXiv:1504.05246, odesláno do MNRAS
- **Liška, J.**, 2015, *Analysis of the multiple system  $\varphi$  Draconis*, v přípravě (před odesláním do MNRAS)
- Prvák, M., **Liška, J.**, Mikulášek, Z., Krtička, J. & Lüftinger, T., 2015, *Modelling of variability of the CP star  $\varphi$  Draconis*, arXiv:1510.01192, přijato pro publikaci v A&A

## Konferenční sborníky a ostatní nerecenzované publikace

- **Liška, J.**, & Zejda, M., 2011, *Restoration of the project PROSPER*, in Proceedings of the 42nd Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars, 139, 18
- Zejda, M., Mikulášek, Z., **Liška, J.**, Svoboda, P., & de Villiers, S. N., 2011, *Binary Star Research Using Micro-Telescopes*, in Proceedings of the 9th Pacific Rim Conference on Stellar Astrophysics, ASPC 451, 33
- **Liška, J.**, Zejda, M., Lomoz, F., et al., 2012, *AV CMi preliminary results from photometric study*, in Proceedings of the 43rd Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars, 154, 4
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Zhu, L., Qian, S., & **Liška, J.**, 2012, *The Photometric Study of Neglected Short-Period Eclipsing Binary BS Vulpeculae*, in Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 282, 83
- **Liška, J.**, Zejda, M., Lomoz, F., et al., 2013, *The New Photometric Study of a Possible Three-body System AV CMi*, Central European Astrophysical Bulletin, 37, 201
- Mikulášek, Z., Zejda, M., Zhu, L., Qian, S.-B., **Liška, J.**, et al., 2013, *Visual Minima Timings of Eclipsing Binaries: To Use or not to Use?*, Central European Astrophysical Bulletin, 37, 145
- Zejda, M., Paunzen, E., Mikulášek, Z., Janík, J., **Liška, J.**, et al., 2013, *The role of eclipsing binaries in open cluster research*, in proceedings of the conference Setting a New Standard in the Analysis of Binary Stars, EAS Publications Series, 64, 433
- Hladík, B., Skarka, M., & **Liška, J.**, 2014, *A new delta scuti variable CzeV616 Cyg*, Open European Journal on Variable Stars, 166, 1
- Paunzen, E., Zejda, M., Mikulášek, Z., **Liška, J.**, et al., 2014, *Variable stars in open clusters*, in Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 301, 471
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Zhu, L.-Y., Qian, S.-B., **Liška, J.**, et al., 2014, *V1010 Oph investigated by a cm-class telescope*, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso, 43, 462
- Prvák, M., Krtička, J., Mikulášek, Z., Lüftinger, T., & **Liška, J.**, 2014, *Modelling the variability of the CP star varphi Dra*, in proceedings of the conference Putting A Stars into Context: Evolution, Environment, and Related Stars, 214
- **Liška, J.**, & Skarka, M., 2015, *O-C diagrams and period changes in stellar systems*, in Proceedings of the 46th Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars, 169, 38

- **Liška, J.**, Skarka, M., Auer, R. F., Prudil, Z., & Juráňová, A., 2015, *Possible candidates for multiple occurrence of variable stars in the VSX catalogue*, Open European Journal on Variable Stars, 170, 1
- **Liška, J.**, & Skarka, M., 2015, *Period analysis of a Blazhko star V0346 Draconis*, Open European Journal on Variable Stars, 173, 1
- Mikulášek, Z., Chrastina, M., **Liška, J.**, et al., 2014, *Kwee-van Woerden method: To use or not to use?*, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso, 43, 382
- Skarka, M., **Liška, J.**, Dřevěný, R., & Auer, R. F., 2015, *Observing RR Lyrae type stars*, in Proceedings of the 46th Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars, 169, 36
- Skarka, M., **Liška, J.**, Šmelcer, L., & Brát, L., 2015, *Variable Star and Exoplanet Section of the Czech Astronomical Society*, in proceedings of the conference Living Together: Planets, Host Stars and Binaries, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 496, 307
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Qian, S.-B., Zhu, L.-Y., Wolf, M., Zasche, P., Janík, J., **Liška, J.**, et al., 2015, *Near-Contact Binaries in the Small Magellanic Cloud*, in proceedings of the conference Living Together: Planets, Host Stars and Binaries, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 496, 223



# Přílohy A

Tabulka A.1: Přehled projektů, do kterých jsem byl v průběhu doktorského studia zapojen.

Kód projektu	Název	Řešitel
MUNI/A/0930/2013	Vybrané problémy fyziky hvězd a vesmíru	doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
7AMB13PL019	Proměnné hvězdy v otevřených hvězdokupách a jejich okolí	RNDr. Jan Janík, Ph.D.
LG12001	Výzkum vlastností asteroidů a hvězdných soustav pomocí fotometrických pozorování s Dánským 1,54m dalekohledem na Evropské jižní observatoři	doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
MUNI/A/0735/2012	Fyzika hvězd a vesmíru	prof. Mgr. Jiří Krtička, Ph.D.
7AMB12AT003	Proměnné hvězdy v otevřených hvězdokupách	doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
LH14300	Výzkum zvláštních proměnných hvězd	doc. RNDr. Miloslav Zejda, Ph.D.
LH12175	Studium vybraných téměř kontaktních zákrytových dvojhvězd	prof. RNDr. Zdeněk Mikulášek, CSc.
MUNI/A/0968/2009	Fyzika hvězd a hvězdných soustav	prof. Mgr. Jiří Krtička, Ph.D.

Tabulka A.2: Přehled fotometrických pozorování hvězdy  $\phi$  Dra, <sup>(a)</sup> – přístroj Malokuk-5, místo MUO, <sup>(b)</sup> – Malokuk-5, HaP,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
15./16. květen 2013 <sup>a</sup>	20:56	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	109   116   229   102
20./21. květen 2013 <sup>a</sup>	20:05	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	25   28   51   24
28./29. květen 2013 <sup>b</sup>	20:56	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	79   83   146   78
11./12. červen 2013 <sup>b</sup>	21:00	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	62   86   188   71
12./13. červen 2013 <sup>b</sup>	21:23	30   20   7   30	<i>BVRI</i>	103   116   233   110
13./14. červen 2013 <sup>b</sup>	21:15	30   20   7   30	<i>BVRI</i>	101   100   121   96
30. červen/1. červenec 2013 <sup>b</sup>	23:31	30   20   7   30	<i>BVRI</i>	39   41   89   40
1./2. červenec 2013 <sup>b</sup>	21:05	30   20   7   30	<i>BVRI</i>	123   134   272   133
2./3. červenec 2013 <sup>b</sup>	00:42	30   20   7   30	<i>BVRI</i>	13   13   27   13
4./5. červenec 2013 <sup>b</sup>	20:35	25   15   5   30	<i>BVRI</i>	169   181   367   179
6./7. červenec 2013 <sup>b</sup>	20:15	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	74   75   153   76
15./16. červenec 2013 <sup>b</sup>	20:58	30   20   5   30	<i>BVRI</i>	131   156   321   159

Tabulka A.3: Přehled fotometrických pozorování hvězdy SS Leo, přístroj Malokuk-2, místo MFO1,  $N$  – počet složených snímků (pět expozic v jednom snímku).

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtr	$N$
9./10. březen 2014	22:44	30	<i>green</i>	56
10./11. duben 2014	21:40	30	<i>green</i>	51
12./13. květen 2014	20:44	30	<i>green</i>	28

Tabulka A.4: Přehled fotometrických pozorování hvězd AT Ser a CzeV615 (Ser), přístroj Malokuk-2, místo MFO1,  $N$  – počet složených snímků (pět expozií v jednom snímku).

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtr	$N$
9./10. červen 2014	23:46	30	green	29
15./16. červen 2014	20:19	30	green	89
18./19. červen 2014	20:18	30	green	46
19./20. červen 2014	22:10	30	green	16
20./21. červen 2014	22:00	30	green	67
24./25. červen 2014	20:10	30	green	37
18./19. červenec 2014	20:56	30	green	10

Tabulka A.5: Přehled fotometrických pozorování hvězd AV CMi, CzeV090 CMi, CzeV091 CMi, <sup>(a)</sup> – přístroj MUO-1, místo MUO, <sup>(b)</sup> – Suhora-2, SUHORA (spolupozorovatel dr. J. Janík), <sup>(c)</sup> – HaP-2, HaP, <sup>(d)</sup> – MUO-3, MUO, <sup>(e)</sup> – MUO-2, MUO, <sup>(f)</sup> – Suhora-1, SUHORA (spolupozorovatelé Mgr. M. Drózdž, dr. J. Janík), <sup>(g)</sup> – Vyškov-1, VYŠKOV, <sup>(h)</sup> – HaP-3, HaP, <sup>(\*)</sup> – měřil dr. M. Chrastina,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
26./27. leden 2010 <sup>a</sup>	17:18	30	<i>R</i>	199
31. leden/1. únor 2010 <sup>a</sup>	16:58	50	<i>R</i>	24
21./22. únor 2010 <sup>a</sup>	17:51	30   30	<i>BR</i>	58   54
25./26. únor 2010 <sup>a</sup>	22:16	45   30	<i>BR</i>	45   59
4./5. březen 2010 <sup>a</sup>	22:59	30   30   30   30	<i>BVRI</i>	5   6   7   6
5./6. březen 2010 <sup>a</sup>	18:55	30   30	<i>VR</i>	74   76
6./7. březen 2010 <sup>a</sup>	18:35	30   30	<i>VR</i>	110   114
15./16. březen 2010 <sup>a</sup>	18:59	45   45	<i>VR</i>	4   4
21./22. březen 2010 <sup>a</sup>	18:08	40   40	<i>VR</i>	11   117
22./23. březen 2010 <sup>a</sup>	18:03	40   40	<i>VR</i>	99   99
25./26. březen 2010 <sup>a</sup>	20:18	40   40	<i>VR</i>	95   95
20./21. září 2010 <sup>a</sup>	02:03	45   45   30   30	<i>BVRI</i>	36   38   38   35
16./17. prosinec 2010 <sup>a</sup>	22:54	40   40	<i>VR</i>	25   26
3./4. leden 2011 <sup>a</sup>	22:35	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	84   85   84   81
16./17. leden 2011 <sup>a</sup>	20:40	60   50,60   30,50   30,50	<i>BVRI</i>	6   92   90   93
20./21. leden 2011 <sup>a</sup>	20:51	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	60   62   62   64
28./29. leden 2011 <sup>b</sup>	18:52	30,60   30,60   30,60	<i>vby</i>	50   49   48
28./29. leden 2011 <sup>f</sup>	21:00	60   30   10   10   10	<i>UBVRI</i>	129   129   129   128   127
10./11. únor 2011 <sup>a</sup>	20:54	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	49   57   56   60
12./13. únor 2011 <sup>a</sup>	17:33	60   50   30,50   30	<i>BVRI</i>	24   24   74   24
20./21. únor 2011 <sup>a</sup>	20:38	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	78   74   76   73
22./23. únor 2011 <sup>a</sup>	17:38	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	104   104   104   103
27./28. únor 2011 <sup>a</sup>	18:38	60   40   40   40	<i>BVRI</i>	29   29   28   28
19./20. březen 2011 <sup>a</sup>	20:23	50   50	<i>VR</i>	71   63
17./18. duben 2011 <sup>a</sup>	18:47	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	11   12   140   13
20./21. duben 2011 <sup>a*</sup>	18:58	30   30	<i>RI</i>	84   84
21./22. duben 2011 <sup>a</sup>	18:59	60   50   30   30	<i>BVRI</i>	34   33   37   35
22./23. duben 2011 <sup>a</sup>	19:18	30	<i>R</i>	29
22./23. říjen 2011 <sup>a</sup>	00:52	60   50   30	<i>BVR</i>	18   18   18
31. leden/1. únor 2012 <sup>g</sup>	18:38	30,50   30,50   30,50   30,50	<i>BVRI</i>	52   32   19   7
10./11. únor 2012 <sup>g</sup>	20:03	50   50   50   50	<i>BVRI</i>	104   59   22   62
26./27. únor 2012 <sup>g</sup>	18:39	40   40   40   40	<i>BVRI</i>	62   62   62   62
15./16. duben 2013 <sup>c</sup>	19:26	40   40   40	<i>vby</i>	21   21   22
11./12. listopad 2013 <sup>d</sup>	02:41	60   60	<i>by</i>	65   66
27./28. listopad 2013 <sup>d</sup>	22:25	120   60   60	<i>vby</i>	89   93   94
3./4. prosinec 2013 <sup>d</sup>	22:49	60   60	<i>by</i>	14   14
3./4. únor 2014 <sup>d</sup>	17:46	60   60	<i>by</i>	24   24
23./24. únor 2014 <sup>d</sup>	17:26	50   50	<i>by</i>	37   40
4./5. duben 2014 <sup>e</sup>	19:27	45,60   45,60	<i>VR</i>	45   42
11./12. duben 2014 <sup>e</sup>	18:42	60,120   60,120   60,120   60,120	<i>BVRI</i>	15   16   16   16
28./29. leden 2015 <sup>d</sup>	22:48	40   40   40   40	<i>BVRI</i>	3   3   3   2
8./9. březen 2015 <sup>h</sup>	20:20	30   30   30	<i>VRI</i>	51   51   52
19./20. březen 2015 <sup>h</sup>	19:50	60   30   30   60	<i>BVRI</i>	8   9   9   6

Tabulka A.6: Přehled fotometrických pozorování hvězd V2294 Cyg, CzeV509, CzeV510, <sup>(a)</sup> – přístroj MUO-1, místo MUO, <sup>(b)</sup> – Suhora-2, SUHORA (spolupozorovatel dr. J. Janík), <sup>(c)</sup> – HaP-2, HaP, <sup>(d)</sup> – MUO-3, MUO, <sup>(e)</sup> – MUO-2, MUO, <sup>(f)</sup> – HaP-3, HaP, *N* – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	<i>N</i>
5./6. březen 2010 <sup>a</sup>	02:53	45	<i>R</i>	115
21./22. březen 2010 <sup>a</sup>	02:18	40	<i>R</i>	26
25./26. březen 2010 <sup>a</sup>	23:04	60	<i>R</i>	140
5./6. červen 2010 <sup>a</sup>	21:00	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	60   60   60   60
22./23. červenec 2010 <sup>a</sup>	20:44	60   45   45,60   45	<i>BVRI</i>	43   41   45   44
10./11. srpen 2010 <sup>a</sup>	19:49	60   45   45,60   45	<i>BVRI</i>	81   81   87   81
12./13. srpen 2010 <sup>a</sup>	19:40	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	60   62   61   61
15./16. srpen 2010 <sup>a</sup>	19:27	60   45   45,60   45,60	<i>BVRI</i>	32   32   55   55
16./17. srpen 2010 <sup>a</sup>	18:54	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	46   50   48   50
21./22. srpen 2010 <sup>a</sup>	21:44	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	40   40   41   41
22./23. srpen 2010 <sup>a</sup>	19:07	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	56   56   56   56
20./21. září 2010 <sup>a</sup>	20:39	60   45   45   45	<i>BVRI</i>	40   46   47   44
26./27. únor 2011 <sup>a</sup>	04:21	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	7   7   7   6
22./23. duben 2011 <sup>a</sup>	01:24	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	22   23   23   23
10./11. srpen 2011 <sup>a</sup>	01:44	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	16   16   16   16
16./17. srpen 2011 <sup>a</sup>	00:07	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	26   24   23   21
18./19. srpen 2011 <sup>a</sup>	01:56	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	18   19   19   19
21./22. srpen 2011 <sup>a</sup>	01:51	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	9   9   9   9
20./21. prosinec 2011 <sup>a</sup>	17:14	60   50   50   50	<i>BVRI</i>	37   37   37   37
8./9. květen 2012 <sup>b</sup>	21:29	180   120   120	<i>vby</i>	31   30   31
9./10. květen 2012 <sup>b</sup>	21:14	180   120   120	<i>vby</i>	32   32   32
10./11. květen 2012 <sup>b</sup>	20:50	180   120   120	<i>vby</i>	38   38   38
11./12. červen 2013 <sup>c</sup>	22:51	60	<i>y</i>	46
12./13. červen 2013 <sup>c</sup>	22:35	60   60	<i>by</i>	78   76
17./18. červen 2013 <sup>c</sup>	22:29	60   60	<i>by</i>	63   63
19./20. červen 2013 <sup>c</sup>	21:16	60   60	<i>by</i>	81   79
20./21. červen 2013 <sup>c</sup>	22:05	60   60	<i>by</i>	3   3
1./2. červenec 2013 <sup>c</sup>	21:02	60   60	<i>by</i>	106   109
6./7. červenec 2013 <sup>c</sup>	23:25	60   60	<i>by</i>	54   56
16./17. červenec 2013 <sup>c</sup>	22:59	40	<i>y</i>	4
18./19. červenec 2013 <sup>c</sup>	21:33	80   80	<i>by</i>	5   7
20./21. červenec 2013 <sup>c</sup>	21:50	80   80	<i>by</i>	54   52
30./31. červenec 2013 <sup>c</sup>	20:45	80   80	<i>by</i>	53   55
6./7. září 2013 <sup>c</sup>	01:19	80   80	<i>by</i>	31   31
14./15. září 2013 <sup>c</sup>	22:57	80   80	<i>by</i>	26   27
30. září/1. říjen 2013 <sup>c</sup>	20:21	80   80	<i>by</i>	44   44
24./25. říjen 2013 <sup>d</sup>	20:05	80   80	<i>by</i>	15   14
7./8. listopad 2013 <sup>d</sup>	19:57	60   60	<i>by</i>	42   42
8./9. listopad 2013 <sup>d</sup>	17:01	60   60	<i>by</i>	95   94
11./12. listopad 2013 <sup>d</sup>	19:29	60   60	<i>by</i>	60   60
12./13. listopad 2013 <sup>d</sup>	19:18	60   60	<i>by</i>	6   6
3./4. prosinec 2013 <sup>d</sup>	20:29	60   60	<i>by</i>	19   19
12./13. leden 2014 <sup>d</sup>	18:23	60	<i>y</i>	3
3./4. únor 2014 <sup>d</sup>	16:52	60   60	<i>by</i>	9   10
2./3. duben 2014 <sup>e</sup>	01:21	60   60	<i>VR</i>	35   35
9./10. květen 2014 <sup>e</sup>	21:54	60   60	<i>VR</i>	56   55
10./11. červen 2014 <sup>e</sup>	21:50	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	52   52   52   52
6./7. červenec 2014 <sup>e</sup>	01:28	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	5   9   10   5
24./25. červenec 2014 <sup>e</sup>	22:15	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	27   42   43   29
2./3. srpen 2014 <sup>e</sup>	19:55	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	39   39   39   39
7./8. srpen 2014 <sup>f</sup>	19:38	30   30   30   30	<i>BVRI</i>	38   147   152   38
17./18. srpen 2014 <sup>f</sup>	19:16	30   30   30   30	<i>BVRI</i>	90   159   160   158
5./6. září 2014 <sup>f</sup>	19:16	30   30   30   30	<i>BVRI</i>	60   55   60   60
3./4. říjen 2014 <sup>d</sup>	22:45	60   60   60	<i>BVR</i>	1   1   1
10./11. květen 2015 <sup>f</sup>	22:42	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	43   41   41   41
17./18. červen 2015 <sup>d</sup>	20:26	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	57   61   61   61
2./3. červenec 2015 <sup>f</sup>	20:20	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	61   66   66   64
11./12. červenec 2015 <sup>f</sup>	21:37	90   60   60   60	<i>BVRI</i>	47   47   47   46

Tabulka A.7: Přehled fotometrických pozorování hvězd BV Dra a BW Dra, <sup>(a)</sup> – přístroj HaP-2, místo HaP, <sup>(b)</sup> – MUO-3, MUO,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
8./9. únor 2013 <sup>a</sup>	01:55	20   15   20	<i>vby</i>	82   140   102
27./28. únor 2013 <sup>a</sup>	23:06	30   30   30	<i>vby</i>	70   71   70
15./16. duben 2013 <sup>a</sup>	02:29	10,40   10,20   10,20	<i>vby</i>	16   17   19
13./14. červen 2013 <sup>a</sup>	21:20	20   10   5	<i>vby</i>	268   269   268
19./20. červen 2013 <sup>a</sup>	00:25	30   10   12	<i>vby</i>	66   66   66
20./21. červen 2013 <sup>a</sup>	20:51	25   6   15   25	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	160   159   156   150
23./24. červen 2013 <sup>a</sup>	21:12	30   10   6	<i>vby</i>	99   96   106
30./31. červen 2013 <sup>a</sup>	20:46	25   10   3,5   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	85   91   113   92
1./2. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:41	25   10   3,5   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	6   6   10   5
2./3. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:21	25   7   3,5,7,10   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	172   171   277   175
4./5. červenec 2013 <sup>a</sup>	19:54	25   7   5   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	167   164   327   156
6./7. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:05	25   7   5   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	65   65   129   64
15./16. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:10	25   10   5   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	14   14   15   14
17./18. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:15	25,40   10   5,10   40,80	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	70   138   138   71
21./22. červenec 2013 <sup>a</sup>	22:46	40   15   10   80	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	13   28   30   12
22./23. červenec 2013 <sup>a</sup>	23:37	30   10   7,10   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	68   70   68   67
23./24. červenec 2013 <sup>a</sup>	20:08	15,20   3,5   15   60	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	32   33   35   17
24./25. červenec 2013 <sup>a</sup>	21:13	20   10   7,10   45	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	42   41   43   45
2./3. srpen 2013 <sup>a</sup>	21:30	25,40   7,15,25   5,7,10   40	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	81   82   84   82
11./12. srpen 2013 <sup>a</sup>	20:47	25,40   10   5   80	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	33   28   50   34
14./15. srpen 2013 <sup>a</sup>	23:20	40   10   10   80	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	26   26   26   21
5./6. září 2013 <sup>a</sup>	20:42	30   10   15	<i>vby</i>	47   48   47
15./16. leden 2014 <sup>b</sup>	22:12	15,30   10,15   10   60	<i>vbyH<sub>β</sub></i>	135   135   136   135

Tabulka A.8: Přehled fotometrických pozorování hvězdy TU UMa, <sup>(a)</sup> – přístroj MUO-3, místo MUO, <sup>(b)</sup> – Malokuk-2, MFO1,  $N^{(a)}$  – počet snímků,  $N^{(b)}$  – počet složených snímků (pět expozič v jednom snímku).

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
2./3. prosinec 2013 <sup>a</sup>	01:17	60   30   30	<i>vby</i>	56   57   58
3./4. únor 2014 <sup>a</sup>	01:55	60   30   30	<i>vby</i>	39   40   40
9./10. březen 2014 <sup>b</sup>	01:44	30	<i>green</i>	39
12./13. březen 2014 <sup>a</sup>	21:14	60   30   30	<i>vby</i>	51   51   51
6./7. duben 2014 <sup>b</sup>	22:56	30	<i>green</i>	76
20./21. květen 2014 <sup>b</sup>	22:39	30	<i>green</i>	67
24./25. květen 2014 <sup>b</sup>	20:04	30	<i>green</i>	81
25./26. květen 2014 <sup>b</sup>	19:44	30	<i>green</i>	75
26./27. květen 2014 <sup>b</sup>	20:03	30	<i>green</i>	18
28./29. květen 2014 <sup>b</sup>	21:02	30	<i>green</i>	36
1./2. červen 2014 <sup>b</sup>	20:37	30	<i>green</i>	54
4./5. červen 2014 <sup>b</sup>	21:07	30	<i>green</i>	36
5./6. červen 2014 <sup>b</sup>	21:40	30	<i>green</i>	28
6./7. červen 2014 <sup>b</sup>	22:03	30	<i>green</i>	9
8./9. červen 2014 <sup>b</sup>	20:10	30	<i>green</i>	90
9./10. červen 2014 <sup>b</sup>	22:25	30	<i>green</i>	4
12./13. červen 2014 <sup>b</sup>	20:09	30	<i>green</i>	56
19./20. červen 2014 <sup>b</sup>	20:35	30	<i>green</i>	28
20./21. červen 2014 <sup>b</sup>	20:29	30	<i>green</i>	14

Tabulka A.9: Přehled fotometrických pozorování hvězdy RW Ari, <sup>(a)</sup> – přístroj MUO-3, místo MUO (září 2014–leden 2015, spolupozorovatelka P. Hájková), <sup>(b)</sup> – HaP-3, HaP,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
11./12. listopad 2013 <sup>a</sup>	22:36	60   60	<i>by</i>	104   105
12./13. listopad 2013 <sup>a</sup>	19:42	60   60	<i>by</i>	63   64
2./3. prosinec 2013 <sup>a</sup>	18:22	60   60	<i>by</i>	188   188
3./4. prosinec 2013 <sup>a</sup>	20:25	60   60	<i>by</i>	16   17
15./16. leden 2014 <sup>a</sup>	20:03	60   60	<i>by</i>	53   53
3./4. únor 2014 <sup>a</sup>	18:34	60   60	<i>by</i>	71   71
5./6. září 2014 <sup>b</sup>	00:47	30   30   30	<i>VRI</i>	20   22   8
17./18. září 2014 <sup>a</sup>	20:58	60   60	<i>by</i>	188   189
18./19. září 2014 <sup>a</sup>	20:46	60   60	<i>by</i>	40   40
3./4. říjen 2014 <sup>a</sup>	20:01	60   60   60	<i>BVR</i>	50   50   50
31. říjen /1. listopad 2014 <sup>a</sup>	19:03	150   150   150   150	<i>BVRI</i>	5   5   5   5
1./2. listopad 2014 <sup>a</sup>	20:56	100   100   100   100	<i>BVRI</i>	43   44   43   45
9./10. prosinec 2014 <sup>a</sup>	20:58	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	5   5   5   5
13./14. leden 2015 <sup>a</sup>	16:31	60   60   60   60	<i>BVRI</i>	52   55   53   52
15./16. únor 2015 <sup>b</sup>	17:56	30   30   30   30	<i>BVRI</i>	11   14   13   12

Tabulka A.10: Přehled fotometrických pozorování hvězdy V80 UMi, <sup>(a)</sup> – přístroj MUO-2, místo MUO,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
2./3. duben 2014 <sup>a</sup>	23:30	180	<i>Clear</i>	49
3./4. duben 2014 <sup>a</sup>	19:19	180	<i>Clear</i>	50
4./5. duben 2014 <sup>a</sup>	19:10	180	<i>Clear</i>	26
11./12. duben 2014 <sup>a</sup>	21:05	180	<i>Clear</i>	5
17./18. duben 2014 <sup>a</sup>	20:09	180	<i>Clear</i>	5
21./22. duben 2014 <sup>a</sup>	21:28	180	<i>Clear</i>	5
8./9. květen 2014 <sup>a</sup>	23:21	180	<i>Clear</i>	10
19./20. květen 2014 <sup>a</sup>	20:10	180	<i>Clear</i>	10
22./23. květen 2014 <sup>a</sup>	01:42	180	<i>Clear</i>	3
10./11. červen 2014 <sup>a</sup>	21:29	180	<i>Clear</i>	5
1./2. červenec 2014 <sup>a</sup>	23:14	180	<i>Clear</i>	15

Tabulka A.11: Přehled fotometrických pozorování hvězd VX Her a V591 Her, přístroj MUO-2, místo MUO,  $N$  – počet snímků.

Noc	Začátek UTC	Exp. [s]	Filtry	$N$
11./12. duben 2014	21:44	120	<i>BVRI</i>	26   26   25   23
17./18. duben 2014	23:39	120	<i>BVRI</i>	9   9   9   9
21./22. duben 2014	21:54	120	<i>BVRI</i>	4   3   3   3
3./4. květen 2014	23:26	120	<i>BVRI</i>	23   23   23   23
8./9. květen 2014	20:44	120	<i>BVRI</i>	16   16   16   15
19./20. květen 2014	23:31	120	<i>BVRI</i>	20   20   20   20
22./23. květen 2014	19:49	120	<i>BVRI</i>	23   24   24   24
10./11. červen 2014	01:37	120	<i>BVRI</i>	2   2   2   2
23./24. červen 2014	20:56	120	<i>BVRI</i>	4   5   5   4
3./4. červenec 2014	20:28	120	<i>BVRI</i>	13   13   12   13
6./7. červenec 2014	23:49	120	<i>BVRI</i>	6   6   6   6
24./25. červenec 2014	19:52	120   90   60   120	<i>BVRI</i>	10   10   10   10
2./3. srpen 2014	21:18	120   90, 120   60, 90   120	<i>BVRI</i>	17   17   16   16

Tabulka A.12: Seznam použitých okamžiků minim AV CMi.

$T_{\min}$ [HJD]	$\delta T$ [d]	Typ	Metoda	Pozorovatel	Publikace
2430463.3700	–	sec	pg	Hoffmeister, C.	<a href="#">Hoffmeister (1968)</a>
2438378.6000	–	sec	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2438385.4200	–	sec	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2438386.5200	–	prim	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2438410.4700	–	sec	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2438739.5300	–	prim	pg	Hoffmeister, C.	<a href="#">Hoffmeister (1968)</a>
2439533.4700	–	sec	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2439918.3700	–	sec	pg	Gessner, H.	<a href="#">Gessner (1973)</a>
2450152.3325	–	sec	CCD+Clear	Kleikamp, W.	<a href="#">Agerer &amp; Huebscher (1997)</a>
2451956.3100	0.0030	sec	CCD	Diethelm, R.	BBSAG 124 <sup>a</sup>
2453354.8487	0.0002	sec	CCD+Clear	Krajci, T.	<a href="#">Krajci (2006)</a>
2453364.9467	0.0002	prim	CCD+Clear	Krajci, T.	<a href="#">Krajci (2006)</a>
2453410.5008	0.0004	prim	CCD+R	Zejda, M.	<a href="#">Zejda et al. (2006)</a>
2454093.8282 <sup>b</sup>	0.0001	prim	CCD+R	Nelson, B.	<a href="#">Nelson (2011, priv. comm.)</a>
2454107.4977	0.0002	prim	CCD+R	Liakos, A.	<a href="#">Liakos &amp; Niarchos (2009)</a>
2454475.5015	0.0009	sec	CCD+VRI	Liakos, A.	<a href="#">Liakos &amp; Niarchos (2009)</a>
2454491.4450	0.0005	sec	CCD+I	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454491.4464	0.0006	sec	CCD+R	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454492.4357	0.0003	prim	CCD+VRI	Liakos, A.	<a href="#">Liakos &amp; Niarchos (2009)</a>
2454508.3815	0.0002	prim	CCD+R	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454523.3349	0.0013	sec	CCD+I	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454523.3350	0.0011	sec	CCD+R	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454523.3353	0.0008	sec	CCD+V	Šmelcer, L.	<a href="#">Brát et al. (2008)</a>
2454772.6025	0.0004	prim	CCD+I	Liakos, A.	<a href="#">Liakos &amp; Niarchos (2009)</a>
2455273.7081	0.0002	prim	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2010)</a>
2455575.6535	0.0006	sec	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2011)</a>
2455599.4273	0.0002	prim	CCD+VI	Liakos, A.	<a href="#">Liakos &amp; Niarchos (2011a)</a>
2455617.6494	0.0005	prim	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2011)</a>
2455905.9251	0.0004	sec	CCD	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2012a)</a>
2455986.6445	0.0006	prim	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2012b)</a>
2456313.6462	0.0006	sec	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2013)</a>
2456314.6433	0.0004	prim	CCD+V	Diethelm, R.	<a href="#">Diethelm (2013)</a>
2453794.4564	0.0035	sec	CCD+B	Svoboda, P.	<a href="#">Brát et al. (2007)</a>
2453794.4571	0.0037	sec	CCD+R	Svoboda, P.	<a href="#">Brát et al. (2007)</a>
2453794.4578	0.0031	sec	CCD+I	Svoboda, P.	<a href="#">Brát et al. (2007)</a>
2453794.4578	0.0033	sec	CCD+V	Svoboda, P.	<a href="#">Brát et al. (2007)</a>
2454893.3213	0.0006	prim	CCD+R	Kučáková, H.	<a href="#">Brát et al. (2009)</a>
2455959.3138	0.0002	prim	CCD+Clear	Šmelcer, L.	<a href="#">Hoňková et al. (2013)</a>
2454533.4353	0.0004	prim	CCD+R	Zejda, M.	Tato práce
2455223.5973	0.0014	prim	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455229.4345	0.0006	sec	CCD+R	Kučáková, H.	Tato práce
2455255.4887	0.0004	prim	CCD+R	Kučáková, H.	Tato práce
2455261.3226	0.0002	sec	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455262.3154	0.0003	prim	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455582.4852	0.0007	sec	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455615.3700	0.0003	prim	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455640.4252	0.0013	prim	CCD+R	Liška, J.	Tato práce
2455672.3154	0.0005	prim	CCD+R	Chrastina, M.	Tato práce
2455958.3155	0.0006	sec	CCD+V	Liška, J.	Tato práce
2455968.4238	0.0003	prim	CCD+V	Liška, J.	Tato práce
2455984.3688	0.0002	prim	CCD+R	Liška, J.	Tato práce

**Poznámky:** <sup>(a)</sup> <http://www.astronomie.info/bbsag/bulletins/B124.pdf>, <sup>(b)</sup> tato hodnota je opravenou hodnotou k původnímu okamžiku minima HJD 2454093.9819 z práce [Nelson \(2007\)](#), ([Nelson, 2011, priv. comm.](#)).

Tabulka A.13: Seznam použitých okamžiků minim pro zákrytovou dvojhvězdu V2294 Cyg (hodnoty určené z vlastních měření), doplněné o nejistotu určení, typ minima na základě modelu a použitý filtr.

$T_{\min}$ [HJD]	$\delta T$ [d]	Typ minima	Filtr	Studie
2455281.5327	0.0004	sec	R	Tato studie
2455353.4985	0.0005	sec	R	Tato studie
2455419.4371	0.0004	sec	R	Tato studie
2455421.3860	0.0006	prim	R	Tato studie
2455424.4002	0.0006	sec	R	Tato studie
2455424.5736	0.0013	prim	R	Tato studie
2455425.4637	0.0007	sec	R	Tato studie
2455430.4261	0.0005	sec	R	Tato studie
2455431.3124	0.0005	prim	R	Tato studie
2455431.4893	0.0022	sec	R	Tato studie
2455460.3816	0.0003	prim	R	Tato studie
2455916.2764	0.0004	prim	R	Tato studie
2456056.4821	0.0010	sec	y	Tato studie
2456058.4323	0.0008	prim	y	Tato studie
2456455.4704	0.0008	prim	y	Tato studie
2456456.5329	0.0008	prim	y	Tato studie
2456461.4954	0.0007	prim	y	Tato studie
2456463.4487	0.0010	sec	y	Tato studie
2456475.4980	0.0005	sec	y	Tato studie
2456494.4650	0.0006	prim	y	Tato studie
2456504.3902	0.0006	prim	y	Tato studie
2456550.4742	0.0016	prim	y	Tato studie
2456566.4260	0.0009	prim	y	Tato studie
2456604.3580	0.0004	prim	y	Tato studie
2456750.5856	0.0009	sec	V	Tato studie
2456787.4524	0.0003	sec	V	Tato studie
2456819.5327	0.0013	prim	V	Tato studie
2456863.4904	0.0003	prim	V	Tato studie
2456872.3525	0.0005	prim	V	Tato studie
2456872.5307	0.0008	sec	V	Tato studie
2456877.4946	0.0005	sec	V	Tato studie
2456887.4198	0.0006	sec	V	Tato studie
2456887.5948	0.0012	prim	V	Tato studie
2456906.3824	0.0007	prim	V	Tato studie
2457153.4639	0.0021	prim	V	Tato studie
2457191.3961	0.0004	prim	V	Tato studie
2457206.4618	0.0005	sec	V	Tato studie
2457215.5004	0.0004	prim	V	Tato studie

Tabulka A.14: Seznam nových okamžiků minim pro zákrytovou dvojhvězdu BV Dra.

$T_{\min}$ [HJD]	$\delta T$ [d]	Typ minima	Filtr
2456332.6745	0.0005	sec	y
2456457.4739	0.0001	prim	y
2456464.4755	0.0001	prim	y
2456476.3781	0.0002	prim	y
2456478.4782	0.0002	prim	y
2456480.4036	0.0003	sec	y
2456491.4304	0.0004	prim	y
2456495.4555	0.0004	sec	y
2456496.5065	0.0002	sec	y
2456507.5335	0.0003	prim	y
2456673.4658	0.0001	prim	y
2456673.6419	0.0002	sec	y



Tabulka A.15: Seznam použitých okamžiků minim pro zákrytovou dvojhvězdu V2294 Cyg (hodnoty převzaté z  $O-C$  brány), doplněné o typ minima na základě modelu a publikační zdroj.

$T_{\min}$ [HJD]	Typ minima	Studie
2451311.8785	sec	Blattler & Diethelm (2000)
2451766.3434	sec	BBSAG 123 <sup>a</sup>
2451766.5180	prim	BBSAG 123 <sup>a</sup>
2451771.4790	prim	BBSAG 123 <sup>a</sup>
2451781.4048	prim	BBSAG 123 <sup>a</sup>
2451781.5852	sec	BBSAG 123 <sup>a</sup>
2452112.4986	prim	BBSAG 126 <sup>a</sup>
2452443.4300	sec	BBSAG 128 <sup>a</sup>
2452820.4443	prim	Diethelm (2004)
2453233.4430	prim	Diethelm (2005)
2453251.3485	sec	Diethelm (2005)
2453652.2840	sec	Diethelm (2006)
2453652.4555	prim	Diethelm (2006)
2454019.3626	prim	Diethelm (2007)
2454020.4244	prim	Hubscher & Walter (2007)
2454407.3468	sec	Diethelm (2008)
2455418.5491	prim	Hubscher (2011)
2455687.4421	sec	BAVM 220 <sup>b</sup>
2456186.4070	prim	BAVM 231 <sup>b</sup>
2456186.5874	sec	BAVM 231 <sup>b</sup>

**Poznámky:** <sup>a</sup>BBSAG Bulletins from [http://www.astroninfo.ch/bbsag/bbsag\\_e.html](http://www.astroninfo.ch/bbsag/bbsag_e.html),  
<sup>b</sup>BAV Mitteilungen from <http://www.bav-astro.de/rb/mitteilungen.php>

Tabulka A.16: Seznam nových okamžiků minim pro zákrytovou dvojhvězdu BW Dra.

$T_{\min}$ [HJD]	$\delta T$ [d]	Typ minima	Filtr
2456332.6208	0.0003	prim	y
2456457.5228	0.0002	sec	y
2456464.3879	0.0002	prim	y
2456464.5336	0.0003	sec	y
2456476.3661	0.0003	prim	y
2456476.5127	0.0002	sec	y
2456478.4111	0.0002	prim	y
2456496.5247	0.0003	prim	y
2456498.4252	0.0005	sec	y
2456673.5751	0.0002	prim	y

Tabulka A.17: Seznam nových okamžiků maxim pro měřené RR Lyrae hvězdy.

$T_{\max}$ [HJD]	$\delta T$ [d]	Hvězda	Filtr	Přístroj	Místo
2456629.5835	0.0003	TU UMa	y	MUO-3	MUO
2456692.5989	0.0002	TU UMa	y	MUO-3	MUO
2456726.6161	0.0005	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456729.4047	0.0002	TU UMa	y	MUO-3	MUO
2456754.4999	0.0003	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456798.5556	0.0003	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456802.4586	0.0002	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456803.5735	0.0003	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456817.5153	0.0003	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456821.4192	0.0003	TU UMa	green	Malokuk-2	MFO1
2456824.4339	0.0006	AT Ser	green	Malokuk-2	MFO1
2456827.4201	0.0012	AT Ser	green	Malokuk-2	MFO1
2456833.3939	0.0011	AT Ser	green	Malokuk-2	MFO1
2456726.5145	0.0005	SS Leo	green	Malokuk-2	MFO1
2456758.4560	0.0004	SS Leo	green	Malokuk-2	MFO1
2456790.3986	0.0009	SS Leo	green	Malokuk-2	MFO1
2456759.5166	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO
2456786.3829	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO
2456800.4991	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO
2456842.3925	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO
2456863.3386	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO
2456872.4460	0.0001	VX Her	V	MUO-2	MUO



# Přehled použitých zkratk

Pro snazší orientaci v textu zde čtenáři předkládám přehled základních zkratk, které se v celé práci vyskytují.

<b>AAVSO</b>	Americká asociace pozorovatelů proměnných hvězd ( <b>American Association of Variable Star Observers</b> )
<b>ASAS</b>	projekt Celooblohová automatická přehlídka ( <b>All Sky Automated Survey</b> )
<b>BEST</b>	katalog proměnných objektů z Berlínského exoplanetárního pátracího dalekohledu ( <b>Berlin Exoplanet Search Telescope</b> )
<b>BGEB</b>	zákrytová dvojhvězda na pozadí ( <b>BackGround Eclipsing Binary</b> )
<b>BJD</b>	barycentrické juliánské datum ( <b>Barycentric Julian Date</b> )
<b>BLG</b>	galaktická výdut' ( <b>Galactic BuLGe</b> )
<b>BOKS</b>	projekt Burrellova optická přehlídka pole dalekohledu Kepler ( <b>Burrell-Optical-Kepler-Survey</b> )
<b>B.R.N.O.</b>	Brněnská regionální síť pozorovatelů ( <b>Brno Regional Network of Observers</b> )
<b>CCD</b>	zařízení se spřaženým nábojem – CCD kamera/měření ( <b>Charge-Coupled Device – CCD camera/measurements</b> )
<b>CCDM</b>	Katalog kompozitů vizuálních dvojhvězd a vícenásobných hvězdných soustav ( <b>Catalogue of Composites of Double and Multiple Stars</b> )
<b>CDS</b>	Štrasburské astronomické datové centrum ( <b>Centre de Données astronomiques de Strasbourg, Strasbourg astronomical Data Center</b> )
<b>CP</b>	chemicky pekuliární hvězda ( <b>Chemical Peculiar Star</b> )
<b>CRTS</b>	projekt Catalinská přehlídka přechodných událostí v reálném čase ( <b>Catalina Real-Time Transient Survey</b> )
<b>CSS</b>	projekt Catalinská přehlídka oblohy ( <b>Catalina Sky Survey</b> )
<b>CzeV</b>	nové české proměnné hvězdy ( <b>new Czech Variables</b> )
<b>DEC</b>	deklinace ( <b>DECLination</b> )
<b>DIA</b>	metoda fotometrie – Analýza rozdílových snímků ( <b>photometric method Difference Imaging Analysis</b> )
<b>DSLR</b>	měření vykonaná pomocí digitální jednooké zrcadlovky ( <b>measurements using Digital Single Lens Reflex Camera</b> )
<b>EA</b>	zákrytová dvojhvězda typu Algol ( <b>Eclipsing Binary of Algol type</b> )
<b>EB</b>	zákrytová dvojhvězda typu $\beta$ Lyr ( <b>Eclipsing Binary of Beta Lyr type</b> )
<b>EROS</b>	projekt Zkušenost s vyhledáváním tmavých objektů ( <b>Expérience de Recherche d'Objets Sombres</b> )

<b>ESA</b>	Evropská kosmická agentura ( <b>E</b> uropean <b>S</b> pace <b>A</b> gency)
<b>ETV</b>	variace v časech zákrytů ( <b>E</b> clipse <b>T</b> iming <b>V</b> ariations)
<b>EW</b>	zákrytová dvojhvězda typu W UMa ( <b>E</b> clipsing <b>B</b> inary of <b>W</b> <b>U</b> Ma type)
<b>FCIMBS</b>	Čtvrtý katalog interferometrických měření dvojhvězd ( <b>F</b> ourth <b>C</b> atalog of <b>I</b> nterferometric <b>M</b> easurements of <b>B</b> inary <b>S</b> tars)
<b>FOV</b>	zorné pole ( <b>F</b> ield of <b>V</b> iew)
<b>GCVS</b>	Generální katalog proměnných hvězd ( <b>G</b> eneral <b>C</b> atalogue of <b>V</b> ariable <b>S</b> tars)
<b>GEOS</b>	Evropská skupina pozorování hvězd ( <b>G</b> roupe <b>E</b> uropéen d' <b>O</b> bservations <b>S</b> tellaires)
<b>HaP</b>	<b>H</b> vězdárna a <b>P</b> lanetárium Brno (Brno Observatory and Planetarium)
<b>HAT</b>	katalog projektu Exoplanetární přehlídka pomocí sítě Maďarsky vyrobených automatických dalekohledů ( <b>H</b> ungarian-made <b>A</b> utomated <b>T</b> elescope <b>N</b> etwork <b>E</b> xoplanet <b>S</b> urvey)
<b>HD</b>	katalog Henryho Drapera ( <b>H</b> enry <b>D</b> raper catalogue)
<b>HIP</b>	katalog projektu Hipparcos ( <b>H</b> IPparcos catalogue)
<b>Hipparcos</b>	projekt Hipparcos ( <b>H</b> igh <b>p</b> recision <b>p</b> arallax <b>c</b> ollecting <b>s</b> atellite)
<b>HJD</b>	heliocentrické juliánské datum ( <b>H</b> eliocentric <b>J</b> ulian <b>D</b> ate)
<b>HR</b>	katalog Harvardovy observatoře, revidovaná fotometrie ( <b>H</b> arvard observatory, <b>R</b> evised photometry)
<b>HR diagram</b>	Hertzsprungův–Russellův diagram ( <b>H</b> ertzsprung– <b>R</b> ussell <b>d</b> igram)
<b>IR</b>	infračervený obor ( <b>I</b> nfra <b>R</b> ed band)
<b>Kepler</b>	vesmírný dalekohled Kepler/projekt Kepler ( <b>K</b> epler telescope/project)
<b>KWM</b>	Kweeova–van Woerdenova metoda ( <b>K</b> wee–van <b>W</b> oerden <b>M</b> ethod)
<b>LiTE</b>	efekt rozdílné dráhy světla ( <b>L</b> ight <b>T</b> ime <b>E</b> ffect)
<b>LLSM</b>	lineární metoda nejmenších čtverců ( <b>L</b> inear <b>L</b> east <b>S</b> quares <b>M</b> ethod)
<b>LMC</b>	Velké Magellanovo mračno/Velký Magellanův oblak ( <b>L</b> arge <b>M</b> agellanic <b>C</b> loud)
<b>LSM</b>	metoda nejmenších čtverců ( <b>L</b> east <b>S</b> quares <b>M</b> ethod)
<b>MS</b>	hlavní posloupnost ( <b>M</b> ain <b>S</b> equences)
<b>MUO</b>	Observatoř Masarykovy univerzity ( <b>M</b> asaryk <b>U</b> niversity <b>O</b> bservatory)
<b>NLSM</b>	nelineární metoda nejmenších čtverců ( <b>N</b> on-linear <b>L</b> east <b>S</b> quares <b>M</b> ethod)
<b>NSV</b>	Nový katalog hvězd podezřelých z proměnnosti ( <b>N</b> ew <b>C</b> atalogue of <b>S</b> uspected <b>V</b> ariable <b>S</b> tars)
<b>NSVS</b>	projekt Přehlídka proměnnosti na severní obloze ( <b>N</b> orthern <b>S</b> ky <b>V</b> ariability <b>S</b> urvey)
<b>O–C</b>	rozdíl mezi pozorovanou a vypočtenou hodnotou ( <b>O</b> bserved – <b>C</b> alculated)
<b>OGLE</b>	projekt Optický experiment pátrající po gravitačních čočkách ( <b>T</b> he <b>O</b> ptical <b>G</b> ravitational <b>L</b> ensing <b>E</b> xperiment)
<b>OMC</b>	projekt Optická monitorovací kamera ( <b>O</b> ptical <b>M</b> onitoring <b>C</b> amera on-board <b>I</b> NTEGRAL)
<b>pe</b>	fotoelektrická měření ( <b>p</b> hotoelectric measurements)

<b>pg</b>	fotografická měření/fotografická hvězdná velikost ( <b>photographic measurements/brightness</b> )
<b>RA</b>	rektascenze ( <b>Right Ascension</b> )
<b>RafV</b>	nové proměnné hvězdy od Radka Dřevěného, Antona Paschkeho a Friedhelma Hunda (new <b>Radek Dřevěný, anton Paschke and friedhelm Hund Variables</b> )
<b>ROTSE</b>	projekt Robotický optický experiment určený k hledání přechodných událostí ( <b>Robotic Optical Transient Search Experiment</b> )
<b>RRab</b>	RR Lyrae hvězdy pulzující v základním módu, Baileyho typu ab ( <b>RR Lyrae Stars of the Bailey's type ab</b> )
<b>RRc</b>	RR Lyrae hvězdy pulzující v prvním harmonickém módu, Baileyho typu c ( <b>RR Lyrae Stars of the Bailey's type c</b> )
<b>RV</b>	radiální rychlost ( <b>Radial Velocity</b> )
<b>SAAO</b>	Jihoafrická astronomická observatoř ( <b>South African Astronomical Observatory</b> )
<b>SB1</b>	spektroskopická dvojhvězda 1. typu – jednočárová ( <b>Spectroscopic Binary type 1</b> )
<b>SB2</b>	spektroskopická dvojhvězda 2. typu – dvojjárová ( <b>Spectroscopic Binary type 2</b> )
<b>SERMON</b>	projekt Pátrání po RR Lyrae hvězdách s modulací ( <b>SEarch for Rr lyraes with MOdulation</b> )
<b>STT</b>	vizuální dvojhvězdy od Otty Struveho ( <b>STruve OTto double stars</b> )
<b>SuperWASP</b>	projekt Super širokouhlé pátrání po planetách ( <b>Super Wide Angle Search for Planets</b> )
<b>SvkV</b>	nové slovenské proměnné hvězdy (new <b>Slovak Variables</b> )
<b>TTV</b>	variace v časech tranzitů ( <b>Transit Timing Variations</b> )
<b>UV</b>	ultrafialový obor ( <b>UltraViolet band</b> )
<b>vis</b>	vizuální měření ( <b>visual measurements</b> )
<b>VSX</b>	Mezinárodní seznam proměnných hvězd ( <b>The International Variable Star IndeX</b> )
<b>WDS</b>	Washingtonský katalog vizuálních dvojhvězd ( <b>Washington Double Star Catalog</b> )

# Přehled použitých konstant

astronomická jednotka .....	$au = 149\,597\,870\,700\text{ m}$
délka roku .....	$yr = 365,25\text{ d}$
gravitační konstanta .....	$G = 6,67384 \times 10^{-11}\text{ m}^3\text{ kg}^{-1}\text{ s}^{-2}$
hmotnost Slunce .....	$M_{\odot} = 1,98855 \times 10^{30}\text{ kg}$
poloměr Slunce .....	$R_{\odot} = 696\,342\,000\text{ m}$
rychlost světla ve vakuu .....	$c = 299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$
zářivý výkon Slunce .....	$L_{\odot} = 3,846 \times 10^{26}\text{ W}$

# Seznam použité literatury

- Abt, H. A. 1970, *ApJS*, 19, 387
- Abt, H. A. 1973, *ApJS*, 26, 365
- Abt, H. A., & Snowden, M. S. 1973, *ApJS*, 25, 137
- Abt, H. A., & Wiśniewski, W. Z. 1972, *Information Bulletin on Variable Stars*, 697, 1
- Adelman, S. J. 2002, *Baltic Astronomy*, 11, 475
- Agerer, F., & Dahm, M. 1995, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4266, 1
- Agerer, F., & Huebscher, J. 1997, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4472, 1
- Akerlof, C., Amrose, S., Balsano, R., et al. 2000, *AJ*, 119, 1901
- Alfonso-Garzon, J., Domingo, A., & Mas-Hesse, J. M. 2010, *Proceedings of the 8th INTEGRAL Workshop*, 69
- Allende Prieto, A. C., & Lambert, D. L., 1999, *A&A*, 352, 555
- Andrade, M. 2005, *IAUDS*, 157, 1
- Andronov, I. L. 2012, *Astrophysics*, 55, 536
- Andronov, I. L., Tkachenko, M. G., & Chinarova, L. L. 2015, *arXiv:1510.00333*
- Applegate, J. H. 1992, *ApJ*, 385, 621
- Arellano Ferro, A., Peña, J. H., & Figuera Jaimes, R. 2013, *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 49, 53
- Artyukhina, N. M., Durlevich, O. V., Frolov, M. S., et al. 1996, *VizieR Online Data Catalog*, II, 205
- Avvakumova, E. A., Malkov, O. Y., & Kniazev, A. Y. 2013, *Astronomische Nachrichten*, 334, 860
- Azarnova, T. A. 1963, *Peremennye Zvezdy*, 14, 504
- Balona, L. A., 2000, *XLUCY: Photometer control and data acquisition*, SAAO, <http://www.saa.ac.za/wp-content/uploads/sites/5/xlucy.pdf>



- Barnes, T. G. III., Frueh, M. L., Moffett, T. J. et al. 1988, *ApJS*, 67, 403
- Baron, F., Monnier, J. D., Pedretti, E., et al. 2012, *ApJ*, 752, 20
- Batalha, N. M., Rowe, J. F., Gilliland, R. L., et al. 2010, *ApJ*, 713, L103
- Batten, A. H., & Hardie, R. H. 1965, *AJ*, 70, 666
- Batten, A. H., & Lu, W. 1986, *PASP*, 98, 92
- Beardsley, W. R. 1969, *PAIJ*, 8, 91
- Benkő, J. M., Kolenberg, K., Szabó, R., et al. 2010, *MNRAS*, 409, 1585
- Benkő, J. M., Szabó, R., & Páparó, M. 2011, *MNRAS*, 417, 974
- Bennett, D. P., Alcock, C., Axelrod, T., et al. 1991, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 23, 1331
- Bessel, F. W. 1844, *MNRAS*, 6, 136
- Bessell, M. S. 1990, *PASP*, 102, 1181
- Bezdenzhnyi, V. P. 1988, *Information Bulletin on Variable Stars*, 3141, 1
- Bezdenzhnyi, V. P. 2001, *Odessa Astronomical Publications*, 14, 122
- Blattler, E., & Diethelm, R. 2000, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4995, 1
- Blažko S. N. 1907, *Astronomische Nachrichten*, 175, 325
- Boenigk, T. 1958, *Acta Astron.*, 8, 13
- Boninsegna, R., Vandebroere, J., Le Borgne, J. F., & Geos Team 2002, *IAU Colloq. 185: Radial and Nonradial Pulsations as Probes of Stellar Physics*, 259, 166
- Bookmeyer, B. B., Fitch, W. S., Lee, T. A., et al. 1977, *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 2, 235
- Borkowski, K. J. 1980, *Acta Astronomica*, 30, 393
- Brát, L. 2005, *Časopis Perseus*, 2, 26
- Brát, L. 2006, *Open European Journal on Variable Stars*, 23, 55
- Brát, L., Zejda, M., & Svoboda, P. 2007, *Open European Journal on Variable Stars*, 74, 1
- Brát, L., Šmelcer, L., Kučáková, H., et al. 2008, *Open European Journal on Variable Stars*, 94, 1
- Brát, L., Trnka, J., Lehký, M., et al. 2009, *Open European Journal on Variable Stars*, 107, 1
- Brát, L., & Zejda, M. 2010, *Binaries - Key to Comprehension of the Universe*, 435, 457

- Brát, L., Mikulášek, Z., Pejcha, O. 2012, [http://var2.astro.cz/library/1350745528\\_ebfit.pdf](http://var2.astro.cz/library/1350745528_ebfit.pdf)
- Bressan, A., Marigo, P., Girardi, L., et al. 2012, MNRAS, 427, 127
- Budding, E., Erdem, A., Çiçek, C., et al. 2004, A&A, 417, 263
- Burd, A., Cwiok, M., Czyrkowski, H., et al. 2004, Astronomische Nachrichten, 325, 674
- Butters, O. W., West, R. G., Anderson, D. R. et al. 2010, A&A, 520, 10
- Cagaš, P., & Pejcha, O. 2012, A&A, 544, L3
- Campbell, W. W., & More, J. H. 1928, PLicO, 16, 1
- Caroll, B. W., & Ostlie, D. A., 2007, An introduction to modern astrophysics, [Odborná kniha], San Francisco: Pearson Addison-Wesley, ISBN 978-0-321-44284-0
- Carrillo, D., Burki, G., Mayor, M. et al. 1995, A&AS, 113, 483
- Catelan, M., & Cortés, C. 2008, ApJL, 676, L135
- Catelan, M. 2009, ApSS, 320, 261
- Colacevich, A. 1950, ApJ, 111, 437
- Collins, D. F. 2013, Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO), 41, 391
- Comstock, G. C. 1896, Publications of the Washburn Observatory, 10, A1
- Conroy, K. E., Prša, A., Stassun, K. G., et al. 2014, AJ, 147, 45
- Conroy, K., Prsa, A., Stassun, K., & Orosz, J. 2015, Information Bulletin on Variable Stars, 6138, 1
- Coughlin, J. L., Thompson, S. E., Bryson, S. T., et al. 2014, AJ, 147, 119
- Cox, A. N. 1998, ApJ, 496, 246
- Dahm, M. 1992, BAV Rundbrief, 41, 62
- Debosscher, J., Blomme, J., Aerts, C., & De Ridder, J. 2011, A&A, 529, A89
- Derekas, A., Kiss, L. L., Udalski, A., Bedding, T. R., & Szatmáry, K. 2004, MNRAS, 354, 821
- Derue, F., Marquette, J.-B., Lupone, S., et al. 2002, A&A, 389, 149
- Detre, L. 1937, Astronomische Nachrichten, 262, 81
- Devor, J. 2005, ApJ, 628, 411
- Diethelm, R. 2004, Information Bulletin on Variable Stars, 5543, 1

- Diethelm, R. 2005, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5653, 1
- Diethelm, R. 2006, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5713, 1
- Diethelm, R. 2007, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5781, 1
- Diethelm, R. 2008, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5837, 1
- Diethelm, R. 2010, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5945, 1
- Diethelm, R. 2011, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5992, 1
- Diethelm, R. 2012a, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6011, 1
- Diethelm, R. 2012b, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6029, 1
- Diethelm, R. 2013, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6063, 1
- Docobo, J. A., & Andrade, M. 2006, *ApJ*, 652, 681
- Dolinsky, J. 2015, *Analýza světelné křivky proměnné hvězdy typu RR Lyrae*, [bakalářská práce], Masarykova univerzita, Brno
- Doppler, Ch. 1842, *Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels*, *Abhandlungen der königlichen böhmischen Gessellschaft der Wissenschaften*, 5, 2
- Douglass, G. G., Mason, B. D., Rafferty, T. J., et al. 2000, *AJ*, 119, 3071
- Doyle, L. R., Carter, J. A., Fabrycky, D. C., et al. 2011, *Science*, 333, 1602
- Drake, A. J., Djorgovski, S. G., Mahabal, A., et al. 2009, *ApJ*, 696, 870
- Drake, A. J., Catelan, M., Djorgovski, S. G., et al. 2013, *ApJ*, 763, 32
- Drake, A. J., Graham, M. J., Djorgovski, S. G., et al. 2014, *ApJS*, 213, 9
- Ducati, J. R., Penteadó, E. M., & Turcati, R. 2011, *A&A*, 525, 26
- Eddington, A. S. 1918, *MNRAS*, 79, 2
- Edwards, D. A. 1978, University of Texas, Austin, master thesis
- Efron, B. 1979, *Ann. Statist.*, 7, 1
- Eggleton, P. P., & Kiseleva-Eggleton, L. 2001, *ApJ*, 562, 1012
- Einstein, A. 1905, *Annalen der Physik*, 322, 891
- Einstein, A. 1915, *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 844-847., 844
- ESA 1997, *The Hipparcos and Tycho Catalogs*, SP-1200

- Esposito, P., Israel, G. L., Dall'Osso, S., & Covino, S. 2014, *A&A*, 561, A117
- Fabricius, C. & Makarov, V. V. 2000, *A&A*, 356, 141
- Fabrycky, D., & Tremaine, S. 2007, *ApJ*, 669, 1298
- Feldmeier, J. J., Howell, S. B., Sherry, W., et al. 2011, *AJ*, 142, 2
- Fernández, J. F., & Chou, D.-Y. 2015a, *PASP*, 127, 421
- Fernández, J. F., & Chou, D.-Y. 2015b, The Space Photometry Revolution – CoRoT Symposium 3, Kepler KASC-7 Joint Meeting, *EPJ Web of Conferences*, 101, 06025
- Fernley, J. A., Skillen, I., Jameson, R. F. et al. 1990, *MNRAS*, 247, 287
- Fernley, J. A. 1993a, *The Observatory*, 113, 197
- Fernley, J. 1993b, *A&A*, 268, 591
- Fernley, J. A., Skillen, I., & Burki, G. 1993, *A&AS*, 97, 815
- Fernley, J., & Barnes, T. G. 1997, *A&AS*, 125, 313
- Fiedler, H., Barwig, H., & Mantel, K. H. 1997, *A&A*, 327, 173
- Fiorentino, G., Monachesi, A., Trager, S. C., et al. 2010, *ApJ*, 708, 817
- Fiorucci, M., & Munari, U. 2002, *Ap&SS*, 280, 77
- Firmanyuk, B. N. 1978, *Astronomicheskij Tsirkulyar*, 1019, 3
- Fitch, W. S., Wiśniewski, W. Z., & Johnson, H. L. 1966, *Communications of the Lunar and Planetary Laboratory*, 5, 3
- Fizeau, A. H. L. 1848, *Acoustique et optique*, [Lecture], Société Philomathique de Paris
- Fizeau, A. H. L. 1870, *Annales de Chimie et de Physique*, 19, 211
- Folsom, C. P., Wade, G. A., & Alecian, E. 2013, *EAS Publications Series*, 64, 119
- Frost, E. B., & Lee, O. J. 1909, *ApJ*, 30, 62
- Frost, E. B., Barrett, S. B. & Struve, O. 1929, *PYerO*, 7, 1
- Gessner, H. 1973, *Veroeffentlichungen der Sternwarte Sonneberg*, 7, 521
- Goranskij, V. P., & Shugarov, S. Y. 1979, *Peremennye Zvezdy*, 21, 211
- Gray, R. O., & Corbally, C. J. 2014, *AJ*, 147, 80
- Grindlay, J., Tang, S., Simcoe, R. et al. 2009, *ASPC*, 410, 101
- Guggenberger, E., Kolenberg, K., Nemeč, J. M., et al. 2012, *MNRAS*, 424, 649

- Guggenberger, E., & Steixner, J. 2014, arXiv:1411.1555
- Guthnick, P., & Prager, R., 1929, *Beob. Zirk.*, 11, 32
- Hajdu, G., Catelan, M., Jurcsik, J., et al. 2015, *MNRAS*, 449, L113
- Hajdu, G., 2015, private communications
- Hájková, P., 2015, Fotometrická měření pulzující proměnné hvězdy RW Arietis, Stře-  
doškolská odborná činnost, Odborný konzultant J. Liška, Školní konzultant Z. Votava,  
Gymnázium Řečkovice, Brno, úspěšně obhájeno 10.3.2015, následně postup až do ce-  
lostátního kola
- Hardie, R. H., & Hall, D. S. 1990, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 11, 265
- Harmanec, P., Horn, J., & Juza, K. 1994, *A&AS*, 104, 121
- Harmanec, P., & Mayer, P. 2015, *Dvojhvězdy*, Praha: Astronomický ústav Univerzity Kar-  
lovy
- Harmanec, P. 2012, *Základy astronomie a astrofyziky II*, Praha: Astronomický ústav Uni-  
verzity Karlovy
- Harper, W. E. 1937, *PDAO*, 7, 1
- Hartkopf, W. I., McAlister, H. A., & Mason, B. D. 2001, *AJ*, 122, 3480
- Hartman, J. D., Bakos, G. Á., Noyes, R. W., et al. 2011, *AJ*, 141, 166
- Haussler, K., Berthold, T., & Kroll, P. 2005, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5637, 1
- Haussler, K., Berthold, T., & Kroll, P. 2006, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5732, 1
- Hawley, S. L., & Barnes, T. G. III. 1985, *PASP*, 97, 551
- Hemenway, M. K. 1975, *AJ*, 80, 199
- Hertzsprung, E. 1928, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 4, 178
- Hertzsprung, E. 1919, *Astronomische Nachrichten*, 210, 17
- Hippler, S., Bergfors, C., Brandner Wolfgang, et al. 2009, *The Messenger*, 137, 14
- Hnatek, A. 1914, *AN*, 197, 185
- Hoffmeister, C. 1968, *Astronomische Nachrichten*, 290, 277
- Holt, J. R. 1893, *A&A*, 12, 646
- Hoňková, K., Juryšek, J., Lehký, M., et al. 2013, *Open European Journal on Variable Stars*,  
160, 1

- Hroch, F. 1998, 20th Stellar Conference of the Czech and Slovak Astronomical Institutes, 30
- Hroch, F. 2014, Astrophysics Source Code Library, 1402.006
- Huber, D., Silva Aguirre, V., Matthews, J. M., et al. 2014, ApJS, 211, 2
- Hubscher, J., & Walter, F. 2007, Information Bulletin on Variable Stars, 5761, 1
- Huebscher, J. 2011, Berliner Arbeitsgemeinschaft fuer Veraenderliche Sterne - Mitteilungen, 215, 1
- Huggins, W. 1868, Royal Society of London Philosophical Transactions Series I, 158, 529
- Hurta, Z. 2007, Astronomische Nachrichten, 328, 841
- Hurta, Z., Jurcsik, J., Szeidl, B., & Sódor, Á 2008, AJ, 135, 957
- Husar, D., 2003, BAV Rundbrief, 52, 89
- Chadid, M., Wade, G. A., Shorlin, S. L. S., & Landstreet, J. D. 2004, A&A, 413, 1087
- Chandler, S. C. 1888 AJ, 7, 165
- Chrastina, M. 2013, Studium rychlých změn jasnosti interagujících dvojhvězd, Disertační práce, ÚTFA, Masarykova univerzita, Brno, Česká republika
- Chrastina, M., Mikulášek, Z., & Zejda, M. 2014, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso, 43, 422
- Israel, G. L., Hummel, W., Covino, S., et al. 2002, A&A, 386, L13
- Irwin, J. B. 1952a, ApJ, 116, 211
- Irwin, J. B. 1952b, ApJ, 116, 218
- Irwin, J. B. 1959, AJ, 64, 149
- Jamar, C. 1977, A&A, 56, 413
- Janík, J., Mikulášek, Z., Szász, G., et al. 2011, Magnetic Stars, 476
- Jeffery, E. J., Barnes, T. G., III, Skillen, I., & Montemayor, T. J. 2007, ApJS, 171, 512
- Jin, H., Kim, S.-L., Lee, C.-U., Lee, D.-J., & Kim, K.-S. 2004, AJ, 128, 1847
- Johnson, H. L., & Morgan, W. W. 1953, ApJ, 117, 313
- Johnson, H. L., & Harris, D. L. 1954, ApJ, 120, 196
- Johnson, H. L. 1965, ApJ, 141, 923
- Jones, R. V., Carney, B. W., & Latham, D. W. 1988, ApJ, 332, 206

- Jurcsik, J., Clement, C., Geyer, E. H., & Domsa, I. 2001, *AJ*, 121, 951
- Jurcsik, J., Benkő, J. M., & Szeidl, B. 2002, *A&A*, 396, 539
- Jurcsik, J., Szeidl, B., Sódor, Á., et al. 2006, *AJ*, 132, 61
- Jurcsik, J., Sodor, A., Hurta, Z., et al. 2008, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5844, 1
- Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B., et al. 2009, *MNRAS*, 400, 1006
- Jurcsik, J., Hajdu, G., Szeidl, B., et al. 2012, *MNRAS*, 419, 2173
- Kabáth, P., Fruth, T., Rauer, H., et al. 2009a, *AJ*, 137, 3911
- Kabáth, P., Erikson, A., Rauer, H., et al. 2009b, *A&A*, 506, 569
- Kallrath, J., & Milone, E. F. 2009, *Eclipsing Binary Stars: Modeling and Analysis: Astronomy and Astrophysics Library*. ISBN 978-1-4419-0698-4. Springer-Verlag New York, 2009
- Kaluzny, J., & Rucinski, S. M. 1986, *AJ*, 92, 666
- Kanyó, S. 1976, *Communications of the Konkoly Observatory Hungary*, 69, 1
- Kanyó, S. 1980, *Information Bulletin on Variable Stars*, 1832, 1
- Kanyó, S. 1986, *Communications of the Konkoly Observatory Hungary*, 87, 1
- Karami, K., Mohebi, R., & Soltanzadeh, M. M. 2008, arXiv:0808.1839
- Kazarovets, E. V., Kireeva, N. N., Samus, N. N., & Durlevich, O. V. 2003, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5422, 1
- Kazarovets, E. V., Samus, N. N., Durlevich, O. V., Kireeva, N. N., & Pastukhova, E. N. 2011, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5969, 1
- Kennedy, C. R., Stancliffe, R. J., Kuehn, C., et al. 2014, *ApJ*, 787, 6
- Kholopov, P. N. 1971, *Peremennye Zvezdy*, 18, 117
- Kholopov, P. N. 1985-1987, *General Catalogue of Variable Stars*, 4th edition, Vols I–III, Nauka, Moscow
- Kinman, T. D., & Carretta, E. 1992, *PASP*, 104, 111
- Kiseleva, L. G., Eggleton, P. P., & Mikkola, S. 1998, *MNRAS*, 300, 292
- Kiss, L. L., Szatmary, K., Gal, J., & Kaszas, G. 1995, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4205, 1
- Kochukhov, O., & Bagnulo, S. 2006, *A&A*, 450, 763
- Kolenberg, K., & Bagnulo, S. 2009, *A&A*, 498, 543



- Kopal, Z. 1955, *Annales d'Astrophysique*, 18, 379
- Kopal, Z. 1959, *The International Astrophysics Series*, London: Chapman & Hall, 1959
- Kovács, G. 2005, *A&A*, 438, 227
- Kozai, Y. 1962, *AJ*, 67, 591
- Krajci, T. 2006, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5690, 1
- Kreiner, J. M. 2004, *Acta Astron.*, 54, 207
- Krtićka, J., Mikulášek, Z., Zverko, J., & Žižňovský, J. 2007, *A&A*, 470, 1089
- Krtićka, J., Mikulášek, Z., Henry, G. W., et al. 2009, *A&A*, 499, 567
- Kuiper, G. P. 1941, *ApJ*, 93, 133
- Kuiper., G. P. 1961, *ApJS*, 6, 1
- Kukarkin, B. V., & Parenago, P. P. 1948, *General Catalogue of Variable Stars*, 1st edition (Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR, Moscow)
- Kukarkin, B. V., Kholopov, P. N., Fedorovich, V. P., et al. 1977, *Information Bulletin on Variable Stars*, 1248, 1
- Kukarkin, B. V., Kholopov, P. N., & Perova, N. B. 1970, *Information Bulletin on Variable Stars*, 480, 1
- Kuschnig R., 1998, *Surface Abundance Structures of Ap Stars*, PhD Thesis, Univ. of Vienna
- Kwee, K. K., & van Woerden, H. 1956, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 12, 327
- LaCluyzé, A., Smith, H. A., Gill, E.-M., et al. 2004, *AJ*, 127, 1653
- Layden, A. C. 1993, *The Metallicities and Kinematics of the Local RR Lyrae Variables*, Ph.D. Thesis, Yale University, New Haven, USA
- Layden, A. C. 1994, *AJ*, 108, 1016
- Le Borgne, J. F., Klotz, A., & Boer, M. 2004, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5568, 1
- Le Borgne, J. F., Paschke, A., Vandebroere, J., et al. 2007, *A&A*, 476, 307
- Le Borgne, J.-F., Klotz, A., Poretti, E., et al. 2012, *AJ*, 144, 39
- Lee, Y.-W., & Demarque, P. 1990, *ApJS*, 73, 709
- Lee, Y.-W. 1991, *ApJ*, 367, 524
- Lee, J. W., Kim, Ch.-H., Kim, D. H., et al. 2010, *AJ*, 139, 2669

- Lenz, P., & Breger, M. 2005, *Communications in Asteroseismology*, 146, 53
- Li, L.-J., & Qian, S.-B. 2014, *MNRAS*, 444, 600
- Liakos, A., & Niarchos, P. 2009, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5897, 1
- Liakos, A., & Niarchos, P. 2010, 9th International Conference of the Hellenic Astronomical Society, 424, 208
- Liakos, A., & Niarchos, P. 2011a, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5990, 1
- Liakos, A., Niarchos, P., 2011b, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6099, 1
- Liakos, A., Mislis, D., & Niarchos, P. 2012, *IAU Symposium*, 282, 57
- Lidov, M. L. 1962, *Planet. Space Sci.*, 9, 719
- Liška, J. 2007, Srovnání výpočtů okamžiků minim na soustavě UX UMa, bakalářská práce, Masarykova univerzita, Brno
- Liška, J. 2009, Komplexní studium dvojhvězdy UX UMa, diplomová práce, Masarykova univerzita, Brno
- Liška, J., Zejda, M., Lomoz, F., et al. 2012, in *Proceedings of the 43rd Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars*, 154, 4
- Liška, J., Zejda, M., Lomoz, F., et al. 2013, *Central European Astrophysical Bulletin*, 37, 201
- Liška, J., & Skarka, M. 2013, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6077, 1
- Liška, J. 2014, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6119, 1
- Liška, J., & Lišková, Z. 2014, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6124, 1
- Liška, J., & Skarka, M. 2015, in *Proceedings of the 46th Conference on Variable Stars Research, Open European Journal on Variable Stars*, 169, 38
- Liška, J., Skarka, M., Mikulášek, Z., Zejda, M., & Chrastina, M. 2015a, arXiv:1502.03331
- Liška, J., Skarka, M., Zejda, M., & Mikulášek, Z. 2015b, arXiv:1504.05246
- Liška, J., Skarka, M., Auer, R. F., Prudil, Z., & Juráňová, A. 2015c, *Open European Journal on Variable Stars*, 170, 1
- Liška, J., & Skarka, M. 2015d, *Open European Journal on Variable Stars*, 173, 1
- Liška, J., 2015e, in preparation (before submitting to MNRAS)
- Liu, T., & Janes, K. A. 1989, *ApJS*, 69, 593
- Liu, T., & Janes, K. A. 1990, *ApJ*, 354, 273

- Liu, T. 1991, PASP, 103, 205
- Maintz, G. 2005, A&A, 442, 381
- Maintz, G. 2008, BAV Rundbrief - Mitteilungsblatt der Berliner Arbeits-gemeinschaft fuer Veraenderliche Sterne, 57, 150
- Malkov, O. Y., Oblak, E., Snegireva, E. A., & Torra, J. 2006, A&A, 446, 785
- Malkov, O. Y., Tamazian, V. S., Docobo, J. A., & Chulkov, D. A. 2012, A&A, 546, A69
- Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., Worley, C. E. 2001, AJ, 122, 3466
- Maury, A. C. & Pickering, E. C. 1897, Annals of Harvard College Observatory, 28, 1
- Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & North, R. C. 2000, MNRAS, 317, L41
- Mazeh, T., & Shaham, J. 1979, A&A, 77, 145
- McLaughlin, D. B. 1924, ApJ, 60, 22
- Mikulášek, Z. 2002, Proměnné hvězdy, [Skripta], Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z., & Krtička, J. 2005, Základy fyziky hvězd, [Odborná kniha], Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z., Wolf, M., Zejda, M., & Pecharová, P. 2006, Ap&SS, 304, 363
- Mikulášek, Z. 2007, Odessa Astronomical Publications, 20, 138
- Mikulášek, Z., Janík, J., Zverko, J., et al. 2007, Astronomische Nachrichten, 328, 10
- Mikulášek, Z., Krtička, J., Henry, G. W., et al. 2011, A&A, 534, L5
- Mikulášek, Z. & Gráf, T. 2011, arXiv:1111.1142
- Mikulášek, Z. 2011, Fyzika horkých hvězd I, [Skripta], Brno: Masarykova univerzita
- Mikulášek, Z., Žižňovský, J., Zejda, M., et al. 2011, in Magnetic Stars, Proceedings of the International Conference, held in the Special Astrophysical Observatory of the Russian AS, August 27- September 1, 2010, Eds: I. I. Romanyuk and D. O. Kudryavtsev, 431
- Mikulášek, Z., Zejda, M., & Janík, J. 2012, IAU Symposium, 282, 391
- Mikulášek, Z., & Zejda, M. 2013, Úvod do studia proměnných hvězd, Brno: Masarykova univerzita, ISBN 978-80-210-6241-2
- Mikulášek, Z., Chrastina, M., Liška, J., et al. 2014, Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso, 43, 382
- Mikulášek, Z. 2015, arXiv:1508.04827 (it was accepted in A&A)

- Moore, J. H. 1932, *Publications of Lick Observatory*, 18, 1
- Moro, D., & Munari, U. 2000, *A&AS*, 147, 361
- Muller, P. 1978, *A&AS*, 33, 275
- Musielok B., Lange, D., Schoenich, W., et al. 1980, *AN*, 301, 71
- Nelson, R. H. 2007, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5760, 1
- Nelson, R. H. 2011, private communications
- Nemec, J. M., Wehlau, A. & Mendes de Oliveira, C. 1988, *AJ*, 96, 528
- Neveu-VanMalle, M., Queloz, D., Anderson, D. R., et al. 2014, *A&A*, 572, A49
- Noël, F. 2004, *A&A*, 413, 725
- Notni, P. 1962, *Mitteilungen uber Ver anderliche Sterne*, 1, 667
- Oke, J. B., Giver, L. P., & Searle, L. 1962, *ApJ*, 136, 393
- Oláh, K., & Szeidl, B. 1978, *Communications of the Konkoly Observatory Hungary*, 71, 1
- Olevic, D. 1975, *BOBeo*, 126, 49
- Olevic, D., & Catovic, Z. 1990, *IAUDS*, 112, 1
- Oosterhoff, P. T. 1946, *Bulletin Astronomical Institutes of the Netherlands*, 10, 101
- Orlov, V. G., Voitsekhovich, V. V., Mendoza-Valencia, G. A., et al. 2009, *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 45, 155
- Orlov, V. G., Hiriart, D., & Voitsekhovich, V. V. 2014, *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 50, 87
- Orosz, J. A. 2014, *Proceedings of the conference in Litomyšl 2014*, arXiv:1503.07295
- Pánek, M. 2001, *Úvod do fyzikálních měření*, [Skripta], Brno: Masarykova univerzita, ISBN 80-210-2688-X
- Panchatsaram, T. 1981, *Ap&SS*, 77, 179
- Paschke, A., & Brát, L. 2006, *Open European Journal on Variable Stars*, 23, 13
- Payne-Gaposchkin, C., 1939, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 81, 189
- Payne-Gaposchkin, C. 1954, *Annals of Harvard College Observatory*, 113, 151
- Penston, M. J. 1972, *MNRAS*, 156, 103
- Perry, K., Castelaz, M., Henson, G., & Boghozian, A. 2015, *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, 225, 343.02

- Pickering, E. C. 1890, *The Observatory*, 13, 80
- Pietrinferni, A., Cassisi, S., Salaris, M., & Castelli, F. 2006, *ApJ*, 642, 797
- Pietrzyński, G., Thompson, I. B., Gieren, W., et al. 2012, *Nature*, 484, 75
- Pigulski, A., Pojmański, G., Pilecki, B., & Szczygieł, D. M. 2009, *Acta Astron.*, 59, 33
- Pilarčák, L., Wolf, M., Dubovský, P. A., Hornoch, K., & Kotková, L. 2012, *A&A*, 539, A153
- Poddaný, S., Brát, L., & Pejcha, O. 2010, *New A*, 15, 297
- Pojmanski, G. 1997, *Acta Astronomica*, 47, 467
- Pojmanski, G. 2002, *Acta Astron.*, 52, 397
- Pojmanski, G., Pilecki, B., & Szczygieł, D. 2005, *Acta Astron.*, 55, 275
- Poleski, R. 2015, private communications
- Pollacco, D. L., Skillen, I., Collier Cameron, A., et al. 2006, *PASP*, 118, 1407
- Pop, A. 1999, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4801, 1
- Poretti, E. 1986, *Ap&SS*, 126, 329
- Pourbaix, D., Tokovinin, A. A., Batten, A. H., et al. 2004, *A&A*, 424, 727
- Prager, R. 1927, *Kleine Veroeffentlichungen der Universitaetssternwarte zu Berlin Babelsberg*, 1, 1
- Preston, G. W. 1959, *ApJ*, 130, 507
- Preston, G. W., Spinrad, H. & Varsavsky, C. M. 1961, *ApJ*, 133, 484
- Preston, G. W. & Paczynski, B. 1964, *ApJ*, 140, 181
- Preston, G. W. 1965, *ApJ*, 142, 1262
- Preston, G. W., & Spinrad, H. 1967, *ApJ*, 147, 1025
- Pribulla, T., Chochol, D., Tremko, J. et al. 2000, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 30, 117
- Pribulla, T., Kreiner, J. M., & Tremko, J. 2003, *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, 33, 38
- Prosser, C. F. 1988, *Information Bulletin on Variable Stars*, 3130, 1
- Prša, A., & Zwitter, T. 2005, *ApJ*, 628, 426
- Prša, A., Guinan, E. F., Devinney, E. J., & Engle, S. G. 2008, *A&A*, 489, 1209

- Prša, A., Batalha, N., Slawson, R. W., et al. 2011, *AJ*, 141, 83
- Prvák, M., Krtička, J., Mikulášek, Z., Lüftinger, T., & Liška, J. 2014, in proceedings of the conference Putting A Stars into Context: Evolution, Environment, and Related Stars, 214
- Prvák, M., Liška, J., Mikulášek, Z., Krtička, J. & Lüftinger, T. 2015, arXiv:1510.01192 (it was accepted in *A&A*)
- Quenouille, M. H. 1949, *Ann. Math. Statist.*, 20, 355
- Richmond, M. W. 2011, *Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO)*, 39, 201
- Robinson, L. V., & Shapley, H. 1940, *Annals of Harvard College Observatory*, 90, 27
- Roeser, S., Demleitner, M., & Schilbach, E. 2010, *AJ*, 139, 2440
- Rømer, O. 1676, Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences, *Journal des Sçavans*, 276
- Rossiter, R. A. 1924, *ApJ*, 60, 15
- Rucinski, S. M., & Kaluzny, J. 1982, *Ap&SS*, 88, 433
- Rutkowski, A., & Waniak, W. 2005, *PASP*, 117, 1362
- Saha, A., & White, R. E. 1990a, *PASP*, 102, 148
- Saha, A., & White, R. E. 1990b, *PASP*, 102, 495, Erratum
- Salmon, G. 2012, Variable star section circular of British Astronomical Association, 151, 17
- Samus, N. N. 1990, *General Catalogue of Variable Stars*, 4th edition, Vol. IV (Reference Tables), Nauka, Moscow
- Samus, N. N. 2006, *Astronomical and Astrophysical Transactions*, 25, 223
- Samus, N. N., Durlevich, O. V., & et al. 2009, *VizieR Online Data Catalog*, 1, 2025
- Sanford, R. F. 1949, *ApJ*, 109, 208
- Seggewiss, W. 1993, *IAU Colloq. 138: Peculiar versus Normal Phenomena in A-type and Related Stars*, 44, 137
- Sesar, B. 2012, *AJ*, 144, 114
- Shaw, J. S. 1990, *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, 319, 241
- Shaw, J. S. 1994, *Mem. Soc. Astron. Italiana*, 65, 95
- Schmidt, E. G., & Reiswig, D. E. 1993, *AJ*, 106, 2429

- Schmidt, E. G., Chab, J. R., & Reiswig, D. E. 1995, *AJ*, 109, 1239
- Schneller, H. 1940, *Kleine Veroeffentlichungen der Universitaetssternwarte zu Berlin Babelsberg*, 5, 2
- Schöneich, W., Hildebrandt G. 1976, *Astron.Nachr.*, 297, 39
- Sidorov, K. A. 1978, *Peremennye Zvezdy*, 20, 557
- Silva Aguirre, V., Catelan, M., Weiss, A., & Valcarce, A. A. R. 2008, *A&A*, 489, 1201
- Siudek, M., Malek, K., Mankiewicz, L., et al. 2011, *Acta Polytechnica*, 51, 68
- Skarka, M. 2013, *A&A*, 549, A101
- Skarka, M., Hoňková, K., & Juryšek, J. 2013, *Information Bulletin on Variable Stars*, 6051, 1
- Skarka, M. 2014a, *A&A*, 562, A90
- Skarka, M. 2014b, *MNRAS*, 445, 1584
- Skarka, M. 2014, *Characteristics of RR Lyrae type stars*, Disertační práce, ÚTFA, Masarykova univerzita, Brno, Česká republika
- Skarka, M., et al. 2015a, in preparation
- Skarka, M., Liška, J., Dřevěný, R., & Auer, R. F. 2015b, in *Proceedings of the 46th Conference on Variable Stars Research*, *Open European Journal on Variable Stars*, 169, 36
- Skarka, M., Dřevěný, R., Auer, R. F., et al. 2015c, in preparation
- Skillen, I., Fernley, J. A., & Kilkenny, D. 1987, *Information Bulletin on Variable Stars*, 3036, 1
- Slawson, R. W., Prša, A., Welsh, W. F., et al. 2011, *AJ*, 142, 160
- Smith, H. A. 1995, *RR Lyrae Stars*, [book], UK: Cambridge University Press, Cambridge
- Smolec, R., Pietrzyński, G., Graczyk, D., et al. 2013, *MNRAS*, 428, 3034
- Sódor, Á., Szeidl, B., & Jurcsik, J. 2007, *A&A*, 469, 1033
- Solano, E., Garrido, R., Fernley, J., & Barnes, T. G. 1997, *A&AS*, 125, 321
- Solano, E., 2015, private communications
- Soszyński, I., Udalski, A., Szymanski, M., et al. 2003, *Acta Astron.*, 53, 93
- Soszyński, I., Udalski, A., Szymański, M. K., et al. 2009, *Acta Astronomica*, 59, 1
- Stebbins, J. 1923, *ApJ*, 57, 1



- Stetson, P. B. 1987, *PASP*, 99, 191
- Stetson, P. B., Fiorentino, G., Bono, G., et al. 2014, *PASP*, 126, 616
- Stigler, S. M. 1981, *Ann. Statist.*, 9, 465
- Stothers, R. 1980, *PASP*, 92, 475
- Struve, O. 1956, *Smithsonian Contributions to Astrophysics*, 1, 131
- Sturch, C. 1966, *ApJ*, 143, 774
- Svechnikov, M. A., & Kuznetsova, E. F. 1990, *Sverdlovsk : Izd-vo Ural'skogo universiteta*, 1990-,
- Sweigart, A. V., & Renzini, A. 1979, *A&A*, 71, 66
- Sweigart, A. V. 1987, *ApJS*, 65, 95
- Szabados, L. 2003a, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5394, 1
- Szabados, L. 2003b, *GAIA Spectroscopy: Science and Technology*, 298, 237
- Szatmary, K. 1990, *Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO)*, 19, 52
- Szeidl, B., Oláh, K., & Mizser, A. 1986, *Communications of the Konkoly Observatory Hungary*, 89, 57
- Szeidl, B., Hurta, Z., Jurcsik, J., et al. 2011, *MNRAS*, 411, 1744
- Szczygieł, D. M., & Fabrycky, D. C. 2007, *MNRAS*, 377, 1263
- Takeda, Y., Takada-Hidai, M., Jugaku, J. et al. 1999, *PASJ*, 51, 961
- Thompson, S. E., Everett, M., Mullally, F., et al. 2012, *ApJ*, 753, 86
- Todoran, I. 1988, *Information Bulletin on Variable Stars*, 3149, 1
- Tokovinin, A. 2008, *MNRAS*, 389, 925
- Tran, K., Levine, A., Rappaport, S., et al. 2013, *ApJ*, 774, 81
- Tsvetkov, A. S., Popov, A. V., & Smirnov, A. A. 2008, *Astronomy Letters*, 34, 17
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., Kubiak, M., & Mateo, M. 1992, *Acta Astronomica*, 42, 253,
- Uytterhoeven, K., Moya, A., Grigahcène, A., et al. 2011, *A&A*, 534, A125
- van Agt, S. L. Th. J. 1967, *BAN*, 19, 275
- van Agt, S. L. Th. J. 1968, *BANS*, 2, 237

- van Biesbroeck, G. 1974, *ApJS*, 28, 413
- Van Hamme, W., & Wilson, R. E. 2007, *ApJ*, 661, 1129
- van Kerkwijk, M. H., Rappaport, S. A., Breton, R. P., et al. 2010, *ApJ*, 715, 51
- van Leeuwen, F. 2007, *A&A*, 474, 653
- Vanýsek, V. 1980, *Základy astronomie a astrofyziky*, Praha, Academia
- Varsavsky, C. M. 1960, *ApJ*, 131, 623
- Vogel, H. C. 1890, *Astronomische Nachrichten*, 125, 305
- Wade, R. A., Saha, A., White, R. E., & Fried, R. 1992, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 24, 1225
- Wade, R. A., Donley, J., Fried, R., et al. 1999, *AJ*, 118, 2442
- Walkowicz, L. M., Basri, G., Batalha, N., et al. 2011, *AJ*, 141, 50
- Watson, C. L., Henden, A. A., & Price, A. 2006, *Society for Astronomical Sciences Annual Symposium*, 25, 47
- Welsh, W. F., Orosz, J. A., Carter, J. A., et al. 2012, *Nature*, 481, 475
- Wenger, M., Ochsenbein, F., Egret, D., et al. 2000, *A&AS*, 143, 9
- Wilson, R. E. 1979, *ApJ*, 234, 1054
- Wilson, R. E., & Van Hamme, W. 2014, *ApJ*, 780, 151
- Winzer, J. E. 1974, *The Photometric Variability of the Peculiar A Stars*, Ph.D. Thesis, Univ. of Toronto
- Wiśniewski, W. Z. 1971, *Acta Astron.*, 21, 307
- Wolf, M., Šarounová, L., Brož, M., Horan, R., 1999, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4683, 1
- Wolf, M., Kotková, L., Brát, L., et al. 2007, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5780, 1
- Woltjer, J., Jr. 1922, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 1, 93
- Woodward, E. J. 1972, *Journal of the American Association of Variable Star Observers (JAAVSO)*, 1, 68
- Woolley, R. v. d. R., & Aly, K. 1966, *Royal Greenwich Observatory Bulletins*, 114, 259
- Worley, C. E. 1962, *AJ*, 67, 403
- Worley, C. E. & Heintz, W. D. 1983, *Publications of the U.S. Naval Observatory Second Series*, 24, 1

- Woźniak, P. R., Vestrand, W. T., Akerlof, C. W., et al. 2004, *AJ*, 127, 2436
- Wunder, E. 1990, *BAV Rundbrief - Mitteilungsblatt der Berliner Arbeits-gemeinschaft fuer Veraenderliche Sterne*, 39, 9
- Yang, Y.-G., Lü, G.-L., Yin, X.-G., Zhu, C.-H., & Nakajima, K. 2009, *AJ*, 137, 236
- Zacharias, N., Finch, C. T., Girard, T. M., et al. 2012, *VizieR Online Data Catalog*, 1322, 0
- Zacharias, N., Finch, C. T., Girard, T. M., et al. 2013, *AJ*, 145, 44
- Zasche, P. 2008, arXiv:0801.4258
- Zasche, P., Liakos, A., Niarchos, P., et al. 2009, *New A*, 14, 121
- Zasche, P., & Uhlař, R. 2013, *MNRAS*, 429, 3472
- Zasche, P., Wolf, M., Vrařtil, J., et al. 2014, *A&A*, 572, A71
- Zeida, M., Borovička, J., Hájek, P., et al. 1994, *Contributions of the Public Observatory and Planetarium in Brno*, 30,
- Zeida, M., Mikulášek, Z., & Wolf, M. 2006, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5741, 1
- Zeida, M., Mikulášek, Z., & Wolf, M. 2008, *A&A*, 489, 321
- Zeida, M., Wolf, M., Slechta, M., et al. 2010, arXiv:1012.5679
- Zeida, M., & Domingo, A. 2011, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5996, 1
- Zeida, M., et al. 2016, in preparation
- Zhu, L.-Y., Zeida, M., Mikulášek, Z., et al. 2012, *AJ*, 144, 37
- Zhou, A. -Y. 2010, arXiv:1002.2729v6

