

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA MASARYKOVY UNIVERZITY
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A ASTROFYZIKY



KORELACE ZÁBLESKŮ GAMA ZÁŘENÍ
DETEKOVANÝCH DRUŽICÍ CGRO-BATSE
A POZOROVANÝCH SUPERNOV

JIŘÍ POLCAR

BRNO 2004

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně a použil jen zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 3. září 2004

Děkuji René Hudcovi za vedení mé disertační práce a Zdeňkovi Mikuláškově za mnoho úsilí a připomínek vedoucích k jejímu dokončení. Největší dík patří Martinu Topinkovi a Davidovi Nečasovi. Martin Topinka byl u zrodu této práce, prošel se mnou všechny slepé uličky, vždy byl přítomen diskuzi a skvělými nápady. Davidu Nečasovi přísluší víc než poděkování za trpělivou pomoc s řešením mnoha a mnoha technických i teoretických problémů. Bez jeho přičinění a připomínek k textu by tato práce vznikla jen těžko. Milou povinností je, jako obvykle, poděkovat Filipu Hrochovi za obětavou pomoc a mnoho odborných rad a připomínek. Grazielle Pizzichini a Nicolovi Masettimu děkuji za spoustu cenných rady a plodných diskuzí. Míše Maresové děkuji za pečlivou korekturu. Za odborné připomínky patří také poděkování Filipovi Münzovi, Pavlu Klepáčovi a Jitce Janové. Za podporu po celou dobu studia děkuji své rodině, zejména mamince a bratrovi.

V práci je používán měrný metrický systém CGS.

Obsah

Seznam tabulek	13
Seznam obrázků	15
Seznam symbolů a zkratek	19
1 Úvod	21
1.1 Zábleskové zdroje gama	21
1.1.1 Observační fakta	21
1.1.2 Původ záblesků gama	24
1.2 Úvod do studia supernov	26
1.2.1 Supernovy typu I	26
1.2.2 Supernovy typu II	28
1.2.3 Poznámka ke klasifikaci	29
2 Proč očekávat korelaci	31
2.1 Splynutí neutronových hvězd	34
2.2 Hypernova	34
2.3 Supranova	35
3 Data	37
3.1 Záblesky gama	37
3.1.1 CGRO	37
3.1.2 BATSE	38
3.1.3 Import dat	40
3.1.4 Základní charakteristiky	41
3.2 Supernovy	45
3.2.1 Import dat	45
3.2.2 Základní charakteristiky	46
3.2.3 Typ	53
3.2.4 Klasifikace pseudotypů	54
3.3 Odhad času T_γ	57
3.3.1 Statistické určení T_{\max}	57
3.3.2 Určení T_γ bez ohledu na pseudotyp supernovy (\mathbb{A})	59
3.3.3 Určení T_γ pomocí pseudotypu supernovy (\mathbb{B})	59
3.3.4 Závěr	65
3.4 Vliv velikosti časového okna	67
4 Teorie	71
4.1 Monte Carlo	71
4.1.1 Rovnoměrné rozložení na sféře	71
4.1.2 Rozdělení reálných objektů na sféře	72

4.1.3	Reálné parametry	72
4.1.4	Rotace souřadnic	73
4.2	Test rovnoměrného pokrytí oblohy	74
4.2.1	Záblesky gama	75
4.2.2	Supernovy	76
4.3	Odhad pokrytí oblohy	79
4.3.1	Rozdělení vzdáleností nejbližšího bodu	81
4.4	Pravděpodobnost koincidence	85
4.4.1	Fyzická koincidence	86
4.4.2	Náhodná koincidence	87
4.5	Odhad středního počtu koincencí	88
4.5.1	Prostorová koincidence	88
4.5.2	Časová koincidence	90
4.5.3	Závěr	98
5	Praxe	101
5.1	Algoritmus hledání koincencí	101
5.1.1	Data	101
5.1.2	Prostorová a časová podmínka	101
5.1.3	Indexace objektů	102
5.1.4	Prohledávání	105
5.1.5	Vliv velikosti rastru	107
5.1.6	Výstup	108
5.2	Koincidence	108
5.3	Simulace umělých koincencí	118
5.3.1	Popis simulace	118
5.3.2	Závěr	124
5.4	Simulace rotace	124
5.4.1	Popis simulace	124
5.4.2	Závěr	125
5.5	Korelační testy	127
5.5.1	Schéma korelačního testu	127
5.5.2	Test umělých korelací a nekorelací	129
5.5.3	Korelace reálných parametrů	133
5.5.4	Závěr	133
5.6	Dlouhé vs. krátké záblesky gama	134
5.6.1	Popis simulace	137
5.6.2	Závěr	139
5.7	Poměry krátkých a dlouhých záblesků gama	141
5.7.1	Popis simulace	141
5.7.2	Závěr	143
5.8	Kolmogorovy–Smirnovovy testy	144
5.8.1	Záblesky gama	144

5.8.2	Supernovy	146
5.8.3	Závěr	148
5.9	Typy supernov	149
5.9.1	Spektrum koincidujících pseudotypů supernov	150
5.9.2	Relativní zastoupení pseudotypů <i>core</i> a <i>dwarf</i>	151
5.9.3	Závěr	159
5.10	Četnosti supernov typu Ib/c	160
6	Filosofie zpracování	161
6.1	Úvod	161
6.2	Transparentnost	161
6.3	Vizualizace	163
6.4	Přenositelnost	163
6.5	Efektivita	163
6.6	Úspornost	164
6.7	Závěr	164
7	Závěry	165
	Použité nástroje	169
A	Externí programy	169
B	Vlastní programy	171
	Reference	173
	Přílohy	179
A	Kolmogorův–Smirnovův test	179
B	Korelační test	183
C	Hammerovo zobrazení	185
D	Histogram na sféře	186
E	Definice některých použitých veličin a pojmů	188
E.1	<i>trigger</i> (spoušť)	188
E.2	<i>flux</i> (tok)	188
E.3	doba trvání záblesků gama (T_{90})	190
E.4	<i>fluence</i>	192

Seznam tabulek

1	Rozsahy energií kanálů BATSE	39
2	Statistiky poloměrů chybových kružnic záblesků gama.	42
3	Definice časového intervalu označovaného jako BATSE éra.	45
4	Rozřazení supernov do jednotlivých pseudotypů.	54
5	Korekce pro definice pseudotypů.	54
6	Zastoupení jednotlivých pseudotypů.	55
7	Charakteristiky pro určení T_{\max} světelné křivky supernovy.	58
8	Určení T_{γ} bez ohledu na typ supernovy (\mathbb{A}).	59
9	Význam jednotlivých bitů veličiny magic_x	60
10	Význam reálných hodnot veličiny magic_x	61
11	Intervaly T_{γ} příslušející jednotlivým hodnotám magic_x	65
12	\mathbb{A} : Vliv velikosti časového okna na počet koincidovaných párů.	68
13	\mathbb{B} : Vliv velikosti časového okna na počet koincidovaných párů.	69
14	Dipólový a kvadrupólový moment pro záblesky gama.	78
15	Dipólový a kvadrupólový moment pro záblesky gama.	78
16	Relativní pokrytí oblohy pro supernovy a záblesky gama.	85
17	Relativní pokrytí oblohy jednotlivými pseudotypy supernov.	86
18	Použité hodnoty v odhadu pravděpodobnosti koincidence.	86
19	Parametry hustoty prav. poloměrů chybových kružnic.	89
20	Fit výskytu supernov v čase.	97
21	Použité hodnoty pro odhad koincencí.	99
22	Parametry fitu $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$	100
23	Parametry fitu $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$	100
24	\mathbb{A} : Přehled vícenásobných koincencí.	109
25	\mathbb{B} : Přehled vícenásobných koincencí.	110
26	Srovnání koincencí z datové sady \mathbb{A} a \mathbb{B}	110
27	\mathbb{A} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (1/3).	111
28	\mathbb{A} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (2/3).	112
29	\mathbb{A} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (3/3).	113
30	\mathbb{B} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (1/4).	114
31	\mathbb{B} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (2/4).	115
32	\mathbb{B} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (3/4).	116
33	\mathbb{B} : Koincidující páry supernova–záblesk gama (4/4).	117
34	\mathbb{A} : Fitované parametry pro koincidence s náhodnými ρ	120
35	\mathbb{B} : Fitované parametry pro koincidence s náhodnými ρ	120
36	\mathbb{A} : Fitované parametry pro koincidence s ρ velikosti mediánu.	122
37	\mathbb{A} : Fitované parametry pro koincidence s ρ velikosti mediánu.	122
38	Hraniční odhady fyzikálních koincencí.	124
39	\mathbb{A} : Statistické parametry počtů párů při rotačních testech.	126
40	\mathbb{B} : Statistické parametry počtů párů při rotačních testech.	127
41	Hustoty pravděpodobnosti korelovaných a nekorelovaných dat.	130

42	\mathbb{A} : Hustoty pravděpodobnosti korelujících reálných parametrů.	131
43	\mathbb{B} : Hustoty pravděpodobnosti korelujících reálných parametrů.	131
44	\mathbb{A} : Korelační koeficienty párů supernova–záblesk gama.	134
45	\mathbb{A} : Korelační koeficienty párů supernova–záblesk gama.	135
46	\mathbb{A} : Charakteristiky krátkých záblesků gama.	136
47	\mathbb{B} : Charakteristiky krátkých záblesků gama.	137
48	\mathbb{A} : Charakteristiky dlouhých záblesků gama.	139
49	\mathbb{B} : Charakteristiky dlouhých záblesků gama.	139
50	Počet koincidujících párů pro nerotovaná (reálná) data.	140
51	Chybové kružnice krátkých a dlouhých záblesků gama.	140
52	Výsledek K–S testu parametrů záblesků gama.	145
53	Výsledek K–S testů parametrů supernov.	147
54	Srovnání některých statistických charakteristik pro červený posuv.	149
55	Spektrum koincidujících pseudotypů pro datové sady \mathbb{A} a \mathbb{B}	149
56	\mathbb{A} : Zastoupení pseudotypů v koincidujících párech.	153
57	Zastoupení časových oken pro jednotlivé pseudotypy.	154
58	\mathbb{B} : Zastoupení pseudotypů v koincidujících párech.	155

Seznam obrázků

1	Diagram $\log(N > f)$ – $\log f$	21
2	Spektrum záblesku gama.	23
3	Expandující sférická slupka.	25
4	Schéma názvosloví typů supernov.	27
5	Světelná křivka dosvitu záblesku gama GRB980326.	31
6	Schéma družice CGRO.	37
7	Detektor BATSE.	39
8	Schopnost detekce fotonů v závislosti na jejich toku.	40
9	Relativní část oblohy detekované BATSE v závislosti na δ	40
10	Hustota záblesků gama na obloze v galaktických souřadnicích.	42
11	Histogram poloměrů chybových kružnic záblesků gama.	43
12	Histogram rozložení dob trvání (T_{90}) záblesků gama.	44
13	Histogram rozložení energetických toků (F_{64}) záblesků gama.	44
14	Histogram rozložení <i>fluence</i> (f_2 a f_3) záblesků gama.	45
15	Hustota supernov na obloze v galaktických souřadnicích.	47
16	Histogram rozložení hvězdných velikostí supernov.	47
17	Histogram rozložení červených posuvů supernov.	49
18	K výpočtu světelné vzdálenosti.	51
19	Vzdálenost supernovy SN1991x od středu hostitelské galaxie.	52
20	Histogram vzdáleností supernov od středů hostitelských galaxií.	53
21	Rozložení pseudotypů na obloze v galaktických souřadnicích.	56
22	Statistické určení času maxima světelné křivky supernovy.	58
23	Rozdělení T_γ pro hlavní pseudotypy.	66
24	Ⓐ: Vliv časového okna na počet párů supernova–záblesk gama.	67
25	Ⓑ: Vliv časového okna na počet párů supernova–záblesk gama.	68
26	Ⓐ: Vliv časového okna na prostorovou koincidenci.	69
27	Ⓑ: Vliv časového okna na prostorovou koincidenci.	70
28	Pravidelný dvanáctistěn a komolý dvacetistěn.	74
29	Dipólový moment pro záblesky gama.	75
30	Dipólový moment pro supernovy.	76
31	Definici pokrytí části sféry.	79
32	Relativní pokrytí oblohy.	80
33	Rozložení v galaktických souřadnicích b^{II} a l^{II}	81
34	Rozdělení vzájemných minimálních vzdáleností objektů na sféře.	82
35	Rozdělení vzájemných minimálních vzdáleností; simulace.	83
36	Medián vzájemných vzdáleností v závislosti na počtu objektů.	84
37	Medián vzájemných vzdáleností v závislosti; simulace.	84
38	Pokrytí oblohy jednotlivými pseudotypy supernov.	85
39	Hustota pravděpodobnosti velikosti chybových kružnic.	89
40	Integrand počtu prostorově koincidovaných párů.	90
41	Histogram rozložení záblesků gama detekovaných BATSE v čase.	91

42	Histogram rozložení supernov v čase.	91
43	Fit funkce $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$	93
44	Fit funkce $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$	93
45	Hustota pravděpodobnosti detekce záblesku gama v čase.	94
46	Hustota pravděpodobnosti detekce supernovy v čase.	95
47	Graficky znázorněn součin $f_{\text{GRB}}(t) f_{\text{SN}}(t)$	95
48	Fit hustoty pravděpodobnosti rozložení supernov v čase.	97
49	Případ exponenciálního nárůstu detekovaných supernov v čase.	98
50	Součin hustot pravděpodobností f_{GRB} a f_{SN}	99
51	Indexace objektů na sféře.	103
52	Schéma prohledávání indexovaných segmentů.	105
53	Část ladicího výstupu programu <code>s2s.pl</code>	106
54	Doba běhu programu <code>s2s.pl</code> v závislosti na rozměrech rastru.	107
55	A : Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí.	108
56	B : Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí.	109
57	Srovnání koincidencí z datové sady A a B	110
58	Hustota rozložení 2702 bodů na sféře.	118
59	Hustota rozložení 2702 bodů na sféře s 14% koincidencí.	119
60	A : Páry při náhodné velikosti chybové kružnice záblesku gama.	120
61	B : Páry při náhodné velikosti chybové kružnice záblesku gama.	121
62	A : Páry při fixní velikosti chybové kružnice záblesku gama.	121
63	B : Páry při fixní velikosti chybové kružnice záblesku gama.	122
64	A : Srovnání simulací s náhodnými a fixními hodnotami GRB_ρ	123
65	B : Srovnání simulací s náhodnými a fixními hodnotami GRB_ρ	123
66	A : Hustota pravděpodobnosti koincidujících párů při rotacích.	125
67	B : Hustota pravděpodobnosti koincidujících párů při rotacích.	126
68	Nerotovaná data. Korelovaná a nekorelovaná.	127
69	Korelační parametry pro rotovaná korelovaná data.	129
70	Korelační parametry pro rotovaná nekorelovaná data.	129
71	Korelační parametry při rotacích; původně korelované.	131
72	A : Korelační koeficienty pro nejvýrazněji korelující parametry.	132
73	B : Korelační koeficienty pro nejvýrazněji korelující parametry.	132
74	A : Počet koincidujících párů pro krátké záblesky gama.	136
75	B : Počet koincidujících párů pro krátké záblesky gama.	137
76	Antikorelace T_{90} a $h2s$	138
77	A : Počet koincidujících párů pro dlouhé záblesky gama.	139
78	B : Počet koincidujících párů pro dlouhé záblesky gama.	140
79	Poloměry chybových boxů pro krátké a dlouhé záblesky gama.	141
80	A : Poměr dlouhých a krátkých záblesků gama.	142
81	B : Poměr dlouhých a krátkých záblesků gama.	142
82	A : Distribuční funkce parametrů záblesků gama.	144
83	B : Distribuční funkce parametrů záblesků gama.	145
84	A : Distribuční funkce parametrů supernov.	146

85	ℬ: Distribuční funkce parametrů supernov.	147
86	Zastoupení červených posuvů v koincidujících párech.	148
87	Rozložení supernov pseudotypu <i>dwarf</i> na obloze.	150
88	Rozložení supernov pseudotypu <i>core</i> na obloze.	151
89	ℳ: Zastoupení pseudotypů <i>core</i> a <i>dwarf</i> v náhodných párech. . .	152
90	ℳ: Rozložení pseudotypů <i>core</i> v náhodně koincidujících párech. .	153
91	ℬ: Zastoupení pseudotypů <i>core</i> a <i>dwarf</i> v náhodných párech. . .	155
92	ℬ: Rozložení pseudotypů <i>core</i> v náhodně koincidujících párech. .	156
93	Výsledek testu pro pseudotyp <i>narrow</i>	156
94	ℳ: Relativní zastoupení pseudotypů.	157
95	ℬ: Relativní zastoupení pseudotypů.	158
96	Relativní zastoupení supernov typu <i>Ib/c</i>	160
97	Kolmogorova–Smirnovova distribuční funkce.	179
98	Příklad empirické a hypotetické distribuční funkce.	180
99	Příklad použití Kolmogorova–Smirnovova testu.	181
100	Pravouhlá síť souřadnic (α, δ) . Tangenciální zobrazení.	185
101	Zobrazení souřadnicových křivek při projekci (23).	185
102	Schéma k histogramu na sféře.	186
103	Histogram náhodných 3000 bodů na sféře v souřadnicích φ a ϑ . .	187
104	Detekce částic na jednotlivých kanálech BATSE.	188
105	Demonstrace astronomických veličin.	189
106	Spektrum záblesku gama.	191

Seznam symbolů a zkratek

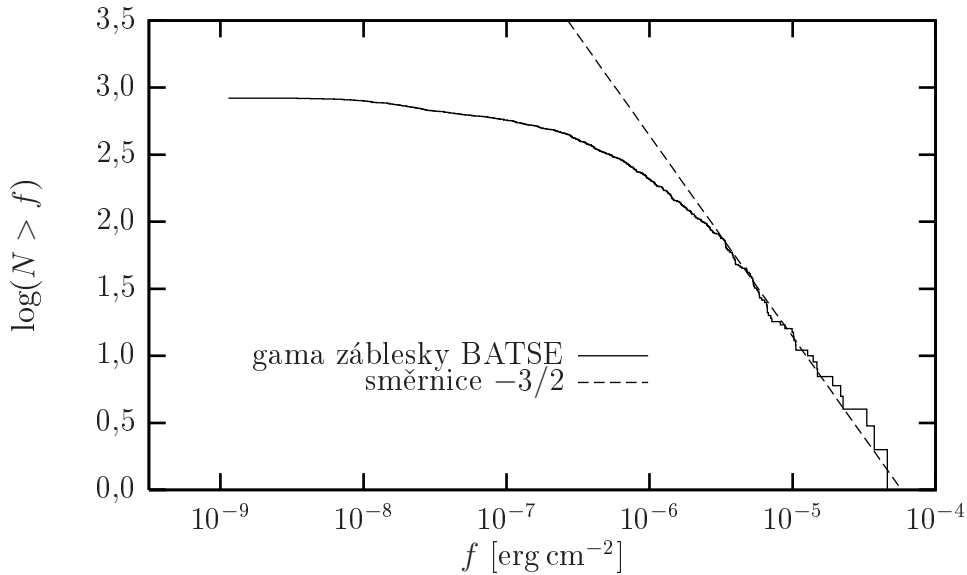
SN	supernova; supernovy; data příslušející supernovám
GRB	záblesk gama; záblesky gama; data příslušející zábleskům gama
JD	juliánský den
BATSE	The Burst and Transient Source Experiment
CGRO	The Compton Gamma Ray Observatory
RTG	rentgenové záření; související s rentgenovým zářením
φ, ϑ	sférické souřadnice (matematické)
α, δ	sférické souřadnice (geodetické); ve fyzikálním významu rovníkové
$l^{\text{II}}, b^{\text{II}}$	galaktické sférické souřadnice
CFA	Center for Astrophysics (Harvard a Smithsonian Observatory)
SAI	Sternberg Astronomical Institute
m	hvězdná velikost [mag]
M	absolutní hvězdná velikost [mag]
z	červený posuv
d_1	světelná vzdálenost (<i>luminosity distance</i>) [Mpc]
r	vzdálenost od středu galaxie [Mpc]
f	<i>fluence</i> [erg cm^{-2}]
f_3	<i>fluence</i> (třetí kanál BATSE) [erg cm^{-2}]
f_2	<i>fluence</i> (druhý kanál BATSE) [erg cm^{-2}]
F	tok částic (<i>flux</i>) [$\text{foton cm}^{-2} \text{s}^{-1}$]
F_{64}	tok částic měřený BATSE s integrační dobou 64 ms [$\text{foton cm}^{-2} \text{s}^{-1}$]
ρ	poloměr chybové kružnice určení polohy záblesku gama [deg] popř. [rad]
T_{90}	délka trvání záblesku gama [s]
$h2s$	poměr f_3/f_2
c	rychlost světla ve vakuu
H_0	Hubbleova konstanta
q_0	decelerační parametr
CDF	distribuční funkce (<i>cumulative distribution function</i>)
β	poměr v/c
r	vzdálenost od středu hostitelské galaxie
\mathcal{E}	energie
K-S	Kolmogorův-Smirnovův test; viz příloha na straně 179

1 Úvod

1.1 Zábleskové zdroje gama

1.1.1 Observační fakta

Zábleskové zdroje gama (*gamma-ray bursts*, GRBs) patří mezi největší záhady soudobé astrofyziky. Přestože od jejich objevení vojenskými družicemi Vela [13] roku 1967 uběhlo již více než 30 let, jejich podstata zůstává nevysvětlena. Proto se zdá být nejlepší současnou definicí záblesku gama shrnutí observačních fakt. Záblesk gama je náhlý, krátký, většinou několik desetin až stovek sekund trvající, velmi energetický záblesk s maximem emise kolem 1 MeV, tedy v oboru gama¹⁾, který během svého vzplanutí přezáří v oboru gama celou oblohu a opět pohasne.



Obrázek 1: Diagram $\log(N > f)$ - $\log f$.

Od doby družic Vela byla vypuštěna celá řada satelitů s detektory citlivými na spektrální oblast gama na palubě. Pozorování ze Země není možné, protože zemská atmosféra je pro záření gama neprůhledná. Největší sbírku, více než 2704 zdrojů, nashromáždila během svého téměř desetiletého působení družice CGRO (*Compton Gamma-Ray Observatory*) s přístrojem BATSE na palubě [89]. Technické parametry BATSE jsou diskutovány v odstavci 3.1.1.

Světelná křivka záblesku vykazuje rychlou proměnnost, na časové škále milisekund. Bývá složena z jednoho nebo více pulsů a jednotlivé exempláře mohou

¹⁾ Gama obor je nejširším studovaným oborem, jakékoli záření o energii vyšší než 1 MeV bývá označováno za gama, horní hranice doposud pozorovaného kosmického záření se pohybuje o 14 řádů výše, proto by bylo trefnější tyto zdroje zahrnout spíše pod tvrdé rentgenové záření.

být velmi rozmanité [22]. Asi 10 % záblesků vykazuje pravidelné pulsy, které mají většinou strmý nárůst a exponenciální pokles (vžila se anglická zkratka FRED, *fast rise exponential decay*) [14].

Spektrum záblesků gama je spojitě, netermální, empiricky dobře aproximovatelné vztahem:

$$n(\mathcal{E}) = \begin{cases} N_0 \mathcal{E}^\alpha e^{-(\mathcal{E}/E_0)} & \text{pro } \mathcal{E} < H \\ N_0 [(\alpha - \beta)E_0]^{(\alpha-\beta)} \mathcal{E}^\beta e^{(\beta-\alpha)\mathcal{E}/E_0} & \text{pro } \mathcal{E} > H, \end{cases} \quad (1.1)$$

kde $H = (\alpha - \beta)E_0$ [34]. Funkce $\mathcal{E}^2 n(\mathcal{E})$ tedy představuje dvě mocninné větve spojitě na sebe návazné exponenciálou, s maximem energie mezi 10 keV až 100 MeV; $E_{\text{peak}} = (\alpha + 2)E_0 = (\alpha + 2)H/(\alpha - \beta)$. Funkce $n(\mathcal{E})$ a $\mathcal{E}^2 n(\mathcal{E})$ je pro názornost uvedena na obrázku 2.²⁾ Nízkoenergetická větev vykazuje hodnoty běžné pro spektrální sklon synchrotronového záření, nicméně zhruba třetina záblesků se chová podivně a tato větev je mnohem strmější, než dovoluje teorie synchrotronového záření [35]. Ve spektru nejsou patrné emisní ani absorpční čáry, pouze v ojedinělých případech vzniklo neprokázané podezření na cyklotronovou magnetickou rezonanční čáru [36].

Podle dat z BATSE se zdá, že k záblesku dochází náhle, zhruba jednou denně, na náhodném místě oblohy. Rozložení záblesků na obloze je isotropní [22], [37]. Pokud zkonstruujeme diagram $\log(N > f) - \log f$ (obrázek 1), kde $\log(N > f)$ je logaritmus detekovaného počtu záblesků s energetickým tokem větším než f , a uvažujeme-li záblesky gama jako standardní svíčky, můžeme interpretovat deficit slabých záblesků jako důsledek rozpínání vesmíru a i bez znalosti vzdálenosti jednotlivých objektů způsobujících záblesky můžeme předpokládat kosmologickou vzdálenost těchto objektů [38].

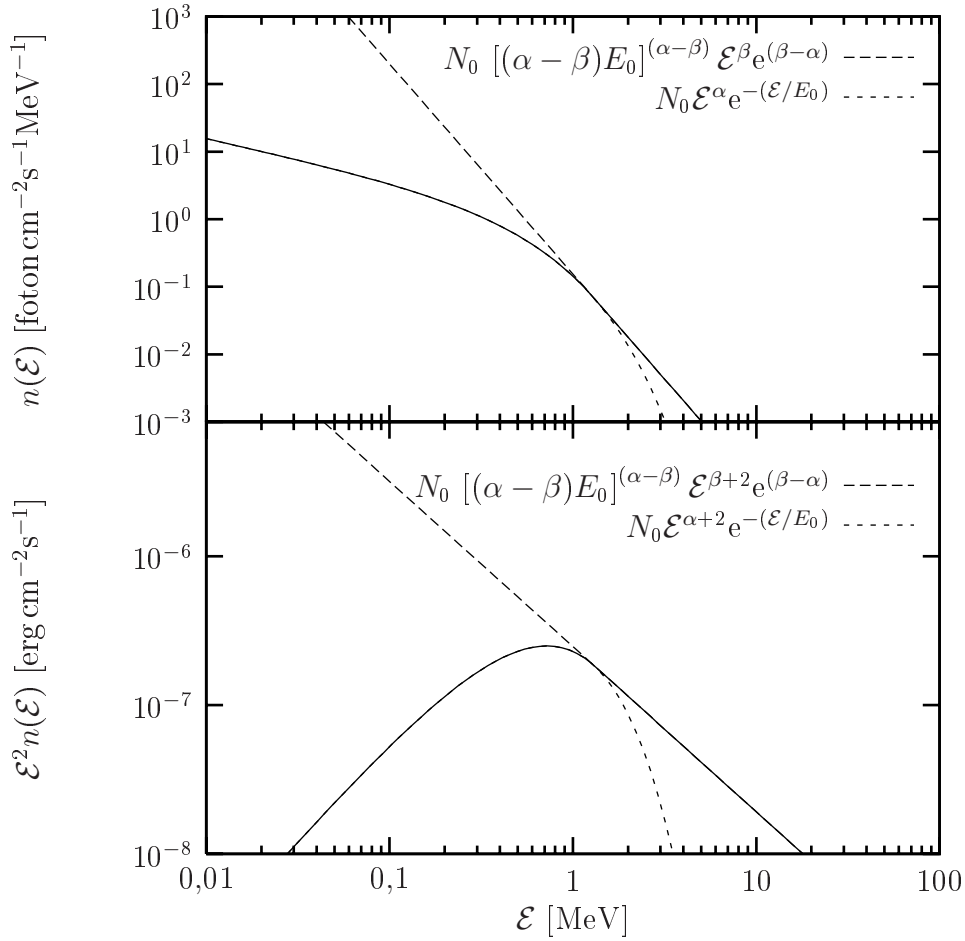
Zatím se neprokázal žádný případ rekurentnosti jevu, s výjimkou čtyřnásobného GRB961027a,b, GRB961029a,b [40], případy opětovné gama emise na témže místě oblohy jsou obvykle klasifikovány jako *Soft Gamma Repeaters* (SGRs), tedy objekty jiné fyzikální kategorie.

Záblesky detekované BATSE vykazují výraznou bimodalitu (obrázek 12) v rozdělení podle délky trvání. Tzv. krátkých, tj. kratších než 2 s je asi 1/3, dlouhých, delších než 2 s asi 2/3 všech záblesků, delší záblesky jsou zároveň zpravidla měkčí než krátké, mluvíme o spektrální anti-korelaci s délkou trvání ($h2s$ proti T_{90})³⁾. Možným, nikoli však jednoznačným, vysvětlením je návrh, že dlouhé záblesky jsou vzdálenější, a tudíž jsou kosmologickou dilatací prodlouženy a v energiích změkčeny [41], [37].

Průlomovým, ba přímo revolučním rokem se stal rok 1997, kdy byl RTG družicí BeppoSAX poprvé na pozici záblesku detekován jeho RTG protějšek [42], a následně díky zpřesněnému určení polohy byl objeven i optický dosvit (*optical*

²⁾ Další souvislosti jsou uvedeny v příloze E na straně 188.

³⁾ Obě veličiny budou definovány dále.



Obrázek 2: Přibližné spektrum záblesku gama ($E_0 = 514 \text{ keV}$, $\alpha = -3,11$, $\beta = -0,6$). Hodnoty použitých parametrů pochází z výsledků fitování spektra záblesku gama GRB990123 (převzato z [6]).

afterglow) záblesku [43]. Od té doby byly pozorovány další dosvity jak v RTG a optickém, tak i v infračerveném a rádiovém oboru. Až na výjimky se podařilo zachytit pouze sestupnou fázi dosvitu, kterou lze charakterizovat mocninným poklesem intenzity v čase, případně světelnou křivkou složenou z několika mocninných závislostí. Zatímco vlastní záblesk trvá několik sekund, RTG dosvit trvá několik hodin, optický několik dní až měsíců a rádiový ještě déle. Spektrum dosvitu většinou také klesá s energií s určitou mocninou, přičemž ve spektru lze nalézt několik zlomů.

Sestupnou fázi energetického toku dosvitu lze dobře charakterizovat mocninou závislostí jak na čase, tak na pozorované frekvenci

$$F \propto \nu^{-\alpha} t^{-\beta}, \quad (1.2)$$

kde $\alpha, \beta > 0$. Právě v dosvitech byly také poprvé identifikovány spektrální čáry

a z nich určen červený posuv [42], a tím byla potvrzena kosmologická vzdálenost těchto objektů. Díky zpřesněné poloze záblesku bylo možné návazným pozorováním určit i hostitelskou galaxii, tedy galaxii, o které se domníváme, že z ní záblesk pochází. Výsledky studií spekter těchto galaxií se shodovaly s červeným posuvem dosvitu a potvrdily tedy vzájemnou souvislost. Rozmezí pozorovaných červených posuvů z se pohybuje v širokém rozmezí od 0,00865 do 4,5, s mediánem kolem $z \sim 1$.

Nejzajímavějším důsledkem znalosti vzdálenosti je odhad energie výbuchu. Protože není jasné, zda je výbuch sféricky symetrický či nikoli, k odhadům se používá isotropní ekvivalent energie pro sférickou explozi

$$E_{\text{iso}} = \frac{4\pi f d_1^2}{1+z}, \quad (1.3)$$

kde f je *fluence* a d_1 je vzdálenost. Energie záblesků gama spočítané z pozorovaných energetických toků v mezích 10^{-5} až 10^{-7} erg/cm² se pohybují mezi 10^{50} až 10^{54} erg/s, odpovídají tedy anihilaci několika Sluncí během jedné sekundy. Jsou to největší pozorované exploze ve vesmíru.

Existuje síť teleskopů připravených k pozorování optických dosvitů, číhajících na satelitní hlášení o záblesku. Včasná detekce je důležitá, ale není vůbec jednoduchá, neboť jasnost dosvitů strmě klesá s časem, obvyklé hvězdné velikosti optických dosvitů rychle klesají nad 18–20 mag již po několika hodinách. Zajímavé je, že zdaleka ne u všech záblesků byl dosvit pozorován. Na vině je především obtížná přesná lokalizace zdroje, pozdní reakce, špatné počasí a další faktory, nicméně i v případě velmi přesné a rychlé lokalizace se asi u třetiny takto dobře lokalizovaných záblesků nepodařilo optický dosvit detekovat; takovým zábleskům se říká temné (*dark bursts*).

Za zmínku stojí, že všechny doposud detekované dosvity náleží dlouhým zábleskům. Toto lze v současné době považovat za čistě observační výběrový efekt, chování krátkých záblesků není zatím možné bez lepších pozorovacích dat odhadnout.

V poslední době se zdá, že záblesky gama mají své nízkoenergetické bratříčky, tzv. rentgenové záblesky (*X-ray flashes*, XRFs), které v mnohých parametrech připomínají energetičtější záblesky gama. Zda se jedná o novou podskupinu jevů, nějakým způsobem „zmrzačených“ záblesků gama, se doposud neví [44].

1.1.2 Původ záblesků gama

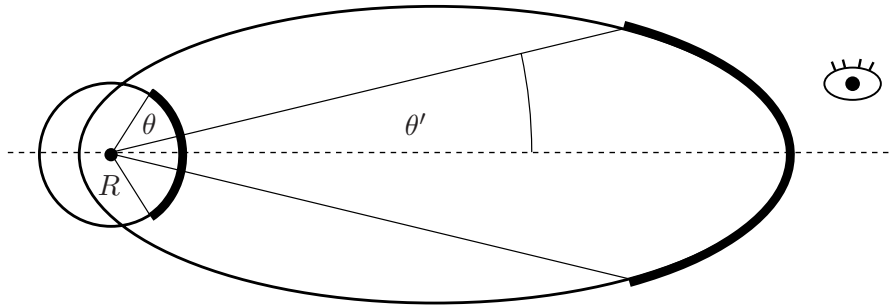
V roce 1974 bylo na konferenci v Huntsville představeno přes sto teorií o původu záblesků gama, tedy mnohem více, než bylo v tu dobu známo záblesků. Malvin Rudeman tehdy na závěr trefně poznamenal, že všechny tyto modely mají jednu věc společnou, a sice, že možná až na jednu výjimku nevysvětlují správně záblesk gama, pro nedostatek času však nestihl říci, která teorie tu výjimku tvoří [9].

Vůdčí model záblesku gama, který předpovídá dosvity, se nazývá model relativistické ohnivé koule (*fireball*) a šalamounsky nepotřebuje detailní znalost příčiny exploze, popisuje pouze způsob, jakým se energie přenáší od zdroje a její přeměnu na gama záření a na následné záření dosvitu. Představujeme si, že zdroj vyvrhne plazmu v extrémně rychlých slupkách pohybujících se s $\Gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \sim 100-1000$, rychlejší slupky se srážejí s dříve vyvrhnutými pomalejšími, interagují spolu, vzniká rázová vlna, která relativistickou verzí Fermiho procesu [25] urychluje elektrony a zesiluje magnetické pole. Urychlované nabitě lehké částice, elektrony a pozitrony v magnetickém poli září synchrotronovým zářením, případně je energie takto emitovaných fotonů ještě zvýšena inverzním Comptonovým rozptylem [45], [51], [55].

Celá soustava se pohybuje velmi rychle k nám, a její záření je tedy Dopplerovým efektem posunuta do gama oblastí. Pokud by Γ faktor byl nižší, vzniklé gama fotony by ve své klidové soustavě překročily mez anihilační energie a vytvořily by elektron-pozitronové páry, očekávali bychom tedy termalizované spektrum, což nepozorujeme [45], [51].

Protože je celý pohyb relativistický, tok se začne intenzivně brzdit tehdy, až když celá soustava před sebou nahrne částice o úhrnné hmotnosti srovnatelné s energií-hmotou expandující plazmy. Vzniká rentgenový dosvit. Jak se celá obálka rozpíná, tak chladne a maximum emise se posouvá k nižším frekvencím, vzniká optický a postupně i rádiový dosvit. Sférické řešení relativisticky expandující obálky rozpínající se do hmotného prostředí bylo poprvé popsáno semiempirickým *self-similar* řešením [59].

Tento jednoduchý obrázek doznal řady změn, vylepšení a komplikací, nicméně podstata zůstala stejná. Nejvýraznější změnou je uvážení nesférické exploze.



Obrázek 3: Relativisticky expandující obálka. Pozorovatel se dívá z nekonečna vpravo. Úhel θ (na obr. 60°) se v případě rychlosti $v = 0,99c$ zmenší na $\theta' \sim 14^\circ$. Převzato z [5].

Podobně jako u kvazarů a mikrokvazarů pozorujeme výtrysky, je možné podobnou geometrii očekávat i u záblesků gama. Již samotná relativisticky expandující sférická slupka se jeví vzdálenému pozorovateli jako úzce kolimovaný výtrysk, neboť k pozorovateli mohou doletět pouze fotony z úzkého úhlu $\theta \propto 1/\Gamma$ [5]. Po-

kud uvážíme nesférický výbuch v podobě úzkého relativistického výtrysku (*jet*), musí nastat okamžik, kdy se plazma zbrzdí natolik, že šířka výtrysku v klidové soustavě výtrysku bude srovnatelná s námi viděným úhlem. V ten okamžik se výtrysk začne výrazně rozpínat do stran a ochlazovat, měli bychom tedy pozorovat pokles v intenzitě záření. Z tohoto zlomu, který byl opravdu v dosvitech mnohokrát pozorován [61], se lze domnívat, že záblesky gama explodují v úzce kolimovaných výtrscích, což o $\Omega/4\pi \propto \theta^2$, kde θ je pološířka výtrysku, snižuje nároky na celkovou energii záblesku $E_\gamma = \Omega E_{\text{iso}}$ a zvyšuje celkový počet záblesků z odhadovaných 10^{-6} za rok na galaxii ($\sim 250 \text{ Gpc}^{-3}/\text{rok}$ – měřeno v soustavě spojené se Zemí) o faktor $4\pi/\theta^2/2$, protože vidíme jen záblesky mířící přímo k nám. Odhady pro úhel θ jsou v rozmezí 1–10 stupňů.

Dalším důvodem pro existenci výtrysku je scintilace dosvitu v rádiovém oboru. Čelní plocha expandujícího kužele zodpovědného za dosvit je již dostatečně velká na to, aby rozptyl záření na mezihvězdné hmotě způsobil snížení pozorované scintilace, podobně jako blikají kotoučky planet při pozorování skrz atmosféru. Nepravdělnosti způsobené náhodným rozptylem na mezihvězdném prachu se snadněji zprůměrují. I tento jev se pozoroval [47].

Přirozeným důsledkem kolimace je existence tzv. dosvitů sirotků (*orphan afterglows*), tedy jevů, u kterých se pozorovatel nachází mimo osu výtrysku a vidí až optickou fázi, kdy se výtrysk dostatečně rozšíří, nikoli však samotný záblesk. Uvážením statistiky pozorovaných sirotků je možné odhadnout průměrnou velikost úhlu výtrysku [50].

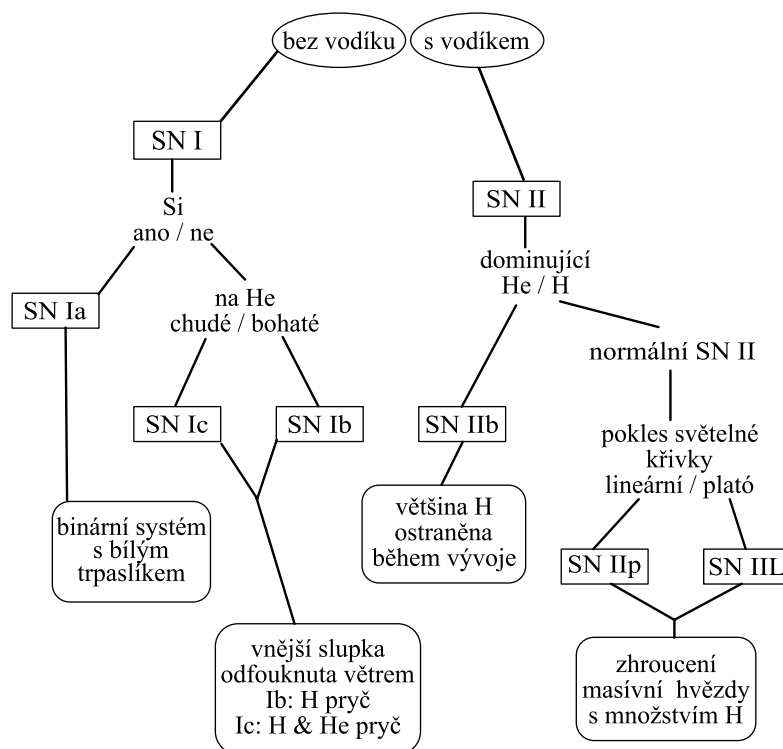
1.2 Úvod do studia supernov

Jednoduše řečeno, supernova je závěrečné stadium vývoje hvězdy zakončené mohutnou explozí. Tato exploze je pozorovatelná v širokém rozmezí elektromagnetického spektra: v gama, v RTG, UV a v optickém oboru. Pozorujeme několik druhů supernov; jejich klasifikace vychází z historie, je založena na spektrální klasifikaci a nemusí vždy neodpovídat fyzikálním procesům, o nichž věříme, že se při výbuchu supernovy odehrávají.

Základní rozdělení je podle přítomnosti čar vodíku. Supernovy typu I neobsahují ve spektru čáry vodíku, supernovy typu II ano. Další dělení vyplývá z přítomnosti dalších čar a z tvaru světelné křivky. Jednoduché schéma je na obrázku 4.

1.2.1 Supernovy typu I

Existují tři základní podtřídy, typy Ia, Ib, Ic. Z fyzikálního hlediska je dnes známo, že SN Ia vznikají v binárním systému, kde je jednou ze složek bílý trpaslík. Bílý trpaslík je objekt, složený nejčastěji z uhlíku a kyslíku, který dříve býval aktivní hvězdou a u něhož je gravitace vyvážena gradientem tlaku elektronového plynu. Podobně jako v klasickém systému dvojhvězd, může i u systému bílý trpaslík–



Obrázek 4: Schéma názvosloví typů supernov. Převzato z [80].

hvězda docházet k přetékání hmoty z druhé složky na kompaktnější, v tomto případě na bílého trpaslíka. Jestliže hmotnost bílého trpaslíka přesáhne Chandrasekharovu mez stability (u nerotujícího bílého trpaslíka přibližně $1,4 M_{\odot}$) hvězda se zhroutí. Přitom se zahřeje natolik, že dojde k zažehnutí termionukleární reakci v celém objemu hvězdy, což vede k obrovskému výbuchu o energii pohybující se okolo 10^{51} ergů, který trpaslíka rozmetá.

Jednotlivé světelné křivky supernov typu Ia si jsou podobné co do tvaru i co do maximálních hodnot (SN1985a, 1989b). Protože hmotnost bílého trpaslíka je vcelku přesně určena Chandrasekharovou mezí a ta je při deklarovaném uhlíko–kyslíkovém složení přesně dána, je energetická bilance výbuchu supernov typu Ia podobná⁴⁾. Pro jejich jednoduchou kalibrovatelnost se supernov typu Ia využívá jako standardních svíček ve vesmíru. Jedna z možností měření Hubblovky konstanty vychází právě z pozorování vzdálených supernov typu Ia [62].

Pro naše účely je důležité odhadnout dobu mezi případnou gama emisí⁵⁾ a optickou manifestací supernovy. Empiricky z pozorování i podle modelů [67] se ukazuje, že při výbuchu supernovy typu Ia vzniká nejprve gama záření a zhruba

⁴⁾ Chandrasekharova mez je jen o několik procent vyšší v případě, že kompaktní objekt rychle rotuje.

⁵⁾ Gama emisí se myslí vlastní záblesk gama v případě, že se supernovou fyzikálně souvisí.

za 20 dní pozorujeme optickou fázi. Přesné hodnoty se liší. Typické příklady supernov typu Ia ukazují, že nejčastěji bývá časový rozdíl mezi optickou a gama fází 20 dní, s odchylkou 7 dní.

Není důvod očekávat, že supernovy typu Ia jsou spojeny se záblesky gama, případná korelace by byla překvapením, nebo by signalizovala chybu v přístupu nebo v teoretických předpokladech.

Typy Ib a Ic jsou svojí podstatou velmi podobné supernovám typu II, jejich fyzikální interpretace bude uvedena u typu II (kap. 1.2.2). Z observačního hlediska supernovy typu Ib neobsahují čáry vodíku, ale čáry hélia (SN1983n, SN1984l), zatímco čáry supernovy typu SN Ic jsou na hélium chudé (SN1983i, SN1983v).

I přesto, že supernovy typu Ib a Ic nevykazují ve spektru známky přítomnosti vodíku, věříme, že i tyto supernovy vznikají kolapsem velmi hmotné hvězdy. Na rozdíl od supernov typu Ia neobsahují ve spektru čáry křemíku Si. Supernovy bez vodíku ale bohaté na hélium označujeme jako typ Ib (SN 1983N, SN 1984L), zatímco na hélium chudé typem Ic (SN 1983I, SN 1984L). Supernovy typu Ib a Ic jsou výsledkem kolapsu hvězdy, často Wolf-Rayetovy hvězdy, která odvrhla více (Ic), či méně (Ib) vnější slupky.

Mezní typ mezi supernovami typu Ib a Ic je označován jako typ Ib/c.

1.2.2 Supernovy typu II

Tyto supernovy jsou závěrečným stadiem vývoje jedné hmotné hvězdy, o hmotnosti vyšší než $10 M_{\odot}$. Zjednodušeně řečeno, bouřlivé závěrečné fáze zpravidla končí kolapsem jádra hvězdy, které se zastaví buď zhroucením hvězdy v neutronovou hvězdu, kde gravitační síle vzdoruje gradient tlaku jaderných sil, a pokud ani jaderné síly nejsou schopny vzdorovat gravitaci, kolaps pokračuje a vznikne černá díra. V případě, že neutronová hvězda rotuje a během kolapsu znásobila své magnetické pole, můžeme pozorovat tzv. pulsar.

Během kolapsu dojde k překročení kritické hmotnosti elektronově degenerovaného železného jádra. V tom okamžiku nastane prudký kolaps, kdy se v jádrech za vznikne neutronů začnou volné elektrony spojovat s protony. Jádra se rozpadají. Zhroucení se až do okamžiku zformování neutronové hvězdy děje volným pádem. Tím se uvolní obrovské množství potenciální energie, která z jádra uniká ve formě neutrin. V okamžiku kolapsu převýší výkon hvězdy v oblasti neutrin její zářivý výkon až o 7 řádů. Téměř všechna neutrina projdou tělesem hvězdy, ale některá se ní zachytí a předají látce svou kinetickou energii. Tím ji silně zahřejí a vznikne rázová vlna, která hvězdu rozmetá.

Na přesný způsob exploze a na vlastnosti původní hvězdy, například na její metalicitu, je možné usuzovat z čar prvků zastoupených ve spektru. Rozdíl je především v tom, zda hvězda odvrhla svoji vodíkovou a héliovou slupku již dříve v podobě hvězdného větru, nebo při výbuchu, který předchází explozi supernovy, nebo až při samotném výbuchu supernovy.

Supernovy typu II mohou obsahovat ve spektru jak vodík, tak čáry hélia. V případě, že převažuje hélium, představujeme si, že hvězda již svoji vodíkovou obálku ztratila, například v důsledku přetoku hmoty v binárním systému, tyto označujeme jako supernovy typu IIb (SN1993j, SN1987k), zatímco supernovy s převahou vodíku nad héliem neoznačujeme speciálním písmenem, tedy prostě typ II.

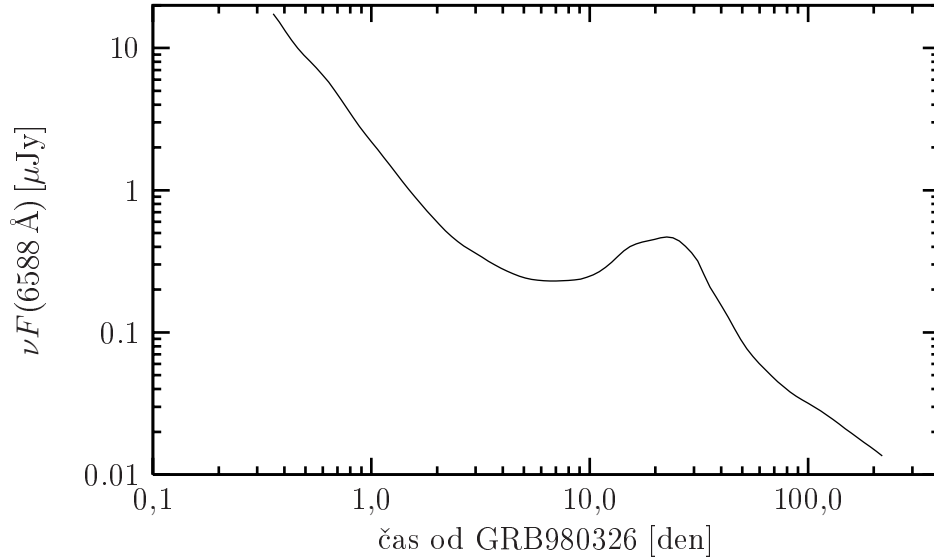
Podle vývoje světelné křivky supernov typu II je můžeme rozdělit na ty s lineárním poklesem jasnosti po dosažení maxima jasnosti, typ II-L (SN1980k, SN1979c), a na ty, u kterých pozorujeme po dlouhou dobu téměř konstantní jasnost tvořící plató v pozdním stadiu, typ II-p (SN1987a, SN1988a, SN1969l). Oba tyto typy předpokládají zbytky vodíku v obálce.

1.2.3 Poznámka ke klasifikaci

Uvedená klasifikace není jednoduchá a není ani jednoznačná, protože některé supernovy vypadají jako hybridní případy, nebo se vyvíjí od jednoho typu k druhému. Jako ve většině pravidel i zde existují výjimky. Obecně lze říci, že neexistují dvě zcela stejné supernovy typu II [57]. V případech, kdy je interpretace nejasná, je označení typu doprovázeno otazníkem, v případě hodně neobvyklého chování se supernovy označují jako pekuliární, přívlastek -pec (*peculiar*, SN1999eu).

2 Proč očekávat korelaci

Přirozenou reakcí astronomů na objev nového jevu, záblesku gama, byla snaha ztotožnit ho s něčím již známým. Pokusy o hledání korelací mezi záblesky gama a aktivními galaktickými jádry, kvazary nebo rádiovými kvazary, úspěšné nebyly [21]. Zdá se tedy rozumné hledat dál.



Obrázek 5: Světelná křivka dosvitu záblesku gama GRB980326. Převzato z [68].

Dnes se nejvíce astronomů kloní k vysvětlení, že záblesk gama je spojen s konečným stadiem vývoje velmi hmotné hvězdy $> 50 M_{\odot}$, patřící patrně mezi první hvězdy, označované jako hvězdy třetí populace. Jako první důvod bývá udáván hrubý odhad plynoucí z rychlé proměnnosti světelné křivky $r \sim c \delta t \sim 10^6 \text{ cm}$, který dává tušit, že máme co do činění s objekty zhruba velikosti hvězdy, stejně tak i hmotnostní odhad z energie výbuchu dává výsledek v desítkách hmotností Slunce. Jako nejvýkonnější a nejefektivnější zdroj energie se jeví gravitační energie kolabujícího objektu, mající efektivitu kolem 10 %. Obvykle takto vzniká velmi kompaktní objekt, neutronová hvězda nebo černá díra.

Proč tedy nepátrat po souvislostech s explozemi, které již známe a sice s výbuchy supernov? Existuje celá řada observačních fakt, která více či méně tuto souvislost naznačují, zároveň však existuje celá řada nevyřešených otázek, které naopak vystupují proti. Stručně si je shrňme.

- Energetická bilance záblesku opravená o vhodný kolimační faktor [61] dává hodnoty typické pro kinetickou energii uvolněnou při výbuchu supernov typu Ib/c, $E_{\gamma} \sim 10^{50} - 10^{51} \text{ erg}$.
- V některých dosvitech záblesků gama pozorujeme po několika (přibližně 20)

dnech zjasnění – „hrb“, který lze interpretovat jako vhodně naškálovaný výbuch supernovy, například GRB980326 [68], [70].

- Ve spektrech některých dosvitů, například u GRB991216, GRB000214, byla objevena emisní čára interpretovaná jako Fe-K 3,5 keV, přítomná při výbuchu těžkého jádra supernovy [72]. U jiných dosvitů pozorujeme na železe absorpci, např. GRB990705. U některých záblesků byla z emisních a absorpčních čar zjištěna přítomnost Si, S, Ar a dalších prvků typických pro výbuch supernovy, např. GRB011211 [73].
- Nejzásadněji do historie debat o souvislostech mezi záblesky gama a supernovami promluvila časová i prostorová koincidence záblesku GRB980425 se supernovou SN1998bw. Pravděpodobnost, že šlo jen o náhodnou koincidence, je malá 10^{-4} [71], a pak nedávné pozorování GRB030329 a především pak jeho dosvitu, jehož spektrum a chování barevného indexu silně připomínalo supernovu, a dosvit byl klasifikován jako SN2003dh typu Ib/c [74]. Obecně je chování barevných indexů dosvitů rozdílné od chování barevných indexů supernov [48, 49].

GRB980425 je atypicky slabý záblesk (o čtyři řády slabší). I přes velkou rychlost rozpínání obálky není SN1998bw nijak výjimečná v energetické bilanci [57].

- U mnoha dosvitů je pozorována výrazná absorpce umožňující odhad vysoké sloupcové hustoty vodíku $N_{\text{H}} \sim 10^{22} \text{ cm}^{-2}$, stejně tak i výrazné zčervenání, typické pro oblasti s bouřlivou tvorbou hvězd [75], a tedy i s bouřlivým místem zániku hvězd. Hostitelské galaxie mívají modré barvy a nepravidelný tvar, tedy typické pro galaxie s bouřlivou tvorbou hvězd. V případě vzniku záblesků v těchto oblastech, lze obecně očekávat větší koncentraci záblesků blíže k centru hostitelské galaxie než ve větších vzdálenostech, protože velmi hmotné hvězdy se vyvíjejí velmi rychle $\tau \sim 1/M^{2.5}$ a nestačí se od místa zrodu příliš vzdálit. Tento nepřímý důkaz byl částečně potvrzen [69]. Nabízí se srovnání četnosti záblesků s rychlostí tvorby hvězd, bohužel není jasné, jak se měnila četnost záblesků v průběhu existence vesmíru, rovněž vývoj distribuční funkce hmotností hvězd není přesně znám.
- Pokud korigujeme četnost záblesků kolimačním faktorem, získáváme číslo srovnatelné s četností supernov.

Všechny zde uvedené motivace se vztahují k pozorovaným faktům známým pro dlouhé záblesky, protože doposud nebylo z technických důvodů možné pozorovat dosvit u krátkého záblesku. Zda je příčina krátkých záblesků táž nebo jiná, není známo. Přesto se vědecká komunita kloní k neověřené možnosti, že krátké záblesky mají souvislost se splynutím dvou neutronových hvězd, případně podobné binární soustavy, kde složky tvoří neutronová hvězda a černá díra o hmotnosti několika Sluncí, zatímco dlouhé souvisejí s kolapsem velmi hmotných hvězd.

Nejvýraznějším argumentem proti je otázka, proč tedy nepozorujeme pro každý záblesk gama supernovu a naopak. Mezi více než 60 dosvity známe pouze dvě korelace, kde je souvislost jakž takž průkazná. Jedním z možných vysvětlení je, že jen některé supernovy explodují do úzce kolimovaného výtrysku, který způsobuje záblesk gama, ve většině případů je tedy pozorována buď supernova, nebo záblesk. Střed výtrysku je pro světlo supernovy buď neprůhledný, nebo eventuelní dosvit supernovu přezáří a my ji nerozlišíme. Pouze pokud pozorujeme dosvit pod malým úhlem od osy výtrysku, můžeme spatřit jak supernovu, tak záblesk gama. Odhad zlomku supernov spojených s záblesky gama by tedy mohl výrazně přispět k určení horního limitu pro velikost výtrysku.

Rovněž si můžeme položit otázku, proč nepozorujeme i další čáry, typické pro supernovy, například radioaktivní Ni. Přítomnost Fe-K čáry je vítána, nicméně není jasné, zda vzniká blízko u zdroje a jak ji tedy můžeme vidět skrz expandující obálku, ta bývá neprůhledná pro RTG až do vzdáleností 10^{18} cm, kde se formuje RTG dosvit. Pokud je železo přítomno ve větší vzdálenosti, jeho úhrnná hmotnost pro pozorovanou šířku čáry je úměrná $2M_{\odot}$, což je velmi nepravděpodobné. Rovněž interpretace jen jedné nebo velmi malého počtu čar ve spektru je pochybná.

Typická energie supernov se pohybuje kolem 10^{51} ergů, není zřejmé, jak vytvořit extrémně úzký výtrysk nebo jak nechat explodovat supernovu s o mnoho řádů vyšší energií, a co rozhoduje o tom, zda hvězda exploduje „normálně“ nebo do výtrysku.

Podobně jako mechanismus vzniku záření neříká nic o zdroji energie, teoretické modely rovněž poněkud šalamounsky vysvětlují nevysvětlené něčím jiným nevysvětleným, protože i přes obrovský pokrok v numerických simulacích dnes stále ještě nevíme přesně, jak vlastně exploduje hvězda (supernova).

V zásadě dnes existuje několik „zaběhnutých“ způsobů, jak vytvořit reservoár pro pozorované energie, nejlépe jako kombinace gravitační, rotační a magnetické energie.

2.1 Splynutí neutronových hvězd

Katastrofické splynutí dvou neutronových hvězd. Pokud hmotná dvojhvězda po dvakrát odolá výbuchu supernovy obou svých složek a jejich proměnu složek v neutronové hvězdy, budou tyto neutronové hvězdy kolem sebe dále obíhat. Protože se jedná o velmi kompaktní rotující objekty budící rychle se měnící nesférické gravitační pole a protože pro neutronové hvězdy jsou typická velmi silná magnetická pole, která bývají kolapsem nebo principem dynamu značně zesílená, bude systém ztrácet energii vyzařováním elektromagnetických a gravitačních vln. Vzdálenost obou složek se bude zkracovat, až dojde ke srážce a následnému splynutí obou hvězd v černou díru s akrečním diskem, který je rychle pohlcen do černé díry. Známými příklady takové dvojice neutronových hvězd, u kterých se zkracuje rotační perioda, jsou PSR 1913+16 nebo PSR 1534+12. Přítomnost magnetických polí umožňuje částicím pohyb kolmo na rovinu akrece a může se tak vytvořit výtrysk [76].

2.2 Hypernova

Asi nejprozaičtější a nejpřímochařejším modelem záblesku gama je model popisující výbuch supernovy, avšak pro velmi hmotnou hvězdu, o hmotnosti až 25–100 Sluncí. Jádro takové hvězdy kolabuje přímo do černé díry, uvolněná gravitační energie se transformuje v termální energii převážně v podobě neutrin a rozmetá obálku hvězdy, ta se potom dále vyvíjí jako výše popsaná ohnivá koule. Existují simulace popisující, jak vhodně navrženým magnetickým polem donutit výbuch k explozi do výtrysku [77]. Buď je možné vytvořit výtrysk pomocí magnetického a elektrického pole přímo, pomocí Blandfordova–Znajekova procesu, nebo složitější cestou anihilací neutrin. Dvě neutrina padající pod malým úhlem vůči rovině eventuální akrece mohou vytvořit elektron–pozitronové páry pohybující se kolmo na tuto rovinu, ty mohou následně anihilovat $\nu\nu \rightarrow e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Avšak dlužno podotknout, že tyto simulace mají stále ještě velké problémy ve fázi, kdy se zastavuje kolaps obálky a kdy dochází k extrémnímu navýšení teploty. Nevyřešenou otázkou zůstává fakt, že velmi hmotné hvězdy obvykle v závěrečných stadiích života odvrhnou značnou část hmoty v podobě hvězdného větru. Pro podobnost s výbuchem supernovy a extrémnějším podmínkám je tento model nazýván výbuchem hypernovy.

Popsat přesně samotný proces vyžaduje velmi složité výpočty, vlastní výbuch je citlivou funkcí původní hmotnosti hvězdy, zastoupení těžších prvků – metallicity, rotace – úhlového momentu a magnetického pole. Primární neznalost těchto vlastností ztěžuje veškeré předpovědi o vývoji výbuchu.

2.3 Supranova

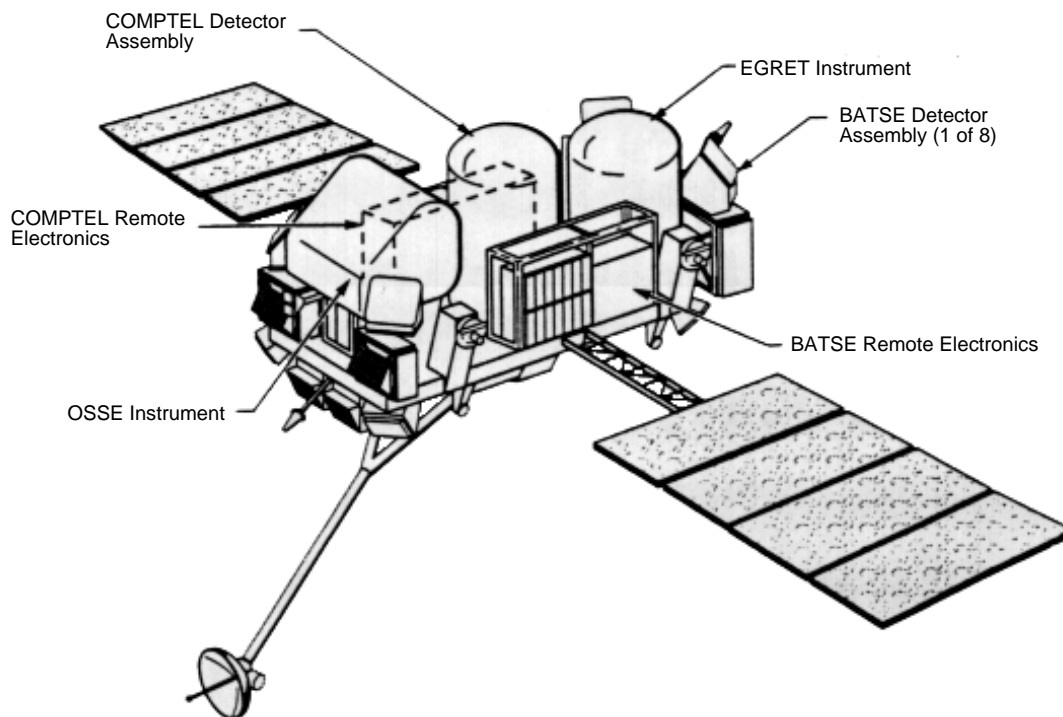
Jinou možností zahrnující kolaps do černé díry je kolaps „nadvakrát“. Velmi rychle rotující hvězda nejprve zkolabuje jako klasická supernova do ještě rychleji rotující neutronové hvězdy (moment hybnosti hvězdy se zachovává, poloměr se prudce zmenší), tato neutronová hvězda může nejen rychle rotovat, ale stejně tak může nést silné magnetické pole. Ať už v důsledku akreující hmoty, nebo v důsledku ztráty gravitační, magnetické nebo rotační energie, se systém stane nestabilní a zkolabuje nadobro do černé díry, přičemž „vcucne“ zbývající obálku a zbytky akrečního disku a vymrští je kolmo na rovinu akrece v podobě ohnivé koule. Expandující hmota se zpočátku nebrzdí, protože prostředí v blízkosti kompaktního jádra je již vymetené předchozím výbuchem. Brzdí se podle klasického modelu až poté, co dostihne ejekta vyvržená při prvotním výbuchu supernovy. Tento model nese jméno supranova [78].

3 Data

3.1 Záblesky gama

3.1.1 CGRO

Družice *the Copmton Gamma Ray Observatory* (CGRO) byla navržena na pozorování vysokoenergetické části spektra. Na její palubě byly k tomu celkem čtyři experimenty: *the Burst And Transient Source Experiment* (BATSE), *the Oriented Scintillation Spectrometer Experiment* (OSSE), *the Imaging Compton Telescope* (COMPTEL), a *the Energetic Gamma Ray Experiment Telescope* (EGRET). Na obrázku 6 (převzato z [89]) je schematický pohled na družici s popisem umístění jednotlivých experimentů. Na oběžnou dráhu dopravil 17 tun vážící družici 5. dubna 1991 raketoplán Atlantis. Její činnost byla ukončena pádem do Tichého oceánu 4. června 2000.



Obrázek 6: Celkový pohled na družici CGRO. V „rozích“ jsou patrné detektory BATSE.

OSSE

Experimentální zařízení OSSE se skládá ze čtyř NaI scintilačních detektorů citlivých v energetickém rozsahu od 50 keV do 10 MeV. Každý z detektorů může být zaměřen nezávisle.

COMPTEL

Zařízení COMPTEL pracuje s energetickým rozsahem od 1 MeV do 30 MeV. Detektor se skládá ze dvou částí. Horní část je vyplněna scintilační tekutinou, která rozptyluje příchozí gama foton (Comptonův rozptyl). Emitovaný foton je absorbován v druhé části detektoru NaI krystalem. Konstrukce zařízení umožňuje určit směr a energii příchozího gama fotonu a rekonstruovat obraz zdroje a jeho energetické spektrum.

EGRET

Zařízení EGRET detekuje gama fotony od 20 MeV do 30 GeV. K detekci používá jiskrovou komoru a NaI scintilátor. EGRET má zorné pole široké přibližně 80° .

BATSE

Experiment BATSE je pro tuto práci klíčový, proto si zaslouží detailnější popis v samostatné kapitole.

3.1.2 BATSE

Na obrázku 7 (převzato z [89]) je jeden z osmi detektorů BATSE. Každý z nich se skládá ze dvou částí: *Large Area Detector* (LAD) je optimalizován na detekci směru, odkud záření přichází a *Spectroscopy Detector* (SD) je optimalizován pro spektroskopické rozlišení. Osm detektorů je na družici konfigurováno tak, že plochy jejich LAD částí jsou rovnoběžné se stěnami pravidelného osmistěnu.

Large Area Detector

Hlavní část LAD je tvořena kotoučem z krystalu NaI o poloměru 50,8 cm a výšce 1,27 cm. Ten je upevněn na 1,9 cm silné vrstvě křemíku. Světlo je sbíráno třemi fotonásobiči, jejichž signál je sčítán. Před vlastním detektorem je umístěn anti-koincidenční štít. Citlivost LAD detektoru je od 20 keV do 1,9 MeV.

Spectroscopy Detector

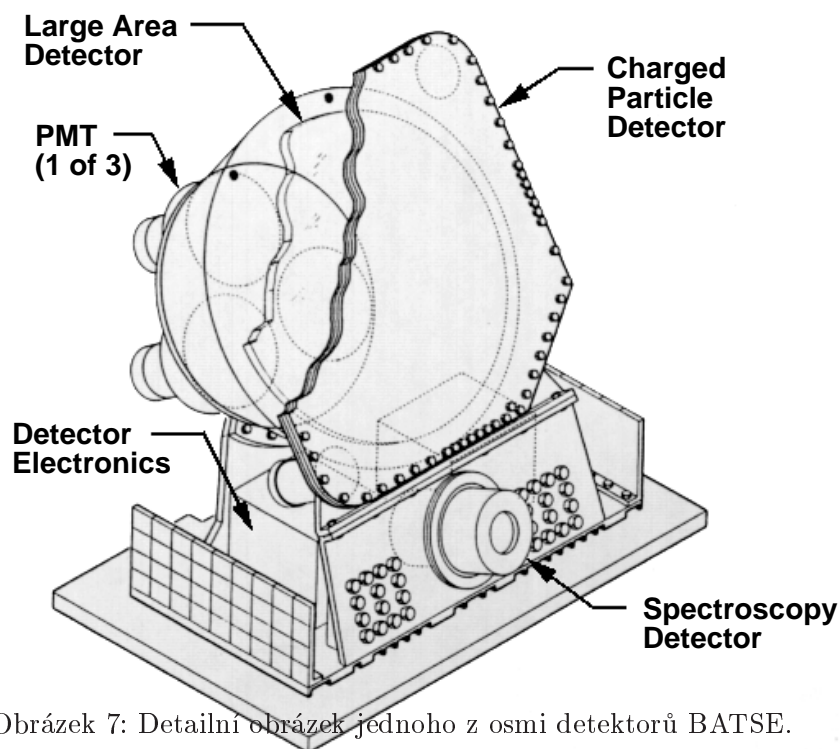
Tento detektor je tvořen krystalem NaI ve tvaru válce o poloměru 12,7 cm a výšce 7,62 cm. Krystal je spojen s fotonásobičem. SD detektor pracuje v energetickém pásmu od 10 keV do 100 MeV.

Kanály

Data čtená z fotonásobičů jsou podle energie dělena do čtyř kategorií – kanálů. Jejich definice obsahuje tabulka 1.

Detekce

BATSE aktivuje záznamový mód v případě, že na dvou a více detektorech přesáhne tok fotonů prahovou hodnotu, která je určena jako násobek standardní chyby pozadí (většinou 5,5). Prahová hodnota v jednotkách toku je tedy vztažena k hodnotě toku pozadí, závisí na aktuální pozici družice. Tok je testován na třech časových škálách: 64 ms, 256 ms a 1024 ms. Obrázek 8 (převzato z [89])



Obrázek 7: Detailní obrázek jednoho z osmi detektorů BATSE.

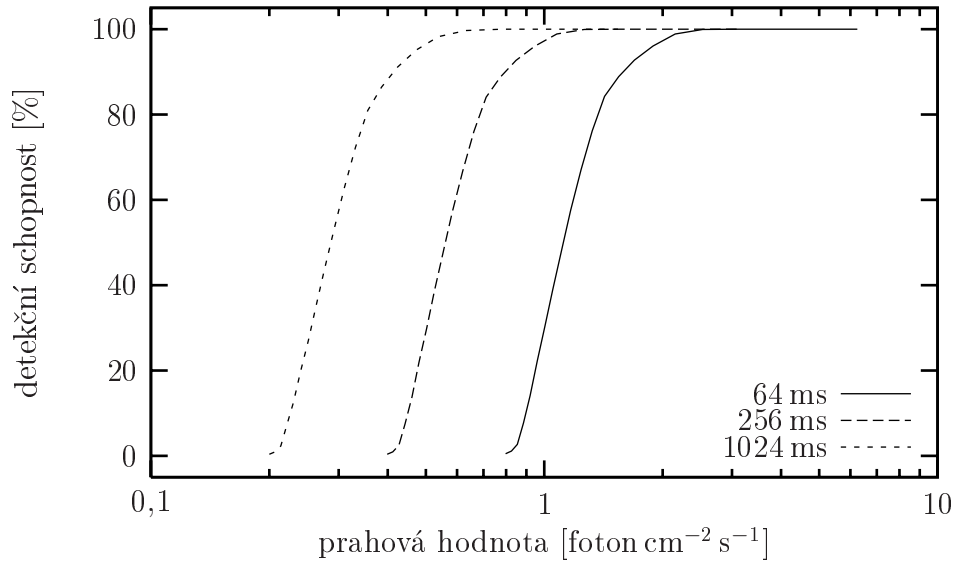
ukazuje pro jednotlivé časové škály schopnost detekovat záblesk gama v závislosti na toku fotonů. Schopnost 100 % znamená, že bude aktivován záznamový mod v každém případě, kdy záblesk gama je v zorném poli BATSE.

Detektory BATSE nejsou schopny pozorovat celou oblohu ani nepřetržitě během celého provozu. Brání jim v tom Země, Van Allenovy pásy, načítání dat pozorovaného záblesku gama, komunikace se Zemí. Relativní část oblohy $f_c(\rho)$, kterou je BATSE schopna monitorovat, je funkcí deklinace. Závislost je znázorněna na obrázku 9 (převzato z [89]). Střední hodnotu lze určit integrací a normováním:

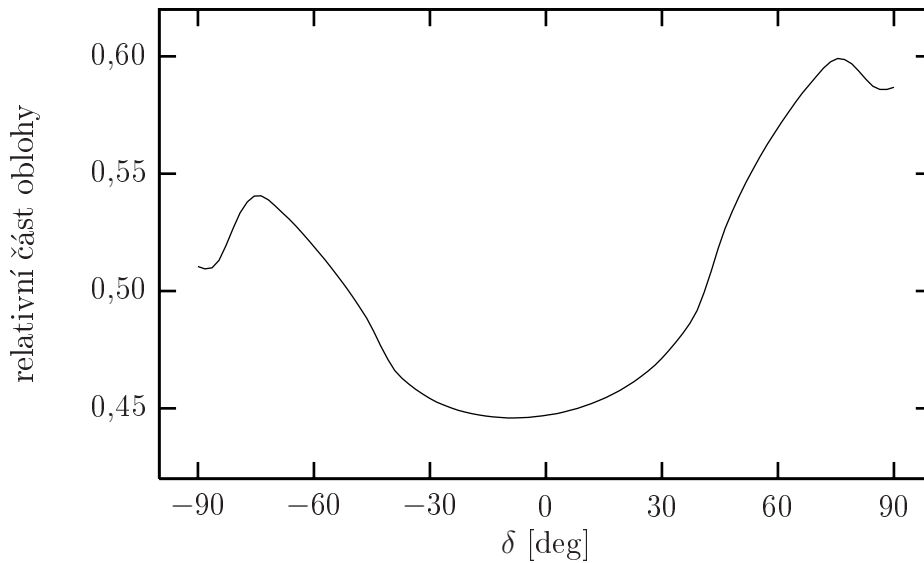
$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_c(\delta) d\delta = 0,519. \quad (3.1)$$

kanál 1	20–50 keV
kanál 2	50–100 keV
kanál 3	100–300 keV
kanál 4	>300 keV

Tabulka 1: Rozsahy energií pokrývající jednotlivé kanály detektorů BATSE.



Obrázek 8: Schopnost detekovat záblesk gama v závislosti na toku fotonů pro tři časové škály: 64 ms, 256 ms a 1024 ms.



Obrázek 9: Relativní části oblohy, kterou je schopna BATSE monitorovat, v závislosti na deklinaci δ .

3.1.3 Import dat

Data jsou získána z následujících souborů:

```

http://f64.nsstc.nasa.gov/batse/grb/catalog/current/tables/basic\_table.txt
http://f64.nsstc.nasa.gov/batse/grb/catalog/current/tables/flux\_table.txt
http://f64.nsstc.nasa.gov/batse/grb/catalog/current/tables/duration\_table.txt

```


Každý z těchto souborů obsahuje několik sloupečků s daty. V prvním sloupečku je vždy tzv. „číslo události“ (*trigger number*), pomocí kterého lze data spojit do jednoho souboru. Tento soubor je potom importován do databáze. Z jednotlivých souborů byly použity následující hodnoty:

<code>basic_table.txt</code>	ID, TJD, α , δ , ρ
<code>flux_table.txt</code>	f_2 , f_3 , F_{64}
<code>duration_table.txt</code>	t_{90} ,

kde ID je identifikátor záblesku gama, TJD popisuje okamžik v juliánských dnech, kdy k události došlo, α a δ jsou rektascenze a deklinace, ρ je poloměr chybové kružnice, f_2 je *fluence* druhého kanálu, f_3 je *fluence* třetího kanálu, F_{64} je energetický tok a T_{90} je doba jeho trvání. Všechny uvedené veličiny budou podrobně diskutovány v následující kapitole.

3.1.4 Základní charakteristiky

V této kapitole budou představeny jednotlivé veličiny a jejich hodnoty z BATSE katalogu, které byly v této práci použity.

ID

Každý záblesk gama je identifikovaný unikátním řetězcem znaků. V notaci regulárních výrazů ho lze popsat schématem

$$(4B|GRB)?[0-9]\{6\}[a-z]*.$$

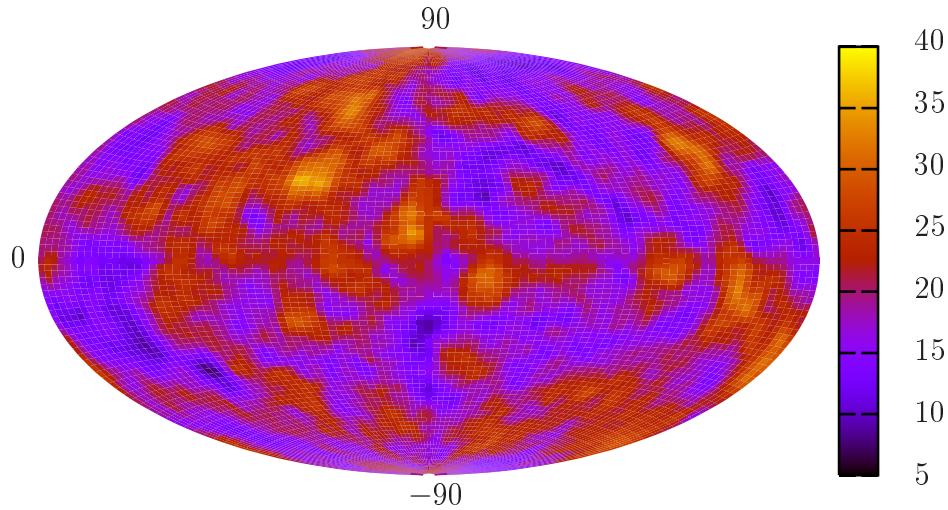
První část 4B popř. GRB říká⁶⁾, ke kterému katalogu údaj přísluší. 4B označuje tzv. „4B Catalog“, GRB označuje tzv. „Current Catalog“.⁷⁾ Následujících šest číslic reprezentuje datum (den), kdy byl záblesk gama detekován. A to ve tvaru *RRMMDD*, kde *RR* je poslední dvojčíslí v roce, *MM* a *DD* identifikuje měsíc a den ve dvou ciferném zápisu. Může následovat písmeno, které rozlišuje záblesky gama během jednoho dne. Pořadí se určí podle abecedy.

Souřadnice

Souřadnice jsou v katalogu BATSE uvedeny ve dvou souřadných systémech: jako rektascenze a deklinace k equinokciu 2000 a v galaktických souřadnicích. Chyby určení pozice budou diskutovány v následujícím odstavci. Hustota záblesků gama je zobrazena na obrázku 10 (v galaktických souřadnicích). Izotropní rozložení záblesků gama, patrné z obrázku 10, byl jedním z významných objevů BATSE.

⁶⁾ Pouze v případě BATSE katalogů. Obecně řetězec GRB značí typ objektu, tedy záblesk gama.

⁷⁾ Katalog záblesků gama BATSE se vyskytuje v několika verzích. Postupně, jak se zpracovává, vycházejí novější verze. Konkrétní verzi lze bez problému citovat. „Current Catalog“ je poslední (měnící se) verze. Odkazování se na něj může přinést komplikace, protože data mohou být upravena.



Obrázek 10: Hustota záblesků gama na obloze v galaktických souřadnicích.

Chybová kružnice

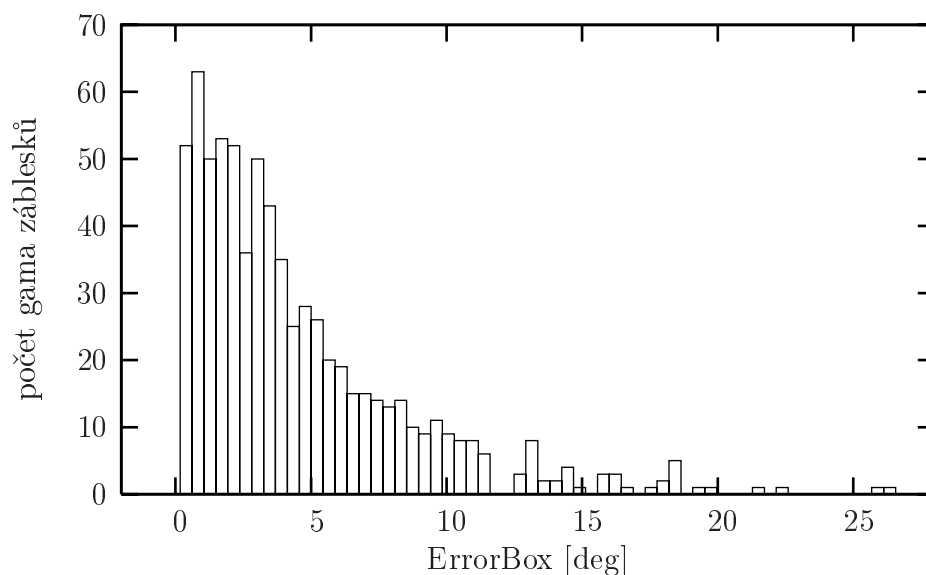
Vzhledem k vysoké energii gama fotonů je problém s přesnou lokalizací jejich směru. Chyba určení pozice záblesku gama závisí na poloze družice vůči Zemi, jejímu natočení, na počtu detektorů, které událost zachytily, na energii a intenzitě detekovaného záření. V BATSE databázi je chyba pozice záblesku gama reprezentována jako poloměr kružnice, která má stejnou plochu jako oblast, ve které je záblesk gama lokalizován s hladinou pravděpodobnosti 68 %. Na obrázku 11 je znázorněn histogram rozložení poloměrů chybových kružnic. Tabulka 2 obsahuje některé statistické charakteristiky rozdělení poloměrů chybových kružnic.

počet	2 707	—
minimum	0,17	deg
medián	3,32	deg
maximum	26,5	deg
střední hodnota	4,52	deg
standardní odchylka	4,06	deg

Tabulka 2: Některé statistické veličiny pro poloměry chybových kružnic záblesků gama. Hodnoty jsou uvedeny ve stupních.

Čas

Okamžik, kdy byl záblesk gama (resp. *trigger*) detekován, je v katalogu reprezentován dvěma údaji. Jako TJD (*Truncated Julian Day*), což je juliánský den, od kterého je odečtena hodnota 2440000,5, a počtem sekund od začátku dne. V této práci je užívána pouze hodnota TJD, vyšší přesnost je vzhledem k časovým loka-



Obrázek 11: Histogram rozložení poloměrů chybových kružnic záblesků gama pozorovaných BATSE.

lizacím u supernov zbytečná. Detekci záblesků gama v čase ukazuje obrázek 41 na straně 91. V textu je interval mezi prvním a posledním detekovaným zábleskem gama BATSE označován jako BATSE éra, tabulka 3 toto období představuje v juliánských dnech a v civilním (Gregoriánském) kalendáři.

T_{90}

Časový interval popisující trvání záblesku gama je označován jako T_{90} . Představuje dobu, během které se v detektorech naintegrovalo od 5% do 95% fotonů. Z obrázku 12, který představuje histogram T_{90} , je vidět, že záblesky gama jsou rozděleny do dvou skupin. Jedna skupina obsahuje záblesky gama, které trvají kolem 0,1 s a druhá, jejichž doba trvání je kolem 1 min.

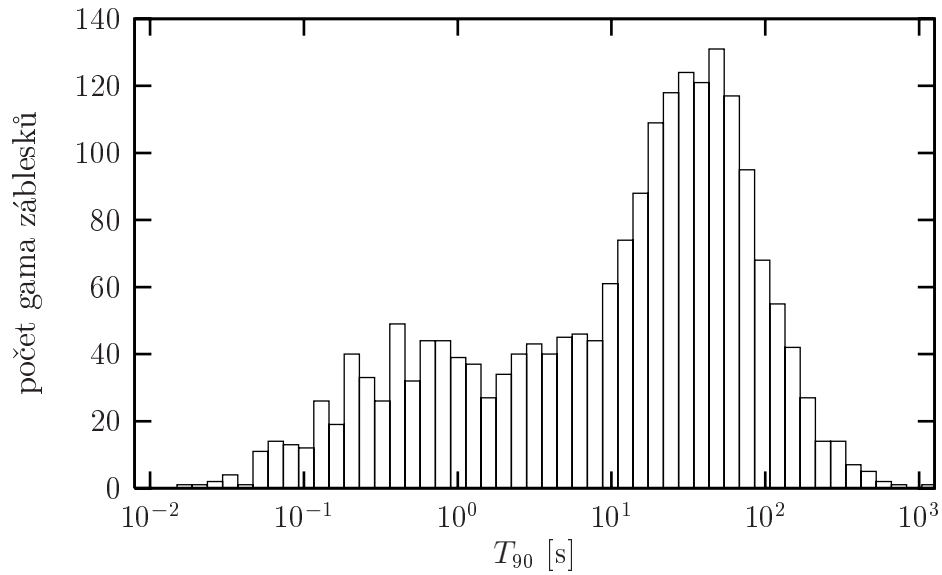
Tok částic

Dalším parametrem záblesku gama, který obsahuje katalog BATSE, je informace o toku částic (*flux*). Pro každou ze tří režimů integračních dob (64 ms, 256 ms a 1024 ms) je udáván maximální tok. V této práci byla použita hodnota F_{64} , tedy maximální tok při integrační době 64 ms. Obrázek 13 představuje histogram F_{64} .

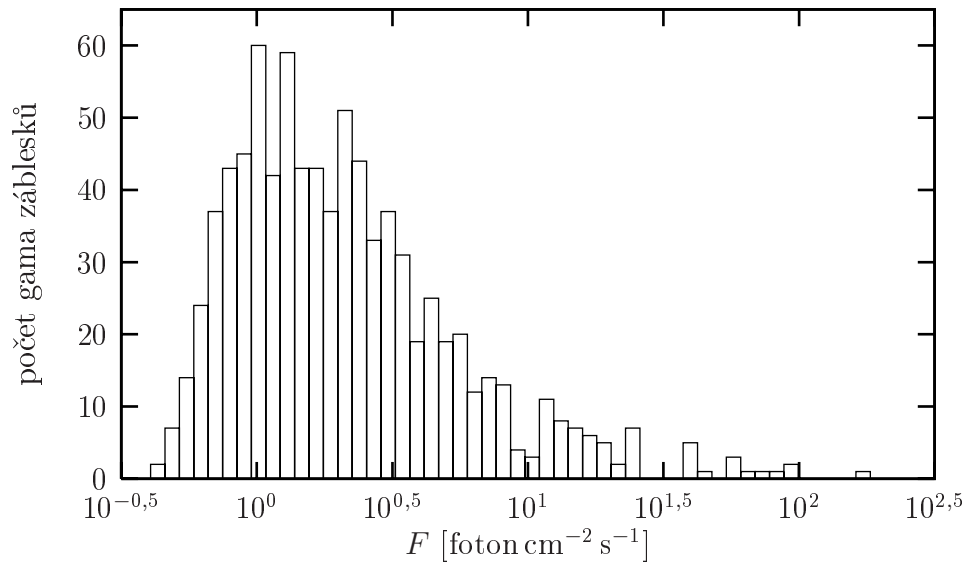
Fluence

Hodnota parametru *fluence*⁸⁾ představuje energetický tok integrovaný přes jednotku času. Reprezentuje množství energie, které zachytily detektory BATSE na

⁸⁾ V českém jazyce není pro veličinu, anglicky označovanou jako *fluence*, odpovídající výraz. V textu bude tedy používáno anglického výrazu, jakoby to byl termín český. Jednotkou *fluence* je erg cm^{-2} .



Obrázek 12: Histogram rozložení dob trvání (T_{90}) záblesků gama BATSE. Osa x je logaritmická.

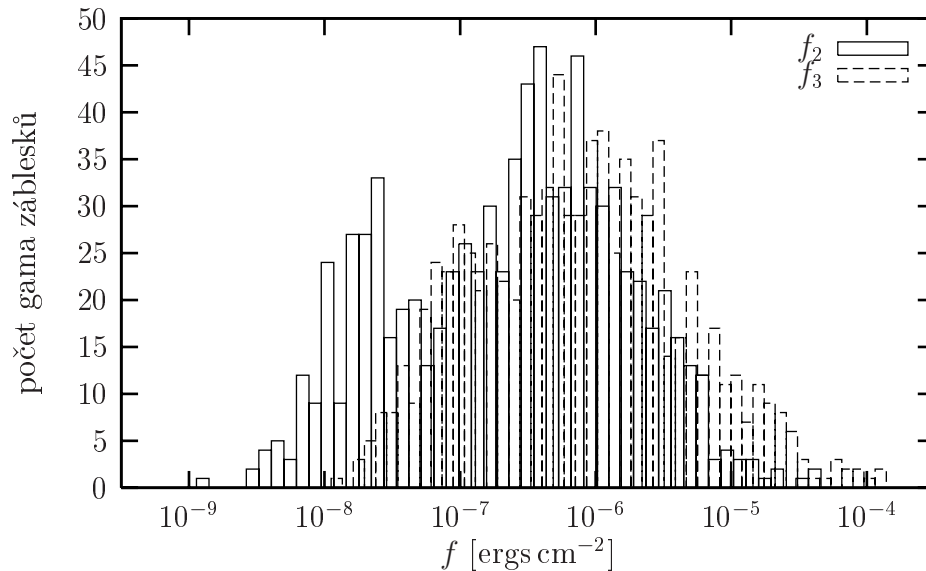


Obrázek 13: Histogram rozložení energetických toků (F_{64}) záblesků gama BATSE. Osa x je logaritmická.

jednotlivých kanálech: f_1 , f_2 , f_3 a f_4 (viz tabulka 1). V této práci se používají dva typy *fluence*: f_2 a f_3 . Tyto hodnoty *fluence*, resp. jejich histogramy jsou znázorněny na obrázku 14.

GRB	2448367,5 JD	2451690,5 JD
	24.4.1991 00:00	26.5.2000 00:00
SN	2448392,5 JD	2451673,5 JD
	16.5.1991 00:00	9.5.2000 00:00

Tabulka 3: Definice časového intervalu označovaného jako BATSE éra. Interval je definován okamžikem detekce prvního a posledního záblesku gama detektoru BATSE. Pro supernovy je interval definován okamžikem detekce první a poslední supernovy během provozu BATSE.



Obrázek 14: Histogram rozložení fluence (f_2 a f_3) záblesků gama BATSE. Osa x je logaritmická.

3.2 Supernovy

3.2.1 Import dat

Data k jednotlivým supernovám jsou získána z následujících zdrojů:

<http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html>
<http://www.sai.msu.su/sn/sncat/sn.cat>

Obě adresy ukazují na soubory obsahující katalogy supernov. První katalog je projektem *Harvard College Observatory* a *Smithsonian Astrophysical Observatory*, jejich *CFA (Center for Astrophysics)*. Druhý katalog zpracoval *SAI (Sternberg Astronomical Institute)*. Následující tabulka ukazuje, z kterého katalogu byly které použité veličiny čerpány:

CFA	ID, T_{disc} , α , δ , m , <i>offset</i> , <i>typ</i>
SAI	T_{max} , z .

Symbolem ID je označen identifikátor supernovy. T_{disc} je okamžik objevení, α a δ jsou rektascenze a deklinace, m je hvězdná velikost, $offset$ je úhlová vzdálenost od středu hostitelské galaxie, typ představuje typ supernovy, T_{max} čas maxima hvězdné velikosti a z je červený posuv. Všechny uvedené veličiny budou podrobně diskutovány v následující kapitole.

3.2.2 Základní charakteristiky

V této kapitole budou představeny jednotlivé veličiny a jejich hodnoty z katalogu SAI a CFA, které byly v této práci použity.

ID

Supernova je identifikována, podobně jako záblesk gama, unikátním řetězcem znaků. V notaci regulárních výrazů ho lze popsat schématem

$$(SN)?[0-9]\{4\}[a-z]+.$$

První část, řetězec **SN**, je nepovinný, označuje typ objektu. V katalozích, ve kterých se vyskytují pouze supernovy, je zbytečný. Následující čtyři číslice reprezentuje rok, kdy byla supernova objevena. Následující textový řetězec rozlišuje supernovy během jednoho roku. Pořadí se určí primárně podle délky řetězce, sekundárně podle abecedy.

Souřadnice

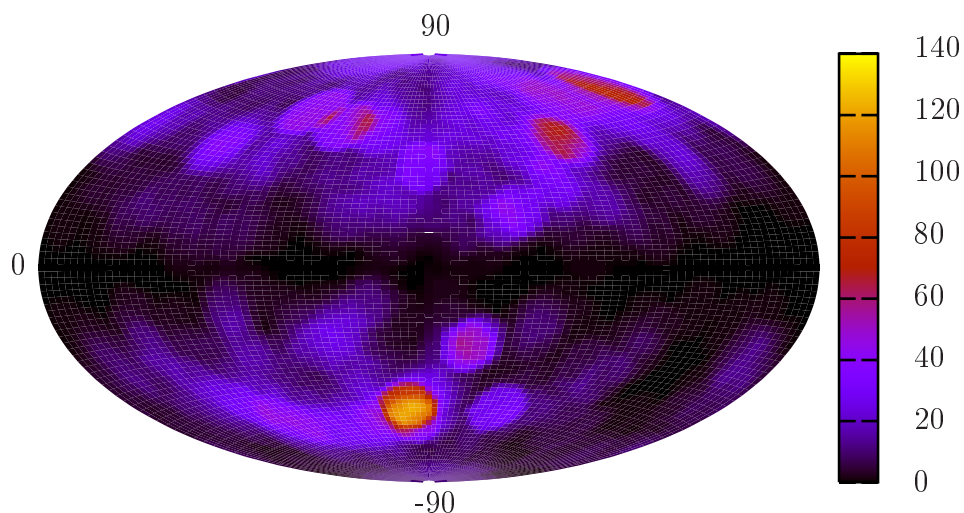
Souřadnice jsou v katalogu CFA uvedeny jako rektascenze a deklinace k equinokciu 2000. Hustota supernov je zobrazena na obrázku 15 (v galaktických souřadnicích). Z obrázku je zřejmé, že počet supernov závisí na galaktické šířce, což je způsobeno galaktickou extinkcí, která je nejsilnější v okolí galaktické roviny. Hustota detekovaných supernov je výrazně ovlivněna výběrovým efektem. Existují speciální projekty a vědecké týmy, které hledají supernovy pouze v určitých oblastech.

Čas objevení

Čas objevení supernovy je v katalogu CFA uveden jako:

$$RRRR \text{ MM } DD,$$

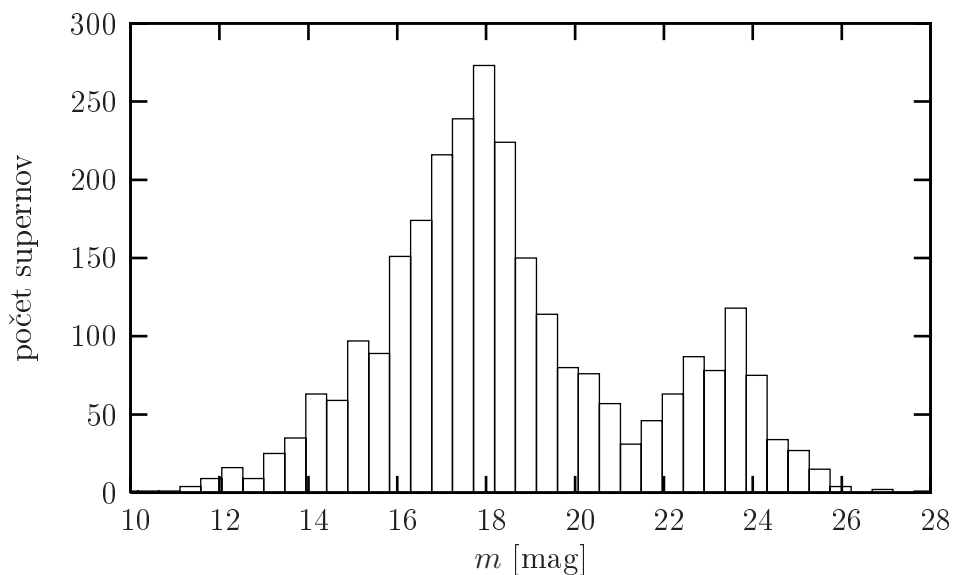
kde **RRRR** představuje rok. Hodnoty **MM** a **DD** identifikují měsíc a den v dvouciferném zápisu. U některých supernov údaj o dni v měsíci chybí. Jelikož se jedná o výjimky, navíc výlučně o supernovy z před-BATSE éry, jsou softwarem, který data z katalogu načítá, ze zpracování vyřazeny. Představu o množství detekovaných supernov (během BATSE éry) lze získat z obrázku 42 na straně 91.



Obrázek 15: Hustota supernov na obloze v galaktických souřadnicích.

Hvězdná velikost

Hvězdná velikost m je v magnitudách načítána z katalogu CFA. Jedná se o hvězdnou velikost ve V filtru při objevení. Na obrázku 16 je znázorněn histogram hvězdných velikostí. Lze na něm vidět jistou zdánlivou dvojakost supernov. Histogram má dvě lokální maxima. Jedno výraznější, kolem 18 mag a druhé menší, kolem 23 mag. Tato bimodalita je způsobena různými detekčními metodami. Slabší supernovy jsou výsledkem projektů hledání supernov ve vzdálených galaxiích.



Obrázek 16: Histogram rozložení hvězdných velikostí supernov katalogu CFA.

Čas maxima

Čas maxima je načítán z katalogu SAI. Tam je čas maxima hvězdné velikosti reprezentován zápisem:

MMMDD,

kde MMM je třípísmenná zkratka názvu měsíce (JAN, FEB, MAR atd.). Den v měsíci pak představuje DD. Rok lze identifikovat z ID supernovy. K nejednoznačností dochází na přelomu kalendářního roku, kdy supernova nese jméno z jednoho roku, ale maxima hvězdné velikosti dosáhl roku následujícího.⁹⁾ Importující software, který data načítá, převádí čas maxima do juliánských dnů.

Červený posuv

Červený posuv z představuje

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_0} = z + 1, \quad (3.2)$$

kde λ_0 je vlnová délka záření měřená v laboratorní soustavě a λ vlnová délka detekovaného záření. Hodnota z je importována z katalogu SAI. Zde není uvedena přímo hodnota červeného posuvu, ale rychlost vzdalování v , tedy

$$v = z c, \quad (3.3)$$

kde c je rychlost světla. U některých supernov tvůrci katalogů „zažertovali“ a uvedli přímo hodnotu z . Hodnota z se od v řádově liší, takže nebyl problém¹⁰⁾ výjimky odhalit. V katalogu se občas vyskytnou hodnoty červeného posuvu, které jsou menší než nula (jedná se o hodnoty nule velmi blízké). V tom případě je hodnota z stanovena 0. Na obrázku 17 je znázorněn histogram z . Histogram má, podobně jako u hvězdných velikostí a ze stejných důvodů, dvě lokální maxima.

Vzdálenost od středu hostitelské galaxie

Dalším parametrem převzatým z katalogu CFA je vzdálenost supernovy od středu galaxie. V katalogu je (zpravidla) uvedena ve tvaru:

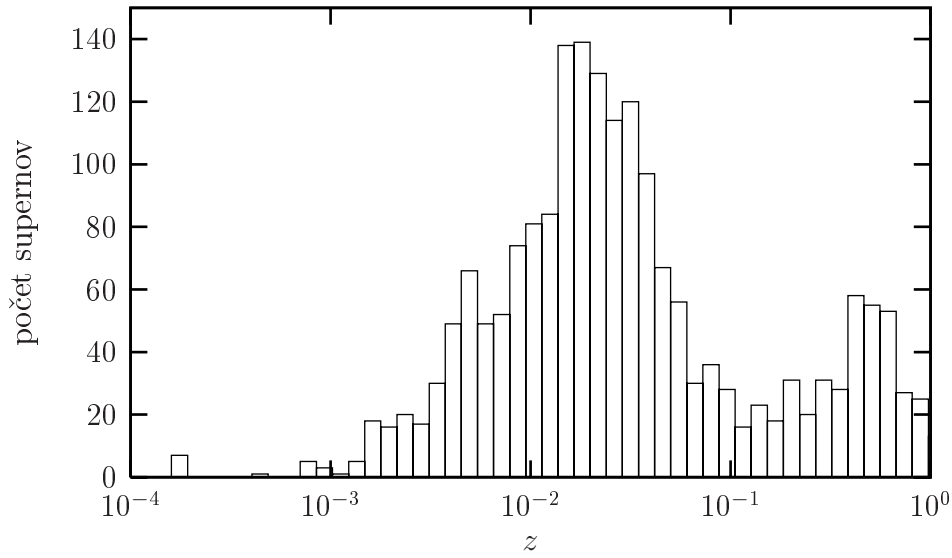
AAAX BBY,

kde X a Y představují jeden ze směru West, East, North a South. Hodnoty AAA a BBB posuv v úhlových vteřinách daným směrem. Z těchto hodnot byla určena úhlová vzdálenost supernovy od středu hostitelské galaxie ω jako:

$$\omega = \sqrt{AAA^2 + BBB^2}. \quad (3.4)$$

⁹⁾ V případě, že se liší více než o 300 dnů od času objevení, přičte k času maxima 365 dní.

¹⁰⁾ Nevýhodou automatického zpracování je, že chyby tohoto typu se objeví na zcela nečekaných místech. Problém potom je zjistit, že špatné jsou vstupní údaje.



Obrázek 17: Histogram rozložení červených posuvů supernov katalogu SAI.

Pro supernovy, u kterých je znám červený posuv z , lze hodnotu ω přepočítat na délkovou vzdálenost d_1 . Nejprve ovšem musíme pomocí z vyjádřit vzdálenost supernovy od Země. K tomu potřebujeme některé kosmologické úvahy.

Označme R_0 aktuální vzdálenost objektu (supernovy). Vzhledem k tomu, že vesmír se rozpíná, můžeme vzdálenost objektu v okamžiku, kdy k nám vyslal světelný signál označit jako R , přičemž platí:

$$R = a R_0, \quad (3.5)$$

kde a je expanzní parametr. Zderivujeme-li předchozí rovnici, dostaneme:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{da}{dt} R_0. \quad (3.6)$$

Označíme-li dR/dt jako v , můžeme psát

$$v = \frac{\dot{a}}{a} R, \quad (3.7)$$

kde poměr \dot{a}/a označíme jako H (Hubbleova konstanta). Vztah (3.2) platí podobně jako pro vlnovou délku, také pro hodnoty expanzního parametru. Tedy:

$$\frac{a}{a_0} = 1 + z, \quad (3.8)$$

kde a_0 je hodnota expanzního parametru v čase detekce záření (t_0) a a v čase jeho emise (t). K odvození vztahu pro d_1 využijeme základní tvar metrického

tenzoru pro Friedmannův vesmír. Přesněji, prostoročasový element pro expandující vesmír, daný metrikou Friedmann–Robertson–Walkerova typu, lze zapsat následovně:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (3.9)$$

kde a je na čase závislejší (výše již zmíněný) expanzní parametr neboli škálovací faktor; část v závorkách popisuje indukovanou metriku na trojrozměrném prostoru (tj. vesmíru v daném čase). Podle toho, zda se jedná o prostor s topologií třírozměrné sféry, hyperbolický nebo plochý prostor, nabývá K hodnot 1, -1 nebo 0. Zabývejme se nyní radiálními světelnými geodetikami s konstantními úhlovými souřadnicemi ϕ a θ . Protože pro světelné geodetiky je $ds = 0$, z (3.9) získáváme

$$\frac{c}{a(t)} dt = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}, \quad (3.10)$$

kde znaménko $+$ odpovídá radiální geodetice, směřující směrem k počátku $r = 0$ a znaménko $-$ geodetice směřující směrem od počátku. Funkci $a(t)$ můžeme aproximovat kolem času t_0 Taylorovým polynomem:

$$\begin{aligned} a(t) &= a(t_0) + \dot{a}(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{a}(t_0)(t - t_0)^2 + \dots \\ &= a(t_0) \left[1 + \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)}(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{a}(t_0)}{a(t_0)}(t - t_0)^2 + \dots \right] \\ &= a_0 \left[1 + H_0(t - t_0) + \frac{1}{2} q_0 H_0(t - t_0)^2 + \dots \right], \end{aligned} \quad (3.11)$$

kde q_0 je znám jako decelerační parametr. Dále se u rozvoje $a(t)$ omezíme pouze na první dva členy, dosadíme do rovnice (3.10) a integrujeme. Člen $1/a(t)$ na levé straně rovnice (3.10) můžeme aproximovat

$$\frac{1}{a(t)} = \frac{1}{a(t_0)} [1 - H_0(t - t_0) + \dots]. \quad (3.12)$$

Integrací předchozí rovnice dostaneme:

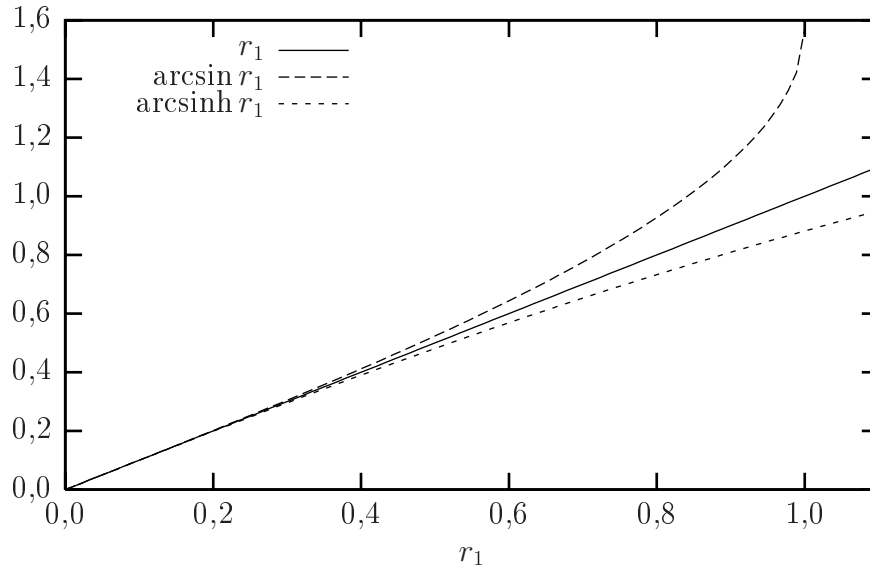
$$\int \frac{dt}{a(t)} = \frac{1}{a(t_0)} \left[(t_0 - t_1) + \frac{1}{2} H_0 (t_0 - t_1)^2 + \dots \right] \quad (3.13)$$

Pravou stranu rovnice (3.10) integrujeme. Jelikož volíme přibližující se paprsek, volíme znaménko mínus. V závislosti na K dostaneme tři možná řešení:

$$- \int_{r_1}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = \begin{cases} K = 0 & r_1 \\ K = 1 & \arcsin r_1 \\ K = -1 & \operatorname{arcsinh} r_1, \end{cases} \quad (3.14)$$

kde r_1 vlastní vzdálenost. Obrázek 18 ukazuje jednotlivá řešení předchozího integrálu. Uvažujeme-li malá r_1 , lze použít pro všechny hodnoty K přibližné řešení:

$$\int_{r_1}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \approx r_1. \quad (3.15)$$



Obrázek 18: Grafické znázornění výrazu (3.14).

Dostáváme tedy přibližné řešení rovnice (3.10) ve tvaru:

$$\frac{r_1 a(t_0)}{c} = (t_0 - t_1) + \frac{1}{2} H_0 (t_0 - t_1)^2. \quad (3.16)$$

Nyní se pokusíme z předchozí rovnice vyloučit čas, resp. $t_0 - t_1$. Použijeme aproximaci:

$$\frac{1}{1+z} \approx 1 - z, \quad (3.17)$$

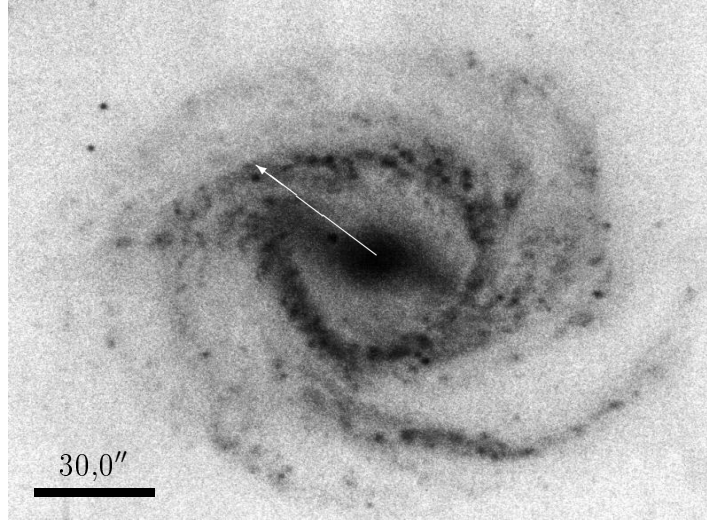
kterou dosadíme do rozvoje (3.11). To vede na kvadratickou rovnici

$$q_0 H_0^2 (t_1 - t_0)^2 - 2 H_0 (t_1 - t_0) - 2z = 0, \quad (3.18)$$

jejíž řešení je:

$$t_1 - t_0 = \frac{1}{q_0 H_0} \left[1 \pm \sqrt{1 + 2q_0 z} \right] \approx \frac{1}{q_0 H_0} \left(-z q_0 + \frac{z^2 q_0}{2} \right). \quad (3.19)$$

Omezili jsme se pouze na záporná řešení, protože $t_0 > t_1$. Řešení kvadratické rovnice lze tedy zapsat jako:



Obrázek 19: Ukázka vzdálenosti supernovy SN1991x od středu hostitelské galaxie NGC 4902.

$$t_1 - t_0 = -\frac{z}{H_0} + \frac{1}{2} \frac{z^2}{H_0} q_0. \quad (3.20)$$

Časový interval $t_1 - t_0$ můžeme dosadit do řešení (3.16), tedy

$$\frac{r_1 a_0}{c} = \frac{z}{H_0} - \frac{1}{2} \frac{z^2}{H_0} q_0 + \frac{1}{2} H_0 \left[\frac{z}{H_0} - \frac{1}{2} \frac{z^2}{H_0} q_0 \right]^2. \quad (3.21)$$

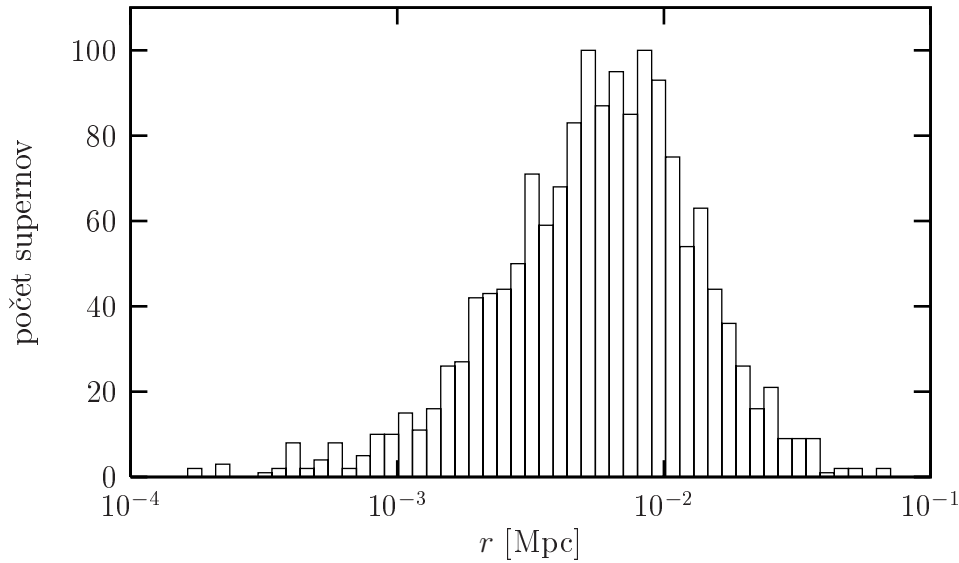
Omezíme-li se pouze na členy druhého řádu, dostaneme výsledný vztah:

$$d_1 = r_1 a_0 = \frac{c}{H_0} \left[z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 \right]. \quad (3.22)$$

Pro definici vzdálenosti od středu galaxie pak můžeme použít vztah:

$$r = \frac{\pi}{180} \frac{\omega}{3600} \frac{d_1}{(1+z)^2}. \quad (3.23)$$

Na obrázku 19 je reálná ukázka vzdálenosti od středu hostitelské galaxie. Je na něm galaxie NGC 4902. Šipka ukazuje supernovu SN1991x. Na obrázku 20 je rozložení vzdáleností supernov od středu hostitelských galaxií.



Obrázek 20: Histogram rozložení vzdáleností supernov od středů hostitelských galaxií.

3.2.3 Typ

Typy supernov byly importovány z katalogu CFA. Nutno dodat, že v tomto katalogu není klasifikace úplně jednotná. Z těchto důvodů byly typy supernov tříděny celkem do deseti kategorií, tzv. pseudotypů: `unknown`, `core`, `dwarf`, `type1`, `type2`, `plateau`, `linear`, `narrow`, `bizzare` a `uncertain`. Pravidla pro zařazení typu supernovy z CFA katalogu k jednomu nebo více pseudotypům představuje tabulka 4. V jejím levém sloupečku je pseudotyp, v pravém pak seznam typů supernov, které obsahuje katalog. Nutno podotknout, že dělení do pseudotypů není disjunktní. Pokud je textový řetězec reprezentující katalogový typ ohraničen lomítky (*/typ/*), je interpretován jako regulární výraz¹¹⁾ testovaný proti katalogovému typu. U pseudotypu `unknown` se v pravém sloupečku vyskytuje řetězec `NULL`, který nepochází z katalogu; je to symbol, který je použit v případě, že informace o typu v katalogu chybí.

Některé supernovy v katalogu měly uvedeny typy, které se nedaly jednoznačně interpretovat. Proto byla sestavena korekční tabulka 5, která v levém sloupečku obsahuje typ supernovy z katalogu a v pravém typ, který jí byl přiřazen a podle kterého byla tříděna do pseudotypů.

Následující kapitola bude charakterizovat jednotlivé pseudotypy.

¹¹⁾ V syntaxi jazyka Perl.

3.2.4 Klasifikace pseudotypů

Pro naše účely členíme supernovy na tzv. pseudotypy, kde rozlišujeme supernovy na ty, které mohou mít fyzikální souvislost s záblesky gama, a mají tedy, podle dnes převažujících modelů, spojitost s kolapsem jádra hmotné hvězdy v neutro-

pseudotyp	katalog
unknown	'NULL', '?'
core	'ib', 'ib?', 'ic', 'ic?', 'ic', 'ib/c', 'ic-p', 'ii', 'ii?', 'iib', 'iib?', 'iic', 'iic?', 'ii-n', 'ii-n?', 'ii-l', 'ii-p', 'ii-p?', 'iipec'
dwarf	'ia', 'ia?', 'ia-p', 'ia-p?', 'i', 'i?', 'i-p', 'i-l'
type1	'i', 'i?', 'i-l', 'ia', 'ia?', 'ia-p', 'ia-p?', 'ib', 'ib?', 'ic', 'ic?', 'ib/c', 'ic-p'
type2	'ii', 'ii-l', 'ii?', 'iib', 'iib?', 'iic', 'iic?', 'ii-l', 'iipec'
plateau	'ia-p', 'ia-p?', 'ic-p', 'ii-p', 'ii-p?', 'i-p'
linear	'i-l', 'ii-l'
narrow	'ii-n', 'ii-n?'
bizzare	'iipec'
uncertain	'/[^\?]\?/'

Tabulka 4: Rozřazení typů supernov z katalogu CFA do skupin, tzv. pseudotypů. Symbol „?“ charakterizuje nejistotu (kromě případu u pseudotypu **uncertain**).

katalog	typ
'iai'	'ia'
'ic/b'	'ib/c'
'ii:'	'ii'
'iin'	'ii-n'
'iin?'	'ii-n?'
'iip'	'ii-p'
'iip?'	'ii-p?'
'iil'	'ii-l'
'ip'	'i-p'
'ia i'	'ia'
'ia i'	'ia'

Tabulka 5: Korekční tabulka pro typ supernov katalogu CFA. Levý sloupeček označuje typ v katalogu, pravý typ, kterým byl před zpracováním nahrazen.

novou hvězdu nebo černou díru, označujeme je *core*, a na supernovy spojené s explozí v důsledku přílišné akrece hmoty na bílého trpaslíka, označujeme je *dwarf*. Supernovy neznámých typů označujeme jako *unknown*. Každé supernově tedy lze přidělit jeden ze tří pseudotypů *core*, *dwarf* nebo *unknown*. Pro detailnější rozlišení byly zavedeny ještě další pseudotypy: *uncertain*, *bizzare*, *type1*, *type2*, *plateau*, *linear* a *narrow*. Zde je uvedena jejich stručná charakteristika:

unknown

Pseudotyp *unknown* zahrnuje supernovy, u kterých v katalogu informace chybí úplně nebo je symbolizována znakem „?“.

uncertain

Pseudotyp *uncertain* zahrnuje supernovy, které mají u typu v katalogu uveden znak „?“, který vyjadřuje nejistotu stanovení typů.

bizzare

Pseudotyp *bizzare* zahrnuje supernovy, které mají v katalogu uveden zcela ojedinelý typ. Do seznamu pseudotypů je zahrnut pouze formálně, usnadňuje automatické zpracování.

core

Pseudotyp *core* zahrnuje supernovy, které mají spojitost s kolapsem jádra hmotné hvězdy v neutronovou hvězdu nebo černou díru.

dwarf

Pseudotyp *dwarf* zahrnují supernovy spojené s explozí v důsledku přílišné akrece hmoty na bílého trpaslíka.

pseudotyp	N_{all}	N_{all}/Σ	N_{all}/Σ_*	N_{BATSE}	N_{BATSE}/Σ	$N_{\text{BATSE}}/\Sigma_*$
<i>bizzare</i>	1	0,000	0,001	1	0,001	0,001
<i>core</i>	671	0,239	0,423	263	0,260	0,377
<i>dwarf</i>	915	0,326	0,577	435	0,431	0,623
<i>linear</i>	5	0,002	0,003	1	0,001	0,001
<i>narrow</i>	50	0,018	0,032	23	0,023	0,033
<i>plateau</i>	57	0,020	0,036	13	0,013	0,019
<i>type1</i>	1 046	0,373	0,660	472	0,467	0,676
<i>type2</i>	456	0,163	0,288	194	0,192	0,278
<i>uncertain</i>	116	0,041	0,073	44	0,044	0,063
<i>unknown</i>	1 217	0,434	0,767	312	0,309	0,447

Tabulka 6: Rozdělení pseudotypů supernov katalogu CFA. První tři sloupcečky patří všem supernovám (2803), poslední tři patří supernovám detekovaným během BATSE éry (1010).

type1

Pseudotyp **type1** zahrnují všechny supernovy typu I bez ohledu na podtyp.

type2

Pseudotyp **type2** zahrnují všechny supernovy typu II bez ohledu na podtyp.

plateau

Pseudotyp **plateau** zahrnují supernovy, jejichž světelná křivka tvoří v pozdním stadiu plató.

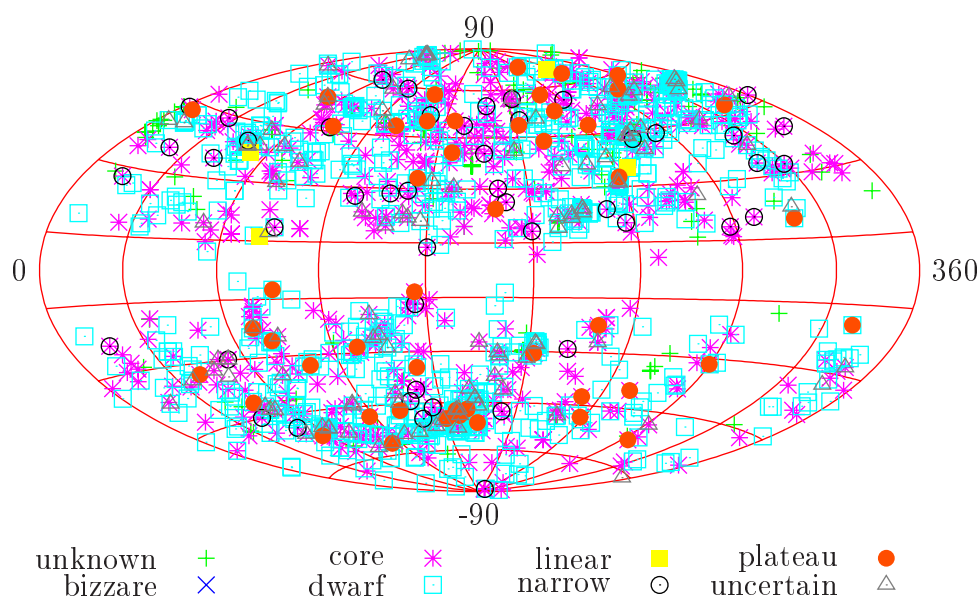
linear

Pseudotyp **lineární** zahrnují supernovy, jejichž světelná křivka má po dosažení maxima lineární pokles.

narrow

Pseudotyp **narrow** zahrnují supernovy, které silně interagují s okolním prostředím a jsou typické úzkým profilem spektrálních čar (např. H_{α}).

Tabulka 6 ukazuje zastoupení jednotlivých pseudotypů v populaci supernov. Je zde zvlášť klasifikováno období provozu BATSE. V katalogu CFA je (v době zpracování) 2803 supernov, BATSE éře jich z toho přísluší 1010. První tři sloupčky patří všem supernovám, poslední tři patří supernovám detekovaným během BATSE éry. Symbolem Σ je označen příslušný počet supernov, tedy 2803 nebo 1010. Symbolem Σ_* je označen počet supernov (pro příslušné období), u kterých je v katalogu uveden typ.



Obrázek 21: Rozložení pseudotypů na obloze v galaktických souřadnicích.

Na obrázku 21 je znázorněno rozložení pseudotypů na obloze v galaktických souřadnicích. Symboly jednotlivých pseudotypů jsou uvedeny pod obrázkem.

3.3 Odhad času T_γ

Je třeba odhadnout dobu, která uplyne mezi gama fází a optickou fází exploze, resp. rozdílu časů mezi okamžikem, kdy detekujeme záření v optickém oboru, které bychom mohli interpretovat jako výbuch supernovy, a gama zářením záblesku pozorovaného BATSE.

V případě supernov typu **dwarf** jsou exploze téměř standardní svíčky, můžeme tedy použít pozorované zpoždění optické emise za gama fází odhadované jako (20 ± 7) dní [57], [2], [56].

Bohužel v případě výbuchu **core** supernovy je nepřesnost několikrát vyšší. V případě, že uvažujeme model supranovy, vidíme nejprve optickou fází a pak gama, v případě kolapsaru je to naopak, neboť obálku opustí nejprve gama fotony a až později fotony s nižší energií. V obou případech je časové zpoždění mezi gama a optickou manifestací citlivou funkcí hmotnosti, chemického složení, přítomného magnetického pole a rotace. Rozptyl hodnot může být v mezních případech až několik let.

Pokud bychom povolili časové okno široké několik let, nikdy bychom nemohli udělat žádný závěr vyvozený z námi pozorovaných koincidencí. V množství náhodných koincidencí by nešlo reálné koincidence nijak postihnout.

U některých supernov bylo pozorováno zpoždění mezi optickou a gama emisí asi 14 dní [56].

Naštěstí doposud známé podezřelé záblesky gama vykazující příznaky supernovy se vyskytly v rozmezí několika dní, maximálně týdnů. Tyto odhady jsou jednostranné, protože kvůli použité strategii detekce byl zatím vždy nejprve detekován záblesk gama a až poté následoval pokus o detekci jeho optického protějšku.

Je samozřejmě možné, že některé slabé a velmi obtížně pozorovatelné supernovy byly klasifikovány chybně a jednalo se o optické dosvity záblesků gama.

V práci jsou pro určení zpoždění mezi optickou a gama emisí zvoleny dva přístupy označené jako \mathbb{A} a \mathbb{B} .

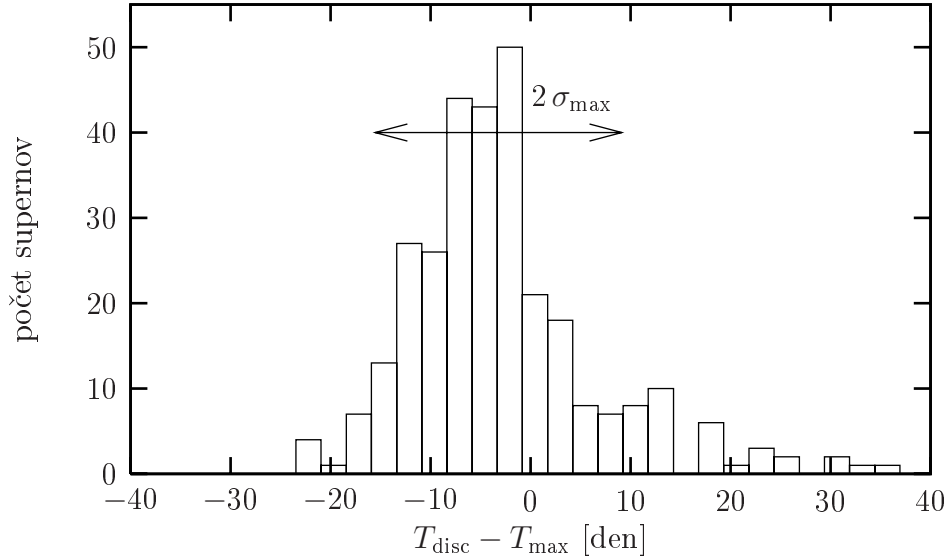
Protože není teoreticky vůbec zřejmé, jak se promítají jednotlivé typy supernov do námi uvažovaného zpoždění a do velikosti časového okna a protože je možné, že některé, zvláště pak dříve objevené supernovy, byly klasifikovány chybně, může být zajímavé stanovit konstantní časové okno, ve kterém hledáme, bez ohledu na typ supernovy. Tento přístup označme \mathbb{A} (odstavec 3.3.2).

V případě \mathbb{B} (odstavec 3.3.3) se pokusíme co možná nejuvěrněji odhadnout zpoždění mezi gama a optickou emisí podle typu supernovy.

3.3.1 Statistické určení T_{\max}

Jak pro způsob \mathbb{A} , tak pro \mathbb{B} je čas T_γ odvozen z času, kdy supernova dosáhla maxima jasnosti. Označme tento okamžik T_{\max} . Informace o T_{\max} byla převzata z katalogu SAI, viz odstavec 3.2.2. Je ovšem dostupná pouze pro 396 supernov

z celkového počtu 2871. Pro zbývajících 2475¹²⁾ je potřeba T_{\max} odhadnout statisticky.



Obrázek 22: Histogram rozdělení $T_{\text{disc}} - T_{\text{max}}$.

Obrázek 22 ukazuje histogram rozdílů času objevení a času maxima, tedy $T_{\text{disc}} - T_{\text{max}}$. Některé statistické charakteristiky tohoto rozdílu jsou uvedeny v tabulce 7. Pro statistické určení času T_{max} byl použit medián $M_{\text{max}} = -4$ dny. Pro další použití k určení časového okna, ve kterém se hledají časově koincidující záblesky gama, je podstatná standardní odchylka $\sigma_{\text{max}} = 12,33$ dnů. Viz odstavce 3.3.3.

počet	306	—
minimum	-104	dnů
medián (M_{max})	-4	dny
maximum	47	dnů
střední hodnota	-3,21	dnů
standardní odchylka	12,33	dnů

Tabulka 7: Statistické charakteristiky pro určení času maxima světelné křivky supernovy.

Pro supernovy, u kterých čas T_{max} není určen z katalogu, je použita hodnota:

$$T_{\text{max}} = T_{\text{disc}} + M_{\text{max}}. \quad (3.24)$$

¹²⁾ Jsou zde zahrnuty i supernovy, které nepatří do BATSE éry.

3.3.2 Určení T_γ bez ohledu na pseudotyp supernovy (A)

V případě, že nebereme v úvahu typ supernovy, je velikost zpoždění mezi optickou a gama emisí konstantní pro všechny supernovy. Hodnota byla stanovena:

$$T_\gamma = T_{\max} \pm 30 \text{ dní.}$$

Hodnota ± 30 dní je odhad plynoucí ze světelných křivek pozorovaných optických dosvitů záblesků gama (příklad na obrázku 5), kdy se přibližně po 30 dnech objevuje lokální maximum. Světelné křivce supernovy trvá přibližně měsíc, než se dostane do maxima [2].

Z formálních důvodů (implementace výpočtu velikosti časového okna) je každému ze základních pseudotypů (`core`, `dwarf` a `unknown`) přiřazena konstantní hodnota; jak ukazuje tabulka 8.

pseudotyp	T_Δ [den]	T_{error} [den]
<code>core</code>	0	30
<code>dwarf</code>	0	30
<code>unknown</code>	0	30

Tabulka 8: Určení T_γ bez ohledu na typ supernovy. Veškeré výsledky plynoucí z tohoto určení jsou označeny symbolem A.

Konstantní velikost časového okna má jednu zásadní vlastnost. Jak bude ukázáno později, velikost časového okna má na prostoročasovou koincidenční podmínku zásadní vliv. Bude-li tedy u některého z pseudotypů supernov časové okno větší, tento typ bude při hledání koincidencí preferován. Při konstantní velikosti časového okna je to vyloučeno. Výsledky pramenící z tohoto přístupu tedy můžeme použít pro srovnání.

3.3.3 Určení T_γ pomocí pseudotypu supernovy (B)

Nyní budeme uvažovat čas T_γ s ohledem na pseudotyp supernovy. Podobně jako v předchozí kapitole bude T_γ odvozeno z času maxima světelné křivky T_{\max} . Obecně můžeme psát:

$$T_\gamma = (T_{\max} + \mu_\gamma) \pm 3 \sigma_\gamma, \quad (3.25)$$

kde μ_γ a σ_γ jsou parametry předpokládaného normálního rozdělení náhodné veličiny $T_\gamma - T_{\max}$, které přísluší jednotlivým pseudotypům. Jak už bylo diskutováno na začátku podkapitoly 3.3, pro supernovy pseudotypu `dwarf` je situace jasná. V případě pseudotypu `core` je třeba se spokojit s odhadem z předešlého odstavce 3.3.2. Použity tedy byly následující hodnoty času T_γ a jeho krajní chyby.

$$T_\gamma = \begin{cases} \text{core:} & (T_{\max} + 0) \pm 30 \text{ dnů} \\ \text{dwarf:} & (T_{\max} + 20) \pm 7 \text{ dnů,} \end{cases} \quad (3.26)$$

Pro určení časové koincidence byla zvolena krajní chyba $3\sigma_\gamma$. Tomu odpovídají parametry pro předpokládané normální rozdělení náhodné veličiny $T_\gamma - T_{\max}$:

$$\begin{aligned} \text{core:} & \quad \mu_\gamma = 0 \text{ dnů,} \quad \sigma_\gamma = 10 \text{ dnů} \\ \text{dwarf:} & \quad \mu_\gamma = 20 \text{ dnů,} \quad \sigma_\gamma = 7/3 \text{ dne.} \end{aligned}$$

Situaci komplikuje fakt, že u supernov nemusí být pseudotyp znám, popřípadě obsahuje jeho určení nejistotu (viz odstavec 3.2.4). Čas T_{\max} může být odhadnut statisticky nebo získán z databáze. Aby bylo možné všechny tyto varianty a jejich kombinace postihnout, byla každé supernově přiřazena veličina magic_x .¹³⁾

bit	význam
0	znalost/neznalost času objevení
1	znalost/neznalost času maxima
2	znalost/neznalost typu
3	jistota/nejistota typu

Tabulka 9: Význam jednotlivých bitů veličiny magic_x .

Veličina magic_x je celé číslo, jehož jednotlivé bity reprezentují (spolu s pseudotypem) vlastnosti výsledného T_γ , resp. veličin μ_γ a σ_γ . Příslušný bit je nastaven na nulu v případě, že daná vlastnost je splněna nebo na jedničku, v případě, že daná vlastnost splněna není.¹⁴⁾ Nejnižší bit (první zprava) vypovídá o tom, jestli je znám čas objevení (T_{disc}) supernovy. Druhý bit je nastaven na jedna, je-li čas T_{\max} určen z katalogu, nebo na nulu, je-li T_{\max} určeno statisticky. Třetí vypovídá o znalosti pseudotypu a čtvrtý o jistotě pseudotypu. Význam jednotlivých bitů veličiny magic_x shrnuje tabulka 9.

Tabulka 10 popisuje význam všech prakticky možných hodnot veličiny magic_x . Je zde uveden i počet supernov, který danou hodnotu magic_x splňují. Pro každou hodnotu a každý pseudotyp musí být určena dvojice μ_γ a σ_γ .

Případ $\text{magic}_x = 0$

Pro hodnotu $\text{magic}_x = 0$ není znám čas objevení supernovy, pro hledání časových koincencí je nepoužitelná, proto je ze zpracování vyřazena.

¹³⁾ Původně se jednalo o pracovní označení, které nakonec „zlidovělo“.

¹⁴⁾ Nutno dodat, že toto použití je opačné, než bývá zvykem. Standardně je příslušný bit, v případě, že je daná vlastnost splněna, nastaven na jedničku.

Případ $\text{magic}_x = 15$

Při $\text{magic}_x = 15$ je znám jistě typ a čas T_{\max} je určen z katalogu. Pro tyto hodnoty už byly parametry uvedeny. Zde jsou zopakovány z formálních důvodů:

$$\mu_{\text{core}} = 0 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{core}} = 10 \text{ dnů}, \quad (3.27)$$

$$\mu_{\text{dwarf}} = 20 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{dwarf}} = 7/3 \text{ dne}. \quad (3.28)$$

Jak už bylo řečeno, pro veličinu $T_\gamma - T_{\max}$ předpokládáme normální rozdělení. Hustoty pravděpodobností pro pseudotypy **core** a **dwarf** lze zapsat jako:

$$f_{15:\text{core}}(x) = \frac{1}{\sigma_{\text{core}}\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x - \mu_{\text{core}})^2}{2\sigma_{\text{core}}^2}, \quad (3.29)$$

$$f_{15:\text{dwarf}}(x) = \frac{1}{\sigma_{\text{dwarf}}\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x - \mu_{\text{dwarf}})^2}{2\sigma_{\text{dwarf}}^2}. \quad (3.30)$$

Funkce $f_{15:\text{core}}(x)$ a $f_{15:\text{dwarf}}(x)$ budou použity pro určení parametrů pro ostatní hodnoty magic_x . Jsou znázorněny na obrázku 23A.

Případ $\text{magic}_x = 7$

Při $\text{magic}_x = 7$ je pseudotyp znám, ale symbol „?“ značí nejistotu. Čas T_{\max} je určen z katalogu. Byla stanovena pravděpodobnost $p_? = 0,75$, která určuje relativní míru nejistoty pro určitý pseudotyp. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny $T_\gamma - T_{\max}$ bude

$$f_{7:\text{core?}}(x) = p_? f_{15:\text{core}}(x) + [1 - p_?] f_{15:\text{dwarf}}(x), \quad (3.31)$$

$$f_{7:\text{dwarf?}}(x) = [1 - p_?] f_{15:\text{core}}(x) + p_? f_{15:\text{dwarf}}(x). \quad (3.32)$$

magic_x	#SN	#SN _{BATSE}	význam
0	68	68	neznámý čas objevu \Rightarrow žádná informace
1	1 056	238	stat. odhad času maxima, neznámý typ
13	1 245	540	stat. odhad času maxima, typ jistý
15	279	107	čas maxima z katalogu, typ jistý
3	107	9	čas maxima z katalogu, neznámý typ
5	108	39	stat. odhad času maxima, typ s nejistotou
7	8	5	čas maxima z katalogu, typ s nejistotou

Tabulka 10: Význam reálných hodnot veličiny magic_x . Prostřední dva sloupčky udávají počty supernov, které danou hodnotu magic_x nabývají. Indexem BATSE se míní supernovy z BATSE éry.

Tyto rozdělovací funkce, znázorněné na obrázku 23B, jsou nesymetrické. Přesto lze určit jejich střed (medián) $\mu_{\text{core?}}$, resp. $\mu_{\text{dwarf?}}$, který definujeme rovnicí:

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{core?}}} f_{7:\text{core?}}(x) dx = \frac{1}{2}, \quad (3.33)$$

resp.

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{dwarf?}}} f_{7:\text{dwarf?}}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (3.34)$$

Podobně můžeme určit hodnoty parametrů $\sigma_{\text{core?}}$, resp. $\sigma_{\text{dwarf?}}$, které definuje tak, že jejich trojnásobek určí symetrický interval kolem hodnot $\mu_{\text{core?}}$, resp. $\mu_{\text{dwarf?}}$, jehož plocha je rovna

$$\text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) \doteq 0,9973.$$

Tedy

$$\int_{-3\sigma_{\text{core?}}}^{3\sigma_{\text{core?}}} f_{7:\text{core?}}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.35)$$

resp.

$$\int_{-3\sigma_{\text{dwarf?}}}^{3\sigma_{\text{dwarf?}}} f_{7:\text{dwarf?}}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.36)$$

Vyřešíme-li výše uvedené rovnice, dostaneme hodnoty hledaných parametrů:

$$\mu_{\text{core?}} = 4,31 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{core?}} = 10,45 \text{ dnů}, \quad (3.37)$$

$$\mu_{\text{dwarf?}} = 19,06 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{dwarf?}} = 14,01 \text{ dnů}. \quad (3.38)$$

Případ $\text{magic}_x = 3$

Při $\text{magic}_x = 3$ neznáme pseudotyp. Čas T_{max} je určen z katalogu. Podle zastoupení pseudotypů **core** a **dwarf** v populaci všech supernov byla stanovena pravděpodobnost p_{core} a p_{dwarf} :

$$p_{\text{core}} = \frac{263}{263 + 435} \doteq 0,3768, \quad (3.39)$$

$$p_{\text{dwarf}} = \frac{435}{263 + 435} \doteq 0,6232. \quad (3.40)$$

Pro neznámý pseudotyp zkonstruujeme hustotu pravděpodobnosti veličiny $T_\gamma - T_{\text{max}}$ jako kombinaci funkcí $f_{15:\text{core}}(x)$ a $f_{15:\text{dwarf}}(x)$ podle hodnot pravděpodobností p_{core} a p_{dwarf} . Tedy:

$$f_{3:\text{unknown}}(x) = p_{\text{core}} f_{7:\text{core}}(x) + p_{\text{dwarf}} f_{7:\text{dwarf}}(x). \quad (3.41)$$

Tato rozdělovací funkce, znázorněná na obrázku 23E, je opět nesymetrická. Podobně jako v předchozím případě určíme její střed μ_{unknown} , pomocí rovnice

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{unknown}}} f_{3:\text{unknown}}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (3.42)$$

Podobně určíme hodnotu parametru σ_{unknown} pomocí rovnice

$$\int_{-3\sigma_{\text{unknown}}}^{3\sigma_{\text{unknown}}} f_{3:\text{unknown}}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.43)$$

Vyřešíme-li výše uvedené rovnice, dostaneme výsledné hodnoty hledaných parametrů:

$$\mu_{\text{unknown}} = 18,19 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{unknown}} = 14,23 \text{ dnů}. \quad (3.44)$$

Případ $\text{magic}_x = 13$

Při $\text{magic}_x = 13$ je znám pseudotyp, ale čas T_{max} je určen statisticky. Proto musíme hodnoty σ_{core} a σ_{dwarf} nahradit hodnotami, které jsou zvětšeny o σ_{max} (viz kapitola 3.3.1).

$$f_{13:\text{cores}}(x) = \frac{1}{(\sigma_{\text{core}} + \sigma_{\text{max}}) \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x - \mu_{\text{core}})^2}{2(\sigma_{\text{core}} + \sigma_{\text{max}})^2}, \quad (3.45)$$

$$f_{13:\text{dwarfs}}(x) = \frac{1}{(\sigma_{\text{dwarf}} + \sigma_{\text{max}}) \sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(x - \mu_{\text{dwarf}})^2}{2(\sigma_{\text{dwarf}} + \sigma_{\text{max}})^2}. \quad (3.46)$$

Hustoty pravděpodobností $f_{13:\text{cores}}(x)$ a $f_{13:\text{dwarfs}}(x)$ jsou znázorněny na obrázku 23C. Obdobným způsobem jako v předchozích případech získáme jejich střed μ_{cores} , resp. μ_{dwarfs} řešením rovnice

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{cores}}} f_{13:\text{cores}}(x) dx = \frac{1}{2}, \quad (3.47)$$

resp.

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{dwarfs}}} f_{13:\text{dwarfs}}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (3.48)$$

Parametr σ_{cores} , resp. σ_{dwarfs} , podobně jako v předchozím případě, určíme z rovnice

$$\int_{-3\sigma_{\text{cores}}}^{3\sigma_{\text{cores}}} f_{13:\text{cores}}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.49)$$

resp.

$$\int_{-3\sigma_{\text{dwarf}_s}}^{3\sigma_{\text{dwarf}_s}} f_{13:\text{dwarf}_s}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.50)$$

Vyřešíme-li výše uvedené rovnice, dostane hodnoty hledaných parametrů:

$$\mu_{\text{core}_s} = 0,00 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{core}_s} = 22,33 \text{ dnů}, \quad (3.51)$$

$$\mu_{\text{dwarf}_s} = 20,00 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{dwarf}_s} = 14,66 \text{ dnů}. \quad (3.52)$$

Případ $\text{magic}_x = 5$

Při $\text{magic}_x = 5$ je pseudotyp znám s nejistotou ($p_?$) a T_{max} je určen statisticky. K definici příslušných hustot pravděpodobností použijeme funkce $f_{13:\text{core}_s}(x)$ a $f_{13:\text{dwarf}_s}(x)$ definované v předchozím odstavci. Míru nejistoty vyjádříme jako

$$f_{5:\text{core?}_s}(x) = p_? f_{13:\text{core}_s}(x) + [1 - p_?] f_{13:\text{dwarf}_s}(x), \quad (3.53)$$

$$f_{5:\text{dwarf?}_s}(x) = [1 - p_?] f_{13:\text{core}_s}(x) + p_? f_{13:\text{dwarf}_s}(x). \quad (3.54)$$

Tyto hustoty pravděpodobností jsou znázorněné na obrázku 23D. Jejich střed $\mu_{\text{core?}_s}$, resp. $\mu_{\text{dwarf?}_s}$ získáme z rovnice

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{core?}_s}} f_{5:\text{core?}_s}(x) dx = \frac{1}{2}, \quad (3.55)$$

resp.

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{dwarf?}_s}} f_{5:\text{dwarf?}_s}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (3.56)$$

Hodnoty parametru $\sigma_{\text{core?}_s}$, resp. $\sigma_{\text{dwarf?}_s}$ opět určíme řešením rovnice

$$\int_{-3\sigma_{\text{core?}_s}}^{3\sigma_{\text{core?}_s}} f_{5:\text{core?}_s}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.57)$$

resp.

$$\int_{-3\sigma_{\text{dwarf?}_s}}^{3\sigma_{\text{dwarf?}_s}} f_{5:\text{dwarf?}_s}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.58)$$

Hodnoty nalezených parametrů jsou:

$$\mu_{\text{core?}_s} = 6,18 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{core?}_s} = 22,46 \text{ dnů}, \quad (3.59)$$

$$\mu_{\text{dwarf?}_s} = 16,64 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{dwarf?}_s} = 22,67 \text{ dnů}. \quad (3.60)$$

Případ $\text{magic}_\chi = 1$

Při $\text{magic}_\chi = 1$ neznáme pseudotyp a čas T_{\max} je určen statisticky. Hledanou hustotu pravděpodobností vyjádříme jako kombinaci již dříve definované funkce $f_{13:\text{cores}}(x)$ a $f_{13:\text{dwarfs}}(x)$:

$$f_{1:\text{unknowns}}(x) = p_{\text{core}} f_{13:\text{cores}}(x) + p_{\text{dwarf}} f_{13:\text{dwarfs}}(x). \quad (3.61)$$

Funkce $f_{1:\text{unknowns}}(x)$ je znázorněna na obrázku 23E. Parametr μ_{unknowns} určíme z rovnice

$$\int_{-\infty}^{\mu_{\text{unknowns}}} f_{1:\text{unknowns}}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (3.62)$$

Parametr σ_{unknowns} určíme z

$$\int_{-3\sigma_{\text{unknowns}}}^{3\sigma_{\text{unknowns}}} f_{1:\text{unknowns}}(x) dx = \text{erf}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.63)$$

Výsledné hodnoty parametrů jsou:

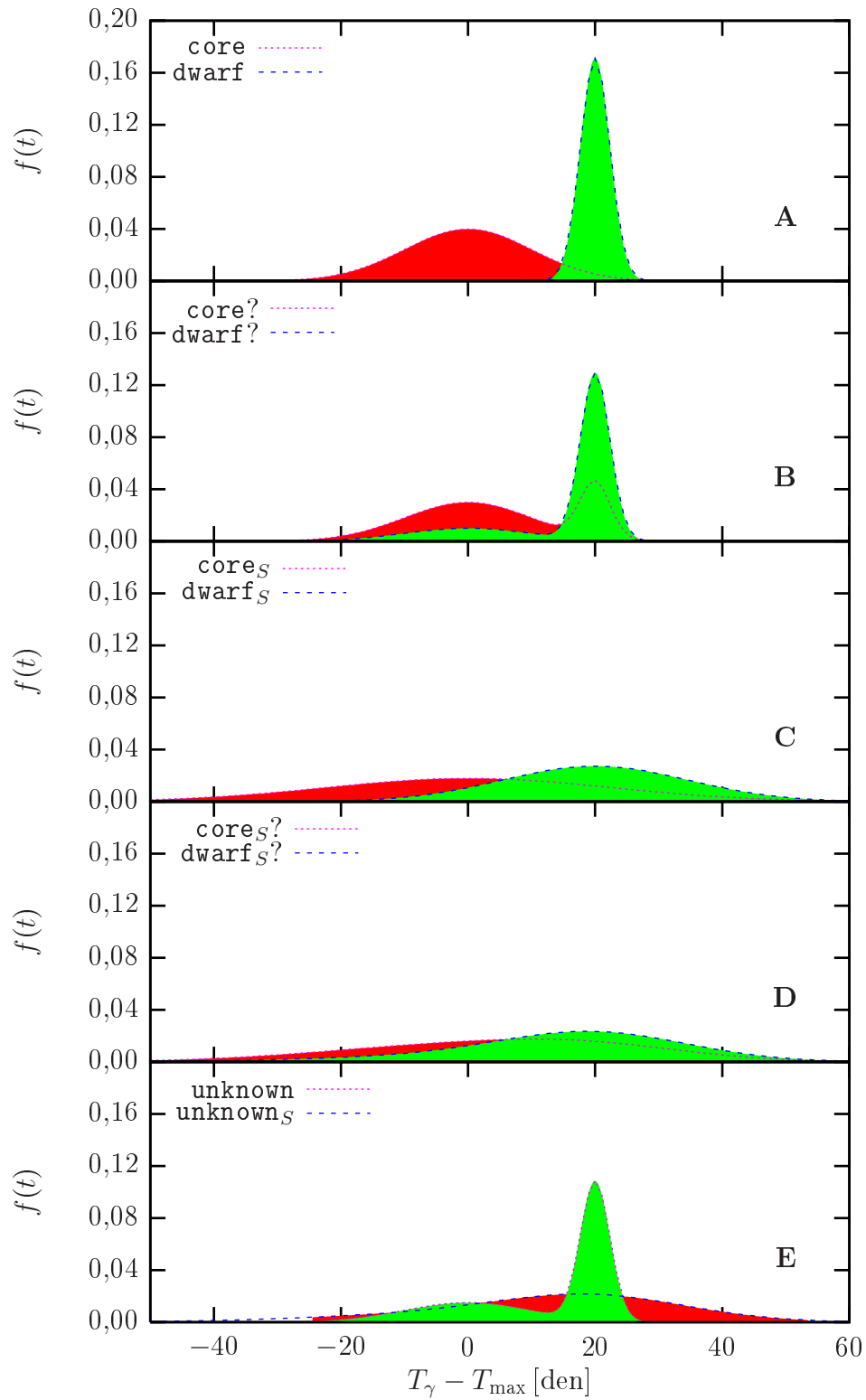
$$\mu_{\text{unknowns}} = 14,50 \text{ dnů}, \quad \sigma_{\text{unknowns}} = 13,00 \text{ dnů}. \quad (3.64)$$

3.3.4 Závěr

Závěry z předchozích odstavců shrnuje tabulka 11. V tabulce jsou pro hodnoty magic_χ uvedeny příslušné parametry $\mu_\gamma \pm 3\sigma_\gamma$.

magic_χ	Δ_{core} [den]	Δ_{dwarf} [den]	Δ_{unknown} [den]
0	—	—	—
1	—	—	[−24,488; 53,484]
13	[−66,990; 66,990]	[−23,990; 63,990]	—
15	[−30,000; 30,000]	[17,667; 22,333]	—
3	—	—	[−24,489; 60,863]
5	[−61,204; 73,564]	[−51,373; 84,651]	—
7	[−27,047; 35,661]	[−22,974; 61,084]	—

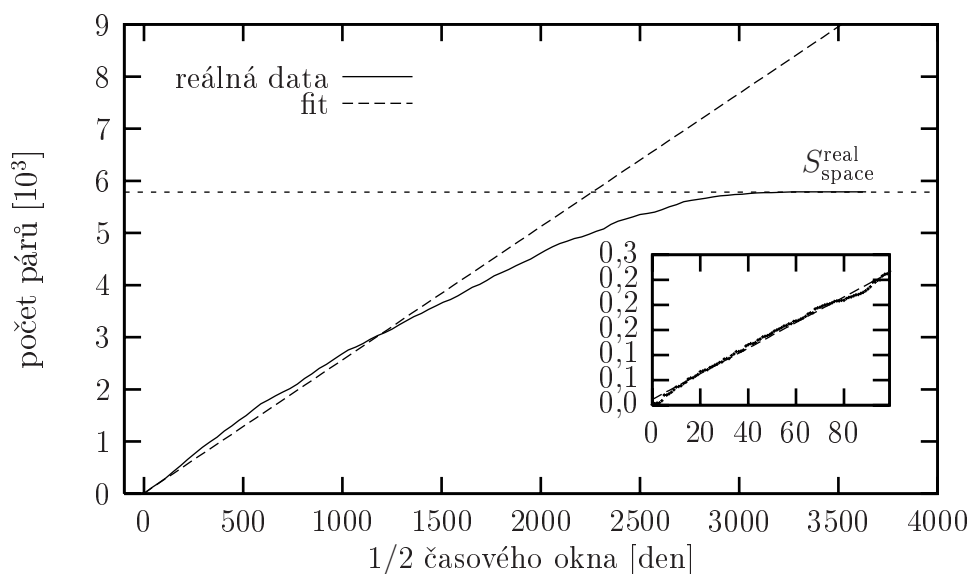
Tabulka 11: Intervaly T_γ příslušející jednotlivým hodnotám magic_χ .



Obrázek 23: Rozdělení T_γ pro hlavní pseudotypy.

3.4 Vliv velikosti časového okna

Testu byl podroben vliv velikosti časového okna, tedy velikost odhadnuté chyby okamžiku T_γ na počet objektů, které splnily prostorovou i časovou koincidenční podmínku. Podrobné vysvětlení je uvedeno v podkapitole 5.1. Zde uveďme pouze závěry.



Obrázek 24: A: Vliv velikosti časového okna na počet koincidujících párů supernova–záblesk gama.

Test probíhal tak, že k času T_γ , ať již byl získán jakkoli, se přiřazovaly různé velikosti časového okna, ve kterém se záblesky gama hledaly. Velikosti se měnily v intervalu 0–4000 dní.¹⁵⁾

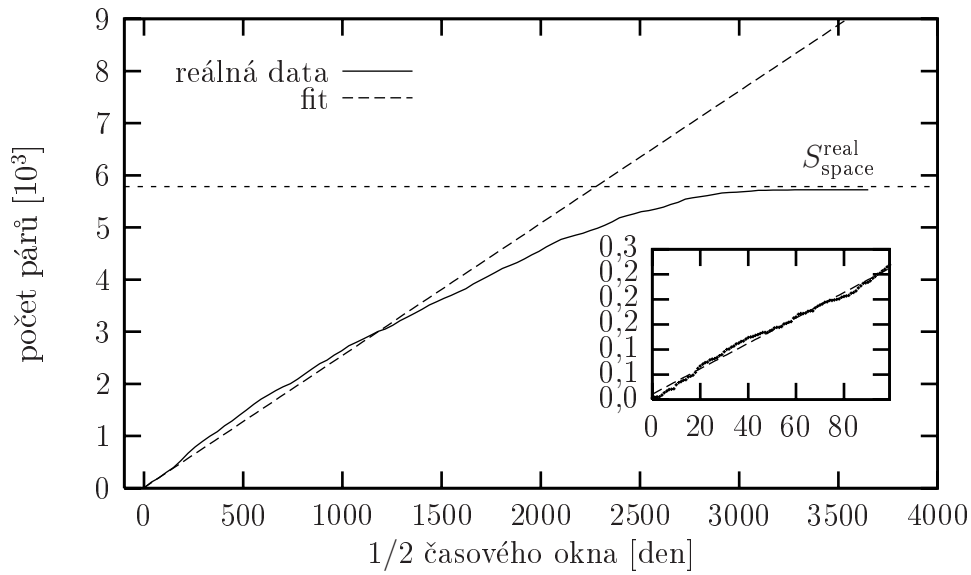
Pro každou velikost časového okna byly nalezeny páry supernova–záblesk gama, které danou prostoročasovou podmínku splnily. Získanou informací byl počet těchto párů v závislosti na velikosti časového okna. Pro přístup A je závislost znázorněna na obrázku 24, pro přístup B pak na obrázku u 25. Byla fitována data pouze v rozsahu 0–100 dní.

Další stupeň testu se zabýval počtem hlavních pseudotypů supernov (**core**, **dwarf** a **unknown**) v koincidujících párech, opět v závislosti na velikosti časového okna. Všechny studované závislosti jsou přibližně lineární. Byly fitovány přímkami ve tvaru:

$$y = ax + b,$$

kde y je počet koincidovaných párů a x je $1/2$ šířky časového okna. V tomto případě se velikost časového okna měnila v intervalu 0–100 dní. Hodnoty fitovaných parametrů jsou uvedeny v tabulce 12 pro A a pro B v tabulce 13.

¹⁵⁾ Interval 4000 dní představuje přibližně celou BATSE éru.

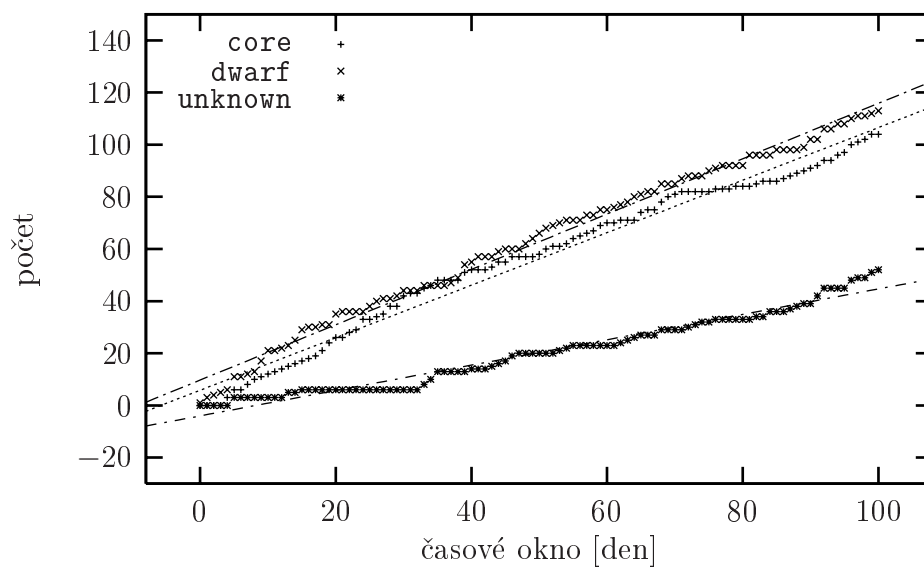


Obrázek 25: B: Vliv velikosti časového okna na počet párů supernova–záblesk gama.

Z uvedených obrázků a tabulek lze vidět, že v intervalu „smysluplných“ velikostí časového okna (~ 100 dní) jsou všechny studované závislosti přibližně lineární. Původní myšlenka, že ze zjištěného nelineárního chování bude možno stanovit hranici pro šířku intervalového odhadu T_γ , se ukázala mylná.

pseudotyp	parametr	hodnota	chyba	rel. chyba [%]
vše	a	2,56	0,02	0,73
	b	11,53	1,08	9,36
core	a	1,01	0,01	1,393
	b	5,82	0,81	13,95
dwarf	a	1,06	0,01	0,99
	b	9,73	0,61	6,27
unknown	a	0,49	0,01	1,80
	b	-4,01	0,51	12,63

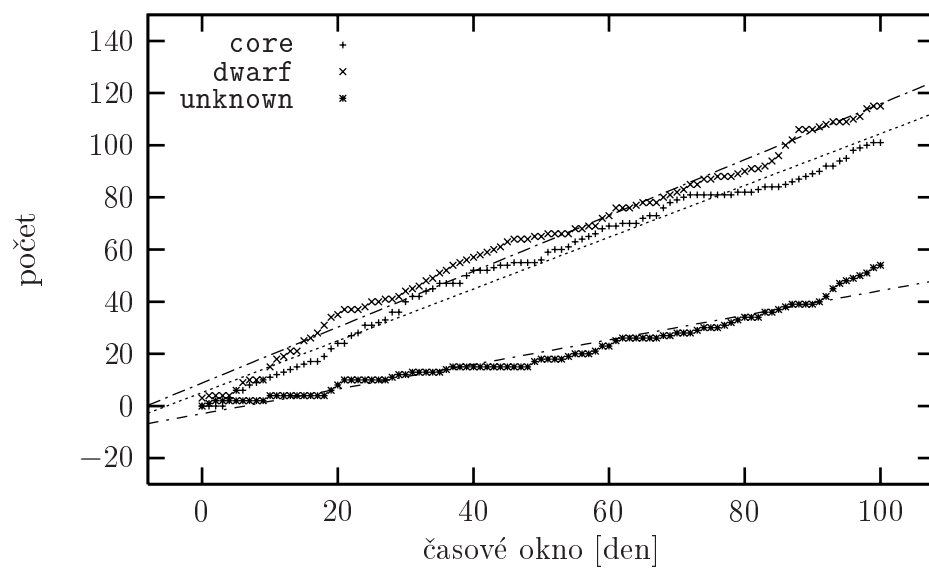
Tabulka 12: A: Parametry fitovaných přímkových závislostí na obrázku 24 a 26.



Obrázek 26: A: Závislost počtu prostorových koincidence na velikosti časového okna pro jednotlivé pseudotypy.

pseudotyp	parametr	hodnota	chyba	rel. chyba [%]
vše	a	2,53	0,02	0,89
	b	11,03	1,30	11,82
core	a	0,99	0,01	1,43
	b	5,17	0,82	15,93
dwarf	a	1,07	0,01	1,24
	b	8,82	0,77	8,69
unknown	a	0,47	0,01	2,12
	b	-2,96	0,58	19,53

Tabulka 13: B: Parametry fitovaných přímkových závislostí na obrázku 25 a 27.



Obrázek 27: \mathbb{B} : Závislost počtu prostorových koincidencí na velikosti časového okna pro jednotlivé pseudotypy.

4 Teorie

4.1 Monte Carlo

Metodami Monte Carlo se nazývají numerická řešení a simulace matematických úloh pomocí modelování náhodných veličin a statistického odhadu jejich charakteristik. V této práci se operuje s náhodnými veličinami různého charakteru. Lze je rozdělit na dvě základní skupiny. Na dvourozměrné, které představují rozložení objektů (bodů) na sféře, a na jednorozměrné, které představují fyzikální charakteristiky studovaných objektů. Přičemž se předpokládá, že poloha objektu na sféře a jeho fyzikální vlastnosti jsou vzájemně nezávislé.

Následující kapitoly představí jednotlivé metody, které byly k modelování použity.

4.1.1 Rovnoměrné rozložení na sféře

Abychom mohli generovat data rovnoměrně rozdělené na sféře, musíme použít příslušné rozdělení pro sférické funkce $f(\vartheta, \varphi)$, tedy

$$f(\vartheta, \varphi) = \frac{\sin \vartheta}{4\pi}. \quad (4.1)$$

Je zřejmé, že ϑ a φ jsou v předešlé definici nezávislé, proto můžeme psát

$$f(\vartheta, \varphi) = f_{\vartheta}(\vartheta) f_{\varphi}(\varphi), \quad (4.2)$$

kde $f_{\vartheta}(\vartheta)$ a $f_{\varphi}(\varphi)$ jsou příslušná marginální rozdělení

$$f_{\vartheta}(\vartheta) = \frac{1}{2} \sin \vartheta, \quad f_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \quad (4.3)$$

Distribuční funkce příslušející k jednotlivým rozdělením pak jsou

$$F_{\vartheta}(\vartheta) = \int_0^{\vartheta} f_{\vartheta}(t) dt = \frac{1}{2} (1 + \cos \vartheta), \quad F_{\varphi}(\varphi) = \int_0^{\varphi} f_{\varphi}(t) dt = \frac{\varphi}{2\pi}. \quad (4.4)$$

Můžeme proto generovat rovnoměrně rozdělené body na sféře pomocí transformace

$$\vartheta = \arccos(2a - 1), \quad \varphi = 2\pi b, \quad (4.5)$$

kde a a b jsou náhodná čísla s rovnoměrným rozdělením z intervalu $[0, 1]$. Transformace (4.5) platí pro matematickou definici sférických souřadnic. Pro *geodetické* souřadnice, kdy pólům přísluší hodnoty $\delta = \pi/2$, resp. $\delta = -\pi/2$, lze použít transformaci

$$\delta = \arcsin(2a - 1), \quad \alpha = 2\pi b. \quad (4.6)$$

Transformace (4.6) je v práci mnohokrát použita.

4.1.2 Rozdělení reálných objektů na sféře

Reálné objekty, v našem případě zejména supernovy, nejsou na obloze rozloženy rovnoměrně, resp. my je rovnoměrně rozložené nepozorujeme. V optickém spektru je pozorování významně ovlivněno naší polohou v Galaxii a výběrovými pravidly projektů, které se zaměřují na studium konkrétních částí oblohy.

Je tedy nutné pro simulace použít jiný způsob generování poloh objektů. Důležité přitom bylo, aby co nejvěrněji respektoval diskrétní rozdělení skutečných objektů. Z tohoto důvodu byly příslušné objekty (např. supernovy), resp. jejich souřadnice oindexovány

$$R_i = [\alpha_i, \delta_i], \quad (4.7)$$

kde index i nabývá hodnoty $[0, N]$. Hodnota N reprezentuje počet příslušných objektů. Generování náhodných objektů se potom redukuje na generování indexu i , který má diskrétní rovnoměrné rozdělení z intervalu $[0, N]$.

Takto vygenerované objekty mají stejné rozdělení jako reálné objekty. Popsaný algoritmus byl implementován ještě s mírnou obměnou, která spočívala v tom, že jako R_i nebyla vrácena přesně souřadnice $[\alpha_i, \delta_i]$, ale jeho mírná variace. Tato mírná variace spočívala v tom, že bod R_i byl na sféře mírně pootočen. Rotační parametry α , β a γ (viz kap. 4.1.4) byly určeny následovně:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= \Delta - 2 \operatorname{rand}(\Delta) \\ \gamma &= \Delta - 2 \operatorname{rand}(\Delta), \end{aligned} \quad (4.8)$$

kde $\Delta = 2\pi k$. Koeficient k nabývá hodnoty z intervalu $[0, 1)$. Funkce $\operatorname{rand}(x)$ vrací hodnotu s rovnoměrným rozdělením z intervalu $[0, x)$. Parametr k tedy určuje, jak moc se bude lišit rozdělení reálných objektů od objektů generovaných.

4.1.3 Reálné parametry

V případě reálných parametrů objektů bylo postupováno podobně jako v případě jejich souřadnice. Situace byla jednodušší v tom, že parametry jsou jednorozměrné.

Jednotlivé parametry byly nezávisle na sobě oindexovány (schématicky jsou zde znázorněny pouze tři parametry p_1 , p_2 a p_3):

$$\begin{array}{ccc} p_{1,1} & p_{2,1} & p_{3,1} \\ & \vdots & \\ p_{1,i} & p_{2,i} & p_{3,i} \\ & \vdots & \\ p_{1,N} & p_{2,N} & p_{3,N}. \end{array} \quad (4.9)$$

Index i nabývá hodnot z intervalu $[0, N]$. Stejně jako v případě souřadnic se náhodná sada parametrů určí tak, že se vygeneruje index i s diskrétním rovnoměrným rozdělením z intervalu $[0, N]$. Ten pak určí konkrétní hodnoty parametru.

I v tomto případě byla implementována modifikovaná verze, která před vrácením požadovaných hodnot mírně pozměnila jejich hodnotu:

$$p_\delta = p + \Delta(1 - 2x), \quad (4.10)$$

kde p je hodnota původního parametru a x je náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením z intervalu $[0, 1)$. Hodnota Δ je určena součinem pk , kde parametr k určuje relativní odlišnost hodnoty p_δ od původní p .

4.1.4 Rotace souřadnic

Některé prováděné testy a simulace spočívaly v tom, že se hledala koincidence mezi prostorovou a časovou korelací dvou typů objektů. Aby byla vyloučena fyzikální souvislost mezi objekty, souřadnice (na sféře) objektů jednoho typu byly podrobeny rotaci.

Každá rotace je charakterizována trojicí úhlů α , β a γ , které po řadě představují rotaci kolem osy z , y a zase kolem osy z . Osy, kolem nichž se rotuje se během transformací nemění. Trojice kartézských souřadnic (x, y, z) bude tedy transformována jako:

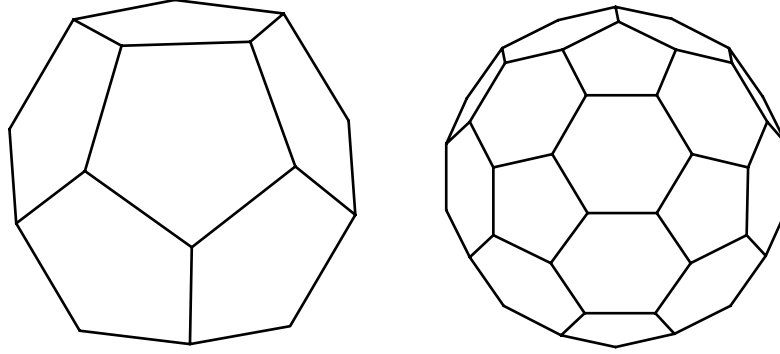
$$\begin{aligned} x' &= x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' &= x \sin \alpha + y \cos \alpha \\ z' &= z \cos \beta - x' \sin \beta \\ x'' &= z \sin \beta + x' \cos \beta \\ x''' &= x'' \cos \gamma - y' \sin \gamma \\ y'' &= x'' \sin \gamma + y' \cos \gamma. \end{aligned}$$

Výsledkem je bod o souřadnicích (x''', y'', z') . Je potřeba zvolit takové trojice hodnot α_i , β_i a γ_i , aby bod, který bude postupně zobrazován pro různé i , pokryl co nejrovnoměrněji celou sféru. Zejména je potřeba, aby hodnoty α_i , β_i a γ_i nepředstavovaly identitu, ani přibližně.

Problém byl řešen opačným směrem. Z bodů pravidelně rozložených po sféře byly zkonstruovány příslušné rotační úhly. Tyto body reprezentovaly vrcholy pravidelných mnohostěnů.

V prvním kroku se mnohostěn otočil tak, aby jeden jeho vrchol byl na pólu a jedna z hran ležela v ose x . V dalším se pak zjišťovaly sférické souřadnice ostatních vrcholů, které představovaly hodnoty úhlů β_i a γ_i . Zbývalo určit úhel α_i , který nebyl dvěma body (pól a nějaký další vrchol) určen. Každé dvojici β_i a γ_i bylo přiřazeno pět úhlu α rovnoměrně pokrývající interval $[0, 2\pi)$.

V praxi byl zkonstruován program, který na vstup dostal jméno mnohostěnu a na výstupu vrátil hodnoty α_i , β_i a γ_i . Index i nabývá hodnot $[0, N - 1]$, kde N je počet vrcholů mnohostěnu. Pro simulace byl použit pravidelný dvanáctistěn a komolý dvacetistěn (*truncated icosahedron*). Jejich schématické znázornění je na obrázku 28.



Obrázek 28: Vrcholy mnohostěnu (pravidelný dvanáctistěn a komolý dvacetistěn) definují pozice, do kterých se při rotacích pozic záblesků gama přesouval severní pól.

4.2 Test rovnoměrného pokrytí oblohy

Jako míru isotropnosti supernov a záblesků gama lze použít výpočet dipólového a kvadrupólového momentu jejich rozložení na sféře, které je popsáno funkcí $\Gamma(\varphi, \vartheta)$ [79]. Dipólový moment \mathbf{P} je definován

$$\mathbf{P} = \int \mathbf{n} \Gamma(\varphi, \vartheta) d\Omega. \quad (4.11)$$

Kvadrupólový moment H_{ij} pak

$$H_{ij} = \int (3n_i n_j - \delta_{ij}) \Gamma(\varphi, \vartheta) d\Omega, \quad (4.12)$$

kde indexy i a j nabývají hodnot 1, 2 a 3; δ_{ij} je Kroneckerův symbol a \mathbf{n} je jednotkový normálový vektor. Pro rovnoměrné rozdělení (viz odstavec 4.1.1) je funkce $\Gamma(\varphi, \vartheta)$ rovna

$$\Gamma(\varphi, \vartheta) = \frac{1}{4\pi} \quad \text{pokud je} \quad d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (4.13)$$

V tomto případě je dipólový moment \mathbf{P} i kvadrupólový moment H_{ij} nulový. Test isotropnosti tedy spočívá v tom, použít jako funkci $\Gamma(\varphi, \vartheta)$ (galaktické) souřadnice supernov a záblesků gama. Výsledné hodnoty \mathbf{P} a H_{ij} jsou náhodné veličiny; pro pozdější použití je potřeba odhadnout disperzi, resp. střední kvadratickou

odchylku, složek dipólového momentu pro rovnoměrně rozdělení. Pro disperzi zřejmě platí:

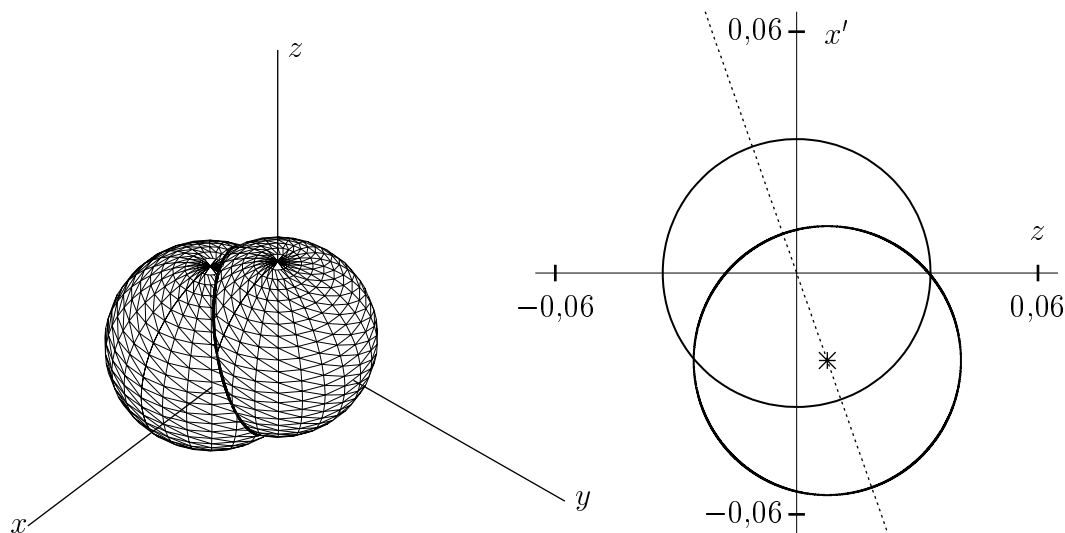
$$D_i = \int n_i^2 \Gamma(\varphi, \vartheta) d\Omega = \frac{1}{3} \quad \text{pro } i \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.14)$$

4.2.1 Záblesky gama

Střední kvadratickou odchylku pro případ záblesků gama, kde $N = 2702$ je jejich počet dostaneme

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{D}{N}} \doteq 0,0111. \quad (4.15)$$

Nalezené hodnoty dipólového momentu \mathbf{P} a kvadrupólového momentu H_{ij} pro záblesky gama obsahuje tabulka 14. Výsledek je graficky znázorněn na obrázku 29. V jeho levé části je znázorněna v počátku soustavy souřadnic (x, y, z) koule o poloměru $3\sigma_N$. Ta obsahuje dipólový moment pro 2702 na bodů na sféře s rovnoměrným rozdělením s pravděpodobností přibližně 99,73 %. Další objekt na obrázku je rotační elipsoid se středem (P_1, P_2, P_3) , viz tabulka 14, a poloosami

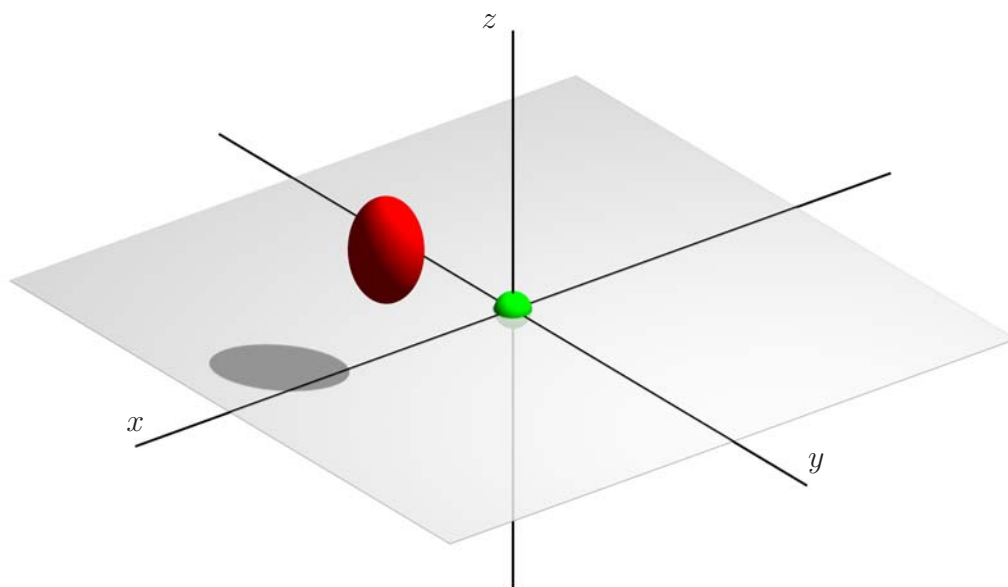


Obrázek 29: Grafické srovnání dipólového momentu pro 2702 náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením na kouli a dipólového momentu záblesků gama. V počátku soustavy souřadnic je koule reprezentující dipólový moment náhodných bodů na 99,73% hladině pravděpodobnosti. Druhým objektem je rotační elipsoid reprezentující dipólový moment pro záblesky gama. Pravá část obrázku představuje řez rovinou obsahující osu z a procházející středy vlevo zobrazených objektů. Křížek označuje střed rotačního elipsoidu.

o velikostech 3σ , kde σ je odpovídající standardní odchylka (opět je k nalezení v tabulce 14). Na obrázku 29 vpravo je znázorněn řez levé části obrázku. V řezné rovině leží osa z , střed koule a střed rotačního elipsoidu¹⁶⁾. Osa x' vznikne transformací, která odpovídá rotaci kolem osy z tak, aby střed rotačního elipsoidu ležel v rovině $x'z$. Z obrázku je zřejmé, že dipólový moment \mathbf{P} pro rovnoměrné rozdělení souhlasí na uvažované pravděpodobnostní hladině s dipólovým momentem záblesků gama. Totéž lze říci o diagonálních hodnotách kvadrupólového momentu. Lze tedy konstatovat, že záblesky gama jsou na obloze izotropní.

4.2.2 Supernovy

Výsledný dipólový a kvadrupólový moment pro supernovy obsahuje tabulka 15. Na obrázku 30 je opět dipólový moment znázorněn graficky. Koule v počátku soustavy souřadnic (x, y, z) má poloměr $3\sigma_N$, kde σ_N je střední kvadratická odchylka dipólového momentu $N = 943$ náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením na povrchu koule.



Obrázek 30: Grafické srovnání dipólového momentu pro 943 náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením na kouli a dipólového momentu supernov. V počátku soustavy souřadnic je koule reprezentující dipólový moment náhodných bodů na 99,73% hladině pravděpodobnosti. Druhým objektem je rotační elipsoid reprezentující dipólový moment pro supernovy.

¹⁶⁾ Rozdíly mezi jednotlivými poloosami jsou velmi malé, proto řez připomíná kružnici.

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{D}{N}} \doteq 0,0053. \quad (4.16)$$

Další objektem, na obrázku 30 vlevo, je rotační elipsoid se středem (P_1, P_2, P_3) , viz tabulka 15, a poloosami o velikostech 3σ ; kde σ je odpovídající standardní odchylka. Z odchýlení dipólového momentu rovnoměrně rozdělených objektů od dipólového momentu stejného počtu supernov můžeme říci, že rozložení supernov nelze považovat za izotropní. Tentýž závěr plyne z diagonálních prvků kvadrupólového momentu.

V následující podkapitole 4.3 bude určeno, jakou část oblohy supernovy pokrývají.

veličina	hodnota	σ
P_x	-0,010	0,011
P_y	0,019	0,011
P_z	0,007	0,011
H_{11}	-0,007	0,017
H_{12}	-0,047	0,014
H_{13}	-0,021	0,014
H_{21}	-0,047	0,014
H_{22}	0,012	0,017
H_{23}	0,050	0,014
H_{31}	-0,021	0,014
H_{32}	0,050	0,014
H_{33}	-0,005	0,017

Tabulka 14: Výsledek dipólového a kvadrupólového momentu pro záblesky gama.

veličina	hodnota	σ
P_x	-0,161	0,010
P_y	0,034	0,010
P_z	0,123	0,016
H_{11}	-0,263	0,015
H_{12}	0,010	0,013
H_{13}	0,116	0,020
H_{21}	0,010	0,013
H_{22}	-0,300	0,015
H_{23}	-0,194	0,019
H_{31}	0,116	0,020
H_{32}	-0,194	0,019
H_{33}	0,564	0,017

Tabulka 15: Výsledek dipólového a kvadrupólového momentu pro supernovy.

4.3 Odhad pokrytí oblohy

Pro odhad pravděpodobnosti koincidence chybových kružnic záblesků gama a supernov je potřeba určit, jakou část oblohy jednotlivé objekty pokrývají. Cílem této kapitoly je tento problém vyřešit.

Z mapky na obrázku 15 je zřejmé, že na části oblohy žádné supernovy nepozorujeme. U záblesků gama (obr. 10), které vykazují isotropii, to tak zřejmé není. Záblesky gama se na první pohled jeví, jakoby pokrývaly rovnoměrně celou oblohu. Ale toto tvrzení je potřeba podložit argumenty.

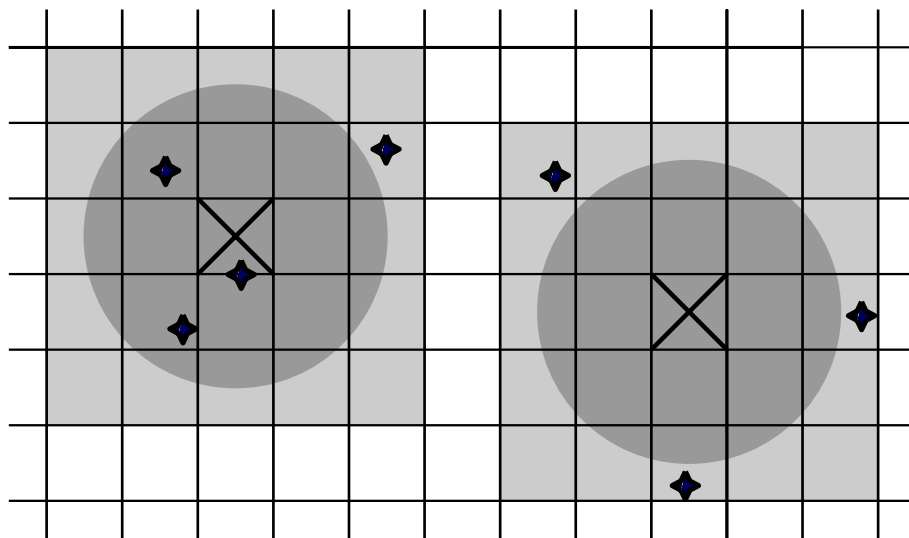
Relativní pokrytí oblohy lze hrubě charakterizovat zlomkem

$$\text{pokrytí} = \frac{\text{zaplněné}}{4\pi}, \quad (4.17)$$

tedy poměr části oblohy na které se objekty vyskytují oproti celé obloze. Tuto hrubou definici zjemníme tak, aby ji bylo možno využít k numerické analýze.

Jako „bílé místo“ na obloze definujeme takové, kde se v jeho sférickém okolí ρ nenachází žádný objekt. V praxi lze takto prověřit síť diskretních míst na sféře, čímž získáme představu o reálné situaci v těchto diskretních bodech. Bude-li síť těchto bodů dostatečně hustá, můžeme z poměru „bílých míst“ a těch, co „bílá“ nejsou určit relativní pokrytí oblohy.

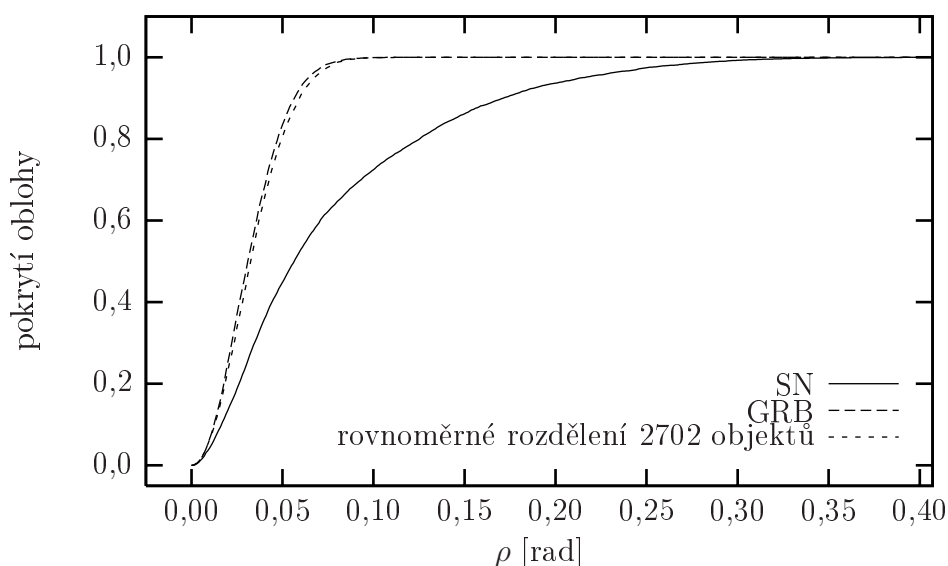
Na obrázku 31 je znázorněna malá část sféry. Z praktických důvodů, které budou podrobněji vysvětleny v podkapitole 5.1, je sféra rozdělena na pravoúhlé



Obrázek 31: Na levé straně bude hodnota obdélníčku s křížkem rovna třem, tedy políčko „bílé“ nebude. Na pravé straně je příklad situace „bílého“ políčka. Šedě vybarvená pravoúhlá oblast obsahuje obdélníčky, ve kterých se objekty hledají, Tmavší šedá kružnice znázorňuje oblast ρ , pokud je v ní alespoň jeden objekt, máme „bílé“ políčko.

oblasti.¹⁷⁾ Jednotlivé objekty, jejichž rozložení studujeme, přísluší těmto oblastem. Ony diskrétní body, zmíněné v předchozím odstavci, jsou středy těchto obdélníčků.

Ve středu obdélníčku (na obrázku znázorněno křížkem) sestrojíme kružnici o poloměru ρ . Spočítáme objekty, které leží uvnitř kružnice. Více bude o vlastním algoritmu pojednáno v podkapitole 5.1. Závěrem bude, že obdélníček je buď „bílým místem“, a to v případě, kdy kružnice žádný objekt neobsahovala, nebo naopak „bílým místem“ nebude, pokud kružnice alespoň jeden bod pokryla.



Obrázek 32: Relativní pokrytí oblohy pro supernovy, záblesky gama a pro náhodných 2702 bodů (s rovnoměrným rozdělením na sféře). Jako nezávislý parametr je velikost okolí ρ . Výsledek aplikace výše zmíněného algoritmu.

Je zřejmé, že významnou veličinou je velikost okolí ρ . Na obrázku 32 je znázorněno pokrytí pro supernovy, záblesky gama a pro náhodné body s rovnoměrným rozdělením.¹⁸⁾ Nezávislou proměnnou je velikost okolí ρ . Počet pravoúhlých oblastí, na které byla sféra v tomto případě rozdělena, je v obou souřadnicích 100.

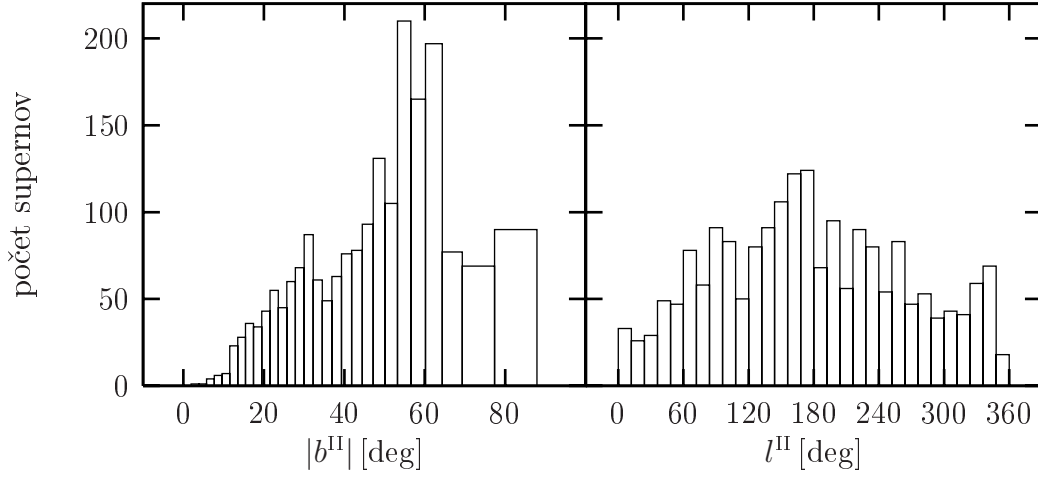
Z obrázku je patrné, že pokrytí oblohy pro záblesky gama je prakticky totožné s rovnoměrným rozděleným pokrytím, zatímco rozložení supernov je od něj vzdálené. To lze připsat galaktické extinkci. Na obrázku 33 jsou zobrazeny dva histogramy¹⁹⁾, které představují rozložení supernov v jednotlivých galaktických souřadnicích. Na levé části obrázku je dobře patrný vliv galaktické extinkce.

Z obrázku 32 je zřejmé, že pro velikost okolí $\rho > 0,3$ rad i supernovy pokrývají

¹⁷⁾ Pravoúhlé jsou sférické souřadnice φ a ϑ .

¹⁸⁾ Počet náhodných bodů je 2702, což odpovídá počtu použitých záblesků gama.

¹⁹⁾ Velikost buněk histogramu podél poledníku se směrem k pólu zvětšuje, tak aby plocha byla konstantní. Viz příloha na straně 186.



Obrázek 33: Rozložení supernov v závislosti na galaktických souřadnicích b^{II} a l^{II} .

celou oblohu. Abychom byli s to posoudit pokrytí jednotlivých objektů na obloze, musíme studovat jejich vzájemné vzdálenosti.

4.3.1 Rozdělení vzdáleností nejbližšího bodu

Uvažujme nyní $N + 1$ náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením bodů na sféře (viz odstavec 4.1.1). Bez újmy na obecnosti předpokládejme, že první z nich leží na severním pólu. Toho lze vždy dosáhnout vhodnou rotací souřadnic. Vzdálenosti ostatních bodů jsou pak přímo rovny jejich souřadnicím ϑ .

Pro každý ze zbývajících N bodů je pravděpodobnost, že bude ležet alespoň ρ daleko od pólu rovna $1 - F_\vartheta(\rho)$, kde $F_\vartheta(\rho)$ je definována v kapitole 4.1.1. Pravděpodobnost, že bude

$$P(\text{všechny vzdálenosti alespoň } \rho) = (1 - F_\vartheta(\rho))^N, \quad (4.18)$$

což můžeme upravit

$$(1 - F_\vartheta(\rho))^N = \left(1 - \frac{1}{2}(1 + \cos \rho)\right)^N = \cos^{2N} \frac{\rho}{2}. \quad (4.19)$$

Definici (4.18) můžeme použít pro vyjádření pravděpodobnosti, že nejbližší bod bude ležet v intervalu $[\rho_1, \rho_2)$, tedy

$$P(\text{nejbližší mezi } \rho_1 \text{ a } \rho_2) = (1 - F_\vartheta(\rho_1))^N - (1 - F_\vartheta(\rho_2))^N. \quad (4.20)$$

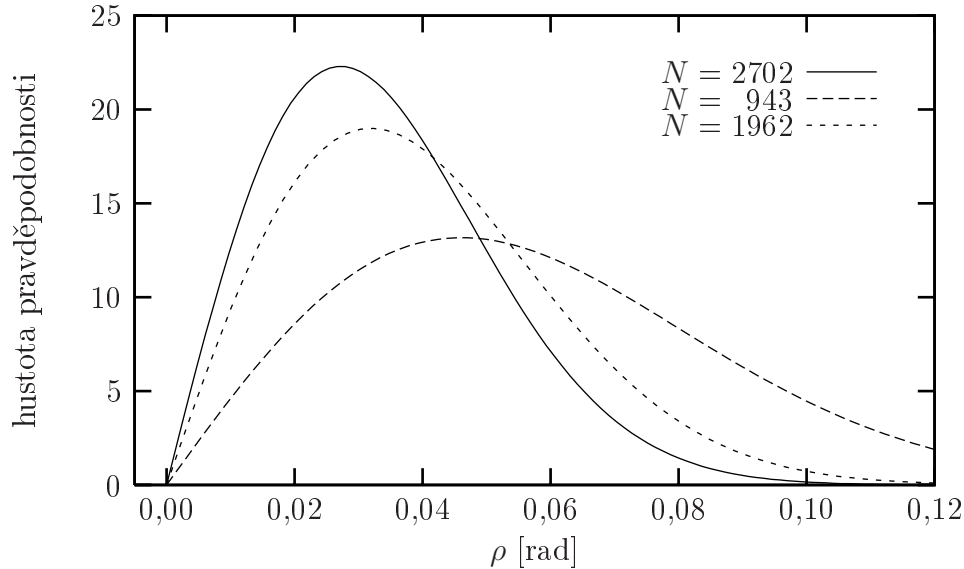
Odtud dostáváme hustotu pravděpodobnosti vzdálenosti nejbližšího bodu

$$g_{N+1}(\rho) = -\frac{d}{d\rho} \cos^{2N} \frac{\rho}{2}, \quad (4.21)$$

což lze zjednodušit na

$$g_{N+1}(\rho) = N \sin \frac{\rho}{2} \cos^{2N-1} \frac{\rho}{2}. \quad (4.22)$$

Obrázek 34 ukazuje $g_{N+1}(\rho)$ pro různé hodnoty N : 2702 – počet záblesků gama, 1962 – počet supernov, 943 – počet supernov během BATSE éry.



Obrázek 34: Rozdělení vzájemných minimálních vzdáleností $g_{N+1}(\rho)$ pro N (2702 – počet záblesků gama, 1962 – počet supernov, 943 – počet supernov během BATSE éry) objektů s rovnoměrným rozdělením na sféře.

Obrázek 35 ukazuje $g_{N+1}(\rho)$ spolu s výsledky simulace. Ta probíhala následujícím způsobem. Na sféře se vygenerovalo $N = 2702$ náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením. Ke každému bodu byla určena vzdálenost nejbližšího souseda. Celý tento postup se zopakoval tisíckrát. Z rozdělení získaných vzdáleností byla sestavena hustota pravděpodobnosti. Při tolika opakováních má shoda s teoretickým výpočtem blízko k dokonalosti.

Pro příslušnou distribuční funkci pak zjevně platí:

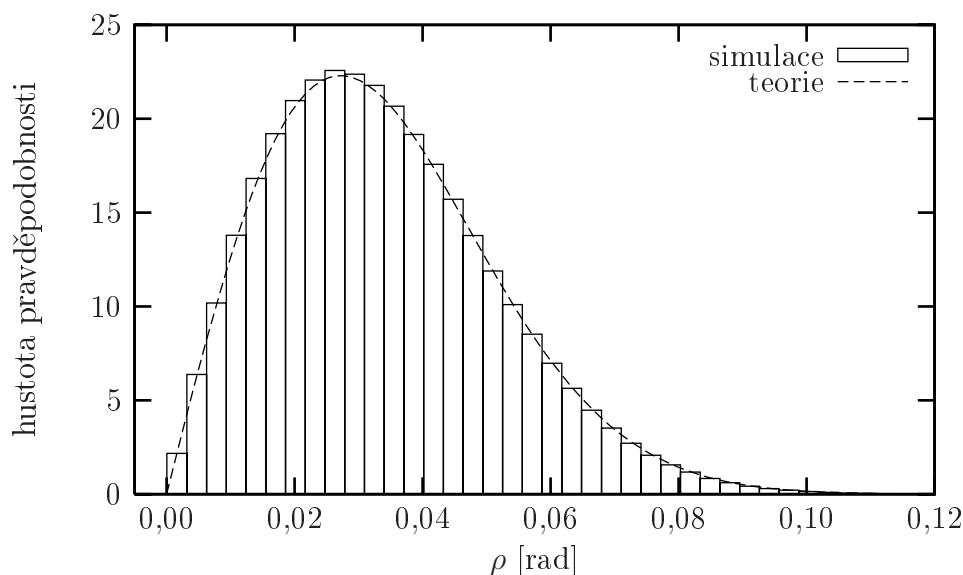
$$G_{N+1}(\rho) = 1 - \cos^{2N-1} \frac{\rho}{2}. \quad (4.23)$$

Střední relativní část sféry skládající se z bodů vzdálenějších než ρ od každého z N bodů je proto rovna:

$$s_N(\rho) = 1 - G_{N+1}(\rho). \quad (4.24)$$

Střední relativní části sféry, která je pokryta hustěji (vzdálenost mezi body je menší než ρ) je doplňkem do jedné, tj.

$$c_N(\rho) = G_{N+1}(\rho). \quad (4.25)$$



Obrázek 35: Rozdělení vzájemných minimálních vzdáleností mezi $N = 2702$ objekty s rovnoměrným rozdělením na sféře.

Zvolíme-li pro dané N hodnotu ρ tak, aby např. $G_N(\rho) = 1 - q = 0,99$, můžeme za pokrytou část sféry prohlásit tu, z níž je vzdálenost k nejbližšímu z oněch N bodů rovna nejvýše $\rho_N(q)$, které vypočteme jako:

$$\rho_N(q) = 2 \arccos q^{1/2N}. \quad (4.26)$$

Z těchto teoretických úvah tedy získáme pro daná q a N hodnotu ρ , kterou pak použijeme pro reálná data (souřadnice supernov a záblesků gama), abychom získali představu o jejich pokrytí oblohy.

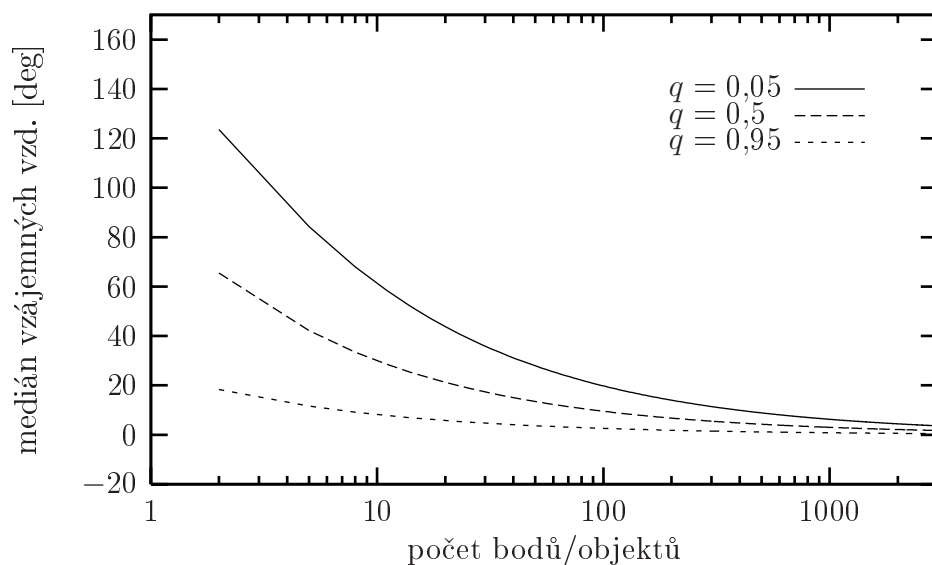
Předešlý výsledek, funkce $\rho_N(q)$, je pro různé hodnoty q (0,05, 0,5 a 0,95) graficky znázorněn na obrázku 36.

K ověření předešlého výsledku byla provedena následující simulace. Vygenerovalo se N náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením na sféře. Pro každý bod byla určena vzdálenost k nejbližšímu. Z těchto minimálních vzdáleností byl určen medián ($q = 0,5$).

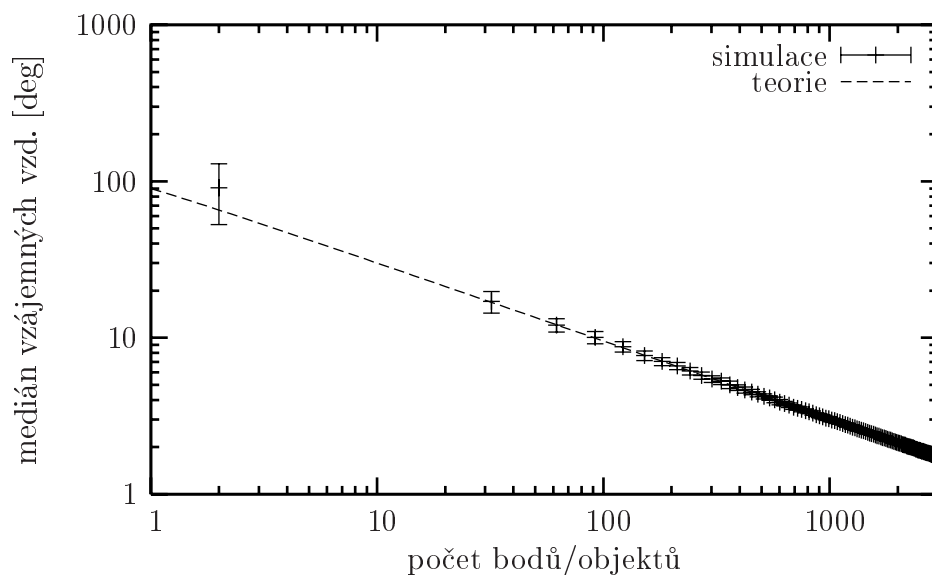
Hodnota N postupně nabývala hodnot od 1 do 3000. Celý postup byl zopakován stokrát. Pro každou hodnotu N byla určena střední hodnota získaných mediánů a jejich standardní odchylka. Výsledek je spolu s (4.26) na obrázku 37.

Předchozí úvahy vedly k tomu, abychom pro daný počet objektů s rovnoměrným rozdělením na sféře N zvolili signifikantní velikost okolí ρ . Vrátime-li se nyní zpět ke grafu 32, můžeme zjistit, jaké je reálné pokrytí sféry zkoumanými objekty, tedy záblesky gama a supernovami. Tabulka 16 ukazuje výsledky pro hodnotu $1 - q = 0,99$, obsahuje také příslušné hodnoty ρ a N .

Z tabulky 16 můžeme tedy potvrdit isotropnost záblesků gama, pokrývají



Obrázek 36: Funkce $\rho_N(q)$ pro různé hodnoty q .

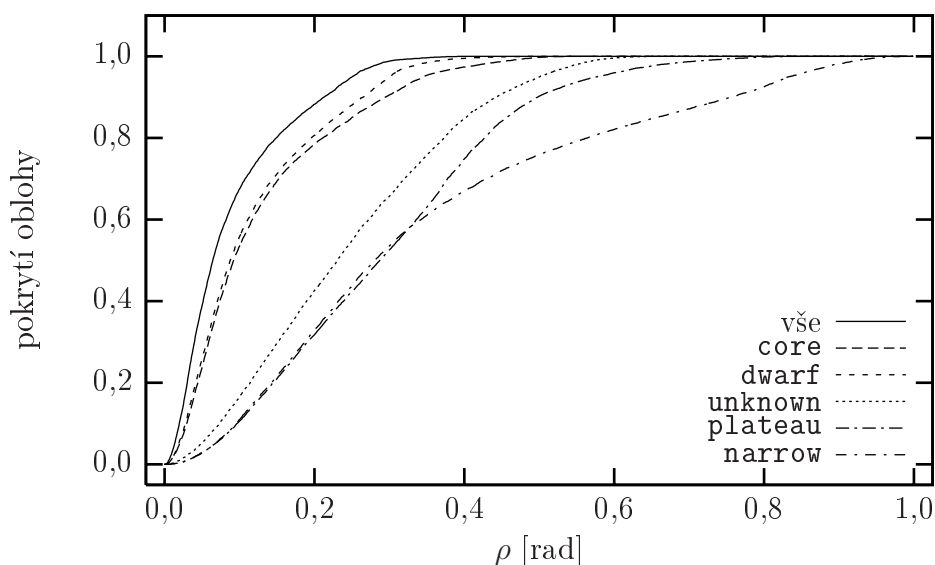


Obrázek 37: Medián nejblíže vzájemných vzdáleností v závislosti na počtu náhodných bodů s rovnoměrným rozdělením na sféře.

přes 99 % oblohy. Oproti tomu supernovy pokrývají pouze něco přes 65 % oblohy. Dále bylo studováno pokrytí oblohy jednotlivými pseudotypy supernov. Výsledky shrnují tabulka 17 a obrázek 38.

objekt	N	ρ [rad]	ρ [deg]	pokrytí oblohy [%]
SN	2 736	0,0820	4,70	65,420
GRB	2 702	0,0825	4,73	99,275

Tabulka 16: Zjištěné hodnoty pokrytí oblohy záblesky gama a supernovami pro hodnotu $1 - q = 0,99$.



Obrázek 38: Pokrytí oblohy jednotlivými pseudotypy supernov.

4.4 Pravděpodobnost koincidence

V této podkapitole se pokusíme odhadnout pravděpodobnost, s jakou může nastat koincidence záblesku gama se supernovou. Koincencí je míněno to, že bude pozorována supernova v chybové kružnici záblesku gama, a to během pevně zvoleného časového intervalu (časového okna). Pokusíme se pravděpodobnost koincidence rozložit na co nejjednodušší, fyzikálně zřejmé části.

V odvození použijeme konstanty, která pochází (přímočaře) ze surových dat nebo jsou odvozeny v dalších kapitolách. Tabulka 18 ukazuje použité hodnoty a význam symbolů.

Naše úvaha začne tím, že pozorujeme záblesk gama. Pravděpodobnost, že se k němu bude pozorovat i supernova (splní podmínku z úvodu kapitoly), označme P . Hodnota P je složena ze dvou částí. Jedna část reprezentuje pravděpodobnost, že pozorovaná supernova má s zábleskem gama fyzikální souvislost, označme ji P_{phys} . Druhá část představuje pravděpodobnost koincidence náhodné, označme ji P_{rand} . Hodnotu P můžeme vyjádřit tak, že se realizuje buď P_{phys} nebo P_{rand} :

$$P = 1 - [(1 - P_{\text{phys}})(1 - P_{\text{rand}})]. \quad (4.27)$$

4.4.1 Fyzická koincidence

Dále označme p_x jako relativní část záblesků gama, které mají souvislost se supernovou. Kdybychom registrovali každý, bylo by

$$P_{\text{phys}} = p_x.$$

Nyní se pokusíme popsat, na čem bude záviset reálná hodnota P_{phys} , tedy jakou máme šanci (naše detekční schopnosti jsou omezené) ke záblesku gama registrovat supernovu. Supernova může být příliš slabá nebo může být zastíněna rovinou Galaxie. Pravděpodobnost, že je dostatečně intenzivní na to, abychom ji byli schopni detekovat, označíme $p_{\text{SN}_{\text{viz}}}$. Pravděpodobnost, že je na nezastíněné části oblohy označíme $p_{\text{SN}_{\text{dist}}}$. Dále označme $p_{\text{SN}_{\text{obs}}}$ pravděpodobnost detekce supernovy, tedy

objekt	N	ρ [rad]	ρ [deg]	pokrytí oblohy [%]
vše	1 895	0,099	5,648	67,22
core	671	0,166	9,488	72,96
dwarf	915	0,143	8,126	69,36
bizzare	1	2,941	168,522	—
linear	5	1,776	101,758	—
narrow	50	0,602	34,511	82,23
plateau	57	0,565	32,353	94,48
uncertain	425	0,201	11,918	60,49
unknown	309	0,244	13,972	53,42

Tabulka 17: Relativní pokrytí oblohy jednotlivými pseudotypy supernov v závislosti na velikosti okolí ρ .

rel. pokrytí oblohy (SN)	$p_{\text{SN}_{\text{dist}}}$	0,65
rel. pokrytí oblohy (GRB)	$p_{\text{GRB}_{\text{dist}}}$	0,99
medián chybové kružnice	ρ	0,0579 rad
časové okno	Δt	60 dní
BATSE éra	ΔT	3323 dní
počet SN za BATSE éru	N_{SN}	943
počet GRB	N_{GRB}	2702

Tabulka 18: Význam symbolů a použité hodnoty v odhadu pravděpodobnosti koincidence.

že budeme provádět pozorování. Jelikož všechny podmínky, které zmiňované pravděpodobnosti reprezentují, jsou na sobě nezávislé a musí být splněny současně, získáme výslednou hodnotu P_{phys} jako součin těchto pravděpodobností. Tedy:

$$P_{\text{phys}} = p_x p_{\text{SN}_{\text{dist}}} p_{\text{SN}_{\text{viz}}} p_{\text{SN}_{\text{obs}}}. \quad (4.28)$$

Čas zde neuvažujeme, protože vyšetřujeme fyzickou koincidence. Časovou korelaci předpokládáme automaticky za splněnou.

4.4.2 Náhodná koincidence

Situace s P_{rand} je o něco složitější. Abychom se jí dobrali, zapišme nejprve pravděpodobnost, že náhodně vybraná supernova bude prostorově koincidovat s naším zábleskem gama, tzn. že její poloha bude uvnitř chybové kružnice. Dále předpokládejme, že záblesky gama mají rovnoměrné rozdělení po obloze (odstavec 4.3.1). Označme tuto pravděpodobnost jako p'_{space} . Tedy

$$p'_{\text{space}} = \frac{\text{„plocha“}}{4\pi} = \frac{2\pi(1 - \cos \rho)}{4\pi} = \sin^2\left(\frac{\rho}{2}\right). \quad (4.29)$$

Některá část oblohy (zastíněná rovinou Galaxie) je pro detekci nepříznivá. Proto je třeba předešlý vztah vynásobit $p_{\text{SN}_{\text{dist}}}$ (relativní pokrytí oblohy supernovami). Dostaneme pravděpodobnost prostorové koincidence p_{space} , tedy:

$$p_{\text{space}} = p_{\text{SN}_{\text{dist}}} \sin^2\left(\frac{\rho}{2}\right). \quad (4.30)$$

Nyní musíme zapsat vztah pro časovou koincidence p_{time} , tedy pravděpodobnost, že náhodně vybraná supernova bude v intervalu (časovém okně) Δt . Náhodnou supernovou rozumíme tu, která je použita v předešlém odstavci.

$$p_{\text{time}} = \frac{\Delta t}{\Delta T}, \quad (4.31)$$

kde ΔT je celkový pozorovací čas. Výslednou pravděpodobnost P_{rand} zapišeme jako *nebo* přes všechny supernovy, tedy:

$$P_{\text{rand}} = 1 - (1 - p_{\text{space}} p_{\text{time}})^{N_{\text{SN}}}. \quad (4.32)$$

Dosadíme-li do předchozí rovnice za p_{space} a p_{time} příslušné odvozené vztahy, dostaneme:

$$P_{\text{rand}} = 1 - \left(1 - \sin^2\left(\frac{\rho}{2}\right) \frac{\Delta t}{\Delta T} p_{\text{SN}_{\text{dist}}}\right)^{N_{\text{SN}}}. \quad (4.33)$$

Nyní můžeme vyjádřit celkovou pravděpodobnost P , tedy pravděpodobnost, že je splněna alespoň jedna z podmínek (P_{phys} nebo P_{rand}):

$$P = 1 - [(1 - p_x p_{\text{SN}_{\text{dist}}} p_{\text{SN}_{\text{viz}}} p_{\text{SN}_{\text{obs}}}) (1 - P_{\text{rand}})]. \quad (4.34)$$

Po dosažení hodnot uvedených v tabulce 18 do vztahu (4.33) pro P_{rand} dostaneme:

$$P_{\text{rand}} = 9,244 \cdot 10^{-3}. \quad (4.35)$$

P_{rand} je tedy pravděpodobnost, že ke libovolnému pevně zvolenému záblesku gama nalezneme supernovou splňující koincidenční podmínku. Po těchto hrubých odhadech se pokusíme odhadnout střední počet koincidujících dvojic supernova–záblesk gama s využitím charakteristik pozorovaných dat.

4.5 Odhad středního počtu koincidencí

V této kapitole bude proveden odhad středního počtu koincidencí (prostorové a časové) mezi pozorovanými záblesky gama družice BATSE a supernovami pozorovanými během tohoto období.

Jako i v předchozí podkapitole 4.4.2 budeme předpokládat, že prostorová a časová část koincidenční podmínky jsou na sobě nezávislé a lze je tedy separovat a vyšetřit odděleně.

Hodnoty veličin použitých při výpočtech obsahuje tabulka 21.

4.5.1 Prostorová koincidence

Využijeme-li vztahu (4.29), můžeme napsat vztah pro střední hodnotu S_{space} počtu párů supernova–záblesk gama, které splňují prostorovou část koincidenční podmínky.

$$S_{\text{space}} = N_{\text{GRB}} N_{\text{SN}} \int_{\rho_{\text{min}}}^{\rho_{\text{max}}} p_{\text{space}} f_{\rho}(\rho) d\rho, \quad (4.36)$$

kde ρ_{min} je minimální hodnota poloměru chybové kružnice, ρ_{max} je maximální hodnota poloměru chybové kružnice a funkce $f_{\rho}(\rho)$ je pak hustota pravděpodobnosti poloměru chybové kružnice ρ . Obrázek 39 ukazuje funkci $f_{\rho}(\rho)$ získanou numericky z histogramu na obrázku 11 (strana 43) a proloženou kubickým splinem. Kontrolní²⁰⁾ integrace dá po numerickém výpočtu

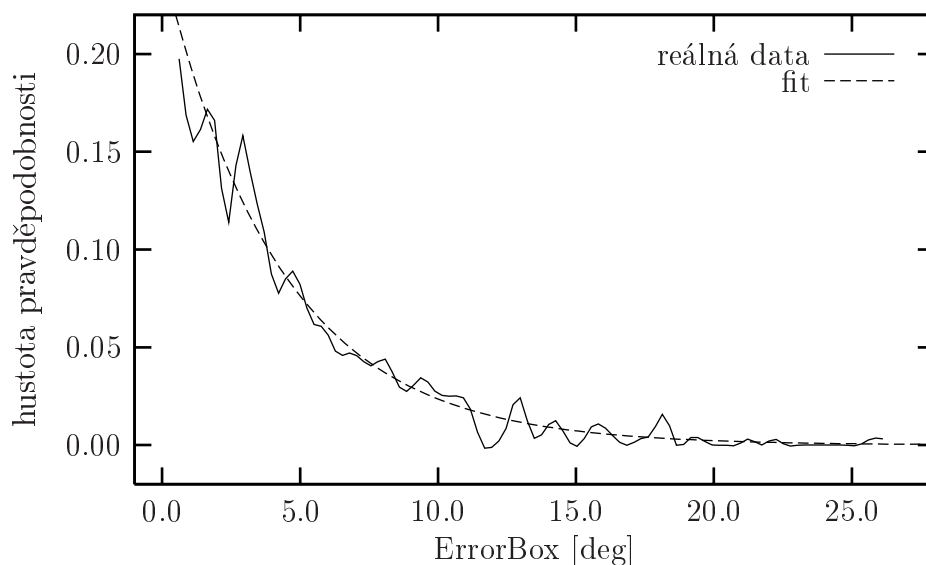
$$\int_{\rho_{\text{min}}}^{\rho_{\text{max}}} f_{\rho}(\rho) d\rho = 0,928.$$

Tato hodnota bude ve výsledku použita jako renormalizační faktor. Funkce $f_{\rho}(\rho)$ lze dobře aproximovat exponenciální funkcí ve tvaru

$$f_{\rho}(\rho) \approx a e^{b\rho},$$

jak znázorňuje obrázek 39. Hodnoty fitovaných parametrů a a b ukazuje tabulka 19.

²⁰⁾ Zde, i v dalších částech práce, se kontrolou myslí vyloučení hrubé chyby a získání představy o přesnostech numerických výpočtů.



Obrázek 39: Hustota pravděpodobnosti velikosti chybových kružnic u záblesků gama detekovaných BATSE.

Hledanou střední hodnotu počtu prostorově koincidujících párů supernova–záblesk gama S_{space} , tedy dá výpočet následujícího integrálu:

$$S_{\text{space}} = N_{\text{GRB}} N_{\text{SN}} \int_{\rho_{\text{min}}}^{\rho_{\text{max}}} \sin^2 \left(\frac{\rho}{2} \right) f_{\rho}(\rho) d\rho, \quad (4.37)$$

který byl řešen přímou numerickou integrací (obrázek 40) s výsledkem:

$$S_{\text{space}} = 4428,5.$$

Pro srovnání byla k výpočtu použita i exponenciálou aproximovaná funkce $f_{\rho}(\rho)$. Po dosazení do 4.37 dostaneme

$$N_{\text{GRB}} N_{\text{SN}} \int_{\rho_{\text{min}}}^{\rho_{\text{max}}} \sin^2 \left(\frac{\rho}{2} \right) a e^{bx} d\rho, \quad (4.38)$$

což vede k analytickému řešení

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	14,1	0,2	1,3
b	-13,5	0,2	1,8

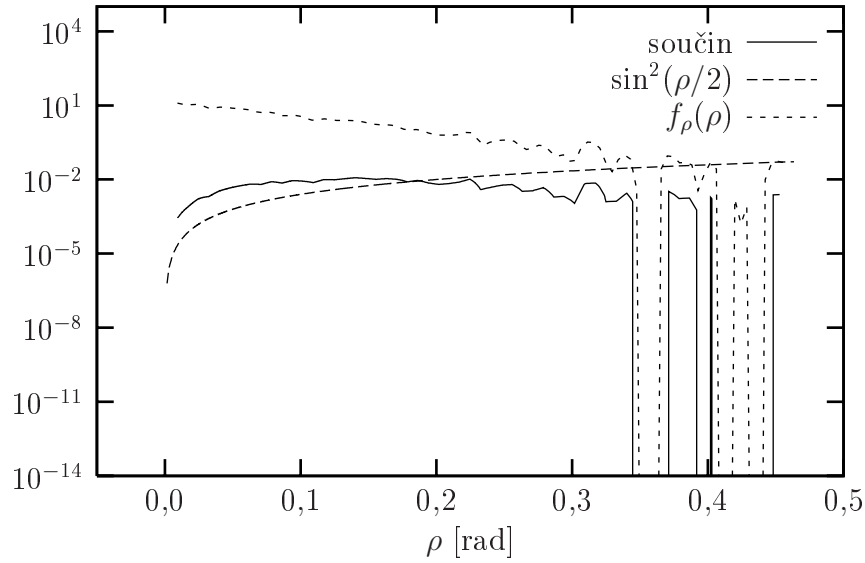
Tabulka 19: Hodnoty fitovaných parametrů.

$$S_{\text{space}}^{\text{fit}} = -\frac{N_{\text{GRB}} N_{\text{SN}}}{2} \frac{a e^{a\rho} (-c^2 + c^2 \cos \rho + c \cos \rho - 1)}{c(b^2 + 1)} \Big|_{\rho_{\text{min}}}^{\rho_{\text{max}}} = 6982,3. \quad (4.39)$$

Oba výsledky můžeme srovnat s výsledkem prostorového koincidenčního testu na reálných datech, jehož výsledek je

$$S_{\text{space}}^{\text{real}} = 5783.$$

Předchozí výsledky S_{space} a $S_{\text{space}}^{\text{fit}}$ nerespektuje nerovnoměrné rozložení supernov ani záblesků gama. Zvláště u supernov je to velmi hrubé přiblížení. Přesto jsou obě předpovědi s reálným testem srovnatelné.



Obrázek 40: Znázornění integrandu pro výpočet střední hodnoty počtu prostorově koincidenovaných párů supernova-záblesk gama.

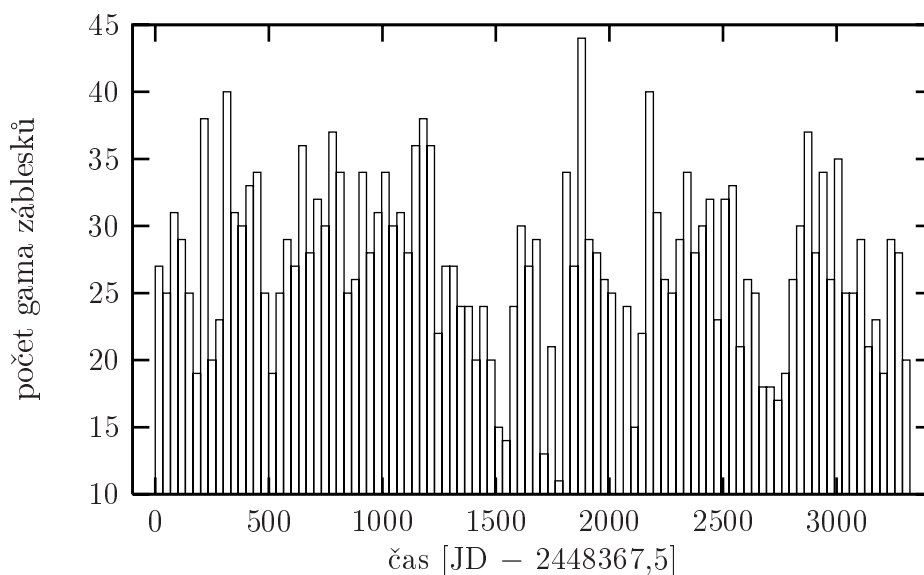
4.5.2 Časová koincidence

Vztah pro střední hodnotu počtu párů S_{time} , které splňují časovou koincidenční podmínku lze napsat následovně:

$$S_{\text{time}} = N_{\text{SN}} N_{\text{GRB}} \int_{t_1}^{t_2} f_{\text{SN}}(t) f_{\text{GRB}}(t) dt, \quad (4.40)$$

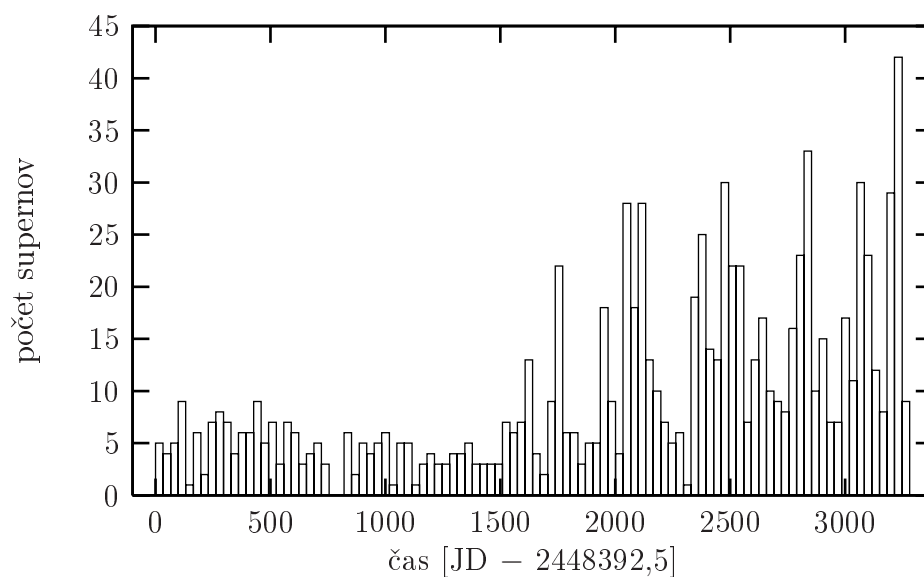
kde $f_{\text{SN}}(t)$ byla nazvána hustota pravděpodobnosti detekce supernovy, podobně $f_{\text{GRB}}(t)$ představuje hustotu pravděpodobnosti detekce záblesku gama.

Jaké množství záblesků gama, resp. supernov se během éry družice BATSE detekovalo, lze vidět na obrázku 41 resp. 42. Z těchto histogramů je možno, jak dále uvidíme, zmíněné funkce $f_{\text{GRB}}(t)$ resp. $f_{\text{SN}}(t)$ zkonstruovat.



Obrázek 41: Histogram rozložení záblesků gama detekovaných BATSE v čase.

Z praktických²¹⁾ důvodů byly sestrojeny inverzní funkce k příslušným distribučním funkcím pro záblesky gama a supernovy, tedy $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ a $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$, kde u je parametr vyjadřující v distribuční funkci $F_{\text{SN}}(u)$, resp. $F_{\text{GRB}}(u)$ pravděpodobnosti, $u \in [0, 1]$.



Obrázek 42: Histogram rozložení supernov detekovaných během BATSE éry v čase.

²¹⁾ Lze pomocí nich snadno generovat testovací body s příslušným rozdělením.

Z obrázku 41 je patrné, že BATSE detekovala záblesky gama, až na pár výpadků, rovnoměrně. Oproti tomu obrázek 42 napovídá, že supernov se detekuje s časem stále víc, jejich počet exponenciálně narůstá.²²⁾ Tvrzení o rovnoměrnosti počtu detekovaných záblesků gama v čase a exponenciálním růstu detekovaných supernov je potřeba prověřit. Proto bude vztah (4.40) řešen celkem čtyřikrát:

1. Z funkcí $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ a $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$ určíme řešení numericky.
2. Budeme předpokládat rovnoměrné rozložení detekovaných záblesků gama v čase a použijeme funkci $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$.
3. Budeme předpokládat exponenciální nárůst počtu detekovaných supernov a použijeme funkci $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$.
4. Numericky, konstrukcí $f_{\text{GRB}}(t)$ a $f_{\text{SN}}(t)$ z histogramů.

Jednotlivé výsledky srovnáme. Pro všechny tři způsoby řešení potřebujeme zkonstruovat funkce $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ a $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$. Obě funkce byly numericky sestrojeny, tedy přímou konstrukcí z dat. Pro snadnější použití byly fitovány polynomem devátého stupně

$$f(x) = ax^9 + bx^8 + cx^7 + dx^6 + ex^5 + fx^4 + gx^3 + hx^2 + ix + j. \quad (4.41)$$

Na obrázku 43, resp. 44 je zobrazena jak funkce $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$, resp. $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$, tak i jejich polynomem aproximované podoby. Příslušné hodnoty fitovaných parametrů ukazuje tabulka 22 pro záblesky gama a tabulka 23 pro supernovy.

Aby byla ověřena věrnost polynomem aproximovaných funkcí $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$, resp. $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$, byly pomocí nich vygenerovány napodobeniny původních sad dat, tedy časových okamžiků detekce záblesku gama, resp. supernov. Inverzní distribuční funkce lze ke generaci přímo použít, stačí generovat parametr t s rovnoměrným rozdělením na intervalu $[0, 1]$.

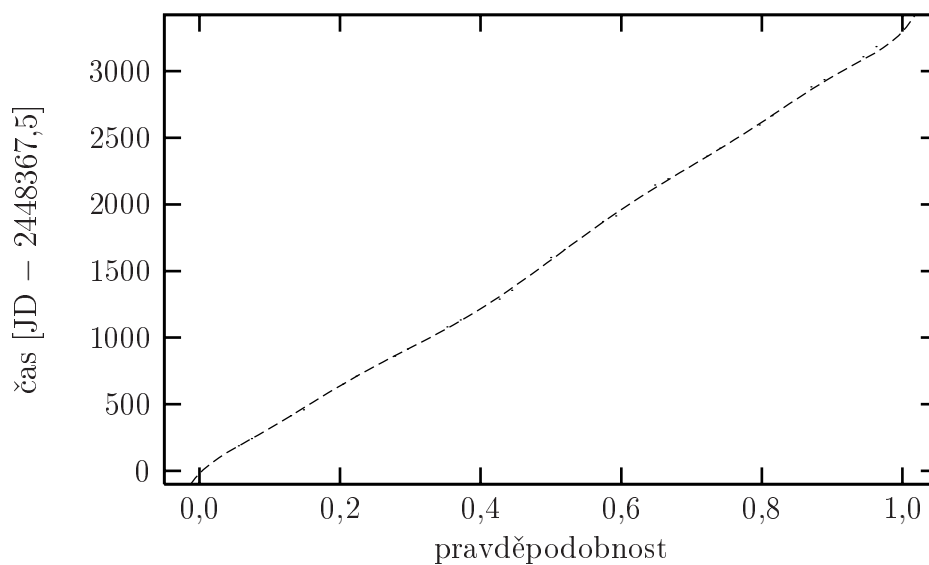
Původní data (časové okamžiky detekce reálných objektů) a data vygenerovaná aproximovanými funkcemi $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ a $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$ byly testovány Kolmogorovým-Smirnovovým²³⁾ testem:

$$\begin{aligned} \text{SN}_{\text{K-S}} &= 0,6493, \\ \text{GRB}_{\text{K-S}} &= 0,9617. \end{aligned}$$

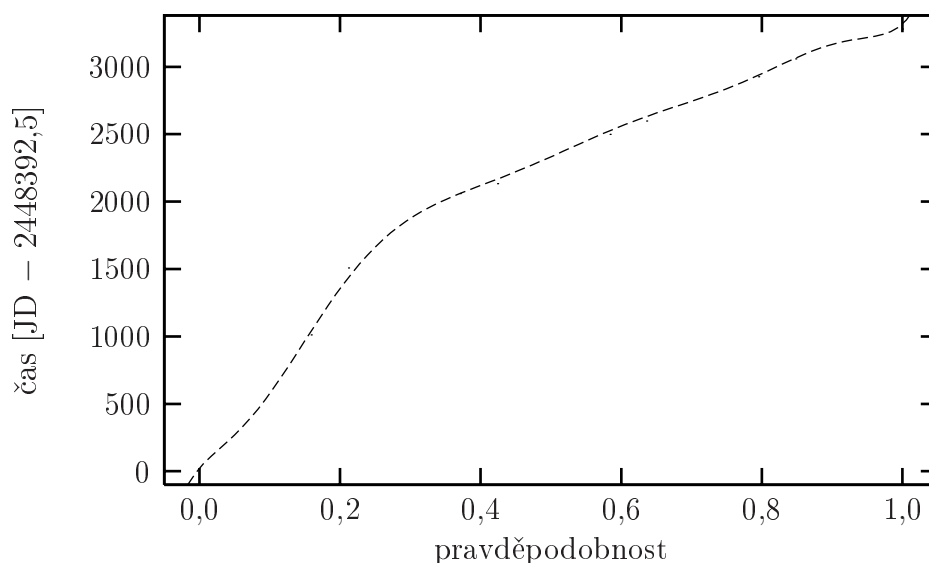
V obou případech je shoda přijatelná. Vraťme se tedy k původnímu problému, tedy k časové korelaci (4.40). Nejprve se budeme věnovat numerickému řešení.

²²⁾ Přispívají k tomu kvalitnější detekční metody i nasazení počítačů v podobě automatických detekčních systémů.

²³⁾ Viz příloha na straně 179.



Obrázek 43: Fit inverzní distribuční funkce $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$ rozložení záblesků gama detekovaných BATSE v čase.



Obrázek 44: Fit inverzní distribuční funkce $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ rozložení supernov detekovaných během BATSE éry v čase.

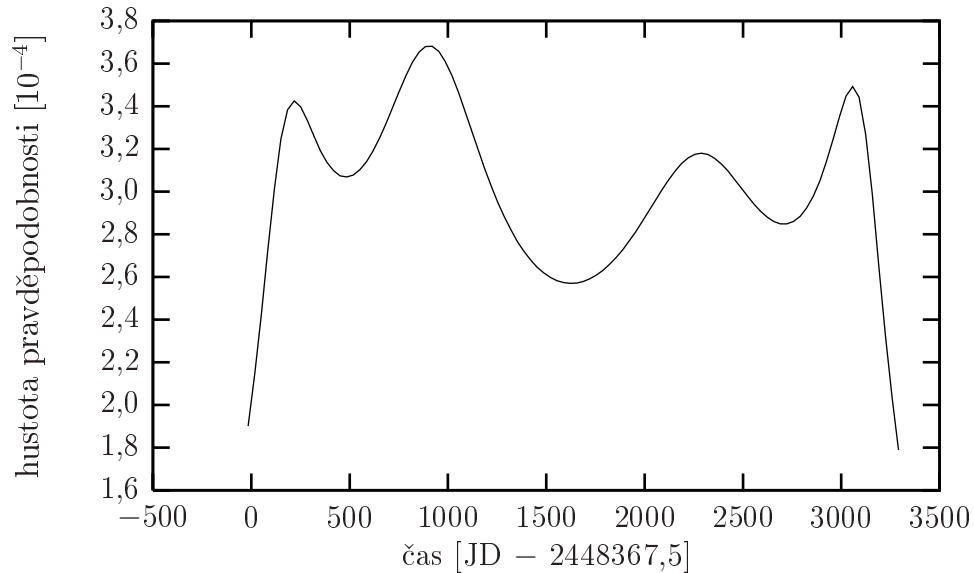
Numerické řešení pomocí $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$ a $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$

Vyjdeme z funkcí $F_{\text{SN}}^{-1}(u)$, resp. $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$. Jelikož operace s těmito funkcemi jsou stejné, budou popsány na funkci $F^{-1}(u)$, která reprezentuje obě funkce. Jelikož v časové korelaci (4.40) vystupují hustoty pravděpodobností, je třeba na ně inverzní distribuční funkce převést. Funkce $F^{-1}(u)$ je polynomem devátého stupně,

inverzní funkci tedy zkonstruujeme numericky. Numericky také výslednou distribuční funkci zderivujeme. Schématicky znázorněno ($f(t)$ značí hustotu pravděpodobnosti):

$$F^{-1}(u) \xrightarrow{-1} F(u) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} f(t). \quad (4.42)$$

Výsledek pro funkci $F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$, tedy hustota pravděpodobnosti $f_{\text{GRB}}(t)$, je znázorněna na obrázku 45. Totéž pro supernovy je na obrázku 46.



Obrázek 45: Numericky zkonstruovaná hustota pravděpodobnosti detekce záblesku gama během éry BATSE.

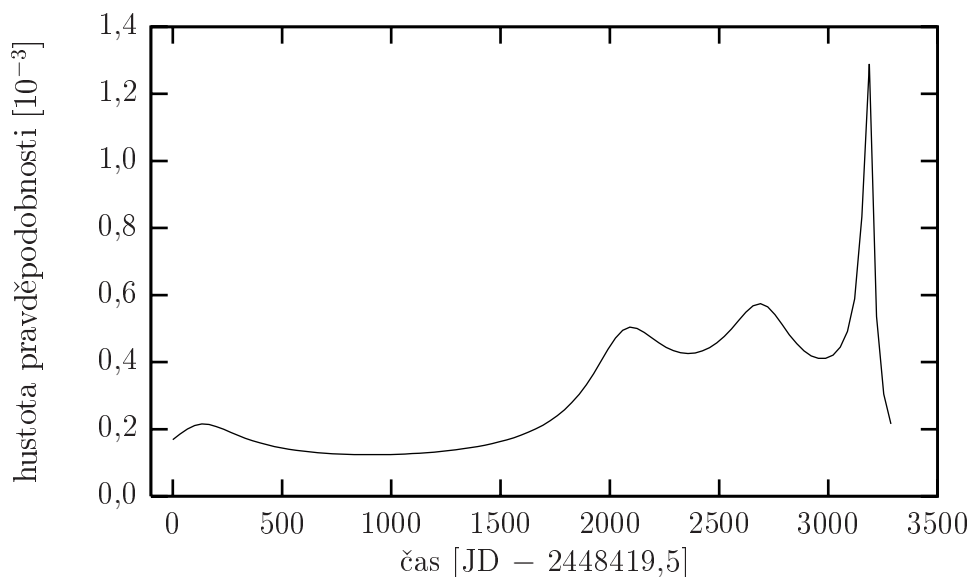
Funkce $f_{\text{GRB}}(t)$ a $f_{\text{SN}}(t)$ jsou normovány na 1. Jelikož jsou zkonstruovány numerickými metodami, není na škodu provést kontrolní integrace:

$$\int_{t_1}^{t_2} f_{\text{SN}}(t) dt = 0,9990, \quad \int_{t_1}^{t_2} f_{\text{GRB}}(t) dt = 0,9991. \quad (4.43)$$

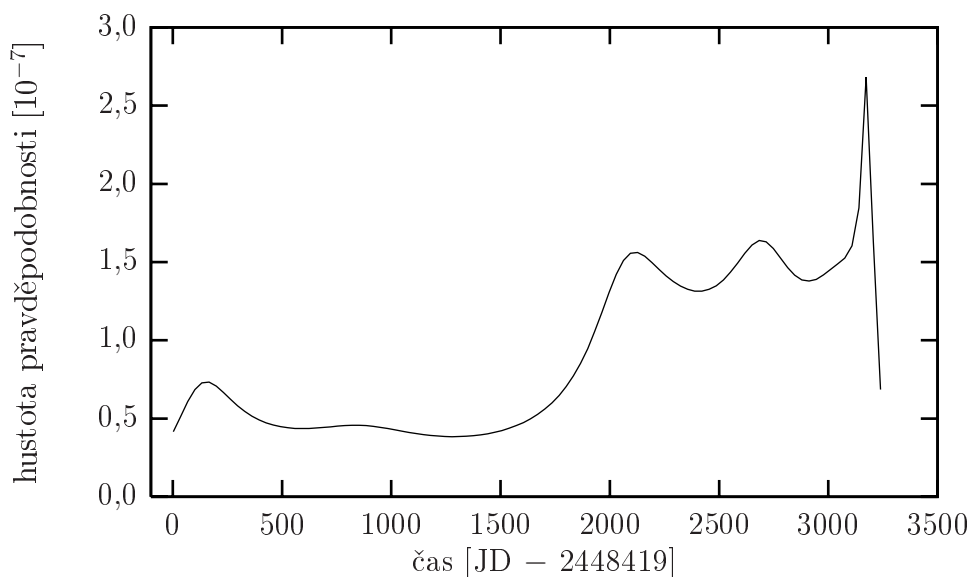
Ve vztahu (4.40) vystupuje za integrálem součin funkcí $f_{\text{GRB}}(t)$ a $f_{\text{SN}}(t)$. Na obrázku 47 je součin zobrazen. Vzhledem k povaze funkcí vystupujících jako činitelé byl zkonstruován numericky.

Součinu $f_{\text{GRB}}(t) f_{\text{SN}}(t)$ numericky integrujeme, tedy vyčíslíme hledanou střední hodnotu (4.40):

$$S_{\text{time}} = N_{\text{GRB}} N_{\text{SN}} \int_{t_1}^{t_2} f_{\text{SN}}(t) f_{\text{GRB}}(t) dt = 746,5. \quad (4.44)$$



Obrázek 46: Numericky zkonstruovaná hustota pravděpodobnosti detekce supernovy během éry BATSE.



Obrázek 47: Graficky znázorněn součin $f_{\text{GRB}}(t) f_{\text{SN}}(t)$, integrand v definičním vztahu pro střední hodnotu (4.40).

Rovnoměrné záblesky gama

Vyjdeme z definičního vztahu pro výpočet střední hodnoty funkce $g(x)$, kde x má rozdělení definované hustotou pravděpodobnosti $f(x)$:

$$\langle g \rangle = \int_a^b f(x) g(x) dx. \quad (4.45)$$

Tuto střední hodnotu můžeme také vyjádřit pomocí funkce $F^{-1}(x)$, která reprezentuje inverzní funkci k distribuční funkci $F(x)$, která je s hustotou pravděpodobnosti svázána definicí

$$\frac{d}{dx} F(x) = f(x). \quad (4.46)$$

Toto vyjádření lze zapsat jako:

$$\int_a^b f(x) g(x) = \int_0^1 f(F^{-1}(t)) g(F^{-1}(t)) \frac{dx}{dt} dt = \int_0^1 g(F^{-1}(t)) dt. \quad (4.47)$$

Vidíme, že definice (4.40) je stejná jako definice 4.45. Přičemž jde o součin pravděpodobností, takže lze kteroukoliv z funkcí $f_{\text{SN}}(x)$ a $f_{\text{GRB}}(x)$ použít namísto $f(x)$, druhou pak namísto $g(x)$.

Předpokládáme-li rozložení záblesků gama v čase konstantní, bude příslušná hustota pravděpodobnosti rovna

$$f_{\text{GRB}_{\text{const}}} = \frac{1}{t_2 - t_1}, \quad (4.48)$$

což po dosazení za $g(x)$ do (4.47), dá triviální výsledek (funkce $f_{\text{GRB}_{\text{const}}}$ je konstanta). Číselně vyjádřeno:

$$S'_{\text{time}} = \frac{1}{t_2 - t_1} = 766,8. \quad (4.49)$$

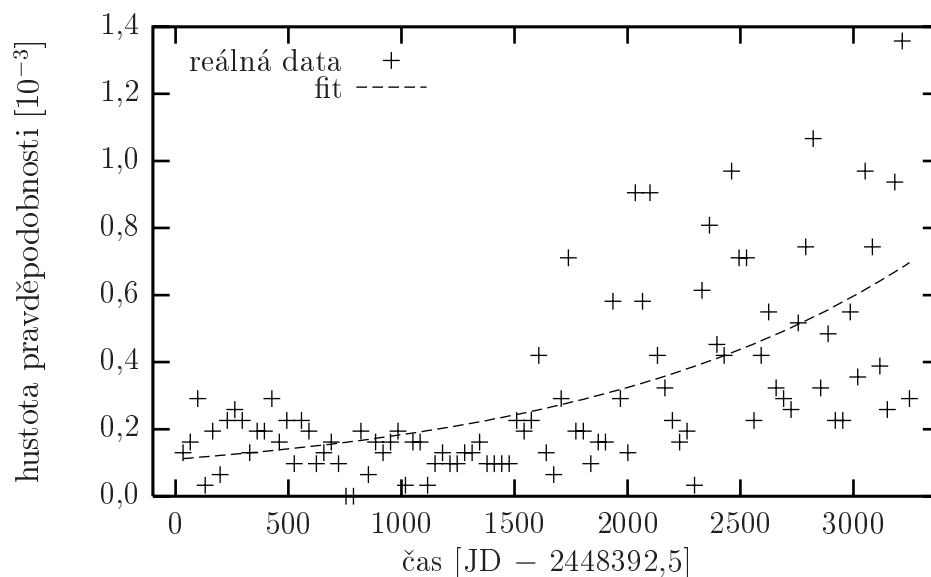
Jako P'_{time} byl tedy označen střední počet časově koincidujících párů supernova-záblesk gama v případě, že považujeme detekce záblesků gama za rovnoměrně rozloženy v čase.

Exponenciální nárůst supernov

Nyní předpokládejme, že počet detekovaných supernov s časem exponenciálně roste. Totéž bude platit pro hustotu pravděpodobnosti detekce supernovy, která je znázorněna na obrázku 48. Zde je již fitována exponenciální funkcí ve tvaru

$$y = a e^{bx}, \quad (4.50)$$

kde nalezené parametry a a b znázorňuje tabulka 20. Před vlastním hledáním parametrů a a b byly hodnoty času a hustoty pravděpodobnosti pro větší stabilitu fitovacího algoritmu zobrazeny do intervalu $[0, 1]$. Tomuto intervalu také odpovídají parametry v tabulce 20. Fitovanou funkcí, která je vykreslena na obrázku 48, lze zpětně transformovat jako



Obrázek 48: Fit hustoty pravděpodobnosti rozložení supernov (BATSE éra) v čase.

$$y = (Y_{\max} - Y_{\min}) a \exp \left[b \frac{x - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \right] + Y_{\min}. \quad (4.51)$$

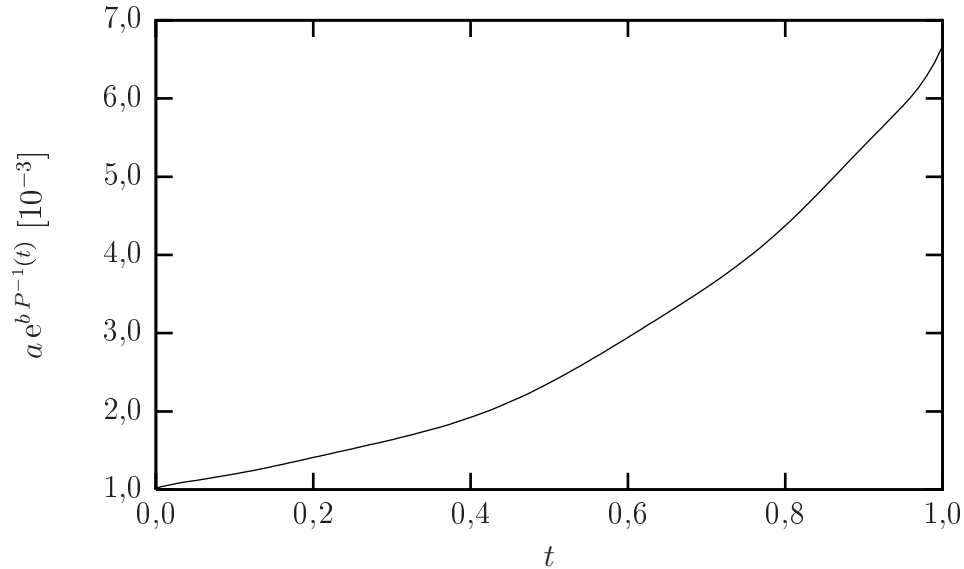
Transformační parametry X_{\min} , X_{\max} , Y_{\min} a Y_{\max} jsou rovněž uvedeny v tabulce 20.

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	0,060 33	0,02	26,92
b	2,117 84	0,33	15,68
X_{\min}	2 448 425,31	—	—
X_{\max}	2 451 640,69	—	—
Y_{\min}	$3,232 \cdot 10^{-5}$	—	—
Y_{\max}	$1,356 \cdot 10^{-3}$	—	—

Tabulka 20: Hodnoty parametrů fitu pro hustotu pravděpodobnosti výskytu supernov v čase (BATSE éra).

Podobně jako v předchozím odstavci 4.5.2 i zde provedeme substituci za funkci $g(x)$ v rovnici (4.47) ve snaze řešit integrál pro střední hodnotu (4.40). V tomto případě nahradíme funkci $g(x)$ exponenciální funkcí (4.50) a funkci $F^{-1}(t)$ funkcí F_{GRB}^{-1} . Dostaneme tedy:

$$S''_{\text{time}} = \int_0^1 a e^{b F_{\text{GRB}}^{-1}(u)} du. \quad (4.52)$$



Obrázek 49: Integrand v definici (4.40) pro exponenciální nárůst detekovaných supernov. Analyticky zkonstruovaná funkce.

Hodnota S''_{time} představuje integrál (4.40), když předpokládáme, že nárůst detekovaných supernov je exponenciální. Obrázek 49 ukazuje funkci, která se integruje ve vztahu (4.52). Tuto analytickou funkci lze integrovat s výsledkem:

$$S''_{\text{time}} = 7268,64. \quad (4.53)$$

Přímou konstrukcí f_{GRB} a f_{SN}

Z histogramů 42 a 41 byly přímo (numericky) zkonstruovány hustoty pravděpodobností f_{GRB} a f_{SN} . Obrázek 50 tyto funkce zobrazuje spolu s jejich součinem. Po integraci dostaneme hodnotu S'''_{time} , pro kterou platí:

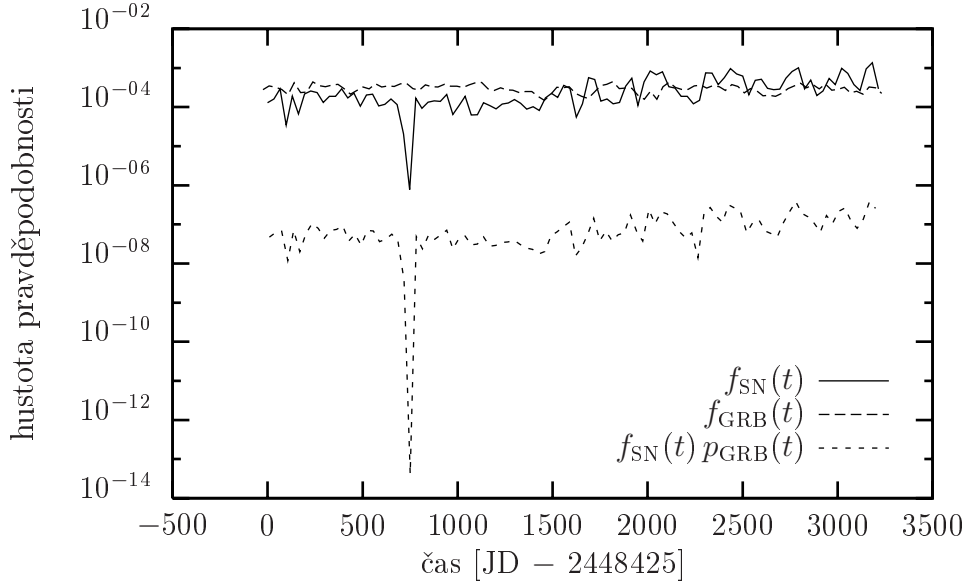
$$S'''_{\text{time}} = 746,3. \quad (4.54)$$

4.5.3 Závěr

Provedeme-li hledání časově koincidujících párů na reálných datech, dostaneme

$$S_{\text{time}}^{\text{real}} = 302.$$

Pro test byla použita datová sada \mathbb{A} .



Obrázek 50: Numericky sestrojený součin hustot pravděpodobností f_{GRB} a f_{SN} .

Ze srovnání výsledků výpočtu hodnoty S_{time} čtyřmi různými způsoby (mezi sebou) se ukázalo, že zatímco předpoklad o rovnoměrném počtu detekovaných záblesků gama v čase se ukázal oprávněný, předpoklad o exponenciálním nárůstu počtu detekovaných supernov se ukázal mylným. Nárůst počtu detekovaných supernov (alespoň během BATSE éry) je pomalejší než exponenciální.

Vypočtené odhady jsou ve srovnání reálným testem ($S_{\text{time}}^{\text{real}}$) přibližně dvakrát větší. Patrně to má za následek příliš hrubý pohled na funkce $f_{\text{SN}}(t)$ a $f_{\text{GRB}}(t)$.

maximální poloměr chybové kružnice	ρ_{max}	26,56 deg
minimální poloměr chybové kružnice	ρ_{min}	0,09 deg
počet SN za BATSE éru	N_{SN}	943
počet GRB	N_{GRB}	2702
počátek pozorování BATSE	t_1	2448367,5 JD
konec pozorování BATSE	t_2	2451690,5 JD

Tabulka 21: Použité symboly a hodnoty při odhadu střední hodnoty počtu koincidence.

parametr	hodnota	chyba	rel. chyba [%]
<i>a</i>	$1,763\,58 \cdot 10^6$	$4,789 \cdot 10^4$	2,715
<i>b</i>	$-7,903\,13 \cdot 10^6$	$2,160 \cdot 10^5$	2,733
<i>c</i>	$1,470\,14 \cdot 10^7$	$4,090 \cdot 10^5$	2,782
<i>d</i>	$-1,466\,17 \cdot 10^7$	$4,223 \cdot 10^5$	2,881
<i>e</i>	$8,451\,99 \cdot 10^6$	$2,585 \cdot 10^5$	3,058
<i>f</i>	$-2,836\,17 \cdot 10^6$	$9,535 \cdot 10^4$	3,362
<i>g</i>	$5,343\,14 \cdot 10^5$	$2,062 \cdot 10^4$	3,859
<i>h</i>	$-5,237\,86 \cdot 10^4$	$2,418 \cdot 10^3$	4,616
<i>i</i>	$5,412\,66 \cdot 10^3$	$1,304 \cdot 10^2$	2,410
<i>j</i>	$-2,091\,49 \cdot 10^1$	$2,291 \cdot 10^0$	10,950

Tabulka 22: Hodnoty parametrů fitu při aproximaci inverzní distribuční funkce detekce záblesků gama BATSE v čase $-F_{\text{GRB}}^{-1}(u)$.

parametr	hodnota	chyba	rel. chyba [%]
<i>a</i>	$3,376\,34 \cdot 10^6$	$1,899 \cdot 10^5$	5,624
<i>b</i>	$-1,540\,89 \cdot 10^7$	$8,568 \cdot 10^5$	5,560
<i>c</i>	$2,925\,96 \cdot 10^7$	$1,624 \cdot 10^6$	5,550
<i>d</i>	$-2,979\,69 \cdot 10^7$	$1,679 \cdot 10^6$	5,634
<i>e</i>	$1,741\,41 \cdot 10^7$	$1,029 \cdot 10^6$	5,908
<i>f</i>	$-5,740\,28 \cdot 10^6$	$3,802 \cdot 10^5$	6,624
<i>g</i>	$9,511\,12 \cdot 10^5$	$8,243 \cdot 10^4$	8,667
<i>h</i>	$-5,787\,63 \cdot 10^4$	$9,696 \cdot 10^3$	16,750
<i>i</i>	$6,101\,42 \cdot 10^3$	$5,256 \cdot 10^2$	8,614
<i>j</i>	$2,132\,60 \cdot 10^1$	$9,284 \cdot 10^0$	43,530

Tabulka 23: Hodnoty parametrů fitu při aproximaci inverzní distribuční funkce detekce supernov (BATSE éra) v čase $-F_{\text{SN}}^{-1}(u)$.

5 Praxe

5.1 Algoritmus hledání koincencí

V této kapitole bude popsán algoritmus hledání korelací mezi dvěma sadami dat. Algoritmus je implementován v jazyce Perl, v programu nazvaném `s2s.pl`. Bude třeba definovat, co je v tomto případě *koincencí* a jak vypadají prohledávaná *data*.

5.1.1 Data

Nejprve k datům. Sadou dat rozumíme množinu objektů na sféře, které jsou lokalizované v čase. Poloha na sféře i poloha na časové ose jsou zatíženy jistými chybami, které přísluší každému objektu. Každému objektu pak přísluší ještě unikátní klíč (`<ID>`). Unikátní nejen v sadě, ale i mezi všemi objekty, které se hledání účastní.²⁴⁾ Množina objektů jedné sady je reprezentována textovým souborem ve tvaru:

$$\langle \text{ID} \rangle \quad \varphi \quad \vartheta \quad E_{\text{S}} \quad t \quad E_{\text{t}}.$$

Dvě sady dat, mezi kterými se koincidence hledají, tvoří dva soubory. Ty budeme dále označovat

$$O_i = (\varphi_i, \vartheta_i, E_{\text{S}_i}, t_i, E_{\text{t}_i}),$$

kde φ_i a ϑ_i jsou souřadnice objektu, E_{S_i} je chyba prostorového určení (poloměr chybové kružnice), t_i definuje čas detekce objektu O_i a E_{t_i} chybu určení času t_i .

5.1.2 Prostorová a časová podmínka

Koincidence dvou objektů lze rozdělit na dvě nezávislé: časovou a prostorovou. Mějme dva objekty:

$$O_1 = (\varphi_1, \vartheta_1, E_{\text{S}_1}, t_1, E_{\text{t}_1}), \quad (5.1)$$

$$O_2 = (\varphi_2, \vartheta_2, E_{\text{S}_2}, t_2, E_{\text{t}_2}). \quad (5.2)$$

Časová koincidence je triviální, lze ji vyjádřit následující rovnicí:

$$E_{\text{t}_1} + E_{\text{t}_2} \leq |t_1 - t_2|. \quad (5.3)$$

Prostorová koincidence vychází z nejmenší vzdálenosti mezi dvěma body na sféře. Tedy

²⁴⁾ To znamená unikátní mezi všemi objekty bez ohledu na to, do které sady patří.

$$E_{s_1} + E_{s_2} \leq \arccos [\cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 + \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1)], \quad (5.4)$$

v případě standardní matematické definice sférických souřadnic. Pro zeměpisné souřadnice lze použít upravený vztah (ortodromická vzdálenost):

$$E_{s_1} + E_{s_2} \leq \arccos [\sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos (\alpha_2 - \alpha_1)]. \quad (5.5)$$

Aby byly objekty O_1 a O_2 algoritmem vybrány, je potřeba, aby byla splněna jak časová, tak prostorová podmínka.

5.1.3 Indexace objektů

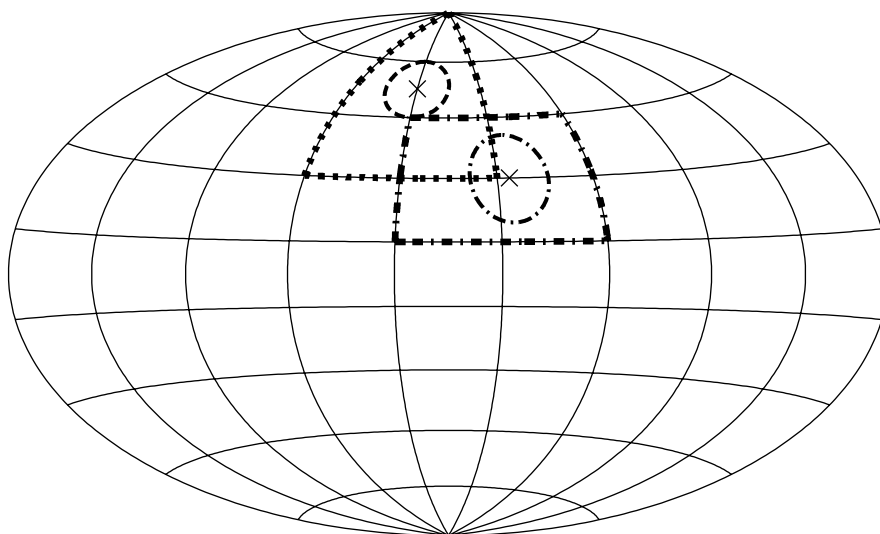
Triviální způsob, jak nalézt výše definované koincidence mezi dvěma sadami dat, je prověřit podmínky (5.3) a (5.5) pro každou dvojici. Když uvážíme, že v každé sadě jsou řádově tisíce objektů, představuje to (řádově) desítky miliónů kombinací, u kterých se podmínky koincidence musí prověřit. To na současném počítači²⁵⁾ trvá přibližně 10 minut. Nutno dodat, že nároky na operační paměť jsou minimální (pouze pro načtení). Jelikož v průběhu zpracování, hlavně při Monte-Carlo simulacích, dochází k prohledávání různě modifikovaných dat mnohokrát (až tisíckrát během jednoho testu), je tento naivní přístup neúnosně pomalý. Proto bylo třeba vyvinout sofistikovanější algoritmus.

Hlavní nevýhodou předchozího postupu je nutnost testování i hodně vzdálených objektů. Je proto třeba zařídit, aby se ze všech objektů vybrali pouze nadějní kandidáti.

Z toho důvodu se sféra rozdělí na $N \times M$ pravoúhlých oblastí, tak jak to ukazuje obrázek 51. Rozdělení je ve sférických souřadnicích φ a ϑ rovnoměrné. Tyto pravoúhlé oblasti se oindexují. Při načítání dat se z polohy (α, δ) a poloměru chybové kružnice ρ určí maximální oblast (rozsah indexů v obou směrech), do kterých chybová kružnice může zasáhnout.

Následuje část zdrojového kódu v jazyce Perl, která pracuje s proměnnými `$phi`, `$theta` a `$crho` ($= \cos \rho$). Výsledkem jsou indexy `$i1` a `$i2` ve směru α a indexy `$j1` a `$j2` ve směru δ . Proměnné `$cols` a `$rows` reprezentují (po řadě) M a N z předchozího odstavce, tedy počet oblastí, na které se sféra v obou směrech rozdělí.

²⁵⁾ Taktovací frekvence 1 GHz. Implementace v jazyce Perl bez jakýchkoli optimalizací.



Obrázek 51: Indexace objektů na sféře. Rozdělení sféry na $N \times M$ (v tomto případě 9×9). Zvýrazněné jsou oblasti, do kterých objekty zasáhnou.

```

\theta - acos( $\rho$ );
\theta + acos( $\rho$ );
if ( $\theta_1 \leq 0.0$  or  $\theta_2 \geq \pi$ ) {
     $i_1 = 0$ ;
     $i_2 = \text{cols} - 1$ ;
     $j_1 = (\theta_1 \leq 0.0) ? 0 : \text{floor}(\theta_1/\pi*\text{cols})$ ;
     $j_2 = (\theta_2 \geq \pi) ? \text{cols} - 1 : \text{floor}(\theta_2/\pi*\text{cols})$ ;
} else {
     $j_1 = \text{floor}(\theta_1/\pi*\text{cols})$ ;
     $j_2 = \text{floor}(\theta_2/\pi*\text{cols})$ ;
     $c_t = \cos(\theta)$ ;
     $x = \text{acos}(\text{sqrt}((\rho + c_t)*(\rho - c_t))/\sin(\theta))$ ;
     $\phi_1 = \phi - x$ ;
     $\phi_2 = \phi + x$ ;
    while (  $\phi_1 < 0.0$  ) {  $\phi_1 += 2.0*\pi$  }
     $i_1 = \text{floor}(\phi_1/\pi/2.0*\text{rows})$ ;
     $i_2 = \text{floor}(\phi_2/\pi/2.0*\text{rows}) \% \text{rows}$ ;
}

```

Bližšího vysvětlení si žádá netriviální řádek:

```

 $x = \text{acos}(\text{sqrt}((\rho + c_t)*(\rho - c_t))/\sin(\theta))$ ;

```

což lze do standardního matematického zápisu přepsat

$$x = \arccos \left[\frac{\sqrt{(\cos \rho + \cos \vartheta) (\cos \rho - \cos \vartheta)}}{\sin \vartheta} \right]. \quad (5.6)$$

Hodnota x určuje maximální možnou šířku kružnice o poloměru ρ se souřadnicemi středu $(\vartheta, 0)$. K odvození tohoto vztahu uvažujme rovnici zmíněné kružnice ve sférických souřadnicích (poloměr ρ , souřadnice středu $(\vartheta, 0)$):

$$\cos \rho = \cos \vartheta' \cos \vartheta + \sin \vartheta' \sin \vartheta \cos \varphi'. \quad (5.7)$$

Souřadnice středu $(\vartheta, 0)$ jsou vzhledem k symetrii zvoleny bez újmy na obecnosti. Diferenciací dostáváme

$$0 = (-\sin \vartheta' \cos \vartheta + \cos \vartheta' \sin \vartheta) d\vartheta' - \sin \vartheta' \sin \vartheta \sin \varphi' d\varphi'. \quad (5.8)$$

Pro extrémní φ' je $d\varphi' = 0$, a proto je nulový i koeficient u $d\vartheta'$:

$$0 = \sin \vartheta' \cos \vartheta - \cos \vartheta' \sin \vartheta \cos \varphi'. \quad (5.9)$$

Z (5.7) a (5.9) můžeme vyjádřit $\cos \vartheta'$ a $\sin \vartheta'$:

$$\cos \vartheta' = \frac{\cos \vartheta}{\cos \rho}, \quad \sin \vartheta' = \frac{\sin \vartheta}{\cos \rho} \cos \varphi', \quad (5.10)$$

což můžeme dosadit do (5.7):

$$\cos \rho = \frac{\cos^2 \vartheta}{\cos \rho} + \frac{\sin^2 \vartheta}{\cos \rho} \cos^2 \varphi'. \quad (5.11)$$

Vydělením $\cos \varphi'$ a aplikací funkce $\arccos()$ získáme hledaný vztah

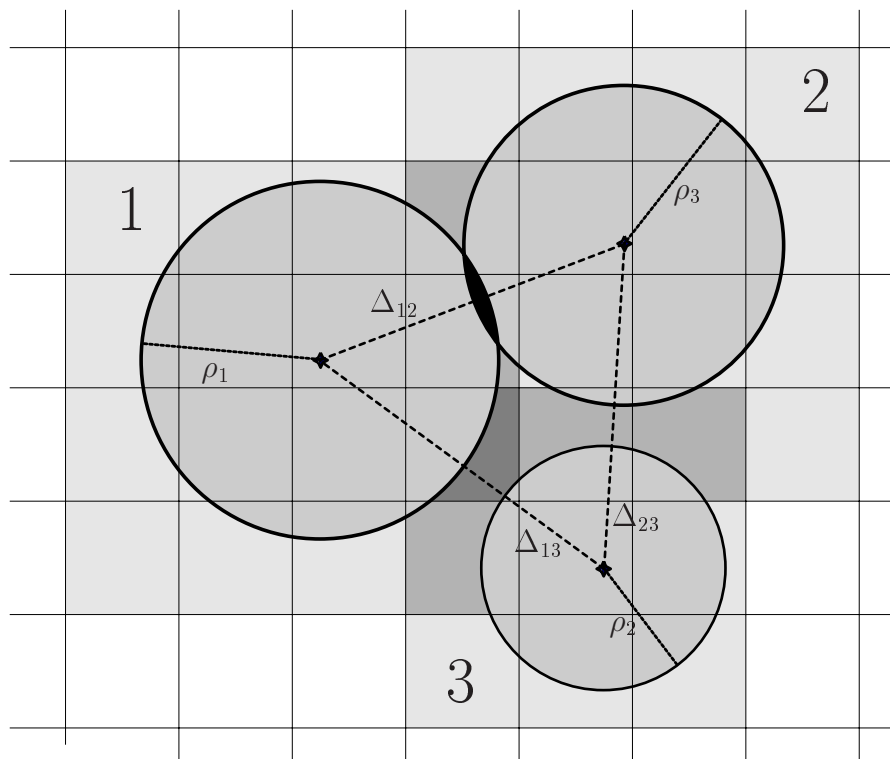
$$x = \varphi' = \arccos \left[\frac{\sqrt{(\cos \rho + \cos \vartheta) (\cos \rho - \cos \vartheta)}}{\sin \vartheta} \right]. \quad (5.12)$$

Hodnoty x můžeme použít pro výpočet rozsahů indexů, jak je vidět z výše uvedeného zdrojového kódu.

Každá sada dat je tedy reprezentována dvourozměrným polem. Každý prvek tohoto pole obsahuje všechny objekty, které do příslušného segmentu zasahují svou chybovou kružnicí. Jeden objekt tedy bude v poli obsažen tolikrát, do kolika segmentů sféry zasáhne, to zřejmě závisí na velikostech segmentů, resp. na jejich počtu ($M \times N$). S rostoucím počtem segmentů se zvětšují nároky na operační paměť počítače.

5.1.4 Prohledávání

Vlastní hledání koincidence probíhá tak, že se postupně berou objekty z jedné²⁶⁾ sady dat. Pro každý objekt se v dvourozměrném poli druhé sady dat vyberou ty indexy, do kterých objekt z první sady zasahuje (jeho chybová kružnice). Pro tyto vybrané indexy se prověří všechny objekty, které jim přísluší.



Obrázek 52: Schéma prohledávání indexovaných segmentů. Prostorovou koincidenční podmínku splní pár 1–2.

Příklad je schématicky znázorněn na obrázku 52. Předpokládejme, že objekt, na obrázku označený jako 1, přísluší první sadě dat, objekty označené jako 2 a 3 přísluší sadě druhé. Pravoúhlé segmenty, do kterých objekty zasahují, jsou vyznačeny tmavším odstínem. Odstín tmavne při vzájemném překrývání. Pro objekt 1 připadají tedy v úvahu dva kandidáti: 2 a 3. Oba mají průnik segmentů, do kterých zasahují. Pro objekt 2 dostaneme podmínku (5.5) ve tvaru:

$$\rho_1 + \rho_2 \leq \Delta_{12}$$

a pro 3 ve tvaru

²⁶⁾ Prohledávání se provádí vzájemně, je tedy jedno, která ze dvou vstupních sad dat bude výchozí.

$$\rho_1 + \rho_3 \leq \Delta_{13}.$$

Z obrázku je patrné, že podmínka je splněna pouze pro objekt 2.²⁷⁾ Objekt 3 se sice testoval, ale testem neprošel.

Obrázek (výstup z programu) 53 demonstruje reálný vyhledávací proces. Tento typ výstupu je u programu `s2s.pl` vynucen testovací volbou `-debug`.

```

D1: 1991bg
D1: 1991bg: 20, 20, 22, 22
  D2: (search for D1:1991bg): [20,22] look
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 910927
      0.102824132742471(0.0846012711705284), 59(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 911125
      0.0902860367660938(0.146734992541526), 0(7)
      MATCH
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 920829
      0.0707712897637823(0.0741292956585624), 278(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 940329b
      0.127595677526268(0.0320668606854991), 855(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 940516
      0.182792039005508(0.105021623418862), 903(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 950908b
      0.16607542405225(0.174660260573436), 1383(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 971028
      0.339370821957814(0.229114533235659), 2164(7)
      NO match
    D2:(search for D1:1991bg): [20,22]: 980624b
      0.0512303175870275(0.122300383013606), 2403(7)
      NO match

```

Obrázek 53: Část ladicího výstupu programu `s2s.pl`.

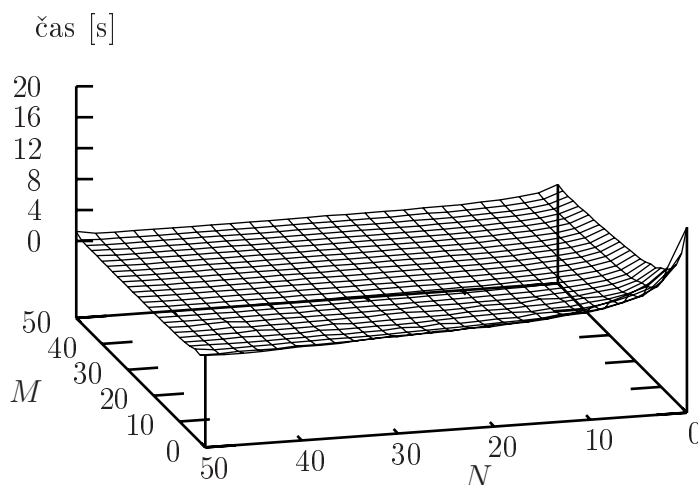
Sady dat jsou zde označeny jako D1 a D2. Na prvním řádku je uvedeno <ID> objektu z první sady, ke kterému se pár hledá (1991bg). Hned na druhém řádku je uveden rozsah indexů, do kterých objekt 1991bg zasahuje. Další (třetí) řádek říká, že se bude nejprve prohledávat segment indexovaný jako [20,22]. Na čtvrtém řádku je první testovaný objekt ze sady D2, který má <ID> 910927. Na pátém řádku jsou prostorové a časové vzdálenosti testovaných objektů. V závorkách jsou uvedeny jejich maximální hodnoty pro úspěšné splnění koincidenčního testu.

²⁷⁾ Příklad demonstroval pouze prostorovou podmínku, na časovou se zde nebere zřetel.

Šestý řádek informuje o splnění (MATCH) nebo nesplnění (NO match) podmínky. Pokračuje se testováním dalších kandidátů, tedy objekty 911125, 920829 atd.

5.1.5 Vliv velikosti rastru

Je zřejmé, že na velikosti rastru ($M \times N$) bude záviset jak rychlost prohledávání, tak i množství paměti, které program `s2s.pl` spotřebuje. Jelikož množství paměti není v tomto případě²⁸⁾ příliš podstatné, bude diskutován pouze vliv velikosti rastru na rychlost prohledávání.



Obrázek 54: Doba běhu programu `s2s.pl` v závislosti na rozměrech rastru.

Obrázek 54 ukazuje závislost na rychlosti prohledávání reálných dat. Tzn. záblesky gama BATSE (2702 objektů) a supernovy za BATSE éru (2736). Hodnoty M , resp. N , tedy počet segmentů v ϑ , resp. ve φ se mění v rozsahu 1 až 500 (obrázek má rozsah pouze $[0, 50]$). Je zřejmé, že pro $M, N > 10$ už jejich velikost nehraje nijak dramatickou roli. Optimum pro testovaná data bylo stanoveno na

$$\begin{aligned} M &= 135, \\ N &= 73. \end{aligned}$$

Pro tyto hodnoty byl čas prohledávání 0,64 s.²⁹⁾ To je oproti naivnímu testování „každý s každým“ zrychlení o tři řády.

²⁸⁾ Počet objektů v sadě a střední velikosti chybových kružnic nejsou tak veliké, aby byly nároky na paměť dramatické (na současná měřítká) při rozumných hodnotách M a N . Rozumnými hodnotami se myslí řádově stovky.

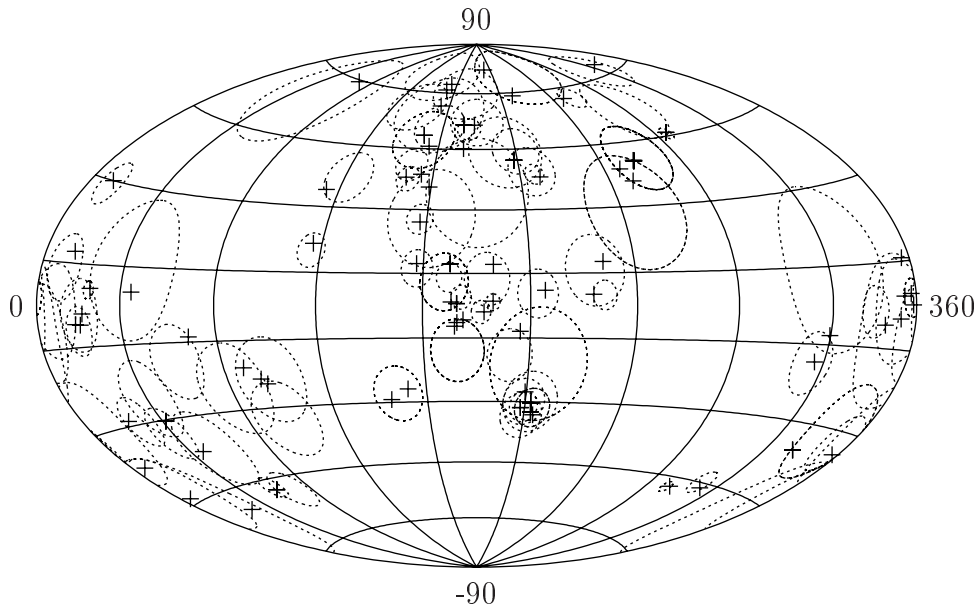
²⁹⁾ Testování probíhalo na 1GHz procesoru za jeho běžného provozu. To znamená, že test mohly ovlivnit ostatní běžící procesy. Vzhledem k plochosti závislosti na přesném stanovení optima nezáleží.

5.1.6 Výstup

Výstupem programu `s2s.pl` jsou dvojice $\langle \text{ID} \rangle$ z jedné a druhé sady dat. Je třeba si uvědomit, že nic nebrání tomu, aby se jedno $\langle \text{ID} \rangle$ objevilo ve výstupu několikrát. To by znamenalo, že k jednomu objektu z první sady bylo nalezeno více objektů z druhé sady, které splnily koincidenční podmínku. Popřípadě naopak, k jednomu objektu z druhé sady bylo přiřazeno několik objektů ze sady první.

5.2 Koincidence

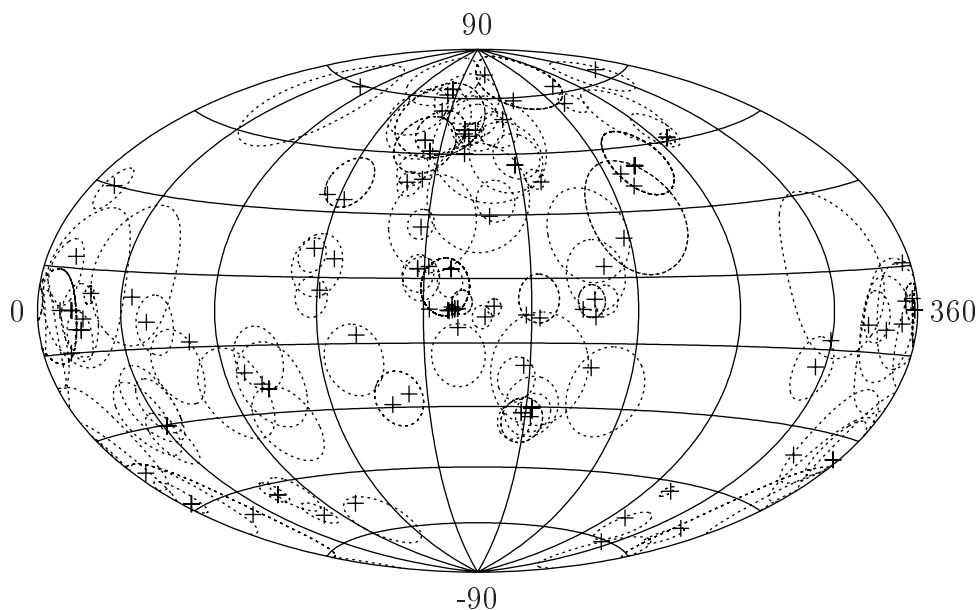
V předchozí kapitole 5.1 byl popsán algoritmus hledání prostorových a časových koincidencí dvou sad objektů, z nichž každý objekt je definován polohou na sféře (α, δ) , poloměrem chybové kružnice ρ , časem t a jeho chybou t_{err} . Data použítá pro koincidenční test jsou popsána v odstavci 5.1.1.



Obrázek 55: A: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy. Rovníkové souřadnice.

Zde je uveden výsledek hledání koincidencí pro reálná data supernov a záblesků gama. Jak už bylo uvedeno v podkapitole 3.3, máme dvě sady dat příslušející supernovám, lišící se časem t a jeho chybou t_{err} . Tyto dvě sady dat jsou označeny jako \mathbb{A} (čas T_γ bez ohledu na typ supernovy) a \mathbb{B} (T_γ s ohledem na typ supernovy). Výsledek hledání koincidencí se supernovami \mathbb{A} je uveden v tabulkách 27, 28 a 29. První dva sloupce označené jako GRB a SN identifikují záblesk gama a supernovu. Následující čtveřice veličin udává polohu záblesků gama v rovníkových souřadnicích k equinokciu J2000,0 (GRB_α GRB_δ), jeho poloměr chybové kružnice GRB_ρ a čas GRB_T . Chyba určení času GRB_T byla brána pro všechny záblesky gama konstantní jako 10^{-4} s. Následuje čtveřice veličin pro supernovu:

rovníkové souřadnice k equinokciu J2000,0 (SN_α SN_δ), a čas SN_T s odhadnutou chybou určení $SN_{T_{err}}$. Chyba prostorové lokalizace byla brána pro všechny supernovy konstantní $3 \cdot 10^{-4}$ stupňů. Předposlední sloupeček tabulky udává ortodromickou vzdálenost supernova–záblesk gama a poslední sloupeček jejich vzdálenost časovou. Obdobné výsledky pro datovou sadu \mathbb{B} jsou uvedeny v tabulkách 30, 31, 32 a 33.



Obrázek 56: \mathbb{B} : Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy. Rovníkové souřadnice.

Na obrázku 55 jsou prostorové koincidence znázorněny graficky pro \mathbb{A} , na obrázku 56 pro \mathbb{B} . Některé supernovy, resp. záblesky gama splní koincidenční podmínku pro víc záblesků gama, resp. supernov. Tabulka 24, resp. 25 ukazuje přehled vícenásobných koincidencí.

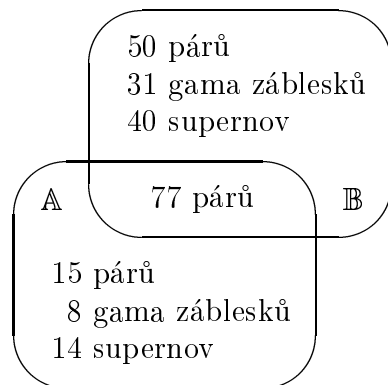
Například v datové sadě \mathbb{A} je osm záblesků gama, které koincidují s dvěma různými supernovami (tab. 24, čtvrtý řádek).

Jelikož datová sada \mathbb{B} má průměrně větší časová okna (chyby určení T_γ),

	SN	GRB
počet	81	77
výskyt $4\times$	—	1
výskyt $3\times$	1	2
výskyt $2\times$	9	8
výskyt $1\times$	71	66

Tabulka 24: \mathbb{A} : Přehled vícenásobných koincidencí.

je počet koincidujících párů supernova–záblesk gama je pro \mathbb{B} větší, tedy 127. Datová sada \mathbb{A} produkuje 92 párů. Srovnáním párů z \mathbb{A} a \mathbb{B} dostaneme tabulku 26. Informace z této tabulky jsou graficky znázorněny na obrázku 57.



Obrázek 57: Srovnání koincidencí z datové sady \mathbb{A} a \mathbb{B} .

	SN	GRB
počet	105	99
výskyt 7×	—	1
výskyt 6×	—	1
výskyt 5×	—	1
výskyt 4×	—	1
výskyt 3×	2	1
výskyt 2×	18	12
výskyt 1×	85	83

Tabulka 25: \mathbb{B} : Přehled vícenásobných koincidencí.

77	párů je obsaženo jak v \mathbb{A} tak i v \mathbb{B}
15	párů z \mathbb{A} není obsaženo v \mathbb{B}
50	párů z \mathbb{B} není obsaženo v \mathbb{A}
8	gama záblesků z párů \mathbb{A} není obsaženo v párech \mathbb{B}
31	gama záblesků z párů \mathbb{B} není obsaženo v párech \mathbb{A}
14	supernov z párů \mathbb{A} není obsaženo v párech \mathbb{B}
40	supernov z párů \mathbb{B} není obsaženo v párech \mathbb{A}

Tabulka 26: Srovnání koincidencí z datové sady \mathbb{A} a \mathbb{B} .

GRB	SN	GRB $_{\alpha}$	GRB $_{\delta}$	GRB $_{\rho}$	GRB $_{\tau}$	SN $_{\alpha}$	SN $_{\delta}$	SN $_{\tau}$	SN $_{\text{Terr}}$	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB910719	SN1991aj	245,850	28,460	17,700	2448456,5	247,437	41,779	2448436,5	30	13,381	20
GRB910719	SN1991am	245,850	28,460	17,700	2448456,5	250,461	37,736	2448447,5	30	10,045	9
GRB911125	SN1991bg	183,920	8,240	8,350	2448385,5	186,265	12,871	2448605,5	30	5,173	20
GRB920615b	SN1992aj	353,290	-32,840	7,110	2448788,5	356,950	-35,200	2448804,5	30	3,843	16
GRB920708	SN1992al	308,340	-49,910	3,360	2448811,5	311,485	-51,394	2448837,5	30	2,486	26
GRB920717b	SN1992am	20,750	-2,320	8,820	2448820,5	21,250	-4,650	2448825,5	30	2,383	5
GRB920804b	SN1992aw	286,400	50,690	1,790	2448838,5	286,730	51,049	2448857,5	30	0,415	19
GRB920811	SN1992aw	280,070	59,480	9,700	2448845,5	286,730	51,049	2448857,5	30	9,235	12
GRB920928	SN1992bb	322,770	9,380	21,500	2448893,5	319,562	-7,584	2448891,5	30	17,263	2
GRB921111b	SN1992bc	51,920	-39,540	10,980	2448937,5	46,322	-39,561	2448912,5	30	4,316	25
GRB920224b	SN1992g	161,790	27,470	15,650	2448676,5	159,077	37,321	2448672,5	30	10,112	4
GRB920321	SN1992q	181,610	-1,970	3,600	2448702,5	182,757	-1,881	2448715,5	30	1,150	13
GRB920315b	SN1992t	202,010	-29,980	9,650	2448696,5	198,250	-31,900	2448726,5	30	3,753	30
GRB920321b	SN1992t	198,840	-34,350	7,290	2448702,5	198,250	-31,900	2448726,5	30	2,499	24
GRB931118	SN1993ae	20,050	-6,160	5,960	2449309,5	22,454	-1,977	2449294,5	30	4,821	15
GRB930324	SN1993g	180,200	59,570	8,320	2449070,5	172,139	58,559	2449047,5	30	4,262	23
GRB930331c	SN1993k	97,180	-33,580	11,490	2449077,5	96,150	-22,850	2449070,5	30	10,768	7
GRB930521	SN1993o	203,150	-31,880	6,190	2449128,5	202,783	-33,214	2449133,5	30	1,369	5
GRB930609b	SN1993o	203,800	-18,210	17,810	2449147,5	202,783	-33,214	2449133,5	30	15,032	14
GRB930521	SN1993p	203,150	-31,880	6,190	2449128,5	202,357	-30,400	2449121,5	30	1,628	7
GRB930609b	SN1993p	203,800	-18,210	17,810	2449147,5	202,357	-30,400	2449121,5	30	12,260	26
GRB930524b	SN1993r	351,160	-6,020	18,010	2449131,5	356,050	10,767	2449136,5	30	17,478	5
GRB930807	SN1993w	351,930	-1,360	12,030	2449206,5	352,417	-3,041	2449219,5	30	1,750	13
GRB940830b	SN1994ac	1,760	-6,290	11,110	2449594,5	357,473	2,703	2449602,5	30	9,960	8
GRB941203	SN1994ad	3,050	-53,850	17,140	2449689,5	27,366	-56,044	2449662,5	30	14,061	27
GRB940214	SN1994g	151,080	53,150	9,880	2449397,5	154,861	50,872	2449392,5	30	3,256	5
GRB940214	SN1994j	151,080	53,150	9,880	2449397,5	150,403	54,582	2449412,5	30	1,487	15
GRB940331	SN1994j	157,810	57,530	7,890	2449442,5	150,403	54,582	2449412,5	30	5,074	30
GRB940524b	SN1994n	157,680	11,560	5,810	2449496,5	157,450	13,017	2449478,5	30	1,474	18
GRB940626	SN1994u	192,530	-15,370	8,250	2449529,5	196,234	-7,948	2449530,5	30	8,260	1
GRB940919	SN1994y	206,540	41,430	3,270	2449614,5	208,904	40,465	2449618,5	30	2,029	4
GRB941018d	SN1994z	6,090	-48,150	11,260	2449643,5	5,319	-48,630	2449623,5	30	0,702	20
GRB950917b	SN1995aa	339,870	-1,470	6,270	2449977,5	344,791	-4,516	2449958,5	30	5,781	19
GRB950914b	SN1995ag	313,600	72,390	6,790	2449974,5	329,081	73,254	2449984,5	30	4,639	10

Tabulka 27: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{A} (1/3).

GRB	SN	GRB $_{\alpha}$	GRB $_{\delta}$	GRB $_{\rho}$	GRB $_{\Gamma}$	SN $_{\alpha}$	SN $_{\delta}$	SN $_{\Gamma}$	SN $_{\Gamma_{err}}$	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB951107b	SN1995am	11,990	29,340	5,260	2 450 028,5	11,950	29,967	2 450 008,5	30	0,628	20
GRB951107c	SN1995bc	148,870	39,850	4,000	2 450 028,5	147,931	40,314	2 450 048,5	30	0,855	20
GRB960527	SN1996ac	186,070	1,080	2,610	2 450 230,5	186,047	1,404	2 450 220,5	30	0,325	10
GRB960417b	SN1996ae	227,800	3,270	4,510	2 450 190,5	223,499	3,530	2 450 220,5	30	4,301	30
GRB961027b	SN1996bx	68,740	-54,290	5,760	2 450 383,5	59,819	-53,374	2 450 401,5	30	5,340	18
GRB961029	SN1996bx	59,360	-52,620	3,320	2 450 385,5	59,819	-53,374	2 450 401,5	30	0,803	16
GRB960229	SN1996d	60,610	-15,260	10,260	2 450 142,5	68,500	-8,583	2 450 118,5	30	10,203	24
GRB960423	SN1996x	199,440	-31,510	4,940	2 450 196,5	199,505	-26,846	2 450 191,5	30	4,664	5
GRB961218b	SN1997b	97,750	-21,730	12,690	2 450 435,5	88,262	-17,873	2 450 457,5	30	9,721	22
GRB970404	SN1997bm	180,290	36,010	17,910	2 450 542,5	173,238	50,245	2 450 521,5	30	15,120	21
GRB970503	SN1997bq	170,660	70,180	9,540	2 450 371,5	154,272	73,384	2 450 541,5	30	6,013	30
GRB970329b	SN1997bs	169,740	8,800	4,670	2 450 536,5	170,059	12,972	2 450 555,5	30	4,184	19
GRB970408b	SN1997bs	167,970	7,390	8,950	2 450 546,5	170,059	12,972	2 450 555,5	30	5,949	9
GRB970407	SN1997bw	174,280	2,660	3,740	2 450 545,5	172,675	0,632	2 450 537,5	30	2,585	8
GRB970408b	SN1997bw	167,970	7,390	8,950	2 450 546,5	172,675	0,632	2 450 537,5	30	8,226	9
GRB970408b	SN1997bz	167,970	7,390	8,950	2 450 546,5	170,606	1,189	2 450 561,5	30	6,734	15
GRB970430	SN1997cd	259,710	44,930	10,330	2 450 568,5	256,571	44,076	2 450 563,5	30	2,396	5
GRB970430	SN1997ce	259,710	44,930	10,330	2 450 568,5	256,951	44,024	2 450 563,5	30	2,167	5
GRB970430	SN1997cf	259,710	44,930	10,330	2 450 568,5	256,680	43,904	2 450 563,5	30	2,395	5
GRB970430	SN1997cg	259,710	44,930	10,330	2 450 568,5	256,696	43,821	2 450 563,5	30	2,423	5
GRB971228	SN1997ei	155,180	62,230	13,580	2 450 810,5	178,750	58,491	2 450 801,5	30	12,162	9
GRB971218b	SN1998b	116,170	16,670	5,190	2 450 800,5	116,509	18,717	2 450 810,5	30	2,072	10
GRB980425	SN1998bw	291,910	-53,110	1,660	2 450 928,5	293,764	-52,846	2 450 945,5	30	1,147	17
GRB980530	SN1998ce	148,310	-27,290	8,690	2 450 963,5	152,645	-25,825	2 450 948,5	30	4,144	15
GRB980530	SN1998ck	148,310	-27,290	8,690	2 450 963,5	145,275	-29,105	2 450 960,5	30	3,232	3
GRB980712b	SN1998da	4,860	-30,740	13,240	2 451 006,5	6,807	-39,424	2 450 991,5	30	8,828	15
GRB981230	SN1998fc	43,700	9,310	18,350	2 451 177,5	44,803	3,494	2 451 163,5	30	5,918	14
GRB990508	SN1999bz	227,210	75,980	10,750	2 451 306,5	210,445	68,880	2 451 295,5	30	8,652	11
GRB990103	SN1999c	140,070	76,390	9,530	2 451 181,5	152,213	71,179	2 451 188,5	30	6,191	7
GRB990508	SN1999cg	227,210	75,980	10,750	2 451 306,5	190,823	79,233	2 451 279,5	30	8,285	27
GRB990706	SN1999co	314,790	-15,040	8,340	2 451 365,5	315,830	-14,547	2 451 343,5	30	1,120	22
GRB990511	SN1999ct	205,610	42,370	7,970	2 451 309,5	198,269	46,265	2 451 338,5	30	6,534	29
GRB990527c	SN1999ct	199,930	49,350	7,720	2 451 325,5	198,269	46,265	2 451 338,5	30	3,281	13

Tabulka 28: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{A} (2/3).

GRB	SN	GRB $_{\alpha}$	GRB $_{\delta}$	GRB $_{\rho}$	GRB $_T$	SN $_{\alpha}$	SN $_{\delta}$	SN $_T$	SN $_{T_{err}}$	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB990705	SN1999ct	194,510	49,220	12,130	2451364,5	198,269	46,265	2451338,5	30	3,888	26
GRB990130	SN1999d	175,590	56,970	3,750	2451208,5	172,118	58,561	2451190,5	30	2,441	18
GRB990719	SN1999dg	224,510	10,860	10,970	2451378,5	227,868	13,485	2451378,5	30	4,203	0
GRB990810	SN1999dn	358,070	1,730	4,360	2451400,5	354,061	2,152	2451405,5	30	4,029	5
GRB990902	SN1999dp	58,230	62,490	15,510	2451423,5	67,319	69,534	2451419,5	30	7,935	4
GRB990810	SN1999ds	358,070	1,730	4,360	2451400,5	358,465	0,156	2451424,5	30	1,622	24
GRB991002	SN1999eb	25,160	3,750	2,250	2451453,5	25,939	4,224	2451449,5	30	0,911	4
GRB991028	SN1999ec	80,940	-23,770	13,260	2451479,5	94,067	-21,369	2451449,5	30	12,352	30
GRB991021	SN1999ee	346,280	-30,920	12,290	2451472,5	334,042	-36,844	2451471,5	30	11,747	1
GRB991015	SN1999ef	11,640	8,940	7,830	2451466,5	14,693	12,733	2451456,5	30	4,835	10
GRB990909	SN1999ei	28,530	-29,460	6,510	2451430,5	23,468	-28,699	2451455,5	30	4,489	25
GRB991019b	SN1999en	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	18,874	-4,513	2451450,5	30	10,859	20
GRB991004c	SN1999eu	40,580	-24,330	10,290	2451455,5	41,587	-30,318	2451483,5	30	6,055	28
GRB991129	SN1999ev	38,520	-33,700	7,140	2451511,5	41,587	-30,318	2451483,5	30	4,265	28
GRB991021	SN1999ex	346,280	-30,920	12,290	2451472,5	334,030	-36,848	2451500,5	30	11,757	28
GRB000110	SN1999gi	148,900	44,500	5,320	2451553,5	154,569	41,441	2451529,5	30	5,152	24
GRB991123	SN1999gj	157,180	26,940	4,770	2451505,5	157,330	26,105	2451495,5	30	0,845	10
GRB990302	SN1999gv	255,630	66,030	3,540	2451239,5	249,001	66,222	2451244,5	30	2,688	5
GRB000319	SN2000bu	172,770	-13,860	9,830	2451622,5	171,798	-6,387	2451630,5	30	7,534	8
GRB000319	SN2000by	172,770	-13,860	9,830	2451622,5	174,979	-4,371	2451637,5	30	9,736	15
GRB000114b	SN2000c	121,640	39,560	7,990	2451557,5	114,238	35,244	2451571,5	30	7,290	14
GRB000415c	SN2000ca	199,390	-29,980	7,390	2451649,5	203,846	-34,160	2451658,5	30	5,632	9
GRB000508	SN2000fr	202,720	3,780	7,540	2451672,5	205,501	4,728	2451660,5	30	2,931	12
GRB000126c	SN2000l	136,870	64,490	8,480	2451569,5	153,758	65,134	2451599,5	30	7,194	30
GRB000319	SN2000x	172,770	-13,860	9,830	2451622,5	172,689	-5,205	2451609,5	30	8,656	13

Tabulka 29: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{A} (3/3).

GRB	SN	GRB α	GRB δ	GRB ρ	GRB T	SN α	SN δ	SN T	SN T_{err}	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB910719	SN1991aj	245,850	28,460	17,700	2448456,5	247,437	41,779	2448456,5	43,990	13,381	0
GRB910719	SN1991am	245,850	28,460	17,700	2448456,5	250,461	37,736	2448467,5	43,990	10,045	11
GRB920519	SN1992aj	355,240	-36,080	11,400	2448761,5	356,950	-35,200	2448804,5	66,990	1,645	43
GRB920615b	SN1992aj	353,290	-32,840	7,110	2448788,5	356,950	-35,200	2448804,5	66,990	3,843	16
GRB920608	SN1992am	21,790	5,720	19,440	2448781,5	21,250	-4,650	2448825,5	66,990	10,384	44
GRB920717b	SN1992am	20,750	-2,320	8,820	2448820,5	21,250	-4,650	2448825,5	66,990	2,383	5
GRB920715	SN1992aw	285,770	53,740	5,670	2448818,5	286,730	51,049	2448857,5	66,990	2,754	39
GRB920804b	SN1992aw	286,400	50,690	1,790	2448838,5	286,730	51,049	2448857,5	66,990	0,415	19
GRB920811	SN1992aw	280,070	59,480	9,700	2448845,5	286,730	51,049	2448857,5	66,990	9,235	12
GRB920928	SN1992bb	322,770	9,380	21,500	2448893,5	319,562	-7,584	2448911,5	43,990	17,263	18
GRB920818	SN1992bd	43,860	-24,980	7,310	2448852,5	41,575	-30,267	2448903,5	66,990	5,661	51
GRB921110	SN1992bd	33,570	-27,860	9,840	2448936,5	41,575	-30,267	2448903,5	66,990	7,397	33
GRB921018	SN1992bf	186,350	52,410	18,580	2448913,5	174,832	56,271	2448971,5	66,990	7,731	58
GRB920224b	SN1992c	161,790	27,470	15,650	2448676,5	161,650	13,750	2448645,5	66,990	13,721	31
GRB920314	SN1992e	102,600	-66,750	8,810	2448695,5	98,821	-59,934	2448664,5	43,990	7,020	31
GRB920414	SN1992o	300,000	-65,150	5,360	2448726,5	290,926	-62,825	2448707,5	43,990	4,603	19
GRB920321	SN1992q	181,610	-1,970	3,600	2448702,5	182,757	-1,881	2448729,5	38,986	1,150	27,498
GRB920315b	SN1992t	202,010	-29,980	9,650	2448696,5	198,250	-31,900	2448726,5	30,000	3,753	30
GRB920321b	SN1992t	198,840	-34,350	7,290	2448702,5	198,250	-31,900	2448726,5	30,000	2,499	24
GRB920606	SN1992u	335,720	-73,720	8,260	2448779,5	310,175	-70,683	2448717,5	66,990	8,298	62
GRB920321b	SN1992z	198,840	-34,350	7,290	2448702,5	202,250	-30,000	2448767,5	66,990	5,220	65
GRB931118	SN1993ae	20,050	-6,160	5,960	2449309,5	22,454	-1,977	2449314,5	43,990	4,821	5
GRB930324	SN1993g	180,200	59,570	8,320	2449070,5	172,139	58,559	2449047,5	66,990	4,262	23
GRB930201	SN1993k	95,500	-13,790	9,350	2449019,5	96,150	-22,850	2449070,5	66,990	9,081	51
GRB930331c	SN1993k	97,180	-33,580	11,490	2449077,5	96,150	-22,850	2449070,5	66,990	10,768	7
GRB930521	SN1993p	203,150	-31,880	6,190	2449128,5	202,357	-30,400	2449121,5	66,990	1,628	7
GRB930609b	SN1993p	203,800	-18,210	17,810	2449147,5	202,357	-30,400	2449121,5	66,990	12,260	26
GRB930524b	SN1993r	351,160	-6,020	18,010	2449131,5	356,050	10,767	2449136,5	66,990	17,478	5
GRB930807	SN1993w	351,930	-1,360	12,030	2449206,5	352,417	-3,041	2449219,5	30,000	1,750	13
GRB940303	SN1994a	192,230	58,680	6,440	2449414,5	196,925	62,217	2449359,5	66,990	4,225	55
GRB941018c	SN1994aa	54,600	-3,830	8,000	2449643,5	51,206	-3,043	2449622,5	43,990	3,478	21
GRB940830b	SN1994ac	1,760	-6,290	11,110	2449594,5	357,473	2,703	2449602,5	66,990	9,960	8
GRB941203	SN1994ad	3,050	-53,850	17,140	2449689,5	27,366	-56,044	2449662,5	66,990	14,061	27

Tabulka 30: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{B} (1/4).

GRB	SN	GRB α	GRB δ	GRB ρ	GRB T	SN α	SN ρ	SN T	SN T_{err}	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB940312b	SN1994b	118,780	13,720	9,530	2449 423,5	125,171	15,730	2449 384,5	43,990	6,499	39
GRB940214	SN1994g	151,080	53,150	9,880	2449 397,5	154,861	50,872	2449 412,5	43,990	3,256	15
GRB940331	SN1994g	157,810	57,530	7,890	2449 442,5	154,861	50,872	2449 412,5	43,990	6,876	30
GRB940214	SN1994j	151,080	53,150	9,880	2449 397,5	150,403	54,582	2449 432,5	43,990	1,487	35
GRB940331	SN1994j	157,810	57,530	7,890	2449 442,5	150,403	54,582	2449 432,5	43,990	5,074	10
GRB940524b	SN1994n	157,680	11,560	5,810	2449 496,5	157,450	13,017	2449 478,5	66,990	1,474	18
GRB940614	SN1994h	158,910	9,880	6,820	2449 517,5	157,450	13,017	2449 478,5	66,990	3,448	39
GRB940812c	SN1994v	231,220	-24,960	14,020	2449 576,5	223,668	-17,412	2449 557,9	38,986	10,317	18,502
GRB940919	SN1994y	206,540	41,430	3,270	2449 614,5	208,904	40,465	2449 618,5	30,000	2,029	4
GRB941018d	SN1994z	6,090	-48,150	11,260	2449 643,5	5,319	-48,630	2449 623,5	66,990	0,702	20
GRB941121	SN1994z	5,080	-46,600	4,850	2449 677,5	5,319	-48,630	2449 623,5	66,990	2,037	54
GRB941203	SN1994z	3,050	-53,850	17,140	2449 689,5	5,319	-48,630	2449 623,5	66,990	5,409	66
GRB950917b	SN1995aa	339,870	-1,470	6,270	2449 977,5	344,791	-4,516	2449 958,5	66,990	5,781	19
GRB950914b	SN1995ag	313,600	72,390	6,790	2449 974,5	329,081	73,254	2449 984,5	66,990	4,639	10
GRB951107b	SN1995am	11,990	29,340	5,260	2450 028,5	11,950	29,967	2450 028,5	43,990	0,628	0
GRB951107c	SN1995bc	148,870	39,850	4,000	2450 028,5	147,931	40,314	2450 048,5	66,990	0,855	20
GRB960527	SN1996ac	186,070	1,080	2,610	2450 230,5	186,047	1,404	2450 240,5	43,990	0,325	10
GRB960417b	SN1996ae	227,800	3,270	4,510	2450 190,5	223,499	3,530	2450 220,5	66,990	4,301	30
GRB961027b	SN1996bx	68,740	-54,290	5,760	2450 383,5	59,819	-53,374	2450 421,5	43,990	5,340	38
GRB961029	SN1996bx	59,360	-52,620	3,320	2450 385,5	59,819	-53,374	2450 421,5	43,990	0,803	36
GRB960229	SN1996d	60,610	-15,260	10,260	2450 142,5	68,500	-8,583	2450 118,5	66,990	10,203	24
GRB960418	SN1996r	170,500	0,420	1,460	2450 191,5	169,043	0,194	2450 173,5	43,990	1,474	18
GRB970408b	SN1997ai	167,970	7,390	8,950	2450 546,5	162,240	0,531	2450 528,5	43,990	8,927	18
GRB970408b	SN1997ax	167,970	7,390	8,950	2450 546,5	169,509	0,036	2450 525,9	38,986	7,512	20,502
GRB970407	SN1997ay	174,280	2,660	3,740	2450 545,5	171,543	0,607	2450 525,9	38,986	3,420	19,502
GRB970408b	SN1997ay	167,970	7,390	8,950	2450 546,5	171,543	0,607	2450 525,9	38,986	7,661	20,502
GRB970408b	SN1997az	167,970	7,390	8,950	2450 546,5	170,773	0,265	2450 511,5	66,990	7,653	35
GRB961218b	SN1997b	97,750	-21,730	12,690	2450 435,5	88,262	-17,873	2450 457,5	66,990	9,721	22
GRB970404	SN1997bm	180,290	36,010	17,910	2450 542,5	173,238	50,245	2450 541,5	43,990	15,120	1
GRB970503	SN1997bq	170,660	70,180	9,540	2450 571,5	154,272	73,384	2450 561,5	43,990	6,013	10
GRB970605	SN1997bq	148,680	60,790	12,710	2450 604,5	154,272	73,384	2450 561,5	43,990	12,767	43
GRB970329b	SN1997bs	169,740	8,800	4,670	2450 536,5	170,059	12,972	2450 555,5	30,000	4,184	19

Tabulka 31: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{B} (2/4).

GRB	SN	GRB α	GRB δ	GRB ρ	GRBT	SN α	SN δ	SN T	SN T_{err}	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB970408b	SN1997bs	167,970	7,390	8,950	2450546,5	170,059	12,972	2450555,5	30,000	5,949	9
GRB970407	SN1997bw	174,280	2,660	3,740	2450545,5	172,675	0,632	2450557,5	43,990	2,585	12
GRB970408b	SN1997bw	167,970	7,390	8,950	2450546,5	172,675	0,632	2450557,5	43,990	8,226	11
GRB970408b	SN1997bz	167,970	7,390	8,950	2450546,5	170,606	1,189	2450581,5	43,990	6,734	35
GRB970430	SN1997cd	259,710	44,930	10,330	2450568,5	256,571	44,076	2450583,5	43,990	2,396	15
GRB970430	SN1997ce	259,710	44,930	10,330	2450568,5	256,951	44,024	2450583,5	43,990	2,167	15
GRB970430	SN1997cf	259,710	44,930	10,330	2450568,5	256,680	43,904	2450577,9	38,986	2,395	9,498
GRB970430	SN1997cg	259,710	44,930	10,330	2450568,5	256,696	43,821	2450577,9	38,986	2,423	9,498
GRB970514	SN1997cy	67,610	-60,890	3,740	2450582,5	68,229	-61,716	2450641,5	66,990	0,878	59
GRB970926	SN1997ds	345,130	-4,360	12,540	2450717,5	336,048	-3,486	2450767,5	66,990	9,103	50
GRB971228	SN1997ei	155,180	62,230	13,580	2450810,5	178,750	58,491	2450821,5	43,990	12,162	11
GRB971218b	SN1998b	116,170	16,670	5,190	2450800,5	116,509	18,717	2450830,5	43,990	2,072	30
GRB980425	SN1998bw	291,910	-53,110	1,660	2450928,5	293,764	-52,846	2450949,8	31,354	1,147	21,307
GRB980530	SN1998ce	148,310	-27,290	8,690	2450963,5	152,645	-25,825	2450948,5	66,990	4,144	15
GRB980530	SN1998ck	148,310	-27,290	8,690	2450963,5	145,275	-29,105	2450980,5	43,990	3,232	17
GRB980501	SN1998ct	223,870	23,360	14,810	2450934,5	237,799	21,943	2450990,5	66,990	12,927	56
GRB980712b	SN1998da	4,860	-30,740	13,240	2451006,5	6,807	-39,424	2451005,9	38,986	8,828	0,502
GRB980910	SN1998dg	195,070	-21,150	6,820	2451066,5	197,599	-16,936	2451029,5	43,990	4,845	37
GRB971204	SN1998e	195,830	-34,510	6,030	2450786,5	202,300	-33,167	2450838,5	66,990	5,538	52
GRB981230	SN1998fc	43,700	9,310	18,350	2451177,5	44,803	3,494	2451183,5	43,990	5,918	6
GRB981027	SN1998ff	339,940	-63,580	3,300	2451113,5	338,204	-60,568	2451094,9	38,986	3,120	18,502
GRB971206	SN1998g	117,840	4,130	6,130	2450788,5	120,904	6,171	2450838,6	67,384	3,671	50,180
GRB971228	SN1998t	155,180	62,230	13,580	2450810,5	172,138	58,562	2450870,5	66,990	9,110	60
GRB980406	SN1998t	176,430	63,330	7,740	2450909,5	172,138	58,562	2450870,5	66,990	5,201	39
GRB990428	SN1999au	132,860	-15,070	11,010	2451296,5	134,742	-7,369	2451262,5	43,990	7,918	34
GRB990508	SN1999bt	227,210	75,980	10,750	2451306,5	257,907	72,421	2451293,5	43,990	8,952	13
GRB990508	SN1999bz	227,210	75,980	10,750	2451306,5	210,445	68,880	2451293,5	66,990	8,652	11
GRB990103	SN1999c	140,070	76,390	9,530	2451181,5	152,213	71,179	2451208,5	43,990	6,191	27
GRB990708b	SN1999ce	178,130	57,510	3,360	2451367,5	172,215	57,134	2451330,5	43,990	3,215	37
GRB990508	SN1999cg	227,210	75,980	10,750	2451306,5	190,823	79,233	2451299,5	43,990	8,285	7
GRB990706	SN1999co	314,790	-15,040	8,340	2451365,5	315,830	-14,547	2451343,5	66,990	1,120	22
GRB990527c	SN1999ct	199,930	49,350	7,720	2451325,5	198,269	46,265	2451358,5	43,990	3,281	33
GRB990705	SN1999ct	194,510	49,220	12,130	2451364,5	198,269	46,265	2451358,5	43,990	3,888	6

Tabulka 32: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{B} (3/4).

GRB	SN	GRB α	GRB δ	GRB ρ	GRB T	SN α	SN δ	SN T	SN T_{err}	Δ_{space}	Δ_{time}
		[deg]	[deg]	[deg]	[JD]	[deg]	[deg]	[JD]	[den]	[deg]	[den]
GRB990130	SN1999d	175,590	56,970	3,750	2451208,5	172,118	58,561	2451190,5	66,990	2,441	18
GRB990719	SN1999dg	224,510	10,860	10,970	2451378,5	227,868	13,485	2451398,5	43,990	4,203	20
GRB990810	SN1999dn	358,070	1,730	4,360	2451400,5	354,061	2,152	2451405,5	66,990	4,029	5
GRB990902	SN1999dp	58,230	62,490	15,510	2451423,5	67,319	69,534	2451419,5	66,990	7,935	4
GRB990810	SN1999ds	358,070	1,730	4,360	2451400,5	358,465	0,156	2451430,6	67,384	1,622	30,180
GRB991019b	SN1999ds	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	358,465	0,156	2451430,6	67,384	10,122	39,820
GRB991019b	SN1999dt	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	11,426	0,056	2451441,5	43,990	3,252	29
GRB991019b	SN1999du	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	16,775	0,132	2451445,5	43,990	8,420	25
GRB991019b	SN1999dv	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	17,246	0,007	2451446,5	43,990	8,865	24
GRB991002	SN1999eb	25,160	3,750	2,250	2451453,5	25,939	4,224	2451449,5	66,990	0,911	4
GRB991028	SN1999ec	80,940	-23,770	13,260	2451479,5	94,067	-21,369	2451449,5	66,990	12,352	30
GRB991015	SN1999ef	11,640	8,940	7,830	2451466,5	14,693	12,733	2451476,5	43,990	4,835	10
GRB991019b	SN1999en	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	18,874	-4,513	2451470,5	43,990	10,859	0
GRB991004c	SN1999eu	40,580	-24,330	10,290	2451455,5	41,587	-30,318	2451483,5	66,990	6,055	28
GRB991129	SN1999eu	38,520	-33,700	7,140	2451511,5	41,587	-30,318	2451483,5	66,990	4,265	28
GRB000107	SN1999ev	187,680	34,570	6,760	2451550,5	184,951	29,623	2451485,5	66,990	5,460	65
GRB991021	SN1999ex	346,280	-30,920	12,290	2451472,5	334,030	-36,848	2451500,5	30,000	11,757	28
GRB000114b	SN1999gb	121,640	39,560	7,990	2451557,5	122,557	33,958	2451500,5	66,990	5,650	57
GRB991019b	SN1999ge	8,480	-1,320	10,900	2451470,5	14,182	-9,912	2451505,5	66,990	10,294	35
GRB000110	SN1999gj	148,900	44,500	5,320	2451553,5	154,569	41,441	2451529,5	30,000	5,152	24
GRB991123	SN1999gj	157,180	26,940	4,770	2451505,5	157,330	26,105	2451515,5	43,990	0,845	10
GRB990302	SN1999gv	255,630	66,030	3,540	2451239,5	249,001	66,222	2451258,9	38,986	2,688	19,498
GRB000508	SN2000al	202,720	3,780	7,540	2451672,5	197,957	-1,355	2451636,6	42,676	7,002	35,813
GRB000508	SN2000am	202,720	3,780	7,540	2451672,5	203,004	-2,194	2451635,6	42,676	5,981	36,813
GRB000417	SN2000as	222,390	2,930	5,060	2451651,5	219,038	0,427	2451620,9	38,986	4,182	30,502
GRB000417	SN2000at	222,390	2,930	5,060	2451651,5	223,879	-1,886	2451622,9	38,986	5,041	28,502
GRB000114b	SN2000c	121,640	39,560	7,990	2451557,5	114,238	35,244	2451571,5	30,000	7,290	14
GRB000126c	SN2000i	136,870	64,490	8,480	2451569,5	153,758	65,134	2451599,5	66,990	7,194	30
GRB000319	SN2000x	172,770	-13,860	9,830	2451622,5	172,689	-5,205	2451623,9	38,986	8,656	1,498

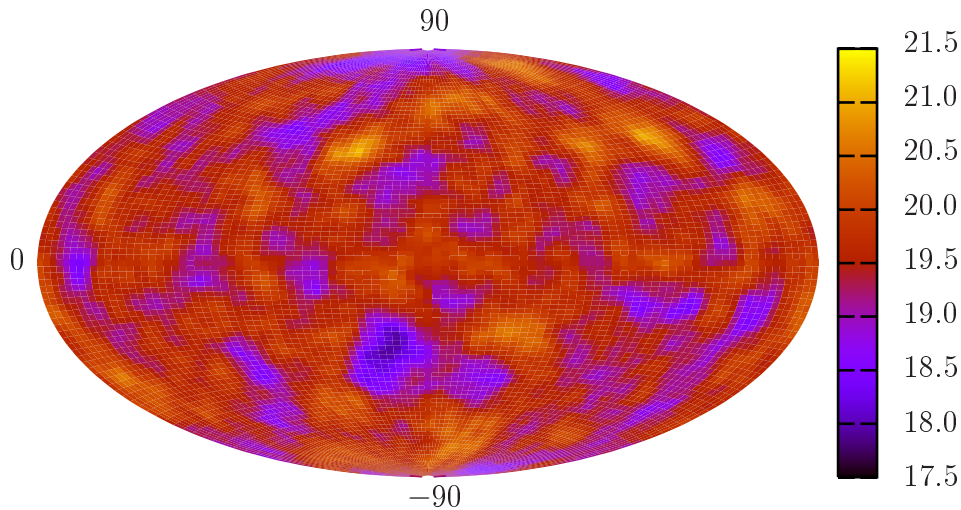
Tabulka 33: Výsledek reálných prostorových a časových koincidencí pro záblesky gama a supernovy \mathbb{B} (4/4).

5.3 Simulace umělých koincidenceí

V této kapitole budeme generovat data popisující záblesky gama tak, abychom splnili předem stanovenou *fyzikální* korelaci, tzn. abychom splnili časovou (5.3) a prostorovou (5.5) koincidenční podmínku popsanou v odstavci 5.1.2 na straně 101.

5.3.1 Popis simulace

Z katalogu supernov použijeme data potřebná k hledání časových a prostorových koincidenceí, tedy poloha na obloze (SN_α , SN_δ), velikost chybové kružnice SN_ρ , čas SN_t a chyba určení času $SN_{t_{err}}$. Data byla testována ve verzi \mathbb{A} i \mathbb{B} .



Obrázek 58: Mapa rozložení hustoty 2702 bodů na sféře s rovnoměrným rozdělením.

Parametry pro záblesky gama vygenerujeme následujícím způsobem: vzhledem k jejich isotropii budou souřadnice (GRB_α , GRB_δ) zvoleny náhodně (s rovnoměrným rozdělením na sféře, viz odstavec 4.1.1). Čas záblesku gama GRB_t byl vybrán náhodně z množiny všech časů záblesků gama tak, jak popisuje odstavec 4.1.3. Přiřazení velikosti chybové kružnice GRB_ρ bylo provedeno dvěma způsoby:

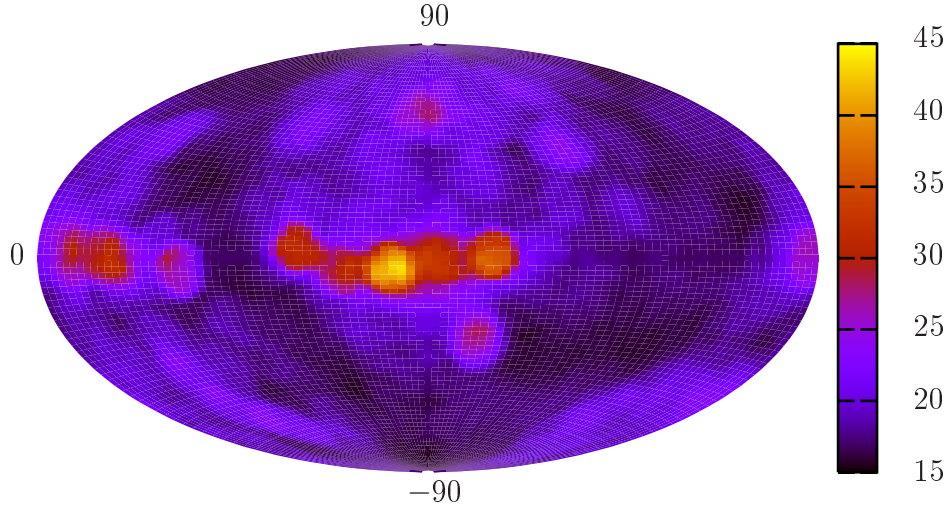
1. Podobně jako čas GRB_t , tedy náhodným výběrem z množiny všech poloměrů chybových kružnic.
2. Použil se pro všechny medián ze všech poloměrů chybových kružnic (viz tab. 2).

Relativní část záblesků gama p získá souřadnice (GRB_α , GRB_δ) a čas GRB_t tak, že se převezmou od náhodně vybrané supernovy. Tím bude zaručeno, že splněna prostorová i časová podmínka. Parametr p je určen jako

$$p = \frac{N_x}{N_{\text{GRB}}}, \quad (5.13)$$

kde N_{GRB} je celkový počet záblesků gama a N_x je počet záblesků gama, které získaly souřadnice od náhodně zvolené supernovy. Tím je zaručeno, že při hledání prostorových a časových koincidencí bude nalezeno minimálně N_x koincidujících párů.

Test probíhal pro 100 hodnot p rovnoměrně rozložených v intervalu $[0, 0,14]$.³⁰⁾ Pro každou hodnotu bylo vygenerováno 100 různých množin záblesků gama. Pro hodnotu $p = 0$ jsou souřadnice všech záblesků gama zvoleny náhodně. Jejich rozložení je demonstrováno na obrázku 58. Pro srovnání je na obrázku 59 zobrazeno rozložení záblesků gama v případě $p = 0,14$, kdy 14 % záblesků gama má v supernově svůj protějšek. Je zřejmé, že rozložení záblesků gama ztratilo svou původní isotropii a snaží se přiblížit rozložení supernov.



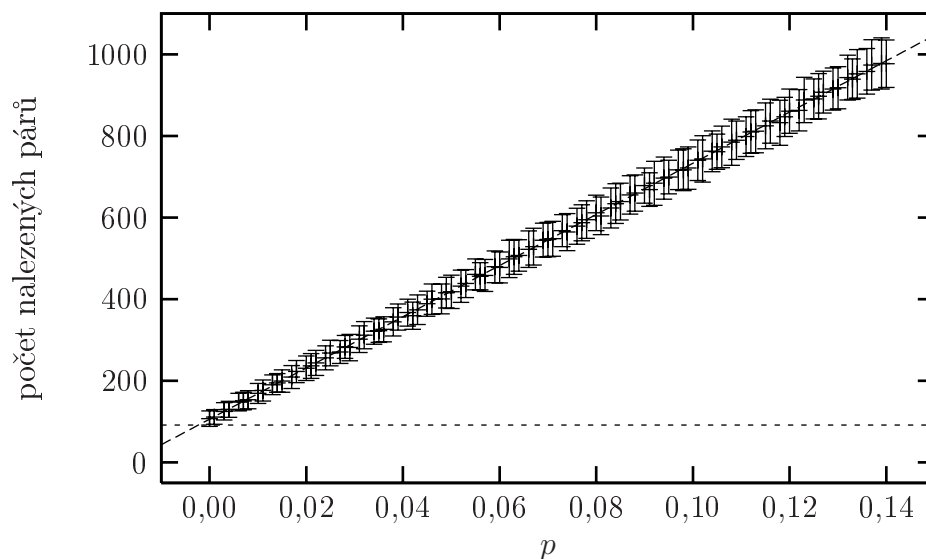
Obrázek 59: A: Mapa rozložení hustoty 2702 bodů na sféře. 14 % bodů je generováno tak, aby pro ně byla splněna koincidenční podmínka s náhodně vybranou supernovou. Zbytek má rovnoměrné rozdělení. Ke zobrazení byly použity rovníkové souřadnice na rozdíl od obrázku 10, který je v galaktických souřadnicích.

Závislost počtů páru supernova–záblesk gama, které splnily prostorovou i časovou koincidenční podmínku jsou zobrazeny na obrázcích 34, 62, 35 a 63. Obrázky 34 a 62 popisují situaci, kdy byl poloměr chybové kružnice záblesku gama ρ_{GRB} volen náhodně, resp. náhodným výběrem z množiny všech poloměrů chybových kružnic.

Obrázky 62 a 63 ukazují výsledek, ke kterému vedlo přiřazení všem poloměrům chybových kružnic stejné hodnoty, mediánu (3,32 deg). Každý datový bod je

³⁰⁾ Hranice 0,14 byla stanovena empiricky.

výsledkem 100 opakování, ze kterého byla získána střední hodnota počtu koincidujících párů a jejich standardní odchylka.



Obrázek 60: A: Výsledek simulace hledání párů při umělé koincidenci s náhodnou velikostí chybové kružnice.

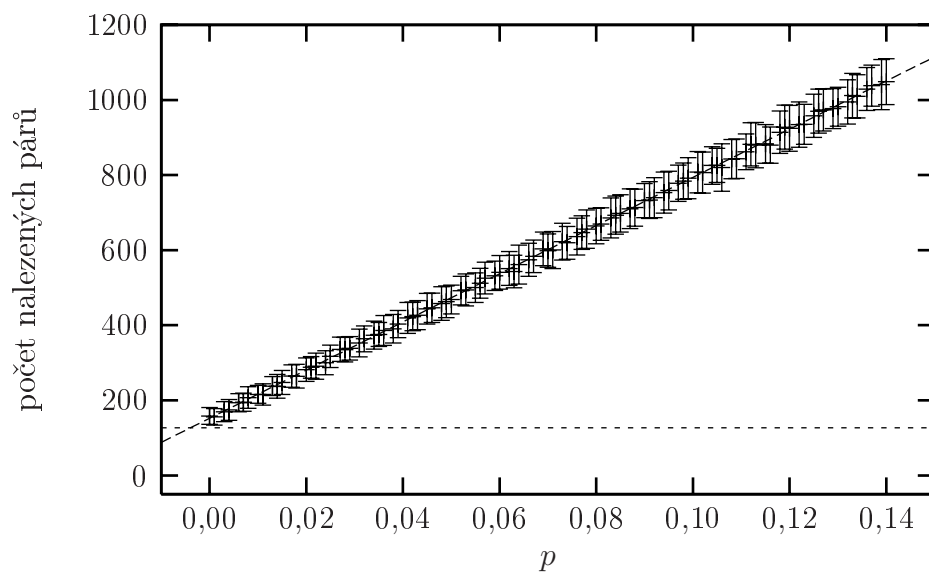
Na všech zmíněných obrázcích je vodorovnou čarou znázorněn počet koincidujících párů, který odpovídá reálné sadě dat A a B, tedy reálná data bez umělých koincidencí. Závislosti počtů koincidujících párů na p byly fitovány přímkou, je-

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	6 269,90	10,55	0,17
b	106,33	0,86	0,80

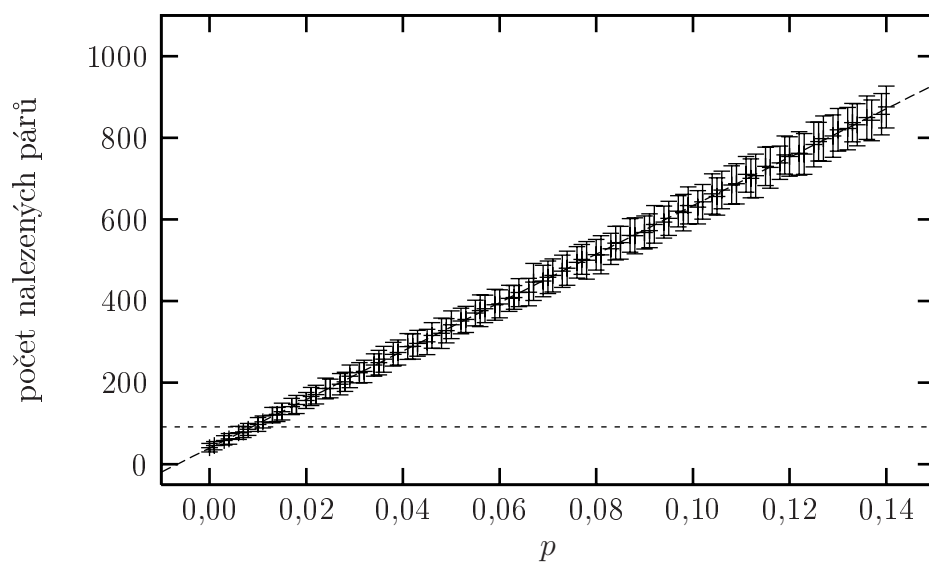
Tabulka 34: A: Hodnoty fitovaných parametrů pro simulaci umělých koincidencí s náhodnou velikostí chybové kružnice.

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	6 417,35	12,18	0,19
b	152,17	0,99	0,64

Tabulka 35: B: Hodnoty fitovaných parametrů pro simulaci umělých koincidencí s náhodnou velikostí chybové kružnice.

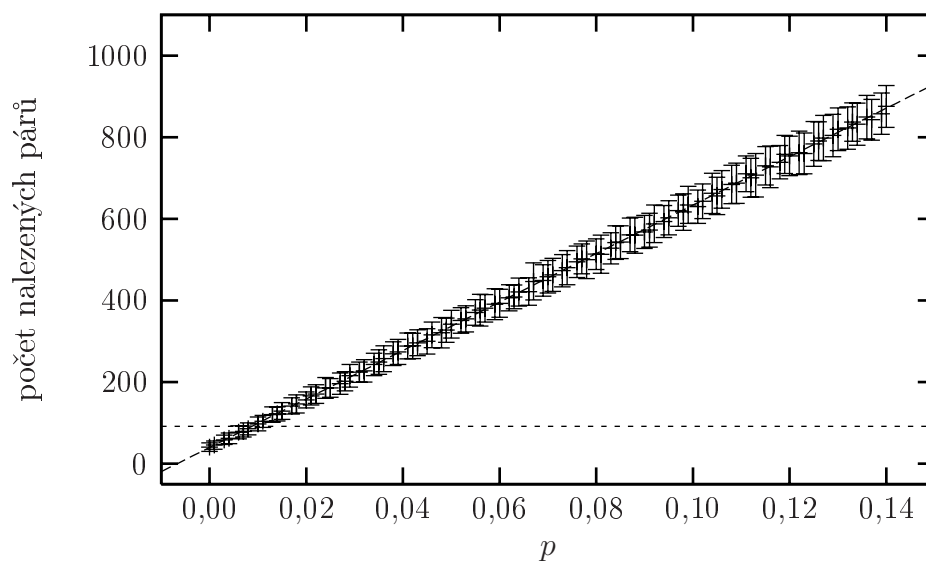


Obrázek 61: \mathbb{B} : Výsledek simulace hledání párů při umělé koincidenci s náhodnou velikostí chybové kružnice.



Obrázek 62: \mathbb{A} : Výsledek simulace hledání párů při umělé koincidenci s fixní velikostí chybové kružnice (medián).

již parametry obsahují tabulka 34, resp. 35 pro náhodné poloměry chybových kružnic záblesků gama a tabulka 36, resp. 37 pro poloměry chybových kružnic odpovídající mediánu.



Obrázek 63: \mathbb{B} : Výsledek simulace hledání párů při umělé koincidenci s fixní velikostí chybové kružnice (medián).

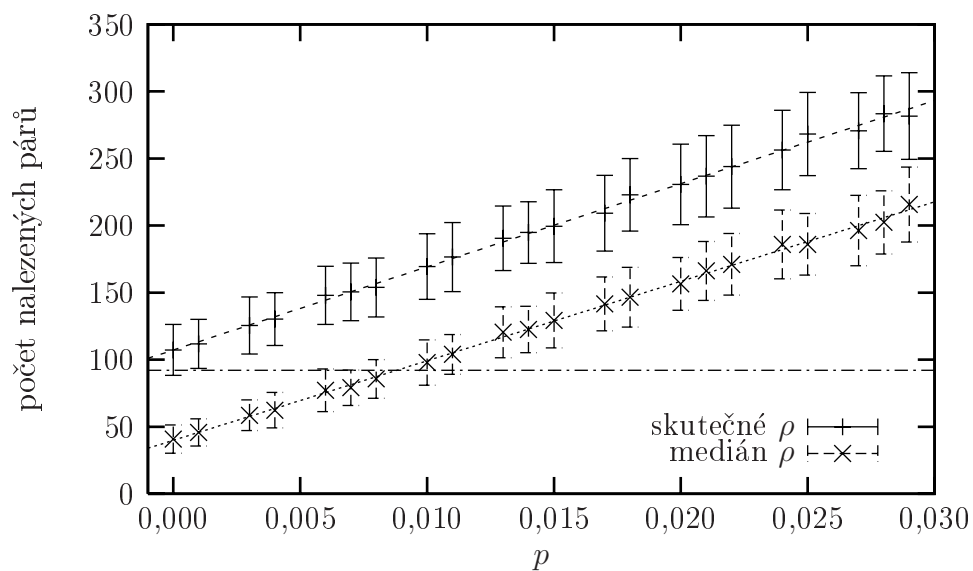
Detail pro hodnoty p blízké nule je znázorněn na obrázku 64, resp. 65. Vodorovná čára opět ukazuje počet koincidujících párů ($N_{\mathbb{A}} = 92$, $N_{\mathbb{B}} = 127$), které jsou výsledkem reálných dat supernov a záblesků gama.

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	5 937,34	10,83	0,18
b	40,05	0,88	2,19

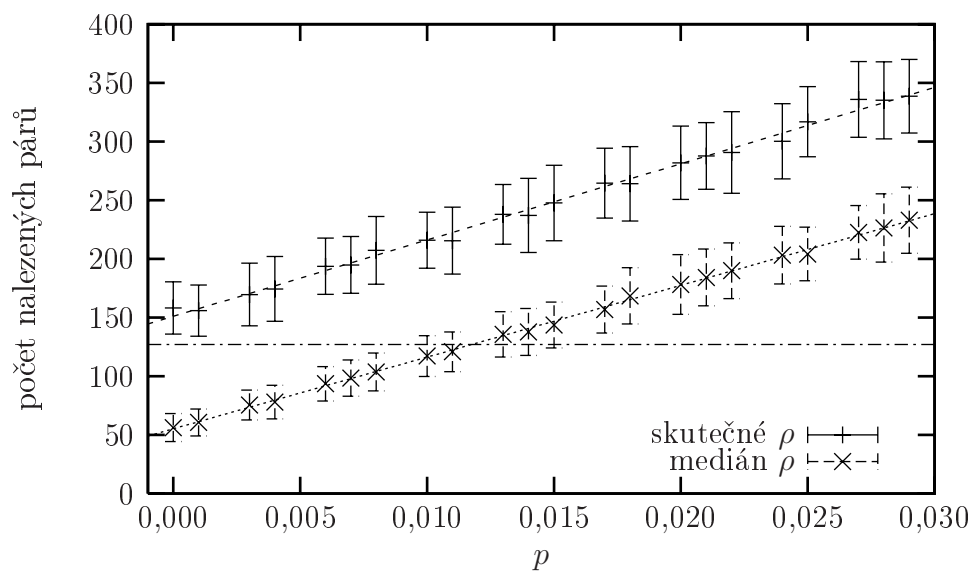
Tabulka 36: \mathbb{A} : Hodnoty fitovaných parametrů pro simulaci umělých koincidencí s fixní velikostí chybové kružnice (medián).

parametr	hodnota	chyba	rel, chyba [%]
a	6 057,46	10,45	0,17
b	55,38	0,85	1,53

Tabulka 37: \mathbb{B} : Hodnoty fitovaných parametrů pro simulaci umělých koincidencí s fixní velikostí chybové kružnice (medián).



Obrázek 64: A: Srovnání simulací hledání párů při umělé koincidenci s fixní a náhodnou velikostí chybové kružnice (detail).



Obrázek 65: B: Srovnání simulací hledání párů při umělé koincidenci s fixní a náhodnou velikostí chybové kružnice (detail).

5.3.2 Závěr

Podívejme se nejprve na výsledek s náhodnými poloměry chybových kružnic záblesků gama. Omezíme-li se na chybu velikosti σ , která je na obrázcích vyznačena, vychází pro reálné datové sady \mathbb{A} i \mathbb{B} hodnota relativní umělé koincidence $p \approx 0$. U dat \mathbb{B} leží dokonce více než σ pod střední hodnotou, která odpovídá náhodným koincencím ($p = 0$).

Rozšíříme-li velikost chyby na 3σ , dostaneme maximální hodnotu jak pro \mathbb{A} , tak pro \mathbb{B} $p \approx 0,008$. To znamená, že při hodnotě $p = 0,008$ je reálná hodnota počtu koincidujících párů vzdálená méně než 3σ od příslušné střední hodnoty.

data	p_σ	$p_{2\sigma}$	$p_{3\sigma}$
„náhodné“ ρ (\mathbb{A})	0,000	0,004	0,008
„náhodné“ ρ (\mathbb{B})	0,000	0,004	0,008
medián (\mathbb{A})	0,011	0,015	0,018
medián (\mathbb{B})	0,015	0,018	0,022

Tabulka 38: Hraniční odhady fyzikálních koincencí.

Uděláme-li podobný rozbor pro výsledek s konstantní velikostí poloměru chybových kružnic (medián), dostaneme pro σ veliké okolí maximální hodnoty $p \approx 0,011$ (\mathbb{A}) a $p \approx 0,015$ (\mathbb{B}). Pro 3σ dostaneme hodnoty $p \approx 0,018$ (\mathbb{A}) a $p \approx 0,022$ (\mathbb{B}).

Uvedené výsledky shrnuje tabulka 38. Je zřejmé, že výsledek simulace, která lépe respektuje realitu, tedy s (reálným) náhodným poloměrem chybových kružnic záblesků gama, vede k statistickému závěru, že pokud se v souboru reálných párů supernova-záblesk gama nějaké fyzikálně související nacházejí, je jejich relativní zastoupení maximálně v řádu procent.

5.4 Simulace rotace

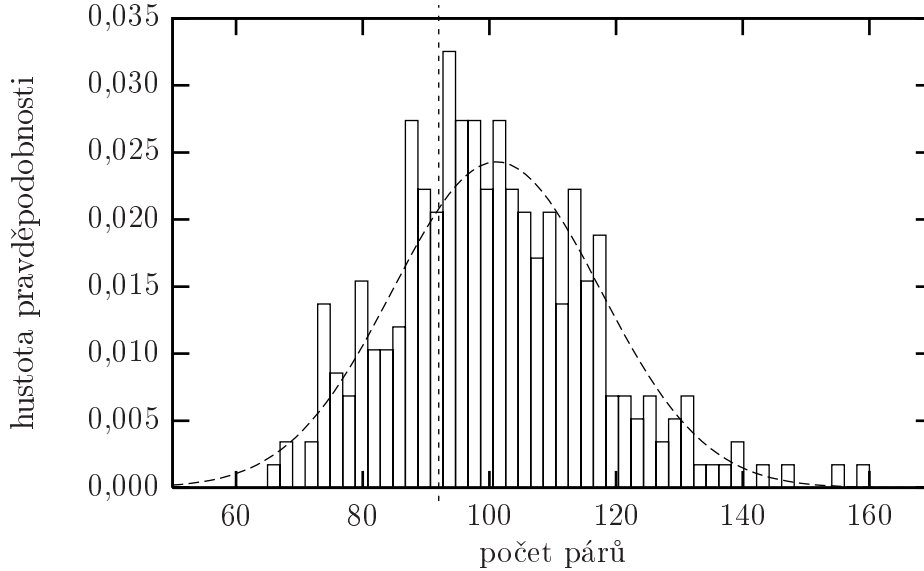
V tomto testu se pokusíme studovat počet prostorově a časově koincidujících dvojice supernova-záblesk gama. Bude zde srovnána reálná situace s náhodnými daty, které budou reprezentovány potočením poloh supernov na sféře. Tím dojde k náhodnému promíchání, přičemž bude zachována nerovnoměrná distribuce supernov na obloze.

5.4.1 Popis simulace

V simulaci vystupují veličiny příslušející supernovám a zábleskům gama, které jsou potřeba k hledání prostorových a časových koincencí. Tedy poloha na obloze (α , δ), velikost chybové kružnice ρ , čas t a chyba určení času t_{err} .

Test probíhal tak, že polohy supernov byly podrobeny řadě rotací určených trojicí úhlu α_i , β_i a γ_i , které jsou popsány v odstavci 4.1.4. Každou rotaci můžeme

tedy charakterizovat indexem i . Čas t supernovy přitom zůstal beze změny, stejně tak polohy a časy záblesků gama. Při každé rotaci byl proveden prostoročasový test koincidencí, viz 5.1.4 a byl zaznamenán počet koincidujících párů.



Obrázek 66: A: Hustota pravděpodobnosti koincidujících párů při různých rotacích pozic záblesků gama. Svislá čára představuje případ bez rotace. Na grafu je znázorněna Gaussova funkce s parametry, které jsou uvedeny v tabulce 39.

Předpokládejme, že při nerotovaných datech lze počet koincidujících párů N_0 vyjádřit jako

$$N_0 = N_{0_{\text{phys}}} + N_{0_{\text{rnd}}}, \quad (5.14)$$

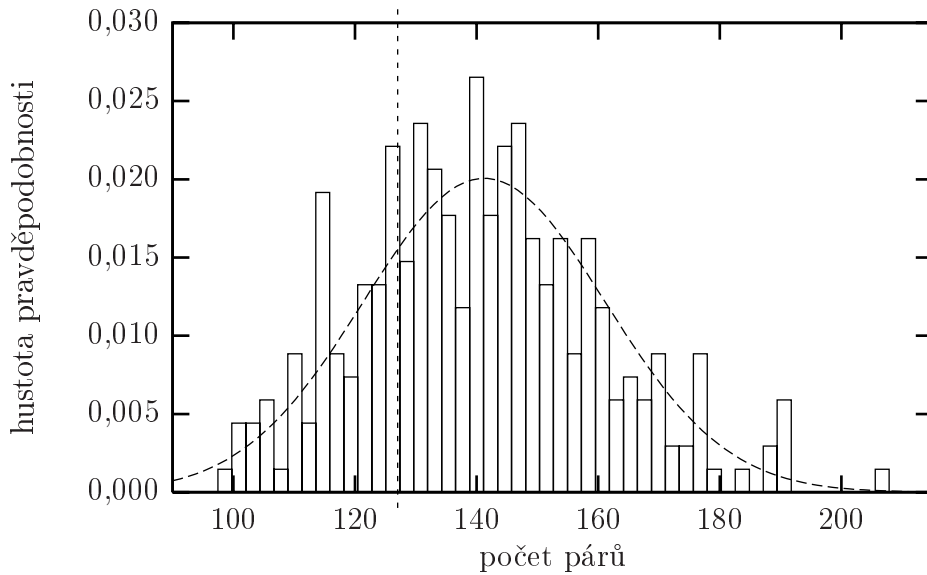
kde N_{phys} jsou páry supernova–záblesk gama, které mají fyzikální základ. Veličina N_{rnd} představuje počet párů, které koincidují náhodou. Vezmeme-li v úvahu, že vzdálenost dvou vrcholů komolého dvacetistěnu je přibližně $23,28^\circ$ a rozložení velikostí poloměrů chybových kružnic (obr. 11 a tab. 2 na straně 42), je zřejmé, že hodnota $N_{i_{\text{phys}}}$ je pro $i \neq 0$ nulová.

V další kapitole bude ukázáno, že rotace souřadnic supernov je dobrým způsobem, jak generovat náhodné páry supernova–záblesk gama. Fyzikální parametry zůstávají beze změny, stejně tak i vzájemné polohy objektů.³¹⁾

5.4.2 Závěr

Tabulka 39 a obrázek 66 představují výsledek testu pro datovou sadu A. Podobně tabulka 40 a obrázek 67 představuje výsledek testu pro datovou sadu B. Na

³¹⁾ Myslí se vzájemné polohy objektů stejného typu. Tedy vzájemné polohy supernov a vzájemné polohy záblesků gama.



Obrázek 67: \mathbb{B} : Hustota pravděpodobnosti koincidujících párů při různých rotačních pozicích záblesků gama. Svislá čára představuje případ bez rotace. Na grafu je znázorněna Gaussova funkce s parametry uvedené v tabulce 40.

obrázcích je svislou čarou znázorněn počet, který přísluší rotaci $\alpha_0 = 0$, $\beta_0 = 0$ a $\gamma_0 = 0$, tedy původním nerotovaným souřadnicím. Gaussova funkce, která je rovněž na obrázku, má parametry z tabulky 39, resp. 40.

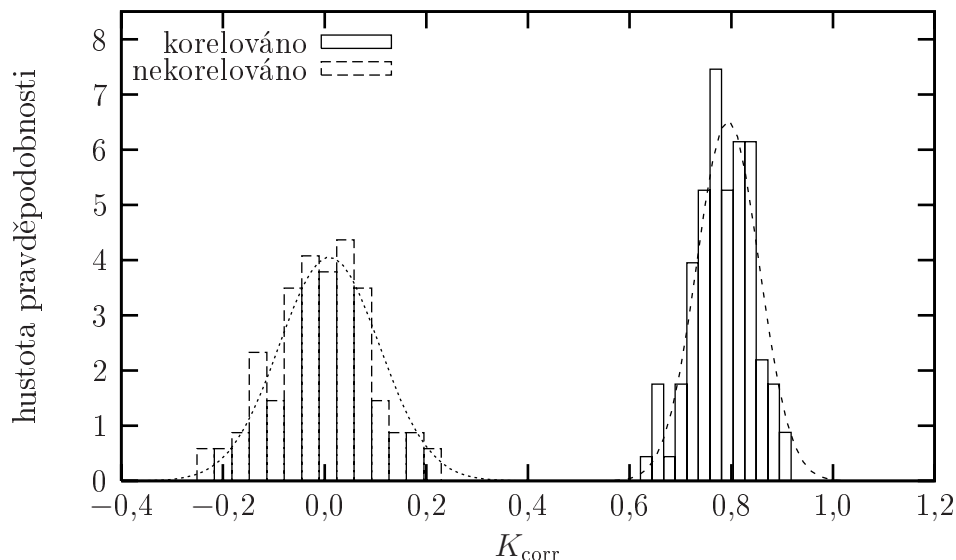
Výsledek, který znázorňují obrázky 66 a 67 má statistický charakter. Z něj je možno tvrdit, že hodnota $N_{0_{\text{phys}}}$ bude ve srovnání s $N_{0_{\text{rnd}}}$ velmi malá. Počet párů při koincidenčním testu reálných dat je pro datovou sadu \mathbb{A} 92 a pro datovou sadu \mathbb{B} 127. Obě tyto hodnoty leží v intervalu $\pm\sigma$ pro příslušná rozdělení počtů (náhodných) koincidencí rotovaných dat. Počet reálných koincidencí je tedy nutno považovat za hodnoty příslušející rozdělení pro počet koincidencí náhodných dat.

počet rotací	295
minimum	62
medián	100
maximum	161
střední hodnota	101,16
standardní odchylka	16,42

Tabulka 39: \mathbb{A} : Některé statistické parametry příslušející počtu koincidujících páru při rotačních testech.

5.5 Korelační testy

Z předchozí podkapitoly plyne, že není možno rozhodnout o významném počtu fyzikálně koincidujících párů supernova–záblesk gama. Tato kapitola se zabývá studiem korelací mezi fyzikálními parametry supernov a záblesků gama, které splní časoprostorovou koincidenční podmínku. Nalezené hodnoty budou srovnány s korelačními koeficienty náhodných párů. Náhodné páry jsou získány rotací souřadnic supernov tak, jak bylo popsáno v předešlé kapitole.



Obrázek 68: Hustoty pravděpodobnosti pro nekorelované (vlevo) a korelované parametry (vpravo) pro 100 nerotovaných testovacích datových sad.

5.5.1 Schéma korelačního testu

Jako demonstraci uvažujme následující experiment:

počet rotací	295
minimum	94
medián	141
maximum	209
střední hodnota	141,25
standardní odchylka	19,89

Tabulka 40: \mathbb{B} : Některé statistické parametry příslušející počtu koincidujících párů při rotačních testech.

1. Pomocí metod popsaných v odstavci 4.1.2 a 4.1.3 vygenerujeme dvě sady dat odpovídající supernovám (\mathcal{D}_{SN}) a zábleskům gama (\mathcal{D}_{GRB}). Datovými sadami \mathcal{D}_{SN} a \mathcal{D}_{GRB} se rozumí parametry potřebné k hledání prostorových a časových koincidencí, tedy ID objektu, jeho poloha (α, δ) , poloměr chybové kružnice ρ , čas t a jeho chyba t_{err} . Tyto vygenerované parametry mají přibližně stejné distribuční funkce jako reálné hodnoty supernov a záblesků gama.
2. Pro datové sady \mathcal{D}_{SN} a \mathcal{D}_{GRB} bude provedeno hledání prostorových a časových koincidencí tak, jak bylo popsáno v kapitole 5.1. Výsledek, tedy dvojice ID z \mathcal{D}_{SN} a \mathcal{D}_{GRB} byl označen jako \mathcal{M} .
3. Každému objektu ID_{SN_i} z \mathcal{D}_{SN} byl přiřazen parametr p_{SN_i} . Každému objektu ID_{GRB_i} z \mathcal{D}_{GRB} byly přiřazeny parametry dva. Parametr p_{GRB_i} a q_{GRB_i} . Hodnoty p_{SN_i} a q_{GRB_i} představují náhodné číslo z intervalu $[0, 1]$ s rovnoměrným rozdělením. Jak parametr p_{GRB_i} , tak q_{GRB_i} nemá žádný fyzikální význam, ale v popisované numerické simulaci je na něj možno hledět jako na veličinu charakterizující záblesk gama, resp. supernovu. Hodnota parametru p_{GRB_i} byla určena následovně:

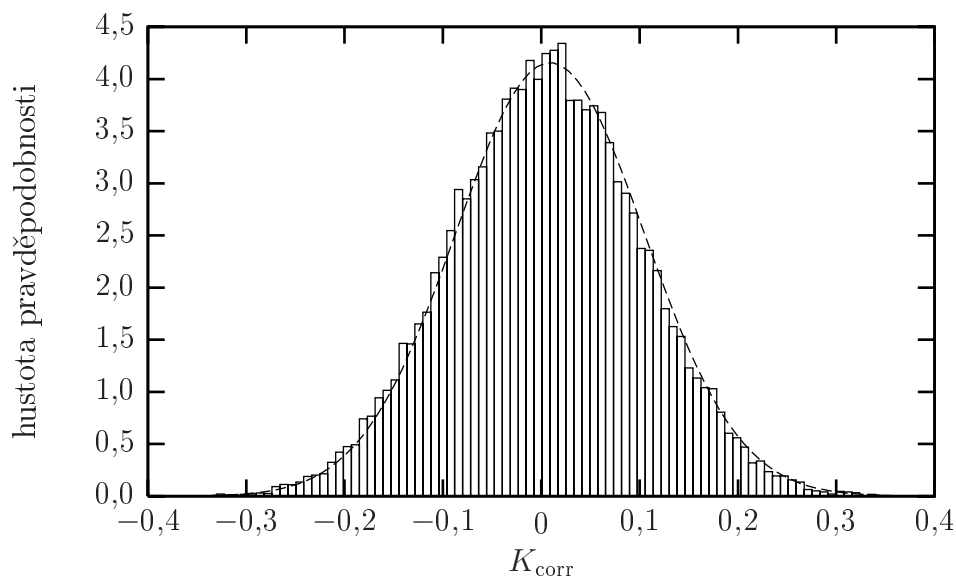
$$p_{\text{GRB}_i} = \begin{cases} x & \text{ID}_{\text{GRB}_i} \notin \mathcal{M} \\ p_{\text{SN}_i} [2 + 0,01 (x - \frac{1}{2})] & \text{ID}_{\text{GRB}_i} \in \mathcal{M}, \end{cases} \quad (5.15)$$

kde x je náhodné číslo z intervalu $[0, 1]$ s rovnoměrným rozdělením. Tím bylo zaručeno, že parametr p byl u koincidujících párů z \mathcal{D}_{SN} a \mathcal{D}_{GRB} korelován, zatímco parametr příslušející objektům, které v druhé sadě dat koincidující protějšek neměly, korelován nebyl.

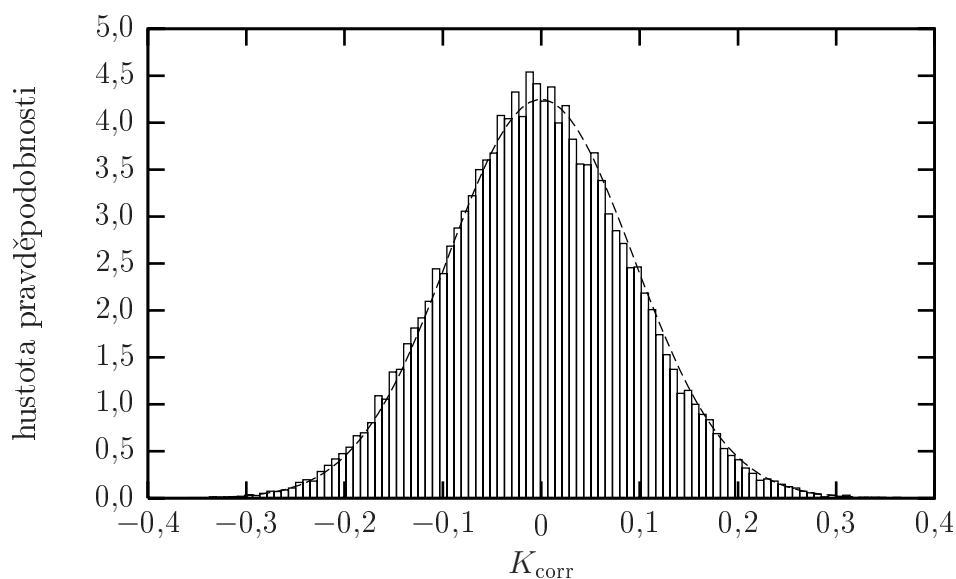
4. Souřadnice u objektů \mathcal{D}_{SN} byly podrobeny rotaci. Parametry rotace, velikosti úhlů α_i , β_i a γ_i jsou popsány v kapitole 4.1.4. Rotovanou sadu dat označme jako $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$.
5. V datových sadách $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$ a \mathcal{D}_{GRB} se budou hledat koincidující páry. Výsledek hledání označme \mathcal{M}_i .
6. Pro parametry p_{SN} a p_{GRB} příslušející koincidovaným párům z \mathcal{M}_i určíme míru korelace, tedy stanovíme korelační koeficient³²⁾.

Kroky 1–6 v testu opakujeme celkem 100 krát. Při každém opakování se kroky 4–6 provádějí několikrát, podle počtu rotací. Pro komolý dvacetistěn je počet různých rotací 295.

³²⁾ Viz příloha na straně 183.



Obrázek 69: Hustota pravděpodobnosti rozložení korelačních parametrů při jednotlivých rotacích pro původně korelované parametry. Výsledek je ze 100 pokusů.



Obrázek 70: Hustota pravděpodobnosti rozložení korelačních parametrů při jednotlivých rotacích pro původně nekorelované parametry. Výsledek je ze 100 pokusů.

5.5.2 Test umělých korelací a nekorelací

Na obrázku 68 je znázorněna hustota pravděpodobnosti dvou korelačních koeficientů. První (na obrázku vlevo) vznikne počítáním korelačních koeficientů mezi

hodnotami p_{SN_i} a q_{GRB_j} , které, jakožto nezávislé náhodné veličiny, korelovány nejsou. Druhá hustota pravděpodobnosti (na obrázku vpravo) vznikne postupným počítáním korelačních koeficientů mezi hodnotami p_{SN_i} a p_{GRB_j} , které jsou korelovány, neboť je mezi nimi vztah (5.15)³³⁾. Hodnoty p_{SN_i} , q_{GRB_i} a p_{GRB_i} jsou brány pouze z párů obsažených v \mathcal{M}_i .

číslo obrázku	N	μ	σ
68 (vlevo)	100	0,009 4	0,098
68 (vpravo)	100	0,793 4	0,061
69	29 400	0,008 9	0,096
70	29 400	-0,000 4	0,094

Tabulka 41: Hodnoty parametrů hustot pravděpodobností z obrázků 69 a 70.

Jak už bylo uvedeno, obrázek 68 je výsledkem 100 krát opakovaných kroků 1–6, ovšem vynecháním kroku 4, tedy bez rotací. Hustoty pravděpodobností jsou dokresleny Gaussovou funkcí:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.16)$$

jejíž parametry μ a σ jsou uvedeny v tabulce 41. Doteď diskutované hustoty pravděpodobností korelačních koeficientů se týkaly nerotovaných dat $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$ a $\mathcal{D}_{\text{GRB}_i}$. Pokud do testu zahrneme krok 4, data $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$ se vůči statickým $\mathcal{D}_{\text{GRB}_i}$ otočí. To způsobí, že při hledání prostoročasových korelací v kroku 5 se bude nalezené \mathcal{M}_i lišit od původního nerotovaného výsledku \mathcal{M} . To platí i vzájemně mezi výsledky různých rotací, tedy:

$$\mathcal{M}_i \neq \mathcal{M}_j \quad \text{pro } i \neq j. \quad (5.17)$$

Obrázek 70 představuje hustotu pravděpodobnosti pro korelační koeficient mezi parametry p_{SN_i} a q_{GRB_j} pro rotovaná data $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$. Tyto parametry nebyly korelovány již před rotací. Z tabulky 41 je patrné, že rotace měla tendenci nekorelaci ještě prohloubit. To lze přičíst většímu počtu testovaných hodnot. Podobně obrázek 69 představuje hustotu pravděpodobnosti pro korelační koeficient mezi parametry p_{SN_i} a p_{GRB_j} pro rotovaná data $\mathcal{D}_{\text{SN}_i}$. Data před rotací korelována byla, ale při „promíchání“ koincidujících bodů se zcela vytratila. Obrázky 70 a 69 jsou opět výsledkem 100 opakování kroků 1–6.

Obrázek 71 ukazuje závislost korelačního koeficientu pro p_{SN_i} a p_{GRB_i} na parametrech rotace β a γ .³⁴⁾ Přes poslední určující parametr α , stejně jako přes

³³⁾ Případ $\text{ID}_{\text{GRB}_i} \in \mathcal{M}$.

³⁴⁾ Viz odstavec 4.1.4 na straně 73.

Obr.	veličina _{SN}	veličina _{GRB}	K_{corr} (bez rotace)	μ	σ
A	m	h2s	0,211	-0,008 7	0,209
B	r	F_{64}	-0,302	-0,014 1	0,225
C	r	f_3	-0,208	0,000 1	0,230
D	M	T_{90}	0,234	0,011 9	0,171

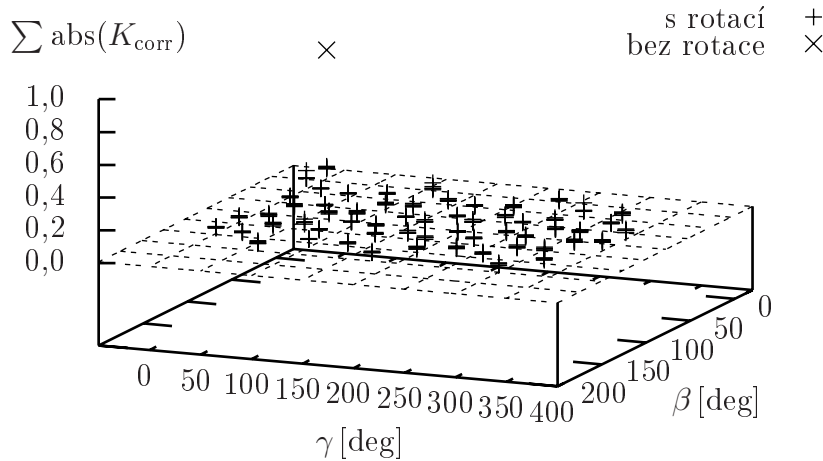
Tabulka 42: **A**: Parametry hustot pravděpodobností korelačních koeficientů čtyř nejvíce korelujících parametrů. Viz obrázek 72.

Obr.	veličina _{SN}	veličina _{GRB}	K_{corr} (bez rotace)	μ	σ
A	r	F_{64}	-0,249	-0,005 6	0,181
B	l_d	f_2	0,225	-0,013 1	0,178
C	r	f_3	-0,217	-0,012 8	0,190
D	r	f_2	-0,188	-0,003 0	0,196

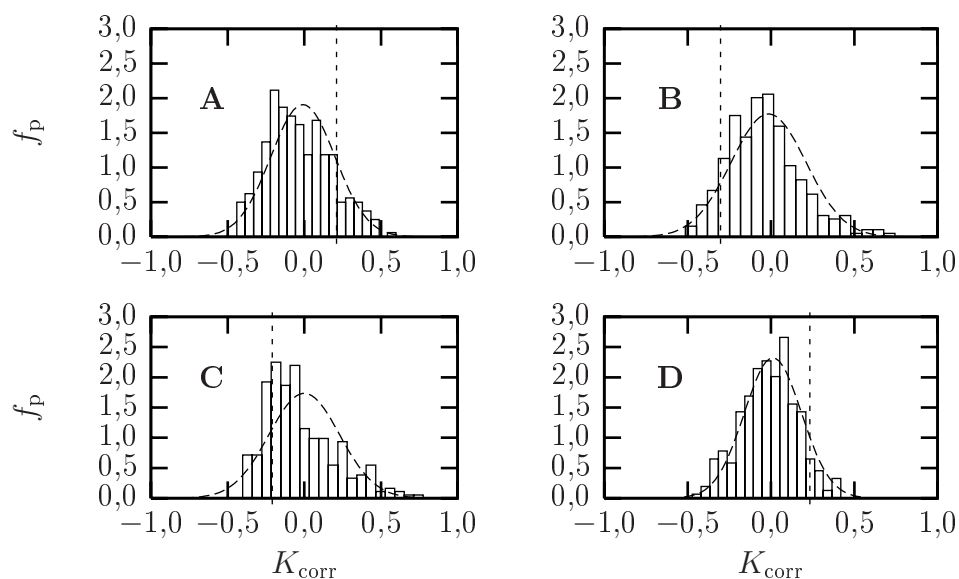
Tabulka 43: **B**: Parametry hustot pravděpodobností korelačních koeficientů čtyř nejvíce korelujících parametrů. Viz obrázek 73.

všech 100 opakování testu se korelační koeficienty sčítaly, resp. jejich absolutní hodnoty.

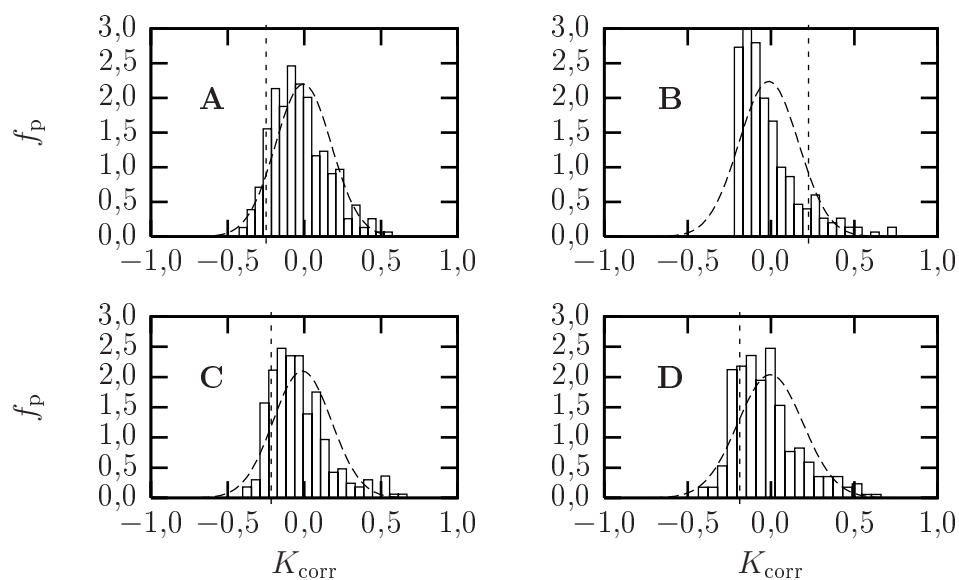
\mathcal{D}_{SN}) a tyto mají u časoprostorově koincidujících objektů (\mathcal{M}) korelující parametry (p_{SN_i} a p_{GRB_j}), rotací jedné sady dat se korelace vytrácí. Můžeme to také



Obrázek 71: Hodnoty korelačních parametrů pro jednotlivé rotace pro původně korelované parametry.



Obrázek 72: A: Korelační koeficienty pro rotovaná data pro nejvýrazněji koreluující parametry – viz tab. 44. Svislou čarou je znázorněna hodnota korelačního parametru pro nerotovaná data.



Obrázek 73: B: Korelační koeficienty pro rotovaná data pro nejvýrazněji koreluující parametry – viz tab. 45. Svislou čarou je znázorněna hodnota korelačního parametru pro nerotovaná data.

chápat tak, že rotace je dobrý způsob, jak připravit náhodná data, jejichž všechny charakteristiky (včetně relativních poloh) jsou stejné jako data originální.

5.5.3 Korelace reálných parametrů

Pokusíme se nyní o krok, který spočívá v opačné úvaze. Máme reálná data, která odpovídají supernovám a zábleskům gama, můžeme najít páry, které splňují časovou i prostorovou koincidenční podmínku (viz podkapitola 5.2). Objekty, které tyto páry tvoří, jsou mimo parametrů potřebných k hledání koincidencí, charakterizovány celou řadou fyzikálních parametrů, které jsou popsány v odstavcích 3.1.4 a 3.2.2. Tyto parametry můžeme podrobit korelačnímu testu. Potom můžeme, podobně jako v ukázkovém příkladě, podrobit data reprezentující supernovy řadě rotací a zjišťovat stejné korelační parametry. Jejich srovnáním můžeme odhalit případnou korelaci reálných parametrů pro reálná (tedy nerotovaná) data.

Testu popsaném v předchozím odstavci bylo podrobena 136 dvojic fyzikálních parametrů. Pro reálná (nerotovaná) data je 30, v absolutní hodnotě největších korelačních koeficientů vedeno v tabulce 44 pro \mathbb{A} a v tabulce 45 pro \mathbb{B} . Podrobíme-li nyní reálná data krokům 4–6 z příkladu v odstavci 5.5.1, tedy budeme-li polohy supernov na sféře otáčet, můžeme pro každou rotaci a pro každou dvojici ze 136 fyzikálních parametrů stanovit korelační koeficient. Obrázek 72, resp 73 spolu s tabulkou 42, resp. 43 ukazuje výsledek pro čtyři, v absolutní hodnotě největší, korelační koeficienty.³⁵⁾

5.5.4 Závěr

Ze obrázků 72 a 73 a tabulek 42 a 43 je vidět, že pohybujeme-li se na pravděpodobností hladině 99,7% (3σ), musíme hodnoty nerotovaných korelačních parametrů K_{corr} považovat za „normální“, tedy ve shodě s pravděpodobnostní funkcí, která popisuje nekorelované parametry.

Dále není zřejmá fyzikální interpretace pro významně korelující veličiny. Například vzdálenosti supernovy od středu galaxie r a energetického toku záblesku gama F_{64} .

Z uvedených důvodů je nutno konstatovat, že výsledky provedených testů jsou neprůkazné.

³⁵⁾ Největší pro případ nerotovaných (reálných) dat.

5.6 Dlouhé vs. krátké záblesky gama

Záblesky gama lze podle doby trvání T_{90} rozdělit do dvou skupin. Z histogramu na obrázku 12 (str. 44) je vidět, že rozumnou hranicí jsou 2 s. Záblesky gama, jejichž T_{90} je menší než dvě sekundy budou označovány jako krátké, ostatní,

veličina _{SN}	jednotka	veličina _{GRB}	jednotka	K_{corr}	N
r	Mpc	F_{64}	foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	-0,302	28
M	mag	T_{90}	s	0,234	59
m	mag	h2s	—	0,211	40
r	Mpc	f_3	ergs cm^{-2}	-0,208	28
r	Mpc	f_2	ergs cm^{-2}	-0,201	28
d_1	Mpc	h2s	—	0,200	36
z	—	h2s	—	0,195	36
m	mag	T_{90}	s	-0,189	64
M	mag	h2s	—	-0,174	36
r	Mpc	ρ	deg	0,168	63
z	—	T_{90}	s	-0,155	60
d_1	Mpc	T_{90}	s	-0,148	60
d_1	Mpc	f_2	ergs cm^{-2}	-0,125	38
z	—	f_2	ergs cm^{-2}	-0,123	38
r	Mpc	h2s	—	-0,112	26
M	mag	ρ	deg	0,109	78
d_1	Mpc	f_3	ergs cm^{-2}	-0,108	38
z	—	f_3	ergs cm^{-2}	-0,108	38
m	mag	f_2	ergs cm^{-2}	-0,102	43
m	mag	f_3	ergs cm^{-2}	-0,079	43
m	mag	ρ	deg	0,063	89
d_1	Mpc	ρ	deg	-0,062	78
z	—	ρ	deg	-0,059	78
r	Mpc	T_{90}	s	0,051	48
M	mag	f_3	ergs cm^{-2}	0,031	39
m	mag	F_{64}	foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	0,031	43
M	mag	f_2	ergs cm^{-2}	0,025	39
z	—	F_{64}	foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	-0,021	38
d_1	Mpc	F_{64}	foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	-0,016	38
M	mag	F_{64}	foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	-0,015	39

Tabulka 44: A: 30 parametrů charakterizujících páry supernova–záblesk gama, které mají v absolutní hodnotě největší korelační koeficient.

veličina _{SN}	jednotka	veličina _{GRB}	jednotka	K _{corr}	N
r	Mpc	F_{64}	foton cm ⁻² s ⁻¹	-0,249	32
d_1	Mpc	f_2	ergs cm ⁻²	0,225	52
r	Mpc	f_3	ergs cm ⁻²	-0,217	32
r	Mpc	f_2	ergs cm ⁻²	-0,189	32
z	—	f_2	ergs cm ⁻²	0,169	52
d_1	Mpc	ρ	deg	-0,166	105
z	—	ρ	deg	-0,159	105
M	mag	T_{90}	s	0,151	74
r	Mpc	ρ	deg	0,151	79
M	mag	ρ	deg	0,135	104
r	Mpc	h2s	—	-0,130	31
m	mag	T_{90}	s	-0,102	88
m	mag	h2s	—	0,074	60
m	mag	ρ	deg	-0,072	125
d_1	Mpc	f_3	ergs cm ⁻²	0,068	52
M	mag	h2s	—	0,044	50
d_1	Mpc	h2s	—	-0,041	50
M	mag	F_{64}	foton cm ⁻² s ⁻¹	-0,040	52
M	mag	f_3	ergs cm ⁻²	0,040	52
r	Mpc	T_{90}	s	0,039	58
m	mag	F_{64}	foton cm ⁻² s ⁻¹	0,038	62
d_1	Mpc	T_{90}	s	0,036	75
m	mag	f_3	ergs cm ⁻²	-0,036	62
m	mag	f_2	ergs cm ⁻²	0,033	62
z	—	f_3	ergs cm ⁻²	0,031	52
M	mag	f_2	ergs cm ⁻²	-0,021	52
z	—	h2s	—	-0,019	50
z	—	T_{90}	s	0,009	75
z	—	F_{64}	foton cm ⁻² s ⁻¹	0,007	52
d_1	Mpc	F_{64}	foton cm ⁻² s ⁻¹	0,006	52

Tabulka 45: \mathbb{B} : 30 parametrů charakterizujících páry supernova–záblesk gama, které mají v absolutní hodnotě největší korelační koeficient.

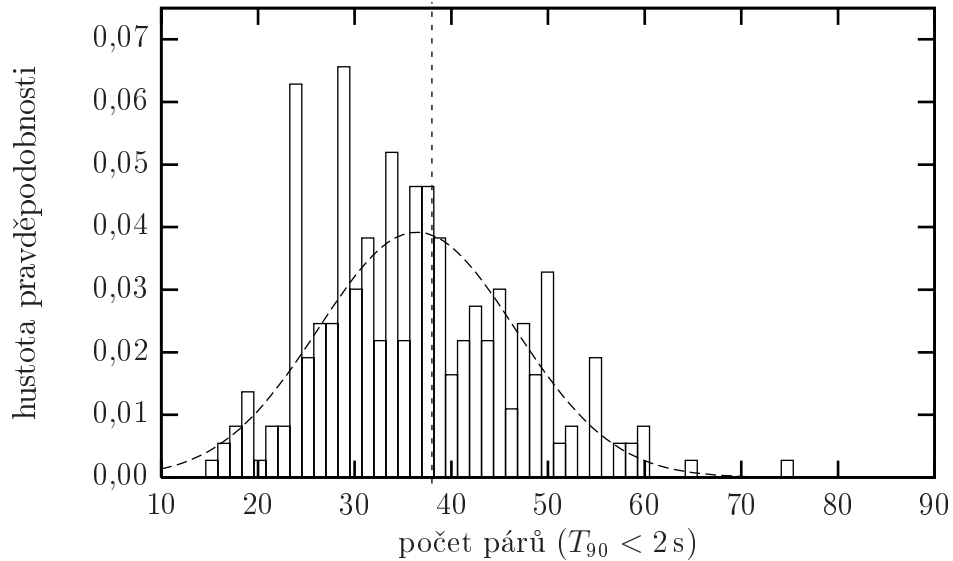
tedy ty jejichž T_{90} je větší než dvě sekundy, budou označeny jako dlouhé.³⁶⁾ Lze předpokládat, že tyto dvě skupiny mají odlišnou fyzikální podstatu.

Oba záblesky gama (GRB980425, GRB030329), ke kterým jsou potvrzené fyzikálně související supernovy (SN1998bw, SN2003dh) patří mezi dlouhé. Stejně

³⁶⁾ T_{90} přesně rovno 2 s žádný záblesk gama nemá.

tak všechny optické dosvity byly pozorovány pro dlouhé záblesky gama. Zde ovšem nelze vyloučit výběrový efekt. Družice BeppoSAX i HETE-2, které jsou³⁷⁾ schopny záblesk gama lokalizovat dostatečně přesně, aby mohl být optický dosvit hledán, vyžadují minimální délku jeho trvání 1 s.

Tato kapitola studuje četnosti krátkých a dlouhých záblesků gama v množinách koincidujících párů supernova–záblesk gama. Přičemž se očekává, že délka koincidujících záblesků gama bude vychýlena směrem k delším zábleskům gama.



Obrázek 74: A: Počet koincidujících párů pro krátké záblesky gama při rotacích souřadnic supernov. Svislou čarou je zobrazen počet koincidujících párů nerotovaných dat.

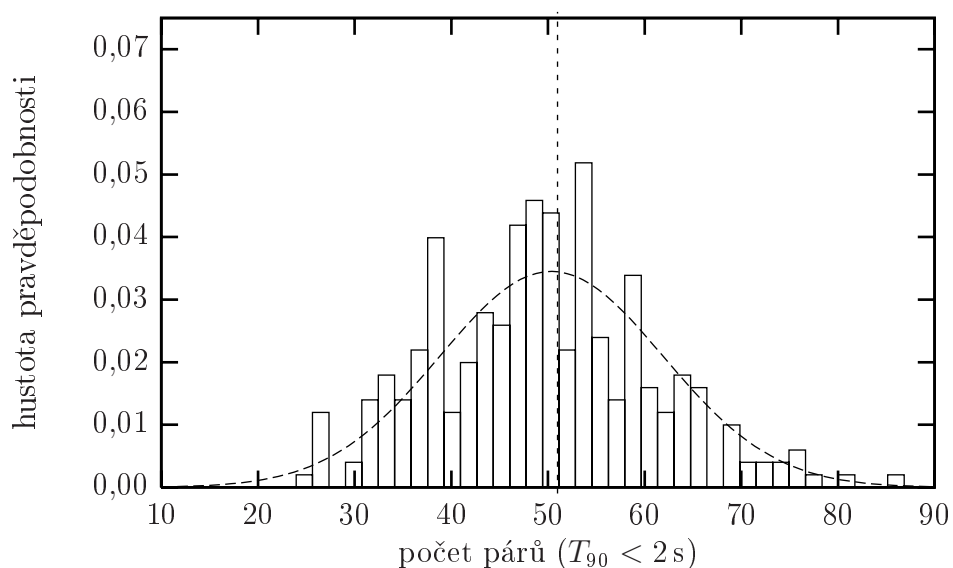
počet rotací	295
minimum	14
medián	36
maximum	76
střední hodnota	36,43
standardní odchylka	10,18

Tabulka 46: A: Odhady některých statistických parametrů, které popisují počty párů obsahující krátké záblesky gama.

³⁷⁾ Družice BeppoSAX ukončila svou činnost v roce 2003.

5.6.1 Popis simulace

Podobně jako v ostatních testech je počet krátkých a dlouhých koincidujících záblesků gama studován ve srovnání s náhodnými koincidencemi. Datové sady \mathbb{A} i \mathbb{B} byly rozděleny do dvou skupin: na krátké a dlouhé záblesky gama. U obou skupin byly studovány počty koincidujících párů, podobně, jak je popsáno v kapitole 5.4. Souřadnice supernov byly postupně podrobeny rotaci a zjišťovány časoprostorové koincidence s záblesky gama. Výsledky pro krátké a dlouhé záblesky gama (\mathbb{A} i \mathbb{B}) jsou uvedeny na obrázcích 74, 75, 77 a 78. Na obrázcích jsou nerotované počty vyznačeny svislými čarami. Počet koincidujících párů pro nerotovaná (reálná) data obsahuje tabulka 50.



Obrázek 75: \mathbb{B} : Počet koincidujících párů pro krátké záblesky gama při rotacích souřadnic supernov. Svislou čarou je zobrazen počet koincidujících párů nerotovaných dat.

počet rotací	295
minimum	18
medián	50
maximum	103
střední hodnota	50,36
standardní odchylka	11,56

Tabulka 47: \mathbb{B} : Odhady některých statistických parametrů, které popisují počty párů obsahující krátké záblesky gama.

Statistické odhady parametrů rozdělení uvedených na obrázcích obsahují tabulky 46, 47, 48 a 49. Můžeme vypočítat poměr středních hodnot počtu koincidujících párů při simulacích dlouhých a krátkých záblesků gama. Pro datovou sadu A dostaneme poměr dlouhé/krátké:

$$\frac{36,43}{34,46} \doteq 1,057$$

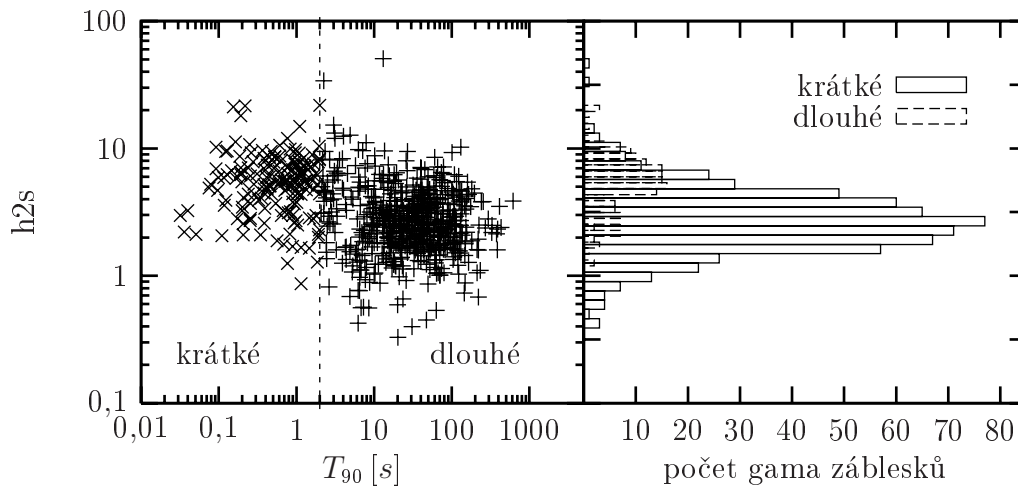
a pro datovou sadu B

$$\frac{50,36}{49,21} \doteq 1,023.$$

V populaci záblesků gama můžeme podobný poměr počtu dlouhých a krátkých záblesků gama vyjádřit jako

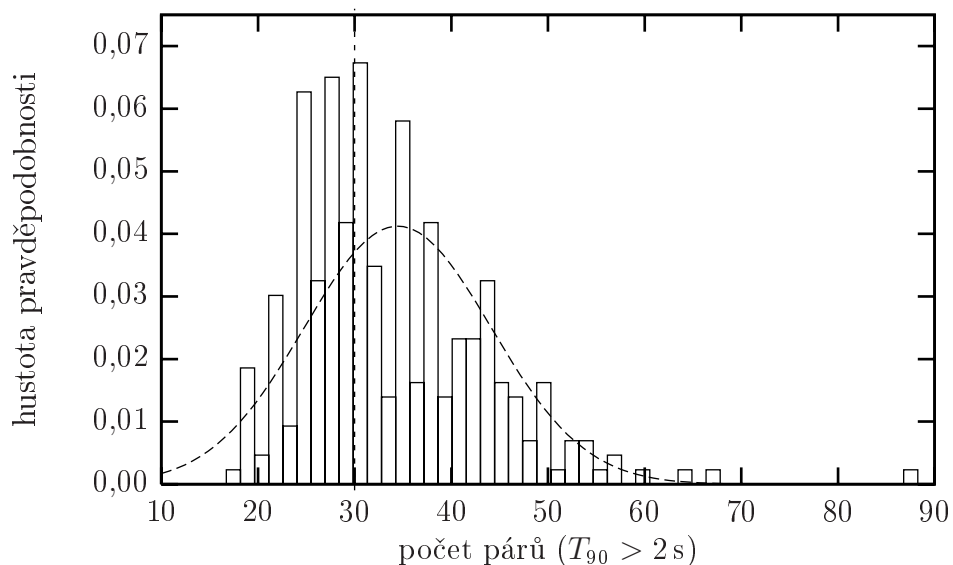
$$\frac{497}{1540} \doteq 0,323.$$

Jelikož rotace souřadnic supernov před hledáním koincidencí zajišťuje náhodné promíchání, lze předpokládat, že poměr dlouhých a krátkých záblesků gama se bude blížit tomuto poměru. Z výše uvedených čísel se ukazuje něco jiného. Poměr v populaci je přibližně třikrát menší, než poměr v (náhodných) koincidovaných párech. Pro tento rozpor je nutno hledat vysvětlení ve fyzikální povaze dlouhých, resp. krátkých záblesků gama.



Obrázek 76: Antikorelace T_{90} a h_{2s} (f_3/f_2).

Ukázalo se, že jednoduché vysvětlení spočívá v tom, že kratší záblesky gama mají zpravidla tvrdší spektrum (obrázek 76). To má vliv na přesnost jejich lokalizace. chybových kružnic pro krátké a dlouhé záblesky gama. Je na něm dobře vidět skutečnost, že kratší záblesky gama jsou hůře lokalizované. Tabulka 51 ukazuje některé statistické parametry dlouhých a krátkých záblesků gama.



Obrázek 77: A: Počet koincidujících párů pro dlouhé záblesky gama při rotacích souřadnic supernov. Svislou čarou je zobrazen počet koincidujících párů nerotovaných dat.

5.6.2 Závěr

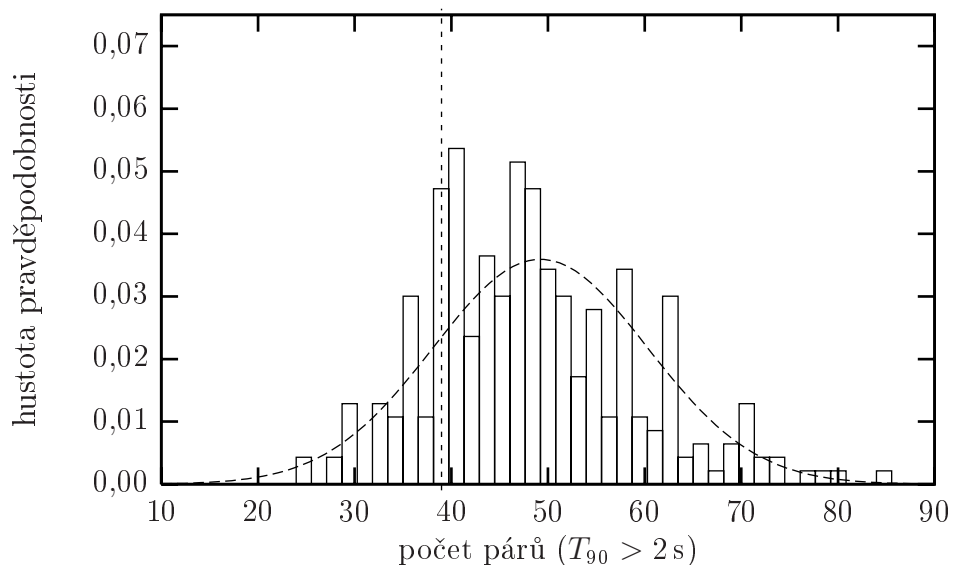
Byla provedena analýza dlouhých a krátkých záblesků gama. Poměr středních hodnot počtů dlouhých a krátkých záblesků gama v (náhodně) koincidovaných

počet rotací	295
minimum	16
medián	33
maximum	89
střední hodnota	34,46
standardní odchylka	9,68

Tabulka 48: A: Odhady některých statistických parametrů, které popisují počty párů obsahující dlouhé záblesky gama.

počet rotací	295
minimum	20
medián	48
maximum	99
střední hodnota	49,21
standardní odchylka	11,11

Tabulka 49: B: Odhady některých statistických parametrů, které popisují počty párů obsahující dlouhé záblesky gama.



Obrázek 78: A: Počet koincidujících párů pro dlouhé záblesky gama při rotacích souřadnic supernov. Svislou čarou je zobrazen počet koincidujících párů nerotovaných dat.

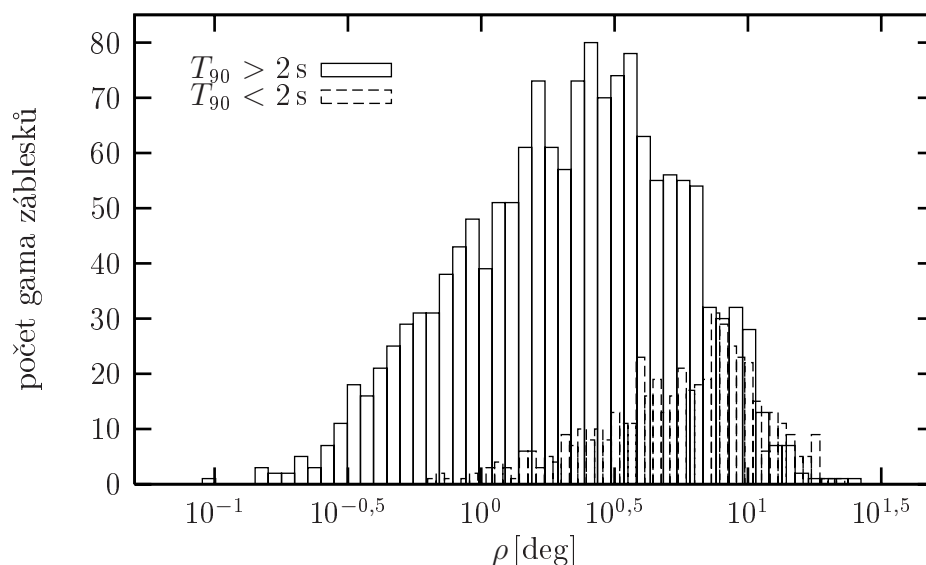
	A	B
$T_{90} < 2 \text{ s}$	38	51
$T_{90} > 2 \text{ s}$	30	39

Tabulka 50: Počet koincidujících párů pro nerotovaná (reálná) data.

párech se ukázal třikrát větší než stejný poměr v celé populaci záblesků gama. Ukázalo se pouze, že je to proto, že kratší záblesky mají v průměru větší poloměry chybových boxů. To je zvýhodňuje v prostorové části koincidenční podmínky.

	$T_{90} < 2 \text{ s}$	$T_{90} > 2 \text{ s}$
počet	497	1 540
minimum	$0,63^\circ$	$0,09^\circ$
medián	$6,10^\circ$	$2,33^\circ$
maximum	$23,09^\circ$	$26,56^\circ$
střední hodnota	$6,77^\circ$	$3,15^\circ$
standardní odchylka	$4,05^\circ$	$2,84^\circ$

Tabulka 51: Některé statistické parametry, které popisují poloměry chybových boxů dlouhých a krátkých záblesků gama.



Obrázek 79: Rozložení poloměru chybových boxů pro krátké a dlouhé záblesky gama.

V další podkapitole se provede detailnější rozbor relativního zastoupení dlouhých a krátkých v koincidujících párech.

5.7 Poměry krátkých a dlouhých záblesků gama

V této podkapitole se navazuje na podkapitulu předchozí. Zastoupení krátkých a dlouhých záblesků gama se zkoumá pomocí jejich relativního zastoupení v koincidujících párech. Cílem je opět zjistit, zda nejsou některé z typů záblesků gama v koincidujících párech preferovány.

5.7.1 Popis simulace

Relativní zastoupení krátkých a dlouhých záblesků gama v koincidujících párech je pro datovou sadu \mathbb{A} (viz tabulka 50):

$$\text{krátké: } 38/92 \doteq 0,413 \quad (5.18)$$

$$\text{dlouhé: } 30/92 \doteq 0,326 \quad (5.19)$$

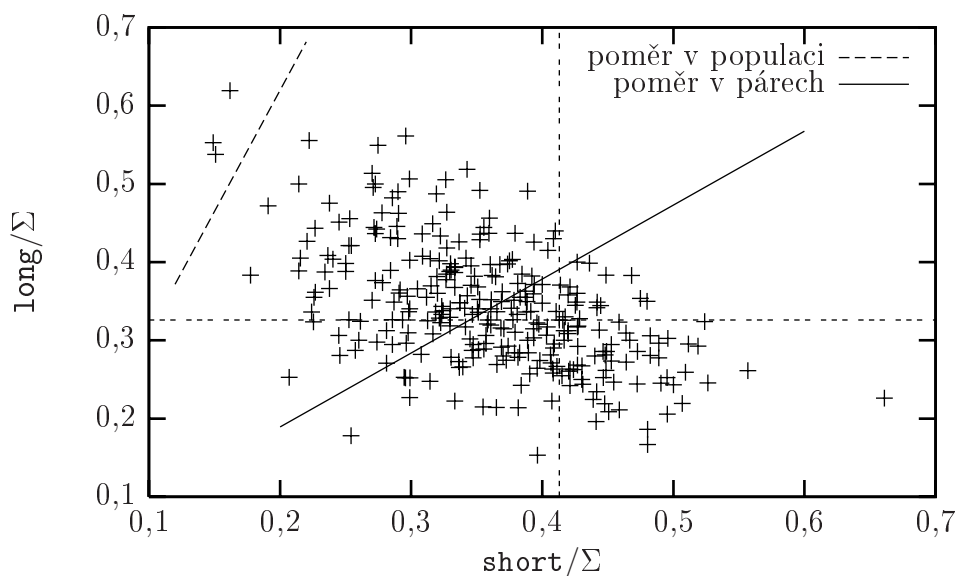
a pro \mathbb{B} :

$$\text{krátké: } 51/127 \doteq 0,402 \quad (5.20)$$

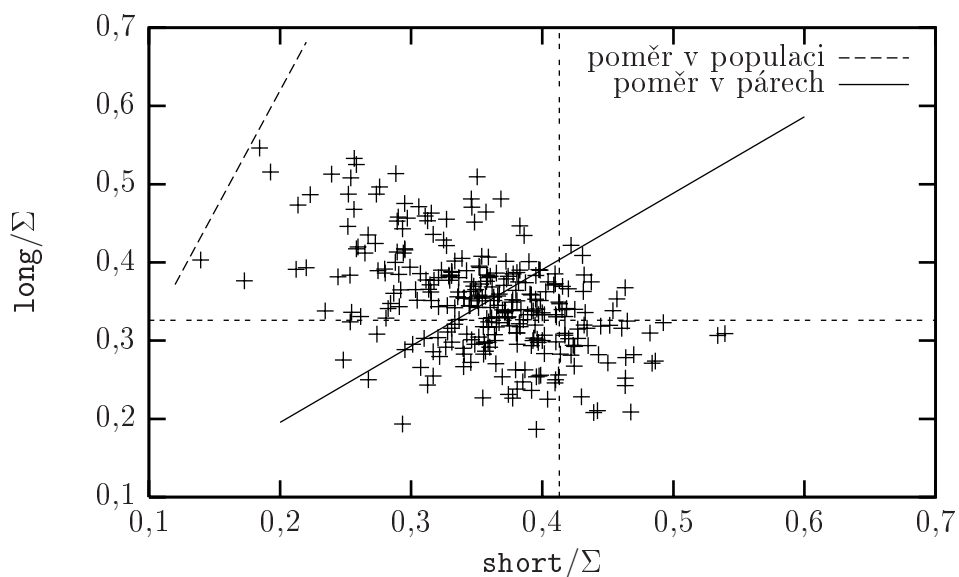
$$\text{dlouhé: } 39/127 \doteq 0,307. \quad (5.21)$$

Relativní zastoupení krátkých a dlouhých záblesků gama nedává v součtu jedničku, protože u některých záblesků není čas T_{90} znám. Aby bylo možno tyto

výsledky ohodnotit, byly srovnány s relativními poměry krátkých a dlouhých záblesků gama u náhodně koincidujících párů.



Obrázek 80: A: Relativní zastoupení dlouhých a krátkých záblesků gama v koincidujících párech při rotacích souřadnic supernov. Svislou a vodorovnou čarou je zobrazen poměr dlouhých a krátkých záblesků gama u nerotovaných dat.



Obrázek 81: B: Relativní zastoupení dlouhých a krátkých záblesků gama v koincidujících párech při rotacích souřadnic supernov. Svislou a vodorovnou čarou je zobrazen poměr dlouhých a krátkých záblesků gama u nerotovaných dat.

Tyto náhodné páry byly opět získány postupnou rotací souřadnic supernov. Pro každou takovou rotaci byly nalezeny koincidující páry supernova–záblesk gama a určen relativní poměr krátkých a dlouhých záblesků gama. Obrázek 80 představuje výsledek pro datovou sadu \mathbb{A} . Každý bod odpovídá jedné rotaci. Ukazuje relativní poměr krátkých a dlouhých záblesků gama. Úsečka, která prochází přibližně středem, odpovídá střednímu poměru v (náhodných) koincidujících párech. Čárkovaná úsečka vlevo ukazuje poměr krátkých a dlouhých záblesků gama v celé jejich populaci.³⁸⁾ Průsečík svislé a vodorovné čárkované úsečky v grafu ukazuje poměr odpovídající reálným, tedy nerotovaným, souřadnicím. Pro datovou sadu \mathbb{B} zobrazuje situaci obrázek 81.

5.7.2 Závěr

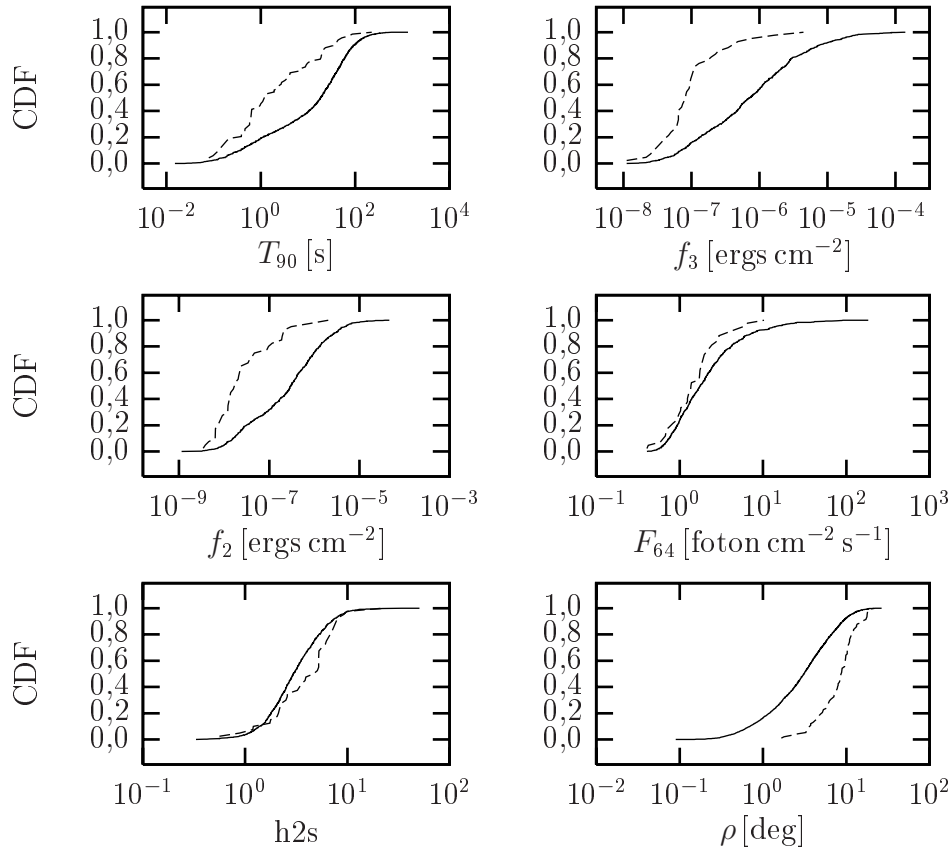
Z obrázků 80 a 81 je zřejmé, že poměr krátkých a dlouhých záblesků gama nehraje v koincidujících párech významnou roli. Dobře koresponduje s náhodným rozdělením, které určuje poměr krátkých a dlouhých záblesků gama u náhodně koincidovaných párů. Přebytek delších záblesků gama v populaci je kompenzován většími poloměry chybových boxů kratších záblesků gama.

³⁸⁾ U 24 záblesků gama u \mathbb{A} a 37 u \mathbb{B} nebyl čas T_{90} znám.

5.8 Kolmogorovy–Smirnovovy testy

Cílem této podkapitoly je studium distribučních funkcí (CDF – *cumulative distribution function*) charakteristik příslušejících supernovám a zábleskům gama. Snahou je prokázat rozdíl distribučních funkcí, které přísluší vzorku časoprostorově koincidujících párů supernova–záblesk gama a distribučních funkcí tvořených parametry všech supernov, resp. záblesků gama.

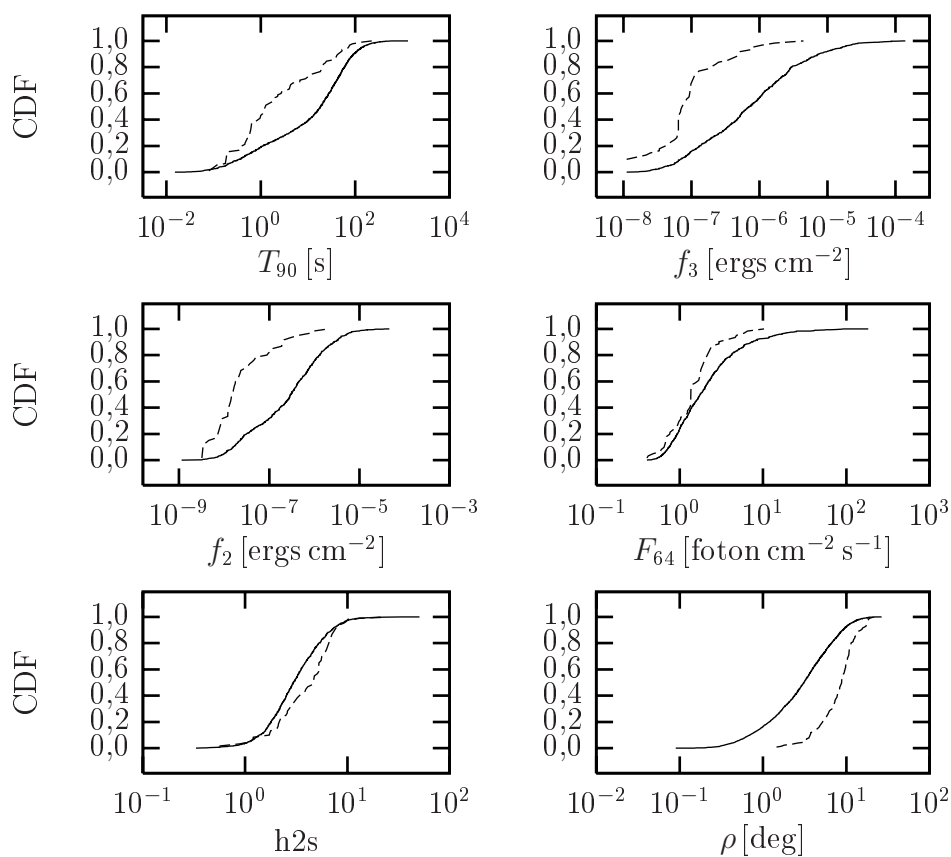
Distribuční funkce se srovnávají Kolmogorovým–Smirnovovým testem, viz příloha na straně 179.



Obrázek 82: A: Grafické srovnání distribučních funkcí parametrů záblesků gama, které koincidují se supernovou (přerušovaná čára) a distribučních funkcí parametrů příslušející celé populaci záblesků gama (spojitá čára).

5.8.1 Záblesky gama

V případě záblesků gama byly testovány následující fyzikální charakteristiky: doba trvání záblesku gama T_{90} , *fluence* druhého a třetího kanálu detektoru BATSE (f_2 , f_3), energetický tok F_{64} , poměr f_3/f_2 označený jako h_{2s} a poloměr chybové kružnice ρ .

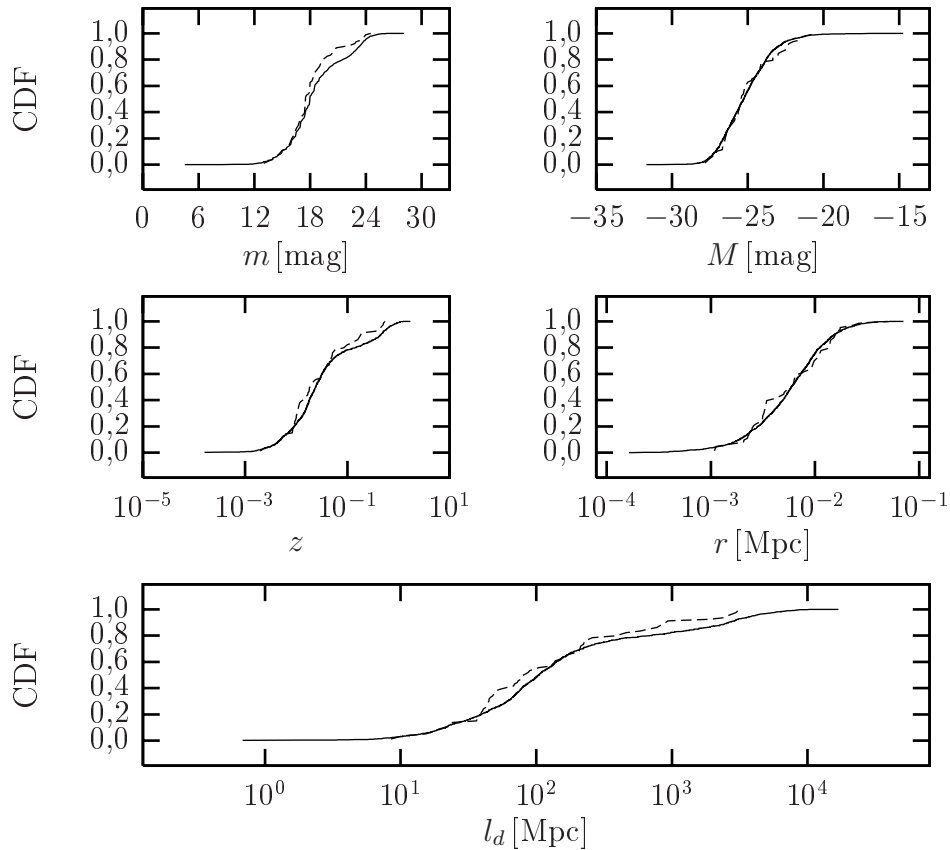


Obrázek 83: \mathbb{B} : Grafické srovnání distribučních funkcí parametrů záblesků gama, které koincidují se supernovou (přerušovaná čára) a distribučních funkcí parametrů příslušejících celé populaci záblesků gama (spojitá čára).

veličina	K-S (A)	N (A)	K-S (B)	N (B)
T_{90}	$4,77 \cdot 10^{-9}$	68	$2,49 \cdot 10^{-10}$	90
f_3	$4,85 \cdot 10^{-12}$	43	0,00	62
f_2	$4,63 \cdot 10^{-10}$	43	$8,44 \cdot 10^{-15}$	62
F_{64}	$6,54 \cdot 10^{-2}$	43	$4,08 \cdot 10^{-3}$	62
h2s	$4,38 \cdot 10^{-3}$	40	$8,23 \cdot 10^{-4}$	60
ρ	0,00	92	0,00	127

Tabulka 52: Výsledek Kolmogorova–Smirnovova testu parametrů záblesků gama, které koincidují se supernovou, a parametrů příslušejících celé populaci záblesků gama. Sloupeček označený jako N vypovídá o počtu datových hodnot, které byly pro koincidované záblesky gama použity.

Výsledky Kolmogorova–Smirnovova testu pro parametry záblesků gama jsou zobrazeny na obrázku 82 pro datovou sadu \mathbb{A} a na obrázku 83 pro datovou sadu \mathbb{B} . Číselné výsledky jsou uvedeny v tabulce 52. Zde jsou uvedeny i počty parametrů odpovídajících koincidujícím zábleskům gama, které byly ke Kolmogorovu–Smirnovovu testu použity.



Obrázek 84: A: Grafické srovnání distribučních funkcí parametrů supernov, které koincidují s zábleskem gama (přerušovaná čára) a distribučních funkcí parametrů příslušející celé populaci supernov (spojitá čára).

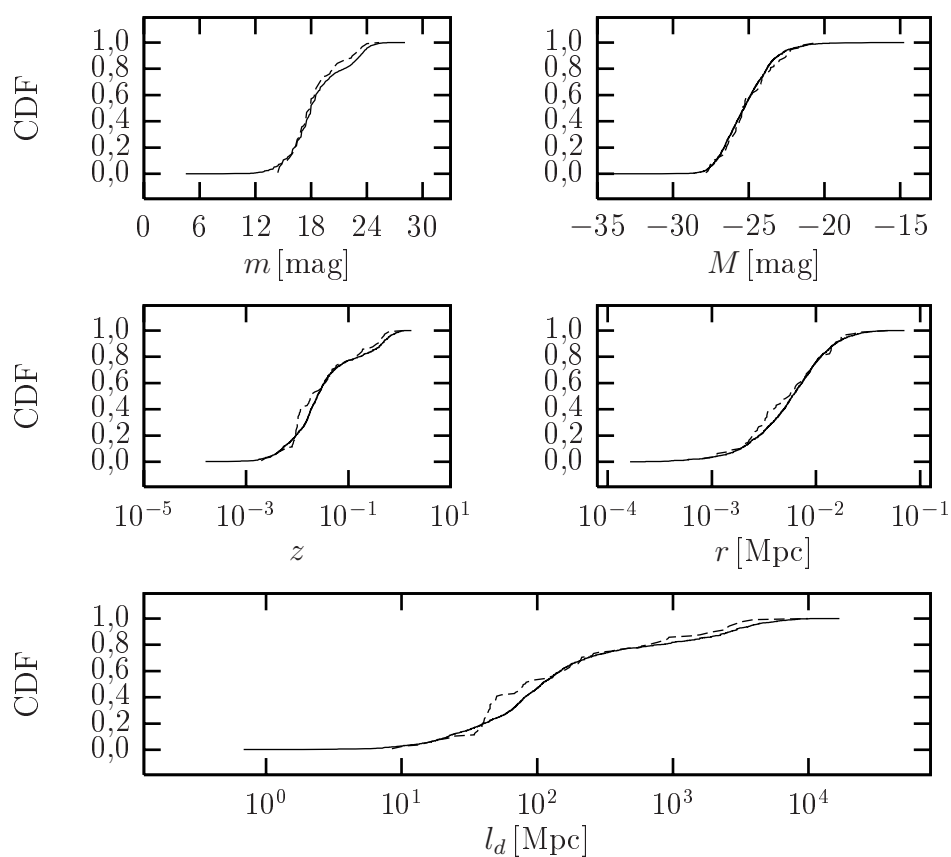
5.8.2 Supernovy

Pro supernovy byly testovány tyto fyzikální charakteristiky: absolutní hvězdná velikost M , vzdálenost supernovy d_1 , její červený posuv z , hvězdná velikost m a vzdálenost od středu galaxie r .

Výsledky Kolmogorova–Smirnovova testu pro parametry supernov jsou zobrazeny na obrázku 84 pro datovou sadu \mathbb{A} a na obrázku 85 pro datovou sadu \mathbb{B} . Číselné výsledky jsou uvedeny v tabulce 53. Zde jsou uvedeny i počty parametrů odpovídající koincidujícím supernovám, které byly k K–S testu použity.

veličina	K-S (A)	N (A)	K-S (B)	N (B)
M	$6,50 \cdot 10^{-1}$	78	$5,81 \cdot 10^{-1}$	104
l_d	$1,78 \cdot 10^{-1}$	79	$8,34 \cdot 10^{-3}$	105
z	$1,78 \cdot 10^{-1}$	79	$8,34 \cdot 10^{-3}$	105
m	$1,93 \cdot 10^{-1}$	91	$6,51 \cdot 10^{-1}$	126
r	$2,43 \cdot 10^{-1}$	63	$2,53 \cdot 10^{-1}$	79

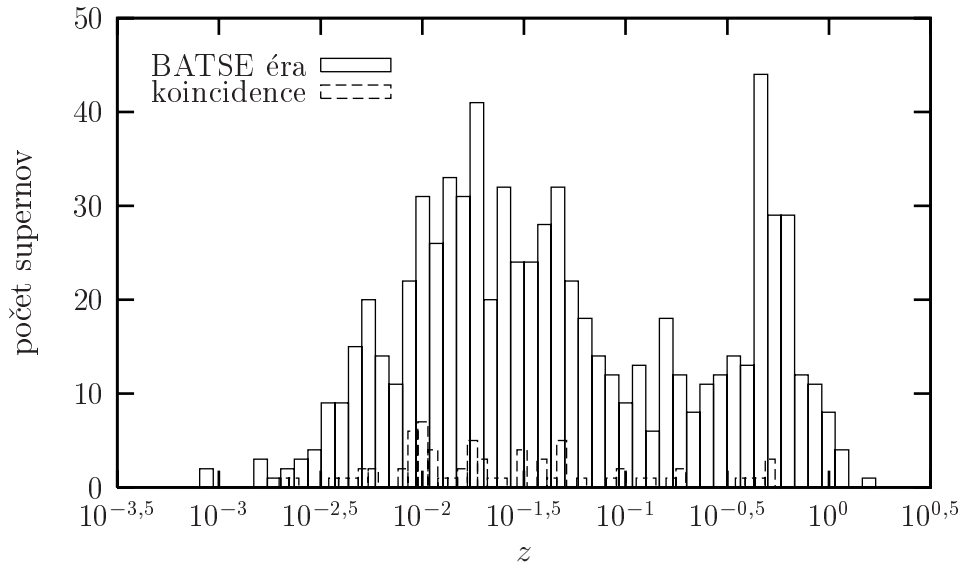
Tabulka 53: Výsledek Kolmogorova–Smirnovova testu parametrů supernov, které koincidují s zábleskem gama a parametrů příslušející celé populaci supernov. Sloupeček označený jako N vypovídá o počtu datových hodnot, které byly pro koincidované supernovy použity.



Obrázek 85: B: Grafické srovnání distribučních funkcí parametrů supernov, které koincidují s zábleskem gama (přerušovaná čára) a distribučních funkcí parametrů příslušející celé populaci supernov (spojitá čára).

5.8.3 Závěr

Výsledek Kolmogorova-Smirnova testu závisí na velikosti datového souboru, který je testován. Dostatečný počet datových bodů, kdy lze Kolmogorův-Smirnovův test dobře použít je pro $N \gtrsim 80$ [16]. Pro záblesky gama (zejména Δ) je datových hodnot kolem 50, což snižuje věrohodnost výsledku Kolmogorova-Smirnova testu.



Obrázek 86: Zastoupení červených posuvů v koincidujících párech ve srovnání s celou populací supernov (BATSE éra).

Všechny supernovy v použitých katalozích jsou relativně blízké supernovy se $z_{\text{SN}} < 0,1$, zatímco medián pozorovaných červených posuvů záblesků gama je $z_{\text{GRB}} \sim 1$. Pokud tedy v námi nalezených párech jsou koincidující páry, které mají fyzikální souvislost, měly by i příslušné záblesky gama pocházet z relativně bližšího vesmíru a neměly by být tolik ovlivněny kosmologickým rozpínáním vesmíru. Koincidující záblesky gama by tedy měly být v průměru jasnější, tvrdší a kratší. Z grafů na obrázcích 82 a 83 je skutečně patrné, že záblesky gama koincidované se supernovami jsou skutečně kratší a mají tvrdší spektrum. V souladu s podkapitolou 5.6 lze ovšem výsledek interpretovat i jinak. V důsledku větších poloměrů chybových kružnic u kratších záblesků gama (obr. 79), se tyto častěji vyskytují v koincidujících párech. Z obrázku 76 (str. 138) ukazujícího antikorelaci mezi T_{90} a poměru h_{2s} , je tedy zřejmé, že koincidující záblesky gama budou mít tvrdší spektrum. Pokud by energetický tok F_{64} byl u koincidujících záblesků gama vyšší, byl by to argument pro častější koincidenci bližších záblesků gama. To se ovšem nepotvrzuje, proto je nutno výsledky rozdílných průběhů distribučních funkcí u záblesků gama vysvětlit většími poloměry chybových boxů kratších záblesků gama.

Z výsledků uvedených v tabulce 52 je zřejmé, že testovanou hypotézu, tedy, že vybrané fyzikální parametry koincidovaných záblesků gama a všech záblesků gama BATSE éry mají stejné distribuční funkce, je třeba zamítnout.

Pro supernovy (tabulka 53) existuje mezi testovanými distribučními funkcemi mnohem větší shoda. Přesto je riziko při zamítnutí hypotézy o stejných distribučních funkcích koincidujících supernov a supernov celé populace během BATSE éry relativně malé, přibližně 10 %.

5.9 Typy supernov

Jak už bylo vysvětleno dříve, předpokládá se korelace mezi supernovami a záblesky gama pro pseudotyp **core**. Následující kapitola studuje zastoupení pseudotypu **core** v populaci koincidujících párů a srovnává je se zastoupením v náhodně koincidujících párech a celé populaci supernov.

	BATSE éra	koincidence
počet	757	70
minimum	0,001	0,002
medián	0,037	0,018
maximum	0,543	1,700
střední hodnota	0,070	0,166
standardní odchylka	0,129	0,248

Tabulka 54: Srovnání některých statistických charakteristik pro červený posuv.

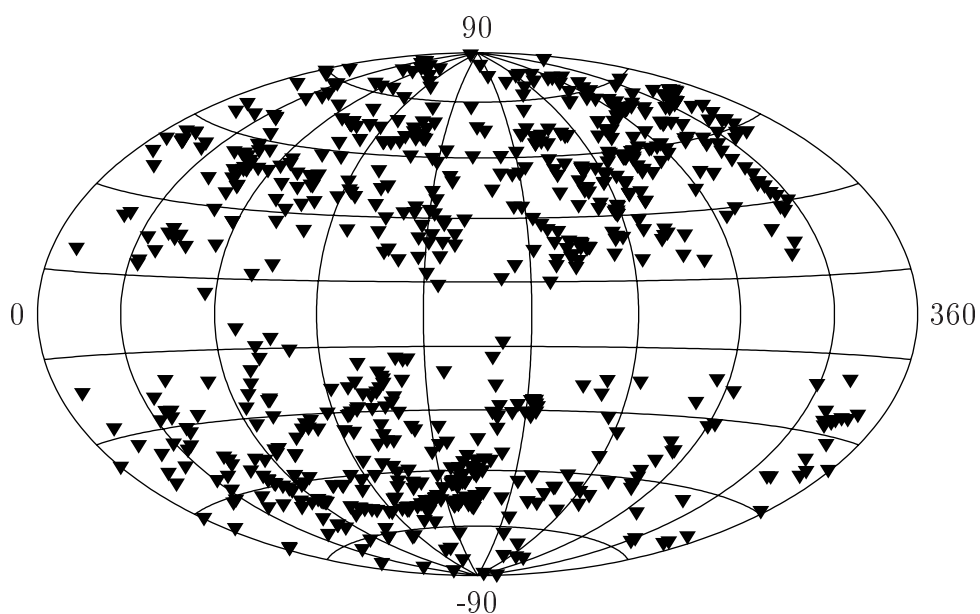
pseudotyp	A(81)	A(81) [%]	B(105)	B(105) [%]	N_{BATSE}	N_{BATSE} [%]
unknown	6	7,4	14	13,3	312	30,9
core	37	45,7	52	49,5	263	26,0
dwarf	38	46,9	39	37,1	435	43,1
type1	47	58,0	49	46,7	472	46,7
type2	23	28,4	34	32,4	194	19,2
plateau	1	1,2	0	0,0	13	1,3
linear	0	0,0	0	0,0	1	0,1
narrow	5	6,2	8	7,6	23	2,3
bizzare	1	1,2	1	1,0	1	0,1
uncertain	3	3,7	3	2,9	44	4,4

Tabulka 55: Spektrum koincidujících pseudotypů pro datové sady A a B. Symbolem N_{BATSE} je označen příslušný počet za BATSE éru.

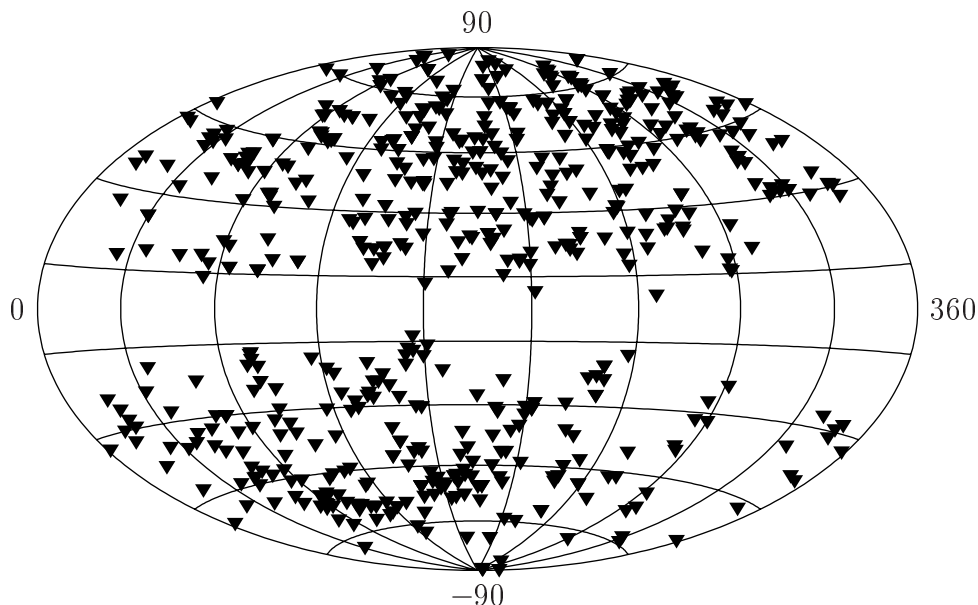
5.9.1 Spektrum koincidujících pseudotypů supernov

Tabulka 55 ukazuje zastoupení jednotlivých pseudotypů pro koincidující páry; jak pro datovou sadu \mathbb{A} , tak pro \mathbb{B} . Jelikož koincidující páry supernova–záblesk gama jsou vícenásobné, počet supernov se nerovná počtu koincidujících párů. Supernov v párech \mathbb{A} je 81, v párech \mathbb{B} je jich 105. Zaměříme-li se pouze na dva hlavní typy *core* a *dwarf*, můžeme konstatovat, že ve srovnání s celkovým zastoupením v populaci supernov je zastoupení v koincidujících párech výrazně vyšší.

Na obrázcích 88 a 87 jsou zobrazeny souřadnice supernov pseudotypu *core* a *dwarf* ve snaze ukázat, že v jejich zastoupení, co se týče rozdělení po obloze, není výrazný rozdíl.



Obrázek 87: Rozložení supernov pseudotypu *dwarf* na obloze v galaktických souřadnicích. Není omezeno pouze na BATSE éru.



Obrázek 88: Rozložení supernov pseudotypu *core* na obloze v galaktických souřadnicích. Není omezeno pouze na BATSE éru.

5.9.2 Relativní zastoupení pseudotypů *core* a *dwarf*

Aby bylo možno prokázat výraznější podíl pseudotypu *core* v koincidujících párech, bude srovnán se stejným podílem v náhodných párech. Podobně jako v předchozích případech budou náhodné páry supernova–záblesk gama generovány pomocí rotací. Souřadnice supernov jsou postupně podrobeny rotaci a při každém otočení se určí koincidující páry s záblesky gama. V takto získaných párech se určí relativní zastoupení pseudotypů *core* a *dwarf*. Obrázek 89 vizualizuje výsledek pro datovou sadu \mathbb{A} . Na vodorovné ose je vynesena poměr

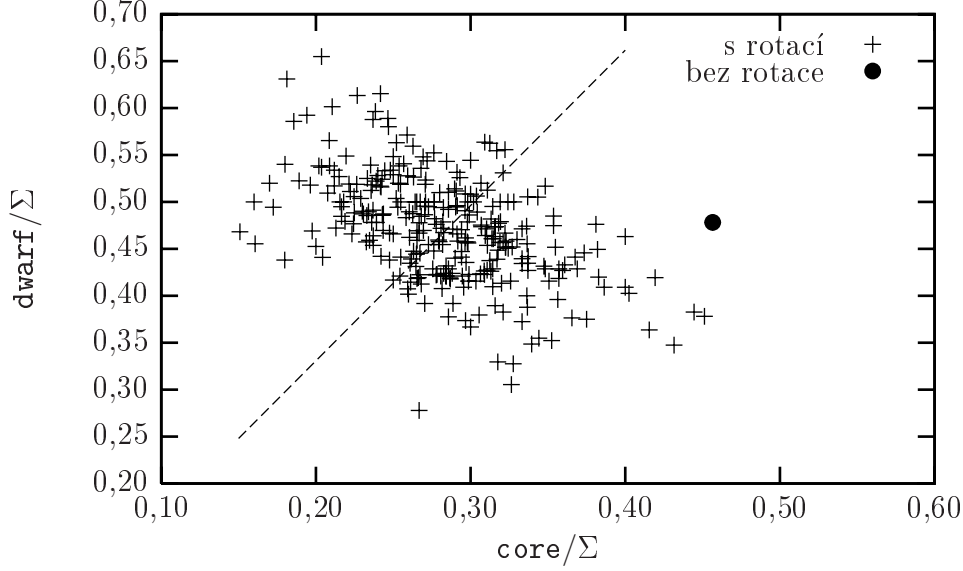
$$\frac{\text{počet supernov v párech}}{\text{počet supernov v párech s pseudotypem } \textit{core}}$$

na svislé ose totéž, ovšem pro pseudotyp *dwarf*, čili

$$\frac{\text{počet supernov v párech}}{\text{počet supernov v párech s pseudotypem } \textit{dwarf}}$$

Body, které jsou znázorněny křížkem, odpovídají náhodným koincencím, tedy jednotlivým rotacím. Bod, který je znázorněn kolečkem, odpovídá nerotovaným koincencím, tedy reálným. Na obrázku 89 je rovněž znázorněna úsečka, která má směrnici určenou z poměru pseudotypů *core* a *dwarf* v populaci supernov. Je vidět, že data odpovídající náhodným párům jsou rozmístěna v okolí úsečky,

jak lze očekávat. Reálné relativní zastoupení pseudotypu **core** je od střední hodnoty výrazně vzdáleno. Lépe to ukazuje histogram na obrázku 90. Věrohodnost hypotézy,



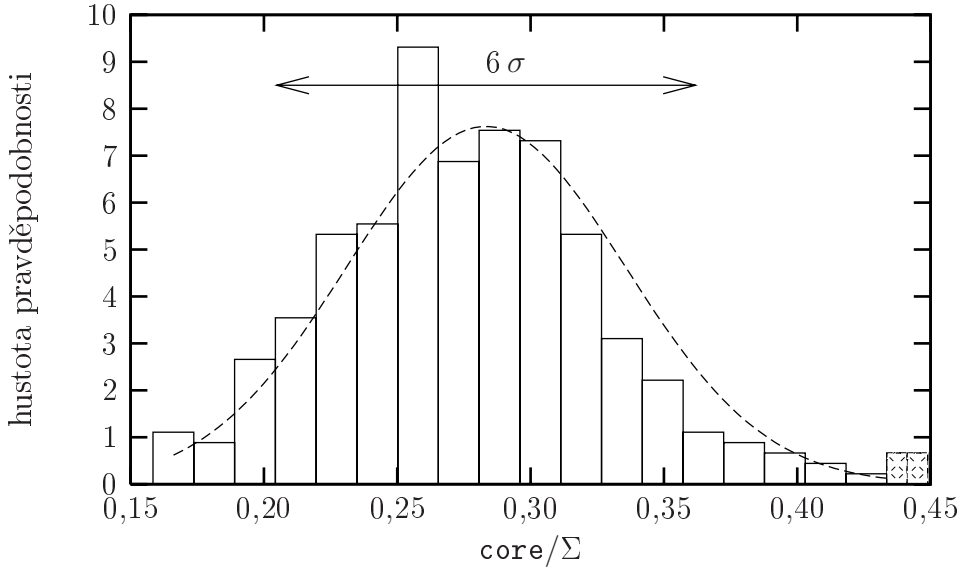
Obrázek 89: A Relativní zastoupení pseudotypů **core** a **dwarf** v náhodných párech. Křížky odpovídají náhodným koincencím, kolečko reálným. Úsečka reprezentuje poměr počtu pseudotypů **core** a **dwarf** v populaci.

že rozdělení je gaussovské, byla Kolmogorovým–Smirnovovým testem stanovena na 69 %. Parametry gaussovského rozdělení jsou uvedeny v tabulce 56. Vzdálenost relativního množství pseudotypu **core** od středu rozdělení je $3,43\sigma$.

Na obrázku 91 je znázorněn výsledek stejné simulace pro datovou sadu B. Na rozdíl od případu A je zde situace pozměněna faktem, že jednotlivé pseudotypy nesplňují koincidenční podmínku, resp. její časovou část se stejnou pravděpodobností. Velikost časového okna (chyby určení T_γ) závisí na konkrétním pseudotypu. Na obrázku 91 jsou tentokrát znázorněny dvě úsečky. Jedna, vlevo, má směrnici stejnou jako v případě A, tedy směrnici určenou poměrem pseudotypů **core** a **dwarf** v populaci supernov. Směrnici úsečky vpravo, která prochází středem bodů odpovídajících náhodným koincencím označme k . Velikost k závisí na velikostech časových oken pro jednotlivé pseudotypy a na jejich početném zastoupení. Tedy

$$k = \frac{N_{\text{core}}}{N_{\text{dwarf}}} \frac{\widehat{\Delta T_{\gamma_{\text{core}}}}}{\widehat{\Delta T_{\gamma_{\text{dwarf}}}}}, \quad (5.22)$$

kde „stříškou“ je označen vážený průměr chyby určení ΔT_γ pro příslušný pseudotyp. Formálně ho lze zapsat jako



Obrázek 90: A: Rozložení pseudotypů *core* v náhodně koincidujících párech. Vyšrafovaný sloupeček ukazuje relativní zastoupení pseudotypu *core* pro neroztovaná data.

$$\widehat{\Delta T_{\gamma \text{ pseudotyp}}} = \frac{1}{N_{\text{pseudotyp}}} \sum_i \Delta T_{\gamma \text{ pseudotyp}_i} N_{\text{pseudotyp}_i}, \quad (5.23)$$

kde i jsou různé možnosti v rámci jednoho pseudotypu (viz podkapitola 3.3) a $N_{\text{pseudotyp}}$ je

$$N_{\text{pseudotyp}} = \sum_i N_{\text{pseudotyp}_i}.$$

Tabulka 57 ukazuje číselné hodnoty, které se pro vážený průměr použijí. Jejich

pseudotyp	μ	σ	$\left \frac{\mu - R_0}{\sigma} \right $
core	0,28	0,05	3,43
dwarf	0,47	0,05	0,02
unknown	0,25	0,05	3,30
type1	0,51	0,05	1,32
type2	0,21	0,04	1,76

Tabulka 56: A: Parametry rozdělení pro relativní zastoupení jednotlivých pseudotypů v náhodných koincidujících párech. V posledním sloupečku je vzdálenost středu rozdělení od relativního zastoupení pro reálné koincidující páry (v jednotkách σ).

dosazením dostaneme hodnotu směrnice

$$k = 1,046. \quad (5.24)$$

Z experimentu popsaném v úvodu tohoto odstavce plyne pro rotované souřadnice střední hodnota poměru relativního zastoupení pseudotypů **core** a **dwarf**

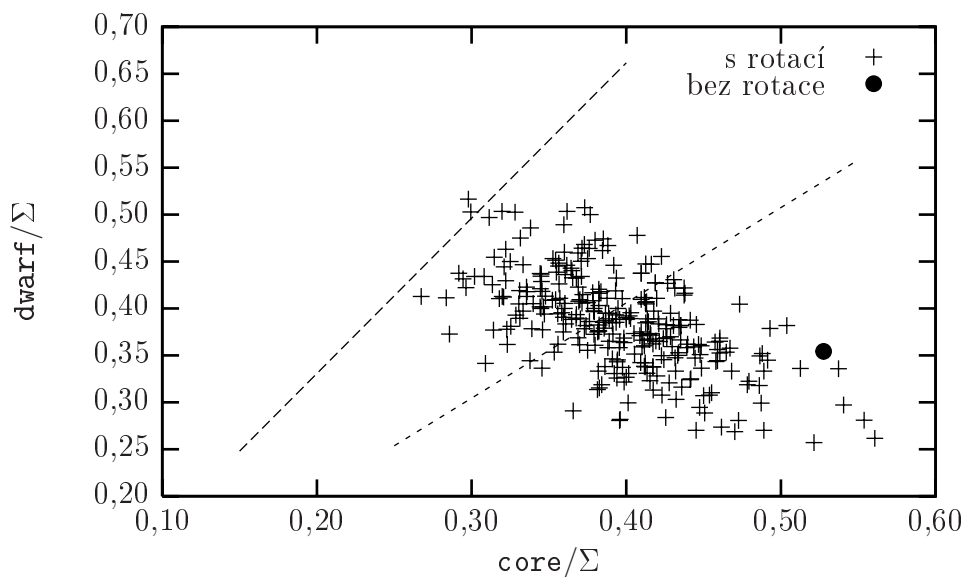
$$\frac{55,418}{54,612} \doteq 1,015, \quad (5.25)$$

což je s očekávaným výsledkem (5.24) v dobré shodě. Závěr pro případ \mathbb{B} lze zopakovat podobně jako pro \mathbb{A} . Je vidět, že data odpovídající náhodným párů jsou rozmístěna v okolí přímky (na obrázku 91 vpravo), jak lze očekávat.

pseudotyp	ΔT_γ [den]	počet
core	67,384	18
	30,000	23
	66,990	208
	31,354	3
dwarf	2,333	87
	68,012	18
	42,029	2
unknown	43,990	321
	42,676	8
	38,986	236

Tabulka 57: Zastoupení časových oken pro jednotlivé pseudotypy.

Reálné relativní zastoupení pseudotypu **core** je od střední hodnoty výrazně vzdáleno, jak je lépe vidět na histogramu na obrázku 92. Věrohodnost hypotézy, že rozdělení je gaussovské byla Kolmogorovým–Smirnovovým testem stanovena na 93 %. Parametry gaussovského rozdělení jsou uvedeny v tabulce 58. Vzdálenost relativního množství pseudotypu **core** od středu rozdělení je $2,30\sigma$, což není tak výrazné jako v případě \mathbb{A} .

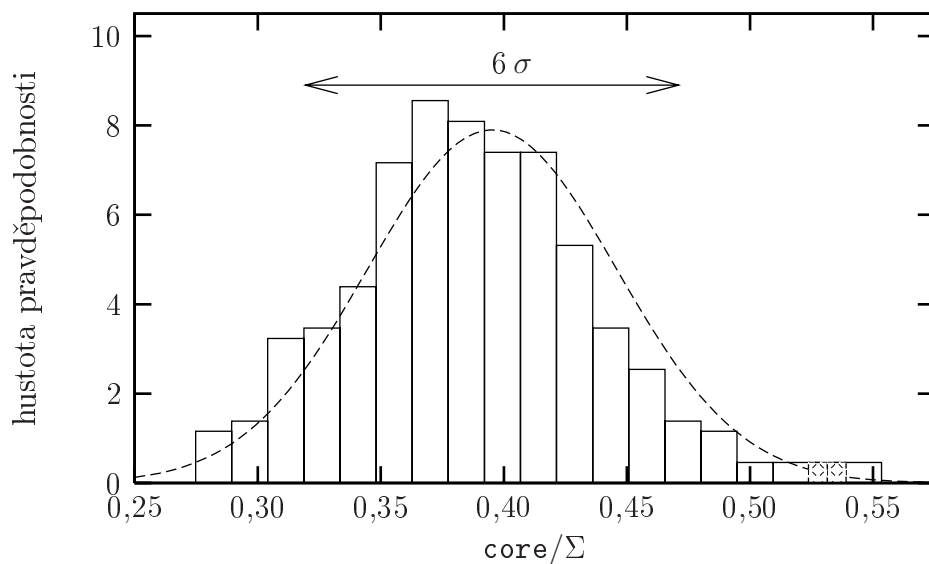


Obrázek 91: \mathbb{B} Relativní zastoupení pseudotypů **core** a **dwarf** v náhodných párech. Křížky odpovídají náhodným koincencím, kolečko reálným. Úsečka vlevo reprezentuje poměr počtu pseudotypů **core** a **dwarf** v populaci, úsečka vpravo jejich očekávaný poměr.

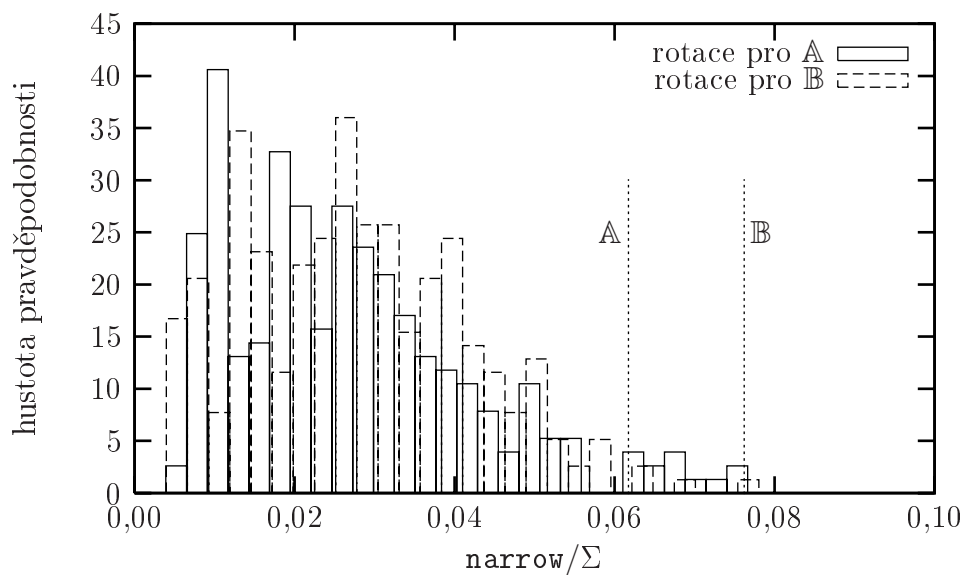
Jelikož je relativní zastoupení pseudotypu **core** v obou datových sadách překvapivé, byla pro srovnání udělána podobná studie i pro některé, na výskyt bohatší speciální pseudotypy. Vše je shrnuto a srovnáno na obrázcích 94 a 95, kde jsou testy, které byly v této kapitole prezentovány pro pseudotypy **core** a **dwarf**, zopakovány pro pseudotypy **unknown**, **type1** a **type2**. Jednotlivé histogramy jsou přehledně pod sebou, svislou čarou je v každém podgrafu A–E vyznačen případ reálných koincencí.

pseudotyp	μ	σ	$\left \frac{\mu - R_0}{\sigma} \right $
core	0,39	0,05	2,30
dwarf	0,39	0,05	0,38
unknown	0,22	0,05	2,03
type1	0,44	0,05	0,53
type2	0,29	0,04	0,79

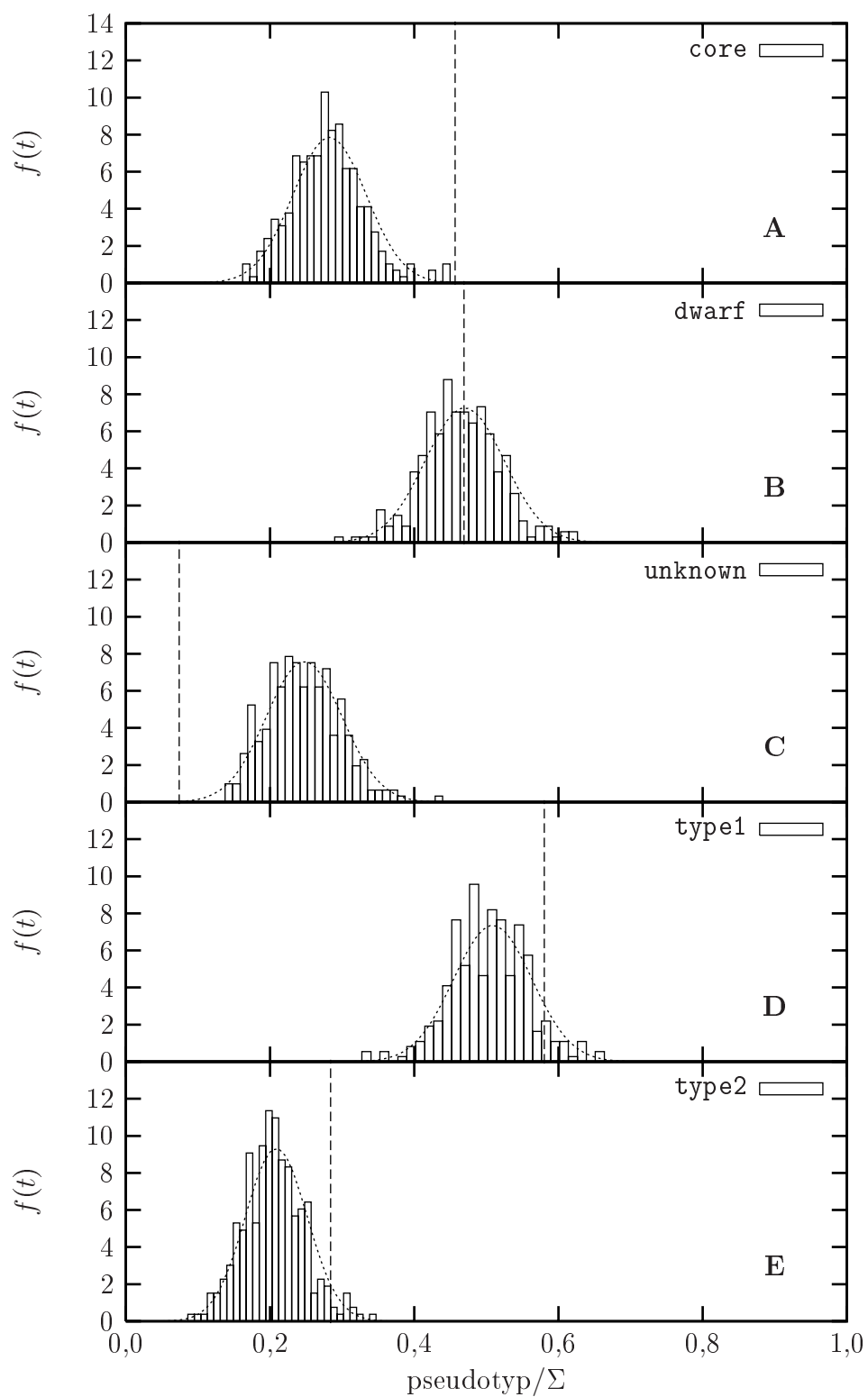
Tabulka 58: \mathbb{B} : Parametry rozdělení pro relativní zastoupení jednotlivých pseudotypů v náhodných koincidujících párech. V posledním sloupečku je vzdálenost středu rozdělení od relativního zastoupení pro reálné koincidující páry (v jednotkách σ).



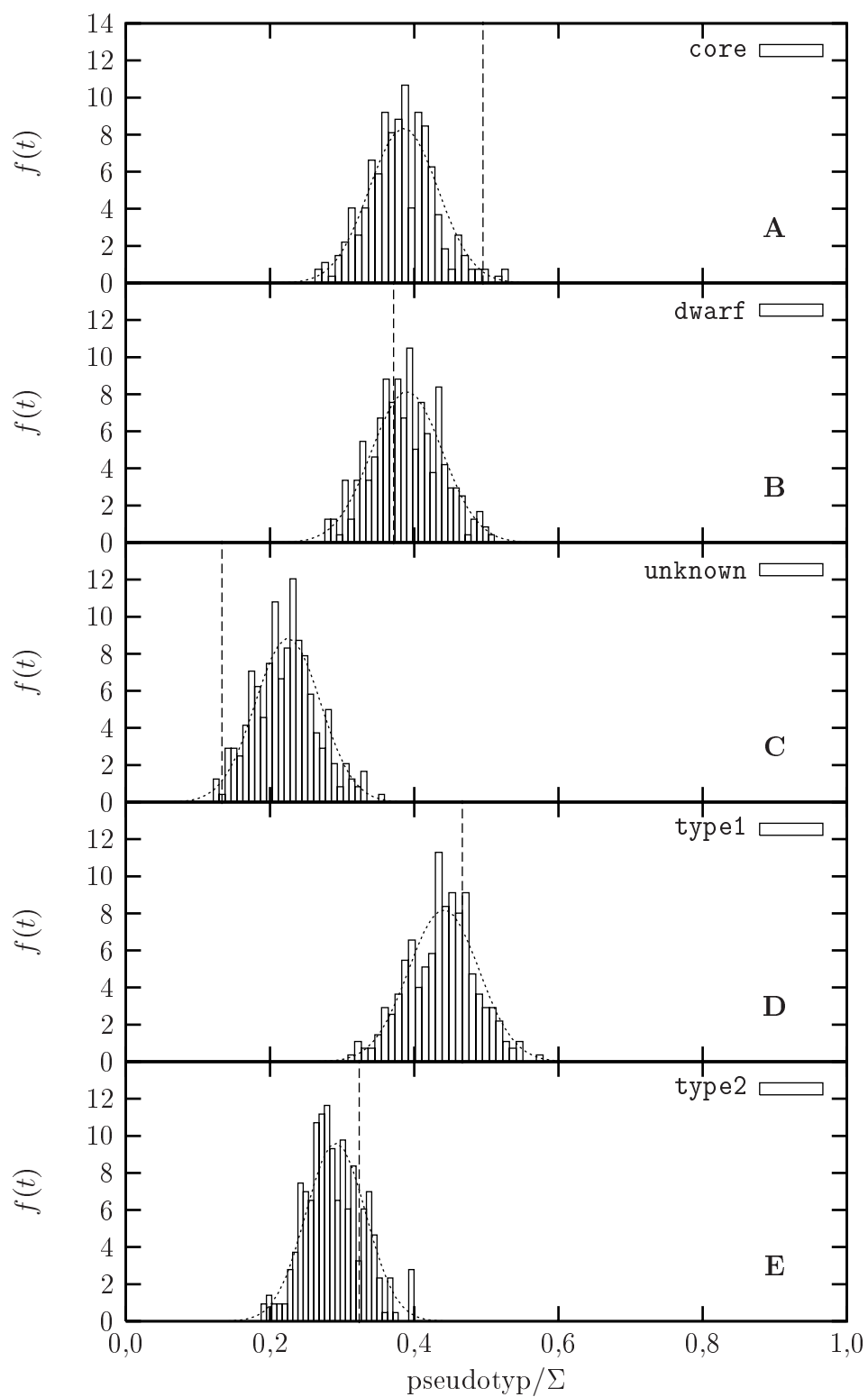
Obrázek 92: \mathbb{B} : Rozložení pseudotypů core v náhodně koincidujících párech. Vyšrafovaný sloupeček ukazuje relativní zastoupení pseudotypu core pro neroztovaná data.



Obrázek 93: Výsledek testu pro pseudotyp narrow .



Obrázek 94: A: Relativní zastoupení pseudotypů core, dwarf, unknown, type1 a type2 při náhodných koincidencech. Svislá čára zobrazuje relativní zastoupení pro reálné koincidence.



Obrázek 95: \mathbb{B} : Relativní zastoupení pseudotypů core, dwarf, unknown, type1 a type2 při náhodných koincidencech. Svislá čára zobrazuje relativní zastoupení pro reálné koincidence.

Z tabulky 55 je „podezřelý“ ještě pseudotyp **narrow**. Byl pro něj udělán stejný test jako pro pseudotypy **core** a **dwarf**. Výsledek je na obrázku 93. Vzhledem k malému počtu supernov tohoto typu není výsledek příliš průkazný.

5.9.3 Závěr

V této podkapitole bylo studováno zastoupení jednotlivých pseudotypů supernov v koincidovaných párech, zejména relativní poměr pseudotypů **core** a **dwarf**. Výsledek byl srovnán se stejným poměrem u náhodných párů supernova–gama. Náhodné páry byly získány splněním koincidenční podmínky pro záblesky gama a pro supernovy, u kterých byly souřadnice podrobeny rotaci; stejně jako v předchozích případech.

Zatím co v případě náhodných párů **A** relativní zastoupení pseudotypů **core** a **dwarf** respektuje jejich rozložení v populaci, v případě **B** tomu tak není. Zde se projeví rozdílná velikost časového okna reprezentující intervalový odhad času T_γ , který je pro pseudotyp **core** větší. Proto supernovy tohoto pseudotypu častěji splňují časoprostorovou koincidenční podmínku. Rozdělení poměrů jednotlivých pseudotypů supernov v náhodných párech supernova–záblesk gama se tedy pro případy **A** a **B** liší.

Srovnáme-li relativní zastoupení pseudotypu **core** v koincidujících supernovách s relativním zastoupením v celé populaci, zjistíme výrazně vyšší zastoupení v koincidujících supernovách. Srovnáme-li výsledek s rozdělením relativního zastoupení pseudotypu **core** v náhodných párech, zjistíme, že odklon je v případě **A** výrazně větší než 3σ . V případě **B** rozdíl tak markantní není.

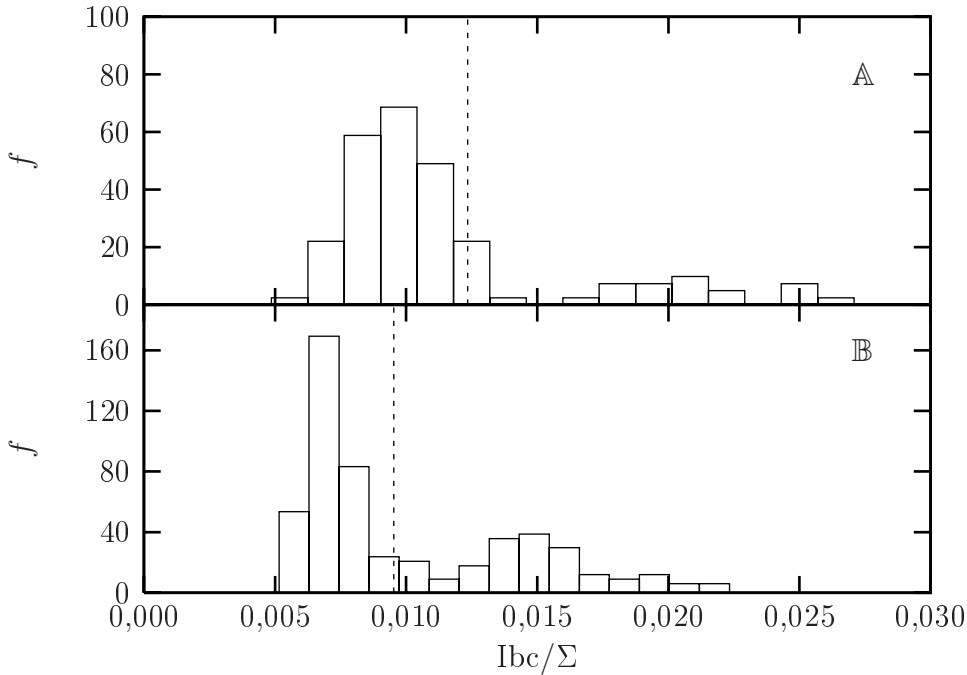
Bez zajímavosti není, že relativní zastoupení pseudotypu **dwarf** je pro náhodně koincidované supernovy prakticky totožné s reálně koincidovanými supernovami. To znamená, že relativní nadbytek pseudotypu **core** je kompenzován pseudotypem **unknown**. Naskýtá se otázka, proč by tomu tak mělo být.

Jedno z možných vysvětlení tkví v myšlence, že koincidující supernovy jsou (právě díky časoprostorové koincidenci) detailněji zkoumány a pseudotyp jim je přiřazen. V tom případě by ovšem měl být takto určený pseudotyp rozložen mezi **core** a **dwarf**, tak jak určuje poměr v populaci. To se neděje.

Další vysvětlení spočívá v tom, že se jedná o fyzikálně koincidující jevy. Jak už bylo řečeno, teoretické podklady pro koincidenci supernov pseudotypu **core** a záblesky gama existují.

5.10 Četnosti supernov typu Ib/c

Mnoho zdrojů, např. [52], uvádí, že spojení lze očekávat spojení mezi supernovami typu Ib/c a záblesky gama. V katalogu, který byl pro tuto práci použit, se však za BATSE éru vyskytují pouze čtyři supernovy typu Ib/c. Navíc supernova SN1998bw má v použitém katalogu typ Ic? místo všeobecně uznávaného typu Ib/c.



Obrázek 96: Relativní zastoupení supernov typu Ib/c. Histogram odpovídá náhodným párům vzniklých rotací souřadnic supernov. Svislou čarou je znázorněna hodnota pro reálné páry.

Přesto byla četnost supernov zkoumána.³⁹⁾ Test probíhal podobně jak u testování četnosti pseudotypů (podkapitola 5.9). Souřadnice supernov byly před testováním koincidenční podmínky podrobeny rotaci a v získaných párech supernova–záblesk gama bylo hledáno relativní zastoupení supernov typu Ib/c. Výsledný histogram byl srovnán s hodnotou relativního zastoupení supernov typu Ib/c pro reálné (nerotované souřadnice) koincidenční páry. Výsledek je na obrázku 96, jak pro A, tak pro B. Svislou čarou je znázorněna hodnota pro reálné páry.

Statisticky nelze z tak malého počtu supernov Ib/c ve studované populaci vyvodit žádný závěr.

³⁹⁾ Hlavním důvodem bylo vyvinutí techniky zpracování, která může být užitečná, například pro jiná data. Viz odstavec 6.7.

6 Filosofie zpracování

Tato kapitola pojednává o praktické stránce zpracování dat, jejichž výsledky představuje tato práce. Jsou zde shrnuty zkušenosti, které byly během práce získány a prověřeny.

6.1 Úvod

Veškeré zpracování dat a výsledky, které se vyskytnou v této práci, jsou výsledkem práce počítače. Práci počítače řídí programy, jejichž činnost je do jisté míry ovlivněna daty, které zpracovávají. Aby bylo možné synchronizovat tak komplexní analýzu, je třeba dodržovat určitá pravidla. Podle priorit jsou seříděna následovně:

1. transparentnost
2. vizualizace
3. přenositelnost
4. efektivita
5. úspornost

V následujících odstavcích budou jednotlivé položky seznamu podrobněji vysvětleny.

6.2 Transparentnost

Transparentním můžeme nazvat takový postup jehož jednotlivé části jsou od sebe dobře odděleny, popsány jednotlivé mezistupně datových souborů a jednotlivé části samostatně fungují.

Vstupní údaje (parametry supernov a záblesků gama) jsou organizovány do databáze. Byla použita databáze **SQLite** [84], která má tu výhodu, že pro svůj běh nepotřebuje žádný server. Navíc obsahuje standardní databázové rozhraní pro jazyk Perl. S databází komunikují programy, které umí vyhledávat data požadovaných vlastností. To je jejich jediná funkce, na vlastním zpracování se nepodílí. Jejich výstupem jsou jednoduché textové soubory, které obsahují požadovaná data (sloupečky čísel, popřípadě <ID> řetězců. Veškeré další zpracování se redukuje na manipulaci s těmito textovými soubory. Zpracování se děje po co nejmenších krocích. Každý krok má na starost jeden program, který má na vstupu i výstupu textový soubor. Čím lépe se daří zpracování rozdrobit na jednodušší kroky, tím jsou i programy, které je provádí, jednodušší a méně náchylné k chybám.

Vztahy mezi datovými soubory a programy, které je zpracovávají, tedy vlastní postup zpracování, je definován pravidly, která jsou interpretována programem

make. Pravidla se zapisují do souborů⁴⁰⁾. Každá samostatná část zpracování má svou definici pravidel, svůj Makefile. Pravidlo lze formálně zapsat:

```
<cíl>: [ <zdroj1> [ <zdroj2> [ ... ] ] ]
    příkaz1
    příkaz2
    ...
```

kde <cíl> představuje výsledný soubor, <zdroj*i*> představuje vstupní datový soubor nebo program, který <cíl> produkuje a příkaz*i* popisuje jak se <cíl> ze zdrojů vytvoří. Podstatné je, že <cíl> může figurovat v roli zdroje v jiném pravidlu. Program **make** je schopen z pravidel zkonstruovat v jakém sledu je potřeba příkazy vykonávat. Když se nějaký ze souborů, který vystupuje v roli zdroje změní (například se opraví chyba v programu) **make**, ví, které výstupní soubory to postihne a které ne. Na požádání pak provede pouze ty příkazy, jejichž výsledky jsou na změněném zdroji (např. programu závislé). Program **make** má parametr **-n**, který způsobí, že **make** vypíše příkazy, které jsou podle pravidel potřeba udělat, ale fakticky je neprovádí. Pokud používáme

- a) co nejobsažnější názvy datových souborů
- b) „všeříkající“ názvy programů

lze takovýto výstup programu **make** číst téměř jako v přirozeném jazyce. To je velmi důležité, zvláště, když se ke zpracování vrátíme po delší době. Zde je příklad takového výstupu, který vygeneruje, mimo jiné, soubor **MATCH**, který obsahuje reálné časoprostorové koincidence supernov a záblesků gama:

```
1 make -C ../.. testDB
2 get_data.pl 'SELECT grb_id,grb_ra,grb_dec,grb_errorbox,grb_date FROM grb'|\
3 grep -v NULL | \
4 perl -wnlae 'print "$F[0] $F[1] $F[2] $F[3] $F[4] 0"'\|
5 column -t > data_2match_grb
6 get_data.pl "SELECT sn_id,sn_ra,sn_dec,sn_exp_date,sn_exp_date_err \
7 FROM sn WHERE sn_BATSE=1" | \
8 grep -v NULL | \
9 perl -wnlae 'print "$F[0] $F[1] $F[2] 0 $F[3] $F[4]"'\|
10 column -t > data_2match_sn
11 mkdir -p ./output
12 mkdir -p ./tmp
13 nice s2s.pl 40x40 data_2match_sn data_2match_grb > MATCH
14 nice plot_s2s_match2.pl MATCH data_2match_sn data_2match_grb 'real'
```

Na prvním řádku 1 se otestuje databáze. Po vygenerování databáze se zjistil md5sum jejího obsahu a před každým použitím se otestuje. Tímto způsobem je

⁴⁰⁾ Soubor se většinou jmenuje Makefile.

zaručeno, že se během zpracování nemění data. Na řádku číslo 2 se z databáze vyjmou data příslušející zábleskům gama potřebná pro zjištění časoprostorové koincidenční podmínky. Řádek 5 udělá totéž pro supernovy. Na 13. řádku se do souboru `MATCH` zapíše koincidující páry. Řádek 14 vizualizuje výsledek (obrázek 55, str. 108).

Správa souborů `Makefile`, zvláště pokud jde o jednoduché kroky, je někdy zdlouhavá, ale zde investovaný čas se rozhodně vyplatí.

6.3 Vizualizace

Dalším pravidlem, které pomáhá systém udržovat a vyvíjet, je vizualizace dat. Osvědčilo se data vizualizovat, pokud to je alespoň trochu možné, po každém kroku. Investovaný čas a práce je vyvážena tím, že vizuální kontrola odhalí většinu hrubých chyb a pomáhá lépe sledovat směr, kterým se zpracování ubírá.

6.4 Přenositelnost

Přenositelnost programů v praxi znamená, že je lze provozovat bez zásahu na různých architekturách. Skripty v jazyce Perl, které tvoří většinu programů, jsou tak přenositelné jako sám Perl. Ostatní programy jsou napsány v jazyku C a FORTRAN, jejichž překladače jsou prakticky všude přítomné. Externí použité programy, jako například `gnuplot` [87], `octave` [86] či `SQLite` [84], mají zásadně licenci která umožňuje šíření jejich zdrojových kódů. Až na výjimky (např. `octave`) je licence GPL.

Přenositelnost celého systému, který korelaci mezi supernovami a záblesky gama zpracovává, je tedy zaručena přenositelností každé jeho části. Je praktické mít v systému⁴¹⁾ testovací část, která v sobě zahrnuje triviální použití každé⁴²⁾ výkonné části systému. Je-li systém přenesen do nového prostředí, lze rychle zjistit jaké prostředky chybí a podobně.

6.5 Efektivita

Použití externích programů (např. `octave` [86]) v sobě skýtá výhody i nevýhody. Mezi hlavní výhody patří jejich relativní spolehlivost a otestovanost.⁴³⁾ Na druhé straně, volání externích programů má vysokou režii: operační systém musí vytvořit další proces a zajistit s ním komunikaci. Navíc cizí programy mnohdy preferují speciální vstupní formáty, na které musejí být zpracovávaná data převedeny.

⁴¹⁾ V systému, který je zde popisován, bohužel testovací rutiny nejsou.

⁴²⁾ Včetně vytvoření databáze s testovacími daty a podobně.

⁴³⁾ Nutno dodat, že se není dobrá bezhlavá důvěra v cizí a zdánlivě otestované rutiny. Například v programu `octave` byla při zpracování této práce odhalena chyba ve funkci zpracovávající Kolmogorův–Smirnovův test.

Ve jménu průhlednosti (odstavec 6.2) se v této práci prakticky vždy, když je to možné používají již hotové funkce. Většinou je k nim napsáno speciální rozhraní, které přijímá vstupní data a zajišťuje komunikaci s cizím programem. Často se tak při rozsáhlých testech, kdy se stále opakují tytéž operace jen s pozměněnými daty, stává, že se většina výkonu procesoru ztratí v obsluze nových a nových procesů.⁴⁴⁾

Tento postup není sice příliš efektivní, ale je velmi průhledný a snáze se v něm hledají chyby. Současný rozvoj výpočetní techniky ho činí snesitelným.

6.6 Úspornost

Úspornost popisovaného systému zpracování dat stojí až na posledním místě v řadě vlastností, na které je brán zřetel. Úzce to souvisí z předchozím odstavcem 6.5. Operační a diskové paměti současných počítačů jsou z hlediska našeho problému silně předimenzované.⁴⁵⁾ Řešení úspornosti, bylo-li nějaké, se omezovalo na komprimaci dočasných souborů a souborů spojených s vizualizací.

6.7 Závěr

Systém zpracování korelací supernov a záblesků gama je navržen tak, aby ho bylo možno bez zásahu lidské ruky kdykoli zopakovat. Lze říci, že vyvinutý pracovní postup lze pro jiná vstupní data (např. data záblesků gama z jiné družice) použít prakticky bez zásahu.⁴⁶⁾

Jen pro představu, systém tvoří přes 100 skriptů v jazyce Perl, desítky skriptů v BASHi a několik programů v jazyce C a FORTRAN.

Celé zpracování (jedné sady dat, \mathbb{A} nebo \mathbb{B}) trvá přibližně 2 dny.⁴⁷⁾ Po zpracování výsledky zabírají přibližně 3,8 GB diskového prostoru.⁴⁸⁾

⁴⁴⁾ Přidáme-li k tomu ještě pravidlo o vizualizaci (kap. 6.3), vlastní výpočetní výkon tvoří jen zlomek práce procesoru.

⁴⁵⁾ Přesto děkuji administrátorům počítačů, které byly ke zpracování používány, za trpělivost.

⁴⁶⁾ Import dat do databáze, která obsahuje z hlediska zpracování vstupní údaje, je samozřejmě závislý na konkrétním zdroji dat.

⁴⁷⁾ Testováno na `kf.fyz.fce.vutbr.cz`: Pentium IV, 2,3GHz, 1 GB RAM.

⁴⁸⁾ Se všemi dočasnými soubory, všemi postupnými vizualizacemi.

7 Závěry

Tato práce navazuje na výsledky kolegů z AsÚ AV ČR a z I.A.S.F. – C.N.R. Bologna, zabývající se možnou korelací supernov a záblesků gama [63, 64, 65, 66]. Znovu formuluje problém a uchopuje ho doposud nepoužitými metodami. V této závěrečné kapitole jsou shrnuty hlavní myšlenky, úkoly a cíle této práce.

Prvním úkolem z praktické části práce bylo vytvořit z použitých katalogů CFA [81] a SAI [82] databázi, snadno použitelnou k strojovému zpracování dat. Tvorbu databáze supernov do značné míry komplikovala nekonzistence uvnitř jednotlivých katalogů. Jakmile byla databáze vytvořena, manipulace s daty pomocí SQL⁴⁹⁾ již byla relativně jednoduchou záležitostí.

Data příslušející supernovám a zábleskům gama byla podrobena analýze, která představovala určení některých jejich statistických parametrů, hustot pravděpodobností, histogramů, rozložení na obloze a podobně. Cílem těchto analýz nebylo jen získání představy o zpracovávaných datech, které jsou všeobecně známé, ale i otestování importovaných dat. Tímto způsobem byly odhaleny některé chyby při importu dat z katalogu do databáze a důkladně prověřeny vyvinuté metody zpracování dat.

Byl navržen a implementován algoritmus hledání časoprostorové koincidenční podmínky; otestování pozic a časů supernov a záblesků gama trvá méně než jednu sekundu. Návrh algoritmu je zcela obecný a jeho použitelnost zasahuje i mimo tuto práci. Byl například použit pro hledání pozic blazarů, které pozorovala družice INTEGRAL.

Pro testování časové koincidenční podmínky má zcela zásadní význam určení času T_γ , což je okamžik, kdy u supernovy lze očekávat gama emisi. Intervalový odhad T_γ , byl proveden dvojím způsobem. Oba přístupy vychází z určení času T_{\max} , což odpovídá maximu světelné křivky supernovy. První typ odhadu T_γ označený jako \mathbb{A} , byl jednotný pro všechny supernovy. Druhý přístup, označený jako \mathbb{B} respektoval typ supernovy. Pro tento účel byly supernovy roztříděny do takzvaných pseudotypů. Tři hlavní pseudotypy byly označeny *core*, *dwarf* a *unknown*, přičemž korelace s záblesky gama byla očekávána pro pseudotyp *core*.

Součástí intervalového odhadu T_γ je i odhad chyby určení, tedy velikost časového okna, ve kterém se testuje časová část koincidenční podmínky. Byl studován vliv velikosti časového okna na počet koincidujících párů supernova–záblesk gama. Ukázalo se, že časová podmínka má při testování koincidencí mnohem podstatnější vliv než prostorová.

Pro teoretické odhady možných koincidencí byla odhadnuta míra isotropie supernov a záblesků gama. Byla navržena a implementována metoda určení relativního pokrytí oblohy studovanými objekty. Stanovením hustoty pravděpodobnosti detekce supernov a záblesků gama v čase a hustoty pravděpodobnosti poloměřů

⁴⁹⁾ SQL (*Structured Query Language*) je jazyk, kterým lze manipulovat s databází a jejím obsahem. Například vytvářet dotazy.

chybových kružnic záblesků gama byl odhadnut vliv časové a prostorové části koincidenční podmínky.

Simulací, kdy byly časoprostorovou koincidenční podmínkou testovány náhodně generovaná data reprezentující supernovy a záblesky gama, přičemž bylo uměle dodáno jisté procento koincidujících párů, byla stanovena hranice reálných (nenáhodných) koincidencí u reálných dat supernov a záblesků gama. Z výsledků je patrné, že fyzikálně související páry supernova–záblesk gama jsou v koincidovaných párech zastoupeny maximálně v řádu jednotek procent.

Pro oba přístupy intervalových odhadů T_γ , \mathbb{A} i \mathbb{B} byly otestováním časoprostorové podmínky stanoveny koincidující páry supernova–záblesk gama. U koincidujících párů byly studovány statistické charakteristiky fyzikálních parametrů supernov a záblesků gama (viz dále). Pro srovnání byly generovány náhodně koincidující páry, které vznikly splněním časoprostorové koincidenční podmínky pro záblesky gama a supernovy, u nichž byly souřadnice podrobeny rotaci. Parametry charakterizující rotace souřadnic supernov byly voleny tak, aby rovnoměrně pokrývaly celou sféru.

U koincidujících objektů byly studovány korelace mezi jednotlivými fyzikálními parametry. Tyto korelační parametry byly srovnávány s hodnotami korelačních parametrů, které odpovídaly náhodným párům. Pohybujeme-li se na hladině pravděpodobnosti 99,7%, musíme fyzikální parametry příslušející supernovám považovat za nekorelovaná s fyzikálními parametry záblesků gama.

V koincidujících párech supernova–záblesk gama bylo studováno relativní zastoupení dlouhých ($T_{90} > 2\text{ s}$) a krátkých ($T_{90} < 2\text{ s}$) záblesků gama. Ukázalo se, že tento poměr je zásadně ovlivněn faktem, že kratší záblesky gama jsou zpravidla energetičtější a energetičtější záblesky gama mají zpravidla větší poloměr chybové kružnice vymezující jejich pozici.⁵⁰⁾ Velikost poloměru chybové kružnice má pro splnění koincidenční podmínky zásadní význam. Proto je relativní poměr krátkých a dlouhých záblesků gama nakloněn směrem ke kratším u koincidovaných záblesků gama oproti poměru v celé populaci. Simulace s náhodně koincidovanými páry ukázala, že vychýlení relativního poměru krátkých a dlouhých záblesků gama v koincidovaných párech je statisticky nevýznamné.

Pomocí Kolmogorova-Smirnovova testu byly studovány distribuční funkce fyzikálních parametrů koincidovaných objektů s distribučními funkcemi parametrů celé populace supernov resp. záblesků gama. Zatím co u supernov se distribuční funkce parametrů z koincidované množiny prakticky neliší od distribučních funkcí parametrů příslušející celé populaci, u záblesků gama je situace odlišná. Neshody v distribučních funkcích lze ovšem vysvětlit, podobně jako u poměru dlouhých a krátkých záblesků gama, závislostí poloměru chybové kružnice na fyzikálních charakteristikách záblesků gama.

⁵⁰⁾ Na velikost poloměru kružnice má vliv celá řada parametrů detekovaného záblesku gama a okolností při detekci.

Pseudotyp *core* zahrnuje supernovy, které mají spojitost s kolapsem jádra hmotné hvězdy v neutronovou hvězdu nebo černou díru. Většina astronomů se kloní k vysvětlení, že záblesk gama je spojen právě s konečným stadiem velmi hmotné hvězdy. Studium tedy bylo podrobeno relativní zastoupení jednotlivých pseudotypů supernov v koincidovaných párech. Opět bylo provedeno srovnání s náhodně koincidovanými páry vzniklými rotací souřadnic. Ukázalo se, že relativní zastoupení pseudotypu *core* je v koincidovaných párech výrazně vyšší, než v celé populaci, resp. v náhodně koincidovaných párech. U přístupu \mathbb{B} je poměr v náhodně koincidovaných párech jiný, než poměr v celé populaci. Je to způsobeno různým intervalovým odhadem času T_γ pro jednotlivé pseudotypy, což se projeví v časové části koincidenční podmínky. Pseudotyp *core* má obecně širší časové okno a tudíž častěji koinciduje. Srovnání tedy nemůžeme provést s poměrem v populaci, ale s poměrem v náhodně koincidujících párech. Jak u přístupu \mathbb{A} , tak u \mathbb{B} je relativní zastoupení pseudotypu *core* v koincidovaných párech supernovazáblesk gama výrazně vyšší než u náhodně koincidovaných dat. V případě \mathbb{A} odchylka přesahuje $3,4\sigma$.

Pozoruhodné je, že zastoupení pseudotypu *core* se v koincidovaných párech zvětšilo pouze na úkor pseudotypu *unknown*, který představuje supernovy, u nichž typ není znám. Mohlo by to znamenat, že supernovy, které byly detekovány v blízkosti záblesku gama byly studovány detailněji a typ u nich byl určen. To by vysvětlovalo úbytek pseudotypů *unknown*. Dalo by se ovšem očekávat, že pseudotypy takovýchto supernov budou rozděleny mezi *core* a *dwarf* a to v poměru, který tyto pseudotypy zastávají v celé populaci supernov. To se ovšem neděje, vzroste pouze relativní počet pseudotypů *core*. Lze tedy předpokládat, že zvýšený počet supernov pseudotypu *core* může souviset s fyzikální korelací s záblesky gama.

Nutno dodat, že katalog BATSE použitý při testování korelací mezi supernovami a záblesky gama je typický spíše většími poloměry chybových kružnic. Taktéž nelze opomenout jistý výběrový efekt záblesků gama BATSE daný konstrukcí jejich detektorů a použité technologie.

Zde prezentované zpracování koincidencí supernov a záblesků gama je navrženo tak, aby je bylo možno, s minimálním úsilím, zopakovat pro budoucí katalogy, které například nebudou zatíženy tak velkými poloměry chybových kružnic.

Práce je součástí řešení projektů GA AV ČR A3003206 a společného projektu „Výzkum záblesků gama“ AV ČR a C.N.R. Itálie.

Použité nástroje

A Externí programy

- `SQLite` – SQLite version 2.8.12
- `awk` – GNU Awk 3.0.3
- `gcc`, `g++` – GNU project C and C++ Compiler (v2.7) – 2.7.2.3
- `gimp` – GIMP version 1.2.5
- `gnuplot` – gnuplot 3.8j patchlevel 0
- `grep` – grep (GNU grep) 2.2
- `gs` – GNU Ghostscript 7.07 (2003-05-17)
- `gzip` – gzip 1.3.2, Copyright 2001 Free Software Foundation
- `intp` – INTP, Copyright (C) 2003 by David Nečas
- `lynx` – Lynx Version 2.8.5dev.7 (06 Jan 2002)
- `g3data` – g3data, version 1.4.0.1, Copyright (C) 2000 Jonas Frantz
- `vim` – VIM – Vi IMproved 6.1 by Bram Moolenaar et al.
- `aspell` – International Ispell Version 3.1.20 (but really Aspell 0.50.3)
- `make` – GNU Make version 3.79.1, by Richard Stallman and Roland McGrath.
- `maple` – Maple 7 (IBM INTEL LINU) Copyright (c) 2001 by Waterloo Maple Inc.
- `octave` – GNU Octave, version 2.1.35 (i386-pc-linux-gnu)
- `perl` – PERL, version 5.005_03 built for i386-linux
- `s2mdist` – S2MDist, Copyright (C) 2003 by David Nečas
- `sodipodi` – Sodipodi, version 0.34
- `sort`, `cat`, `head`, `wc`, `tail`, `cut`, `tac`, `column` – GNU coreutils 5.0
- `sph` – SPH, Copyright (C) 2003 by David Nečas
- `tar` – tar (GNU tar) 1.13.25, Copyright (C) 2001 Free Software Foundation, Inc.

- `wget` – GNU Wget 1.8.2
- `xv` – XV Version 3.10a, Copyright 1994 by John Badlay
- `povray` – POV-Ray; Persistence of Vision Ray Tracer(tm) Version 3.5 Unix, Copyright 1991-2002 POV-Ray Team(tm)
- `fv` – FITS Viewer and Editor, version 4.2.1

Moduly Perlu

<code>Astro::SLA</code>	<code>AstroComp</code>	<code>Benchmark</code>
<code>BolognaLib</code>	<code>Carp</code>	<code>DBI</code>
<code>DB_sngrb</code>	<code>Data::Dumper</code>	<code>Exporter</code>
<code>Fcntl</code>	<code>File::Find</code>	<code>File::Temp</code>
<code>FindBin</code>	<code>Getopt::Long</code>	<code>IO::Handle</code>
<code>Math::Trig</code>	<code>Opt</code>	<code>POSIX</code>
<code>Projections</code>	<code>RRotate</code>	<code>SN_type</code>
<code>Time::Local</code>		

B Vlastní programy

```

2integrate_aprox.pl
add_P_to_match_data.pl
angle_rotation.pl
computeGRBparam.pl
core_match_test.pl
empirical_match_data.pl
format.pl
generate_P_match.pl
get_P_result.pl
get_data_by_id.pl
get_full_data.pl
get_rect.pl
grid_test.pl
hist2prob2.pl
import_GRBs_data.pl
import_SNe_data.pl
import_SNe_data_add_max_data.pl
kvantil.pl
matrix.pl
no_uniform_SN.pl
normalize2fit.pl
numint.pl
obj_dist.pl
off2pole.pl
plot_s2s_match.pl
radec2lb.pl
result.pl
rotate.pl
s2s_idx_test.pl
sn_match_spect.pl
summarize.pl
test_for_rotation.pl
test_for_rotation.pl
test_one.pl
vs_plot.pl
N_count_test.pl
all_vs_match_plot.pl
computeGRB-SNparam.pl
computeSNparam.pl
crosscheck_cor.pl
fit_sn_exp_data.pl
format.pl
generate_sim_data.pl
get_data.pl
get_data_type.pl
get_map_contour.pl
getsqlite.pl
hist2prob.pl
hummer.pl
import_SN_data_corrections.pl
import_SNe_data_add_exp_data.pl
join.pl
make_match_table.pl
mikulasek_gama_switch.pl
normal_rnd.pl
numder.pl
numinv.pl
off2gnuplot.pl
plot_dens.pl
productFunction.pl
randS2.pl
reverse_angle.pl
s2s.pl
sn_distribution.pl
sn_type_stat.pl
test.pl
test_for_rotation.pl
test_great_circle_dist.pl
uniform.pl
no_uniform_GRB.pl

```

Moduly Perlu

```

AstroComp.pm  BolognaLib.pm  DB_sngrb.pm
Opt.pm        Projections.pm  RRotate.pm
SN_type.pm

```


Reference

- [1] Press, W. H., Flannery, P., Teukolsky, S. A, N., Vetterling, W. T.: Numerical Recipes, Cambridge University Press, 1968
- [2] Masetti, N.: *Soukromé sdělení*.
- [3] Pizzichini, G.: *Soukromé sdělení*.
- [4] Herout, P.: Učebnice jazyka C, KOPP, 1998
- [5] Hroch, F.: Light Curves of Optical Afterglows, Masaryk University, 2002
- [6] Briggs, M. S. at al., 1999, *Astrophys. J.*, 524, 82
- [7] Hroch, F.: *Soukromé sdělení*
- [8] Topinka, M.: Gamma-Ray Bursts: Origin and Correlations; diplomová práce, Astronomický ústav UK, Praha, 2002
- [9] Topinka, M.: *Soukromé sdělení*
- [10] Tudose, V., Biermann, P.: Gamma-Ray Bursts a Critical Review, *Romanian Reports in Physics*, Vol. 56, No. 2, P. 204–249, 2004
- [11] Bartsch, H. J.: *Matematické vzorce*, Mladá Fronta, 1996
- [12] Arnett, D.: *Supernovae and Nucleosynthesis*, Princeton University Press, 1996
- [13] Klebesadel, Strong, Olson *ApJL*, 182, L85, 1973
- [14] Bhat et al 1994 *ApJ* 426, 604
- [15] Dřimal, J., Trunec, D.: *Úvod do metody Monte Carlo*, UJEP Brno, 1989
- [16] Humlíček, J.: *Statistické zpracování výsledků měření*, UJEP Brno, 1984
- [17] Zvára, K., Štěpán, J.: *Pravděpodobnost a matematická statistika*, MATFY-ZPRESS, Praha 2002
- [18] Koutková H., Moll I.: *Úvod do pravděpodobnosti a matematické statistiky*, VUT v Brně, Brno 2001
- [19] Wall, L., Christiansen, T., Orwant, J.: *Programming Perl*, 2000, O'Reilly
- [20] Srinivasan, S.: *Advanced Perl Programming*, 1997, O'Reilly
- [21] Gorosabel, J., Ph.D. Thesis, Univ. of València, 1999

-
- [22] Meegan et al., 1992, *Nature* 355, 143
 - [23] Paciasas, W. S., et al., 1998, astro-ph/9903205
 - [24] Mikulášek, Z., *Úvod do fyziky hvězd*, Masaryk University, 1999
 - [25] Lang, K. R., *Astrophysical Formulae*, Springer Verlag, New York, 1974
 - [26] Patat F., Piemonte A., 1998, IAUC 7071
 - [27] Kippen, R. M., et al., 1998, *ApJ*, L27
 - [28] Wang L., Wheeler J. C., 1998. *ApJ* 504, L87
 - [29] Cen, R., 1998, *ApJ* 507, L131
 - [30] Li-Xin, L., Paczynski B., 1998, *ApJ* 507, L59
 - [31] Sazonov, A. et al., 1998 AAS 129, 1
 - [32] Terekhov, O. et al., 1994, *Astron. Lett.* 20, 265
 - [33] Woods, E., Loeb A., 1998, *ApJ* 508, 760
 - [34] Band et al., *ApJ* 413, 281, 1993
 - [35] Preece, R. et al., 1998, *Astrophys. J.*, 506, L23
 - [36] Fenimore, 1998, *ApJL*, 335, L71
 - [37] Norris et al., 1994, *ApJ* 424, 540
 - [38] van den Bergh, 1983, *A&AS*, 97, 385
 - [39] Hudec, R., Hudcová, V., *Nuclear Physics, B (Proc. Suppl.)* 80 06/161–06/163 (2000); Texas symposium on relativistic astrophysics and cosmology, Paris
 - [40] Fishman, 1995 *PASP* 107, 1145
 - [41] Kouvelioutou, 1993, *ApJ*. 413, L101
 - [42] Costa et al., 1997, *Nature* 387, 783
 - [43] van Paradijs et al., 1997, *Nature* 386, 686
 - [44] Kippen et al 2002, astro-ph/0203114
 - [45] Piran, astro-ph/9810256
 - [46] Piran et al., 1997, *ApJ* 485, 270

-
- [47] Waxman et al., 1998, ApJ 497, 288
- [48] Simon, V. et al., 2001, A&AS, 377, 450–461
- [49] Simon, V. et al., 2004, Baltic Astronomy, 13, 253–256
- [50] Dala et al., 2002, ApJ 564, 209
- [51] Waxman, 2003, astro-ph/0303517
- [52] Waxman, 2003, astro-ph/03010320
- [53] Nečas, D: *Soukromé sdělení*
- [54] Koshut, T. M., Paciesas, W. S., Kouveliotou, C., van Paradijs, J., Pendleton, G. N., Fishman, G. J., & Meegan, C. A. 1995, Bulletin of the American Astronomical Society, 27, 886
- [55] Kirk, J: *Soukromé sdělení*
- [56] Petschek: *Soukromé sdělení*
- [57] Fillipenko, A: *Soukromé sdělení*
- [58] Mitrofanov, I. G., Pozanenko, A. S., Briggs, M. S., Paciesas, W. S., Preece, R. D., Pendleton, G. N., & Meegan, C. A. 1998, ApJ, 504, 925
- [59] Blandford & McKee 1976 Phys. Fluids, Vol 19, No. 8, August
- [60] Paciesas, W. S., et al.: The Fourth BATSE Gamma-Ray Burst Catalog (revised), The Astrophysical Journal Supplement Series, 122: 465–495, 1999 June
- [61] Frail, D. A., et al., , 2001, ApJ, 562, L55-L58.
- [62] Schmidt, B: *Soukromé sdělení*
- [63] Hudec, R. & Hudcova, V. 1998, Abstracts of the 19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, held in Paris, France, Dec. 14-18, 1998. Eds.: J. Paul, T. Montmerle, and E. Aubourg (CEA Saclay)
- [64] Hudec, R., Hudcova, V., Palazzi, E., Masetti, N., & Pizzichini, G. 2001, ESA SP-459: Exploring the Gamma-Ray Universe, 387
- [65] Hudec, R., Hudcová, V., & Hroch, F. 1999, A&AS, 138, 475
- [66] Hroch, F., Hudec, R., & Rezek, T. 1999, A&AS, 138, 473
- [67] Petschek, 1996, Supernovae, Springer Verlag, New York

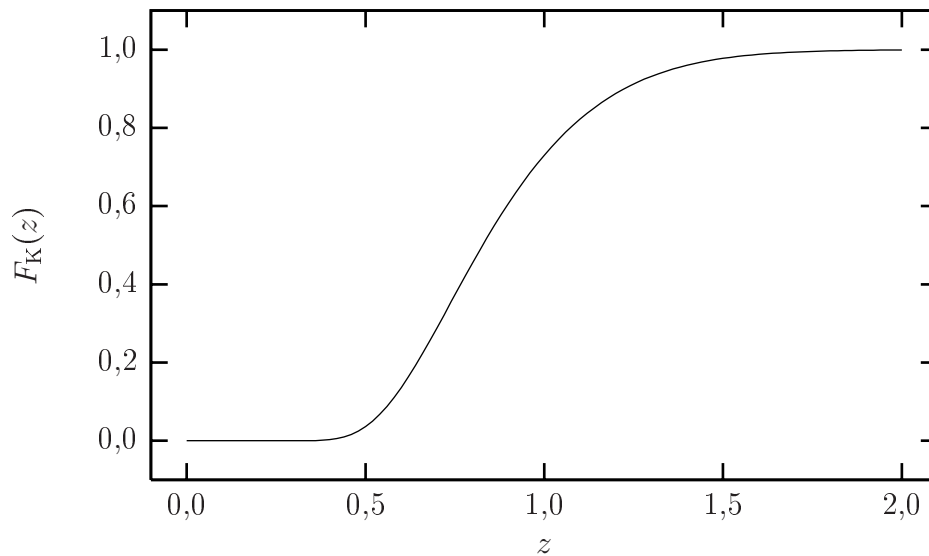
-
- [68] Bloom, J. S., et al., , 1999, *Nature*, 401, 453.
- [69] Bloom et al., 2002, *ApJ*, 123, 1111
- [70] Galama et al., 2000, *Apj*, 536, 185
- [71] Galama et al., 1998, *Apj* 500, 97
- [72] Piro et al., *Science* 290, 956, 2000
- [73] Metzger et al., 1997, *Nature* 387, 878
- [74] Hjorth et al., *Nature* 423, 847, 2003
- [75] Guthmann, A. W., Georganopoulos, M., Marcowith, A., & Manolakou, K. 2002, *LNP Vol. 589: Relativistic Flows in Astrophysics*
- [76] Eichler et al., 1989 *Nature* 340, 126
- [77] MacFayden & Woosley *ApJ* 524, 262, 1999
- [78] Vietri & Stella 1998, *ApJ* 503, 350
- [79] Hartmann, D. & Epstein, R. I. 1989, *ApJ*, 346, 960
- [80] A Supernovae Taxonomy Flow Chart:
<http://rsd-www.nrl.navy.mil/7212/montes/snetax.html> (1. 7. 2004)
- [81] Harvard College Observatory – Center for Astrophysics:
<http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Supernovae.html> (1. 7. 2004)
- [82] Sternberg Astronomical Institute:
<http://www.sai.msu.su/sn/sncat/sn.cat> (1. 7. 2004)
- [83] Studies into Polyhedra – Regular:
<http://www.cit.gu.edu.au/~anthony/graphics/polyhedra/> (1. 7. 2004)
- [84] About SQLite:
<http://www.hwaci.com/sw/sqlite/> (1. 7. 2004)
- [85] Mathworld, The Web’s most extensive mathematics resource:
<http://mathworld.wolfram.com/> (1. 7. 2004)
- [86] Octave Home Page:
<http://www.octave.org/> (1. 7. 2004)
- [87] Gnuplot Home Page:
<http://www.gnuplot.info/> (1. 7. 2004)

-
- [88] JP PhD Thesis Cover Gimp Howto:
<http://trific.ath.cx/graphics/jp-phd-cover-howto/> (24. 8. 2004)
- [89] BATSE Web:
<http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/> (1. 7. 2004)
- [90] Astronomical Pictures of Galaxies Photos – Astronomy Images:
<http://160.114.99.91/astrojan/Ngc/ngc4902.jpg> (1. 7. 2004)
- [91] NASA's HEASARC Archive:
<http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/archive.html> (25. 8. 2004)

Přílohy

A Kolmogorův–Smirnovův test

Kolmogorův–Smirnovův (K–S) test je testovací metoda rozdělení dat [16, 86, 1]. Kritéria jsou založena na sledování odchylek mezi distribučními funkcemi. V práci se vyskytuje K–S test ve dvou podobách. První z nich testuje naměřená (empirická) data proti hypotetické distribuční funkci. Druhý pak proti sobě testuje dvě empirické distribuční funkce.



Obrázek 97: Průběh funkce $F_N(z)$.

Pro první případ označme $F(x)$ hypotetickou distribuční funkci a $S_N(x)$ empirickou distribuční funkci datového souboru

$$x_1, \dots, x_N. \quad (1)$$

Jestliže datové hodnoty uspořádáme podle velikosti od nejmenší po největší

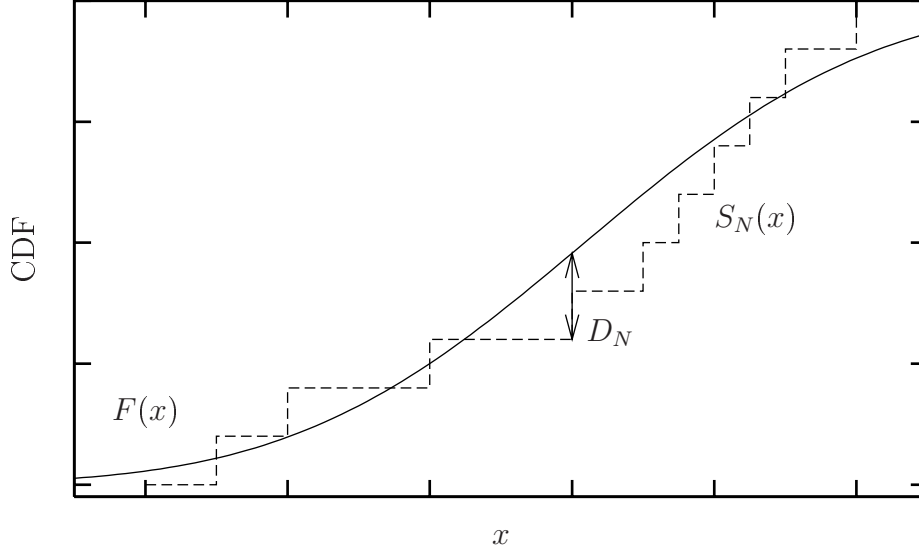
$$x(1), \dots, x(N), \quad (2)$$

můžeme $S_N(x)$ definovat jako

$$S_N = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < x(1) \\ i/N & \text{pro } x(i) \leq x \leq x(i+1) \quad \text{kde } i = 1, \dots, N-1 \\ 1 & \text{pro } x \geq x(N). \end{cases} \quad (3)$$

Mírou odlišnosti hypotetické a empirické distribuční funkce pak bude maximum jejich odchylky

$$D_N = \max_x |S_N(x) - F(x)|. \quad (4)$$



Obrázek 98: Příklad empirické a hypotetické distribuční funkce.

Jelikož se funkce $S_N(x)$ mění vždy v bodě $x(i)$ skokem (obrázek 98), v praxi stačí pro minimum (4) testovat pouze její diskrétní hodnoty:

$$D_N = \max \begin{cases} \max | \frac{i}{N} - F(x(i)) | & \text{pro } i \in [1, N] \\ \max | \frac{i}{N-1} - F(x(i)) | & \text{pro } i \in [0, N-1]. \end{cases} \quad (5)$$

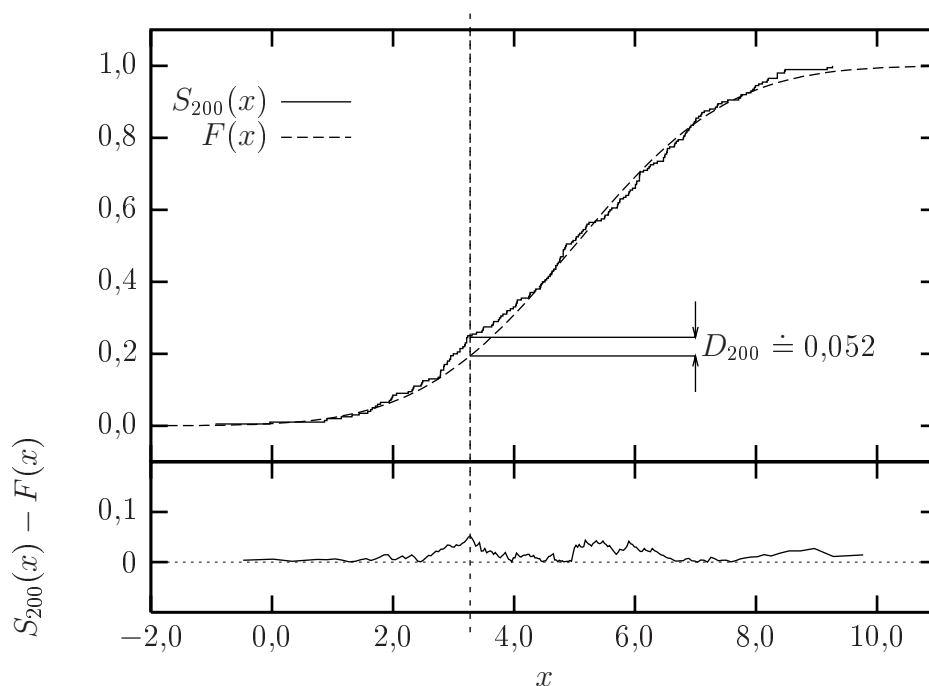
D_N je náhodná proměnná, která má za předpokladu platnosti hypotézy o rozdělení $F(x)$ asymptotickou distribuční funkci

$$F_K(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} P \left[\sqrt{N} D_N < z \right] = 1 - 2 \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} e^{-2r^2 z^2}. \quad (6)$$

Průběh funkce $F_N(z)$ je znázorněn na obrázku 97, přičemž se předpokládá, že proměnná $\sqrt{N} D_N$ má asymptotické rozdělení 6 s dostatečnou přesností už při $N \geq 80$. Hodnotu $\sqrt{N} D_N$ testujeme, vyjde-li příliš velká, zamítneme hypotézu o rozdělení dat podle funkce $F_K(z)$. Tedy pro

$$\sqrt{N} D_N > z_\alpha, \quad \text{kde } F_K(z_\alpha) = 1 - \alpha, \quad (7)$$

zamítneme hypotézu s rizikem α . Jako příklad je na obrázku 99 zobrazena empirická distribuční funkce $S_{200}(x)$ vytvořená z 200 bodů a teoretická distribuční funkce $F(x)$. Funkce $F(x)$ představuje normální distribuční funkci



Obrázek 99: Příklad použití Kolmogorova–Smirnovova testu. Funkce $F(x)$ je normální distribuční funkce. Empirická distribuční funkce je tvořená 200 body.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, \quad (8)$$

s parametry $\mu = 5$ a $\sigma = 2$. V tomto konkrétním případě je největší rozdíl mezi empirickou a distribuční funkcí v bodě $x = 3,275$. Velikost tohoto rozdílu $D_{200} = 0,052$. Hodnotu z_α pak vypočteme následujícím způsobem:

$$z_\alpha = \sqrt{200} D_N = \sqrt{200} 0,052 \doteq 0,735. \quad (9)$$

Použitím funkce $F_K(z)$ pak určíme výslednou hladinu významnosti α :

$$\alpha = 1 - F_K(z_\alpha) \doteq 1 - 0,348 \doteq 0,652. \quad (10)$$

Můžeme tedy říci, že riziko 65,2% je při zamítnutí hypotézy, že empirická distribuční funkce $S_{200}(x)$ odpovídá teoretické distribuční funkci $F(x)$ je příliš velké.

Hodnota $F_K(z_\alpha)$ je v práci označována jako výsledek Kolmogorova–Smirnovova testu. V tabulkách bývá hodnota označena „K–S“.

Kolmogorův–Smirnovův test lze použít i v případě, že máme dvě empirické distribuční funkce $S_{N_1}^1(x)$ a $S_{N_2}^2(x)$ a testujeme jejich shodnost. V tomto případě se opět určí maximální velikost absolutního rozdílu testovaných distribučních funkcí

$$D_N = \max_x |S_{N_1}^1(x) - S_{N_2}^2(x)|. \quad (11)$$

Dále se postupuje stejně jako v případě testu s teoretickou distribuční funkcí, pouze s tou obměnou, že jako N se vezme

$$N = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}. \quad (12)$$

Interpretace $F_K(z_\alpha)$ výsledku zůstává stejná.

B Korelační test

Abychom mohli definovat korelační koeficient, je třeba zavést standardní statistické veličiny [16, 17]. Mějme tedy spojitou náhodnou veličinu ξ s hustotou pravděpodobnosti $f_\xi(x)$. Pak je její střední hodnota $E(\xi)$ definována vztahem:

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x) dx, \quad (13)$$

jestliže tento výraz existuje. Pro zadanou funkci $g(\xi)$ je střední hodnota

$$E[g(\xi)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_\xi(x) dx. \quad (14)$$

Disperzi označíme střední hodnotu kvadrátů odchylek od střední hodnoty náhodné veličiny ξ :

$$D(\xi) = E\{[x - E(\xi)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(\xi)]^2 f_\xi(x) dx. \quad (15)$$

Pro disperzi se obvykle užívá označení σ^2 , kde σ se nazývá střední kvadratická odchylka. Definujme ještě moment řádu k náhodné veličiny ξ vzhledem k číslu c , jako následující střední hodnotu

$$E[(\xi - c)^k]. \quad (16)$$

Při hodnoty $c = 0$ mluvíme o algebraických momentech, při $c = E(\xi)$ mluvíme o centrálních momentech.

Pojem středních hodnot (13, 14) a momentu (16) lze zobecnit pro vícerozměrnou náhodnou proměnnou. Pro naši potřebu stačí náhodný vektor $\boldsymbol{\xi}$ s dvěma komponentami (ξ_1, ξ_2) , které nabývají hodnot (x_1, x_2) s hustotou pravděpodobnosti $f_\xi(x_1, x_2)$. Střední hodnotu funkce $h(\xi_1, \xi_2)$ definujeme analogicky k (14)

$$E[h(\xi_1, \xi_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, x_2) f_\xi(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (17)$$

Dosadíme-li postupně za funkci $h(\xi_1, \xi_2)$ mocniny ξ_1 a ξ_2 , dostaneme analogicky k (16) momenty $\boldsymbol{\xi}$. První dvojice algebraických momentů jsou tedy

$$E[\xi_1] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 f_\xi(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (18)$$

$$E[\xi_2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_2 f_\xi(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (19)$$

Druhé centrální momenty, což jsou disperse komponent ξ_1 a ξ_2 , můžeme zapsat

$$D(\xi_1) = \sigma_1^2 = E\{[\xi_1 - E(\xi_1)]^2\}, \quad D(\xi_2) = \sigma_2^2 = E\{[\xi_2 - E(\xi_2)]^2\}. \quad (20)$$

Smíšený druhý centrální moment vyjde ve tvaru:

$$D(\xi_1, \xi_2) = E \{ [\xi_1 - E(\xi_1)] [\xi_2 - E(\xi_2)] \} = E(\xi_1 \xi_2) - E(\xi_1) E(\xi_2), \quad (21)$$

což se značí jako kovariance ξ_1 a ξ_2 , nebo korelační moment. Korelační koeficient $\rho(\xi_1, \xi_2)$ dvou náhodných veličin ξ_1 a ξ_2 je definován vztahem

$$\rho(\xi_1, \xi_2) = \frac{D(\xi_1, \xi_2)}{\sqrt{D(\xi_1) D(\xi_2)}} = \frac{D(\xi_1, \xi_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (22)$$

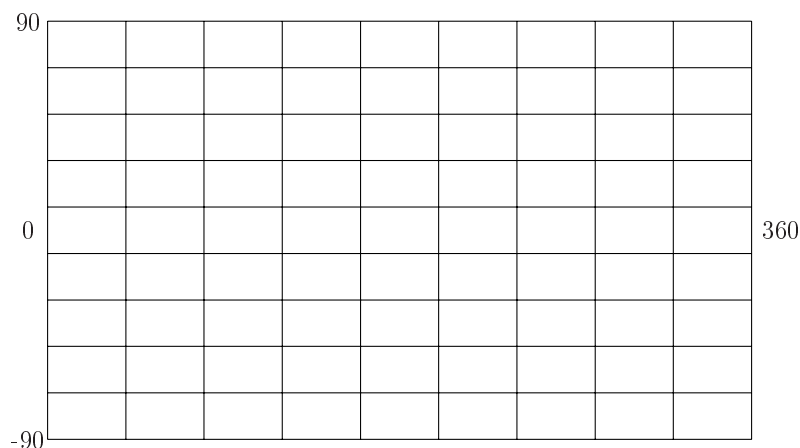
který nabývá hodnot z intervalu $[-1, 1]$. Jsou-li dvě náhodné veličiny ξ_1 a ξ_2 nezávislé, je $E(\xi_1 \xi_2) = E(\xi_1) E(\xi_2)$, takže podle (21) musí být $\rho(\xi_1, \xi_2) = 0$. V tom případě rozdělení proměnné ξ_1 nezávislé na hodnotě ξ_2 a naopak. V případě, závisí rozdělení ξ_1 na hodnotách ξ_2 . Úplná korelace nastává pro $|\rho(\xi_1, \xi_2)| \rightarrow 1$.

C Hammerovo zobrazení

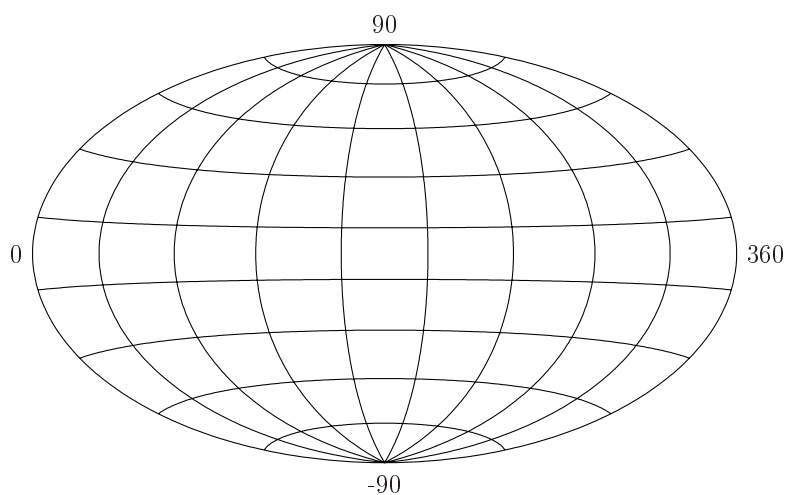
V práci je na některých obrázcích zobrazována sféra do roviny. Vždy se tak děje pomocí Hammerova nepravého azimutálního zobrazení. Lze ho vyjádřit pomocí transformačních rovnic:

$$x = \frac{2\sqrt{2}r \cos \delta \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 + \cos \delta \cos \frac{\alpha}{2}}} \quad y = \frac{\sqrt{2}r \sin \delta}{\sqrt{1 + \cos \delta \cos \frac{\alpha}{2}}}, \quad (23)$$

kde δ je šířková, α délková souřadnice a r je poloměr zobrazení (měřítko). Výsledné zobrazení je plochojevné. Mapa má tvar elipsy, přičemž póly se zobrazují jako body. Obrázek 100 je pravoúhlá síť souřadnic (α, δ) , které se Hammerovou projekcí zobrazí na (x, y) , jak je znázorněno na obrázku 101.



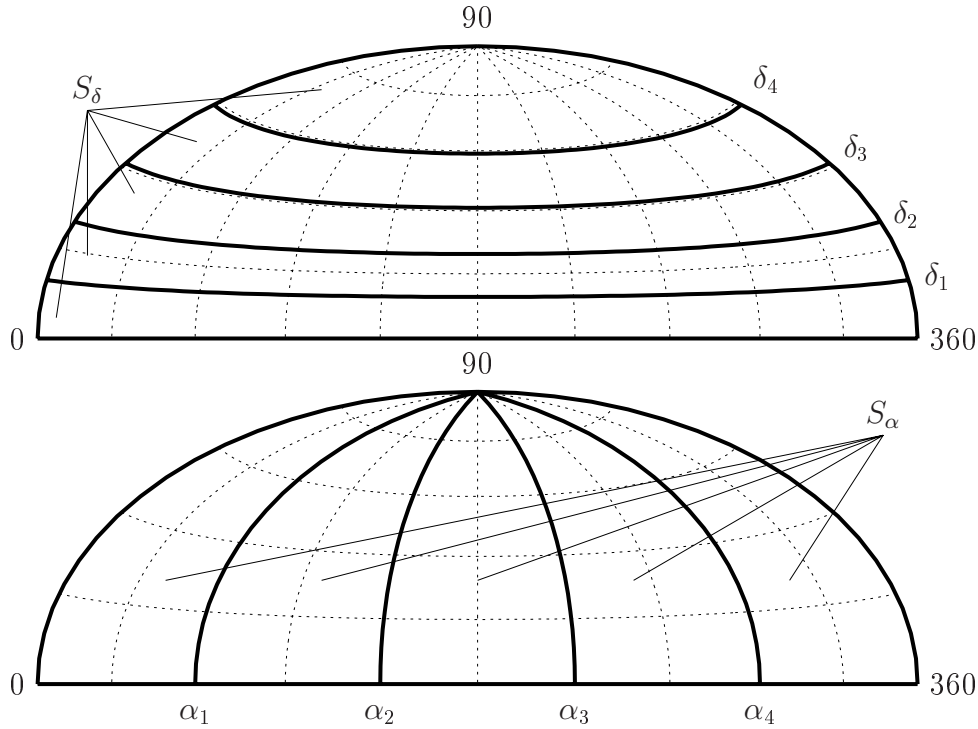
Obrázek 100: Pravoúhlá síť souřadnic (α, δ) . Tangenciální zobrazení.



Obrázek 101: Zobrazení souřadnicových křivek při projekci (23).

D Histogram na sféře

Vyšetřujeme-li rozdělení bodů na sféře podél souřadnic α a δ musíme sféru rozdělit podél souřadnicových křivek na plochy o stejné velikosti. V těchto plochách můžeme body počítat a zkonstruovat pro každou souřadnici histogram.



Obrázek 102: Schéma k histogramu na sféře.

Se souřadnicí α není problém. Zaručíme-li konstantní krok Δ_α , budou příslušné plochy konstantní velikosti:

$$S_{\alpha, \alpha + \Delta_\alpha} = \int_\alpha^{\alpha + \Delta_\alpha} \int_0^{\pi} \cos(\delta) d\delta d\alpha = 2\pi \Delta_\alpha. \quad (24)$$

V souřadnici δ je dělení povrchu sféry o málo komplikovanější. Plochu mezi dvěma souřadnicovými křivkami δ_1 a δ_2 můžeme vyjádřit následujícím způsobem:

$$S_{\delta_1 \delta_2} = \int_0^{2\pi} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \cos(\delta) d\delta d\alpha. \quad (25)$$

Předpokládejme, že chceme sféru rozdělit podél souřadnice δ na N dílů o stejné ploše. Vzhledem k symetrii můžeme řešit pouze 1/2 sféry. Náš problém se tedy redukuje na určení souřadnic

$$\delta_1, \dots, \delta_{N-1},$$

příčemž krajní body jsou pevné:

$$\begin{aligned}\delta_0 &= 0, \\ \delta_N &= \pi/2.\end{aligned}$$

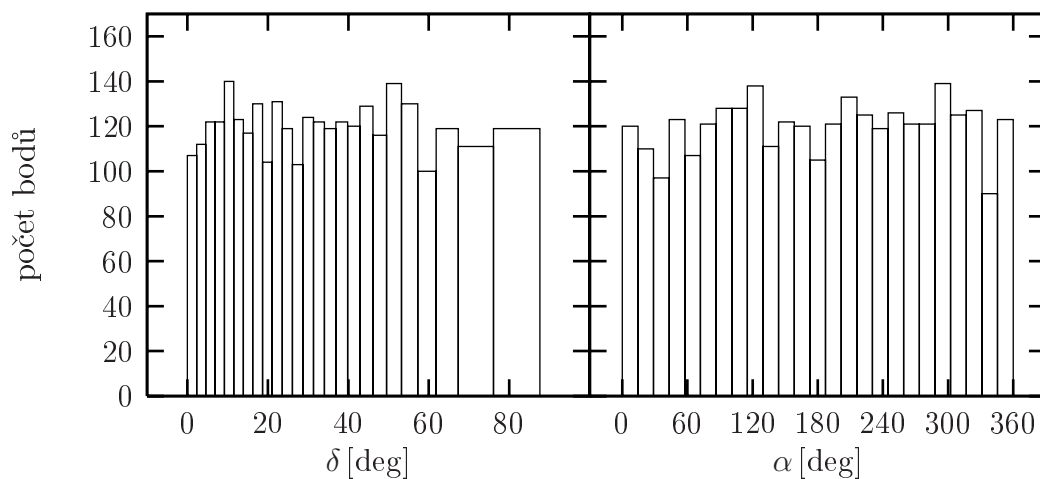
Podmínku konstantní plochy vyjádříme soustavou jednoduchých rovnic

$$S_{\delta_i \delta_{i+1}} = \frac{2\pi}{N} \quad \text{pro } i = [0, N - 1], \quad (26)$$

jejich řešením dostaneme ohraničující souřadnice:

$$\delta_i = \arcsin \frac{i}{N}. \quad (27)$$

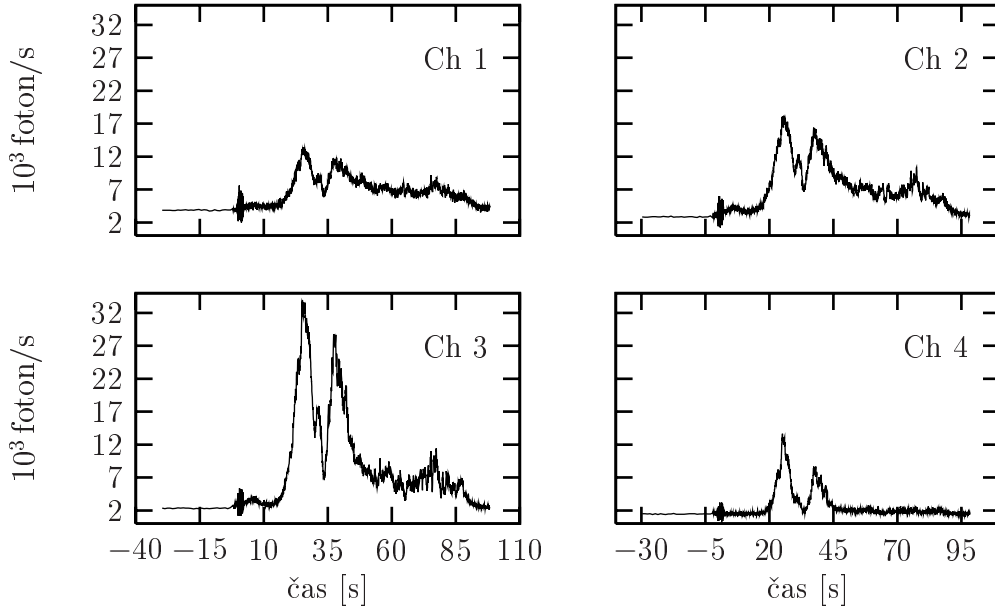
Příklad výše popsaného schématu zobrazuje obrázek 103, na kterém je znázorněn histogram z 3000 bodů rovnoměrně rozdělených na sféře. Souřadnice δ byla v testu transformována jako $|\delta|$. Počet buněk v histogramu je $N = 25$.



Obrázek 103: Histogram náhodných 3000 bodů na sféře v souřadnicích φ a ϑ .

E Definice některých použitých veličin a pojmů

V práci jsou použity některé pojmy a veličiny, které nejsou v astronomii úplně běžné. Těmto pojmům, veličinám a vztahům mezi nimi je proto věnována samostatná příloha.



Obrázek 104: Počet částic detekovaných za jednotku času jednotlivými kanály detektorů BATSE. Použitá data jsou pro záblesk gama GRB990123 [91].

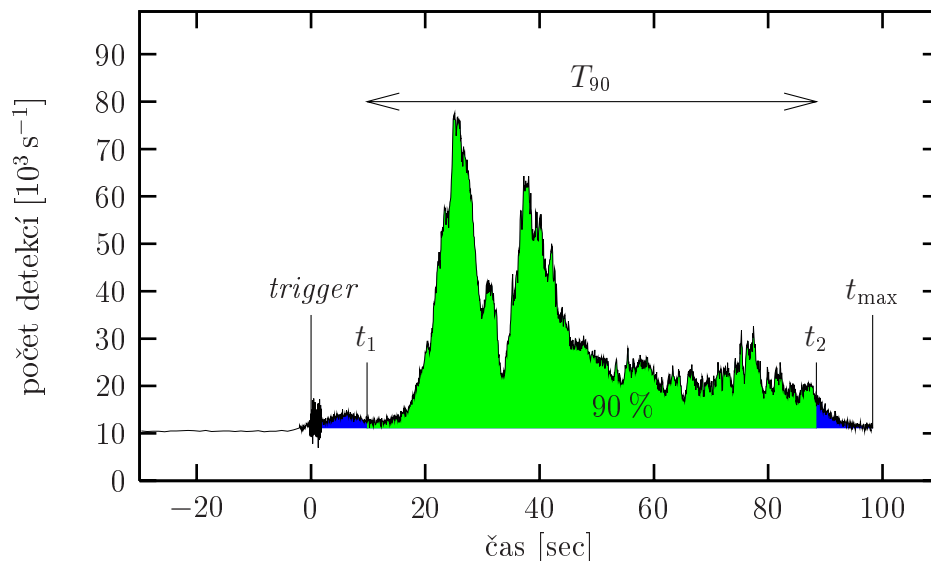
E.1 *trigger* (spoušť)

Jako *trigger* (spoušť) se označuje okamžik, kdy v detektorech BATSE nastanou podmínky, které jsou považovány za *počátek* záblesku gama. Tyto podmínky se během provozu BATSE měnily; sestávají se z počtu detektorů a energetického toku, kterého musí být na detektoru dosaženo. Jednotlivé *triggery* se číslují vzestupně. Ne každý *trigger* je nakonec klasifikován jako počátek záblesku gama.

E.2 *flux* (tok)

BATSE detekuje fotony ve čtyřech různých energetických kanálech. Přehled rozsahů jednotlivých kanálů je uveden v tabulce 1 na straně 39. Na obrázku 104 je uvedena závislost počtu detekovaných fotonů na čase pro GRB990123 [91]. Počet detekovaných částic se integruje během 64 ms, 256 ms a 1024 ms a je tedy vztažen na jednotku času. Uvedená data jsou pro integrační dobu 64 ms. Taktéž ve zbytku práce je použita výhradně hodnota integrační doby $t = 64$ ms. Označíme počet detekovaných fotonů $n_i(t)$, kde i označuje energetický kanál BATSE. Počet detekovaných fotonů je normován na plochu detektoru, má tedy rozměr $\text{foton cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

V katalogu BATSE je F , tedy *flux* (tok), definován jako maximum z funkce $n_2(t) + n_3(t)$ vztažené na plochu detektoru. Jednotkou toku je potom foton $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Energie fotonů, jejichž počet tok uvádí je tedy definována rozsahem použitých kanálů. V případě kanálů 2 a 3 je rozsah od 50 keV do 0,3 MeV.



Obrázek 105: Počet detekovaných částic v závislosti na čase pro záblesk gama GRB990123. Jedná se o součet přes všechny čtyři energetické kanály detektorů družice BATSE. Úroveň pozadí byla odhadnuta z hodnot před *triggerem*.

Na obrázku 106 je znázorněno energiové spektrum záblesku GRB990123, resp. jeho fit⁵¹⁾. Fitované body, které na grafu nejsou vyznačeny, pochází jak z BATSE tak z ostatních detekčních zařízení CGRO. Vzhledem k jejich rozdílné spektrální citlivosti je funkce $n(\mathcal{E})$ vztažena na jednotku energie. Na zmíněném obrázku je vyznačen rozsah BATSE kanálů 2 a 3. Jejich hraniční hodnoty jsou \mathcal{E}_1 a \mathcal{E}_2 a střední hodnota $\bar{\mathcal{E}}$. Celkovou energii detekovanou kanálem 2 a 3 můžeme spočítat integrálem

$$\mathcal{E}_{2,3} = \int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}_2} n(\mathcal{E}) \mathcal{E} d\mathcal{E}. \quad (28)$$

Pro jednoduchost můžeme funkci $n(\mathcal{E})$ mezi hodnotami \mathcal{E}_1 a \mathcal{E}_2 považovat za konstantní a její hodnotu označit jako n_0 .⁵²⁾ Dostaneme

$$\int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}_2} n_0 \mathcal{E} d\mathcal{E} = n_0 \frac{\mathcal{E}_2^2 - \mathcal{E}_1^2}{2}. \quad (29)$$

⁵¹⁾ O fitované funkci je více na straně 23.

⁵²⁾ Hodnota n_0 je složena ze dvou hodnot, které přísluší kanálu 2 a 3. Jemnější energiové rozlišení z BATSE nemáme.

Označíme-li rozdíl uvažovaných hraničních energií jako $\Delta\mathcal{E}$ a jejich střední hodnotu jako $\bar{\mathcal{E}}$, tedy

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = \Delta\mathcal{E} \quad \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{2} = \bar{\mathcal{E}}. \quad (30)$$

Dostaneme

$$\mathcal{E}_{1,2} = \int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}_2} n(\mathcal{E})\mathcal{E} d\mathcal{E} = n_0\bar{\mathcal{E}}\Delta\mathcal{E}. \quad (31)$$

Výraz $n_0\bar{\mathcal{E}}\Delta\mathcal{E}$ reprezentuje celkovou energii detekovanou BATSE na energetickém kanále 2 a 3. Pro limitní případ, kdy $\Delta\mathcal{E} \rightarrow 0$ dostaneme

$$n(\mathcal{E})\mathcal{E}^2 d\mathcal{E}. \quad (32)$$

Funkci $n(\mathcal{E})\mathcal{E}^2$, který je pro případ záblesku GRB990123 znázorněna na obrázku 106, lze použít k odhadu energie, kde záblesk gama maximálně vyzařuje. Ve frekvenční reprezentaci je obdobou νf_ν , kde f_ν je frekvenční spektrum.

E.3 doba trvání záblesků gama (T_{90})

Časový interval T_{90} přináší informaci o délce trvání záblesku gama, resp. je to doba, za kterou se absorbuje 90 % z celkového počtu detekovaných částic. Je odvozen z toku ve všech čtyřech kanálech BATSE, tedy z funkce

$$n_\Sigma(t) = \Sigma_{i=1}^4 n_i(t). \quad (33)$$

Označíme N_Σ jako počet všech detekovaných částic během záblesku, tedy počet detekovaných částic mezi okamžiky *trigger* a t_{\max} . Můžeme psát:

$$\int_{\text{trigger}}^{t_{\max}} n_\Sigma(t) dt = N_\Sigma, \quad (34)$$

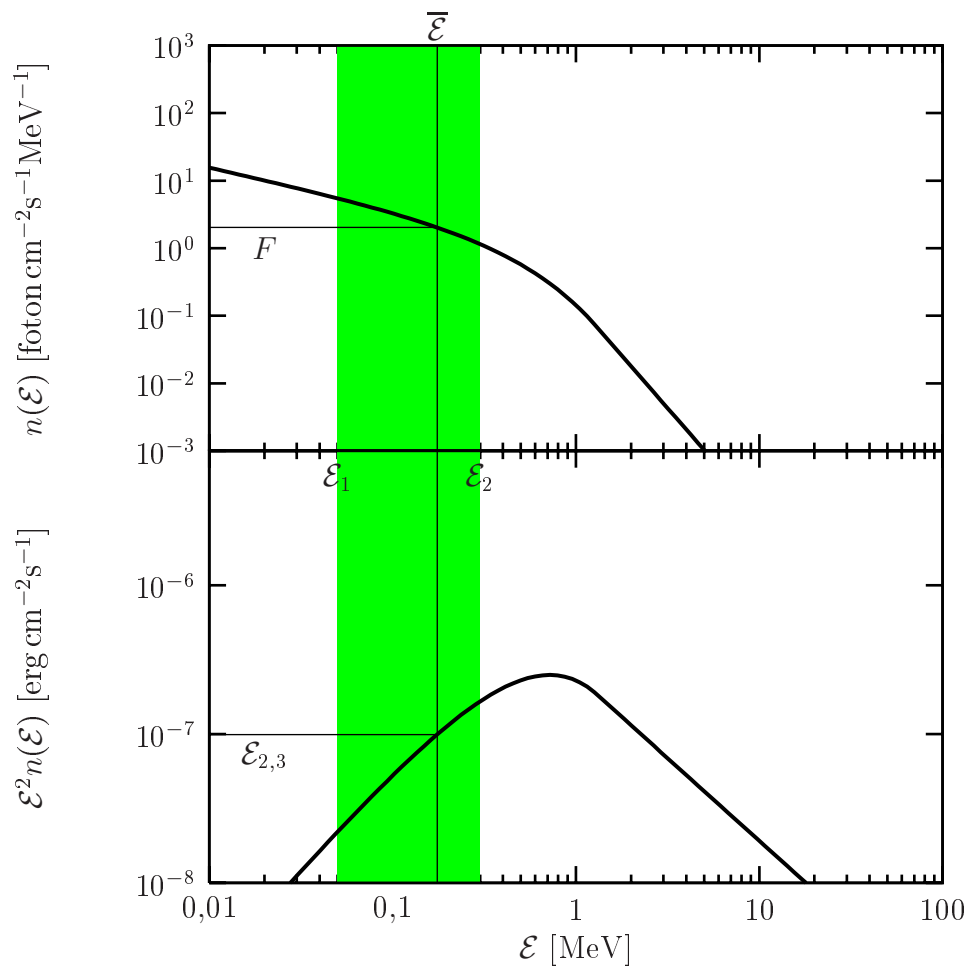
kde t_{\max} je okamžik, kdy tok v detektorech klesne na úroveň pozadí. Dobu trvání záblesku gama, časový interval T_{90} , definujeme

$$T_{90} = t_2 - t_1, \quad (35)$$

kde t_1 a t_2 reprezentují okamžiky, mezi kterými se v detektorech absorbovalo 90 % z celkového počtu částic, tedy z počtu, který detektory absorbovaly od *triggeru* do t_{\max} . Vyjádřeno integrálem:

$$\int_{t_1}^{t_2} n_\Sigma(t) dt = 0,9N_\Sigma. \quad (36)$$

Hodnota t_1 reprezentuje okamžik, do kterého se detekuje 5 % z celkového počtu částic, tedy



Obrázek 106: Fitované spektrum záblesku gama GRB990123 (převzato z [6]). Fitované body, které na grafu nejsou vyznačeny, pochází jak z BATSE tak z ostatních detekčních zařízení CGRO. O fitované funkci je více na straně 23.

$$\int_{trigger}^{t_1} n_{\Sigma}(t) dt = 0,05 N_{\Sigma}. \quad (37)$$

Podobně t_2 je okamžik, od kterého se až do „konce“ záblesku gama detekuje 5% z celkového počtu částic:

$$\int_{t_2}^{t_{max}} n_{\Sigma}(t) dt = 0,05 N_{\Sigma}. \quad (38)$$

Funkce $n_{\Sigma}(t)$ je pro záblesk gama GRB990123 uvedena na obrázku 105. Jsou zde vyznačeny okamžiky $trigger$, t_1 , t_2 i t_{max} . Taktéž je zde zvýrazněn interval T_{90} .

E.4 *fluence*

Veličina *fluence* reprezentuje celkovou energii záblesku gama detekovanou jednotlivými kanály BATSE. Označuje se symbolem f_i , kde i představuje označení příslušného kanálu:

$$f_i = \int_{t_1}^{t_2} n_i(t) \overline{\mathcal{E}}_i dt. \quad (39)$$

Časové hranice t_1 a t_2 jsou definovány v odstavci E.3. Veličina $\overline{\mathcal{E}}_i$ představuje střední hodnotu energie v i -tém kanále⁵³⁾. Jednotkou *fluence* je erg cm^{-2} .

⁵³⁾ Energiové rozsahy jednotlivých kanálů jsou uvedeny v tabulce 1.



Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Jiří Polcar

KORELACE ZÁBLESKŮ GAMA ZÁŘENÍ
DETEKOVANÝCH DRUŽICÍ CGRO-BATSE
A POZOROVANÝCH SUPERNOV

Verze: Date: 2004/09/06 12:58:15 Revision: 1.155

Jako pozadí obrázku na obálce nenormované verze byla použita fotografie souhvězdí Labutě pořizena pro Canadian Galactic Plane Survey dr. Jayanne Englishovou (U. Manitoba) s podporou dr. A. Russe Taylora (U. Calgary).
Obrázek na obálce navrhl a graficky upravil David Nečas.

Publikace obsahuje 106 obrázků a 58 tabulek na 194 stranách.