

Úvod do fyziky hvězdných soustav

Bonusový příklad (4. březen 2008)

Zadání:

Těsná dvojhvězda se skládá ze dvou složek, bílého trpaslíka s hmotností 1 hmotnosti Slunce a podobra o hmotnosti 0,5 hmotnosti Slunce, který vyplňuje svůj rocheovský prostor. Předpokládáme kruhové dráhy obou složek, jejichž vzdálenost je $a = 10^9$ m.

1. Nalezněte oběžnou dobu.
2. Určete rychlosti obou složek
3. Zpočítejte polohu Lagrangeova bodu L_1
4. Kvalitativně odhadněte změny velké poloosy a oběžné doby dvojhvězdy, jestliže předpokládáme kvázistacionární přenos látky od podobra k bílému trpaslíku.

Řešení:

1. Oběžnou dobu stanovíme z III. Keplerovho zákona:

$$P_{orb} = \left(\frac{4\pi^2 a^3}{G(M_1 + M_2)} \right)^{1/2} = 3,9 \text{ hod}$$

2. Rychlosti složek jsou:

$$v_1 = M_2 \left(\frac{G}{a(M_1 + M_2)} \right)^{1/2} = 149 \text{ km.s}^{-1} \quad v_2 = M_1 \left(\frac{G}{a(M_1 + M_2)} \right)^{1/2} = 298 \text{ km.s}^{-1}$$

3. Vzdálenost bodu L_1 od bílého trpaslíka (M_1)

$$l_1 = a \left(0,5 + 0,227 \cdot \log \frac{M_1}{M_2} \right) = 5,7 \cdot 10^8 \text{ m}$$

4. Pokud předpokládáme kvázistacionární konzervativní přenos látky, platí, že při přenosu hmoty od složky s menší hmotností ke složce s větší hmotností oběžná doba narůstá a zvětšuje se velká poloosa dvojhvězdy.

$$a(x) \sim \frac{1}{16} \frac{a_{min}}{[x(1-x)]^2} \quad P(x) \sim \frac{1}{64} \frac{P_{min}}{[x(1-x)]^3} \quad x = \frac{M_1}{M_1 + M_2} > 0,5$$