



MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV TEORETICKÉ FYZIKY A
ASTROFYZIKY



Analýza světelné křivky proměnné hvězdy typu RR Lyrae

Bakalářská práce
Jakub Dolinský

Vedoucí práce: Mgr. Marek Skarka, Ph.D.

Brno 2015

Bibliografický záznam

Autor: Jakub Dolinský
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Název práce: Analýza světelné křivky proměnné hvězdy typu RR Lyrae

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astrofyzika

Vedoucí práce: Mgr. Marek Skarka, Ph.D.

Akademický rok: 2014/2015

Počet stran: 7+38

Klíčová slova: Pulzující proměnná hvězda; RR Lyrae; Světelná křivka; CCD; XZ UMi; Blažkův jev

Bibliografický záznam

| | |
|--------------------------|--|
| Autor: | Jakub Dolinský Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky |
| Názov práce: | Analýza svetelnej krivky premennej hviezdy typu RR Lyrae |
| Štúdijný program: | Fyzika |
| Štúdijný obor: | Astrofyzika |
| Vedúci práce: | Mgr. Marek Skarka, Ph.D. |
| Akademický rok: | 2014/2015 |
| Počet strán: | 7+38 |
| Kľúčové slová: | Pulzujúca premenná hviezda; RR Lyrae; Svetelná krivka; CCD; XZ UMi; Blažkov jav |

Bibliographic Entry

Author: Jakub Dolinský
Faculty of Science, Masaryk University
Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of Thesis: Analysis of light curve of RR Lyrae type star

Degree programme: Physics

Field of Study: Astrophysics

Supervisor: Mgr. Marek Skarka, Ph.D.

Academic Year: 2014/2015

Number of Pages: 7+38

Keywords: Pulsating variable star; RR Lyrae; Light curve; CCD;
XZ UMi; Blazhko effect

Abstrakt

Táto bakalárska práca sa zaoberá štúdiom málo preskúmanej pulzujúcej premennej hviezdy typu RR Lyrae, XZ UMi. Analýzou fotometrických dát získaných na observatóriu Masarykovej univerzity v Brne, ktoré boli skalibrované na štandardný Johnsonov fotometrický systém, sa upresnila jej súčasná perióda a došlo k objavu Blažkovho javu, ktorý dosiaľ pri tejto hviezde nebol známy. Períodovou analýzou dát z prehliadky NSVS bola odhadnutá i Blažková perióda na 41,3 dní. Svetelná krivka bola namodelovaná prostredníctvom goniometrického polynómu. Zo získaných Fourierových koeficientov sa následne odhadli predbežné hodnoty základných fyzikálnych parametrov hviezdy, ktoré preukazujú, že XZ UMi sa radí medzi priemerné hviezdy typu RR Lyrae.

Abstrakt

Tato bakalářská práce pojednává o studiu málo prozkoumané pulzující proměnné hvězdy typu RR Lyrae, XZ UMi. Analýzou fotometrických dat získaných na observatoři Masarykovy univerzity v Brně, která byla zkalibrována na standardní Johnsonův fotometrický systém, se upřesnila její současná perioda a došlo k objevu Blažkova jevu, který doposud nebyl u této hvězdy známý. Periodovou analýzou dat z přehledky NSVS byla odhadnuta i Blažkova perioda na 41,3 dní. Světelná křivka byla namodelována prostřednictvím goniometrického polynomu. Ze získaných Fourierových koeficientů se následně odhadly předběžné hodnoty základních fyzikálních parametrů hvězdy, které poukazují na to, že se XZ UMi řadí mezi průměrné hvězdy typu RR Lyrae.

Abstract

This bachelor thesis deals with a poorly studied RR Lyrae pulsating variable star XZ UMi. Photometric Measurements, which were got on Masaryk university observatory in Brno, were calibrated on the standard Johnson photometric system. Based on these data, actual pulsation period was estimated and Blazhko effect, unknown for this star so far, was detected. The Blazhko period of 41.3 days was determined via period analysis of the data from NSVS survey. Data were modeled with a goniometric polynom. Finally, using obtained Fourier coefficients, preliminary values of the basic physical parameters of the star were computed. According to these parameters, XZ UMi is a common RR Lyrae type star.

**Místo tohoto listu vložte kopii oficiálního
(podepsaného) zadání práce.**

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som chcel poďakovať predovšetkým vedúcemu práce Mgr. Marekovi Skarkovi, Ph.D. za jeho rady, usmernenie a čas, ktorý mi venoval pri písaní tejto bakalárskej práce. Ďalej by som rád poďakoval spolupozorovateľom, ktorí dohliadli na moju prácu na observatóriu MUO a dopomohli mi k získaniu dostatočného množstva dát. V neposlednom rade ďakujem mojej priateľke Zuzke, ktorá ma psychicky podporila v ťažších okamihoch a tiež ďalším ľuďom, ktorí pri mne stáli.

Prehlásenie

Prehlasujem, že som svoju bakalársku prácu vypracoval samostatne s využitím informačných zdrojov, ktoré sú v práci citované.

Brno 21. mája 2015

.....
Meno Priezvisko

Obsah

| | |
|---|-----------|
| Úvod | 8 |
| 1 Hviezdy typu RR Lyrae | 9 |
| 1.1 Vývoj hviezd s nízkou hmotnosťou po horizontálnu vetvu obrov..... | 9 |
| 1.2 Mechanizmus pulzácií..... | 10 |
| 1.2.1 Radiálne pulzácie, pás nestability..... | 11 |
| 1.2.2 Typy hviezdnych pulzácií..... | 14 |
| 1.3 Hviezdy typu RR Lyrae ako premenné hviezdy..... | 15 |
| 1.3.1 Podtypy RR Lyrae..... | 16 |
| 1.3.2 Blažkov jav..... | 18 |
| 2 Metódy výskumu premenných hviezd | 20 |
| 2.1 CCD fotometria..... | 20 |
| 2.1.1 Kalibrácia snímok..... | 21 |
| 2.1.2 Fotometrické systémy..... | 22 |
| Johnsonov medzinárodný systém <i>UBV</i> a jeho rozšírenie..... | 22 |
| 2.1.3 Diferenciálna fotometria a farebná kalibrácia..... | 23 |
| Stanovenie kalibračných koeficientov..... | 24 |
| 2.2 Svetelné elementy a svetelná krivka..... | 24 |
| 2.3 Hľadanie periód..... | 25 |
| 2.4 <i>O-C</i> diagram..... | 26 |
| 2.5 Vzťahy pre výpočet fyzikálnych parametrov..... | 26 |
| 3 Spracovanie nameraných dát | 29 |
| 3.1 Voľba skúmanej premennej hviezdy..... | 29 |
| 3.2 Pozorovanie a voľba porovnávacích hviezd..... | 30 |
| 3.3 Farebná kalibrácia nameraných dát..... | 31 |
| 3.4 Určenie pulzačnej periódy..... | 33 |
| 3.5 Určenie okamihov extrémov..... | 34 |
| 3.6 Analýza svetelnej krivky..... | 35 |
| 3.7 Blažkov jav..... | 39 |
| Záver | 42 |
| Použitá literatúra | 43 |

Úvod

Ľudia si už dávno v histórii všimli niektoré neobyčajné hviezdy, ktoré sa líšili od iných. Prejavovalo sa to obvykle tak, že sa na oblohe zjavila nová hviezda, ktorá po čase znova zmizla a objavila sa až po nejakom čase alebo nikdy. Jednu z prvých premenných hviezd zaznamenali čínski astronómovia, keď pozorovali výbuch supernovy v súhvezdí býka v roku 1054. V Európe ovplyvnenej Aristotelovou filozofiou bola však existencia premenných hviezd dlho potláčaná. Bolo priam absurdné, aby sa v sfére stálic prejavovali nejaké zmeny. Výrazné premenné hviezdy, akými boli novy či supernovy boli považované za optickú ilúziu alebo atmosférický jav. Až v roku 1572 dánsky astronóm Tycho Brahe zaznamenal prvú svetelnú krivku supernovy v súhvezdí Kasiopea s tým, že sa domnieval, že nejde o atmosférický jav, ale o úkaz, ktorý sa odohral ďaleko v sfére hviezd.

Neskôr začali premenné hviezdy priťahovať pozornosť stále viacej astronómov a presvedčenie o ich reálnej existencii silnelo. Časom, ako sa rozvinul ich výskum, sa zistilo, že ich premennosť môže byť založená na rôznych mechanizmoch a hviezdy sa roztriedili do rôznych typov podľa spoločných znakov, ktoré sa dali vyčítať predovšetkým zo svetelnej krivky.

Jedným z množstva typov premenných hviezd sú aj pulzujúce premenné hviezdy typu RR Lyrae. Do tejto triedy spadá aj hviezda, ktorú som si vybral ako cieľ svojej práce, XZ UMi. Ide o hviezdu v pokročilom štádiu vývoja, ktorá leží v Hertzsprungovom – Russelovom diagrame na horizontálnej vetve obrov, v páse nestability. Nakoľko išlo o veľmi málo preskúmanú hviezdu, bola vďaka objektom pre výskum, v rámci ktorého som nazbieral dostatok dát pre periódovú analýzu a konštrukciu fázovej krivky hviezdy. Ďalšou analýzou dát regresnou metódou som odhadol fyzikálne parametre hviezdy a odhalil prítomnosť Blažkovho javu.

Práca je rozdelená do troch hlavných podcelkov. V prvom sa venujem typu premenných hviezd RR Lyrae vo všeobecnosti, od vývoja hviezdy po horizontálnu vetvu obrov, cez fyzikálne charakteristiky po mechanizmus pulzácií a rôzne podtypy RR Lyrae. V ďalšom podcelku sú popísané metódy získania a spracovania dát, od CCD techniky a práce s ňou, cez farebnú kalibráciu až po analýzu získaných dát. V treťom podcelku, ktorý zahŕňa tretiu kapitolu a záver, prezentujem výsledky mojej práce od popisu pozorovaní až po určenie periódy modulácie.

Možno snáď povedať, že táto práca pokrýva prázdne miesto vo výskume a informáciách o hviezde XZ UMi, ale tiež otvára priestor pre ďalšiu prácu.

1 Hviezdy typu RR Lyrae

1.1 Vývoj hviezd s nízkou hmotnosťou po horizontálnu vetvu obrov

Hviezdy typu RR Lyrae sú vývojovou fázou hviezd s počiatočnou hmotnosťou 0,8 až 1,1 hmotností Slnka. V nasledujúcich riadkoch si stručne rozoberieme vývoj hviezd nižších hmotností počas pobytu na hlavnej postupnosti, cez odbočenie na vetvu obrov, až po ich usadenie na horizontálnej vetve obrov, na ktorej môžu začať pulzovať ako hviezdy typu RR Lyr (Mikulášek a Krtička, 2005). Tento vývoj je možné sledovať na obr. 1, na ktorom je farebný diagram guľovej hviezdokopy M15.

Doba pobytu menej hmotných hviezd na hlavnej postupnosti je oveľa dlhšia ako čas pobytu hmotnejších hviezd. Vychádza to i z priamej úmery $L \sim M^4$. Hviezdy s hmotnosťou Slnka vydržia na hlavnej postupnosti podľa Schallera et al. (1992) rádovo 10^9 rokov. Na začiatku pobytu na hlavnej postupnosti takáto hviezda pozostáva približne zo 70% vodíka a 28% hélia.

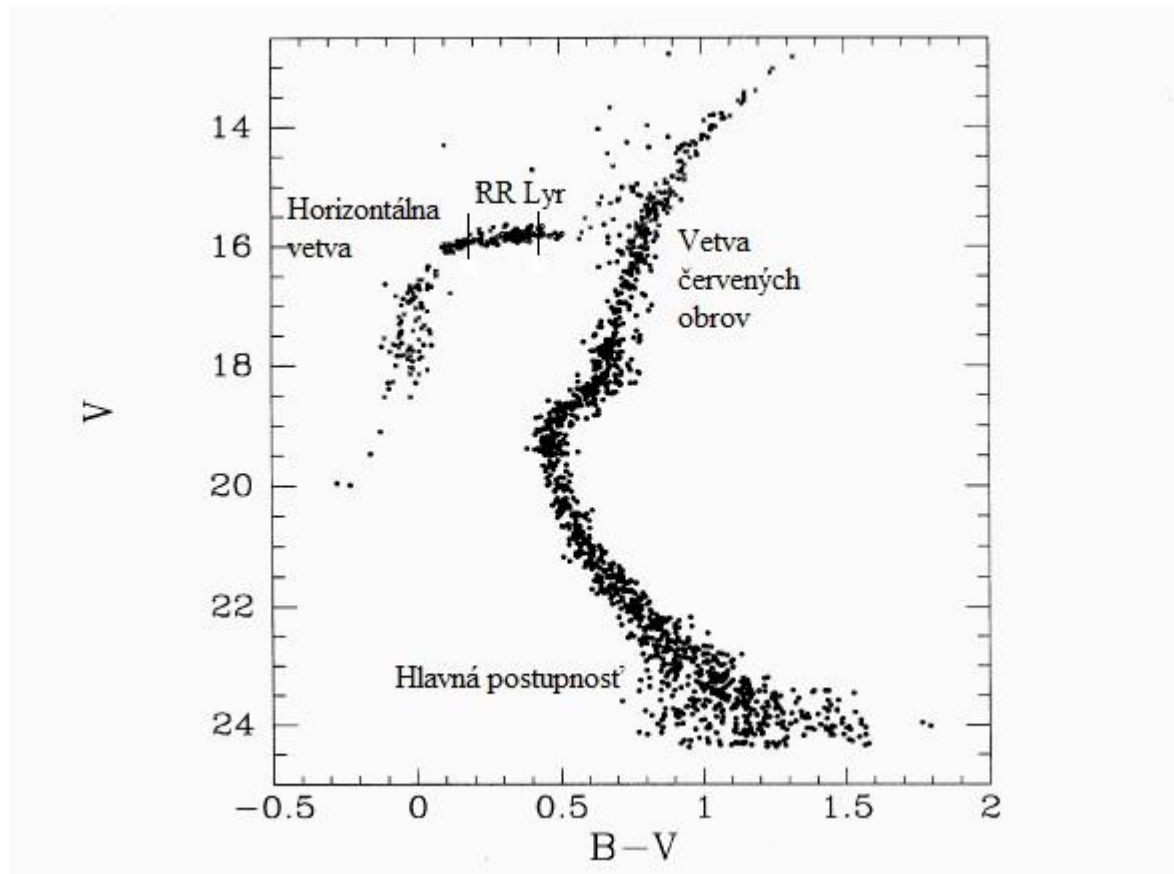
Takmer výhradným zdrojom žiarenia hviezd na hlavnej postupnosti je termonukleárna reakcia. Na začiatku vývoja je sústredená predovšetkým v jadre. Pri menej hmotných hviezdach prebieha prostredníctvom p-p reťazca. Je to stabilný a výdatný zdroj energie, vďaka čomu je život týchto hviezd pokojný a dlhý. Počas niekoľkých miliárd rokov, ako sa spaľuje v jadre vodík, sa odpad termonukleárnej reakcie – hélium, ukladá v jadre. Priebežne sa tak formuje héliové jadro. Hélium má vyššiu atómovú hmotnosť ako vodík. Ako rastie jeho zastúpenie v jadre, zvyšuje sa tým aj hustota jadra. Jadro sa stláča v dôsledku čoho sa zvyšuje jeho teplota. Vďaka tomuto sa zapáli zásoba vodíka obklopujúca jadro. Tento nový zdroj energie má vyšší výkon ako jadro, pričom postupne zásoba vodíka v jadre dohorieva a vodíkový obal jadra sa stáva hlavným miestom termonukleárnych procesov.

Výkon vodíkového obalu sa postupne zvyšuje, čo spôsobí, že hviezda sa začne rozpínať a presúva sa z hlavnej postupnosti na vetvu obrov. Súčasne je toto štádium vývoja spojené so silným hviezdnyim vetrom a stratou hmoty (až 0,2 hmotnosti Slnka, Reimers, 1975). Počas ďalšieho vývoja sa zvyšuje hustota jadra, čo má za následok jeho elektrónovú degeneráciu. S rastúcou hmotnosťou héliového jadra sa podľa úmery $T \sim M^{4/3}$ zvyšuje aj jeho teplota. Keď hmotnosť jadra presiahne 0,4 hmotnosti Slnka, dosiahne teplota jadra zápalnú teplotu héliových reakcií a dôjde k tzv. héliovému záblesku, počas ktorého začne v jadre horieť hélium v tzv. 3α procese. Podstata héliového záblesku spočíva v tom, že pri zapálení 3α procesu narastie v degenerovanom jadre vďaka jeho dobrej tepelnej vodivosti prudko teplota. Vzniknuté teplo sa však odvádza vodíkovým obalom okolo jadra veľmi pomaly a tak teplota jadra prekročí zakrátko teplotu elektrónovej degenerácie hélia v dôsledku čoho hélium nadobudne vlastnosti ideálneho plynu a prudko expanduje v hviezde. Celý dej prebehne vzhľadom na časovú škálu života hviezd v nepatrnom momente.

Potom, ako začne v jadre hviezdy horieť hélium, jadro expanduje, s čím poklesne i tempo vodíkových reakcií vo vodíkovom obale. Celkový žiarivý výkon hviezd sa tak zníži. Polomer hviezd dosiahne zhruba 6-násobok polomeru Slnka a hviezda sa dostáva v Hertzsprungovom-Russelovom diagrame (ďalej ako H-R diagrame) na horizontálnu vetvu obrov. Práve v tomto vývojovom štádiu môže

hviezda prechádzať oblasťou, kedy v hviezde dôjde k porušeniu hydrostatickej rovnováhy a začne pulzovať ako fyzická premenná hviezda typu RR Lyrae.

Keďže vývoj hviezd nízkych hmotností trvá i mnoho miliárd rokov, sú hviezdy typu RR Lyr staré hviezdy s nízkou metalicitou (podielom ťažších prvkov). Takéto hviezdy môžeme pozorovať v oblastiach vyznačujúcich sa prevahou starých objektov, ako je galaktické halo, galaktická výduť či guľové hviezdokopy.



Obrázok 1: H-R diagram guľovej hviezdokopy M15. Na zvislej osi je vizuálna pozorovaná hviezdna veľkosť, na vodorovnej osi je farebný index $B-V$. Prevzaté a upravené z Durrel & Harris (1993).

1.2 Mechanizmus pulzácie

Väčšina hviezd vo vesmíre je v stave hydrostatickej rovnováhy. Dostredivá gravitačná sila pôsobí proti odstredivej sile reprezentovanej gradientom tlaku plynu a žiarenia. Pokiaľ sa hviezda z tohto stavu vychýli, obe sily pôsobia tak, aby hviezdu stabilizovali. Pri expanzii postupne klesá gradient tlaku, až sa vyrovná s gravitačnou silou, ktorá ho prevýši a hviezda sa začne scvrkávať. Keď prejde rovnovážnou polohu, gradient tlaku spôsobí zastavenie kontrakcie a opätovnú expanziu. Nakoniec sa v dôsledku disipácie energie pulzácie utlmia a hviezda sa stabilizuje v rovnovážnom stave.

Z dlhodobých pozorovaní vieme, že pulzácie existujú a sú stabilné po mnoho desaťročí až storočí. Znamená to, že v nich sú vrstvy, ktoré dokážu pohlcovať a potom znova vyžarovať energiu prichádzajúcu z jadra tak, aby

vykompenzovali energiu disipovanú v hviezde trecími silami a udržali hviezdu v pulzáciách.

Pulzácie môžu byť radiálne alebo neradiálne. Najväčšie zmeny jasnosti pozorujeme pri radiálne pulzujúcich hviezdach, kde dochádza k zmene polomeru hviezdy. V okolí minima polomeru má hviezda maximum jasnosti a pri najväčšom polomere zasa jasnosť klesá do minima. To vyplýva zo Stephanovho-Boltzmannovho zákona, podľa ktorého žiarivý výkon závisí na druhej mocnине polomeru a štvrtej mocnине teploty hviezdy. Primárnu rolu tak hrá vďaka štvrtej mocnине teplota, ktorá je najväčšia pri najmenšom polomere.

Neradiálne pulzácie spôsobujú zmeny tvaru hviezdy, pričom pozorované svetelné zmeny sú menšie vďaka menším amplitúdam ako pri radiálnych pulzáciách.

1.2.1 Radiálne pulzácie, pás nestability

Na to, aby hviezda začala pulzovať musia jej pulzačné vrstvy spĺňať podmienku, že celková práca vrstvy na úkor tepla je kladná:

$$W = \int \frac{\delta Q \delta T(t)}{T_0} > 0. \quad (1)$$

Vo vzťahu (1), ktorý je možné odvodiť z prvej a druhej vety termodynamiky, je T_0 stredná teplota. Keďže T_0 je kladná, aby bola splnená nerovnosť zo vzťahu (1) musí byť aj súčin prírastku tepla a teploty, $\delta Q \delta T(t)$ kladný.

Mechанизmus hviezdnych pulzácií popísal prvýkrát A. S. Eddington (1926). Neskôr bol ucelený v 50. a 60. rokoch Zhevakinom (1953) a Coxom (1966). Využíva myšlienku meniacej sa opacity pulzačných vrstiev v hviezde, preto ho označujeme ako *κ -mechanizmus*. Opacitu možno vyjadriť pomocou Kramersovho zákona

$$\kappa \cong \frac{\rho}{T^2}, \quad (2)$$

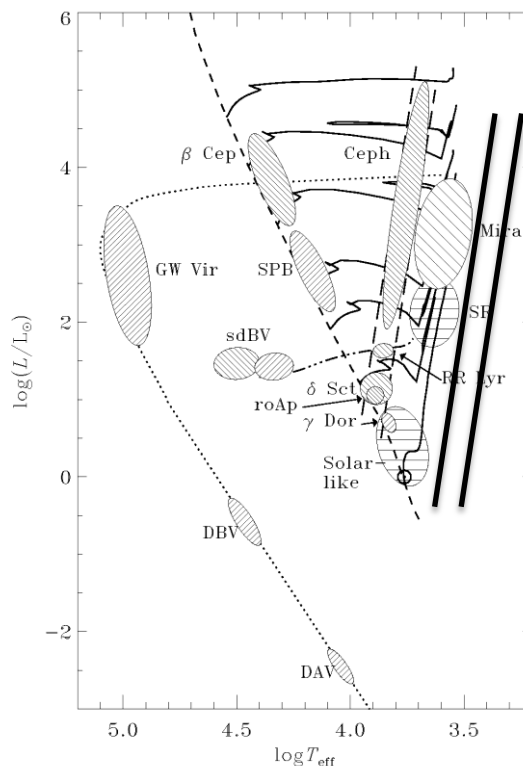
kde ρ je hustota a T je teplota materiálu, pre ktorý určujeme opacitu.

V pulzujúcich hviezdach sa vyskytujú obyčajne dve vrstvy schopné iniciovať pulzácie. Jedna pozostáva z neionizovaného i ionizovaného vodíka (H I a H II) a neionizovaného a jedenkrát ionizovaného hélia (He I a He II), pričom sa nachádza v hĺbke, kde materiál hviezdy dosahuje teplotu 10 000 až 15 000 K. Táto vrstva má pre pulzácie iba okrajový význam a prejavuje sa predovšetkým pri dlhoperiodických hviezdach (Miridy) a bielych trpaslíkoch typu ZZ Ceti (Mikulášek & Zejda, 2013). Druhá, dôležitejšia vrstva, sa nachádza hlbšie v oblastiach s teplotou okolo 40 000 K. V tejto oblasti tiež zvanej *vrstva čiastočne ionizovaného hélia* sa nachádzajú H I, H II ako aj He I a He II. Navyše je tu vďaka vysokej teplote zastúpené i dvakrát ionizované hélium He III. Pre radiálne hviezdne pulzácie má zásadný význam.

Pri kontrakcii hviezdy sa žiarenie nespotrebuje len na zahrievanie tejto vrstvy, ale aj na ionizáciu prvkov. Teplota vo vzťahu pre Kramersovu opacitu (2) nie je úmerná $7/2$, ale menšiemu číslu, čo s nárastom hustoty spôsobí vzrast opacity vzhľadom k okoliu (vrstva sa stáva nepriehľadná). Nárast opacity spôsobuje nárast tlaku žiarenia a teda výsledný gradient tlaku vytláča túto vrstvu vyššie (hviezda sa rozpína). Ako sa vrstva dostáva do oblastí s nižšou hustotou a teplotou, dochádza

k rekombinácii a zbavuje sa energie. Súčasne klesá aj jej opacita vzhľadom k ostatným vrstvám a stáva sa priehľadná. Práve preto začne prevažovať gravitačná sila nad gradientom tlaku a vrstva sa znova začne rútiť smerom dovnútra. Celý proces sa tak opakuje. Týmto spôsobom sa dlhodobo udržiavajú pulzujúce hviezdy. Spomínané vrstvy však nesmú byť príliš hlboko vo vnútri hviezdy, kde je výrazné tlmenie a veľmi malá amplitúda zmien, ako je to napr. pri chladných hviezdach. Tiež nemôže byť uložená ani veľmi blízko k povrchu, kde je hustota hviezdnej látky príliš nízka. Tým pádom by bola aj celková pohlcovaná a emitovaná energia malá, čo by nestačilo na kompenzáciu tepelných strát pri pulzácii, čo sa prejavuje pri horúcich hviezdach.

Tieto limity určuje v H-R diagrame tzv. *pás nestability*. Je to oblasť v H-R diagrame v takmer vertikálnom smere, ktorá pretína horizontálnu vetvu obrov, zasahuje do hlavnej postupnosti v spodnej časti a do oblasti nadobrov vo svojej hornej časti (obr. 2). Ohraničuje oblasť v ktorej sa vyskytujú hviezdy vo vhodnom intervale teplôt, kde je poloha dôležitých pulzačných vrstiev taká, aby sa rozvinuli pulzácie v pozorovateľnej miere. Podľa polohy hviezdy v samotnom páse nestability môžeme určiť teda, ako hlboko sa zhruba nachádza pulzačná vrstva, podľa čoho sa dá odhadnúť mód radiálnych pulzácií danej hviezdy (Mikulášek & Zejda, 2013). Šírka pásu nestability nie je všade rovnaká. Závisí predovšetkým na hmotnosti, teplote a chemickom zložení hviezd. Napr. v oblasti horizontálnej vetvy obrov je ohraničený približne teplotami $3.75 < \log T_{\text{eff}} < 3.9$ (Lee & Demarque, 1990; Sandage, 1990).



Obrázok 2: Na obrázku možno vidieť čiarkovanou čiarou vyznačenú hlavnú postupnosť, plnou čiarou pás nestability a v páse nestability a okolo neho vyznačené jednotlivé základné typy pulzujúcich hviezd. Prevzaté a upravené z [1].

Pulzácie spôsobené κ -mechanizmom môžu byť posilnené aj γ -mechanizmom (pomenovaný podľa pomeru $\gamma = C_p/C_v$). Jeho podstata tkvie v tom, že do pulzačnej vrstvy z teplejšieho okolia prestupuje teplo. Vďaka narastajúcim tepelným kapacitám C_p a C_v dokáže pulzačná vrstva prijať viac tepla (Mikulášek & Zejda, 2013). Na pulzáciách sa okrem toho môže pri veľmi hmotných hviezdach podieľať aj ε -mechanizmus vo variáciách energetického toku z jadra hviezdy (Carroll & Ostlie, 2007).

Vzťah medzi periódou pulzácie a hustotou danej hviezdy charakterizuje tzv. pulzačná rovnica (9), ktorú odvodíme z rovnice hydrostatickej rovnováhy, ktorá má v jednorozmernom prípade (závislosť na polomere r) tvar

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g. \quad (3)$$

V nej si gravitačné zrýchlenie g rozpíšeme ako

$$g = \frac{GM}{r^2}. \quad (4)$$

Pričom hmotnosť M si vyjadríme ako súčin objemu a strednej hustoty $\bar{\rho}$. Takto rozpísanú rovnicu (3) zintegrujeme v hraniciach od R do r (R je polomer hviezdy) a dostaneme výraz pre tlak v závislosti na r

$$p = \frac{2}{3} \pi \bar{\rho}^2 G (R^2 - r^2). \quad (5)$$

Rýchlosť zvuku v plyne môžeme vyjadriť ako

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \quad (6)$$

Pre periódou pulzácie potom platí, že sa rovná času potrebnému na prechod zvukovej vlny z jedného konca hviezdy na druhý, teda

$$P = 2 \int_0^R \frac{dr}{c}. \quad (7)$$

Do výrazu (6) dosadíme výraz (5) a zintegrujeme podľa rovnice (7). Dostaneme výraz pre periódou

$$P = \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma}} \sqrt{\frac{1}{\bar{\rho}G}}, \quad (8)$$

ktorý je známy vo všeobecnom tvare ako *pulzačná rovnica*

$$P \sim \frac{1}{\sqrt{\bar{\rho}G}}. \quad (9)$$

Táto rovnica nám hovorí, že perióda vlastných kmitov hviezdy je priamo úmerná prevrätenej hodnote odmocniny zo strednej hustoty hviezdy. Tento fakt korešponduje s pozorovaniami – dlhoperiodické premenné hviezdy bývajú obry až

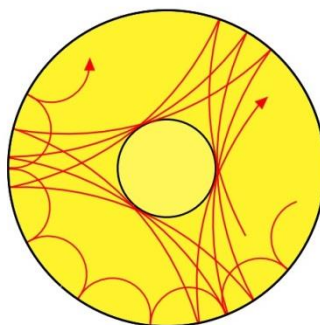
veleobry s nízkou strednou hustotou. Pri hustejších hviezdach typu δ Cephei či RR Lyrae klesá perióda na dni až zlomky dňa a pri bielych trpaslíkoch s vysokou hustotou ide o hodiny až minúty.

1.2.2 Typy hviezdnych pulzácií

Hviezda je trojrozmerný oscilátor (má tri stupne voľnosti, v sférických súradniciach r, φ, ϑ). Pulzácie majú povahu pozdĺžnych zvukových vln, ktoré sa šíria vo hviezde, navzájom interferujú a utvárajú stojaté vlnenie. Trojrozmerné pulzácie hviezdy môžeme popísať usporiadanou trojicou vlnových čísel $\{n, l, m\}$. Číslo n súvisí s radiálnou zložkou pulzácií a udáva počet sférických uzlových plôch, ktoré zostávajú stabilné. Čísla l a m popisujú uhlovú zložku pulzácií. Pokiaľ l a m sú rovné nule, ide o čisto radiálne pulzácie.

Hviezda môže radiálne pulzovať v rôznych módoch. Pri základnom móde ($n = 0$) sa v rovnakom čase celá hviezda rozpína alebo scvrkáva, pričom sa všetky vrstvy pohybujú rovnakým smerom, s tým, že amplitúda pulzácií klesá smerom od povrchu k jadrú, kde je v uzle nulová. V závislosti od polohy vrstiev zapríčiňujúcich pulzáciu môže hviezda pulzovať i vo vyšších harmonických módoch. Znamená to, že vo vnútri hviezdy sa v takom prípade nachádza okrem jadra viaceré uzlové stojaté vlnenie. Pri $n = 1$ hviezda pulzuje v prvom harmonickom móde, pri $n = 2$ v druhom atď. Podľa toho, v ktorom harmonickom móde hviezda pulzuje, rozlišujeme rôzne podtypy premenných hviezd RR Lyr (viď kapitola 1.3.1).

Nie všetky pozdĺžne akustické vlny sa šíria vo hviezde iba smerom do jadra a nevyvolávajú tak iba radiálne pulzácie (Obr.3). Vlny vo vnútri hviezdy sa správajú podľa Snellovho zákona. Keď sa šíria smerom do vnútra hviezdy, s rastúcou hustotou a teplotou rastie i rýchlosť zvuku a klesá tak index lomu prostredia, a tak sa ohýbajú späť k povrchu. Keď sa dostanú až ku fotosfére, ktorá pre ne tvorí rozhranie dvoch prostredí, podľa zákona lomu sa od neho odrazia. Interferenciou týchto vln vzniká nakoniec stojaté vlnenie, ktoré vyvoláva neradiálne pulzácie. Tie sú popísané zvyšnými vlnovými číslami l a m .



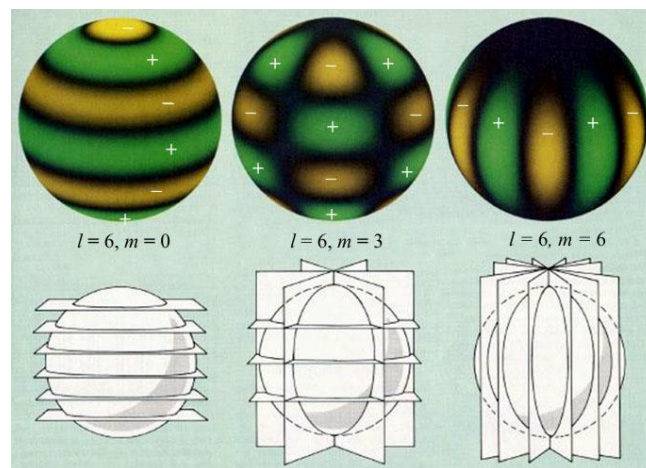
Obrázok 3: Spôsob šírenia akustickej vlny vo vnútri hviezdy. Prevzaté a upravené z [2].

Zatiaľ, čo pri radiálnych pulzáciách číslo n popisuje počet uzlových sfér vo vnútri hviezdy, pri neradiálnych pulzáciách čísla l a m popisujú počty uzlových kružníc na povrchu hviezdy. Pokiaľ hviezda rotuje, môžeme uzlové kružnice pripodobniť k systému poludníkov a rovnobežiek vztiahnutým k osi rotácie. Číslo l udáva celkový počet uzlových kružníc na povrchu, m je počet kružníc

prechádzajúcich pólmi. Pre $l = 1, m = 0$ je uzlová kružnica totožná s rovníkom. Pre druhý mód horizontálnych pulzácií ($l = 2, m = 0$) sú to dve rovnobežky rovnako vzdialené od rovníka, pričom susedné plochy ohraničené uzlovými kružnicami vždy pulzujú v protifáze.

Ak je číslo m rôzne od nuly, niektoré uzlové kružnice majú tvar poludníkov, pričom pulzácia ma tvar vlny bežiacej po obvodě hviezdy v smere rovnobežiek. Takýmto spôsobom sa v komplikovaných prípadoch môžu vyskladať zložité pulzácie v stovkách, tisíckach až desiatkach miliónov rôznych módov, ako pulzuje aj naše Slnko (Rušin, 2006). Príklady jednotlivých neradiálnych pulzácií sú na obr. 4.

Pri pozorovaní Slnka môžeme na základe zmien radiálnych rýchlostí bodov na jeho povrchu rozložiť jeho pulzácie na jednotlivé módy a zistiť, akou rýchlosťou sa akustické vlny v rôznych miestach pod povrchom pohybujú, z čoho sa dá odhadnúť aj vnútorná stavba a rotácia vnútorných vrstiev Slnka, pretože rôzne módy zasahujú do rôznych hĺbok. Pri vzdialených neradiálne pulzujúcich hviezdach vieme z pozorovania určiť iba najvýraznejšie módy pulzácií.



Obrázok 4: Rôzne módy neradiálnych pulzácií. Prevzaté a upravené [3].

Podľa typu udržiavajúcich síl môžeme pulzácie rozdeliť na:

- p-módy – akustické módy súvisiace s gradientom tlaku. Majú frekvencie okolo 1 mHz. U Slnka sa nazývajú 5 minútové oscilácie v perióde 3 až 8 minút.
- g-módy – spojené s gravitačnou silou. Vyskytujú sa v hlbokých vrstvách pod konvektívnou zónou. Ich frekvencie sa pohybujú okolo 0,4 mHz.
- f-módy – objavujú sa vo fotosfére.

1.3 Hviezdy typu RR Lyr ako premenné hviezdy

Hviezdy typu RR Lyrae pulzujú s periódami 0,2 až 1,2 dňa, s amplitúdou svetelných zmien, ktorá sa pohybuje v rozmedzí 0,2 až 2,5 mag. Tieto hviezdy môžeme klasifikovať ako hviezdy spektrálneho typu A až F. Ide o obry s hmotnosťou okolo 0,7 hmotností Slnka, s povrchovou teplotou v intervale

7400 - 6100K a polomerom v rozmedzí 4 až 6 polomerov Slnka (Smith,1995). Tie sa počas svojho vývoja dostali v H-R diagrame do pásu nestability, ktorým v priebehu svojej evolúcie prechádza väčšina hviezd. Hviezdy typu RR Lyrae majú veľký vedecký význam, pretože sú pomerne jasné a majú všetky takmer rovnaké absolútne hviezdne veľkosti pohybujúce sa okolo 0,6 mag. Tým pádom dobre slúžia pre určovanie vzdialeností v rámci našej Galaxie ako i vo vzdialenom vesmíre (Mikulášek & Zejda, 2013).

Hviezdy typu RR Lyr poznáme zhruba už storočie. Prvýkrát boli pozorované v guľových hviezdokopách. Ich svetelné krivky sa podobali na klasické cefeidy, no perióda svetelných zmien bola kratšia, preto sa nazývali *krátkoperiodické cefeidy*. Medzi hlavných objaviteľov hviezd tohto typu patrili E. Pickering, S. I. Bailey, H. Shapley, ktorí sa zaoberali štúdiom guľových hviezdokóp v poslednom desaťročí 19. storočia. U Leporis, prvú hviezdu typu RR Lyr mimo guľovej hviezdokopy, teda v galaktickom poli, objavil Kapteyn (1890). Prototypová hviezda RR Lyrae bola objavená W. Flemingovou (1899).

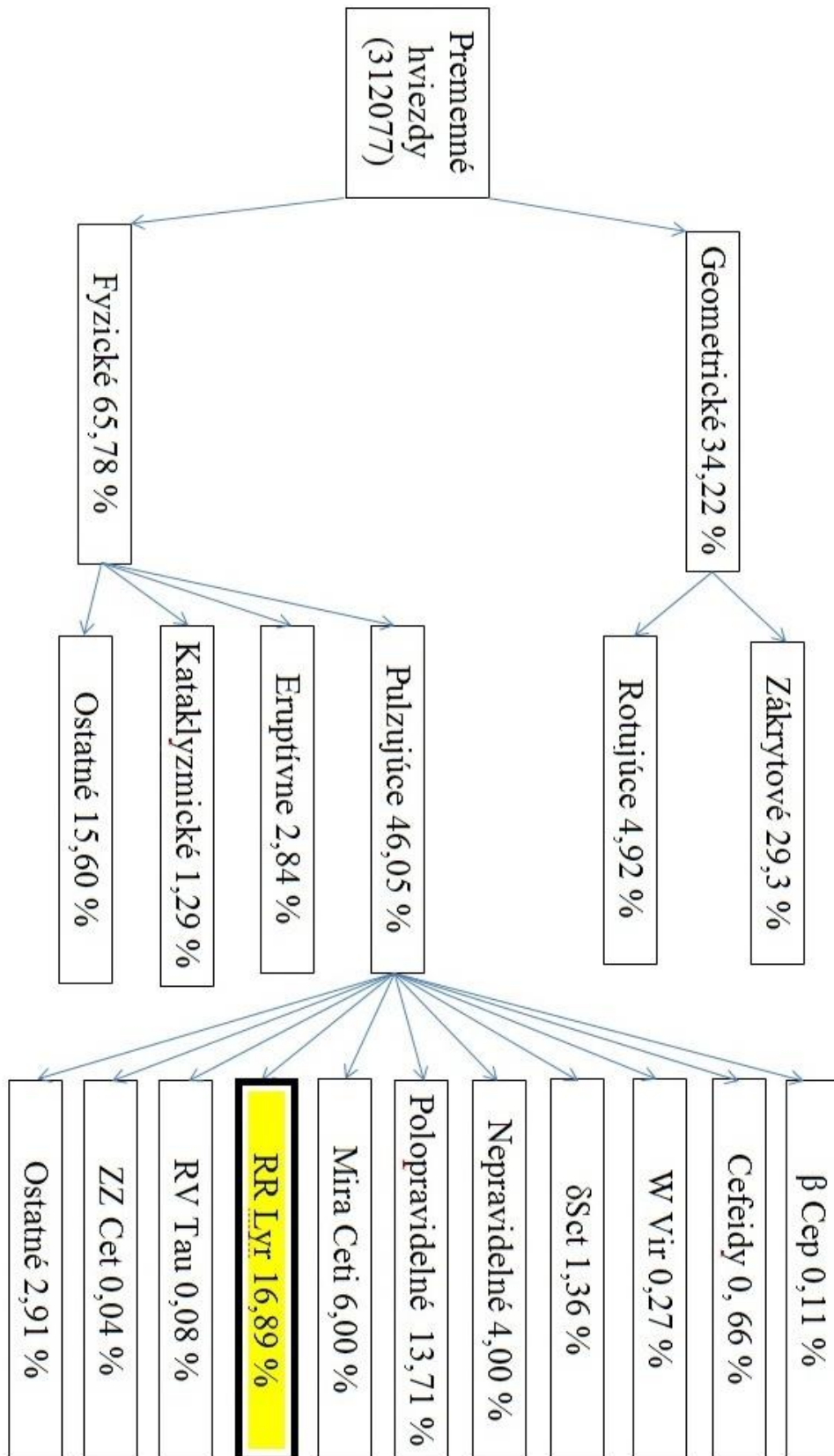
Skupina hviezd typu RR Lyrae tvorí najpočetnejšiu skupinu známych premenných hviezd. Dôvodom ich veľkej početnosti je najmä výberový efekt. Ich veľká amplitúda zmien jasností, krátka perióda, relatívne veľký žiarivý výkon a veľmi podobné charakteristiky z nich robia pomerne nápadné a dobre identifikovateľné objekty. Preto väčšina novoobjavených hviezd z rôznych prehliadok patrí prevažne do tejto skupiny. Rovnako pri výskume guľových hviezdokóp či galactickej výdute sa obohatil ich zoznam, keďže tieto oblasti sú veľmi staré a teda bohaté na hviezdy typu RR Lyrae. Dôkazom tohto tvrdenia je i štatistický rozbor početnosti jednotlivých typov premenných hviezd na obr.5. Z celkového počtu 321 000 známych premenných hviezd tvoria hviezdy typu RR Lyr zhruba jednu šestinú (Variable Star Index Catalogue, Watson 2006, verzia 5.1.2015).

1.3.1 Podtypy RR Lyrae

Medzi hviezdami typu RR Lyrae môžeme nájsť rôzne odlišnosti, ktoré sa prejavujú na tvare svetelnej krivky, čo je priamym dôsledkom spôsobu, akým tieto hviezdy pulzujú. Historicky sa ujalo delenie hviezd typu RR Lyr na základné podtypy RRab a RRc vychádzajúce z pôvodnej klasifikácie (Bailey, 1902), pričom neskôr k nim boli pridané ďalšie.

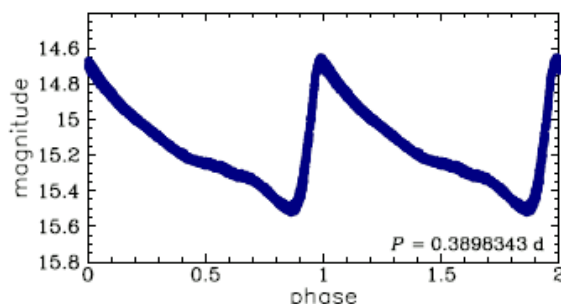
Hviezdy typu RRab sú charakteristické tým, že sa nachádzajú v páse nestability bližšie k jeho chladnejšiemu okraju. Znamená to, že pulzačné vrstvy majú v takej hĺbke, že pulzujú v základnom móde. Súvis medzi módom pulzácií a tvarom svetelnej krivky preukázal Schwarzschild (1940). Ich pulzácie preto majú dlhšiu periódu a väčšiu amplitúdu. Svetelná krivka je asymetrická, pričom po rýchlom vzostupe jasnosti nasleduje pomalý pokles (obr. 6).

Hviezdy typu RRc sú v páse nestability bližšie k okraju s vyššími teplotami. Pulzačná vrstva je uložená bližšie k povrchu a pulzujú v prvom harmonickom móde. Majú menšie amplitúdy ako aj periódy svetelných zmien. Ich svetelná krivka má približne sinusoidálny tvar (obr. 7). Na základe VSX je štatisticky ich počet takmer trikrát menší ako hviezd typu RRab, čo je prekvapivé zistenie, pretože predošlé štúdie (napr. Smith, 1995) uvádzajú tento pomer ako 1:9. Ich celkové zastúpenie je tak pravdepodobne omnoho vyššie ako sa pôvodne predpokladalo.

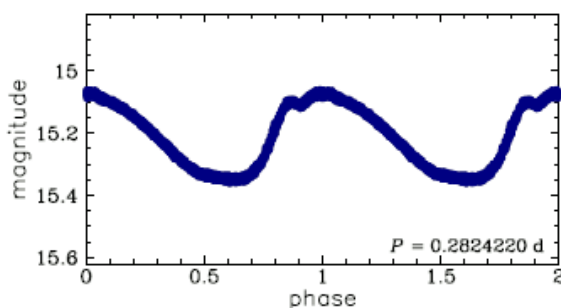


Obrázok 5: Relatívne percentuálne zastúpenie jednotlivých typov premenných hviezd z databáze VSX ku dňu 5.1.2015.

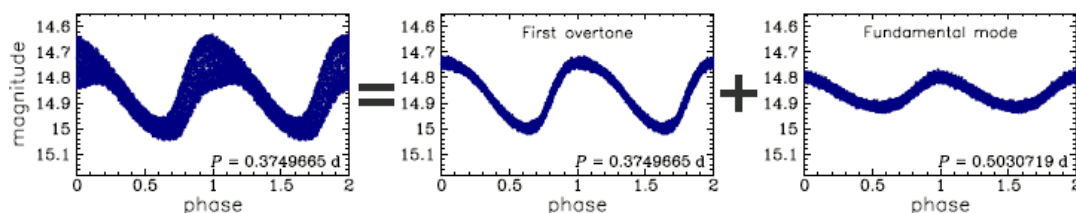
Neskôr boli objavené aj hviezdy RR Lyrae, ktoré pulzujú vo vyšších harmonických módoch, ako je RRe (druhý harmonický mód), či dokonca kombinovane pulzujúce hviezdy, ako RRd (Obr. 8), ktoré pulzujú v základnom a prvom harmonickom móde súčasne.



Obrázok 6: Fázová krivka typickej hviezdy typu RRab, pulzujúce v základnom móde. Prevzaté z [4].



Obrázok 7: Fázová krivka hviezdy typu RRc pulzujúcej v prvom harmonickom móde. Prevzaté z [4].



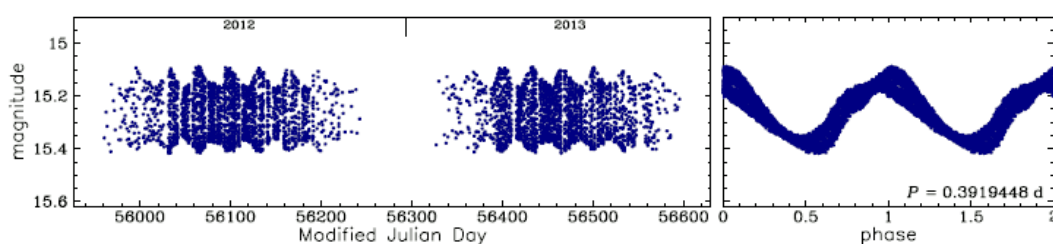
Obrázok 8: Fázová krivka hviezdy typu RRd pulzujúcej v základnom a prvom harmonickom móde. Obrázok ukazuje rozklad svetelnej krivky na oba módy. Prevzaté z [4].

1.3.2 Blažkov jav

Pri mnohých hviezdach typu RR Lyrae dochádza k modulácii svetelnej krivky, a to takým spôsobom, že sa viacmenej periodicky mení jej amplitúda alebo perióda, či dochádza k zmenám v oboch parametroch naraz. Tento jav si všimol ako prvý Blažko (1907) na hviezde RW Dra, pričom určil periódu modulácie jej krivky na 40,6 d. Podobne bol tento tzv. *Blažkov jav* nájdený aj pri samotnej RR Lyrae

(Shapley, 1916). Prejavuje sa pri zhruba 47 % hviezd hviezd typu RRab (Jurcsik et al., 2009).

Tento úkaz je pomerne záhadný, nakoľko sa ho dodnes nepodarilo spoľahlivo vysvetliť. Situáciu komplikuje fakt, že pri niektorých hviezdach tento jav po nejakom čase vymizol a potom sa znova objavil alebo pri hviezdach, kde nikdy nebol pozorovaný, sa zrazu objavil. Za dobu, odkedy bol objavený Blažkov jav, vzniklo mnoho teórií, ktoré by ho vysvetľovali. Žiadna z nich však neobjasňuje túto problematiku úplne. Jedným z najlepších modelov zatiaľ je model radiálnych rezonancií (Buchler & Kolláth, 2011). Podľa neho existuje rezonancia 9:2¹ medzi základným módom a niektorým z vyšších harmonických módom (pravdepodobne deviaty). Tomuto modelu zodpovedajú dokonca i hydrodynamické simulácie. Existujú aj hviezdy s viacerými modulačnými periódami, pri niektorých je možné na dlhých časových škálach pozorovať zmenu samotného Blažkovho javu (napr. Skarka & Zejda 2013, Sódor et al. 2011).



Obrázok 9: Svetelné krivky hviezdy z Blažkovým javom v rôznych rokoch a vzhľad fázovej svetelnej krivky takejto hviezdy. Prevzaté z [4].

¹ Rezonančný pomer môže byť i 7:4 alebo 5:3.

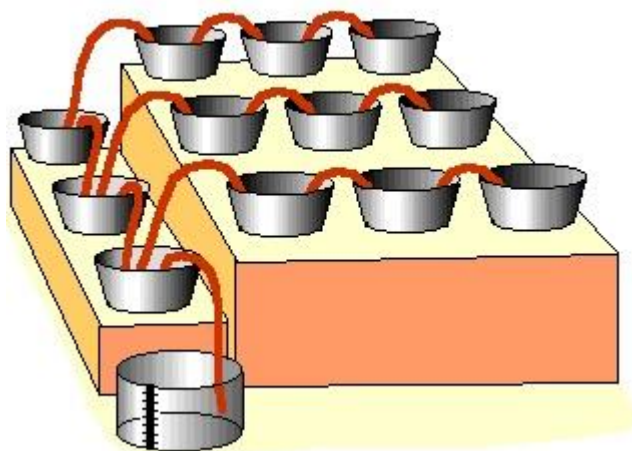
2. Metódy výskumu premenných hviezd

2.1 CCD fotometria

V súčasnej dobe sa robí väčšina fotometrických meraní pomocou CCD kamery. Jej základnou súčiastkou je CCD čip (*Charged Coupled Device*). Pôvodne bol vyvinutý, ako pamäťové zariadenie, no neskôr sa uňho preukázali skvelé detekčné vlastnosti pre svetlo. CCD čip má podobu matice zloženej z jednotlivých pixelov. Samotný pixel je v jednoduchosti potenciálová jama, v ktorej sa nachádza vrstvička kremíka. Keď necháme na čip dopadať svetlo, vďaka fotoelektrickému javu sa z atómov kremíka uvoľňujú elektróny, ktoré však neuletia preč, ale sú zadržané v potenciálovej jame, ktorú v pixeli vytvára elektrické pole elektród.

Keď dokončíme expozíciu, dochádza k vyčítavaniu čipu, ktorého princíp je schématicky zobrazený na obr. 10. Znamená to, že náboj z pixelov sa presúva z čipu do vyčítavacieho zariadenia. To umožňujú spomenuté elektródy v pixeloch, ktoré posuvajú vzbuđené elektróny z pixelu do pixelu. Z vyčítavacieho zariadenia sa jednotlivé náboje presúvajú do zosilňovača a následne do A/D prevodníka. Výstupom je potom obrázok FITS (*Flexible Image Transport System*), v ktorom je informácie o množstve signálu zachyteného v každom pixeli. Udáva sa v jednotkách ADU (*Analog to Digital Unit*). Na základe tejto informácie môžeme určiť, koľko fotónov bolo počas expozície v danom pixeli zachytených. Maximálna hodnota ADU je daná použitým A/D prevodníkom. V súčasnej dobe sa najčastejšie využívajú vo vedeckých CCD kamerách 16-bitové prevodníky, ktoré majú dynamický rozsah až 65 536 ADU.

Keď signál dosiahne v danom pixeli maximálnu hodnotu, pixel je saturovaný a detekcia ďalších fotónov nie je možná. Elektróny vybudené navyše potom začnú pretekať do okolitých pixelov (*blooming*). Dôležité je vyvarovať sa saturácii pixelov, pretože tým strácame fotometrické informácie, nakoľko hodnoty zo saturovaných pixelov sú v čase (počas jednej expozície) konštantné. Saturácia rovnako spôsobuje znehodnotenie dát pretečením do susedných pixelov. V praxi sa využíva systém, ktorý eliminuje pretečené elektróny pomocou elektród, ktoré ich odvádzajú (*antiblooming*).



Obrázok 10: princíp vyčítavania CCD čipu. Prevzaté a upravené z [5].

Dôležitou vlastnosťou CCD čipu, ktorá umožňuje robiť fotometriu vesmírnych objektov, je linearita. Znamená to, že výstupný signál z CCD čipu je priamo úmerný množstvu dopadajúceho svetla. Kvalitu čipu ďalej charakterizuje kvantová účinnosť, ktorá hovorí, koľko percent dopadnutého svetla dokážeme s daným čipom zaznamenať. Pri súčasných vedeckých kamerách sa pohybuje na úrovniach niekoľkonásobne vyšších, aké dosahovali fotografické dosky alebo film.

Pri práci s CCD kamerou v astronómii sa často využíva *binning*, ktorý umožňuje zliať náboj z niekoľkých susedných pixelov dokopy, čím sa vlastne zväčší veľkosť pixelov danej kamery na úkor jej rozlíšenia. Binning nám potom umožňuje získať lepší pomer signál šum pri vyššej citlivosti, nakoľko z jedného pixelu dostaneme niekoľkokrát viacej signálu. Najvyužívanejší býva binning 2x2 alebo 3x3, kde teda miesto jedného pixelu dostaneme štyri, resp. deväť.

2.1.1 Kalibrácia snímok

Vedecká snímka, teda FITS obrázok s fotometrickými dátami z nášho merania, obsahuje rôzne nežiaduce artefakty, ktoré môžu znižovať presnosť nášho merania. Preto ich musíme eliminovať.

Jedným z týchto neduhov je *temný prúd*. Je to signál na čipe vybudovaný bez svetelného podnetu. Jednoducho povedané, keď necháme CCD kameru exponovať so zavretou uzávierkou, na výslednej snímke budeme môcť badať určitý signál podobný filmovému zrnú. Na každej snímke je rozloženie tohto temného prúdu iné. Rovnako niektoré pixely môžu byť spontánne preexponované (hot pixely). Temný prúd rastie s dobou expozície a teplotou vonkajšieho prostredia. Dôvodom jeho vzniku je, že niektoré elektróny s narastajúcou teplotou čipu získajú dostatočnú energiu, aby opustili atóm a tak po vyčítaní čipu môžeme zaznamenať signál. Temný prúd sa udáva v elektrónoch za sekundu na pixel. Spôsobov ako eliminovať tento temný prúd existuje viacero. Jedným z nich je fyzicky znížiť teplotu čipu chladením. V praxi sa využíva chladenie peltierovými článkami alebo pri veľkých prístrojoch i tekutým dusíkom. Hodnoty temného prúdu tým klesajú až k zanedbateľným číslam.

Ak však chladením nedokážeme temný prúd eliminovať na zanedbateľné hodnoty, je nutné aplikovať kalibračné snímky, tzv. *dark framey*. Sú to snímky exponované bez prístupu svetla s rovnakou expozičnou dobou a pri rovnakej teplote, ako boli urobené vedecké snímky. Dark frame je tak v podstate mapa temného prúdu na čipe. Kombináciou viacerých dark framov dostaneme priemerný temný prúd (*master dark frame*), ktorý potom odčítame od vedeckého snímku. Úroveň nežiaduceho signálu temného prúdu tým výrazne klesne.

Ďalším problémom, ktorý degraduje presnosť našich meraní je základový šum - ofset. Spadá doň vlastný šum elektroniky CCD kamery a vyčítavací šum, ktorý vzniká pri vyčítaní čipu a má podobu jemného riadkového vzorovania. Na elimináciu tohto šumu používame kalibračnú snímku zvanú *bias*. Je to snímka exponovaná s najkratšou možnou expozičnou dobou (v ideálnom prípade 0 s), aby neobsahovala temný prúd, pri zavretej uzávierke. V analógii ku dark frame je to zasa mapa základného šumu snímky.

Ďalším faktorom, ktorý môže priamo zmeniť výsledky nášho fotometrického merania sú artefakty súvisiace s použitou optickou sústavou a rôznou citlivosťou pixelov. Pri väčších formátoch čipu sa zvykne objavovať vignetácia, pretože v dôsledku veľkého rozmeru čipu dopadá na jeho okraje menej svetla ako do jeho stredu. Ďalším problémom sú nečistoty na rôznych členoch

optickej sústavy, predovšetkým na filtroch, ktoré vytvárajú na vedeckom snímku rôzne nehomogenity. Aby sme sa týchto chýb zbavili, je potrebné vedeckú snímku skalibrovať o tzv. *flat field*. Je to kalibračná snímka zachytávajúca rovnomerne osvetlenú plochu bez gradientov, na ktorej vyniknú všetky spomenuté artefakty. Vytvorenie správneho flat fieldu môže byť veľmi zložitú. Existuje niekoľko postupov, ako ho vytvoriť. Dôležité je zachovať presne rovnaké nastavenie a usporiadanie optickej sústavy, ako bolo pri exponovaní vedeckých snímok. Jedným z najpoužívanejších postupov je, že sa počas nautického súmraku zamieri ďalekohľad do oblasti bez hviezd s opačným azimutom ako malo zapadajúce (vychádzajúce) Slnko, zhruba vo výške 60° nad obzorom a exponujú sa snímky, ktoré majú priemerne na pixel signál rovný aspoň tretinovej hodnote celkového rozsahu ADU. Takto naexponujeme niekoľko flat fieldov, každý opravíme o dark frame a z nich potom vytvoríme *master flat field*. Výsledný skalibrovaný master flat field odčítame od vedeckej snímky, čím sa zbavíme nežiaducich artefaktov.

2.1.2 Fotometrické systémy

Väčšina fotometrických meraní sa v súčasnosti robí s použitím rôznych filtrov. Pomocou systému viacerých filtrov tak dokážeme získať hrubú predstavu o profile rozloženia energie v spektre hviezdy, či dokonca intenzitu nietorých spektrálnych čiar. Podľa použitých filtrov môžeme tieto systémy rozdeliť na tri skupiny:

- Širokopásmové – filtre majú pološíрку rozsahu minimálne 30 nm.
- Strednopásmové – filtre pokrývajú pološíрку od 10 do 30 nm.
- Úzkopásmové – jednotlivé filtre môžu mať priepustnosť iba niekoľko málo nm, prípadne môžu prepúšťať len žiarenie nejakej konkrétnej vlnovej dĺžky.

Historicky sa vyvinuli desiatky fotometrických systémov. V dôsledku tohto bolo nutné, aby sa fotometrické systémy nejako štandardizovali, aby sa mohli využívať a porovnávať dáta z rôznych prístrojov. Najlepšie sa tak ujali dva fotometrické systémy, v ktorých sa dnes robí väčšina pozorovaní – Johnsonov medzinárodný systém (Johnson & Morgan, 1953) so svojím rozšírením (Johnson, 1965; Cousins, 1976) a Strömgrenov systém (Strömgren, 1956). V týchto fotometrických systémoch sú premerané hviezdy v mnohých hviezdnych poliach, čo umožňuje meranie na akomkoľvek prístroji v danom fotometrickom systéme skalibrovať na štandardné hodnoty.

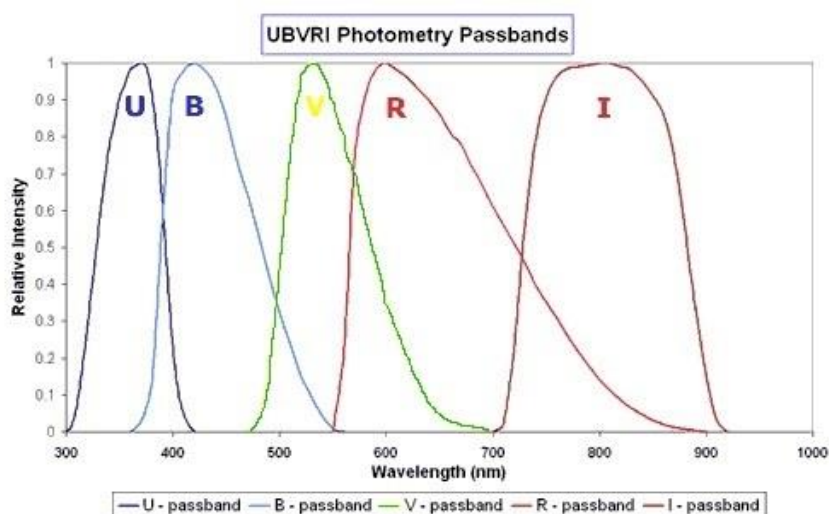
Johnsonov medzinárodný systém *UBV* a jeho rozšírenie

Johnsonov systém je širokopásmový fotometrický systém (Obr. 11 a tabuľka 1). Pomocou meraní v tomto fotometrickom systéme môžeme určiť rozloženie energie v spektre žiarenia hviezdy, z čoho sa dá odvodiť povrchová efektívna teplota a ďalšie parametre vrátane žiarivého výkonu, či teploty. Presnosť určenia týchto hodnôt je však veľmi negatívne ovplyvnené tzv. medzihviezdny sčervenaním. Ďalšou nevýhodou *UBV* systému je, že sa intervaly priepustnosti jednotlivých filtrov prekrývajú. Konkrétne prekrytie filtrov *U* a *B* v oblasti za Balmerovým skokom znemožňuje určiť jeho výšku.

Tabuľka 1: Rozsah a maximum priepustnosti jednotlivých filtrov Johnsonovho systému.

| Johnsonov systém | <i>U</i> | <i>B</i> | <i>V</i> |
|----------------------------|----------|----------|----------|
| Rozsah filtrov [nm] | 120 | 140 | 280 |
| Maximum priepustnosti [nm] | 358 | 439 | 545 |

Neskôr Johnson (1965) a Cousins (1976) rozšíril *UBV* systém aj do červenej a infračervenej oblasti, pričom maximá priepustnosti filtrov volil tak, aby ležali mimo oblasti zasiahnutej atmosferickou extinkciou. Pribudli tak filtre *R* (700 nm), *I* (900 nm), *J* (1250 nm), *K* (2200 nm), *L* (3400 nm) a po dlhých polemikách o jeho zavedenie i filter *H* (1620 nm) (Bessel, Brett, 1988).



Obrázok 11: UBVRI fotometrický systém. Prevzaté a upravené z [6].

2.1.3 Diferenciálna fotometria a farebná kalibrácia

Aby bolo možné porovnať údaje namerané s našim prístrojom s meraniami iných pozorovateľov, je potrebné ich previesť na niektorý štandardný fotometrický systém. Aby sme dokázali naše hodnoty v rôznych filtroch prepočítať na štandardné hodnoty, musíme zistiť transformačné koeficienty. Situáciu však komplikuje atmosferická extinkcia, ktorá spôsobuje, že sa počas noci mení hviezdna veľkosť hviezdy v danom farebnom filtri, bez skutočnej premennosti hviezdy. Atmosferická extinkcia je rozptyl a pohlcovanie žiarenia hviezdy na časticách atmosféry. Najviac sa prejavuje na horizonte, kde svetlo hviezdy prechádza najväčšou vzdušnou hmotou a najmenej sa prejavuje v zenite.

Atmosferická extinkcia však závisí aj na vlnovej dĺžke prechádzajúceho žiarenia. Pozostáva z Rayleighovho rozptylu (na molekulách a zhlukoch molekúl), pre ktorý platí, že je nepriamo úmerný štvrtéj mocnine vlnovej dĺžky a Mieovho rozptylu (na atómoch a časticách porovnateľných s vlnovou dĺžkou žiarenia), ktorý je nepriamo úmerný vlnovej dĺžke žiarenia.

Problém s extinkciou možno jednoducho eliminovať použitím diferenciálnej fotometrie. Tá je založená na tom, že miesto absolútnej hviezdnej veľkosti meranej hviezdy určujeme len jej relatívnu hviezdnu veľkosť vzhľadom k porovnávacej hviezde, ktorej hviezdna veľkosť sa nemení. Ak zvolíme ako porovnávaciu hviezdu, objekt v dostatočne malom zornom poli s podobným farebným indexom a jasnosťou, akú má skúmaná hviezda, môžeme zanedbať atmosférickú extinkciu prvého i druhého rádu.

Stanovenie kalibračných koeficientov

Na prevod medzi inštrumentálnym a štandardným fotometrickým systémom použijeme súbor rovníc:

$$\begin{aligned}\Delta B - \Delta v &= C_B(\Delta b - \Delta v) + k_1, \\ \Delta V - \Delta v &= C_V(\Delta v - \Delta r) + k_2, \\ \Delta R - \Delta v &= C_R(\Delta v - \Delta r) + k_3, \\ \Delta I - \Delta v &= C_I(\Delta v - \Delta i) + k_4.\end{aligned}\tag{13}$$

Počet týchto rovníc je rovný počtu použitých filtrov. Veľké písmená so symbolom Δ v týchto rovniciach sú diferenciálne hviezdne veľkosti v štandardnom systéme. Malé písmená so symbolom Δ sú diferenciálne veľkosti v našom inštrumentálnom systéme. Neznáme C a k s indexmi sú transformačné koeficienty. Aby sme získali ich hodnoty, je potrebné našim prístrojom premerať niektoré z hviezdnych polí, v ktorých sa nachádzajú hviezdy so známymi hviezdnyimi veľkosťami v štandardnom Johnsonovom systéme, napr. pole, ktoré v okolí rovníka premeral A. U. Landolt (1992).

Keď zmeriame vybrané hviezdne pole vo všetkých filtroch, urobíme na každej snímke diferenciálnu fotometriu vzhľadom k jednej vybranej hviezde. Tieto rozdiely inštrumentálnych hviezdnych veľkostí potom dosadíme spolu s rozdielmi štandardných hviezdnych veľkostí tých istých hviezd do rovníc (13). Kalibračné koeficienty dostaneme preložením týchto rovníc lineárnou funkciou metódou najmenších štvorcov.

2.2 Svetelné elementy a svetelná krivka

Pri výskume premenných hviezd sa snažíme získať svetelnú krivku. Je to závislosť hviezdnej veľkosti na čase. Pri periodických premenných hviezdach sú pre nás podstatné aj ďalšie informácie, ktoré označujeme ako svetelné elementy. Je to perióda P , ktorá sa obyčajne určuje v dňoch, a potom čas extrému M_0 (v prípade fyzických premenných hviezd maxima hviezdnej veľkosti) v heliocentrickom juliánskom dátume (HJD). Ak poznáme svetelné elementy, môžeme určiť fázovú funkciu $\vartheta(t)$. Udáva počet cyklov, ktoré prebehli od času základného extrému do času merania t , pre ktorý fázovú funkciu určujeme. Vypočítame ju ako

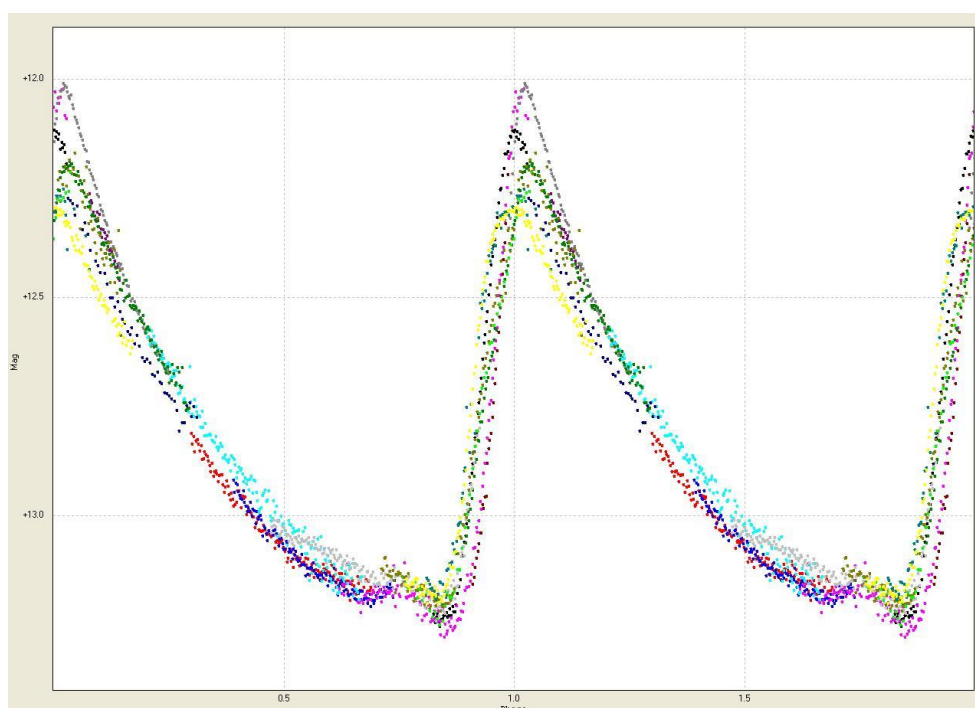
$$\vartheta(t) = \frac{t - M_0}{P},\tag{14}$$

pričom celou časťou fázovej funkcie je epocha $E(t)$, ktorá udáva celočíselný počet

cyklov od času M_0 a jej desatinnou časťou je fáza aktuálneho cyklu $\varphi(t)$. Pre úplnosť teda máme

$$\vartheta(t) = E(t) + \varphi(t). \quad (15)$$

Pri väčšine skúmaných hviezd však počas jedného pozorovania nedokážeme namerať svetelnú krivku z celého cyklu hviezd. Preto je nutné pospájať viacero častí svetelnej krivky do fázovej svetelnej krivky, ktorá predstavuje závislosť hviezdnej veľkosti hviezd na fáze $\varphi(t)$. Tá je súčasne dôležitým nástrojom výskumu premenných hviezd. Vieme z nej určiť typ premennej hviezd, potvrdiť, alebo vyvrátiť správnosť určenia periódy, odhaliť rôzne anomálie. Analýzou fázovej svetelnej krivky môžeme tiež získať podozrenie na neznáme teleso v skúmanom hviezdnom systéme, Blažkov jav pri hviezdach RR Lyr a ďalšie dôležité informácie.



Obrázok 13: Fázová krivka hviezd CX Lyr, ktorá vykazuje Blažkov jav. Prevzaté z de Ponthiere & Le Borgne (2012) .

2.3 Hľadanie periód

Pri štúdiu novej, nepreskúmanej hviezd je nutné určiť jej periódu. Používajú sa na to dva typy metód. Jednou z nich sú rôzne variácie metódy fázového rozptylu, napr. Phase dispersion minimalization (Stellingwerf, 1978) a rôzne variácie fourierovských techník. Metóda fázového rozptylu sa využíva vtedy, pokiaľ nemáme o hviezde vôbec žiadne informácie. Namerané dáta sfázujeme s rôznymi periódami, pričom reálnej perióde je najbližšie tá, s najmenším rozptylom.

Druhá metóda využíva to, že o hviezde máme nejaké informácie, ako je napr. typ premennej hviezd. V takom prípade sa snažíme pre namerané dáta nájsť takú periódu, ktorá by najlepšie zodpovedala modelovej svetelnej krivke pre daný typ hviezd, pomocou metódy najmenších štvorcov. Ideálne je však použiť

kombináciu oboch metód, kde sa najskôr pomocou prvej metódy pokúsime zistiť typ premennosti hviezdy a jej periódu potom upresníme pomocou druhej metódy.

Na hľadanie periódy sa v prípade pulzujúcich hviezd najčastejšie používa metóda prekladania závislosti nameraných hodnôt na čase sumou goniometrických funkcií, tak, aby výsledná funkcia čo najlepšie zodpovedala nameranej závislosti. Rozdiel medzi prekladanou sumou funkcií a časovou závislosťou dát nazývame reziduá. Hľadáme takú sumu goniometrických funkcií, pre ktorú je hodnota rezidií čo najmenšia. Nakoľko sú goniometrické funkcie periodické, vieme takto po nájdení optimálnej sumy funkcií určiť i periódu skúmanej hviezdy.

2.4 O-C diagram

O-C diagram je ďalší silný nástroj štúdia premenných hviezd. Jeho analýzou môžeme skúmať správnosť určenia svetelných elementov alebo ich zmeny. Konštrukcia O-C diagramu vychádza z predpokladu, že skúmaná premenná hviezda periodicky mení svoju jasnosť. Keď poznáme svetelné elementy skúmanej hviezdy, môžeme do budúcnosti vypočítať ľubovoľný čas jej extrému (calculated – C). Pozorovaný čas extrému (observed – O) potom porovnáme s časom C a ich rozdiel vynesieme v závislosti na čase. Dostaneme tak O-C diagram. Z O-C diagramu môžeme vyčítať napr. nesprávne určenie základného minima, nesprávne určenie periódy, zmenu periódy, ktorá môže byť zapríčinená pretokom hmoty z jednej zložky dvojhviezdneho systému na druhú alebo prítomnosťou neviditeľného telesa a ďalšie.

2.5 Vzťahy pre výpočet fyzikálnych parametrov

Pri štúdiu premenných hviezd typu RR Lyr sa používa na popis svetelnej krivky Fourierova analýza. Pomocou nej môžeme popísať takmer ľubovoľný tvar sumou goniometrických funkcií, ako napr.

$$m(t) = m_0 + \sum_{i=1}^M A_i \sin\left(i2\pi \frac{t-M_0}{P} + \varphi_i\right), \quad (16)$$

kde $m(t)$ je pozorovaná hviezdna veľkosť, M je stupeň fitu, m_0 je stredná pozorovaná hviezdna veľkosť, A_i je amplitúda i -tého stupňa sumy, P je perióda, φ je fáza, t je okamih pozorovania, M_0 je okamih základného extrému.

Simon & Lee (1981) definovali tzv. Fourierove koeficienty (rovnica č. 17) na základe popisu kriviek cefeid pomocou metódy Fourierovej analýzy. Zistili súvislosť niektorých parametrov s periodou skúmaných hviezd. Z fitu podľa vzťahu č. 16 určíme Fourierove koeficienty R_{ij} a φ_{ij} , ako

$$\begin{aligned} R_{ij} &= A_i/A_j, \\ \varphi_{ij} &= j\varphi_i - i\varphi_j. \end{aligned} \quad (17)$$

Simon (1988) zistil, že pri premenných hviezdach typu RRab klesá koeficient φ_{21} s metalicitou. Pričom metalicita hviezdy vyjadruje rozdiel logaritmov pomerov

koncentrácie železa a vodíka skúmanej hviezdy a Slnka, teda

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \log(N_{\text{Fe}}/N_{\text{H}}) - \log(N_{\text{Fe}}/N_{\text{H}})_{\text{Sl}}. \quad (18)$$

Neskôr naňho nadviazali Jurcsik & Kovács (1995, 1996) a potom i Jurcsik (1998), ktorí odvodili vzťahy pre výpočet fyzikálnych parametrov hviezd typu RR Lyr za pomoci Fourierových koeficientov. Tieto rovnice vznikli empiricky, pričom predpokladajú, že tvar svetelnej krivky hviezdy typu RR Lyr závisí na jej fyzikálnych parametroch, akými sú metalicita, efektívna teplota, hmotnosť a ďalšie.

Metalicitu hviezdy je možné určiť podľa vzťahu

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -5,038 - 5,394P + 1,345\varphi_{31}, \quad (19)$$

a jej odchýlku

$$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}^2 = 1,809\sigma_{\varphi_{31}}^2 + 2K_{12}P + 2K_{13}\varphi_{31} + 2K_{23}P\varphi_{31} + K_{11} + K_{22}P^2 + K_{33}\varphi_{31}^2, \quad (20)$$

(Jurcsik & Kovács, 1996). Koeficienty K_{ij} sú v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Konštanty pre výpočet neistoty odhadu metalicity (Jurcsik & Kovács, 1996).

| K_{11} | K_{12} | K_{22} | K_{13} | K_{23} | K_{33} |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.08910 | 0.00116 | 0.02529 | -0.01753 | -0.00289 | 0.00374 |

Ďalej môžeme určiť efektívnu povrchovú teplotu hviezdy (Jurcsik, 1998) v závislosti na metalicite podľa

$$\log T_{\text{eff}} = 3,834 + 0,019[\text{Fe}/\text{H}] \quad \sigma = 0,0068, \quad (21)$$

kde σ je stredná kvadratická odchýlka pre $\log T_{\text{eff}}$. Okrem efektívnej povrchovej teploty závisí na metalicite aj hmotnosť hviezd RR Lyr. Tú môžeme určiť v hmotnostiach Slnka podľa vzťahu

$$\log M = -0,328 - 0,062[\text{Fe}/\text{H}] \quad \sigma = 0,019, \quad (22)$$

(Castellani et al., 1991). Pomocou známej metalicity môžeme rovnako určiť aj žiarivý výkon hviezdy v jednotkách žiarivého výkonu Slnka podľa vzťahu

$$\log L = 1,464 - 1,106[\text{Fe}/\text{H}] \quad \sigma = 0,020, \quad (23)$$

(Jurcsik, 1998). Podľa známeho žiarivého výkonu $L_{\text{Sl}} = 3,827 \cdot 10^{26}$ W a absolútnej hviezdnej veľkosti Slnka $M_{\text{VSl}} = 4,83$ mag [8] môžeme z vypočítaného žiarivého výkonu hviezdy L určiť aj jej absolútnu hviezdnu veľkosť M_{V} s využitím Pogsonovej rovnice.

$$M_{\text{V}} - M_{\text{VSl}} = -2,5 \log \frac{L}{L_{\text{Sl}}}. \quad (24)$$

Zo známej absolútnej hviezdnej veľkosti pomocou modulu vzdialenosti možno vypočítať vzdialenosť skúmanej hviezdy,

$$r = 10^{\frac{m_0 - M_V - A_V + 5}{5}}. \quad (25)$$

V tejto rovnici A_V predstavuje medzihvezdnu extinkciu v magnitúdach. Na záver môžeme na základe známej teploty a polomeru hviezdy s využitím Stefanovho-Boltzmannovho zákona určiť i stredný približný polomer hviezdy

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T_{eff}^4}}. \quad (26)$$

3 Spracovanie nameraných dát

3.1 Voľba skúmanej premennej hviezdy

Pri výbere vhodnej premennej hviezdy bolo potrebné zvážiť niekoľko kritérií. Najdôležitejším z nich bolo, aby vybraná hviezda bola podtypom RRab, ktoré sa vyznačujú výraznou a charakteristickou svetelnou krivkou. Ďalšími kritériami boli:

- Vhodná poloha na oblohe – hviezda sa musela nachádzať vo vhodnej oblasti na oblohe, tak aby bola počas pozorovacích nocí v zime a na jar dostatočne vysoko nad obzorom pre získanie kvalitných dát.
- Vhodná hviezdna veľkosť – sústredil som sa na výber hviezdy ktorej hviezdna veľkosť by sa pohybovala najmenej do 12,5 mag, aby hviezda mala dostatočný signál.
- Neprebádaná hviezda – bolo vhodné, aby hviezda nebola veľmi prebádaná, čím sa zvýšila pravdepodobnosť, že na nej objavím niečo nové.
- Porovnávacie hviezdy v blízkosti premennej hviezdy – aby bolo možné realizovať diferenciálnu fotometriu, bolo treba, aby sa v blízkosti premennej hviezdy (v takej vzdialenosti, aby sa zmestili do zorného poľa CCD kamery) nachádzali hviezdy s podobnou hviezdnu veľkosťou a farebným indexom aký má zvolená hviezda.
- Nevykazuje Blažkov jav – zameriaval som sa na objekty, ktoré podľa dostupných informácií nevykazujú Blažkov jav. Hviezda s Blažkovým javom by totiž vyžadovala dlhodobéjšie meranie.

Pri hľadaní vhodnej hviezdy som použil databázu GCVS (General Catalogue of Variable Stars, Samus et al., 2012) a databázu VSX (The International Variable Star Index, Watson, 2006), pričom som si pri hľadaní porovnávacích hviezd dopomohol aj databázou SIMBAD (Wenger et al., 2000). Pre vylúčenie Blažkovho javu pri hviezde bola použitá databáza BlaSGalF (Skarka, 2013).

Nakoniec som vybral hviezdu XZ UMi, ktorá dostatočne spĺňala všetky kritéria. Predovšetkým bola takmer neprebádaná. Jediné dostupné merania boli z prehliadky NSVS (Northern Sky Variability Survey, Wozniak et al., 2004), kde bolo zaznamenaných len zhruba 150 bodov svetelnej krivky. Z dostupných článkov bola len spomenutá v zoznamoch hviezd. Základné parametre tejto hviezdy sú uvedené v tabuľke 3.

Tabuľka 3: Základné parametre vrátane svetelných elementov hviezdy XZ UMi podľa databázy VSX (Watson, 2006).

| Rektascenzia | Deklinácia | Maximálna a hviezdna veľkosť [mag] | Minimálna hviezdna veľkosť [mag] | B-V farebný index | Základné maximum [HJD] | Periódna [d] |
|--------------|-------------|------------------------------------|----------------------------------|-------------------|------------------------|--------------|
| 14 39 51,62 | +74 45 02,1 | 11,96 | 12,47 | 0,732 | 2451612,62 | 0,58509 |

3.2 Pozorovanie a voľba porovnávacích hviezd

Pozorovania XZ UMi sa robili na Observatóriu Masarykovej Univerzity (MUO). Využil sa ďalekohľad newton 600/2780 mm a ako snímač bola použitá CCD kamera G2-4000 so sadou farebných filtrov *BVRI*.

Počas siedmych nocí sa zaznamenalo zhruba 450 bodov v každom filtri *BVRI* (viď tabuľka 4). Pozorovateľmi boli Jakub Dolinský (JD), Marek Skarka (MS), Miloslav Zejda (MZ) a Jiří Liška (JL) a Filip Hroch so študentmi (FH+s). Okrem samotných vedeckých snímok sa robili aj korekčné snímky – dark frame, flat field. Namerané dáta z každej noci boli potom spracované pomocou programu MuniWin 2.0.10 (Motl, 2011), kde sa urobila redukcia vedeckých snímok a diferenciálna fotometria, ktorej výsledok je svetelná krivka XZ UMi v závislosti na HJD.

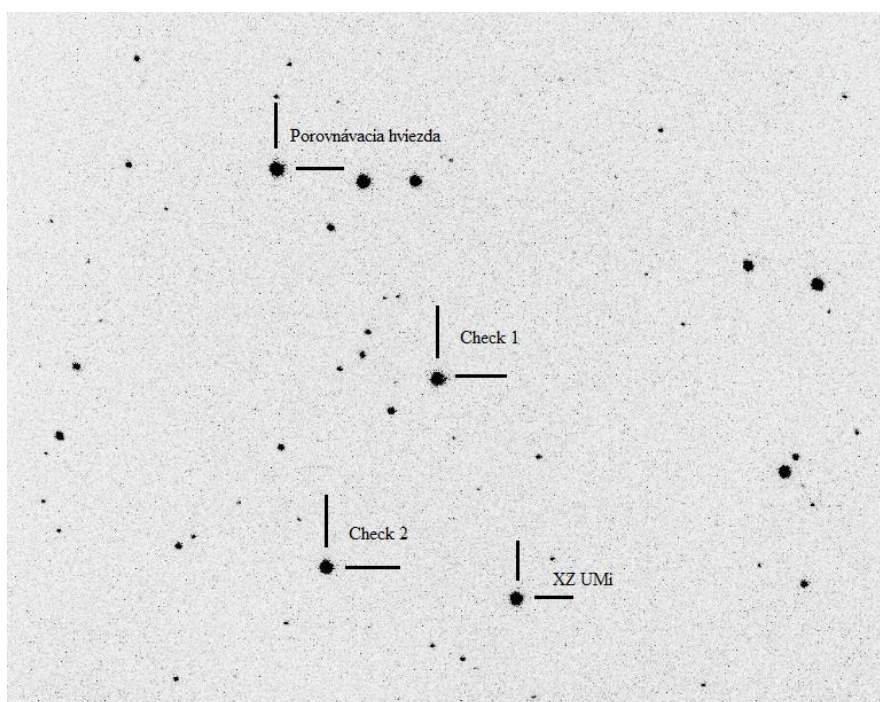
Tabuľka 4: Pozorovacie noci. Posledné dva riadky zobrazujú pozorovacie noci, kedy bolo snímané štandardné pole hviezdokopy M67 pre farebnú kalibráciu.

| Noc | Počet vedeckých snímok v jednotlivých filtroch / expozičné časy [s] | | | | Pozorovateľ |
|-----------|---|--------|--------|--------|-------------|
| | B | V | R | I | |
| 9.12.2014 | 45/150 | 45/100 | 45/100 | 45/150 | JD a JL |
| 7.3.2015 | 73/120 | 73/90 | 73/90 | 74/120 | MS |
| 10.3.2015 | 46/120 | 44/90 | 39/90 | 42/120 | MZ |
| 19.3.2015 | 81/120 | 81/90 | 81/90 | 80/120 | JD |
| 24.3.2015 | 61/120 | 60/90 | 59/90 | 60/120 | JD |
| 3.4.2015 | 78/90 | 78/60 | 78/60 | 78/90 | MS |
| 20.4.2015 | 87/90 | 88/60 | 87/60 | 83/90 | MS |
| 16.2.2015 | 10/60 | 10/60 | 10/60 | 10/60 | MZ |
| 21.4.2015 | 15/60 | 15/60 | 15/60 | 15/60 | FH+s |

Pre diferenciálnu fotometriu bola použitá ako porovnávacia hviezda blízka hviezda s podobnou hviezdnu veľkosťou a farebným indexom ako má hviezda XZ UMi. Okrem porovnávacej hviezdy sa použili i dve kontrolné check hviezdy, aby sme mali istotu, že zvolená porovnávačka nie je tiež premenná. Jednotlivé hviezdy sú vyznačené na obrázku 14. a spolu s charakteristikami uvedené v tabuľke 5. Pre nájdenie vhodnej porovnávacej hviezdy a check hviezd bol použitý katalóg USNO-B 1.0 (filter *I*, Monet et al., 2003) a NOMAD 1 (filtre *BVR*, Zacharias et al., 2004).

Tabuľka 5: Všetky hviezdy použité pri diferenciálnej fotometrii XZ UMi s hodnotami hviezdnych veľkostí a polôh. Pre porovnávaciu hviezdu check 2 sa použila hviezdna veľkosť pre filter V z katalógu UCAC4 (Zacharias et al. 2013).

| Hviezda | Označenie | RA | DEC | B [mag] | V [mag] | R [mag] | I [mag] |
|---------|-----------------------------|--------------|--------------|------------|------------|------------|------------|
| XZ UMi | NOMAD 1 1647- 0078605 | 14 39 51,623 | +74 45 02,08 | 12,650 | 12,174 | 11,850 | 11,610 |
| Comp | NOMAD 1 1646- 0079021 | 14 41 10,298 | +74 36 29,07 | 12,563 | 11,855 | 11,400 | 11,050 |
| Check 1 | NOMAD 1 1646- 0078941 | 14 40 18,588 | +74 40 37,42 | 12,910 | 12,310 | 11,900 | 10,960 |
| Check 2 | NOMAD 1 1647- 0078662 | 14 40 50,613 | +74 44 33,96 | 12,160 | 12,341 | 12,070 | 11,060 |

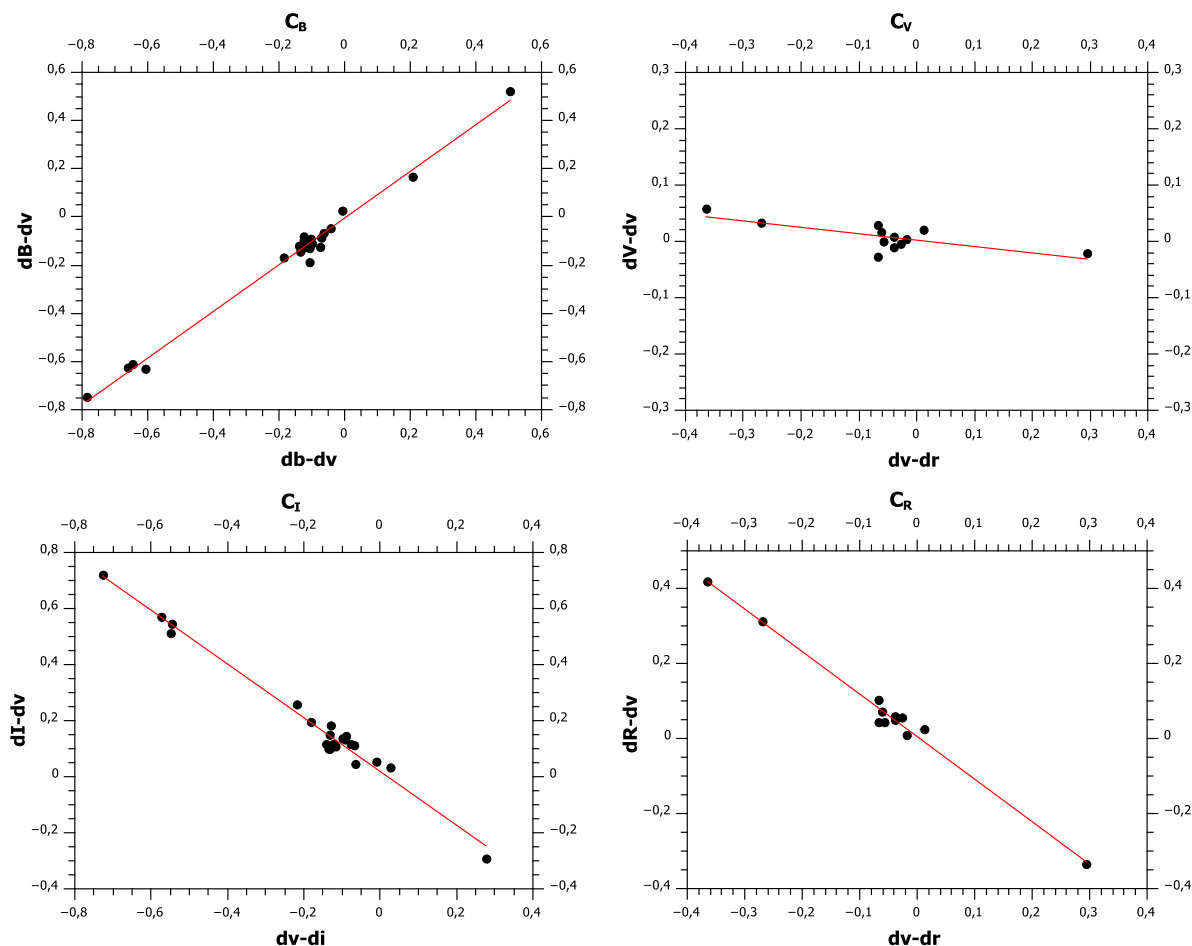


Obrázok 14: Hviezdne pole s vyznačenými dôležitými hviezdami. Snímka bola vyhotovená s pomocou kamery G2-4000 na MUO.

3.3 Farebná kalibrácia nameraných dát

Pre farebnú kalibráciu boli vyhotovené snímky štandardného hviezdneho poľa v otvorenej hviezdokope M67 so známymi štandardnými hviezdami veľkosťami jednotlivých hviezd. Meranie bolo urobené dňa 16.2.2015 (MZ) a 21.4.2015 (FH+s) na MUO, vo filtroch *BVRI*. Tieto dáta boli spracované v programe

MuniWin. Snímky sa zredukovali pomocou dark frame a flat field. Následne bol aplikovaný postup z kapitoly 2.1.3. Na obr. 15 sú ukázané závislosti frebných indexov použité pre určenie C a k , ktorých hodnoty sú v tabuľke 6. Z hodnôt koeficientov je zrejmé, že filtre inštalované na MUO sú veľmi podobné štandardným.



Obrázok 15: Grafy závislostí zo vzťahov (13) pre určenie kalibračných koeficientov.

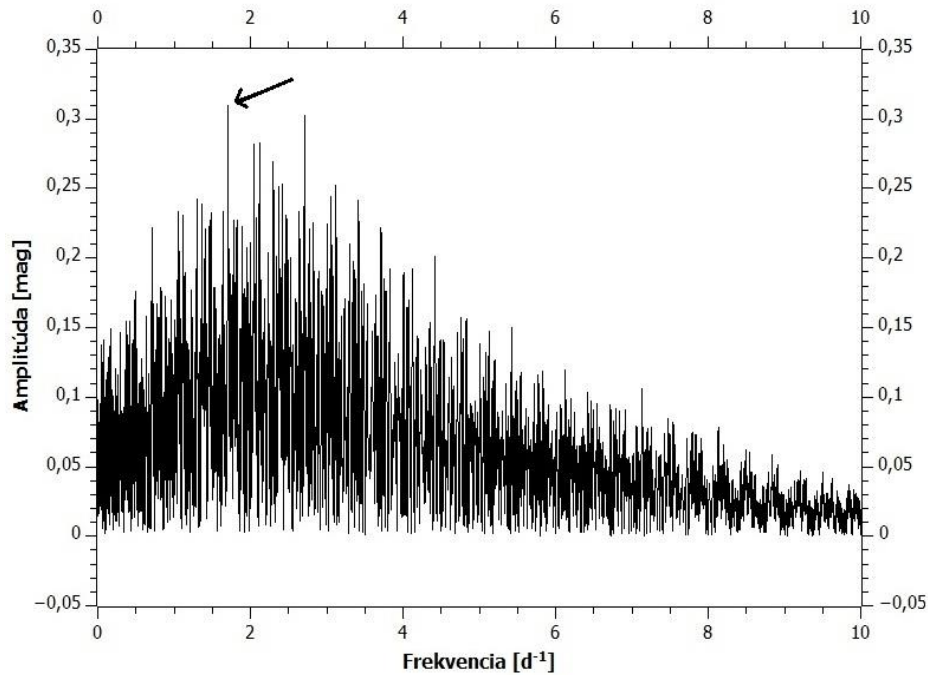
Tabuľka 6: Kalibračné koeficienty.

| | | | |
|-------|------------------|-------|--------------------|
| C_B | $0,97 \pm 0,02$ | k_1 | $-0,005 \pm 0,007$ |
| C_V | $-0,11 \pm 0,03$ | k_2 | $0,002 \pm 0,005$ |
| C_R | $-1,13 \pm 0,04$ | k_3 | $0,005 \pm 0,006$ |
| C_I | $-0,96 \pm 0,03$ | k_4 | $0,019 \pm 0,009$ |

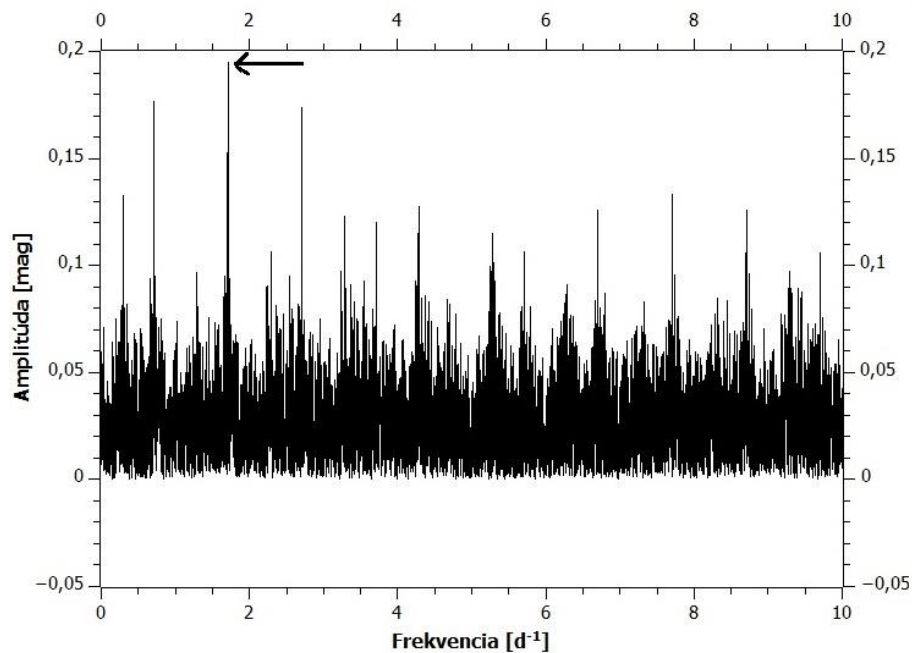
Zo získaných kalibračných koeficientov sa pomocou programu CONV2STD.PL [7] potom prepočítali inštrumentálne diferenciálne hviezdne veľkosti do štandardného systému a pripočítaním k hviezdnej veľkosti porovnávacej hviezdy zistenej z katalógu NOMAD 1 a USNO-B 1.0 (tabuľka č.5) boli určené jednotlivé hviezdne veľkosti hviezdy XZ UMi v jednotlivých filtroch štandardného systému

3.4 Určenie pulzačnej periódy

Z nameraných dát a dát z prehliadky NSVS bola urobená periódová analýza pomocou programu Period04 (Lenz & Breger, 2004). Získané frekvenčné spektrá sú na obrázkoch 16 a 17, kde šipkou sú označené píky zodpovedajúce pulzačným frekvenciám.



Obrázok 16: Frekvenčné spektrum získané programom Period04 pri periódovej analýze vlastných dát. Základná pulzačná frekvencia je vyznačená šipkou.



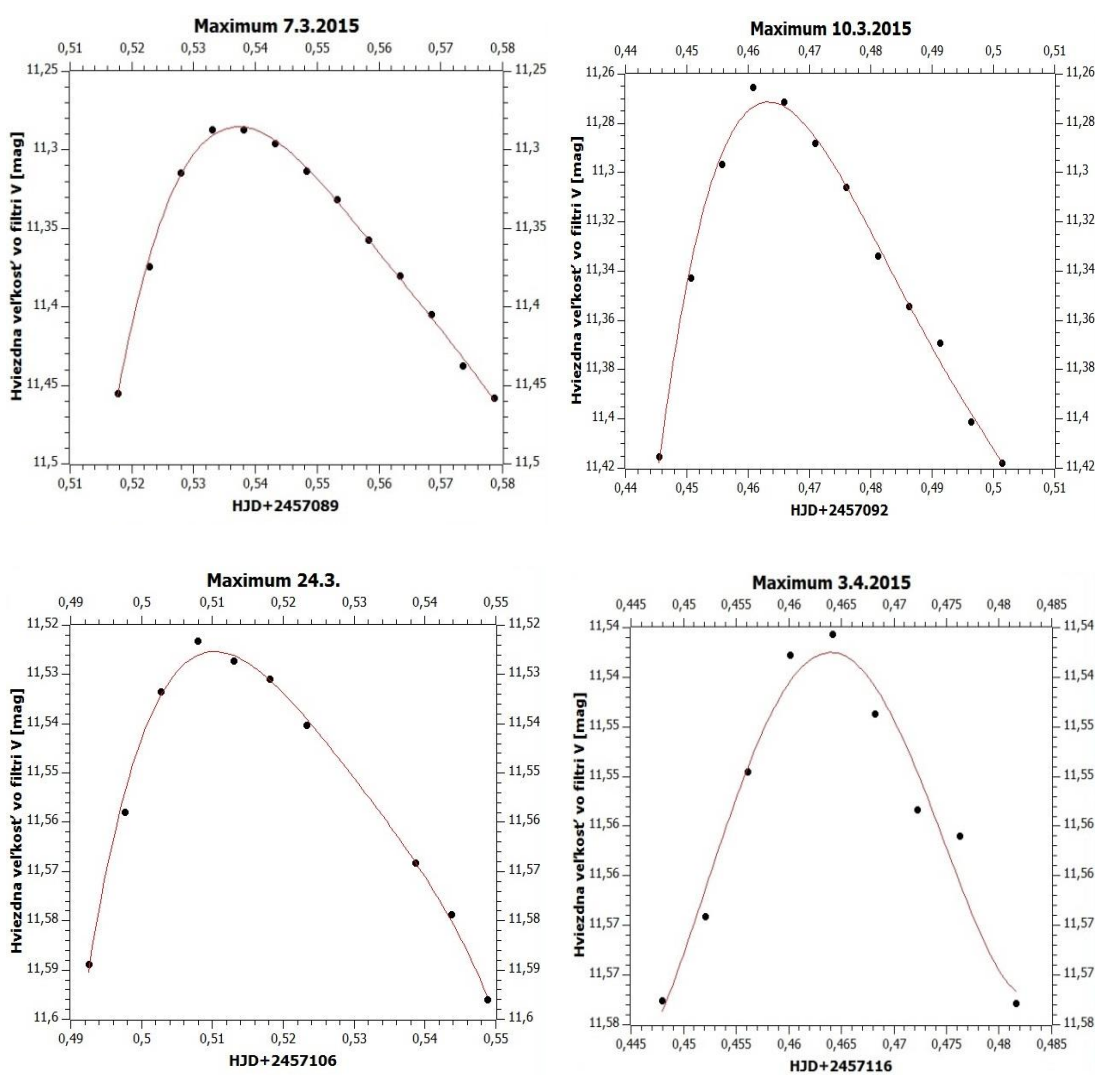
Obrázok 17: Frekvenčné spektrum z dát z prehliadky NSVS s vyznačenou základnou pulzačnou frekvenciou.

Zistená perióda hviezdy XZ UMi je tak $0,58521 \pm 0,00002$ dňa, ktorá sa líši od hodnoty uvedenej v databáze VSX. Pre dáta z prehliadky NSVS sme zistili periódu XZ UMi, $0,58506 \pm 0,00002$ d.

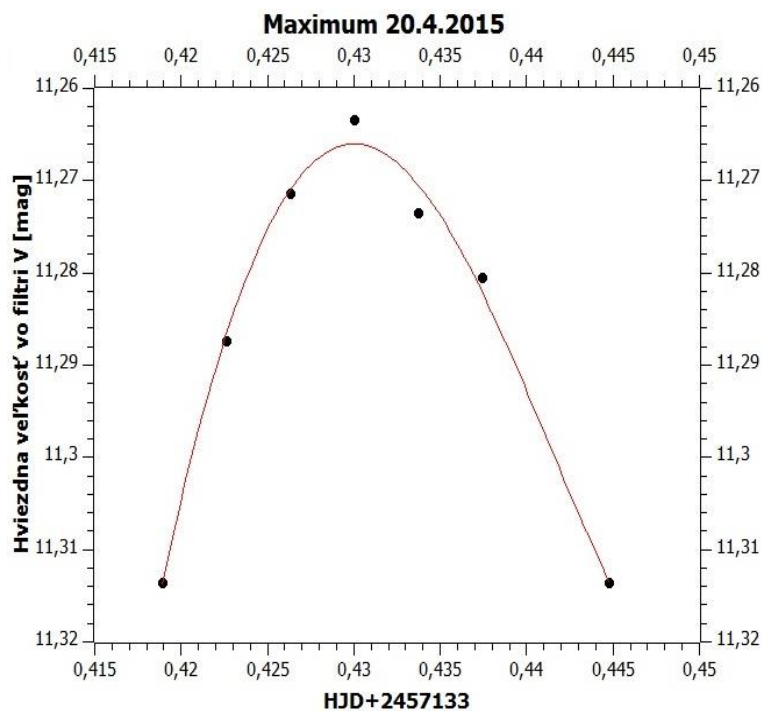
3.5 Určenie okamihov extrémov

Pri vykresľovaní fázovej krivky XZ UMi sa zistilo, že okamih základného maxima uvedený v databáze VSX s HJD 2451612,62 je nepoužiteľný. Preto bolo potrebné určiť nové základné maximum M_0 .

Počas siedmich pozorovacích nocí bolo zachytených päť maxim. Všetky tieto maxima boli nafitované polynómom štvrtého rádu, pričom okamih extrému 10.3.2015 bol stanovený ako nové základné maximum hviezdy.



Obrázok 18: Maximá XZ UMi spoločne s polynomiálnymi fitmi štvrtého rádu.



Obrázok 19: Nafitované maximá XZ UMi polynómom štvrtého rádu.

Tabuľka 6: Zoznam napozorovaných maxím. Vyznačené je maximum, ktoré bolo použité ako základný extrém M_0 .

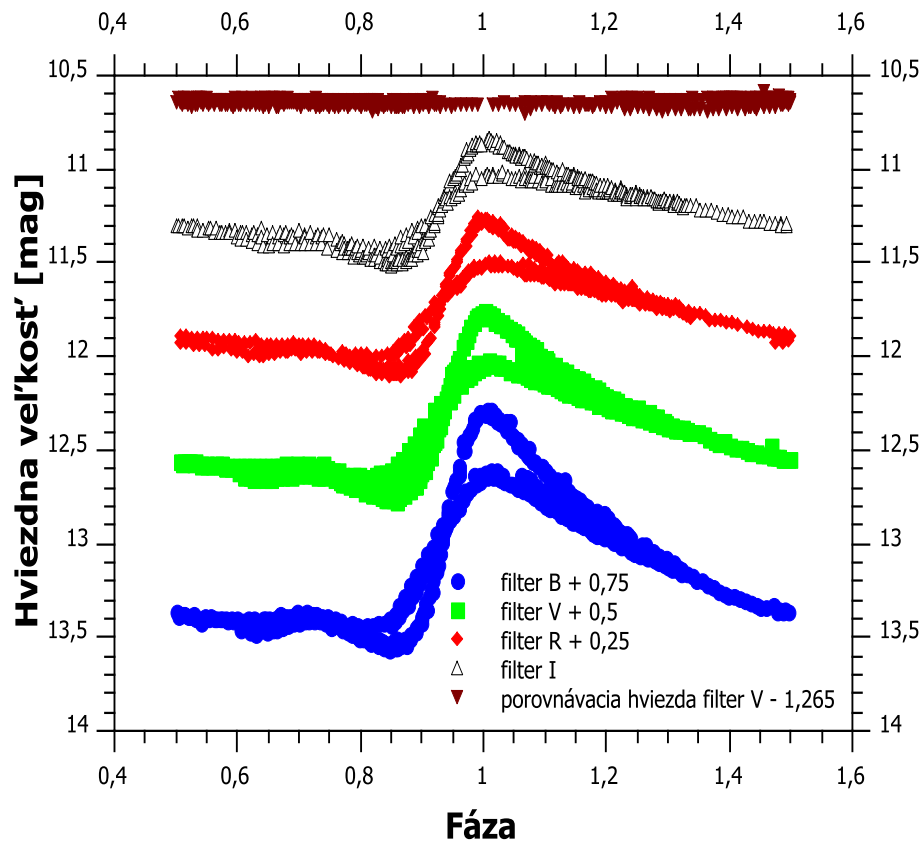
| HJD jednotlivých napozorovaných maxím hviezdy XZ UMi |
|--|
| 2457089,5372 ± 0,0008 |
| 2457092,4632 ± 0,0009 |
| 2457106,5103 ± 0,0008 |
| 2457116,4639 ± 0,001 |
| 2457133,430007 ± 0,0009 |

Základné svetelné elementy sú

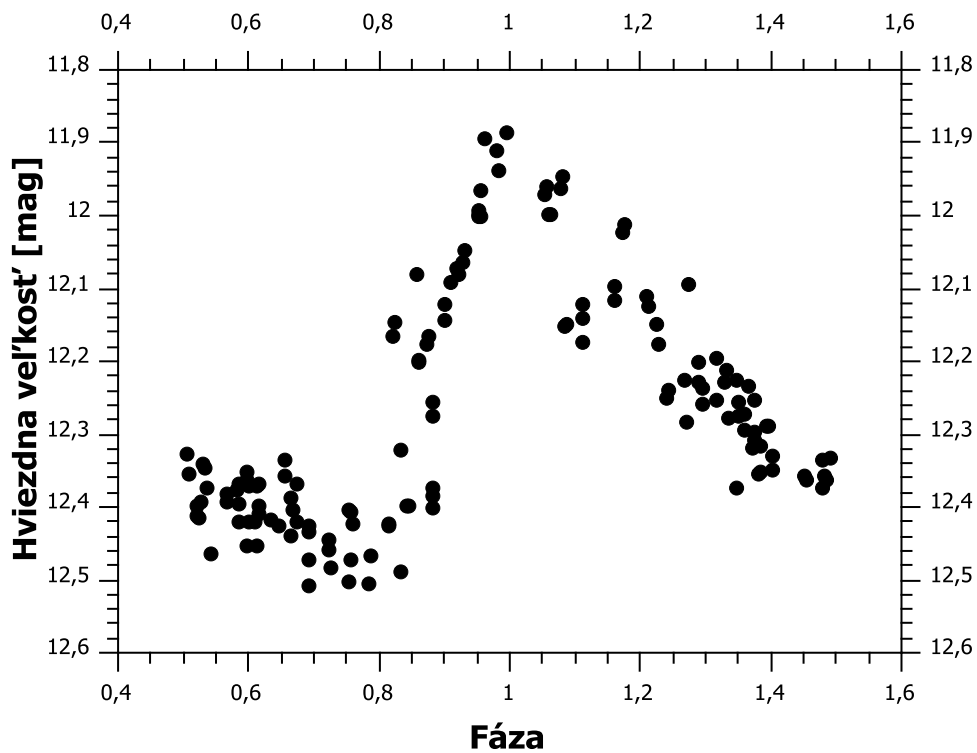
$$HJD_{\text{Max}} = 2457092,4632(9) + 0,58521(2) \times E \quad (27)$$

3.6 Analýza svetelnej krivky

Po niekoľkých pozorovaniach nociach bolo zrejmé, že hviezda javí známky modulácie (obr. 20), čo o nej doteraz nebolo známe. To, že vzhľad fázovej svetelnej krivky nie je iba dôsledkom variability samotnej porovnávacej hviezdy, hoc s dlhou periódou, sa overilo tak, že bola urobená diferenciálna fotometria porovnávacej hviezdy s využitím check hviezd. Po vykreslení dát bolo zjavné, že sa hviezda z dlhodobého ani krátkodobého hľadiska nemení, (možno to vidieť v hornej časti obrázku 20) nakoľko rozdiely hviezdnych veľkostí jednotlivých bodov svetelnej krivky sa pohybovali na úrovni stotín magnitúdy, čo je hlboko pod hodnotami, ktoré vykazovali rozdiely výšky maxím svetelnej krivky XZ UMi.



Obrázok 20: Fázové svetelné krivky XZ UMi z vlastných meraní.



Obrázok 21: Fázová svetelná krivka XZ UMi z dát prehliadky NSVS.

Fitovanie dát prebehlo pomocou programu Cepheus (Barnacka, 2008). Pre určenie stupňa fitu, ktorý by najlepšie zodpovedal fázovej krivke sme najskôr použili informačné kritéria AICc a BIC (Mkulášek & Zejda, 2013). Pričom kritérium AICc je dané vzťahom

$$AICc = \chi^2 + 2g \frac{n}{n-g-1}, \quad (28)$$

kde χ^2 určíme ako rozdiel medzi skutočnými dátami a hodnotami danými fitom pre danú hodnotu definičného oboru, ktorý umocníme na druhú, g je počet voľných parametrov a n je počet meraní. Kritérium BIC zas môžeme určiť podľa vzťahu

$$BIC = \chi^2 + g \ln n. \quad (29)$$

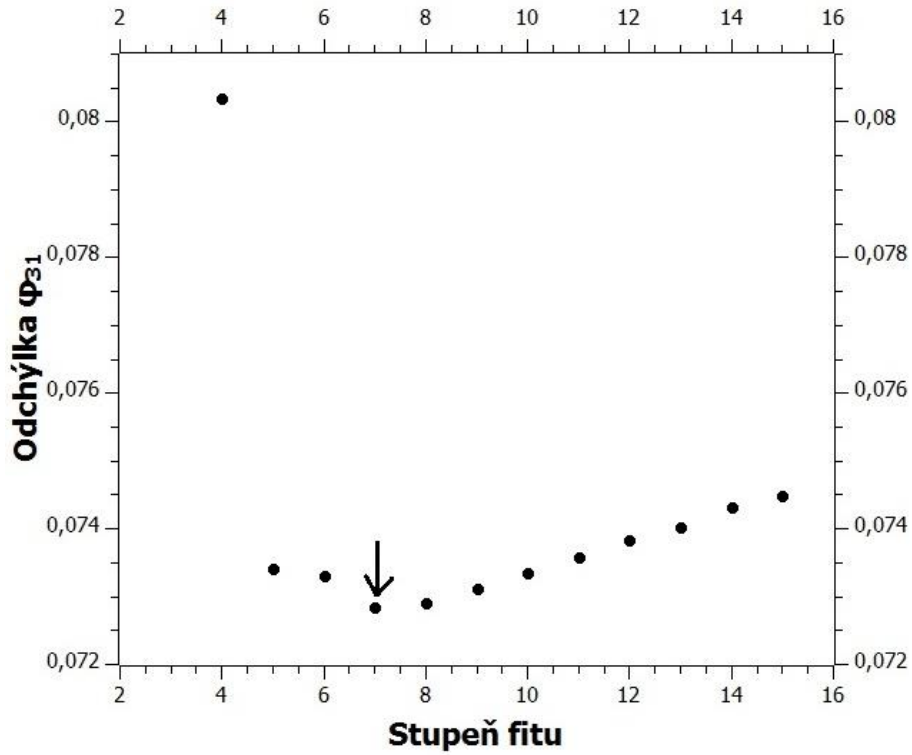
Informačné kritériá fungujú tak, že určíme ich hodnotu pre rôzne stupne fitu, pričom vhodnejší je ten, pre ktorý vyjde nižšia hodnota kritéria. V tabuľke 7 sú uvedené informačné kritéria AICc a BIC pre stupne fitu 4 až 15.

Tabuľka 7: Informačné kritériá AICc a BIC.

| Stupeň fitu | AICc | BIC |
|-------------|-------|--------|
| 4 | 20,35 | 57,01 |
| 5 | 24,27 | 68,97 |
| 6 | 28,44 | 81,15 |
| 7 | 32,68 | 93,35 |
| 8 | 36,98 | 105,58 |
| 9 | 41,32 | 117,81 |
| 10 | 45,71 | 130,05 |
| 11 | 50,14 | 142,29 |
| 12 | 54,61 | 154,52 |
| 13 | 59,12 | 166,76 |
| 14 | 63,67 | 178,99 |
| 15 | 68,27 | 191,23 |

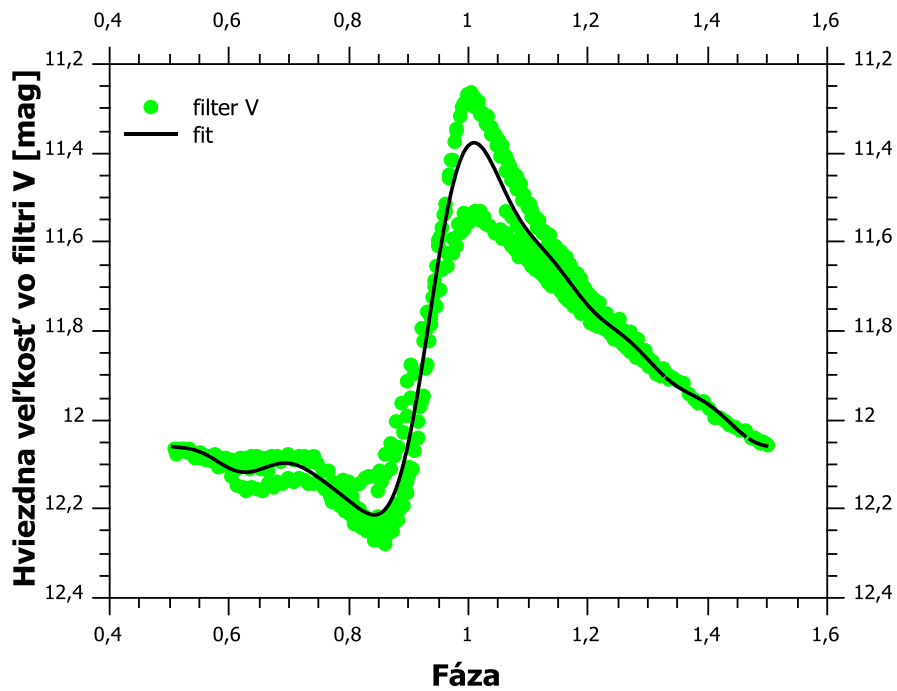
Z tabuľky je zrejmé, že najlepšie preloženie fázovej svetelnej krivky by sme mali dostať sumou štyroch goniometrických funkcií. Z vizuálnej kontroly zistíme, že takýto fit nie je vhodný pretože preloženie fázovej svetelnej krivky fitom štvrtého stupňa ani z ďaleka nezodpovedá dostatočne presne jej tvaru.

Preto sa využila iná metóda určenia ideálneho stupňa fitu. Jednoducho sa pomocou programu Cepheus určili chyby koeficientu φ_{31} pre fit tretieho až pätnásteho stupňa. A stupeň s najmenšou odchýlkou sa použil na preloženie svetelnej krivky. Týmto postupom sme zistili, že najlepší bude siedmy stupeň fitu (viď obr 22. Označený šipkou).



Obrázok 22: Závislosť odchýlky ϕ_{31} na stupni fitu.

Fázovú krivku XZ UMi sme nafitovali sumou siedmych goniometrických funkcií (obr. 23).



Obrázok 23: Fázová svetelná krivka XZ UMi vo filteri V nafitovaná goniometrickým polynomom stupňa 7.

Hodnoty koeficientov podstatných pre ďalšie vzťahy sú:

$$m_0 = 11,902 \pm 0,003 \text{ mag},$$

$$\varphi_{31} = 5,13 \pm 0,07.$$

Tieto koeficienty sme využili vo vzťahoch z kapitoly 2.8 a určili tak približné fyzikálne parametre hviezdy XZ UMi, ktoré sú uvedené v tabuľke 5.

Tabuľka 5: Odhad fyzikálnych parametrov hviezdy XZ UMi

| [Fe/H] | $M [M_{\odot}]$ | $M_V [\text{mag}]$ | $L [L_{\odot}]$ | $T_{\text{eff}} [\text{K}]$ | $R [R_{\odot}]$ |
|------------------|-----------------|--------------------|-----------------|-----------------------------|-----------------|
| $-1,29 \pm 0,01$ | $0,56 \pm 0,02$ | $0,83 \pm 0,05$ | 40 ± 2 | 6450 ± 100 | $5,0 \pm 0,2$ |

Zo známej vizuálnej strednej hviezdnej veľkosti m_0 , absolútnej vizuálnej hviezdnej veľkosti M_V a koeficientu medzihviezdnej extinkcie $A_V = 0,081 \text{ mag}$ (Schlafly et al., 2011) pre oblasť súhvezdia UMi sme určili podľa vzťahu č. 25 aj približnú vzdialenosť $1580 \pm 36 \text{ pc}$.

Z uvedených zistených fyzikálnych parametrov hviezdy XZ UMi môžeme usúdiť, že ide o priemernú hviezdu typu RR Lyrae, nakoľko všetkými svojimi parametrami spadá do tejto kategórie a ničím sa viac-menej nevymyká zo štatistiky.

3.7 Blažkov jav

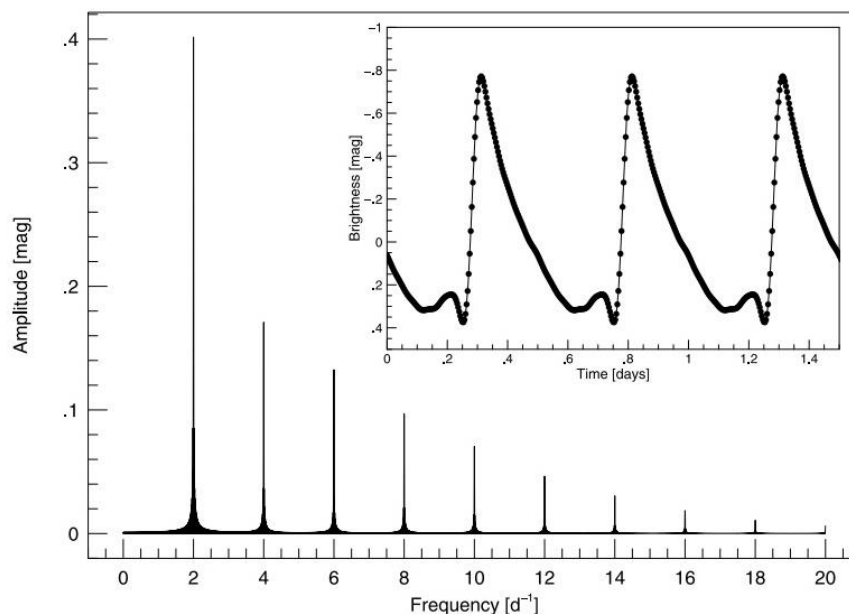
Zistenie, že ide o hviezdu s Blažkovým javom závažne zmenilo ďalšie smerovanie práce, nakoľko pôvodným zámerom bolo iba určenie periódy, svetelnej krivky a pomocou jej analýzy určenie fyzikálnych parametrov hviezdy. V tejto situácii však pri množstve dostupných dát, ktoré boli namerané nie je možné dostatočne presne stanoviť fyzikálne parametre hviezdy, keďže preloženie takejto nedostatočne pokrytej svetelnej krivky je málo presné. Zameral som sa preto viacej na samotný Blažkov jav a jeho popis.

V rámci periódovej analýzy je totiž pri hviezde s Blažkovým javom možné určiť i periódu modulácie svetelnej krivky, tzv. *Blažkovu periódu* a to analýzou frekvenčného spektra hviezdy. Ideálne frekvenčné spektrum z kontinuálneho sledovania hviezdy so vzorkovacou frekvenciou rádovo v minútach bez šumu vyzerá ako na obrázku 24. Najvýraznejšie píky zobrazujú puzačnú frekvenciu hviezdy a jej násobky.

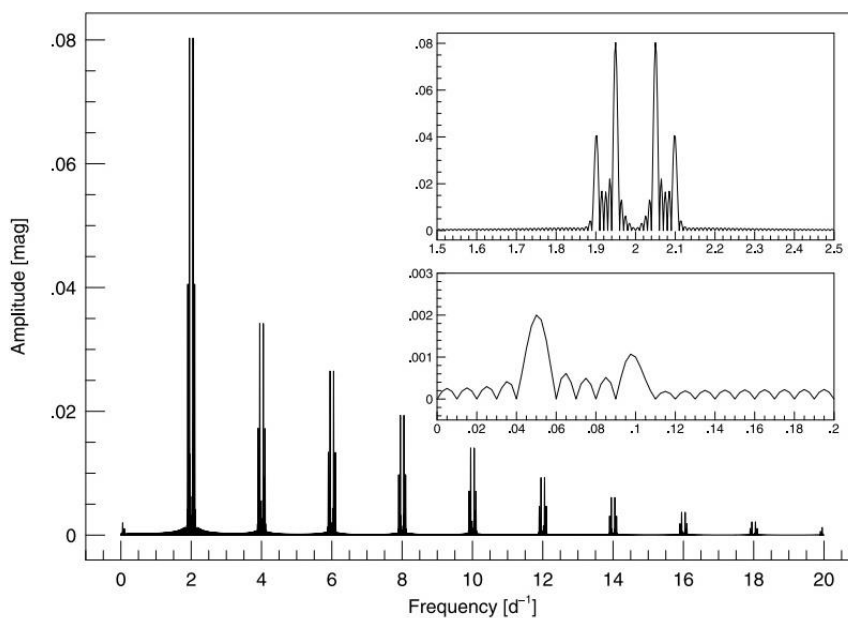
Pri hviezdach s Blažkovým javom môžeme popri hlavných píkoch (pulzačná frekvencia hviezdy a jej násobky) pozorovať i postranné píky (obr. 25). Rozdiel frekvencie postranného píku a hlavného píku je rovný Blažkovej frekvencii (Benkő et al., 2011).

Periódovou analýzou nameraných dát však nebolo možné Blažkovu periódu určiť. Nedostatok nameraných dát, krátky interval merania (zhruba 4 mesiace) a vzorkovacia frekvencia v dňoch spôsobil, že frekvenčné spektrum bolo plné prebytočného šumu s množstvom zhruba rovnako vysokých píkov (obr. 16). Vynikal iba pík s pulzačnou frekvenciou hviezdy. Postranné píky, ba ani hodnoty tretieho a vyššieho násobku hlavnej frekvencie hviezdy nebolo možné rozoznať. Pre jednoznačnejšie frekvenčné spektrum by bolo treba oveľa viac meraní s dlhšou časovou základňou.

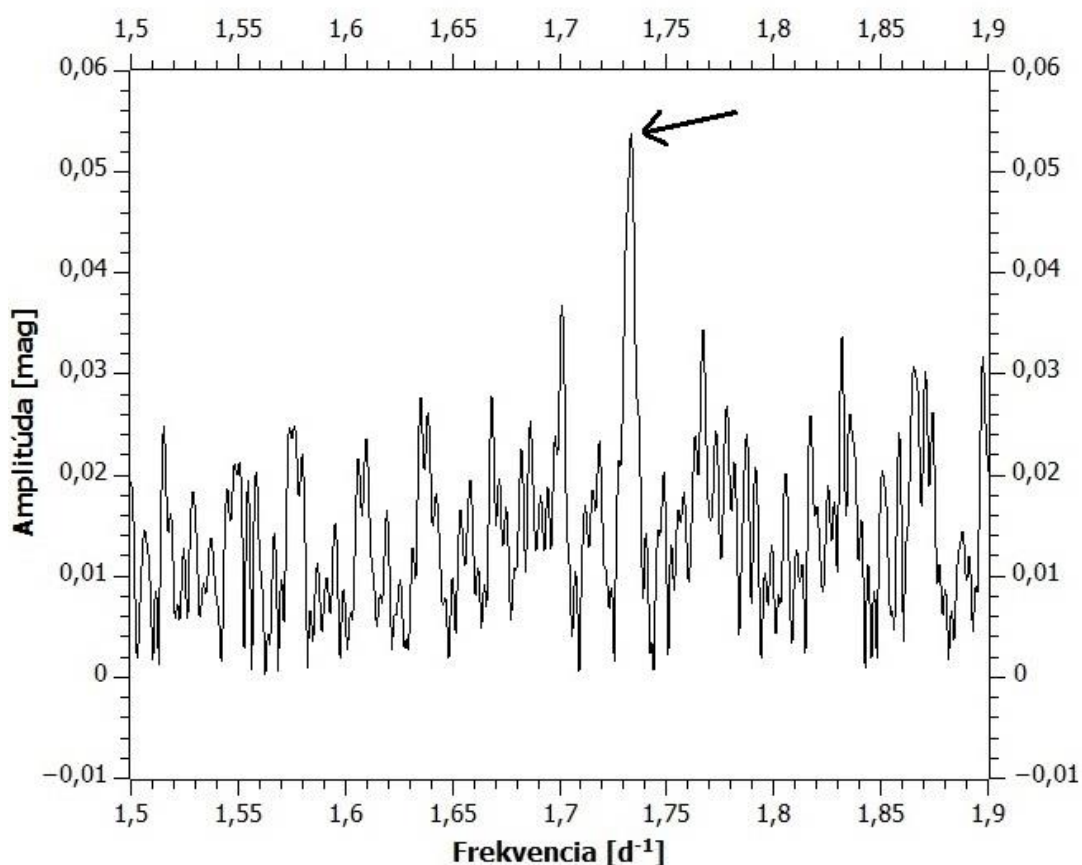
Preto boli využité jediné dostupné dáta z prehliadky NSVS (Wozniak et al. 2004). Svetelná krivka obsahovala iba 150 bodov, ale mala dlhú časovú základňu (zhruba 346 dní). Z periódovej analýzy pomocou tohto frekvenčného spektra tak bolo možné určiť frekvenciu postranného píku i Blažkovu periódu s hodnotou $41,3 \pm 0,3$ dní (v obr. 26 označená šipkou).



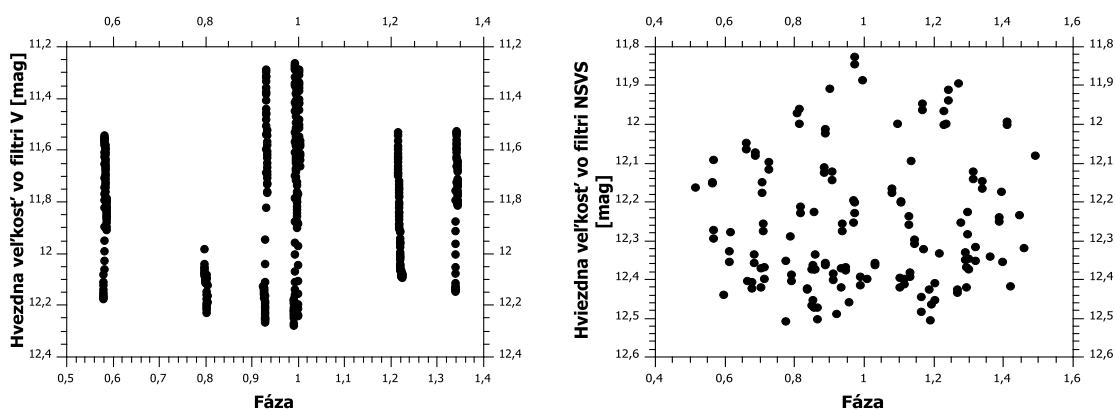
Obrázok 24: Ideálne frekvenčné spektrum hviezdy RR Lyrae. Prevzaté z (Benkő et al., 2011).



Obrázok 25: Postranné píky, ktoré môžeme pozorovať pri hviezde s Blažkovým javom po odčítaní pulzačnej frekvencie a jej násobkov. Prevzaté z (Benkő et al., 2011).



Obrázok 26: Frekvenčné spektrum hviezdy XZ UMi z meraní prehliadky NSVS. Šípka poukazuje na postranný pík, ktorý bol odhalený po odčítaní pulzačnej frekvencie a jej dvojnásobku. Pomocou neho sa potom odhadla Blažkova perióda.



Obrázok 27: Fázová krivka s Blažkovou periódou z vlastných dát (vľavo) a fázová krivka s Blažkovou periódou z dát z NSVS. Pre konštrukciu bolo použité základné maximum zo vzťahu č. 27.

Záver

V tejto práci som skúmal premennú hviezdu XZ UMi, typu RR Lyr, podtypu RRab. Išlo o pomerne neprebádanú hviezdu s minimom predošlých meraní. Hlavným cieľom práce preto bolo urobiť ďalšie merania, následnou periódovou analýzou overiť jej známu periódu, vykresliť a analyzovať jej fázovú svetelnú krivku a pomocou jej fitu sumou goniometrických funkcií určiť potrebné Fourierove koeficienty a následne fyzikálne parametre hviezdy.

Hviezda bola pozorovaná z observatória MUO v Brne počas zimy a jari 2015. Séria dát vo filtroch *BVRI* zo siedmich nocí (450 bodov v každom filtri) bola skalibrovaná na štandardný Johnsonov systém pomocou hviezdneho poľa v otvorenej hviezdokope M67. Následná periódová analýza upresnila známu periódu hviezdy na $P = 0,58521$ d. Po vykreslení fázovej svetelnej krivky z nameraných dát som však dospel k tomu, že svetelná krivka hviezdy je modulovaná. Po overení jej modulácie tým, že som preveril i variabilitu použitej porovnávacej hviezdy, som tak dospel k hlavnému výsledku tejto práce a tým je objav Blažkovho javu pri hviezde XZ UMi, ktorý tu dosiaľ nebol známy. Blažková perióda s hodnotou 41,3 d bola odhadnutá z analýzy dát z prehliadky NSVS, pretože vlastné dáta boli na tento účel nedostatočné.

Za prítomnosti Blažkovho javu pri hviezde nebolo možné presne určiť fyzikálne parametre hviezdy v dôsledku nedostatku dát. Preto možno tieto výsledky považovať iba za orientačné. Pre presnejšie hodnoty by bolo potrebné dlhodobejšie meranie s väčším množstvom dát. I tak však tieto výsledky poukázali na to, že ide o hviezdu typu RR Lyr, ktorá sa svojimi parametrami nijak nelíši od priemeru a hodnoty metalicity, hmotnosti, žiarivého výkonu, teploty či polomeru priam zapadajú medzi parametre ostatných hviezd rovnakého typu.

Použitá literatúra

- Bailey, S. I. 1902, *Annals of Harvard College Observatory*, 38, 1
- Barnacka A., 2008, *CepAnaliza danych fotometrycznych z przegladów "Pi of the sky" i ASAS*, Magisterská práca, Kraków
- Benkő, J. M., Szabó, R. & Páparó, M. 2011, *MNRAS*, 417, 974
- Benkő, M. et al. 2011, *MNRAS*, 417, 974
- Bessel, M. S., Brett, J. M. 1988, *PASP* 100, 1134
- Blažko, S. 1907, *Astronomische Nachrichten*, 175, 325
- Buchler, J. R., & Kolláth, Z. 2011, *ApJ*, 731, 24
- Carrol, B. & Ostlie, D. A. 2007, *An Introduction to Modern Astrophysics*, 2. vydanie, Pearson Adison Wesley, San Francisco
- Castellani, V., Chie, A., & Pulone, L. 1991, *ApJS*, 76, 911
- Cousins, A. W. J. 1976, *MNRAS*, 81, 25
- Cox, J. P. et al. 1966, *ApJ*, 144, 1038
- Durrel, P. R., Harris, W. E. 1993, *ApJ* 105, 1420 – 1440
- Eddington, A. S. 1926, *The Internal Constitution of the Stars*, Cambridge University Press, Cambridge
- Johnson, H. L. 1965, *ApJ* 141, 923
- Johnson, H. L., Morgan, W. W. 1953, *ApJ* 117, 313
- Jurcsik et al. 2009, *MNRAS*, 400, 1006
- Jurcsik, J. 1998, *A&A*, 333, 571
- Jurcsik, J., & Kovács, G. 1996, *A&A*, 312, 111
- Jurcsik, J., & Kovács, G. 1995, *IAU Colloq. 155: Astrophysical Applications of Stellar Pulsation*, 83, 385
- Kapteyn, J.C. 1890, *Astronomische Nachrichten*, 125, 165
- Landolt, A. U. 1992, *AJ*, 104, 340
- Lee, Y.-W., & Demarque, P. 1990, *ApJS*, 73, 709

- Lenz P., Breger M., 2004, *Comm. Ast.*, 146, 53
- Mikulášek, Z. & Krtička, J. 2005, *Základy fyziky hvězd*, Masarykova univerzita, Brno, skripta
- Mikulášek, Z. & Zejda, M. 2013, *Úvod do studia proměnných hvězd*, Masarykova univerzita, Brno, skripta
- Monet, D. G., Levine, S. E., Canzian, B., et al. 2003, *AJ*, 125, 984
- Motl D., 2011, Muniwin, [Online].
<http://c-munipack.sourceforge.net>
- Pickering, E. 1899, *Astronomische Nachrichten*, 149,13
- de Ponthiere, P., Le Borgne, J.-F. et al. 2012, *The Journal of the American Association of Variable Star Observers*, 40, 904
- Reimers, D. 1975, *Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes*, ed. B. Baschek, W. H. Kegel, G. Traving, Springer, Berlin, 229
- Rušin, V. 2006, *Slnko Naša najbližšia hviezda*, VEDA, Bratislava
- Samus N. N. et al., 2012, *CDS, B/gevs* (ver. Feb. 2012)
- Sandage, A. 1990, *ApJ*, 350, 603
- Shapley, H. 1916, *ApJ*, 43, 217
- Schlafly, E. F., & Finkbeiner, D. P. 2011, *ApJ*, 737, 13
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., Maeder, A 1992, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* 96, 296
- Schwarzschild, M. 1940, *Harvard College Observatory Circular*, 437, 1
- Simon, N. R. 1988, *ApJ*, 328, 747
- Simon, N. R., & Lee, A. S. 1981, *ApJ*, 248, 291
- Skarka, M., & Zejda, M. 2013, *MNRAS*, 428, 1442
- Skarka, M. 2013, *A&A*, 549, A101
- Smith A. Horace, 1995, *RR Lyrae stars*, Cambridge university press, Cambridge
- Sodor, Á., Jurcsik, J., Szeidl, B., et al. 2011, *MNRAS*, 411, 1585
- Stellingwerf, R. F. 1978, *ApJ* 224, 953 – 960

Strömgren, B. 1956, *Vistas in Astronomy*, 2, 1336

Watson, C. 2006, *The journal of the American association of variable stars observers*, 35, 318

Wenger, M. et al. 2000, *A&AS* 143, 9

Wozniak, P. et al. 2004, *AJ* 127, 2436

Zacharias, N., Monet, D. G., Levine, S. E., et al. 2004, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 36, 1418

Zacharias, N., Finch, C. T., Girard, T. M., et al. 2013, *AJ*, 145, 44

Zhevakin, S. A. 1953, *Astronomičeskij žurnal* 30, 161 – 179

Elektronické zdroje

[1]http://astro.phys.au.dk/~jcd/HELAS/puls_HR/

[2]<http://www.eskesthai.com/2013/07/songs-of-stars-real-music-of-spheres.html>

[3]<http://obswww.unige.ch/highlights/2004/04/15/sismologie-stellaire-sur-%CE%B1-centauri/>

[4]http://ogle.astrouw.edu.pl/atlas/RR_Lyr.html

[5]<http://astronomyonline.org/astrophotography/ccd.asp>

[6]http://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/photometry_our.html

[7]<http://var2.astro.cz/download.php>

[8]<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/sunfact.html>