MASARYKOVA
UNIVERZITA

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

Hledání planetkových párů/klastrů a odhad jejich stáří

Bakalářská práce

ELIŠKA HONSOVÁ

Vedoucí práce: Mgr. Petr Fatka, Ph.D.

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Brno, 2023

MUNI
PŘÍRODOVĚDECKÁ
FAKULTA

Bibliografický záznam

Autorka:	Ing. Eliška Honsová Přírodovědecká fakulta Masarykova univerzita Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Název práce:	Hledání planetkových párů/klastrů a odhad jejich stáří
Studijní program:	Fyzika
Studijní plán:	Astrofyzika
Vedoucí práce:	Mgr. Petr Fatka, Ph.D.
Akademický rok:	2022/2023
Počet stran:	xv + 39
Klíčová slova:	planetka, asteroid, planetkový pár, planetkový klastr

Bibliographic record

Author:	Ing. Eliška Honsová Faculty of Science Masaryk University Department of Theoretical Physics and Astrophysics

Title of Thesis:	Search for asteroid pairs/clusters and their age estimation
Degree Programme:	Physics
Study Plan:	Astrophysics
Supervisor:	Mgr. Petr Fatka, Ph.D.
Academic Year:	2022/2023
Number of Pages:	xv + 39
Keywords:	minor planet, asteroid, asteroid pair, asteroid cluster

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá hledáním planetkových párů a klastrů. První kapitola obsahuje informace týkající se základních charakteristik planetek, jejich výskytu ve Sluneční soustavě a jejich značení. Druhá kapitola popisuje rozdíly mezi binárními planetkami, planetkovými páry, planetkovými klastry a rodinami planetek. Ve třetí kapitole jsou nejprve na základě podobností drah vytipováni kandidáti na planetkové páry a klastry. Poté je za pomoci N-částicových zpětných integrací odhadováno jejich stáří. Celkem je objeveno 58 nových planetkových párů a 10 nových planetkových klastrů.

Abstract

This bachelor thesis focuses on the search for asteroid pairs and clusters. The first chapter provides information on the basic characteristics of asteroids, their distribution in the Solar System and their designations. The second chapter describes the differences between binary asteroids, asteroid pairs, asteroid clusters and asteroid families. In the third chapter, candidates for asteroid pairs and clusters are selected based on the similarity of their orbits. Then, using N-body backward integration, their ages are estimated. In total, 58 new asteroid pairs and 10 new asteroid clusters are found.

MUNI
SCI

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KOTLÁŘSKÁ 2, 611 37 BRNO
IČ: 00216224
DIČ: CZ00216224

ZADÁNÍ
BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Akademický rok: 2022/2023

Ústav:	Ústav teoretické fyziky a astrofyziky
Studentka:	Ing. Eliška Honsová
Program:	Fyzika
Specializace:	Astrofyzika

Ředitel *ústavu* PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje bakalářskou práci s názvem:

Název práce:	Hledání planetkových párů/klastrů a odhad jejich stáří
Název práce anglicky:	Search for asteroid pairs/clusters and their age estimation
Jazyk závěrečné práce:	čeština

Oficiální zadání:
Díky nebeským přehlídkám (například CSS, PAN-STARRS), které pravidelně prohledávají noční oblohu se neustále zvyšuje počet známých planetek se spolehlivě určenými drahami. Nabízí se možnost hledat v databázi drah nové geneticky spřízněné planetky (označované také jako planetkové páry/klastry), které pocházejí ze společného mateřského tělesa. Pokud se tento rozpad odehrál v nedávné době (nejvýše před několika miliony lety) a byl způsoben YORP efektem, zachovávají si nově vzniklé planetky velmi podobné heliocentrické dráhy a je tedy možné je pomocí nich identifikovat. S využitím zpětných N-částicových integrací je možné odhadnout okamžik jejich odloučení. Řešitel/řešitelka prohledá databázi drah planetek (obsahující v současnosti přibližně 1.2 milion drah), vytipuje kandidáty na geneticky spřízněné planetky a pokusí se odhadnout věk několika vybraných kandidátů. Znalost základů programování (např. Python nebo C) výhodou.

Vedoucí práce:	Mgr. Petr Fatka
Datum zadání práce:	4. 10. 2022
V Brně dne:	19. 3. 2023

Zadání bylo schváleno prostřednictvím IS MU.

Ing. Eliška Honsová, 4. 10. 2022
Mgr. Petr Fatka, 1. 12. 2022
RNDr. Luboš Poláček, 8. 12. 2022

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala Petru Fatkovi za vedení práce, spoustu trpělivosti a veselou mysl. Janu Klimkovi děkuji za oporu jak během studia, tak i mimo akademickou sféru. Děkuji též Janě Honsové za podporu samotného rozhodnutí studovat astrofyziku.

Dále považuji za nutné zmínit následující: Computational resources were provided by the e-INFRA CZ project (ID:90140), supported by the Ministry of Education, Youth and Sports of the Czech Republic. Tímto děkuji za poskytnuté služby.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením vedoucího práce s využitím informačních zdrojů, které jsou v práci citovány.

Brno 22. 5. 2023 Eliška Honsová

Obsah

Úvod **1**

1 O planetkách **3**
1.1 Základní charakteristika 3
1.2 Výskyt 4
1.3 Značení 8
1.4 Pojmenování 10

2 Rozpady planetek **11**
2.1 Jarkovského a YORP efekt 11
2.2 Binární planetky 12
2.3 Planetkové páry a klastry 13
2.4 Rodiny planetek 14

3 Praktická část **15**
3.1 Dráhové elementy 15
3.2 Hledání planetek s podobnými drahami 16
3.3 Hledání planetkových párů a odhad jejich stáří 17
3.4 Hledání planetkových klastrů a odhad jejich stáří 27

Závěr **33**

Bibliografie **35**

Úvod

Díky nebeským přehlídkám se neustále zvyšuje počet známých planetek se spolehlivě určenými drahami. V této bakalářské práci prohledáme databázi planetek a pokusíme se v ní nalézt planetky pocházející ze stejného mateřského tělesa, a sice tzv. planetkové páry a klastry. Za využití zpětných N-částicových integrací pak odhadneme jejich stáří, tedy dobu, kdy k rozpadu mateřského tělesa došlo.

Tato práce je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole si představíme planetky samotné. Nejprve se zaměříme na jejich vzhled, velikost a složení, poté si popíšeme, kde ve Sluneční soustavě můžeme planetky nalézt. Dále budeme věnovat svou pozornost jejich značení, které se mění v závislosti na tom, zda již je dostatečně přesně určená dráha planetky. V závěru kapitoly v krátkosti shrneme problematiku obecného označování těchto těles jako planetky.

V druhé kapitole se budeme věnovat rozpadům planetek. Vysvětlíme si, jaký je rozdíl mezi binárními planetkami, planetkovými páry, planetkovými klastry a rodinami planetek. Popíšeme, jakými mechanismy tyto skupiny vznikají a jak po rozpadu probíhá další vývoj nově vzniklých těles. K tomu budeme potřebovat znát, co je tzv. Jarkovského a YORP efekt, a proto se i s těmito efekty ve druhé kapitole blíže obeznámíme.

Třetí kapitola bude kapitolou praktickou. Protože budeme hledat planetkové páry na základě podobnosti jejich drah v prostoru dráhových elementů, seznámíme se nejprve se samotnými dráhovými elementy. Poté vytipujeme dvojice planetek, jejichž heliocentrické dráhy jsou si natolik podobné, že je pravděpodobné, že se jedná o planetkový pár (či klastr). Nakonec za pomoci zpětných N-částicových integrací odhadneme stáří vytipovaných párů a pak i jednotlivých členů klastrů.

1 O planetkách

V následující kapitole definujeme, co se skrývá pod pojmem planetka. Nejprve popíšeme základní vlastnosti planetek, jako je velikost a složení, poté se zaměříme na místa, kde je možno planetky nalézt. Protože je možné jednu planetku v některých případech dohledat pod více než jedním označením, ve třetí podkapitole objasníme systém, jakým jsou planetkám přidělována jména. V závěru kapitoly si pak ujasníme rozdíl mezi pojmy planetka a asteroid.

1.1 Základní charakteristika

Pod pojmem planetka rozumíme malé kamenné objekty nejrůznějších tvarů obíhající kolem Slunce po eliptických drahách.

Jejich rozměry se mohou pohybovat od několika metrů[1] až po stovky kilometrů. (NASA, 2021a) Co do počtu existuje nepřímá úměra mezi rozměry planetek a jejich množstvím, tedy čím větší poloměr, tím méně takových planetek známe. Pouze 30 planetek má poloměr větší než 200 km a dále se odhaduje, že planetek větších než 100 km je zhruba 250, planetek větších než 1 km je asi milion. (Tedesco, 2023)

Vzhledově se jedná nejčastěji o nepravidelné objekty, ale v některých případech nabývají až téměř kulového tvaru. (Děje se tak pouze u větších planetek, které jsou dostatečně hmotné na to, aby svou vlastní gravitací zakulatily svůj tvar.) Na jejich povrchu můžeme nalézt krátery způsobené srážkami s menšími tělesy. (NASA, 2021a)

Nejedná se nutně o jednolité objekty: planetky s rozměry mezi 200 m až 10 km se běžně popisují jako „hromady suti“. Jsou to totiž značně pórovité objekty tvořené mnoha nepravidelnými částicemi, které jsou vázány pouze vlastní gravitací. (Walsh, 2018)

Podle chemického složení můžeme planetky rozdělit do tří základních tříd: C, S a M. O jejich charakteristikách usuzujeme dle albeda[2] a spektra.

Nejrozšířenější je *třída C*, o které se odhaduje, že do ní patří 75 % známých planetek. Spektrum těchto planetek se podobá spektru uhlíkatých chondritů[3], což se projevuje i v jejich názvu. Písmeno C je odvozeno z anglického slova

1. Pro tělesa menší než zhruba 100 m se někdy používá označení meteoroid. Neexistuje ale kritérium, na základě kterého by bylo možné mezi těmito skupinami těles stanovit jasnou hranici. (Kleczek, 2002) Například IMO (2017) za meteoroidy považuje tělesa s rozměry zhruba 30 μm až 1 m.
2. Poměr mezi odraženým a dopadajícím zářením.
3. Uhlíkatý chondrit je druh kamenného meteoritu, který je typicky složen z drobných zrn, tzv. chondrulí. Chemické složení chondritů je (až na vodík a helium) podobné složení Slunce, a tedy i složení mlhoviny, z níž vnikla Sluneční soustava.

carbonaceous – uhlíkatý. Planetky třídy C jsou velmi tmavé, jejich albedo se pohybuje okolo 0,05.

Přibližně 17 % známých planetek patří do *třídy S* (z anglického siliceous – křemičitý). Složeny jsou z niklu, železa a křemičitanů železa a hořčíku. Tyto planetky jsou jasné, s albedem okolo 0,18.

Většinu ze zbývajících planetek lze zařadit do *třídy M* (z anglického metallic – kovový). Planetky této skupiny jsou tvořeny z čistého železa a niklu. Jsou poměrně jasné, jejich albedo se pohybuje okolo 0,14. (Kleczek, 2002)

Výše zmíněná klasifikace je založena na třídění dle Chapman et al. (1975), které zahrnovalo skupiny C, S a U, přičemž skupina U (unclassified – nezařazený) obsahovala všechny planetky nepatřící do prvních dvou skupin. Později byly zavedeny ještě mnohé další třídy a objevilo se vícero možných členění. Mezi nejpoužívanější patří Tholenova klasifikace, SMASS klasifikace či Bus–DeMeo klasifikace. (DeMeo et al., 2009)

Typické místo výskytu ve Sluneční soustavě se u jednotlivých tříd planetek liší. Zatímco planetky skupiny S můžeme nalézt ve vnitřní části hlavního pásu planetek, skupina C převažuje v jeho středu a vnějším okraji. Detailněji viz obrázek 1.2 v sekci týkající se hlavního pásu planetek. (Tedesco, 2023)

1.2 Výskyt

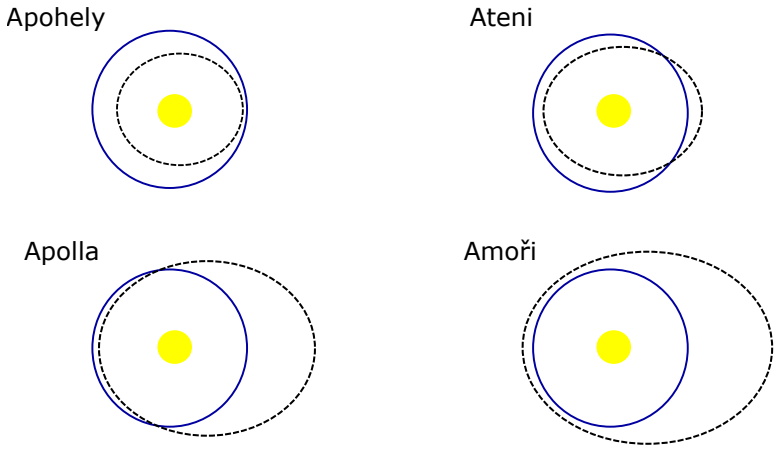
Planetky můžeme nalézt prakticky napříč celou Sluneční soustavou. Dle místa výskytu je možno planetky rozdělit do několika hlavních skupin, které si nyní uvedeme.

Jako *blízkozemní planetky* označujeme takové planetky, jejichž vzdálenost od Slunce je v perihéliu[4] menší než 1,3 au [5]. Databáze Mezinárodní astronomické unie (International Astronomical Union, IAU (2023a)) jich na začátku roku 2023 obsahovala více než 31 000. Blízkozemní planetky dále dělíme na Apohely, Ateny, Apolla a Amory, viz obrázek 1.1.

Mezi *Apohely* patří planetky, jejichž velká poloosa[6] je menší než 1 au a v aféliu[7] jsou od Slunce vzdáleny méně než 0,983 au (což je vzdálenost Země od Slunce v perihéliu). Nekřižují tak dráhu Země. Tyto planetky jsou dle první pojmenované planetky někdy též označovány jako Atirova skupina.

Jednou ze skupin planetek, které dráhu Země křižují, jsou tzv. *Ateni*. Jejich velká poloosa je menší než 1 au, v aféliu jsou vzdáleni od Slunce 0,983 au nebo

4. Perihélium je nejbližší bod trajektorie od ohniska (Slunce).
5. Astronomická jednotka odpovídá střední vzdálenosti Země od Slunce. Její hodnota byla v roce 2012 stanovena na 149 597 870 700 m.
6. Definice velké poloosy je uvedena v kapitole 3.1 společně s dalšími dráhovými elementy.
7. Afélium je nejvzdálenější bod trajektorie od ohniska (Slunce).



Obrázek 1.1: Skupiny blízkozemních planetek. Žlutě je vyznačeno Slunce, modře dráha Země, přerušovanou čarou je naznačena možná dráha planetky dané skupiny. Zdroj: dle Gabzdyl (2023) upravila autorka.

více. Atenova skupina proto křižuje dráhu Země ve chvílích, kdy se planetky nacházejí blízko svého afélia.

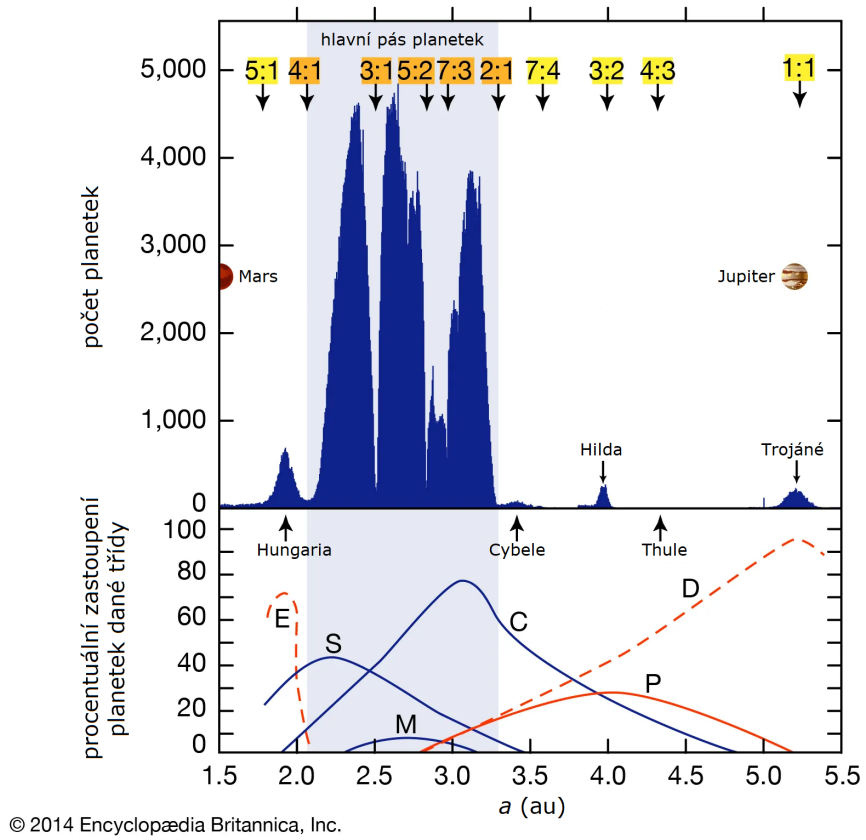
Drouhou ze skupin planetek křižujících dráhu Země jsou *Apolla*. Velká poloosa této skupiny planetek je větší nebo rovna 1 au a jejich vzdálenost v perihéliu je menší nebo rovna 1,017 au (tedy vzdálenosti Země od Slunce v aféliu). Planetky Apollonovy skupiny křižují dráhu Země, když se nacházejí poblíž svého perihélia.

Jako *Amory* označujeme planetky, jejichž vzdálenost od Slunce v perihéliu je větší než 1,017 au, avšak je menší než 1,3 au. Tyto planetky tedy podobně jako Apohely nekřižují dráhu Země, její gravitační působení však může pozměnit dráhu některé z planetek natolik, že ke křížení se Zemí (dočasně) dojde. (Tedesco, 2023)

Hlavní pás planetek je oblast toroidálního tvaru mezi drahami Marsu a Jupiteru, konkrétně ve vzdálenosti mezi 2,1–3,3 au, v níž se nachází většina známých planetek. Celková hmotnost všech planetek v hlavním pásu je dle E. Pitjeva et al. (2015) rovna $(12{,}25 \pm 0{,}19) \cdot 10^{-10}\ \mathrm{M}_\odot$, což odpovídá méně než 4 % hmotnosti Měsíce. Téměř 39 % hmotnosti hlavního pásu připadá na největší Ceres, tři nejhmotnější tělesa (Ceres, Vesta a Pallas) pak tvoří téměř 58 % jeho hmotnosti.

Hlavní příčinou toho, proč se v těchto místech nachází tolik planetek, je pravděpodobně gravitační působení Jupiteru. Předpokládá se, že právě to zamezilo, aby se pevné částice protoplanetárního disku (planetisimály) seskupily a zformovaly planetu.

Gravitační působení Jupiteru ovlivnilo i rozmístění planetek, a to nejen v rámci hlavního pásu, ale i v jeho okolí, jak naznačuje obrázek 1.2. Můžeme si povšimnout, že dráhy jednotlivých skupin planetek vykazují rezonance s Jupiterem (v poměrech žlutě naznačených na obrázku). Např. poměr 5:1 přibližně odpovídající rezonanci skupiny Hungaria (přesněji se pro tuto skupinu udává poměr 9:2) znamená, že oběžná doba planetek této skupiny je pětkrát menší než oběžná doba Jupiteru. (Tedesco, 2023)



© 2014 Encyclopædia Britannica, Inc.

Obrázek 1.2: Rozložení známých planetek mezi Marsem a Jupiterem dle četnosti a chemického složení. Poměry odpovídají dráhovým rezonancím s Jupiterem, v důsledku kterých vznikají mezery (oranžově) či naopak skupiny planetek (žlutě). Zdroj: Britannica (2014)

Podobně tak v důsledku rezonancí s Jupiterem vznikají tzv. *Kirkwoodovy mezery*, což jsou oblasti hlavního pásu, v nichž se dlouhodobě nenacházejí žádné planetky. Poměry oběžných dob planetek, jež by kolem Slunce obíhaly v oblasti dané mezery, ku Jupiteru jsou též (oranžově) vyznačeny v obrázku 1.2. Pokud se planetka náhodou dostane do oblasti některé z mezer, k čemuž může dojít

například v důsledku působení Jarkovského efektu[8], je její dráha narušována gravitačním působením Jupiteru tak dlouho, až je planetka z oblasti vytlačena. Některé z Kirkwoodových mezer jsou díky tomu zdrojem blízkozemních planetek. (Britannica, 2016)

Další významnou skupinou planetek jsou tzv. *Jupiterovi trojáné*. To jsou planetky, které obíhají po stejné dráze jako Jupiter a librují okolo jeho Lagrangeových bodů L_4 a L_5. Ty se nacházejí 60° před a 60° za Jupiterem, měříme-li od spojnice Slunce–Jupiter. V těchto místech (pro případ dvou velmi hmotných těles a třetího tělesa významně menší hmotnosti) dochází k vyrovnání gravitačních sil a odstředivé síly, v důsledku čehož zde mohou být zachycována tělesa, jako jsou právě planetky. (Tedesco, 2023)

Obecně je jako trojány možno označit jakékoliv planetky nacházející se v libračních bodech vybrané planety, případně i v systému planety a jejího měsíce. Takto již byli objeveni například trojáné Marsu či trojáné Neptunu, známe i dva trojány Země. Zatímco trojánů Jupiteru dle databáze NASA (2023b) známe[9] přes 12 500, v případě ostatních planet jsou to pouze jednotky či nižší desítky. V praxi jsou proto jako trojáné často myšleni právě ti náležící Jupiteru, i když tento přívlastek nemusí být explicitně zmíněn. (NASA, 2021a)

Specialitou Jupeterových trojánů je jejich pojmenovávání. Ve chvíli, kdy je potvrzen objev nové planetky a je jí přidělováno jméno, musí být dle pravidel IAU (2023c) vybráno jméno náležící některému z hrdinů trójské války. (Bod L4 je vyhrazen pro Řeky, bod L5 pro Trójany.) (Tedesco, 2023)

Za zmínku dále stojí *skupina kentaurů*, což jsou objekty, které po velmi výstředních drahách obíhají přibližně mezi drahami Jupiteru a Neptunu. Z hlediska složení tyto objekty odpovídají jádrům komet, i kvůli své velké vzdálenosti od Slunce ale ne vždy vykazují kometární aktivitu. Kentauři se pravděpodobně původně nacházeli v Kuiperově pásu, ale v důsledku perturbací došlo ke změně jejich drah. Ty jsou nadále pozměňovány gravitačním působením plynných obrů. (Delsemme, 2015)

Objekty, jejichž velká poloosa je větší než velká poloosa Neptunu, tedy 30,1 au, označujeme jako *transneptunická tělesa*. Mezi nimi najdeme objekty Kuiperova pásu, objekty rozptýleného disku a objekty odděleného disku. Takovýchto těles známe dle NASA (2023b) více než 4 400, ve skutečnosti je jich ale o mnoho řádů více. Hmotnost Kuiperova pásu je dle E. V. Pitjeva et al. (2018) rovna $(5{,}92 \pm 0{,}90) \cdot 10^{-8}\ \mathrm{M}_\odot$.

Kuiperův pás je oblast ve vzdálenostech zhruba 30–50 au od Slunce. Vysvětlení jeho existence je podobné jako to pro hlavní pás planetek, přičemž v případě

8. Tento jev bude vysvětlen v kapitole 2.1

9. V tomto případě se silně uplatňuje výběrový efekt, kdy vzdálenější a méně jasné planetky je obtížnější objevit. Ve skutečnosti je trojánů Jupiteru mnohem více. Vinogradova et al. (2015) odhadují jejich celkovou hmotnost na $(0{,}30 \pm 0{,}19) \cdot 10^{-10}\ \mathrm{M}_\odot$.

Kuiperova pásu to bylo gravitační působení Neptunu, které zamezilo, aby planetisimály zformovaly planetu. Stejně tak měl Neptun vliv i na další rozmístění těles v Kuiperově pásu. Některá tělesa obíhají po téměř kruhových drahách, jiná byla Neptunem vychýlena tak, že jsou jejich dráhy excentričtější a mají větší inklinaci. U mnoha objektů Kuiperova pásu dochází k rezonanci s Neptunem.

Jako *objekty rozptýleného disku* označujeme tělesa, jejichž vzdálenost od Slunce v perihéliu je větší než 30 au, ale zároveň obíhají po velmi excentrických drahách (s velkou inklinací). Dráhy těchto těles se proto nacházejí mimo hlavní část Kuiperova pásu, nicméně i na ně ještě významně gravitačně působí Neptun.

Tělesa, pro které je gravitační působení Neptunu již zanedbatelné, nazýváme *objekty odděleného disku*. Tyto objekty mají velmi excentrické dráhy. Typický zástupce této skupiny, Sedna (v současnosti kategorizovaná jako trpasličí planeta), se v perihéliu ke Slunci přibližuje na vzdálenost 76 au, v aféliu je od Slunce vzdálena téměř 1 200 au. (NASA, 2021b)

Nejvzdálenější oblastí, o níž se předpokládá, že se v ní nacházejí objekty pocházející z protoplanetárního disku, je *Oortův oblak*. Ten pravděpodobně začíná v oblastech kolem 2 000–5 000 au, jeho vnější hranice sahá až do vzdáleností 10 000 či 100 000 au od Slunce. Předpokládá se, že právě Oortův oblak je zdrojem dlouhoperiodických komet. (NASA, 2019)

1.3 Značení

Pokud je planetka pozorována alespoň dvě noci a není ji v danou chvíli možné ztotožnit s jinou planetkou, která je již obsažena v databázi IAU, dostane planetka *předběžné* (*provizorní*) *označení*. V tom je zakódované datum jejího objevu.

První částí tohoto označení jsou čtyři číslice zastupující rok objevu. Za mezerou následuje písmeno určující polovinu měsíce, v níž byla planetka objevena. Objev ze dnů 1.–15.1. tak bude označen písmenem A, pro 16.–31.1. je vyhrazeno písmeno B atd. Vynecháno je písmeno I, na planetky objevené mezi 16.–31.12. tak vychází písmeno Y. Písmeno Z se neuděluje.

Za tímto písmenem následuje další písmeno značící pořadí v rámci dané poloviny měsíce. Opět se vynechává písmeno I, ale písmeno Z se již používá, a tedy je možné za pomoci druhého písmena označit prvních 25 planetek. Pro 26.–50. planetku se písmena opakují opět od začátku, ale následuje za nimi index 1, u 51.–75. planetky najdeme index 2 atd. Je-li to možné, tato čísla by měla být zapisována jako dolní indexy. Při práci s databázemi se ale pro jednoduchost zpracování toto pravidlo spíše nedodržuje.

Jako příklad si uveďme planetku objevenou v druhé polovině ledna roku 2000 jako 51. v pořadí (v rámci dané poloviny měsíce). Takováto planetka má označení $2000\,\mathrm{BA}_2$.

Výjimku z tohoto pravidla tvoří planetky objevené při přehlídkách v letech 1960–1977. Ty jsou označeny pořadovým číslem v rámci dané přehlídky, po mezeře pak následuje zkratka přehlídky. Například planetka 3138 T-1 byla objevena jako 3138. v pořadí během první přehlídky zaměřené na trojány. (IAU, 2023d)

Ve chvíli, kdy je dostatečně přesně určena dráha planetky, dostane planetka *definitivní označení*, kterým je pořadové číslo dle databáze IAU. Toto číslo se obvykle uvádí v závorkách. Ve stejnou chvíli může objevitel navrhnout pro planetku i jméno, které je následně schváleno IAU. Pro většinu planetek je možné navrhnout téměř jakékoliv jméno s několika základními omezeními (například musí mít méně než 16 znaků, mělo by jít v nějakém jazyce vyslovit a nemělo by být urážlivé). Nadto jsou vyhrazena speciální jména pro některé skupiny planetek, jako je již zmíněný případ Jupiterových trojánů. (IAU, 2023c)

Takto můžeme na seznamu IAU (2023b) nalézt například planetku (1841) Masaryk.

Pro jednodušší práci s daty bylo zavedeno *komprimované označení* planetky. V případě komprimovaného předběžného označení je první pozice věnována prvním dvěma číslicím letopočtu (I = 18, J = 19, K = 20). Na dalších dvou pozicích najdeme poslední dvě číslice letopočtu. Na čtvrté pozici je písmeno zastupující pořadí poloviny měsíce, v níž byla planetka objevena. Druhé písmeno je až na poslední (sedmé) pozici.

Indexy počítající cyklus používání druhého z písmen se vkládají na pátou a šestou pozici. Ve chvíli, kdy index překročí hodnotu 99, začnou se na pátou pozici postupně vkládat velká písmena abecedy. Po písmenu *Z* následuje *a* a po něm další písmena abecedy, tentokrát malá.

Výše uvedenou planetku $2000BA_2$ tak můžeme v databázi najít i pod označením K00B02A.

V případě planetek objevených při přehlídkách se mírně mění kód přehlídky a pořadí planetky je uvedeno bez mezery za tímto kódem. Námi zmíněná planetka 3138 T-1 proto existuje i jako T1S3138.

Setkat se můžeme i s komprimovaným definitivním označením. Snahou je, aby (katalogová) pořadová čísla měla nanejvýš 5 znaků. Pro prvních 99 999 planetek proto nedochází k žádným změnám. Pro planetky mezi 100 000.–619 999. pozicí jsou zachovány poslední čtyři číslice. Před ně se vkládají velká a poté i malá písmena abecedy, která zastupují čísla 10–61. (Například planetka (100234) může být nalezena pod označením A0234.)

Pro planetky na pozicích 620 000 a vyšších se na první pozici vloží znak ~. Rozdíl definitivního označení a této hodnoty pak bude přičítán na zbylé čtyři pozice v soustavě o základu 62, tvořené postupně velkými a malými písmeny abecedy. Například planetka (620061) bude k nalezení i jako ~000z. (IAU, 2023e)

1.4 Pojmenování

Pojem planetka někdy bývá zaměňován s označením asteroid. Historicky starší je pojmenování asteroid. To ve volném překladu znamená „hvězdě podobný“ a odkazuje na pozorovanou podobu prvního objeveného tělesa z této kategorie. (Jednalo se o Ceres, objevený v roce 1801.) Z pohledu fyzikálních vlastností jsou však planetky podobnější planetám než hvězdám, a proto bylo ve 20. století jako vhodnější vybráno právě označení planetka. (Hanáček, 2022)

Situace se mírně zkomplikovala v roce 2006, kdy byly na valném shromáždění schváleny následující tři kategorie objektů Sluneční soustavy: planeta, trpasličí planeta a malá tělesa Sluneční soustavy[10]. Tehdy byl mimo jiné výše zmíněný Ceres zahrnut do kategorie trpasličích planet. (IAU, 2006) Je možno si povšimnout, že označení planetka nebylo nijak definováno.

Nezávisle na zmíněném třídění však IAU provozuje Centrum planetek[11], v jehož databázi můžeme nalézt jak trpasličí planety, tak malá tělesa Sluneční soustavy. (IAU, 2023a) Protože právě z této databáze budeme vycházet při našich výpočtech, budeme používat označení planetka, a sice pro objekty obíhající kolem Slunce, které ale nejsou přirozeným satelitem, planetou ani kometou.

Výše zmíněná databáze planetek IAU obsahovala na začátku roku 2023 více než 1 260 000 objektů.

10. V rezoluci jsou jako malá tělesa Sluneční soustavy uvedena „most of the Solar System asteroids, most Trans-Neptunian Objects, comets, and other small bodies“. Anglické označení pro planetky „minor planets“ zde tedy nenajdeme. A nepotvrzuje se ani splynutí pojmu se slovem asteroid, který je použit pro objekty vnitřní Sluneční soustavy.
11. International Astronomical Union's Minor Planet Center

2 Rozpady planetek

V následující kapitole popíšeme mechanismy rozpadu a dalšího vývoje planetek, přičemž se detailněji seznámíme s Jarkovského a YORP efektem. Dále si definujeme názvosloví pro skupiny planetek vzniklé v důsledku různých mechanismů rozpadu mateřského tělesa.

2.1 Jarkovského a YORP efekt

Hlavními vlivy na vznik planetkových systémů mohou být gravitační působení, vzájemné srážky planetek nebo tzv. YORP efekt. Princip působení prvních dvou mechanismů je alespoň v zásadě zřejmý, svou pozornost proto nyní budeme věnovat poslednímu zmíněnému efektu. Společně s ním se seznámíme s tzv. Jarkovského efektem, který hraje roli při dalším vývoji planetkových systémů. Jak Jarkovského tak YORP efekt výrazněji působí především na menší[1] planetky.

Jarkovského efekt lze popsat jako jev, kdy v důsledku pohlcování a opětovného vyzařování tepelného záření planetkou dochází ke změně její dráhy. Důležité ovšem je, že k pohlcování a vyzařování tepelného záření nedochází ve stejnou chvíli. Jarkovského efekt se skládá z tzv. denní a sezónní složky, přičemž v obou případech budeme uvažovat, že působí na sférickou planetku.

Pro pochopení denní složky pro jednoduchost předpokládejme, že osa rotace této planetky je kolmá k rovině oběhu planetky kolem Slunce. (V takovém případě se bude denní složka Jarkovského efektu nejvíce projevovat a zároveň sezónní složka nebude mít žádný vliv.) Strana planetky přivrácená ke Slunci je během dne zahřívána, a tato energie je se zpožděním vyzářena. Při vyzáření je planetce dodána dodatečná hybnost a vzniká tak tlak v opačném směru, než jsou vyzařovány sledované fotony[2]. Výsledný efekt pak závisí na směru rotace planetky. Pokud planetka rotuje ve stejném směru, jako obíhá kolem Slunce, bude v důsledku denní složky Jarkovského efektu docházet ke zvětšování její velké poloosy. Pokud bude rotovat v opačném směru, bude se její velká poloosa zmenšovat.

Sezónní složka Jarkovského efektu nejvíce působí u planetek, jejichž osa rotace leží v rovině oběhu planetky kolem Slunce (v takovém případě by denní složka měla nulový vliv). Severní a jižní polokoule takovéto planetky jsou v průběhu roku nerovnoměrně zahřívány, tepelné záření je opět vyzařováno se

1. Přesná hranice se u různých zdrojů liší. Například Margot et al. (2015) zmiňuje objekty s průměrem menším než přibližně 20 km, Bottke; Vokrouhlický et al. (2006) hovoří o přibližně 40 km.
2. Planetka samozřejmě díky své nenulové teplotě vyzařuje tepelné záření z celého svého povrchu. Vyzařování chladnějšího záření nicméně není pro tuto chvíli tolik podstatné.

zpožděním. Vzniká tak tlak působící proti směru oběhu planetky kolem Slunce. Její doba oběhu se tak prodlužuje a společně s tím dochází ke zmenšování velké poloosy planetky. K tomu dochází nehledě na směr rotace planetky. (Bottke; Vokrouhlický et al., 2006)

Jako YORP (Jarkovského–O'Keefeho–Radzievského–Paddackův) efekt označujeme jev, při němž v důsledku tlaku vyzařovaného tepelného záření a rozptylu dopadajícího záření dochází ke změně rotace a orientace rotační osy planetky. V případě YORP efektu hraje důležitou roli asymetričnost planetky. Takovou planetku si můžeme pro jednoduchost představit jako sférickou planetku, ke které připevníme dva různě natočené klíny. Při vyzařování tepelného záření pak může v důsledku jejich odlišné orientace docházet ke zvýšení či snížení rychlosti rotace planetky a stejně tak ke změnám orientace její rotační osy. (Rubincam, 2000)

2.2 Binární planetky

Gravitačně vázanému systému dvou planetek, které obíhají kolem společného těžiště, říkáme binární planetky. Největší těleso daného systému nazýváme primár, menší těleso sekudár. (Existují i vícepočetné gravitačně vázané systémy. Pokud se takový systém skládá ze tří planetek, označujeme ho jako triplet a třetí těleso nazýváme terciér.)

Pro binární planetky je typické, že se skládají z primáru, který se rychle otáčí kolem vlastní osy (zhruba jednou za 2–5 hodin), a relativně malého sekundáru (poměr hmotnosti sekundáru ku primáru je typicky v rozmezí 0,001–0,1, i když existují i binární planetky srovnatelných hmotností). (Margot et al., 2015) Dále tyto planetky bývají vzájemně blízko sobě (do desetinásobku poloměru primáru) a obíhají po málo výstředných oběžných drahách. (Brož, 2013)

Nejčastějším mechanismem, který zapříčiňuje vznik binárních planetek, je v případě menších planetek rozpad mateřského tělesa. Jak jsme již zmiňovali, tyto planetky lze popsat jako hromady suti, držící pohromadě jen vlastní gravitací. Pokud takovéto těleso začne rychle rotovat, přičemž hlavní roli v urychlování rotace mateřské planetky hraje právě YORP efekt, dochází nejprve k přesunu materiálu do rovníkových oblastí. Ve chvíli, kdy planetka dosáhne mezní frekvence rotace, při níž odstředivá síla překoná sílu gravitační (díky které jednotlivé části planetky drží pohromadě), oddělí se z primáru kus hmoty – sekundár. (Margot et al., 2015)

U planetek s průměrem menším než 200 m k tomuto scénáři nedochází. V jejich případě hrají významnou roli elektromagnetické vazby, které těleso udržují při sobě. U takovýchto planetek pak můžeme pozorovat, že rotují i více než stokrát rychleji, než je mezní frekvence rotace. (Brož, 2013)

V případě větších binárních planetek (s průměrem primáru větším než desítky kilometrů) je nejpravděpodobnějším scénářem vznik sekundáru v důsledku srážky. Tento závěr je v souladu s pozorováním, že větší primáry rotují pomaleji (jednou za zhruba 4–7 h) a poměr hmotnosti sekundáru vůči primáru v jejich případě bývá v rozmezí 10^{-6}–10^{-2}. (Margot et al., 2015)

Dle Brož (2013) jsou v hlavním pásu řádově procenta planetek binárních; v jeho vnitřní části a v blízkozemní oblasti je takovýchto planetek až 20 %.

2.3 Planetkové páry a klastry

Jako planetkový pár označujeme systém dvou planetek, které pocházejí ze stejného tělesa, ale které nejsou gravitačně vázané. Většímu z těles (stejně jako v případě binárních planetek či tripletů) říkáme primár, menšímu sekundár. (Margot et al., 2015) Takovéto skupiny planetek nicméně nemusí obsahovat pouze dvě tělesa; pokud došlo ke vzniku skupiny s více než dvěma členy, označujeme je jako planetkové klastry. (Petr Fatka et al., 2020)

Ke vzniku planetkového páru dochází v důsledku rozpadu binární planetky, kdy sekundár přestane být gravitačně vázán k primáru. Taková tělesa pak mají téměř identické heliocentrické dráhy. Je důležité zdůraznit, že členové planetkového páru se po oddělení nadále nenacházejí fyzicky blízko sebe; ačkoliv jejich heliocentrické dráhy zůstávají podobné, v průběhu času se jejich konkrétní pozice na daných drahách rozcházejí. Při tom mimo jiné hraje roli i Jarkovského efekt.

Ne každá binární planetka však může vytvořit planetkový pár. Důležitou roli zde hraje poměr hmotností sekundáru vůči primáru a s tím spojená volná energie, kterou binární planetka disponuje. Volnou energii definujeme jako celkovou (kinetickou a potenciální) energii mínus vnitřní potenciály každé z komponent. Obecně platí, že pokud je poměr hmotností sekundáru vůči primáru menší než přibližně 0,2, pak je volná energie tohoto systému kladná, což znamená, že může (ale nemusí) dojít ke vzniku planetkového páru. Pokud je poměr hmotností větší než přibližně 0,2, ke vzniku planetkového páru by dojít nemělo.

Čím více se poměr hmotností planetek blíží k této hranici, tím více kinetické energie nutné pro únik (vznik páru) je odebíráno na úkor rotační energie primáru. Pozorujeme, že v případě planetkových párů s velmi malým poměrem hmotností primáry rotují velmi rychle a u párů s poměrem blížícím se 0,2 je rychlost rotace primáru velmi malá. (P. Pravec; Vokrouhlický et al., 2010) Dlouho jsme nepozorovali páry, jejichž poměr hmotností by byl nad touto hranicí. Petr Pravec et al. (2019) nicméně objevil planetkové páry, jejichž poměr hmotností

se téměř blíží až k 1,0 a které tedy musely vzniknout jiným než výše zmíněným mechanismem.

2.4 Rodiny planetek

Rozlišujeme ještě jednu skupinu geneticky spřízněných planetek, a sice tzv. rodiny. Toto označení používáme podobně jako v případě planetkových párů pro skupiny planetek obíhajících po podobných drahách. Rozdílem ale je, že rodiny planetek vznikají v důsledku nárazu menší planetky (projektilu) do větší (mateřské) planetky. V tu chvíli může dojít k roztříštění mateřské planetky na spoustu kusů; nejpočetnější rodiny planetek, které známe, čítají nižší desetitisíce členů. Rodin známe zhruba 40, přičemž každá nese jméno dle své největší planetky. Typické je, v rámci jedné rodiny mají její členové podobné chemické složení (spektra), což potvrzuje teorii vzniku rodin rozpadem mateřského tělesa. (Brož, 2013)

Komplikací ve snaze nalezení rodiny je, že stejně jako v případě planetkových párů podobnost drah neznamená, že bychom rodiny planetek mohli pozorovat na obloze blízko sebe. V důsledku různě velkých velkých poloos má každá planetka různě velkou úhlovou rychlost, navíc postupně dochází i k precesi drah, tj. jejich různému natočení v prostoru. Časem se proto planetky v prostoru „rozptýlí“. (Brož, 2013) Možným způsobem, jak od sebe rozeznat planetkové páry a rodiny planetek, je srovnání jejich relativních rychlostí v době rozpadu (tj. v době jejich vzniku). V případě planetkového páru bude relativní rychlost sekundáru vůči primáru blízká únikové rychlosti, která pro primáry typicky bývá méně než několik metrů za sekundu. (Petr Fatka et al., 2020) Naproti tomu při srážce dvou těles, a tedy vzniku rodiny, bývá vzájemná rychlost těles před srážkou kolem 5 km/s (Bottke; Nolan et al., 1994) a jednotlivé kusy planetky mohou z místa srážky odlétat rychlostmi až v řádech stovek metrů za sekundu (Zappalà et al., 1996).

Přestože říkáme, že v důsledku srážky dvou planetek může vzniknout rodina planetek, neznamená to, že k rozpadu planetky dochází pokaždé. V některých případech dochází pouze ke kráterování. Který z těchto scénářů nastane, záleží na velikosti projektilu d_{proj}, velikosti D_{mat} a pevnosti Q mateřské planetky a na dopadové rychlosti v. Aby došlo k roztříštění planetky, musí být dle Bottke; Durda et al. (2005) minimální velikost projektilu

$$d_{\text{proj}} = \left(\frac{2Q}{v^2}\right)^{1/3} D_{\text{mat}}\,. \tag{2.1}$$

3 Praktická část

V praktické části práce budeme mezi planetkami se známými drahami hledat planetkové páry a klastry. Nejprve vytipujeme možné kandidáty. Poté za pomoci zpětných N-částicových integrací odhadneme jejich stáří, přičemž i ověříme, že vytipované dvojice/N-tice jsou skutečně planetkové páry/klastry a ne pouze tělesa náhodou obíhající po podobných drahách.

3.1 Dráhové elementy

Abychom mohli porovnávat dráhy dvou či více těles, musíme zvolit vhodnou soustavu souřadnic. Jedním z možných způsobů, jak popsat dráhu tělesa obíhajícího po elipse, je za pomoci tzv. dráhových elementů. Jejich výčet je uveden v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Dráhové elementy, zdroj: Janík (2021)

veličina	značka	popis
velká poloosa	a	Polovina vzdálenosti mezi pericentrem a apocentrem. Vyjadřujeme v délkových jednotkách, v našem případě v au.
excentricita dráhy (výstřednost)	e	Vyjadřuje, jak moc se tvar kuželosečky liší od kružnice. Pro kružnici je e=0. Je-li 0<e<1, pak se jedná o elipsu. Parabola má e=1, hyperbola e>1. Tato veličina je bezrozměrná.
inklinace (sklon dráhy)	i	Sklon dráhy tělesa vůči základní rovině. Vyjadřujeme ve stupních či (v našem případě) radiánech.
délka výstupného uzlu	Ω	Úhlová vzdálenost výstupného uzlu od základního směru. Vyjadřujeme ve stupních či (v našem případě) radiánech.
argument šířky pericentra	ω	Úhlová vzdálenost pericentra od výstupného uzlu. Vyjadřujeme ve stupních či radiánech.
střední anomálie	M	Úhlová vzdálenost od pericentra, kterou by těleso mělo, pokud by se stejnou periodou jako ve skutečnosti obíhalo konstantní rychlostí po fiktivní kruhové dráze.

3.2 Hledání planetek s podobnými drahami

Pro vytipování planetkových párů a klastrů nejprve budeme hledat dvojice planetek s podobnými heliocentrickými drahami. K tomu využijeme metriku dle P. Pravec; Vokrouhlický (2009), pomocí níž lze spočíst vzdálenost d dvou drah v pětirozměrném prostoru oskulačních dráhových elementů ze vztahu

$$\left(\frac{d}{na}\right)^2 = k_a \left(\frac{\delta a}{a}\right)^2 + k_e(\delta e)^2 + k_i(\delta \sin i)^2 + k_\Omega(\delta\Omega)^2 + k_\varpi(\delta\varpi)^2. \qquad (3.1)$$

V tomto vztahu vystupují již zmíněné dráhové elementy, n značí střední pohyb (v radiánech za sekundu). Dále ϖ značí délku pericentra (v našem případě v radiánech), která je definována jako $\varpi = \Omega + \omega$. Veličiny n i a bereme pro libovolnou planetku z dvojice.

Jednotlivé koeficienty stejně jako P. Pravec; Vokrouhlický (2009) zvolíme $k_a = 5/4$, $k_e = k_i = 2$ a $k_\Omega = k_\varpi = 10^{-4}$.

Zpracovávali jsme data dostupná z Centra planetek IAU (2023a), konkrétně pak data ze dne 25. února 2023. Zpracování probíhalo za pomoci `Pythonu`, přičemž jsme využili knihoven `pandas` (McKinney, 2010) a `NumPy` (C. R. Harris et al., 2020).

Ze seznamu obsahujícího 1 266 805 planetek jsme nejprve odebrali planetky, o kterých víme, že jsou členy některé z kolizních rodin. Protože se jedná o planetky obíhající po podobných drahách, námi zvolenou metodou bychom v rámci nich nalezli velké množství falešně vytipovaných planetkových párů. Pro jejich identifikaci jsme využili data dostupná z AstDys (2023). Dále jsme odebrali jednoopoziční planetky, neboť jejich dráhy jsou prozatím určeny značně nepřesně. (Informace, že se jedná o jednoopozičí planetky, je obsažena přímo v datech IAU.) Po těchto úpravách jsme získali seznam obsahující 1 015 311 planetek.

V rámci tohoto upraveného seznamu jsme pak dle vztahu (3.1) spočetli vzdálenost d drah jednotlivých planetek, každé s každou. K tomuto i dalším výpočtům jsme využili služeb MetaCentra.

Následně bylo nutné zvolit hranici d, pro kterou prohlásíme, že planetky obíhajících po takto vzdálených drahách již pravděpodobně nemohou být planetkovým párem. Z článku Petr Pravec et al. (2019) jsme věděli, že žádná významná hranice neexistuje, neboť dráhy starších párů, od jejichž rozpadu uplynuly miliony let, mohou být v současnosti vzdálené i desítky m/s. Testovali jsme více mezí tak, abychom dostali realistické množství potenciálních kandidátů. Hranici jsme se snažili nastavit spíše přísnější. Nakonec jsme i díky informacím obsaženým v Petr Pravec et al. (2019) fixně zvolili hranici $d = 50$ m/s. Takto jsme nalezli 15 545 potenciálních planetkových párů.

Ze seznamu potenciálních planetkových párů bylo ale zřejmé, že mezi nalezenými dvojicemi planetek se nenacházejí pouze planetkové páry. Vícero planetek

se v našem seznamu vyskytovalo ve dvojici s více než jednou planetkou, jednalo se tedy o potenciální planetkový klastr.

Abychom identifikovali potenciální primár (ať už páru, nebo klastru), v každé dvojici jsme dle absolutní hvězdné velikosti planetky[1], zn. H, nalezli jasnější z planetek. Následně jsme odebrali primáry, které se v seznamu vyskytovaly duplicitně. Takto jsme získali 10 173 potenciálních primárů.

3.3 Hledání planetkových párů a odhad jejich stáří

V další části práce jsme chtěli nalézt planetkové páry, a tedy jsme museli odfiltrovat všechny planetky, jejichž dráhy tvoří shluky o více než dvou členech. Bylo proto nutno zvolit způsob, jakým zjistíme, že se daná dvojice pohybuje po podobných drahách dostatečně osamoceně oproti „pozadí" tvořeném ostatními planetkami.

Pro každou planetku ze seznamu potenciálních primárů jsme vytvořili seznam planetek seřazených tak, aby vzdálenosti jejich drah (spočtené dle vztahu (3.1)) od primáru postupně narůstaly. Poté jsme zkoumali, kolikrát dál než sekundár se od primáru nachází třetí planetka (terciér).

Hledali jsme mez, pro kterou budeme moci prohlásit, že terciér už má natolik odlišnou dráhu, že je nepravděpodobné, že tvoří planetkový klastr se zkoumaným planetkovým párem. Opět jsme testovali více hranic tak, aby výsledný seznam obsahoval realistické množství nalezených planetkových párů, u nichž existuje značná šance, že skutečně jsou planetkovým párem. Nakonec jsme toto kritérium zvolili jako patnáctinásobek vzdálenosti mezi primárem a sekundárem. Takto jsme získali seznam 108 planetkových párů.

Tento seznam jsme porovnali s databází již objevených párů a klastrů (Johnston, 2022) a odebrali jsme páry, pro které již byla publikována jejich spřízněnost. Výsledkem tedy bylo 83 nových kandidátů na planetkový pár, kteří jsou uvedeni v tabulce 3.2.

U těchto planetkových párů jsme následně odhadovali jejich stáří. Zde jsme zkoumali konvergenci sekulárních úhlů Ω a ϖ, které by v okamžiku oddělení planetek měly být stejné. Podobně[2] jako Nesvorný et al. (2006) jsme hledali minimum funkce

$$\Delta V(t) = na\sqrt{k_1(\sin i\,\delta\Omega)^2 + k_2(e\,\delta\varpi)^2}\,. \tag{3.2}$$

1. Absolutní hvězdná velikost planetky je definována jako jasnost planetky vzdálené od Slunce i Země jednu astronomickou jednotku.
2. Nesvorný et al. (2006) uvádí funkci v obecném tvaru pro více párů planetek, my zde uvádíme pro nás postačující tvar pro jeden pár.

V ní první člen zastupuje příspěvek rozdílu rychlostí v rovině dráhy, druhý člen představuje příspěvek rozdílu rychlostí kolmo na tuto rovinu. Koeficienty jsme stejně jako Nesvorný et al. (2006) volili $k_1 = 1$ a $k_2 = 1/2$.

Abychom zjistili jednotlivé hodnoty nutné pro výpočet dle rovnice (3.2), použili jsme knihovnu `REBOUND` (H. Rein et al., 2012), umožňující numerické integrování drah těles, které na sebe gravitačně působí. Založili jsme simulaci, do níž jsme zahrnuli Slunce, všechny planety sluneční soustavy, Vestu, Ceres, Pallas a Pluto. Poté jsme vkládali dvě testovací částice v podobě planetkového páru. Údaje týkající se jednotlivých těles byly knihovnou přebrány z Horizons (NASA, 2023a).

Pro integrování za pomoci knihovny `REBOUND` je možno vybrat vícero integrátorů. Pro naše simulace jsme nejprve zvažovali použití integrátoru WHFast (Hanno Rein; Tamayo, 2015; Wisdom et al., 1991), který může být poměrně rychlý, pokud je zvolen nižší řád korekce (nižší korektor). Zkoušeli jsem provést integrace pro různé korektory a sledovali jsme, jestli od nějakého řádu již výsledky nezačnou být srovnatelné natolik, že by bylo možno říci, že daný řád je pro naše účely dostatečný. Ze získaných výsledků nebylo možné učinit závěr, že by stačilo použít některý z nižších korektorů. Nakonec jsme proto pro integrace použili IAS15 (Hanno Rein; Spiegel, 2015), což je integrátor 15. řádu dosahující strojové přesnosti (na 16 platných desetinných míst). V porovnání s WHFast integrátorem je na této úrovni rychlejší a díky adaptivnímu časovému kroku zvládá spolehlivě vyřešit i těsná přiblížení k hmotným částicím.

Dále jsme do simulace zahrnuli Jarkovského efekt, což jsme učinili díky knihovně `REBOUNDx` (Tamayo et al., 2020). V tomto případě jsme se spokojili s využitím zjednodušené veze Jarkovského efektu. Pro každou planetku jsme tak vyhodnocovali 3 případy: zvětšování velké poloosy planetky v důsledku Jarkovského efektu (ozn. P_+ pro primár, S_+ pro sekundár), její zmenšování (P_-, S_-) a situaci, kdy Jarkovského efekt dráhu planetky nijak nepozměňuje (P_0, S_0).

Ve zjednodušené verzi Jarkovského efektu v knihovně `REBOUNDx` je pro každou z planetek nutno zvolit několik parametrů. Kromě absolutní hvězdné velikosti planetek, která je uvedena v databázi IAU (2023a), se jednalo o albedo, hustotu a poloměr. Albedo jsme nastavili fixně rovno 0,2, hustotu jsme pro všechny planetky[3] zvolili 2,5 g/cm^3. Průměr planetky D jsme spočítali za pomoci rovnice, kterou použil například A. W. Harris et al. (1997):

$$\log D = 3{,}1236 - 0{,}5 \log a - 0{,}2H\,, \tag{3.3}$$

kde a je albedo a H absolutní hvězdná velikost planetky.

3. Protože o planetkách nevíme téměř nic kromě jejich drah a absolutních hvězdných velikostí, nastavili jsme tyto hodnoty tak, že zhruba odpovídají charakteristikám planetek třídy S.

V průběhu výpočtu jsme kromě již zmíněných knihoven dále použili knihovny `matplotlib` (Hunter, 2007), `astropy` (Price-Whelan et al., 2018), `pickle` (Van Rossum, 2020) a `sys` (Van Rossum; Drake Jr, 1995).

Vývoj funkce ΔV jsme pro každý pár nejprve sledovali 400 kyr do minulosti a vypisovali si její hodnotu každých 5 let. Pokud některý z grafů (při některé z kombinací působení Jarkovského efektu) vykazoval klesající trend, integrovali jsme dalších 400 kyr do minulosti a tento postup jsme případně dále opakovali. V případě planetkových párů jsme nejdelší simulace prováděli až do 1,2 Myr.

Prověřované planetkové páry jsou uvedeny v tabulce 3.2. V tabulce je kromě identifikace planetek, vzdáleností jejich drah a jejich absolutních hvězdných velikostí uveden podíl vzdálenosti terciéru od primáru vůči vzdálenosti sekundáru od primáru. (Tento ukazatel navazuje námi kladenou podmínku, aby vzdálenost terciéru byla alespoň patnáctinásobek vzdálenosti mezi primárem a sekundárem.)

V tabulce 3.2 dále najdeme údaj o odhadovaném stáří námi nalezených planetkových párů. Jako nominální hodnota je uveden odhad stáří pro případ, že by na primár ani na sekundár nepůsobil Jarkovského efekt (tj. P_0S_0). Tento odhad je (za znaménkem $\pm$) doplněn o informaci o tom, o kolik mladší/starší může pár být, pokud působí některá z kombinací Jarkovského efektu. Zde jsme vybírali nejextrémnější kladné i záporné hodnoty. [4]

U některých párů pro více případů kombinací Jarkovského efektu nebylo možné říci, že došlo ke vzniku páru, v důsledku čehož nebylo možné získat vyšší nebo nižší hodnotu stáří, než je nominální hodnota. Tehdy jsme danou hodnotu odhadli z položířky funkce ΔV v místě minima její střední hodnoty, spočtené jako klouzavý průměr ze 100 po sobě jdoucích hodnot (při konstatním časovém kroku 5 let), a sice pro případ bez vlivu Jarkovského efektu.

V několika případech nebylo možné určit nominální hodnotu stáří páru, protože k jeho vzniku mohlo dojít jen díky působení Jarkovského efektu. Pak jsme stáří páru uvedli jako rozmezí, např. 61–98 kyr.

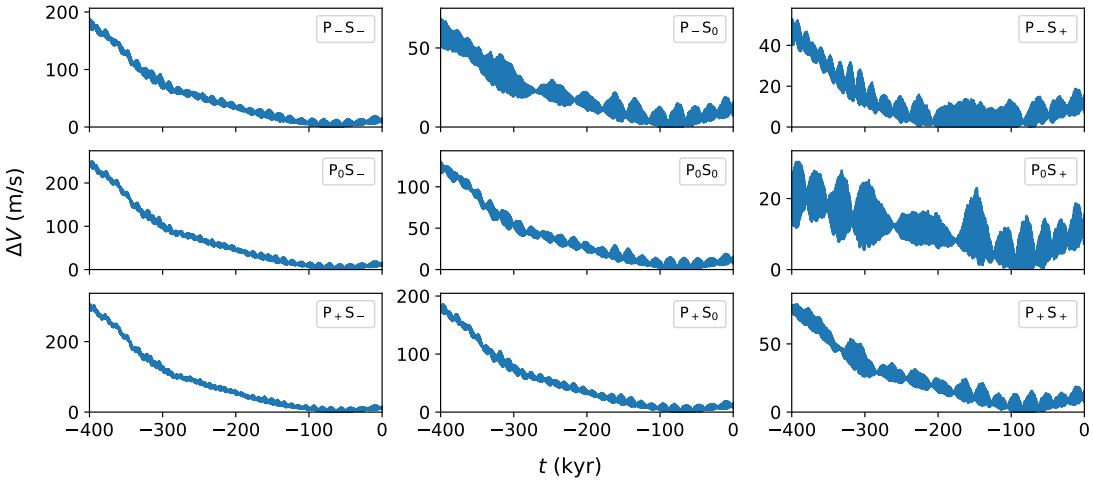
Pokud mohlo dojít ke vzniku páru pouze v 5 a méně případech z 9 námi modelovaných scénářů, jsou nutné kombinace Jarkovského efektu působící na daný planetkový pár uvedeny v poznámce. Množina planetkových párů s tímto typem poznámky zároveň obsahuje všechny planetkové páry, u nichž docházelo

4. Tento způsob jsme volili z toho důvodu, že používáme zjednodušenou verzi Jarkovského efektu, tudíž jsme měli k dispozici pouze omezené množství scénářů, ke kterým jeho vlivem může dojít. Náš způsob zápisu dat tak reprezentuje právě toto omezené množství možných hodnot stáří pro každý pár, a sice v kombinaci s faktem, že při různém působení Jarkovského efektu se stáří planetkového páru nezvětšuje/nezmenšuje symetricky.

k problémům s určením stáří ve smyslu obtížného nalezení nominální hodnoty nebo některé z vyšších či nižších hodnot. [5]

Protože ze samotného průběhu funkce ΔV nebylo v některých případech možno přesvědčivě určit, zda skutečně v daný okamžik došlo ke vzniku planetkového páru, rozhodli jsme se každý pár ohodnotit na škále 1–4, přičemž číslo 1 značí, že je na základě průběhu funkce ΔV velmi pravděpodobné, že se o planetkový pár jedná, číslo 4 naopak značí, že dráhy planetek jsou blízké pouze náhodou. Přestože u planetek v kategorii 3 říkáme, že se o pár spíše nejedná, uvedli jsme do tabulky 3.2 jako odhad jejich stáří též minimum funkce ΔV. Kritéria pro zařazení do jednotlivých kategorií jsou následující:

Do kategorie 1 (o pár se velmi pravděpodobně jedná) jsme zařadili takové objekty, u nichž je minimum střední hodnoty funkce ΔV menší než 2,5 m/s. Zároveň vyžadujeme, aby toto kritérium bylo splněno v alespoň 5 případech z 9 možných scénářů při přihlédnutí k Jarkovskému efektu. Příklad takovéhoto páru je uveden na obrázku 3.1.

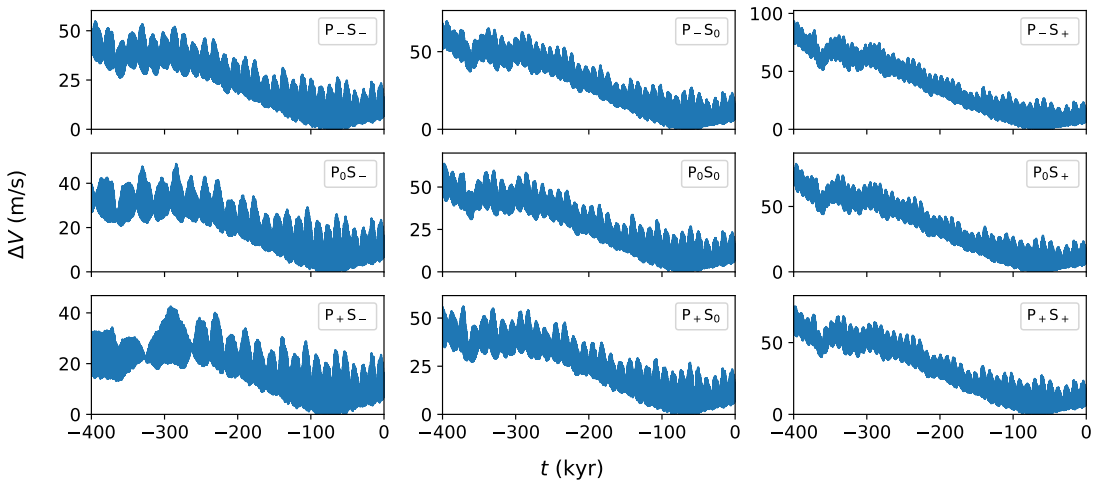


Obrázek 3.1: Průběh funkce ΔV pro planetkový pár zařazený v kategorii 1. Jedná se o planetky (541911) a 2021 ES_{10}.

Do kategorie 2 (o pár se spíše jedná) jsme zařadili takové objekty, u nichž je minimum střední hodnoty funkce ΔV v rozmezí 2,5–5 m/s. Zároveň jsou zde zařazeny případy, kdy je minimum střední hodnoty funkce ΔV v rozmezí do 5 m/s v alespoň dvou případech. Zařazeny jsou zde také některé planetkové páry, které sice nabývají minima dle kategorie 1, nicméně průběh funkce ΔV obsahuje zvláštní „skoky“, které by mohly znamenat, že například docházelo

5. Tyto množiny se nicméně nerovnají. V některých případech sice mohlo dojít ke vzniku páru pouze v pěti a méně případech, ale i přesto bylo možné určit jak nominální hodnotu, tak odhad většího i menšího stáří daného páru.

k silnějším rezonancím s planetami. V této kategorii jsou též některé velmi mladé páry, které námi použitou metodou neumíme spolehlivě odhalit, a tedy by u nich bylo vhodné odhad stáří potvrdit dalšími metodami. Příklad planetkového páru zařazeného v kategorii 2 je uveden na obrázku 3.2.



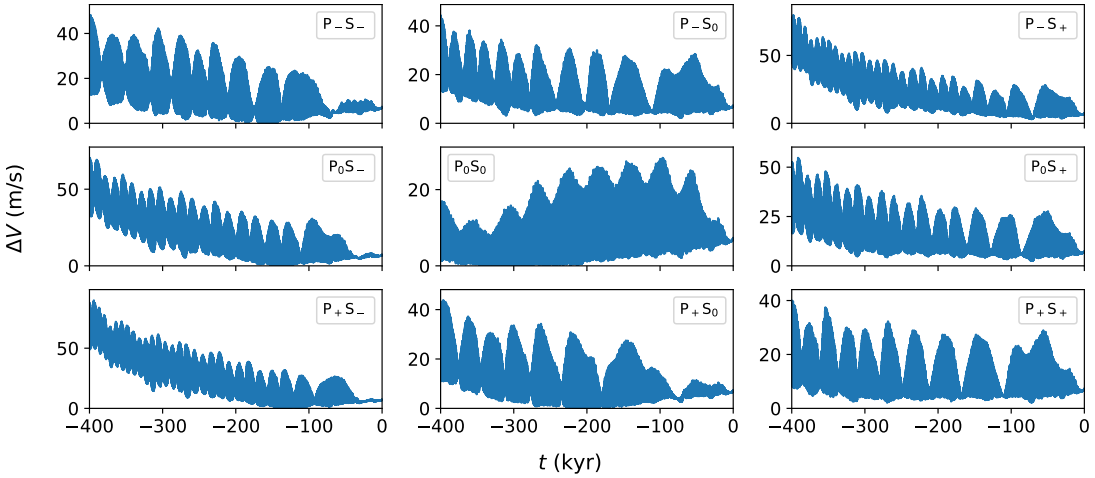
Obrázek 3.2: Průběh funkce ΔV pro planetkový pár zařazený v kategorii 2. Jedná se o planetky (143754) a 2003 SO_{460}.

Do kategorie 3 (o pár se spíše nejedná) jsme zařadili takové objekty, u nichž je minimum střední hodnoty funkce ΔV v alespoň jednom případě v rozmezí 5–7,5 m/s. Dále jsou zde zařazeny planetkové páry, které mohou mít minimum střední hodnoty funkce ΔV i nižší než 5 m/s, ale děje se tak pouze pro jedinou specifickou kombinaci působení Jarkovského efektu. Příklad páru zařazeného v kategorii 3 je uveden na obrázku 3.3.

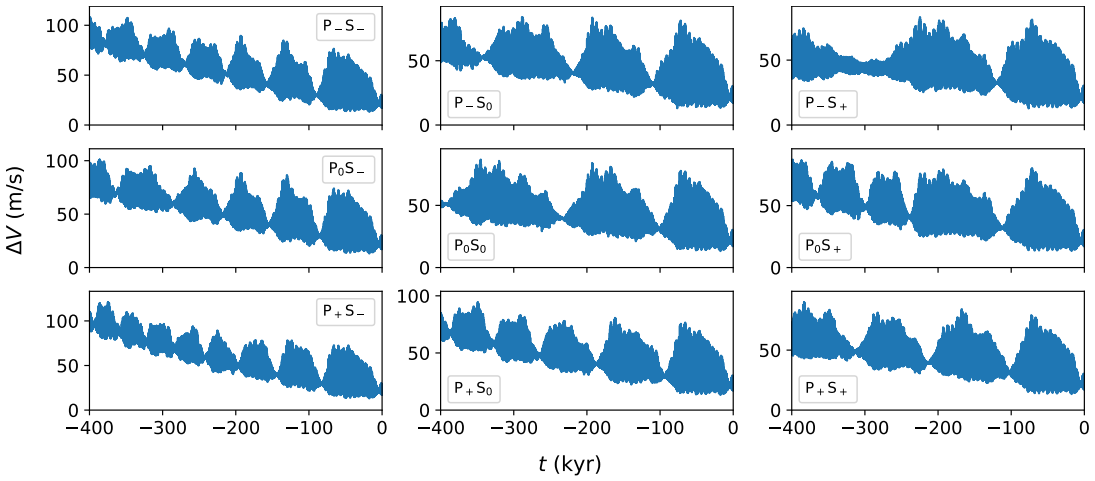
Do kategorie 4 (o pár se nejedná) jsme zařadili takové objekty, u nichž je minimum střední hodnoty funkce ΔV vyšší než 7,5 m/s. Příklad takovéhoto páru je uveden na obrázku 3.4.

Celkem se nám povedlo objevit 41 nových planetkových párů, u kterých tvrdíme, že se velmi pravděpodobně jedná o planetkový pár, a tedy je řadíme do kategorie 1. Do každé z kategorií 2 i 3 jsme zařadili 17 planetkových párů. Planetkových párů zařazených do kategorie 4 je 7, ovšem u dvou planetkových párů jsme nuceni konstatovat, že je možné, že se jedná o velmi mladý pár, který ale neumíme námi zvolenou metodou odhalit.

Pár planetek 2019 PR_2 a 2019 QR_6 jsme nebyli schopni zařadit do žádné z kategorií, protože průběh funkce ΔV byl velice zvláštní. Podařilo se nám ale dohledat, že existenci tohoto páru potvrzuje P. Fatka et al. (2022). Ten zároveň zjistil, že pro vysvětlení drah tohoto planetkového páru je nutno započítat, že docházelo ke kometární aktivitě.



Obrázek 3.3: Průběh funkce ΔV pro planetkový pár zařazený v kategorii 3. Jedná se o planetky (289887) a 2022 OD_{31}.



Obrázek 3.4: Průběh funkce ΔV pro planetkový pár zařazený v kategorii 4. Jedná se o planetky (66759) a 2016 EO_{63}.

Dále jsme objevili, že již byla potvrzena existence ještě jednoho velmi mladého planetkového páru, konkrétně (458271) a 2010 RN_{221}, o jehož objevu píše Vokrouhlický et al. (2022). Ten jeho stáří odhaduje na méně než 100 let. My jsme odhadli, že se jedná o velmi mladý pár (se stářím $0{,}0^{+11{,}3}_{-0{,}0}$ kyr) a právě kvůli jeho stáří jsme ho zařadili do kategorie 2. Důvodem, proč nebyl tento pár vyřazen při kontrole již objevených párů může být to, že Vokrouhlický et al. (2022) publikoval jeho objev až po poslední aktualizaci námi použité databáze (Johnston, 2022), ke které došlo v červnu 2022.

Hledáme-li nejstarší planetkový pár (dle nominální hodnoty odhadu stáří), který jsme zařadili do kategorie 1, jedná se o planetkový pár (56443) a (575684). Jeho stáří odhadujeme na 499^{+199}_{-340} kyr.

Histogram velké poloosy primárů u prověřovaných párů nalezneme v další podkapitole na obrázku 3.5. Níže bude provedeno srovnání výskytu prověřovaných planetkových párů s klastry.

Tabulka 3.2: Nalezené planetkové páry

primár	sekundár	d_{sek} (m/s)	$d_{\text{terc}}/d_{\text{sek}}$	H_{prim}	H_{sek}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
(8977)	2017 DF_{80}	4,45	35,2	15,3	18,8	3	241^{+156}_{-125}	
(12589)	2015 RJ_{295}	9,42	17,8	15,2	19,5	2	209^{+12}_{-20}	
(20469)	2014 SU_{371}	8,97	15,2	15,0	17,6	4	-	
(39597)	(540308)	9,78	26,4	15,4	18,2	2	366^{+245}_{-136}	
(41466)	(507408)	7,45	24,0	14,4	17,1	3	518^{+205}_{-164}	
(47162)	2008 EA_{177}	1,60	80,2	15,4	18,8	1	$8{,}8^{+2,9}_{-1,3}$	
(48514)	2014 QS_{487}	0,90	160,2	15,7	18,8	1	$2{,}3^{+0,4}_{-0,3}$	
(55975)	2008 TZ_{234}	1,47	82,8	15,8	20,0	3	51^{+100}_{-17}	
(56109)	2016 PL_{177}	3,43	39,5	16,1	18,5	2	$5{,}6^{+1,7}_{-0,3}$	
(56443)	(575684)	10,97	21,5	15,5	18,5	1	499^{+199}_{-340}	a
(61152)	2015 TN_{60}	6,61	15,9	15,7	19,3	2	282^{+42}_{-92}	
(63962)	2021 RX_{27}	5,87	36,2	16,7	19,6	2	110^{+163}_{-27}	
(66759)	2016 EO_{63}	9,90	16,1	14,5	16,8	4	-	
(72014)	2018 VL_{119}	1,35	55,0	16,4	18,7	1	24^{+34}_{-8}	
(76000)	2020 YQ_{9}	3,36	30,1	15,3	18,1	2	33^{+57}_{-13}	
(79080)	2014 FT_{81}	5,34	26,6	16,0	19,0	1	97^{+53}_{-29}	
(82076)	2014 JQ_{117}	7,79	15,5	16,1	19,2	1	91^{+110}_{-12}	
(85728)	2012 XG_{160}	6,20	27,4	17,9	19,0	1	105^{+63}_{-62}	
(100691)	2015 TB_{430}	2,71	62,8	17,0	18,9	3	10^{+3}_{-2}	
(100857)	2016 AW_{287}	6,15	20,5	15,4	18,1	3	160^{+80}_{-56}	
(105372)	2005 UH_{542}	4,16	24,2	16,4	19,1	1	161^{+46}_{-36}	

primár	sekundár	d_{sek} (m/s)	d_{terc}/d_{sek}	H_{prim}	H_{sek}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
(114858)	2002 CF_{322}	7,51	20,8	16,1	18,8	1	72^{+89}_{-16}	
(125489)	2005 VW_{93}	7,74	19,3	16,3	18,5	1	35^{+67}_{-14}	
(130435)	(579471)	6,10	20,1	15,7	18,0	2	254^{+111}_{-103}	
(143754)	2003 SO_{460}	2,54	43,2	16,6	18,7	2	64^{+6}_{-3}	
(157987)	(565137)	5,60	18,2	17,3	18,4	4	-	
(169451)	2009 BE_{162}	0,60	326,6	16,8	18,6	1	$7{,}6^{+7,7}_{-1,8}$	
(174596)	2017 SG_{154}	0,12	492,3	16,9	18,8	2	14^{+6}_{-9}	f
(178908)	2010 XT_2	2,39	56,3	16,4	18,2	2	257–270	e
(188218)	2015 VZ_9	1,06	92,2	17,3	19,6	1	$6{,}0^{+7,0}_{-1,3}$	
(206673)	2018 BM_{33}	0,89	109,5	16,3	18,0	1	$4{,}7^{+0,6}_{-0,4}$	
(209454)	2014 NP_{83}	10,57	17,6	17,6	19,6	1	70^{+7}_{-6}	
(209467)	2007 VE_{358}	11,74	16,7	16,1	17,1	4	-	i
(211384)	2020 SW_{96}	10,70	15,7	16,6	19,7	1	81^{+59}_{-15}	
(218549)	2016 AE_{198}	3,53	42,2	16,5	19,1	3	403–827	c
(223031)	2015 KL_{219}	2,89	63,7	17,8	19,5	1	12^{+14}_{-3}	
(227981)	2014 EN_{255}	7,54	16,3	17,3	18,5	2	406^{+81}_{-190}	d
(233771)	(470785)	7,06	21,4	16,3	17,6	1	60^{+23}_{-29}	
(246095)	2016 CG_{357}	6,14	35,9	17,4	19,1	1	18^{+22}_{-3}	
(251223)	2008 EM_{188}	2,45	60,1	17,6	18,7	1	63^{+57}_{-2}	
(256762)	2015 BN_{494}	0,25	812,8	17,5	19,4	1	$4{,}5^{+6,2}_{-1,4}$	
(267333)	(571154)	3,40	32,6	17,3	17,8	3	681^{+344}_{-508}	a
(280849)	2008 SO_{356}	3,27	49,7	17,7	19,6	1	10^{+36}_{-2}	
(283028)	(617187)	8,20	16,1	17,9	18,6	2	260^{+46}_{-43}	
(289887)	2022 OD_{31}	4,38	32,8	18,0	19,5	3	334^{+144}_{-208}	d
(290208)	2007 RR_{367}	4,09	30,7	17,6	19,9	1	43^{+28}_{-13}	
(311326)	2014 WK_{512}	4,08	26,5	17,3	19,1	1	96^{+29}_{-30}	
(323301)	2021 QP_4	5,29	20,6	17,3	18,9	1	178^{+448}_{-49}	

primár	sekundár	d_{sek} (m/s)	d_{terc}/d_{sek}	H_{prim}	H_{sek}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
(340076)	2001 SD_{365}	4,27	24,2	17,3	19,0	1	16^{+88}_{-1}	
(341874)	2012 TQ_{236}	2,94	24,3	18,1	19,2	1	17^{+14}_{-5}	
(356713)	2014 QX_{220}	4,03	40,0	16,7	18,7	1	11^{+10}_{-3}	
(360313)	(609837)	7,23	21,0	18,3	19,3	3	684^{+332}_{-500}	a
(366570)	2013 PU_{122}	2,89	50,5	16,6	18,2	3	354^{+234}_{-68}	
(371861)	2006 VY_{174}	5,52	41,5	18,2	18,6	2	202^{+225}_{-51}	
(407772)	2017 OR_{119}	7,11	25,7	18,1	19,0	1	70^{+49}_{-50}	
(409838)	2017 KS_{49}	7,23	17,4	17,8	18,5	3	106^{+140}_{-53}	
(426148)	2012 FF_{48}	5,15	43,0	17,7	18,6	3	247^{+84}_{-85}	
(434936)	2015 HB_{287}	0,44	218,3	17,6	19,7	3	170^{+25}_{-170}	g
(438938)	2020 HO_{113}	1,59	90,2	17,7	20,0	1	$5{,}4^{+11{,}6}_{-1{,}3}$	
(441762)	(465401)	7,02	23,5	17,7	18,2	3	61–98	b
(458271)	2010 RN_{221}	0,04	3593,9	17,8	19,2	2	$0{,}0^{+11{,}3}_{-0{,}0}$	j
(471334)	2022 KE_3	11,86	17,7	18,3	19,6	1	18^{+6}_{-3}	
(498018)	2017 FE_{37}	6,39	16,6	17,3	18,2	3	163^{+104}_{-61}	
(511558)	2021 WB_1	2,15	77,0	18,3	19,3	1	170^{+91}_{-37}	
(526410)	2017 FU_{26}	5,75	20,3	17,9	18,1	1	315^{+113}_{-107}	
(527637)	2017 UZ_{143}	11,56	16,1	18,3	19,2	1	84^{+47}_{-32}	
(541911)	2021 ES_{10}	7,18	29,0	18,0	19,2	1	75^{+60}_{-13}	
(548695)	2015 XT_{434}	8,96	18,2	16,7	18,4	4	-	
(549188)	2014 UH_{263}	9,49	17,4	18,0	19,6	1	279^{+11}_{-108}	d
(556704)	2011 FC_{73}	7,07	35,7	18,3	19,6	1	117^{+35}_{-31}	
(580635)	2015 BC_{618}	6,13	20,0	18,7	18,7	1	32^{+17}_{-19}	
(610224)	2022 AN_{24}	6,12	27,1	16,4	17,3	4	-	
2002 UX_{79}	2005 UZ_{557}	5,09	28,5	17,6	19,1	1	192^{+145}_{-82}	a
2005 YJ_{267}	2021 BY_6	5,12	21,1	18,3	18,4	2	201^{+131}_{-59}	
2007 TH_{499}	(566743)	0,05	1333,6	15,9	16,1	4	-	i

primár	sekundár	d_{sek} (m/s)	$d_{\text{terc}}/d_{\text{sek}}$	H_{prim}	H_{sek}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
2012 PM_{35}	2020 OG_{106}	0,17	378,4	16,9	17,2	2	$1{,}6^{+11{,}1}_{-1{,}6}$	h
2016 CP_{14}	2021 JE_{50}	8,04	16,4	18,0	19,0	1	81^{+39}_{-21}	
2016 UP_{43}	2012 TV_{343}	8,46	16,8	18,5	19,1	3	43^{+58}_{-18}	
2017 XP_{90}	2015 EN_{80}	0,26	554,5	17,8	18,0	2	12^{+13}_{-12}	h
2017 XW_{66}	2017 UE_{157}	3,40	20,7	17,7	18,0	1	40^{+73}_{-27}	a
2018 UD_{16}	2005 TX_{204}	8,32	19,6	18,2	19,3	1	74^{+20}_{-27}	
2019 GU_{52}	2014 AU_{77}	4,04	38,0	17,4	18,1	3	162^{+78}_{-57}	
2019 PR_2	2019 QR_6	5,73	387,1	18,8	20,1	-	-	k

Hodnota d_{sek} značí vzdálenost dráhy sekundáru od primáru, hodnota d_{terc} pak vzdálenost dráhy terciéru od primáru. Sloupce H_{prim} a H_{sek} udávají absolutní hvězdné velikosti primáru a sekundáru. Sloupec kat. udává kategorii, kterou hodnotíme, zda se na základě průběhu funkce ΔV skutečně jedná o planetkový pár. Staří páru je uvedeno dle metodiky zmíněné v této kapitole. V posledním sloupci jsou uvedeny odkazy na poznámky níže.

[a] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_0, P_-S_+, P_0S_0, P_0S_+, P_+S_+

[b] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_0, P_-S_+, P_0S_+

[c] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_0, P_-S_+, P_0S_+, P_+S_+

[d] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_-, P_0S_-, P_0S_0, P_+S_-, P_+S_0

[e] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_-, P_0S_-, P_+S_-, P_+S_0

[f] Působení Jarkovského efektu v kombinacích P_-S_-, P_0S_-, P_+S_-, P_+S_0 by mohlo způsobit rozpad i dříve než před 5 kyr. Naší metodou ale nelze spolehlivě říci, zda by k rozpadu při těchto scénářích vůbec došlo, či nikoliv.

[g] Průběh funkce ΔV je velice zvláštní, tento pár by bylo vhodné prověřit jinými metodami.

[h] Přesné určení stáří je pro námi použitou metodu u takto mladého páru problematické.

[i] Je možné, že se jedná o velmi mladý pár, který ale neumíme námi zvolenou metodou odhalit.

[j] Existenci páru potvrzuje Vokrouhlický et al. (2022). Ten jako nejpravděpodobnější dobu jeho vzniku určuje březen 2003, s nejistotou sahající do 60. let minulého století.

[k] Námi zvolenou metodou nebylo možné o páru nic říci. Jeho existenci potvrzuje P. Fatka et al. (2022). Jeho stáří v závislosti na použitém modelu vyčísluje na 300^{+120}_{-70} yr nebo 272 ± 7 yr.

3.4 Hledání planetkových klastrů a odhad jejich stáří

Při hledání planetkových klastrů jsme stejně jako při hledání párů vycházeli ze zmiňovaného seznamu 10 173 potenciálních primárů. Opět jsme si ke každému potenciálnímu primáru dle vztahu (3.1) vytvořili seznam planetek, které jsou mu nejblíže. Nyní jsme ale chtěli nalézt dvě a více planetek, které budou všechny k primáru blízko, ale zároveň budou relativně daleko od další planetky v pořadí.

Protože budeme pracovat se skupinami planetek čítajícími mnoho členů, přejdeme do označení, kdy primáru přidělíme $n = 1$, sekundáru $n = 2$, atd. Nejvyšší hodnota n pak určuje počet členů v klastru, označíme ji N. Klastry jsou tedy skupiny planetek, kde $N \geq 3$.

Za účelem vytipování planetkových klastrů jsme počítali podíl vzdálenosti N+1. planetky od primáru vůči vzdálenosti N-té planetky od primáru. Opět jsme testovali více hranic takových, abychom našli realistické množství planetkových klastrů. Nakonec jsme pro klastr s $N = 3$ členy zvolili tento podíl ≥ 5. Pro klastry o více členech jsme hranici snížili na ≥ 3, neboť pro silnější kritéria často nebylo možné žádný klastr najít; nižší hranice nám přišla již příliš benevolentní. Takto jsme nalezli celkem 21 planetkových klastrů o 3–7 členech. (Hledali jsme klastry čítající až 11 členů, větší než sedmičlenné klastry se nám nicméně při námi nastavené hranici $d_{N+1}/d_N \geq 3$ nepodařilo nalézt.) Jejich výčet je uveden v tabulce 3.3.

Seznam planetkových klastrů jsme stejně jako v případě párů porovnávali s databází již objevených párů a klastrů (Johnston, 2022). Ve třech případech jsme našli klastr, jehož primár a sekundár jsou již potvrzené páry, třetí člen se ale na seznamu nevyskytoval. Tyto klastry jsme tedy ponechali v seznamu prověřovaných klastrů. (Známý pár je v tabulce 3.3 vyznačen.)

U klastrů jsme následně chtěli odhadnout jejich stáří a při tom i potvrdit, že dané planetky skutečně pocházejí ze společného mateřského tělesa. Předpokládali jsme, že všechny členy planetkového klastru mají stejný primár. Pro ověřování stáří jsme se tedy zaměřili pouze na kombinace primár vs. n-tý člen. Využili jsme tedy výpočtu funkce ΔV, a sice ve stejné podobě, jako při hledání planetkových párů. (Jediný rozdíl byl v tom, že primár vystupoval ve výpočtech opakovaně.) Opět jsme používali integrátor IAS15 a díky knihovně `REBOUNDx` jsme do simulací zahrnuli zjednodušenou verzi Jarkovského efektu.

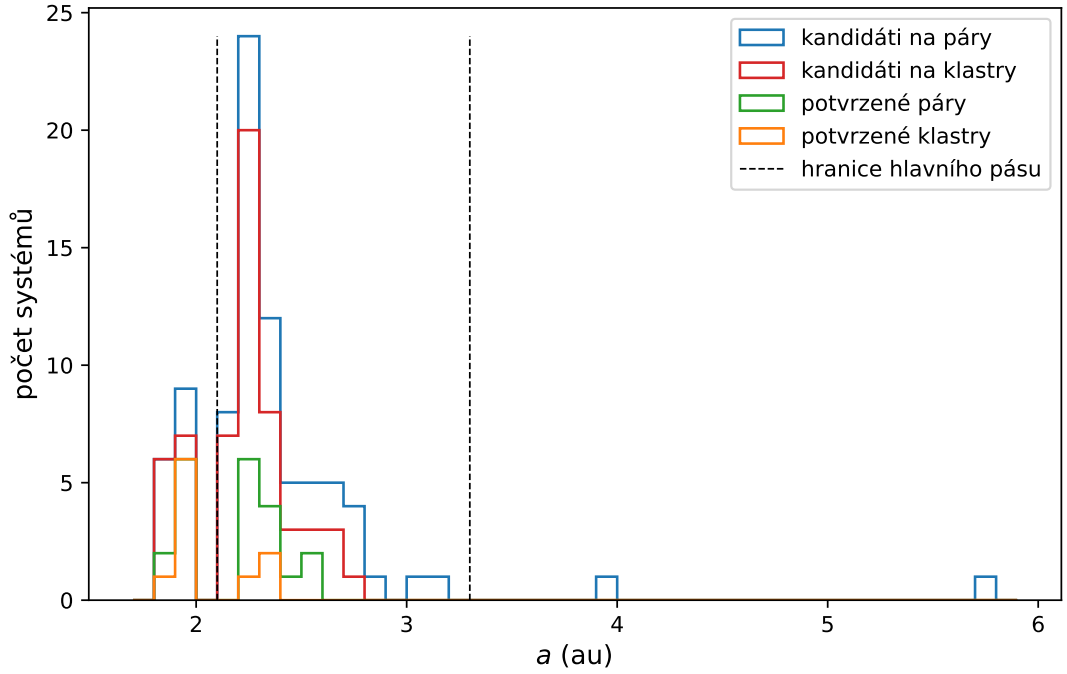
Stejně jako v případě planetek jsme pro vývoj funkce ΔV nejprve sledovali 400 kyr do minulosti a případně jsme tuto dobu i opakovaně zvyšovali o dalších 400 kyr. U dvou potenciálních členů klastru, jehož primár je 2012 YR_{14}, jsme prováděli integraci až 1,6 Myr zpět.

Výsledné odhady doby oddělení n-tého členu od primáru jsou uvedeny v tabulce 3.3 společně se vzdálenostmi planetek a použitými hodnotami jejich absolutních hvězdných velikostí. Stejně tak je uveden podíl vzdálenosti N+1.

planetky od primáru (tj. prvního nejbližšího členu, který již do klastru nepatří) vůči vzdálenosti N-té planetky od primáru (tj. posledního členu, který do klastru patří). Podle stejných kritérií jako v případě párů jsme též dvojice primár a n-tý člen zařadili do kategorií 1–4 podle toho, jak moc je pravděpodobné, že se n-tý člen skutečně oddělil z daného primáru. Stejně tak je zachována stejná logika určení nominální hodnoty stáří a jejích odchylek, jako byla zavedena pro případ párů.

Touto metodou se nám podařilo najít 10 planetkových klastrů, u nichž je v případě všech členů pravděpodobné, že tvoří „planetkový pár“ s primárem (tj. patří do kategorie 1 či 2). Z toho je 8 klastrů tříčlenných, 1 je pětičlenný a 1 dokonce sedmičlenný.

Na obrázku 3.5 je zobrazeno rozložení velikostí velké poloosy planetek, u kterých jsme prověřovali, zda jsou primárem v některém z planetkových klastrů. Obsažena je i informace o rozložení primárů, u nichž byla přítomnost v klastru potvrzena. Tyto hodnoty jsou srovnány s rozložením primárů tvořících páry s další planetkou, a to opět jak pro prověřované tak potvrzené planetky. Vidíme, že většina námi nalezených planetkových párů i klastrů se nachází v hlavním pásu planetek, konkrétně pak v jeho vnitřní části.



Obrázek 3.5: Histogram velké poloosy primárů u prověřovaných párů a klastrů. Šířka 1 binu je 0,1 au.

Pokud budeme zkoumat odhadované stáří jednotlivých planetek tvořících klastry, povšimneme si, že u 6 klastrů dochází k překryvu odhadovaného stáří jednotlivých členů. U 4 klastrů ale překryv nenajdeme. Nabízelo by se proto vysvětlení, že v případě těchto 4 klastrů došlo k opakovanému rozpadu primáru. Tento scénář jako reálnou možnost obecně potvrzuje např. Petr Fatka et al. (2020).

Zaměříme-li se na planetkové klastry, u nichž jsme o sekundáru věděli, že tvoří planetkový pár s primárem, zjistíme, že se nám v jednom případě podařilo potvrdit, že z primáru se oddělila ještě jedna planetka. Konkrétně se jedná o známý pár (417671) a (437953), k němuž do klastru nově přiřazujeme 2012 BM_{134}.

V případě páru (16815) a (436551) s třetím testovaným členem (511378) naopak rozšíření páru na klastr jasně vyvracíme. U páru (16815) a (436551) se nám nicméně podařilo odhadnout stáří velmi podobně, jako Petr Pravec et al. (2019), který ho určil na 90^{+9}_{-6} kyr. My jsme stáří tohoto páru určili jako 91^{+9}_{-14} kyr. (Pro pár (417671) a (437953) stáří páru v Johnston (2022) není uvedeno.)

V případě klastru, jehož primár tvoří (3749), jsme byli nuceni prohlásit, že námi testovaný nový člen 2012 BX_{25} ke klastru spíše nepatří. Za povšimnutí ovšem stojí, že podobný závěr jsme učinili pro již potvrzený pár (3749) s (312497). Průběh funkce ΔV obou testovaných „párů“ s planetkou (3749) jako primárem sice vykazoval jasné minimum, hodnota minima funkce ΔV ovšem dle našich stanovených kritérií byla příliš vysoká. Opět se nám ale pro pár (3749) s (312497) podařilo poměrně přesně určit jeho (případné) stáří, které jsme odhadli na 268^{+38}_{-104} kyr, přičemž Petr Pravec et al. (2019) jeho stáří určil jako 280^{+45}_{-25} kyr.

Tabulka 3.3: Nalezené planetkové klastry

primár	n-tý člen	d_n (m/s)	d_{N+1}/d_N	H_{prim}	H_{n}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
(3749)	(312497)	8,83	-	13,5	17,9	3	268^{+38}_{-104}	a
	2012 BX_{25}	13,33	5,6	13,5	19,1	3	145^{+21}_{-3}	
(14161)	2017 QR_{34}	12,16	-	15,1	18,8	2	374^{+188}_{-163}	
	(597060)	24,76	5,3	15,1	18,6	2	352^{+143}_{-112}	
(16815)	(436551)	24,95	-	12,8	17,2	1	91^{+9}_{-14}	a
	(511378)	29,24	7,7	12,8	17,4	4	-	
(67877)	2002 PA_{184}	18,96	-	15,6	17,7	3	412^{+405}_{-65}	
	2006 QQ_{87}	24,39	5,4	15,6	18,0	3	944^{+31}_{-380}	b
(94332)	2019 GK_{126}	13,67	-	16,2	19,0	1	443^{+177}_{-178}	
	2015 EU_{74}	13,81	12,4	16,2	17,9	1	267^{+136}_{-65}	
(100416)	2013 SJ_{104}	3,89	-	16,0	18,9	1	112^{+50}_{-24}	
	2014 PX_{11}	9,20	7,5	16,0	19,4	1	99^{+94}_{-27}	
(174470)	2013 PB_{103}	13,77	-	16,5	19,6	2	227–315	e
	(548952)	23,95	5,3	16,5	18,3	3	454^{+124}_{-54}	
(180023)	2011 BX_{142}	3,39	-	16,8	18,9	1	$6{,}1^{+6,2}_{-3,7}$	
	2019 PG_{26}	10,08	12,6	16,8	19,4	1	42^{+41}_{-7}	
(267721)	2019 CV_{15}	3,28	-	17,3	19,4	1	19^{+5}_{-9}	
	2014 DC_{113}	5,77	22,6	17,3	19,1	1	14^{+9}_{-3}	
(278511)	2004 CK_{135}	18,66	-	16,8	17,8	4	-	
	2017 DY_{70}	21,25	7,4	16,8	17,5	4	-	
(417671)	(437953)	9,74	-	17,5	18,5	1	134^{+57}_{-28}	a
	2012 BM_{134}	20,44	5,9	17,5	19,0	1	539^{+125}_{-139}	
(602947)	2009 SH_{204}	8,81	-	18,3	18,8	3	299^{+351}_{-41}	
	(546104)	9,48	6,0	18,3	19,1	2	244^{+282}_{-66}	
2011 RF_{40}	2022 QB_{59}	3,06	-	19,9	20,1	2	$5{,}6^{+22,7}_{-0,2}$	
	2022 RM_{50}	5,01	11,8	19,9	20,1	2	$6{,}0^{+18,7}_{-0,5}$	

primár	n-tý člen	d_n (m/s)	d_{N+1}/d_N	H_{prim}	H_{n}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
2018 AU_6	2015 KC_{288}	5,78	-	18,2	19,2	2	231–445	d
	2020 HJ_{39}	24,43	5,0	18,2	18,9	1	623^{+72}_{-376}	b
(18301)	(616849)	9,75	-	13,6	18,7	1	164^{+285}_{-71}	
	1999 TC_{331}	13,26	-	13,6	20,0	3	312–364	f
	2017 OV_{50}	22,62	4,4	13,6	18,7	2	245^{+13}_{-55}	
(86525)	(586962)	21,43	-	16,5	17,9	3	505^{+163}_{-177}	
	(85233)	34,37	-	16,5	16,8	4	-	
	(457755)	36,48	4,6	16,5	17,7	3	656^{+269}_{-165}	
2017 DU_{131}	2020 HF_{21}	1,44	-	18,9	19,0	1	70^{+29}_{-21}	
	2012 KH_{56}	1,53	-	18,9	19,2	2	192^{+123}_{-127}	
	2017 KO_{46}	3,19	-	18,9	19,3	1	124^{+11}_{-48}	
	2018 YF_{16}	5,11	3,5	18,9	18,9	1	182^{+7}_{-111}	
2012 YR_{14}	2014 WJ_{449}	17,37	-	17,7	18,1	3	688^{+473}_{-338}	
	2019 TV_{59}	33,81	-	17,7	17,7	3	1241^{+327}_{-766}	
	2015 DB_{144}	33,81	-	17,7	18,1	3	884^{+12}_{-434}	
	2014 UP_{123}	35,34	4,6	17,7	18,0	4	-	
(485010)	2017 SV_{143}	8,86	-	18,2	18,8	3	54^{+201}_{-10}	
	2017 QX_{88}	11,25	-	18,2	18,9	4	-	
	(452713)	12,39	-	18,2	18,5	4	-	
	2006 SD_{382}	13,56	-	18,2	18,9	4	-	
	2022 SV_{168}	13,60	3,8	18,2	19,6	3	63–225	f
2014 SJ_{342}	2017 HM_{84}	5,23	-	18,5	18,8	3	181–394	c
	2015 MH_{201}	16,05	-	18,5	19,5	3	67^{+224}_{-52}	
	2018 MT_{31}	19,19	-	18,5	19,4	4	-	
	2019 KU_{42}	19,50	-	18,5	19,4	3	399-769	c
	2006 SO_{248}	21,11	3,6	18,5	18,9	3	521^{+85}_{-119}	g

primár	n-tý člen	d_n (m/s)	d_{N+1}/d_N	H_{prim}	H_{n}	kat.	stáří (kyr)	pozn.
(350716)	2016 GL_{253}	3,16	-	18,0	19,2	2	61–142	d
	2018 YF_{16}	15,78	-	18,0	18,9	1	102^{+74}_{-30}	
	2017 DU_{131}	19,72	-	18,0	18,9	1	63^{+80}_{-16}	
	2017 KO_{46}	20,23	-	18,0	19,3	1	227^{+76}_{-135}	b
	2012 KH_{56}	20,37	-	18,0	19,2	1	20^{+4}_{-3}	
	2020 HF_{21}	20,69	5,1	18,0	19,0	2	88^{+8}_{-46}	

Hodnota d_n značí vzdálenost dráhy n-tého členu od primáru, hodnota d_{N+1} pak vzdálenost prvního nejbližšího členu, který již do klastru nepatří, od primáru a d_N vzdálenost posledního členu, který do klastru patří, od primáru. Sloupce H_{prim} a H_{n} udávají absolutní hvězdné velikosti primáru a n-tého členu. Sloupec kat. udává kategorii, kterou hodnotíme, zda se na základě průběhu funkce ΔV skutečně jedná o planetkový pár. Staří páru je uvedeno dle metodiky zmíněné v předchozí podkapitole. V posledním sloupci jsou uvedeny odkazy na poznámky níže.

Přerušovanou čarou jsou odděleny klastry s totožným počtem členů.

[a] Tento pár se nachází v databázi již objevených párů a klastrů (Johnston, 2022). V případě páru (3749) a (312497) je zde uvedeno stáří 280^{+45}_{-25} kyr, pro pár (16815) a (436551) se jedná o 90^{+9}_{-6} kyr. Stáří páru (417671) a (437953) není uvedeno.

[b] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: $P_-S_0, P_-S_+, P_0S_0, P_0S_+, P_+S_+$

[c] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_0, P_-S_+, P_0S_+

[d] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: $P_-S_0, P_-S_+, P_0S_+, P_+S_+$

[e] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_+, P_0S_+, P_+S_+

[f] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_-, P_0S_-, P_+S_-

[g] Vznik páru možný při kombinacích Jarkovského efektu: P_-S_-, P_-S_0, P_0S_0

Závěr

V této bakalářské práci jsme v databázi planetek se spolehlivě určenými drahami hledali planetkové páry a klastry. U nalezených kandidátů jsme následně za využití zpětných N-částicových integrací odhadovali jejich stáří.

V první kapitole jsme se obecně seznámili s planetkami. Dozvěděli jsme se, že to jsou malé nepravidelné kamenné objekty, jejichž velkou část lze popsat jako „hromady suti“. Vyskytují se napříč celou Sluneční soustavou, přičemž nejvíce objevených planetek se nachází v hlavním pásu planetek (ve vzdálenostech 2,1–3,3 au od Slunce). Po objevu planetkám nejprve přidělujeme tzv. předběžné označení, v němž je zakódována informace o pořadí, měsíci a roku objevu. Ve chvíli, kdy je dráha planetky dostatečně přesně určena, získává planetka tzv. definitivní označení, kterým je pořadové číslo v rámci této skupiny planetek. V závěru kapitoly jsme si vysvětlili, že budeme používat ustálené označení planetka, přestože jsou tyto objekty někdy označovány jako asteroidy, případě souhrnně i s kometami jako malá tělesa Sluneční soustavy.

Ve druhé kapitole jsme se zabývali rozpady planetek. Nejprve jsme se seznámili s Jarkovského a YORP efekty, což jsou jevy, při nichž v důsledku tlaku vyzařovaného tepelného záření a rozptylu dopadajícího záření dochází ke změně velké poloosy planetky nebo ke změně rychlosti rotace planetky. Pokud v důsledku působení YORP efektu začne planetka velmi rychle rotovat, může v určitou chvíli dojít k jejímu rozpadu. Nově vzniklou gravitačně vázanou dvojici planetek pak označujeme jako binární planetku. Pokud po čase tělesa přestanou být gravitačně vázaná (dojde k rozpadu binární planetky), říkáme pak tělesům planetkový pár. Pokud došlo k více takovýmto rozpadům mateřské planetky, daná skupina pak tvoří tzv. planetkový klastr. Genetickou spřízněnost planetkových párů a klastrů můžeme odhalit díky tomu, že si i po rozpadu tyto planetky zachovávají velmi podobné heliocentrické dráhy. Známe ještě jednu skupinu planetek obíhajících na podobných drahách, a sice tzv. rodiny, které vznikly v důsledku srážek. Planetkové páry můžeme od rodin rozlišit díky tomu, že planetkové páry mají v době rozpadu nízké relativní rychlosti obou komponent.

Třetí kapitola byla kapitolou praktickou. Nejprve jsme se seznámili s dráhovými elementy. Poté jsme na základě podobnosti drah planetek v prostoru dráhových elementů hledali planetkové páry. Pro určení podobnosti drah jsme použili metriku, která měří jejich vzdálenost d. V databázi obsahující 1 266 805 planetek jsme nalezli 10 173 potenciálních primárů, u kterých se ve vzdálenosti $d \leq 50$ m/s nachází další planetka či planetky, které by s nimi mohly tvořit pár či klastr.

Tento seznam jsme následně zúžili na 83 nových kandidátů na planetkový pár, u nichž se do patnáctinásobku jejich vzdálenosti nevyskytuje další planetka, která by s nimi mohla tvořit klastr. Poté jsme provedli zpětné integrace jejich drah, abychom odhadli stáří planetkového páru a společně s tím potvrdili, že se skutečně jedná o pár. Tuto skutečnost jsme vyhodnocovali z průběhu funkce ΔV, přičemž jsme zkoumali její průběh i pro různá působení Jarkovského efektu. Takto jsme objevili 58 nových planetkových párů, u nichž je pravědpodobné, že se skutečně jedná o pár. (Minimum střední hodnoty funkce ΔV je pro alespoň dvě různé kombinace působení Jarkovského efektu menší nebo rovno 5 $\mathrm{m/s}$).

Při hledání planetkových klastrů jsme opět vycházeli z našeho seznamu 10 173 potenciálních primárů. Počet členů v klastru jsme označili jako N. Pro $N = 3$ jsme hledali takové skupiny planetek, kde je $d_{N+1}/d_N \geq 5$, pro vícečlenné klastry jsme požadovali, aby $d_{N+1}/d_N \geq 3$. Takto jsme nalezli celkem 21 planetkových klastrů o 3–7 členech. Pro ty jsme opět provedli zpětné integrace drah jejich jednotlivých členů. Na základě průběhu funkce ΔV jsme u 10 klastrů vyhodnotili, že je pravděpodobné, že všechny jeho členy tvoří „planetkový pár“ s primárem, a tedy jako celek tvoří planetkový klastr.

Bibliografie

ASTDYS, 2023. *Individual asteroid family membership* [online]. [cit. 2022-11-20]. Dostupné z: https://newton.spacedys.com/astdys/index.php?pc=5.

BOTTKE, W. F.; DURDA, D. D.; NESVORNÝ, D.; JEDICKE, R.; MORBIDELLI, A.; VOKROUHLICKÝ, D.; LEVISON, H. F., 2005. Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion. *Icarus*. Roč. 179, č. 1, s. 63–94. Dostupné z DOI: 10.1016/j.icarus.2005.05.017.

BOTTKE, W. F.; NOLAN, M. C.; GREENBERG, R.; KOLVOORD, R. A., 1994. Velocity Distributions among Colliding Asteroids. *Icarus*. Roč. 107, č. 2, s. 255–268. Dostupné z DOI: 10.1006/icar.1994.1021.

BOTTKE, W. F.; VOKROUHLICKÝ, D.; RUBINCAM, D. P.; NESVORNÝ, D., 2006. The Yarkovsky and Yorp Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. Roč. 34, s. 157–191. Dostupné z DOI: 10.1146/annurev.earth.34.031405.125154.

BRITANNICA, Encyclopædia, 2014. *Asteroid distribution between Mars and Jupiter* [online]. [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.britannica.com/science/asteroid#/media/1/39730/3485.

BRITANNICA, Encyclopædia, 2016. *Kirkwood gaps* [online]. [cit. 2023-04-19]. Dostupné z: https://www.britannica.com/science/Kirkwood-gaps.

BROŽ Miroslav, 1975-, 2013. *Fyzika sluneční soustavy*. Vyd. 1. Praha: Matfyzpress.

DELSEMME, Armand H., 2015. Centaur object. *Encyclopædia Britannica* [online] [cit. 2023-04-19]. Dostupné z: https://www.britannica.com/science/Centaur-object.

DEMEO, Francesca E.; BINZEL, Richard P.; SLIVAN, Stephen M.; BUS, Schelte J., 2009. An extension of the Bus asteroid taxonomy into the near-infrared. *Icarus*. Roč. 202, č. 1, s. 160–180. Dostupné z DOI: 10.1016/j.icarus.2009.02.005.

FATKA, P.; MOSKOVITZ, N.; PRAVEC, P.; MICHELI, M.; DEVOGÈLE, M.; GUSTAFSSON, A.; KUENY, J.; SKIFF, B.; KUŠNIRÁK, P.; CHRISTENSEN, E.; RIES, J.; BRUCKER, M.; MCMILLAN, R.; LARSEN, J.; MASTALER, R.; BRESSI, T., 2022. Recent formation and likely cometary activity of near-Earth asteroid pair 2019 PR2-2019 QR6. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. Roč. 510, č. 4, s. 6033–6049. Dostupné z DOI: 10.1093/mnras/stab3719.

FATKA, Petr; PRAVEC, Petr; VOKROUHLICKÝ, David, 2020. Cascade disruptions in asteroid clusters. *Icarus*. Roč. 338, s. 113554. Dostupné z DOI: 10.1016/j.icarus.2019.113554.

GABZDYL, Pavel, 2023. Malá tělesa Sluneční soustavy I. *Úvod do Sluneční soustavy*.

HANÁČEK, Jan, 2022. Nebezpečí i příležitost? *Věda a výzkum*, s. 18–27.

HARRIS, Alan W.; HARRIS, Alan W., 1997. On the Revision of Radiometric Albedos and Diameters of Asteroids. *Icarus*. Roč. 126, č. 2, s. 450–454. Dostupné z DOI: 10.1006/icar.1996.5664.

HARRIS, Charles R.; MILLMAN, K. Jarrod; WALT, Stéfan J. van der; GOMMERS, Ralf; VIRTANEN, Pauli; COURNAPEAU, David; WIESER, Eric; TAYLOR, Julian; BERG, Sebastian; SMITH, Nathaniel J.; KERN, Robert; PICUS, Matti; HOYER, Stephan; KERKWIJK, Marten H. van; BRETT, Matthew; HALDANE, Allan; RÍO, Jaime Fernández del; WIEBE, Mark; PETERSON, Pearu; GÉRARD-MARCHANT, Pierre; SHEPPARD, Kevin; REDDY, Tyler; WECKESSER, Warren; ABBASI, Hameer; GOHLKE, Christoph; OLIPHANT, Travis E., 2020. Array programming with NumPy. *Nature*. Roč. 585, č. 7825, s. 357–362. Dostupné z DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2.

HUNTER, J. D., 2007. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*. Roč. 9, č. 3, s. 90–95. Dostupné z DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.

CHAPMAN, Clark R.; MORRISON, David; ZELLNER, Ben, 1975. Surface properties of asteroids: A synthesis of polarimetry, radiometry, and spectrophotometry. *Icarus*. Roč. 25, č. 1, s. 104–130. ISSN 0019-1035. Dostupné z DOI: https://doi.org/10.1016/0019-1035(75)90191-8.

IAU, 2006. *IAU 2006 General Assembly: Result of the IAU Resolution votes* [online]. [cit. 2023-03-20]. Dostupné z: https://www.iau.org/news/pressreleases/detail/iau0603/.

IAU, 2023a. *Minor Planet Center* [online]. [cit. 2023-03-20]. Dostupné z: https://minorplanetcenter.net.

IAU, 2023b. *Minor Planet Names: Alphabetical List* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://minorplanetcenter.net//iau/lists/MPNames.html.

IAU, 2023c. *Naming of Astronomical Objects* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://www.iau.org/public/themes/naming/#minorplanets.

IAU, 2023d. *New- And Old-Style Minor Planet Designations* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://minorplanetcenter.net/iau/info/DesDoc.html.

IAU, 2023e. *Packed Provisional and Permanent Designations* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://www.minorplanetcenter.net/iau/info/PackedDes.html.

IMO, 2017. *Definitions of terms in meteor astronomy (IAU)* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://www.imo.net/definitions-of-terms-in-meteor-astronomy-iau/.

JANÍK, Jan, 2021. Obecná astronomie. *Obecná astronomie*.

JOHNSTON, Wm. Robert, 2022. *Asteroid pairs and clusters* [online]. [cit. 2023-03-23]. Dostupné z: http://www.johnstonsarchive.net/astro/asteroidpairs.html.

KLECZEK Josip, 1923-2014, 2002. *Velká encyklopedie vesmíru*. Vydání 1. Praha: Academia.

MARGOT, J. -L.; PRAVEC, P.; TAYLOR, P.; CARRY, B.; JACOBSON, S., 2015. Asteroid Systems: Binaries, Triples, and Pairs. In: *Asteroids IV*, s. 355–374. Dostupné z DOI: 10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch019.

MCKINNEY, Wes, 2010. *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. Data Structures for Statistical Computing in Python. Ed. WALT, Stéfan van der; MILLMAN, Jarrod. Dostupné z DOI: 10.25080/Majora-92bf1922-00a.

NASA, 2019. *Oort Cloud* [online]. [cit. 2023-03-20]. Dostupné z: https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/oort-cloud/in-depth/.

NASA, 2021a. *Asteroids* [online]. [cit. 2023-03-20]. Dostupné z: https://solarsystem.nasa.gov/asteroids-comets-and-meteors/asteroids/in-depth/.

NASA, 2021b. *Kuiper Belt* [online]. [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/kuiper-belt/in-depth/.

NASA, 2023a. *Horizons System* [online]. [cit. 2023-04-16]. Dostupné z: https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html.

NASA, 2023b. *Small-Body Database Query* [online]. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html.

NESVORNÝ, D.; VOKROUHLICKÝ, D., 2006. New Candidates for Recent Asteroid Breakups. *Astronomical Journalj*. Roč. 132, č. 5, s. 1950–1958. Dostupné z DOI: 10.1086/507989.

PITJEVA, E.; PITJEV, N., 2015. Masses of asteroids and total mass of the main asteroid belt. *Proceedings of the International Astronomical Union*. Roč. 10, s. 212–217. Dostupné z DOI: 10.1017/S1743921315008388.

PITJEVA, E. V.; PITJEV, N. P., 2018. Masses of the Main Asteroid Belt and the Kuiper Belt from the Motions of Planets and Spacecraft. *Astronomy Letters*. Roč. 44, č. 8-9, s. 554–566. Dostupné z DOI: 10.1134/S1063773718090050.

PRAVEC, P.; VOKROUHLICKÝ, D., 2009. Significance analysis of asteroid pairs. *Icarus*. Roč. 204, č. 2, s. 580–588. Dostupné z DOI: 10.1016/j.icarus.2009.07.004.

PRAVEC, P.; VOKROUHLICKÝ, D.; POLISHOOK, D.; SCHEERES, D. J.; HARRIS, A. W.; GALÁD, A.; VADUVESCU, O.; POZO, F.; BARR, A.; LONGA, P.; VACHIER, F.; COLAS, F.; PRAY, D. P.; POLLOCK, J.; REICHART, D.; IVARSEN, K.; HAISLIP, J.; LACLUYZE, A.; KUŠNIRÁK, P.; HENYCH, T.; MARCHIS, F.; MACOMBER, B.; JACOBSON, S. A.; KRUGLY, Yu. N.; SERGEEV, A. V.; LEROY, A., 2010. Formation of asteroid pairs by rotational fission. *Nature*. Roč. 466, č. 7310, s. 1085–1088. Dostupné z DOI: 10.1038/nature09315.

PRAVEC, Petr; FATKA, Petr; VOKROUHLICKÝ, D.; SCHEIRICH, P.; ĎURECH, J.; SCHEERES, D. J.; KUŠNIRÁK, P.; HORNOCH, K.; GALÁD, A.; PRAY, D. P.; KRUGLY, Yu. N.; BURKHONOV, O.; EHGAMBERDIEV, Sh. A.; POLLOCK, J.; MOSKOVITZ, N.; THIROUIN, A.; ORTIZ, J. L.; MORALES, N.; HUSÁRIK, M.; INASARIDZE, R. Ya.; OEY, J.; POLISHOOK, D.; HANUŠ, J.; KUČÁKOVÁ, H.; VRAŠTIL, J.; VILÁGI, J.; GAJDOŠ, Š.; KORNOŠ, L.; VEREŠ, P.; GAFTONYUK, N. M.; HROMAKINA, T.; SERGEYEV, A. V.; SLYUSAREV, I. G.; AYVAZIAN, V. R.; COONEY, W. R.; GROSS, J.; TERRELL, D.; COLAS, F.; VACHIER, F.; SLIVAN, S.; SKIFF, B.; MARCHIS, F.; ERGASHEV, K. E.; KIM, D. -H.; AZNAR, A.; SERRA-RICART, M.; BEHREND, R.; ROY, R.; MANZINI, F.; MOLOTOV, I. E., 2019. Asteroid pairs: A complex picture. *Icarus*. Roč. 333, s. 429–463. Dostupné z DOI: 10.1016/j.icarus.2019.05.014.

PRICE-WHELAN, Adrian M; SIPŐCZ, BM; GÜNTHER, HM; LIM, PL; CRAWFORD, SM; CONSEIL, S; SHUPE, DL; CRAIG, MW; DENCHEVA, N; GINSBURG, A et al., 2018. The Astropy Project: Building an open-science project and status of the v2. 0 core package. *The Astronomical Journal*. Roč. 156, č. 3, s. 123.

REIN, H.; LIU, S. -F., 2012. REBOUND: an open-source multi-purpose N-body code for collisional dynamics. *Astronomy and Astrophysics*. Roč. 537, A128. Dostupné z DOI: 10.1051/0004-6361/201118085.

REIN, Hanno; SPIEGEL, David S., 2015. IAS15: a fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. *Monthly Notices of the RAS*. Roč. 446, č. 2, s. 1424–1437. Dostupné z DOI: 10.1093/mnras/stu2164.

REIN, Hanno; TAMAYO, Daniel, 2015. WHFAST: a fast and unbiased implementation of a symplectic Wisdom-Holman integrator for long-term gravitational simulations. *Monthly Notices of the RAS*. Roč. 452, č. 1, s. 376–388. Dostupné z DOI: 10.1093/mnras/stv1257.

RUBINCAM, David Parry, 2000. Radiative Spin-up and Spin-down of Small Asteroids. *Icarus*. Roč. 148, č. 1, s. 2–11. Dostupné z DOI: 10.1006/icar.2000.6485.

TAMAYO, Daniel; REIN, Hanno; SHI, Pengshuai; HERNANDEZ, David M., 2020. REBOUNDx: a library for adding conservative and dissipative forces to otherwise symplectic N-body integrations. *Monthly Notices of the RAS*. Roč. 491, č. 2, s. 2885–2901. Dostupné z DOI: 10.1093/mnras/stz2870.

TEDESCO, Edward F., 2023. Asteroid. *Encyclopædia Britannica* [online] [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.britannica.com/science/asteroid.

VAN ROSSUM, Guido, 2020. *The Python Library Reference, release 3.8.2*. Python Software Foundation.

VAN ROSSUM, Guido; DRAKE JR, Fred L, 1995. *Python reference manual*. Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam.

VINOGRADOVA, T. A.; CHERNETENKO, Yu. A., 2015. Total mass of the Jupiter Trojans. *Solar System Research*. Roč. 49, č. 6, s. 391–397. Dostupné z DOI: 10.1134/S0038094615060076.

VOKROUHLICKÝ, D.; FATKA, P.; MICHELI, M.; PRAVEC, P.; CHRISTENSEN, E. J., 2022. Extremely young asteroid pair (458271) 2010 UM26 and 2010 RN221. *Astronomy and Astrophysics*. Roč. 664, s. L17. Dostupné z DOI: 10.1051/0004-6361/202244589.

WALSH, Kevin J., 2018. Rubble Pile Asteroids. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. Roč. 56, č. 1, s. 593–624. Dostupné z DOI: 10.1146/annurev-astro-081817-052013.

WISDOM, Jack; HOLMAN, Matthew, 1991. Symplectic maps for the N-body problem. Roč. 102, s. 1528–1538. Dostupné z DOI: 10.1086/115978.

ZAPPALÀ, V.; CELLINO, A.; DELL'ORO, A.; MIGLIORINI, F.; PAOLICCHI, P., 1996. Reconstructing the Original Ejection Velocity Fields of Asteroid Families. *Icarus*. Roč. 124, č. 1, s. 156–180. Dostupné z DOI: 10.1006/icar.1996.0196.