

Masarykova univerzita – U3V

22. dubna 2025

Gravitační čočky

David Heyrovský

Ústav teoretické fyziky

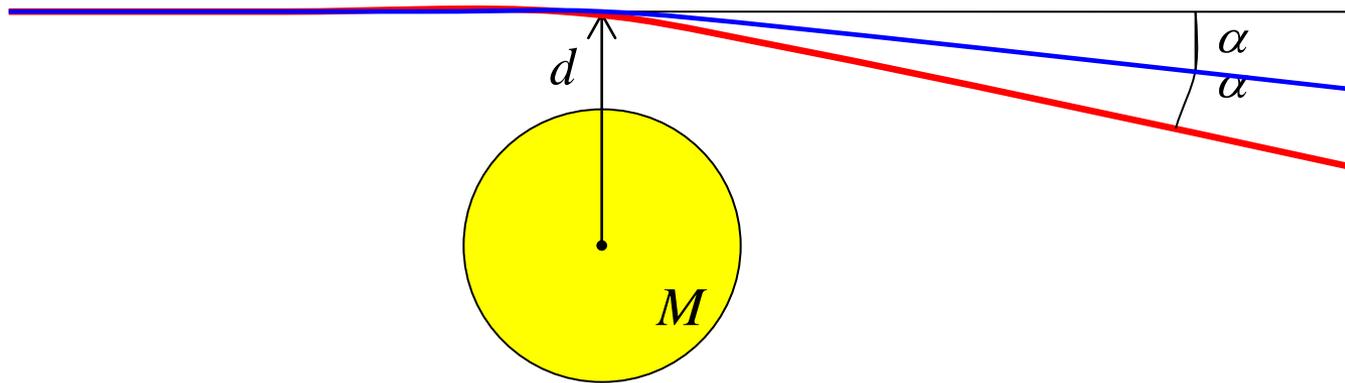
Univerzita Karlova - MFF



Plán přednášky

- Ohyb světla v gravitačním poli
- Princip gravitační čočky
- Silné čočkování galaxiemi & kupami galaxií
 - **gravitační dalekohled**
- Gravitační mikročočkování hvězdami - **detekce exoplanet**
- Slabé čočkování kupami & kosmologickými strukturami
 - **mapování rozložení hmoty** ve vesmíru

Průchod světla gravitačním polem



Newtonovská gravitace + nehmotné fotony: $\alpha = 0$

Newtonovská gravitace + hmotné fotony: $\alpha = \frac{2GM}{c^2 d}$

Obecná teorie relativity: $\alpha = \frac{4GM}{c^2 d}$

Stručná historie ohybu světla v gravitačním poli

1801 - Soldner: newtonovský ohyb v gravitačním poli

$$\alpha = \frac{2GM}{c^2 d}$$

1911 - Einstein: ohyb paprsků z principu ekvivalence (stejně velký)

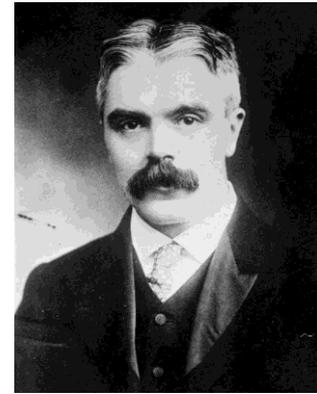
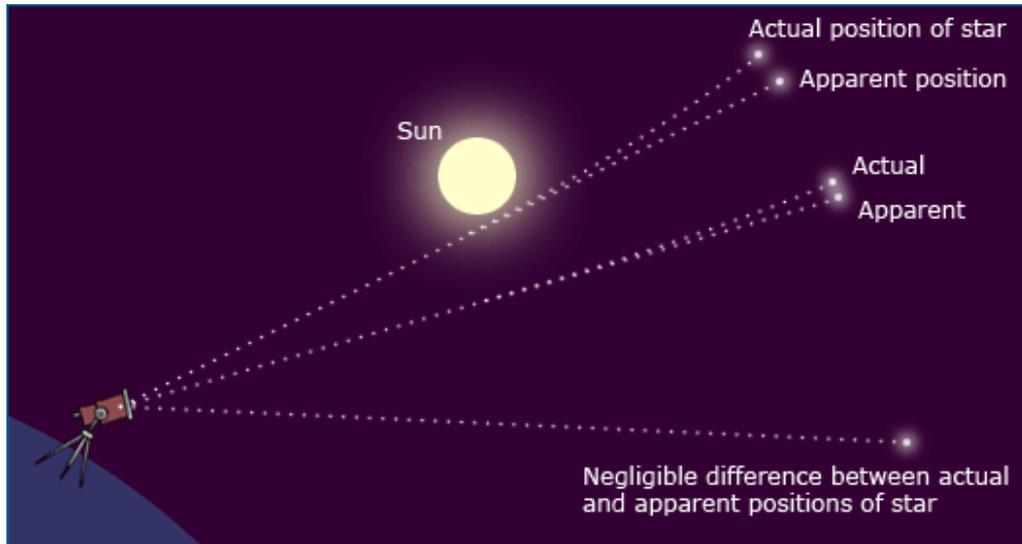
1914 - Freundlich: pokus o naměření - neúspěšný

1915 - Einstein: obecná teorie relativity

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 d}$$

1919 - Eddington: experimentální ověření

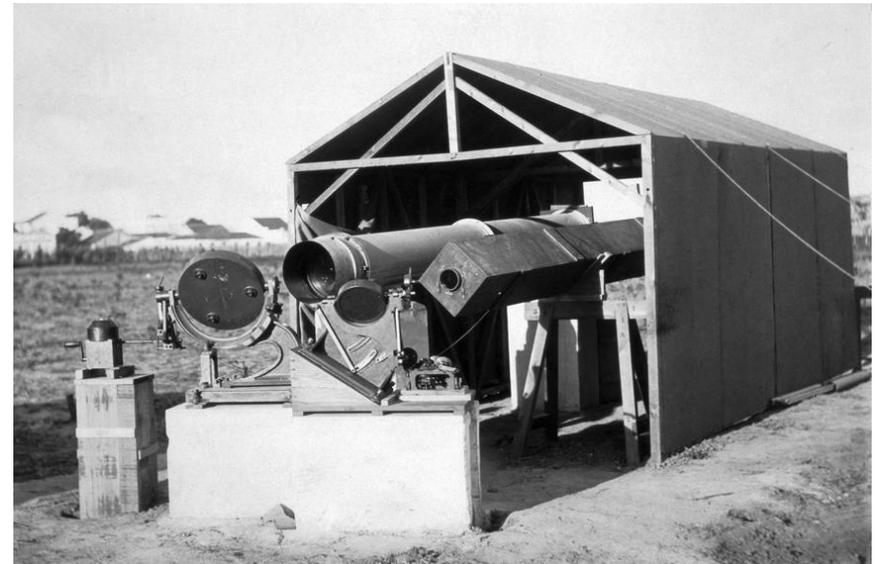
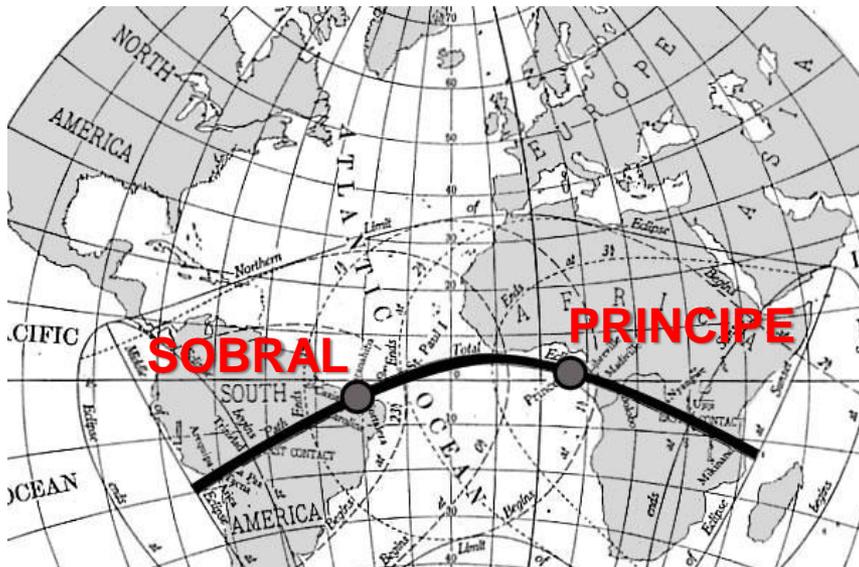
Měření odklonu paprsků v gravitačním poli Slunce (29. 5. 1919)



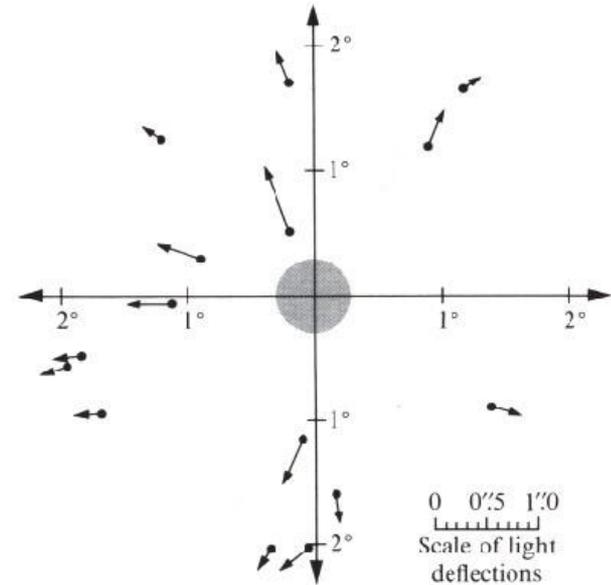
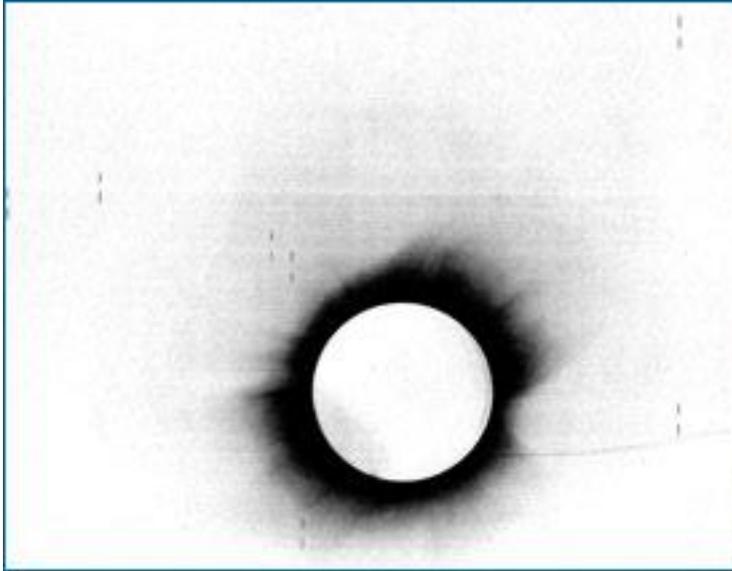
Frank Watson
Dyson



Arthur Stanley
Eddington



Ohyb světla v gravitačním poli Slunce (Eddington 1919)



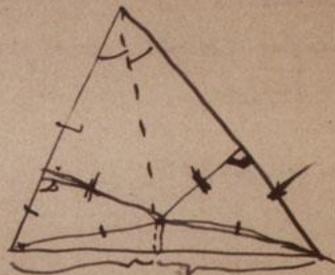
Průchod gravitačním polem jiných astrofyzikálních objektů?

dílčí poznatky: Eddington 1920, Chwolson 1924, Link 1936

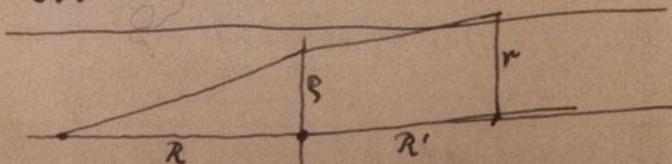
1936 - Einstein: odvození hlavních vlastností gravitační čočky

Einsteinův zápisník 1912 (Renn, Sauer & Stachel 1997)

Alle Dreiecke sind gleichschenkelig.



Hebesäule
 Berlin-Hulensee,
 Machin Friedrichsh. 33.



$$r = s \frac{R+R'}{R} - \frac{R'\alpha}{s}$$

s^* nach unten
 negativer Sinn soll
 auch für stark abgelenkte
 Strahl.

$$r_0 = s_0 - \frac{1}{s_0} \dots (1)$$

$$s_0^2 = s^2 \frac{R+R'}{RR'\alpha}$$

Einbezgl.

$$r = \dots - \frac{R\alpha}{s} = \dots - \frac{R\alpha}{s_0} \sqrt{\frac{R+R'}{RR'\alpha}}$$

$$= \dots - \frac{1}{s_0} \sqrt{\frac{R}{R'}(R+R')\alpha}$$

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= r \sqrt{\frac{R+R'}{RR'\alpha}} \\ s_0 &= s \sqrt{\frac{R+R'}{RR'\alpha}} \end{aligned} \right\} (2)$$

1) gibt zwei Wurzeln für s_0
 von hier an Index weglassen.

$$2 + r^2 = s^2 + \frac{1}{s^2}$$

$$f = \varphi + \frac{\pi^2}{\varphi}$$

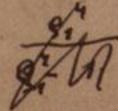
$$df = \left(1 - \frac{\pi^2}{\varphi^2}\right) d\varphi = \left(1 - \frac{1}{s^2}\right) d\varphi$$

$$R df = \pm H d\varphi$$

$$R = \pm \frac{H}{1 - \frac{1}{s^2}}$$

$$R_{tot} = H \left\{ \frac{1}{1 - \frac{1}{s^2}} + \frac{1}{\frac{1}{s^2} - 1} \right\} \dots (3)$$

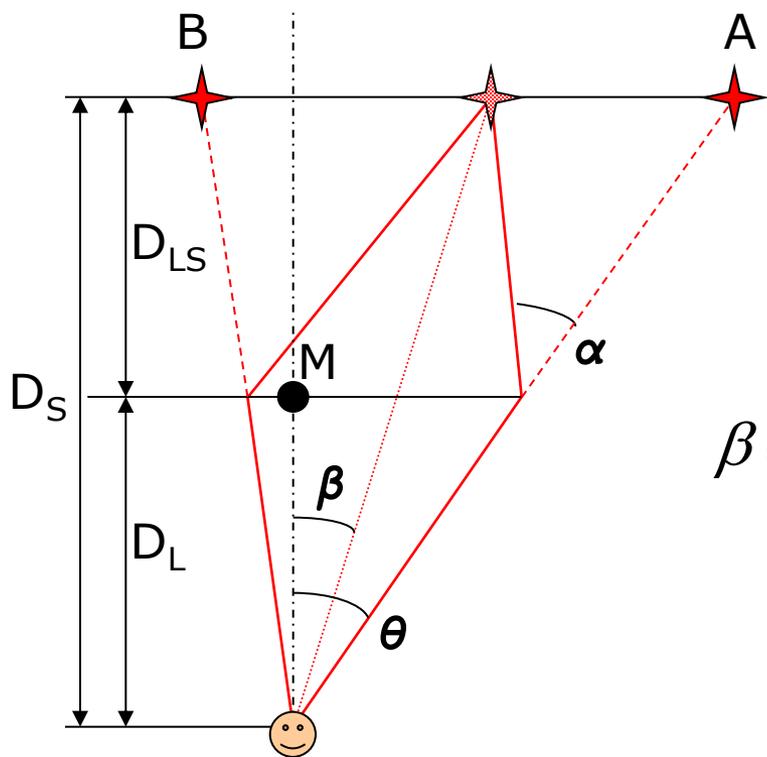
Klammer gibt relative Helligkeit.
 (im $\infty = 1$)



$$r = \frac{1}{x} - x$$

$$\left\{ \right\} = \frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{x^2-1}$$

Gravitační čočka



čočková rovnice

$$\beta = \theta - \frac{D_{LS}}{D_S} \alpha(\theta)$$

jednoduchá čočka:

$$\alpha(\theta) = \frac{4GM}{c^2 D_L \theta}$$

$$\beta \theta = \theta^2 - \theta_E^2$$

$$\theta_E \equiv \sqrt{\frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_L D_S}}$$

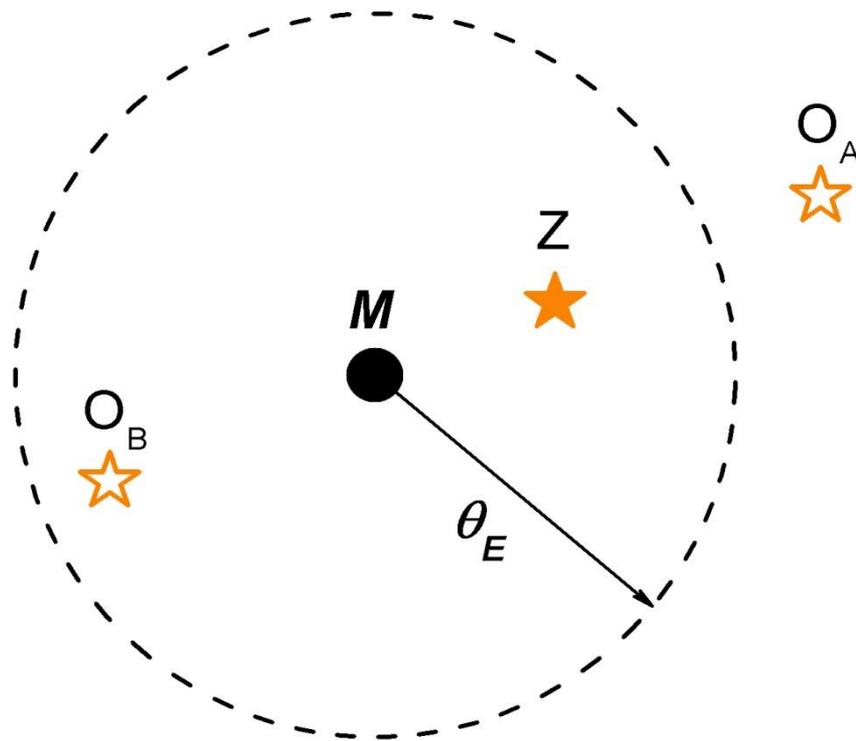
Einsteinův
poloměr

poloha obrazů pro

$$\beta = 0 \dots |\theta| = \theta_E$$

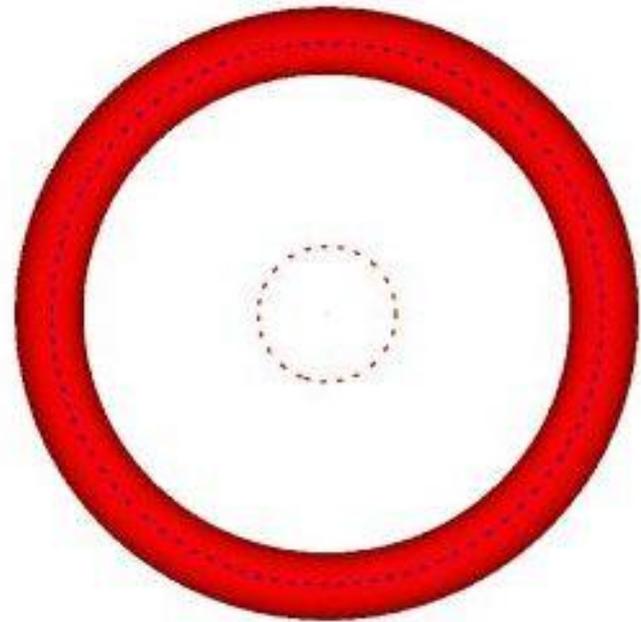
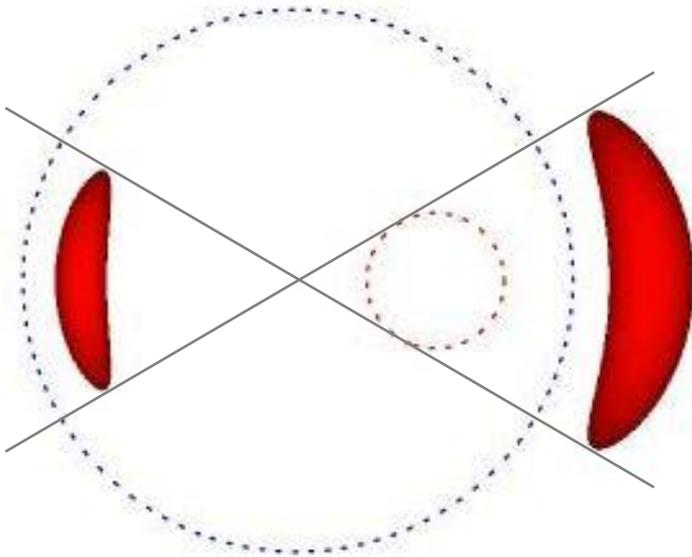
$$\beta \neq 0 \dots \theta_{A,B} = \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\theta_E^2}{\beta^2}} \right) \beta$$

viděno na nebi



Zobrazení nebodového zdroje světla

každý bod zdroje světla zobrazen nezávisle



Einsteinův prstenec

úhlové zvětšení obrazů → **zjasnění světelného toku**



A. Einstein (1936, Science 84, 506):

“Some time ago, R. W. Mandl paid me a visit and asked me to publish the results of a little calculation, which I had made at his request.”

“there is no great chance of observing this phenomenon”

Průvodní dopis editorovi:

“Ich danke Ihnen noch sehr für Ihr Entgegenkommen bei der kleinen Publikation, die Herr Mandl aus mir herauspresste. Sie ist wenig wert, aber diese arme Kerl hat seine Freude davon.”

388

SCIENCE NEWS LETTER *for December 19, 1936*

PHYSICS-ASTRONOMY

Attic Genius Wins Einstein's Approval for Relativity Test

Great Mathematician Helps Obscure Czechoslovakian
To Present Ideas on Astronomical Test of Theory

C
he
Prin
know
meet
fath
hour
with
case
appe
stein
tion

Rudi Welt Mandl (30.1.1894 Vsetín - 31.12.1948 Los Angeles)

You see, the light from a distant star will be bent as it passes the nearer star and the effect will be a great brightening that anyone can see with a small telescope.

- Jižní Amerika, Německo, USA - Washington, mytí nádobí v restauracích
- znalosti elektřiny, optiky, zájem o relativitu, náruživý čtenář odborného tisku
- přesvědčen o možnosti čochování hvězdy hvězdou, kontaktování vědců
- jaro 1936 - návštěva redakce Science News Letter v Washingtonu
- 17.4.1936 návštěva Einsteina v Princetonu, následná korespondence
- dotaz přes redakci Science News Letter 16.9.1936 přiměl Einsteina k publikaci
- New York (kotelník, práce ve strojařské dílně), Florida (rozvod), Kalifornie
- vynálezy: snaha o patentování hlavolamu, rámu na obrazy, vrtačky
- 1948 - nabízí baseballovým týmům stroj na počasí



etí Sibiř, útěk 1918)

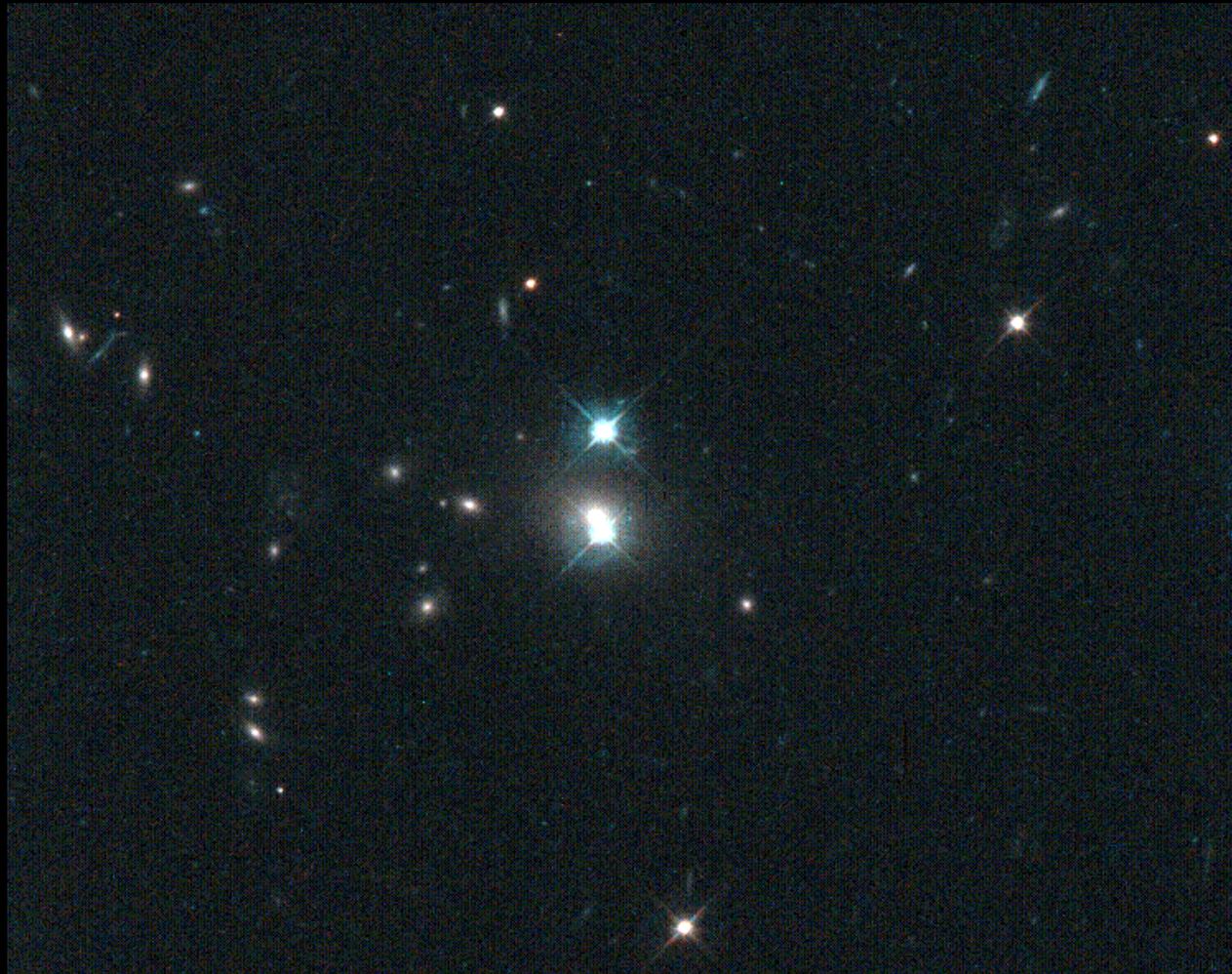
F. Zwicky (1937, Physical Review 51, 290):

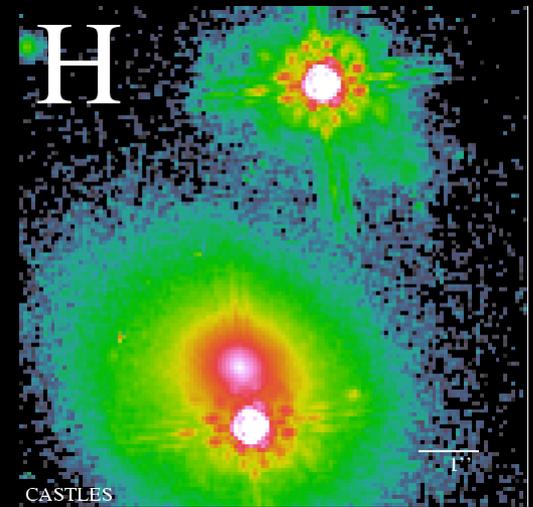
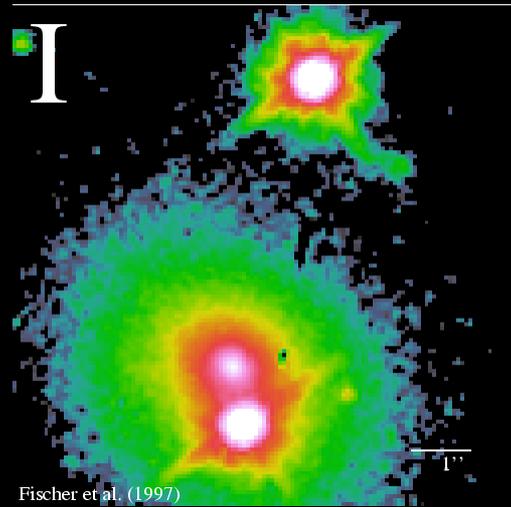
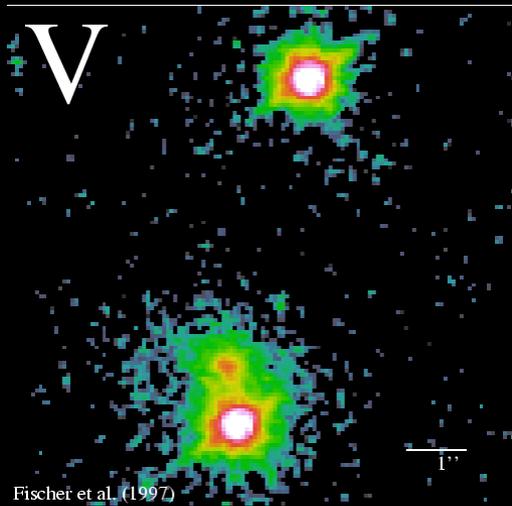
“Last summer Dr. V. K. Zworykin (to whom the same idea had been suggested by Mr. Mandl) mentioned to me the possibility of an image formation through the action of gravitational fields.”

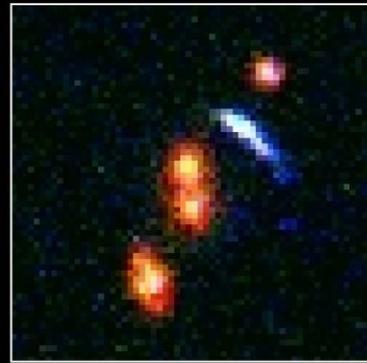
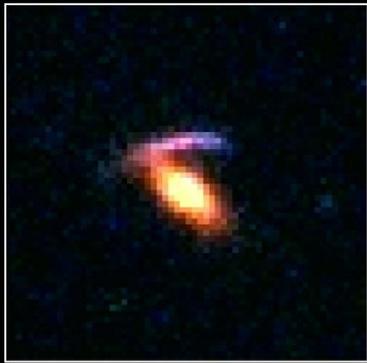
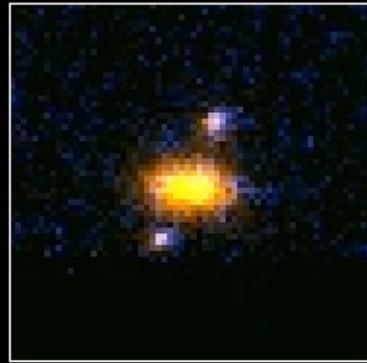
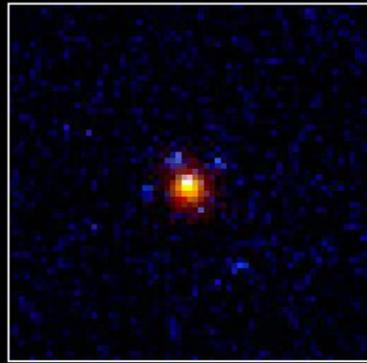
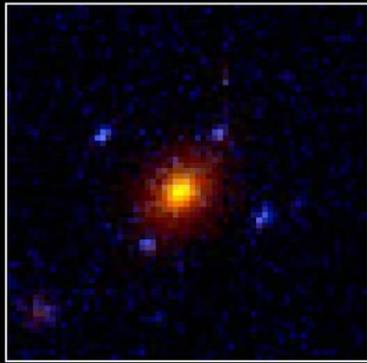
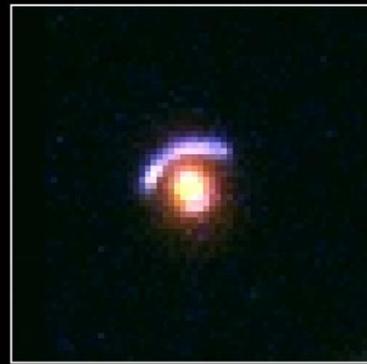
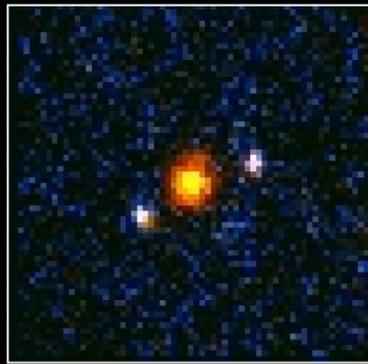
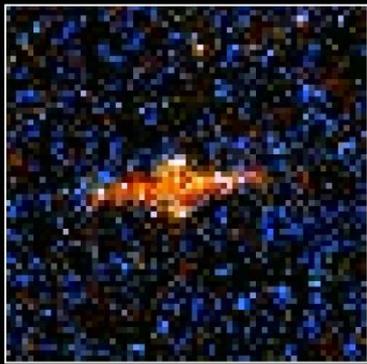
*“**extragalactic nebulae** offer a much better chance than stars for the observation of gravitational lens effects”*

První gravitační čočka: dva obrazy kvasaru 0957+561

(Walsh, Carswell & Weymann 1979)







Gallery of Gravitational Lenses
Hubble Space Telescope • WFPC2

Složitější čočky

n hmotných bodů:

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{4G}{c^2 D_L} \sum_{i=1}^n M_i \frac{\vec{\theta} - \vec{\theta}_i}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}_i|^2}$$

spojitě rozložená hmota (plošná hustota Σ):

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \frac{D_S}{D_{LS}} \int \kappa(\vec{\theta}') \frac{\vec{\theta} - \vec{\theta}'}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}'|^2} d^2\vec{\theta}' \quad \kappa(\vec{\theta}') = \frac{\Sigma(D_L \vec{\theta}')}{\Sigma_{CR}} \quad \Sigma_{CR} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_L D_{LS}}$$

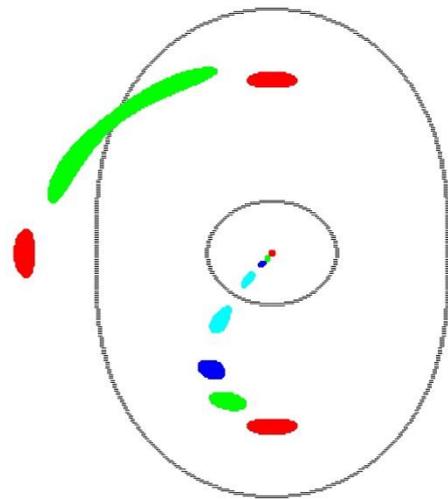
zjasnění bodového zdroje:

$$A_0(\vec{\beta}) = \sum_{\text{obrazy}} \frac{\text{Plocha obrazu}}{\text{Plocha zdroje}} = \sum_{\text{obrazy}} \left| \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} \right|^{-1}$$

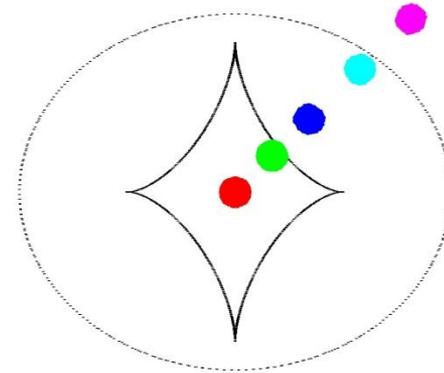
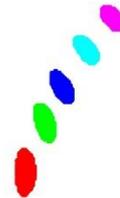
speciální body $A_0 = \infty$ pro obraz $\vec{\theta} \in$ **kritická křivka**

zdroj $\vec{\beta} \in$ **kaustika**

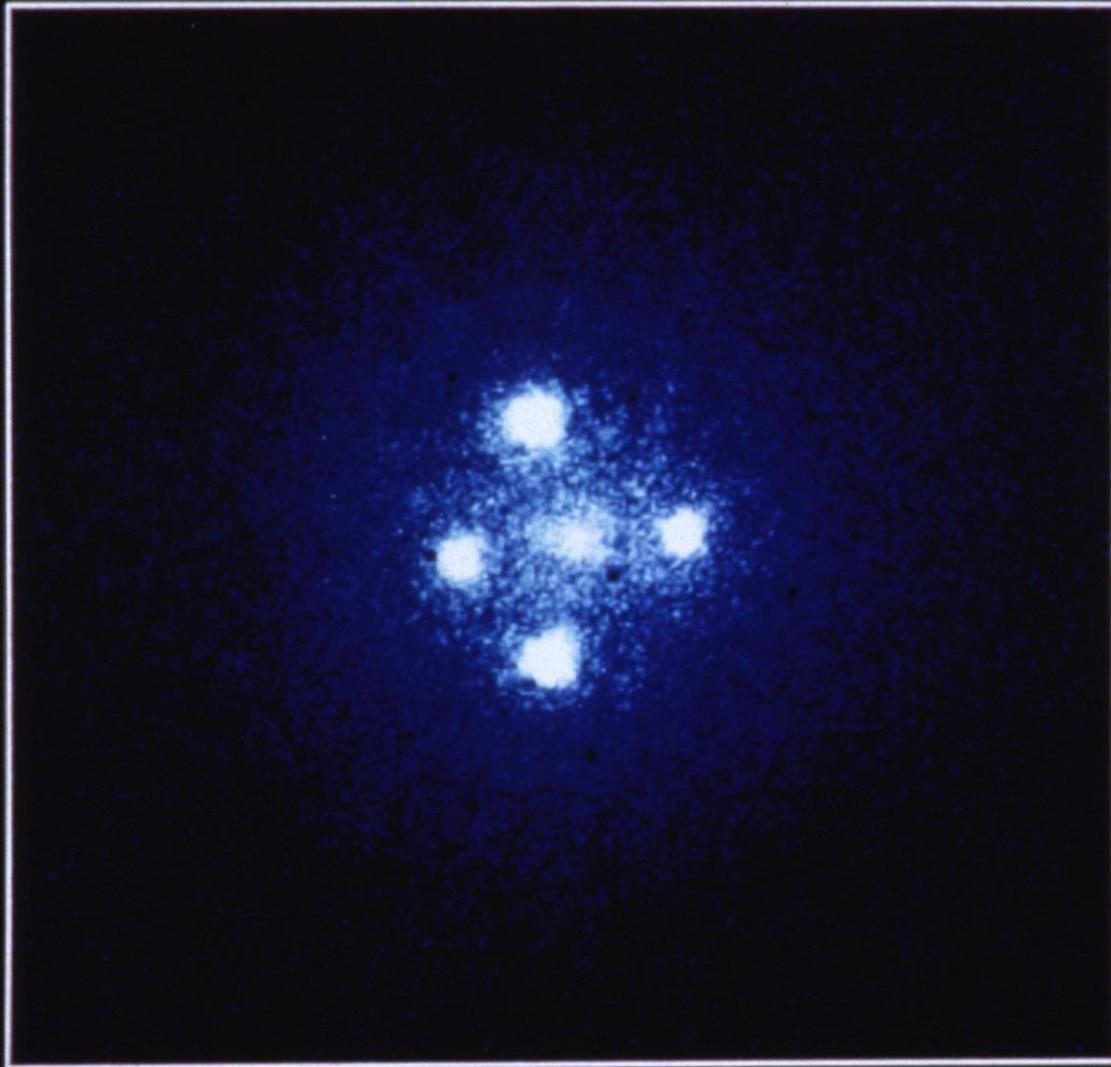
Čočka s elipsoidálnym rozložením hmoty



kritická
křivka

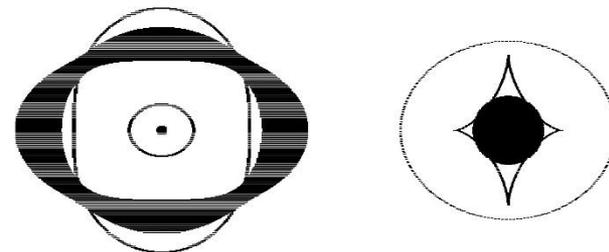
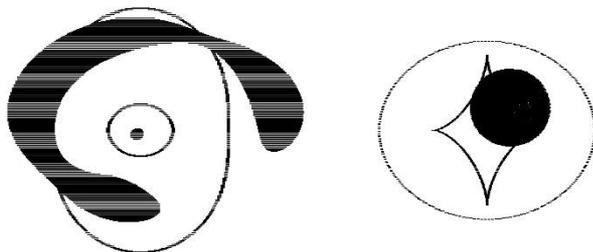
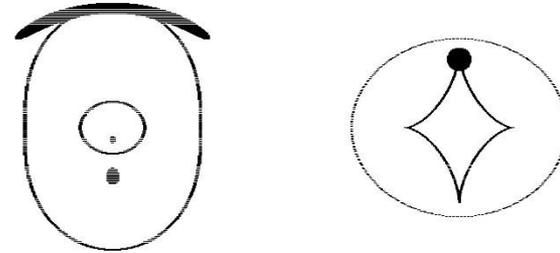
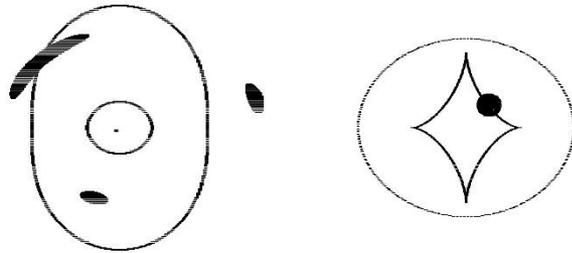


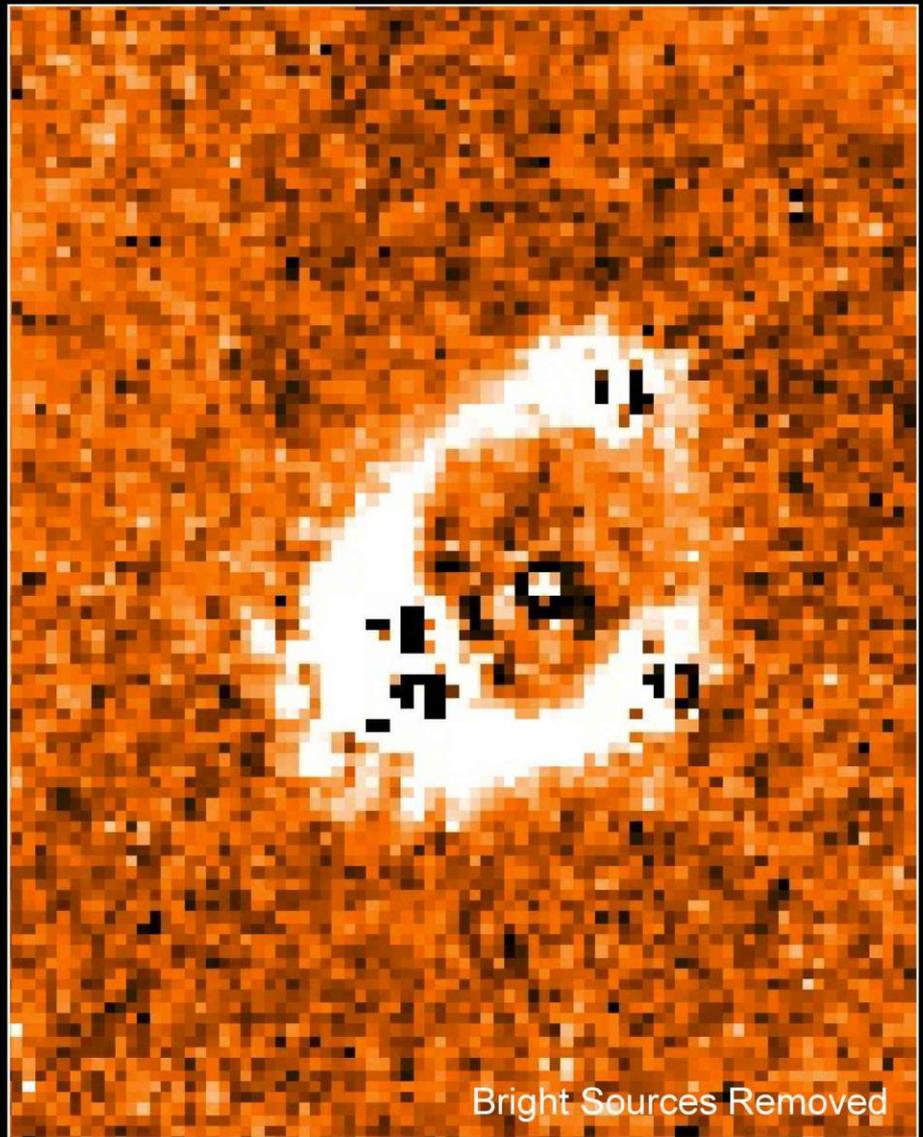
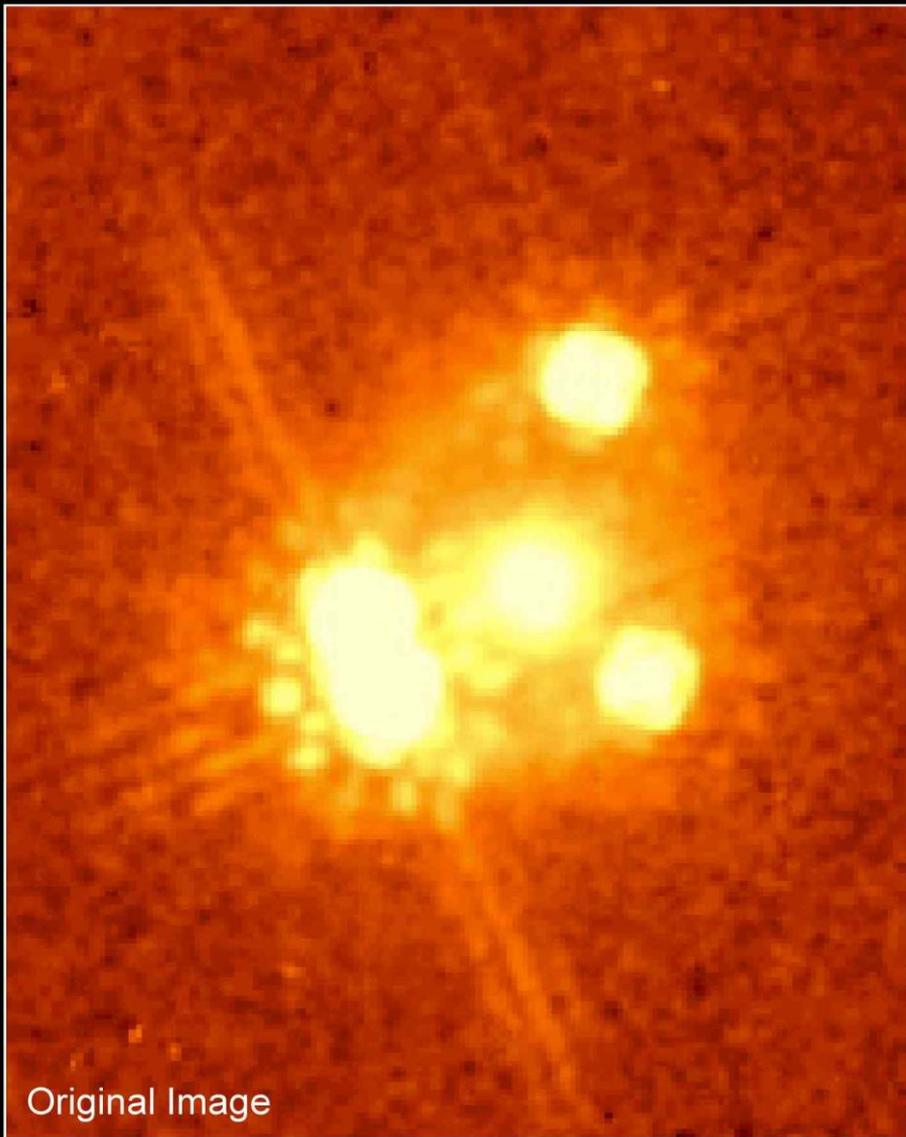
kaustika



Gravitational Lens G2237+0305

Efekt velikosti zdroje - splývání obrazů



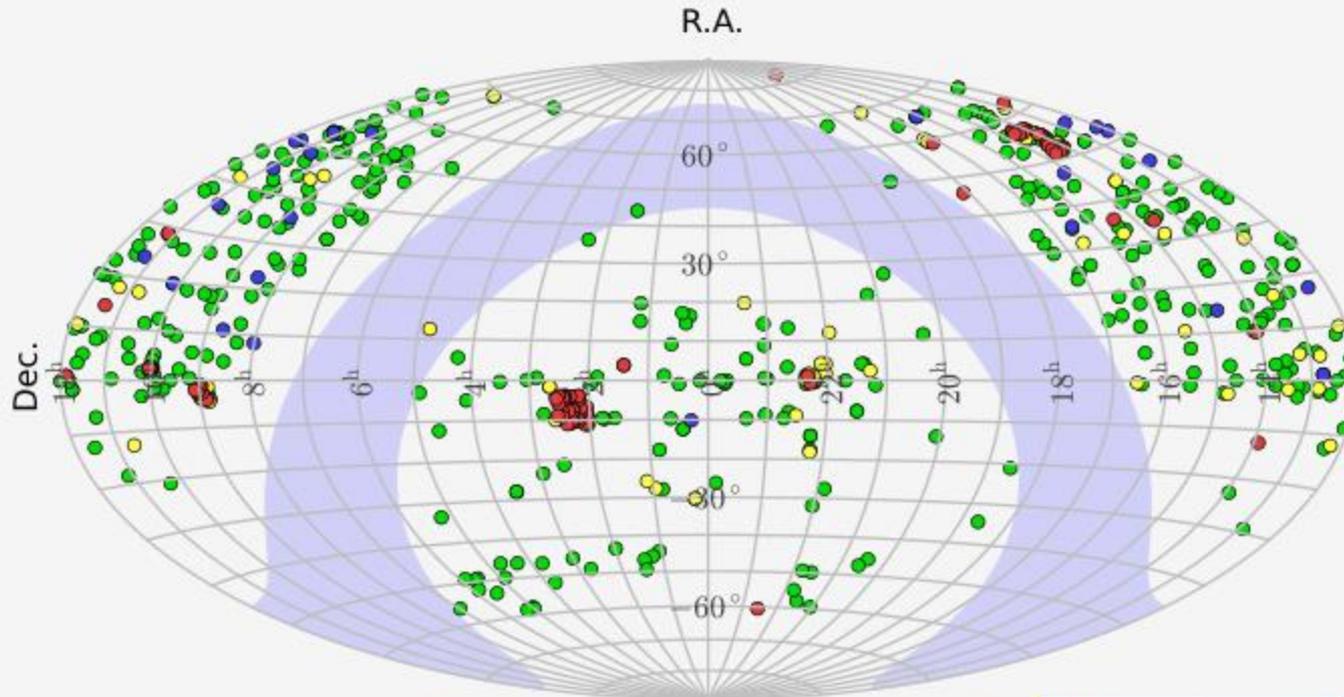


Gravitational Lens and Quasar PG 1115+080
Hubble Space Telescope • NICMOS

Containing 628 Gravitational Lens Systems:

- 424 Grade-A Lenses
- 97 Grade-B Lenses
- 79 Grade-C Lenses

Version: 2013-10-17 [needs update](#)



From the Master Lens Database
as of Oct 17, 2013

- Grade-A Lens
- Grade-B Lens
- Grade-C Lens
- Ungraded Lens

A=I'd bet my life

B=I'd bet your life

C=I'd bet your life and you should worry

noirlab2104 – Science Release

Doubling the Number of Known Gravitational Lenses

Machine learning key to discovery of over 1200 gravitational lenses

13 January 2021



Data from the DESI (Dark Energy Spectroscopic Instrument) Legacy Imaging Surveys have revealed over 1200 new gravitational lenses, approximately doubling the number of known lenses. Discovered using machine learning trained on real data, these warped and stretched images of distant galaxies provide astronomers with a flood of new targets with which to measure fundamental properties of the Universe such as the Hubble constant, which describes the expanding Universe.

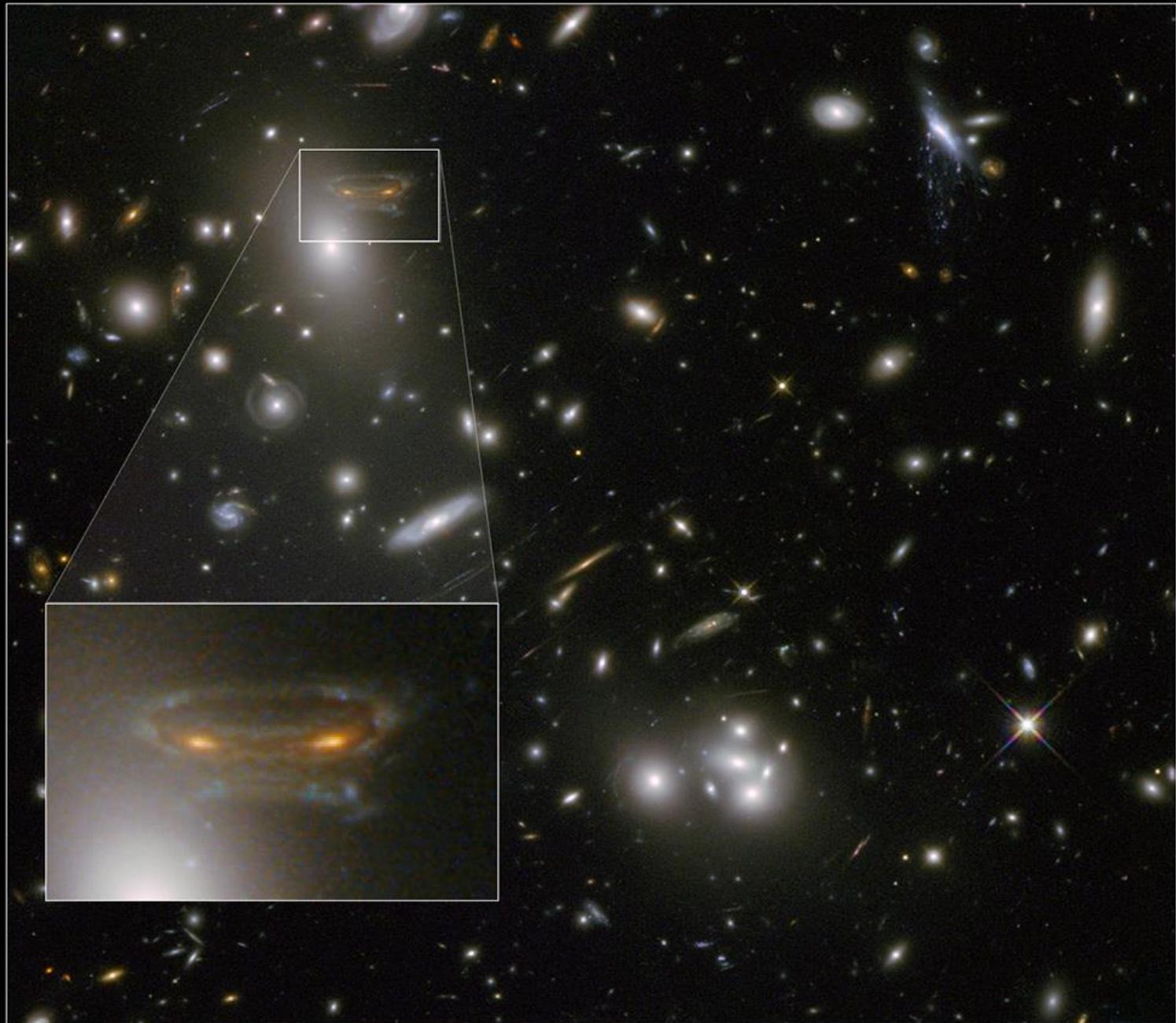
Statistics of strong gravitational lenses

Master Lens Database (as of 2025-03-11)

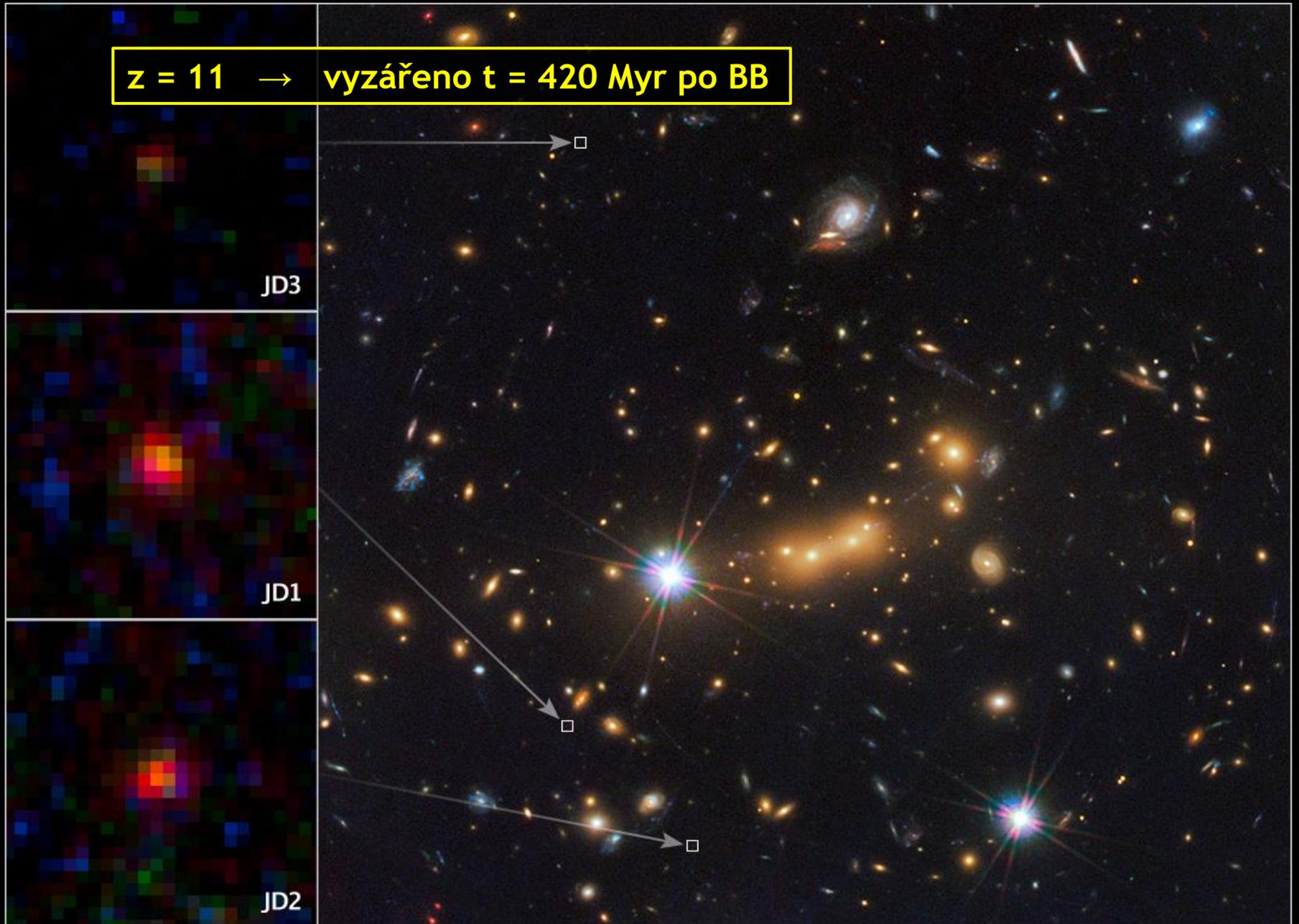
▼ Matched 8 Lens Kinds						
Kind ▲	Acronym	Grade-A	Grade-B	Grade-C	No Grade	Total
Galaxy-Galaxy	GAL-GAL	251	67	70	4175	4564
Galaxy-Quasar	GAL-QSO	105	9	3	627	744
Quasar-Galaxy	QSO-GAL	3				3
Group-Galaxy	GRP-GAL	56	26	19	7	108
Group-Quasar	GRP-QSO	1				1
Cluster-Galaxy	CLUST-GAL	33			2128	3826
Cluster-Quasar	CLUST-QSO	2	1			3
X-ray Cluster of Galaxies	XRAY-CLUST	23				23
All Kinds / Grade Total		474 / 474	103 / 103	92 / 92	6937 / 9257	9272 / 11629







$z = 11 \rightarrow$ vyzářeno $t = 420$ Myr po BB



Kupa galaxií SMACS J0723.3-7327

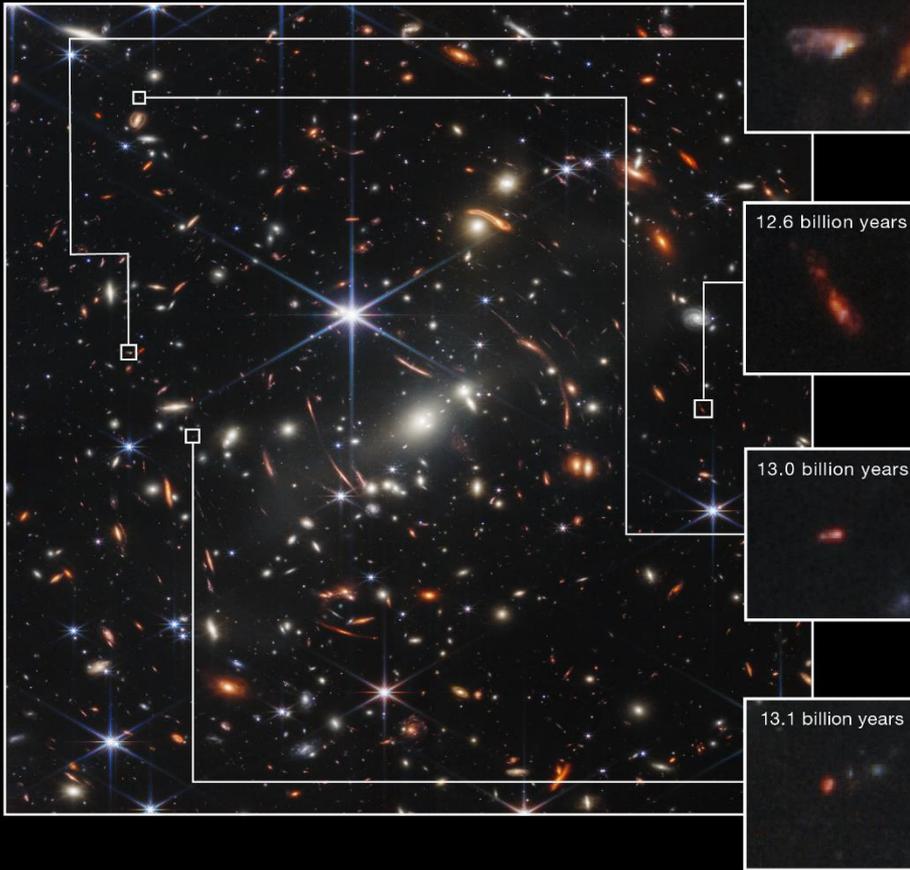




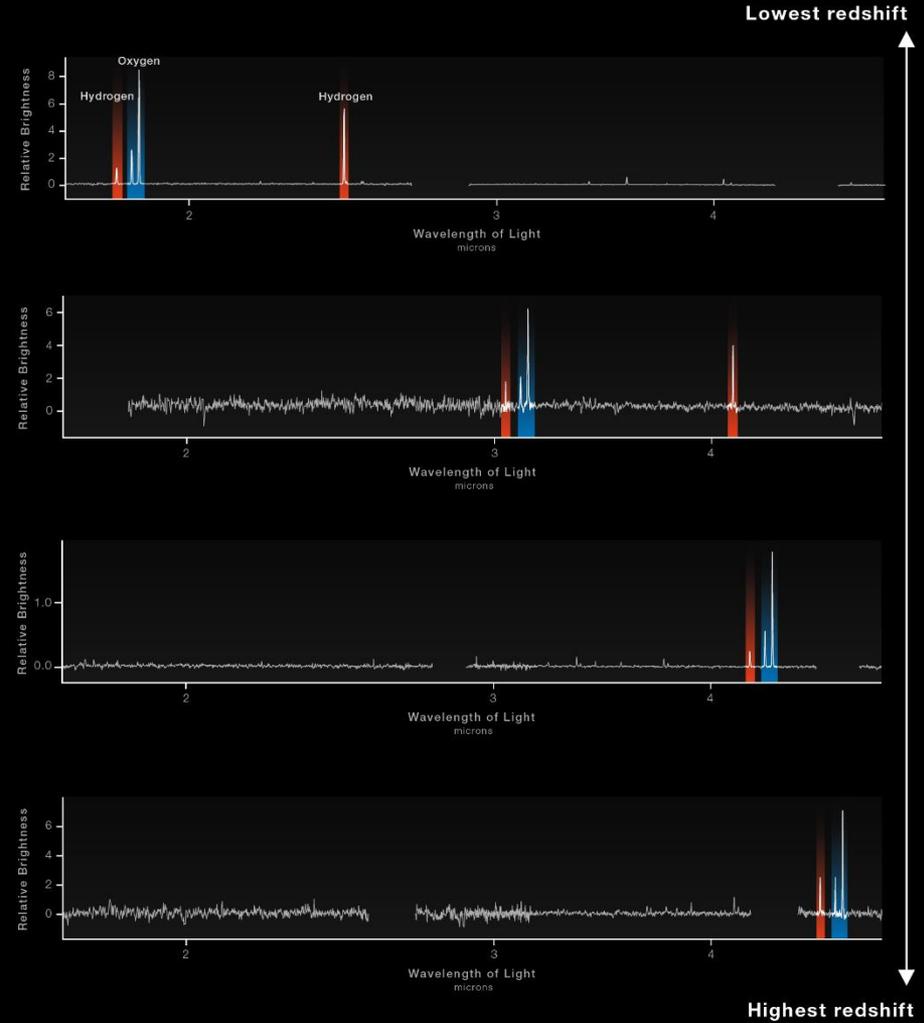
GALAXY CLUSTER SMACS 0723

WEBB SPECTRA IDENTIFY GALAXIES IN THE VERY EARLY UNIVERSE

NIRCam Imaging



NIRSpec Microshutter Array Spectroscopy



WEBB
SPACE TELESCOPE

NASA / ESA / CSA / STScI

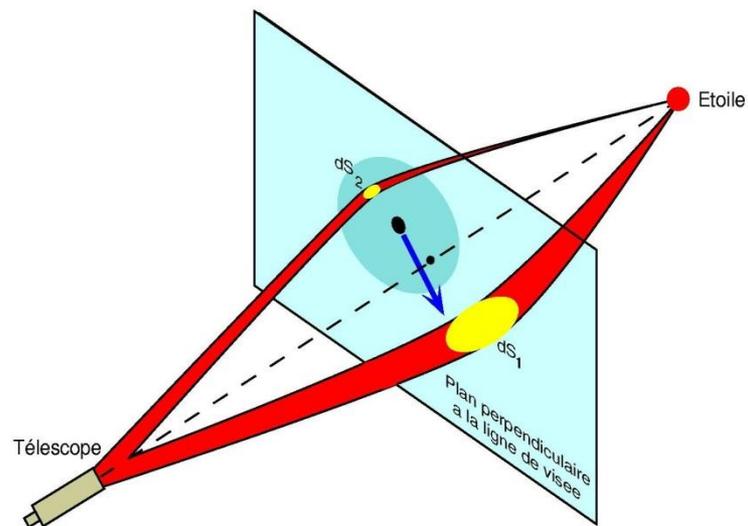
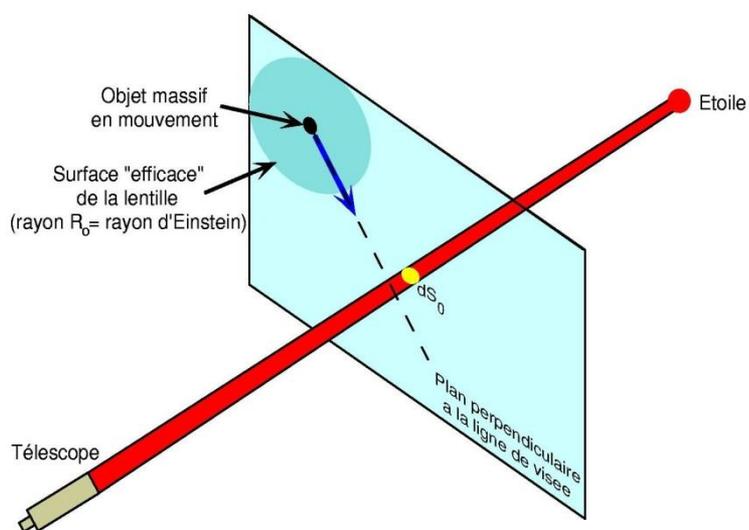
Režimy gravitačního čočkování

silné čočkování - pozorování násobných obrazů zdroje

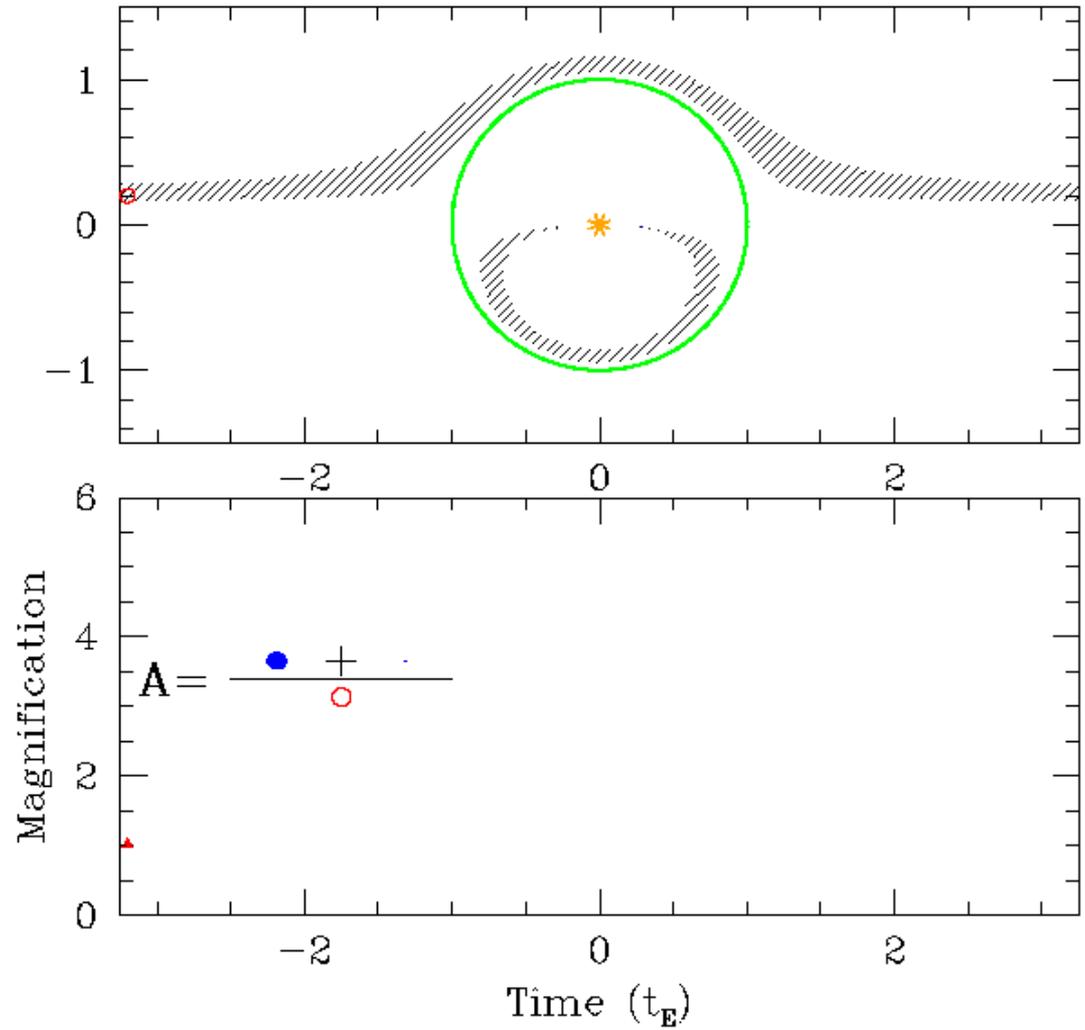
(Čočka: galaxie, kupa galaxií; Zdroj: kvasar, galaxie)

Gravitační mikročočkování

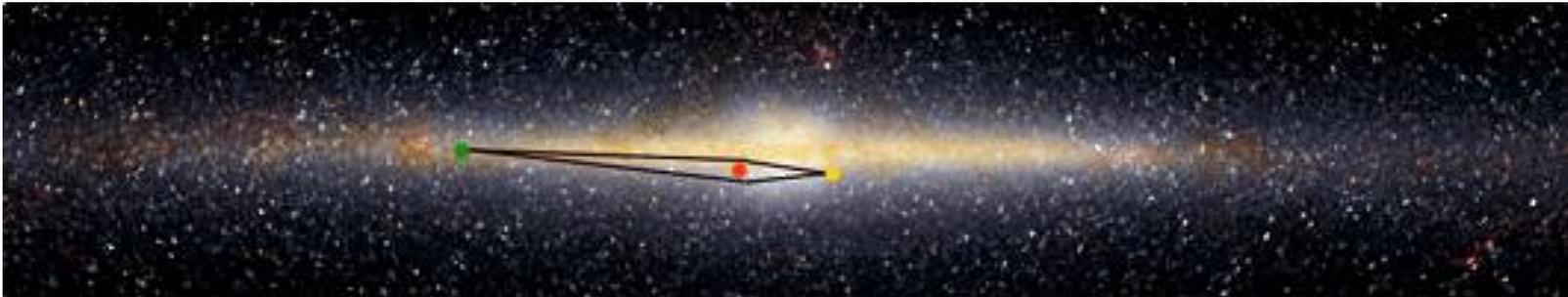
- čočky ~ hvězdných hmotností
- obrazy nerozlišitelné, **změna zjasnění zdroje** pozorovatelná



Zjasnění světelného toku

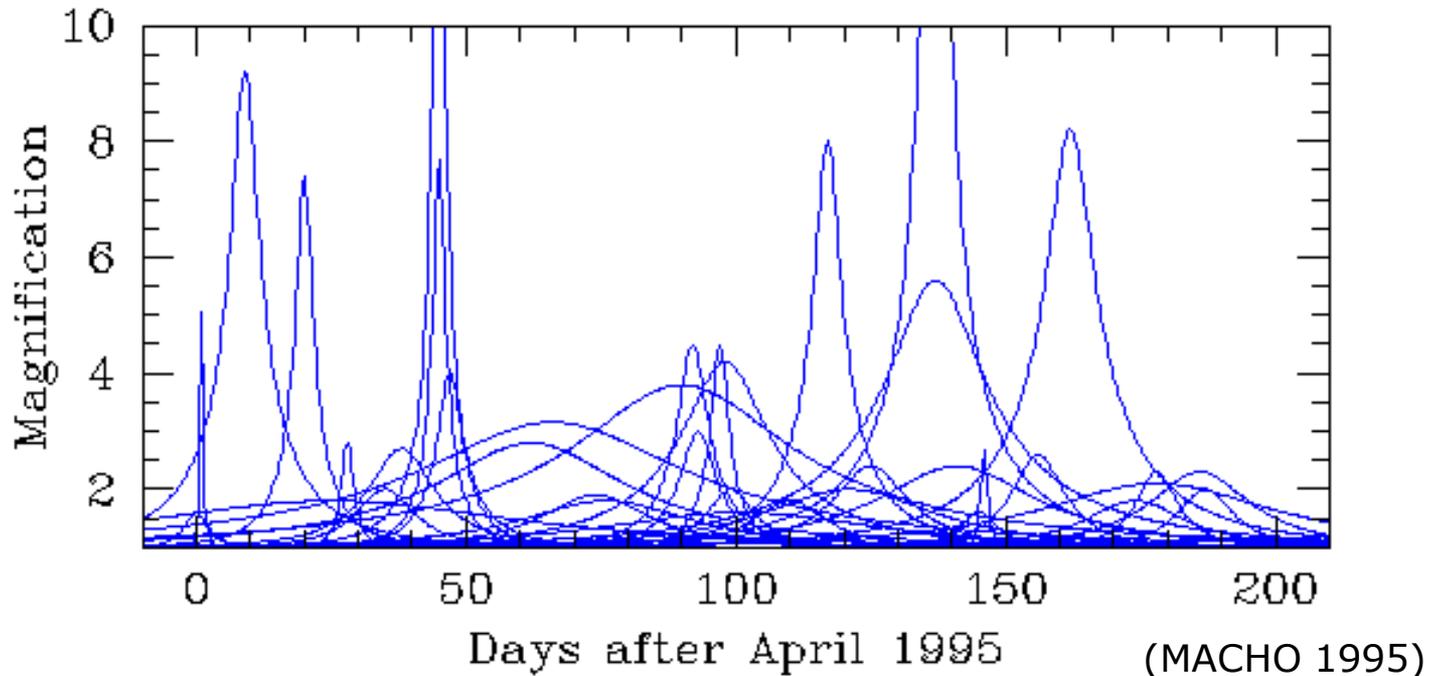


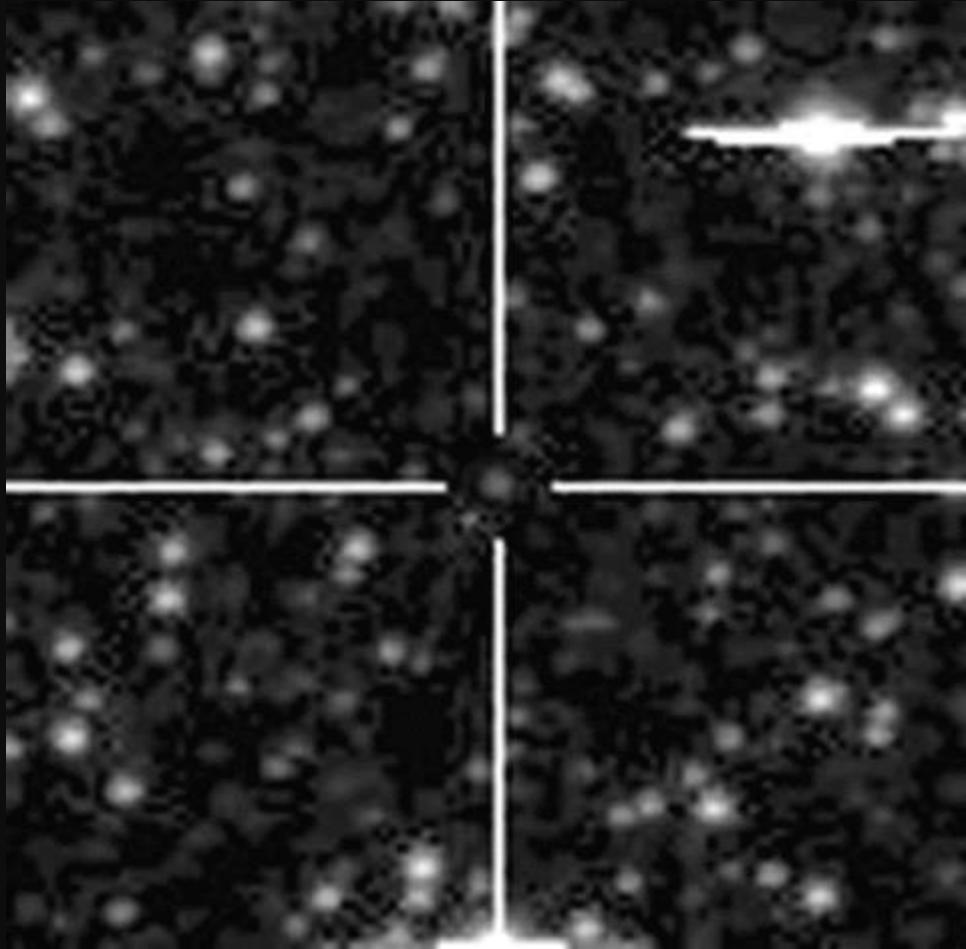
Pozorování: monitorovací projekty (MACHO, EROS, OGLE, MOA)



MOA

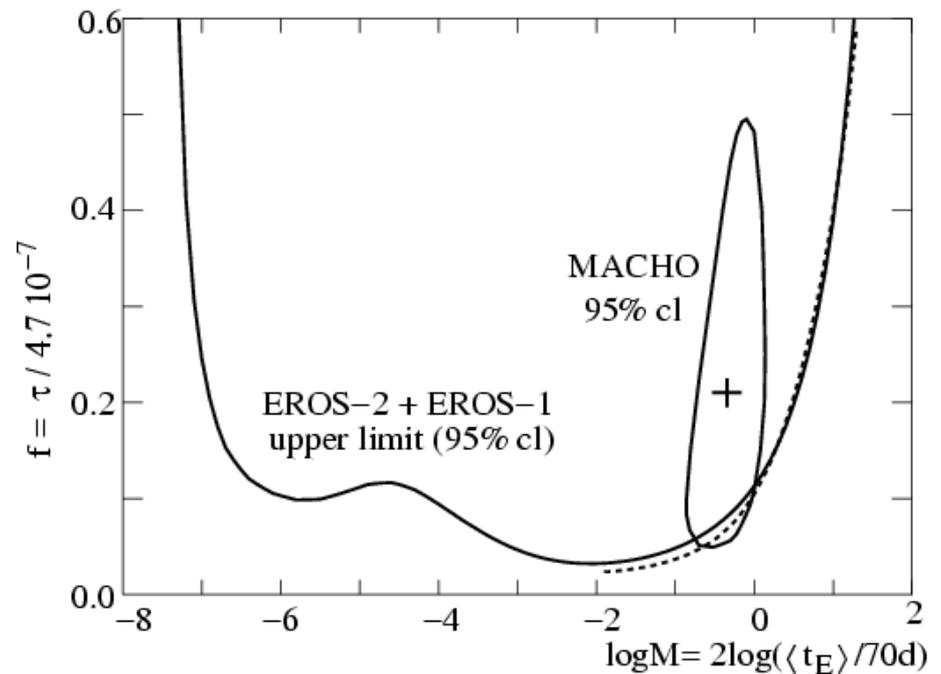
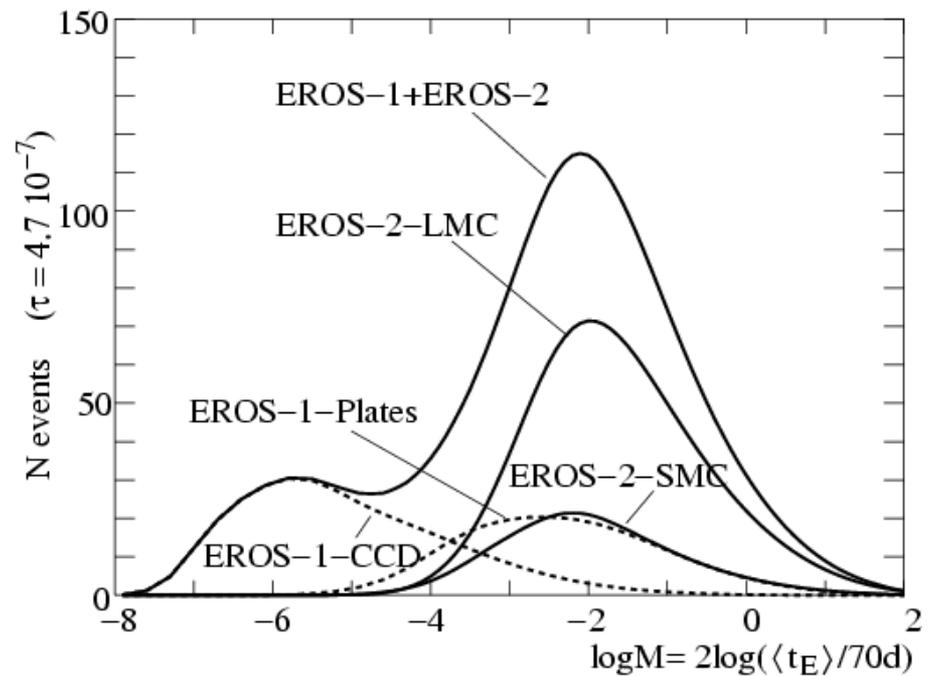
V období 1992 - III/2012 napozorováno ~ 10 000 mikročoček





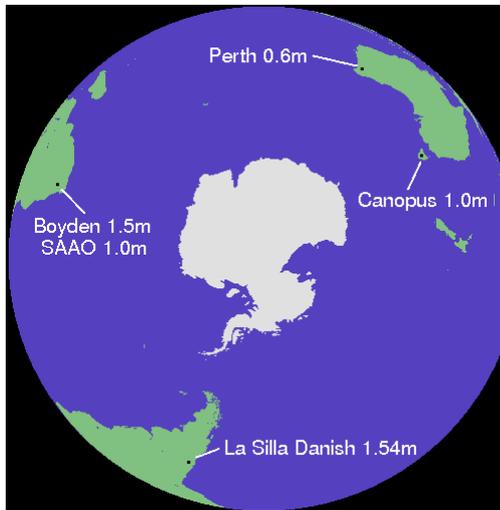
SuperMACHO

Vyloučení temné hmoty ve formě MACHOs

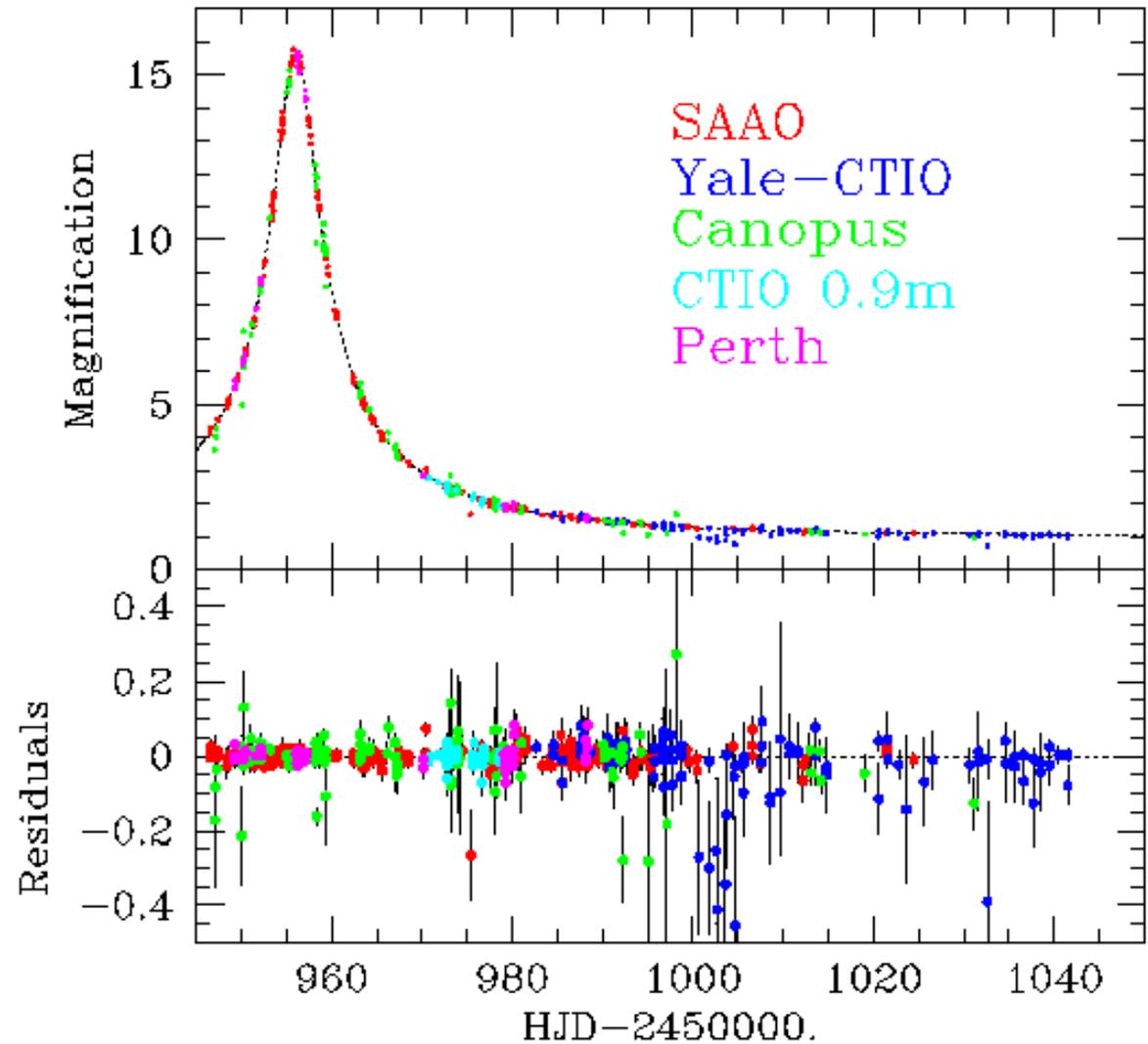


Tisserand (2007)

Návazné projekty (PLANET, μ FUN, RoboNET, ...)

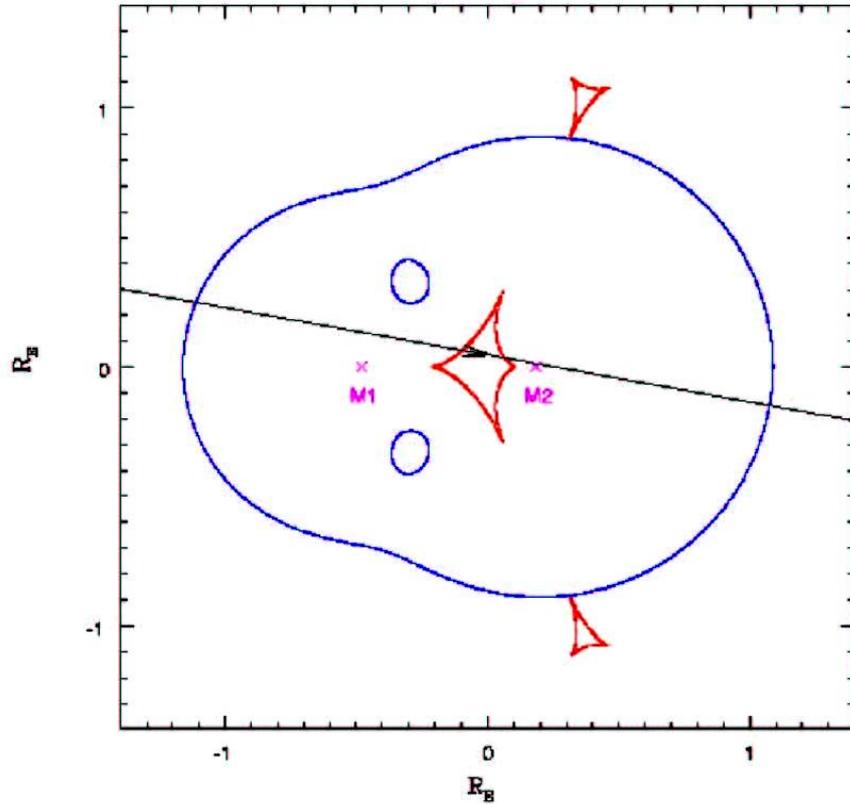


PLANET

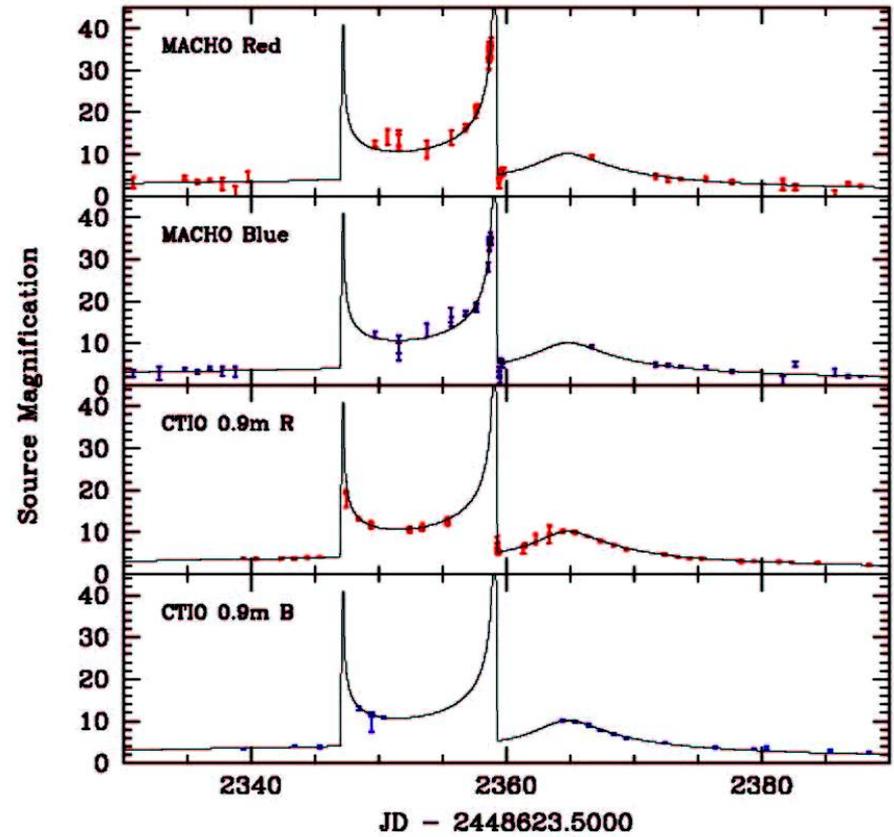


Dvojité mikročočky

MACHO Event 98-SMC-1



MACHO Event 98-SMC-1

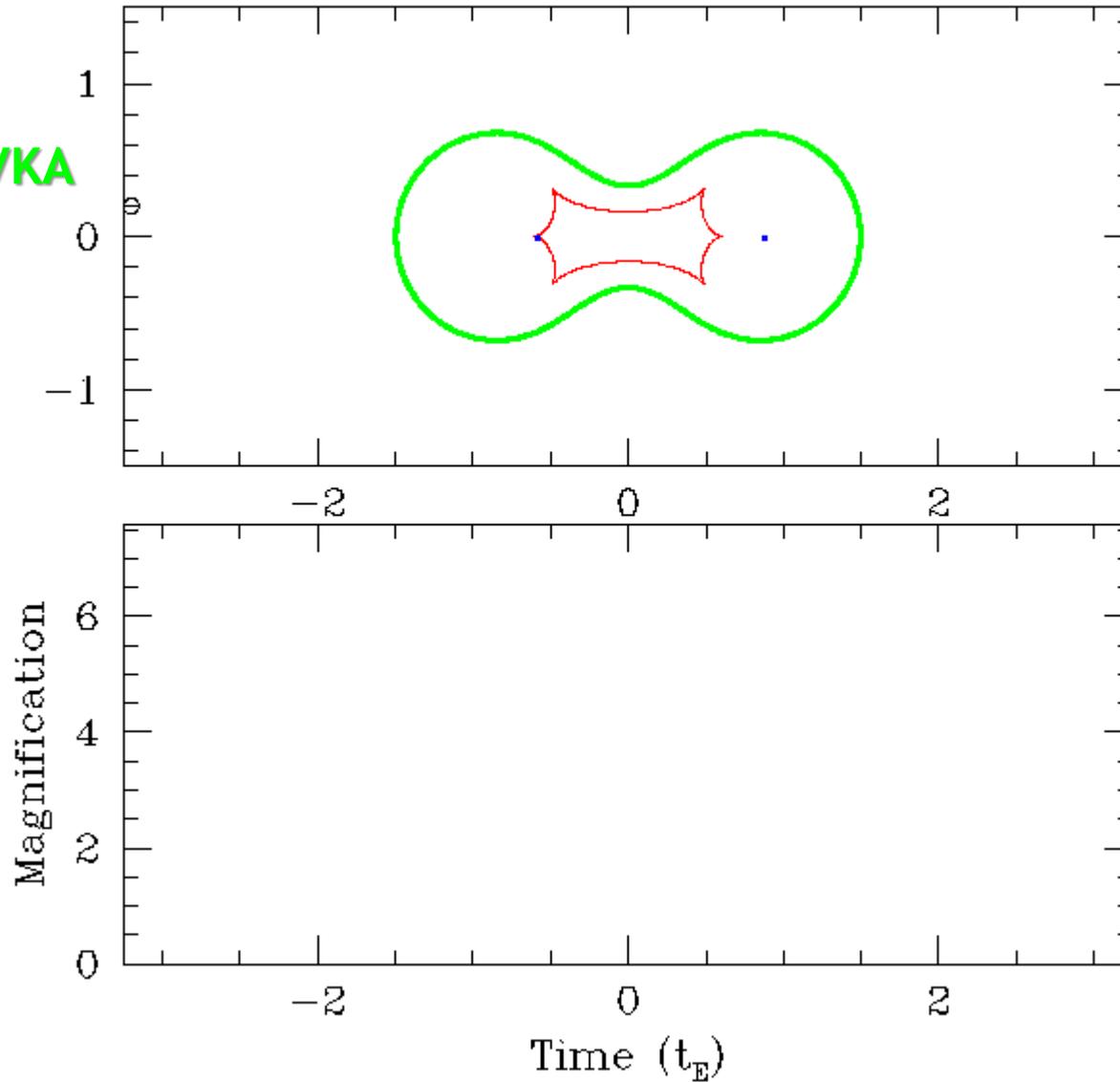


Alcock et al. (2000)

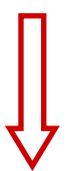
Polohy obrazů a světelná křivka dvojité mikročochy

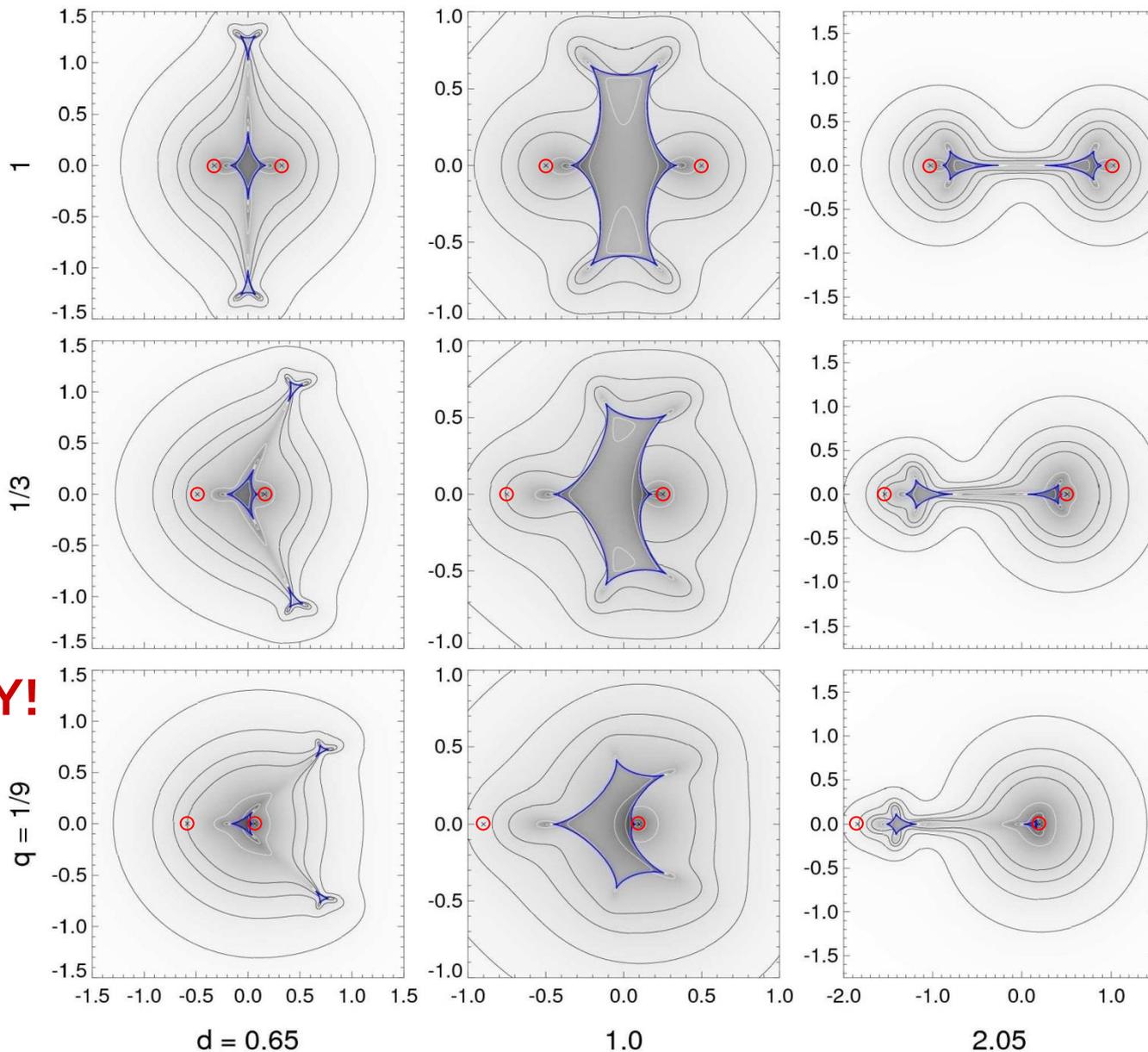
KRITICKÁ KŘIVKA

KAUSTIKA

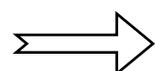


Mapy zjasnění bodového zdroje dvojitou mikročočkou

poměr hmotností 
PLANETY! 

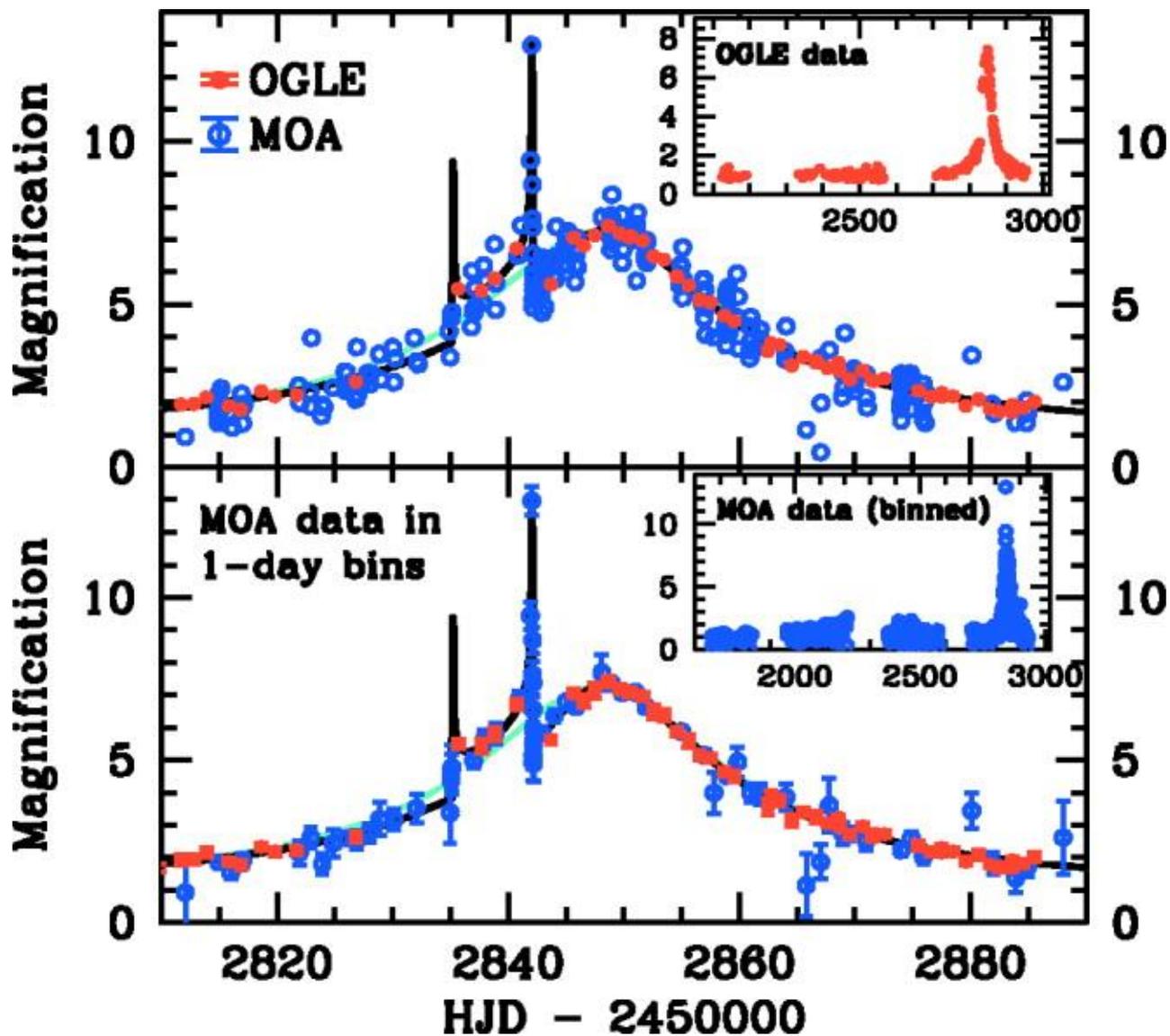


Pejcha & Heyrovský (2009)

vzdálenost 

OGLE 2003-BLG-235 / MOA 2003-BLG-53

Bond et al. (2004)



$$q = 0,0039^{+0,0011}_{-0,0007}$$

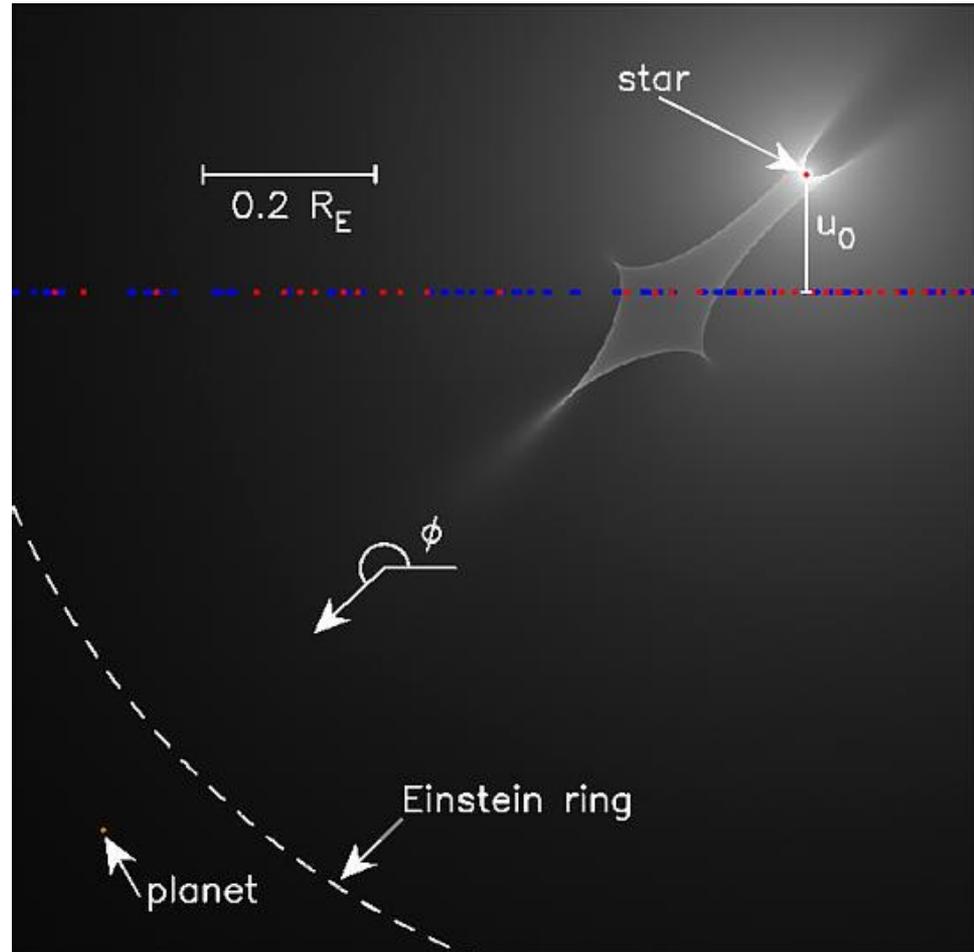
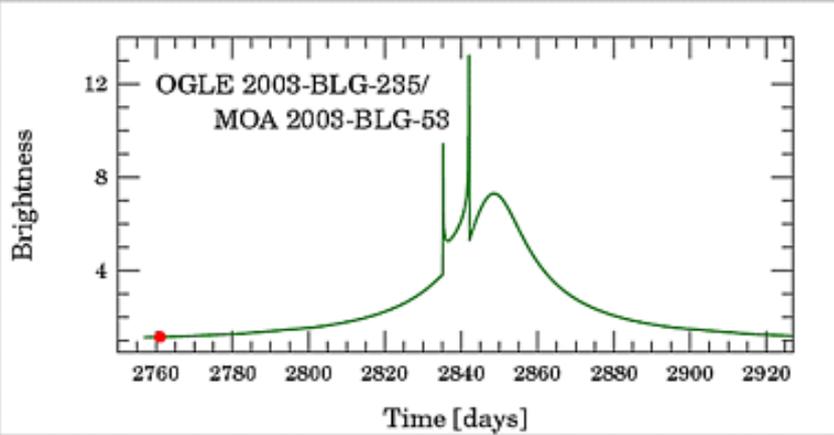
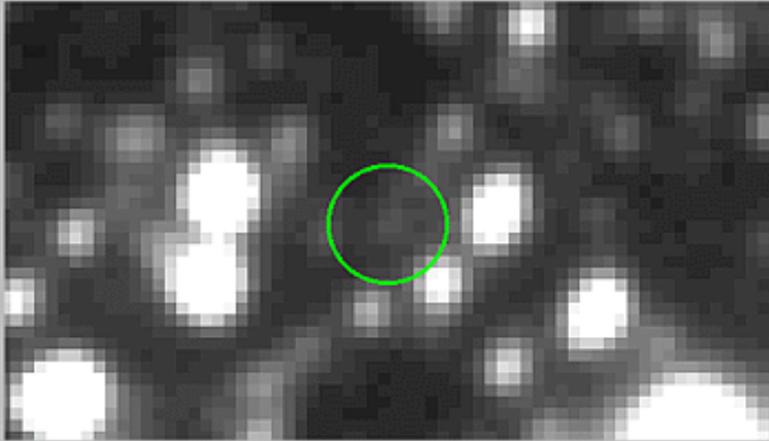
$$d = 1,120 \pm 0,007$$

$$M_P = 1,5^{+0,1}_{-1,2} M_J$$

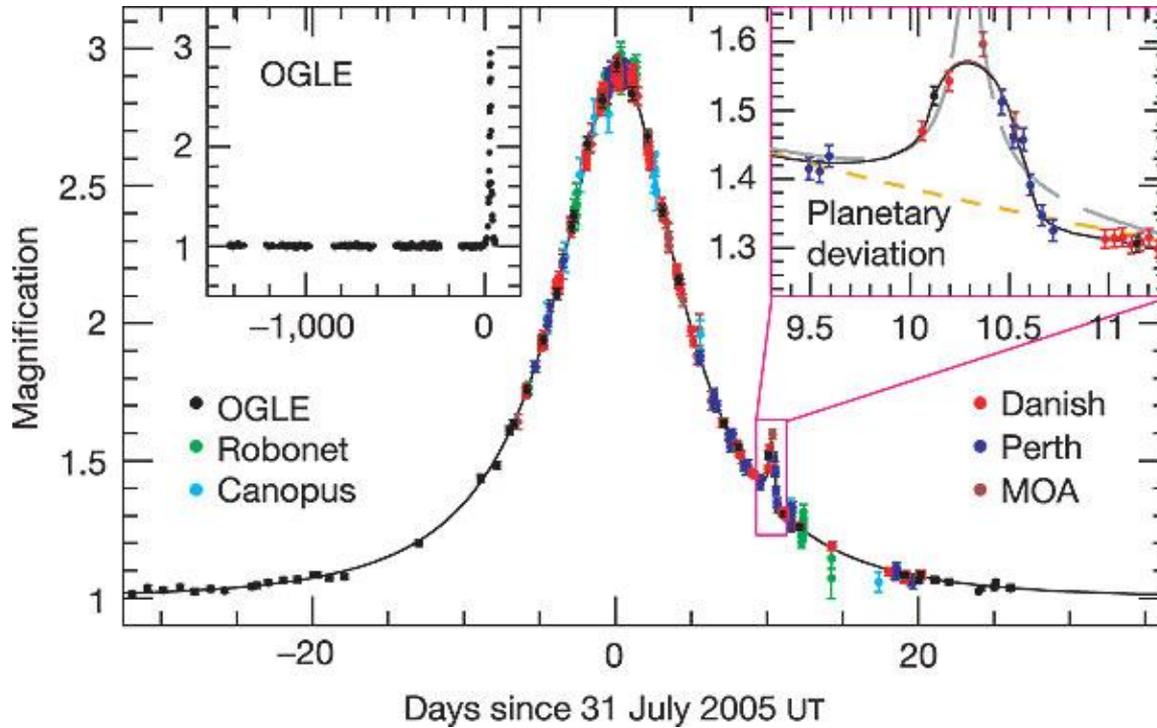
$$r_{\perp} = 3,0^{+0,1}_{-1,7} AU$$

$$M_* = 0,36^{+0,03}_{-0,28} M_{\odot}$$

OGLE 2003-BLG-235 / MOA 2003-BLG-53



OGLE 2005-BLG-390 *Beaulieu et al. (2006)*



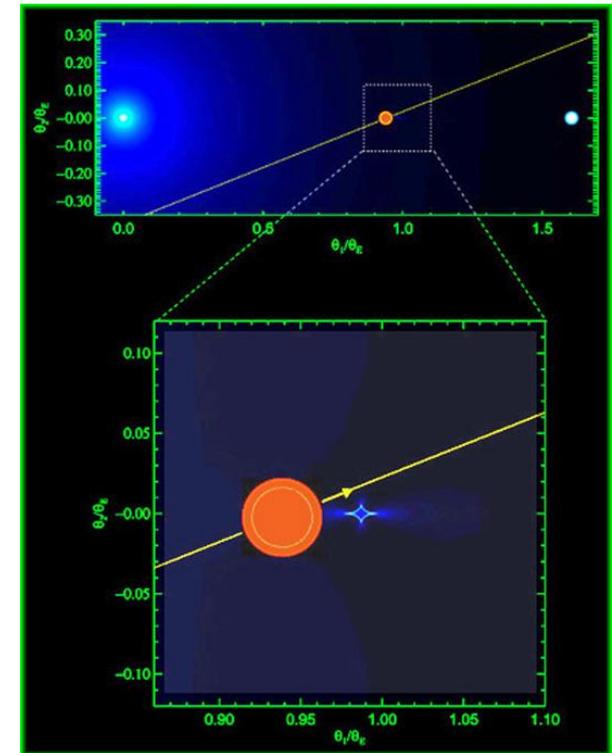
$$q = 7,6 \pm 0,7 \times 10^{-5}$$

$$d = 1,610 \pm 0,008$$

$$M_P = 5,5^{+5,5}_{-2,7} M_{\oplus}$$

$$r_{\perp} = 2,6^{+1,5}_{-0,6} AU$$

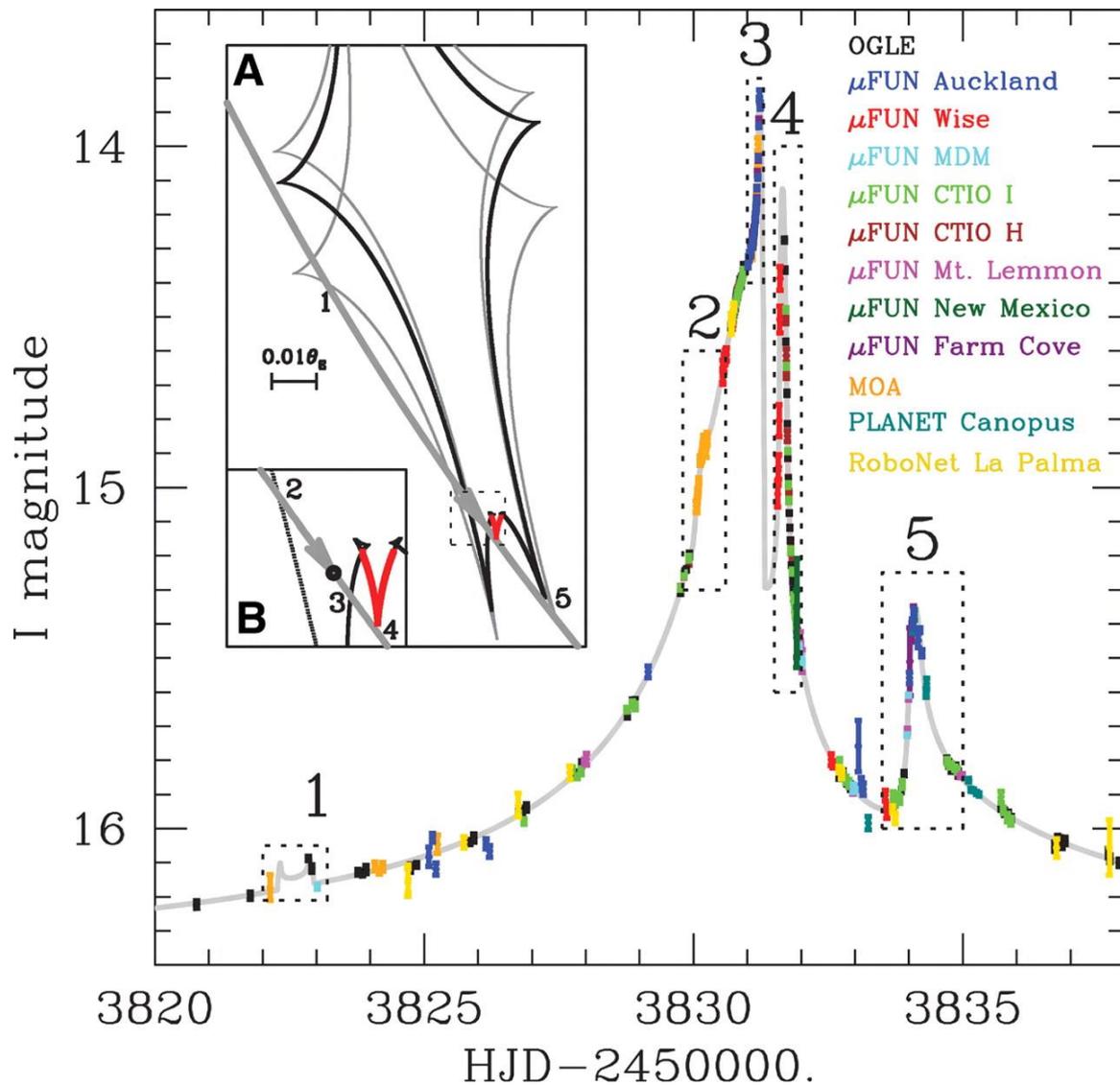
$$M_* = 0,22^{+0,21}_{-0,11} M_{\odot}$$



[OB05390-adaptive-hires.mp4](#)

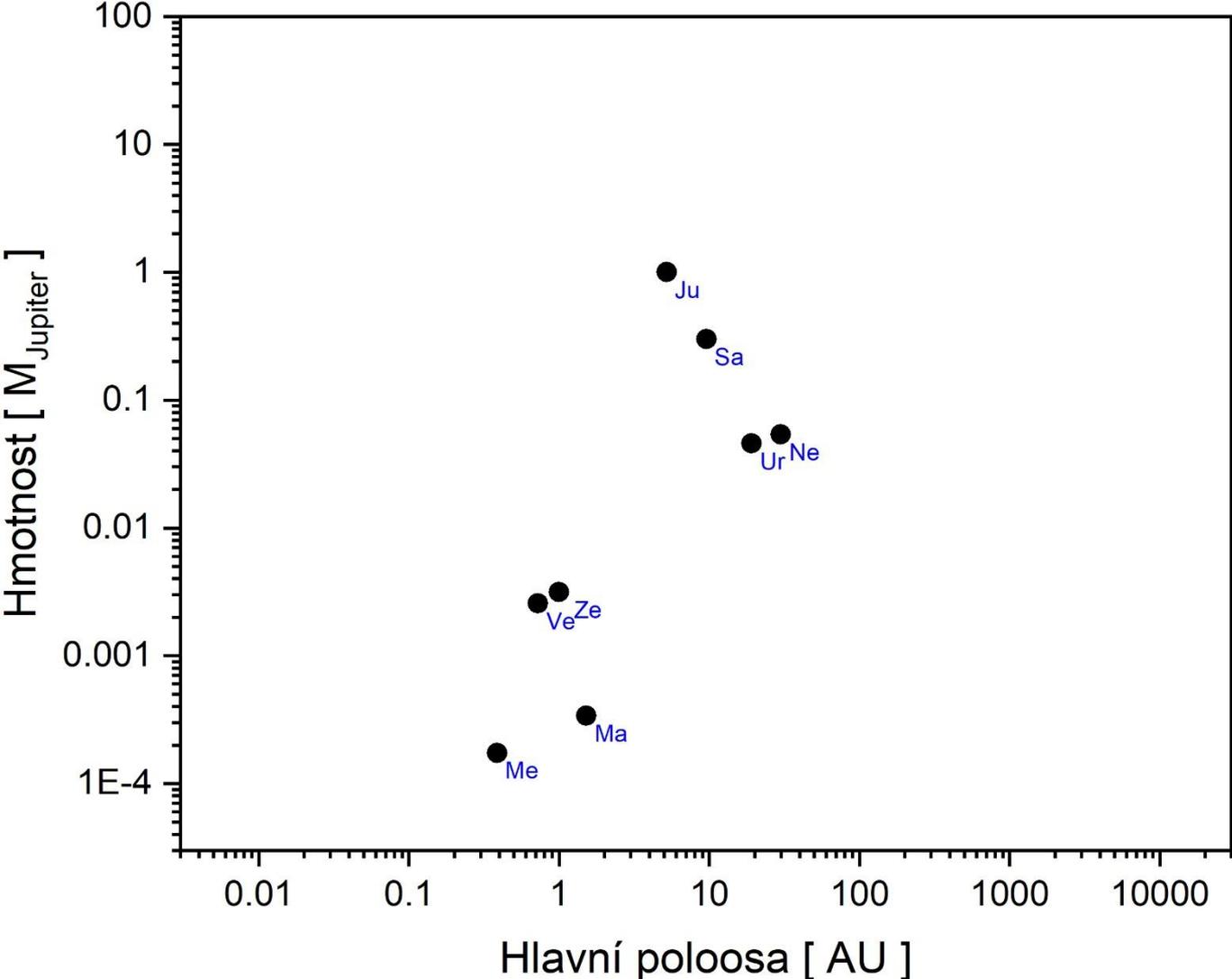
OGLE 2006-BLG-109

Gaudi et al. (2008)



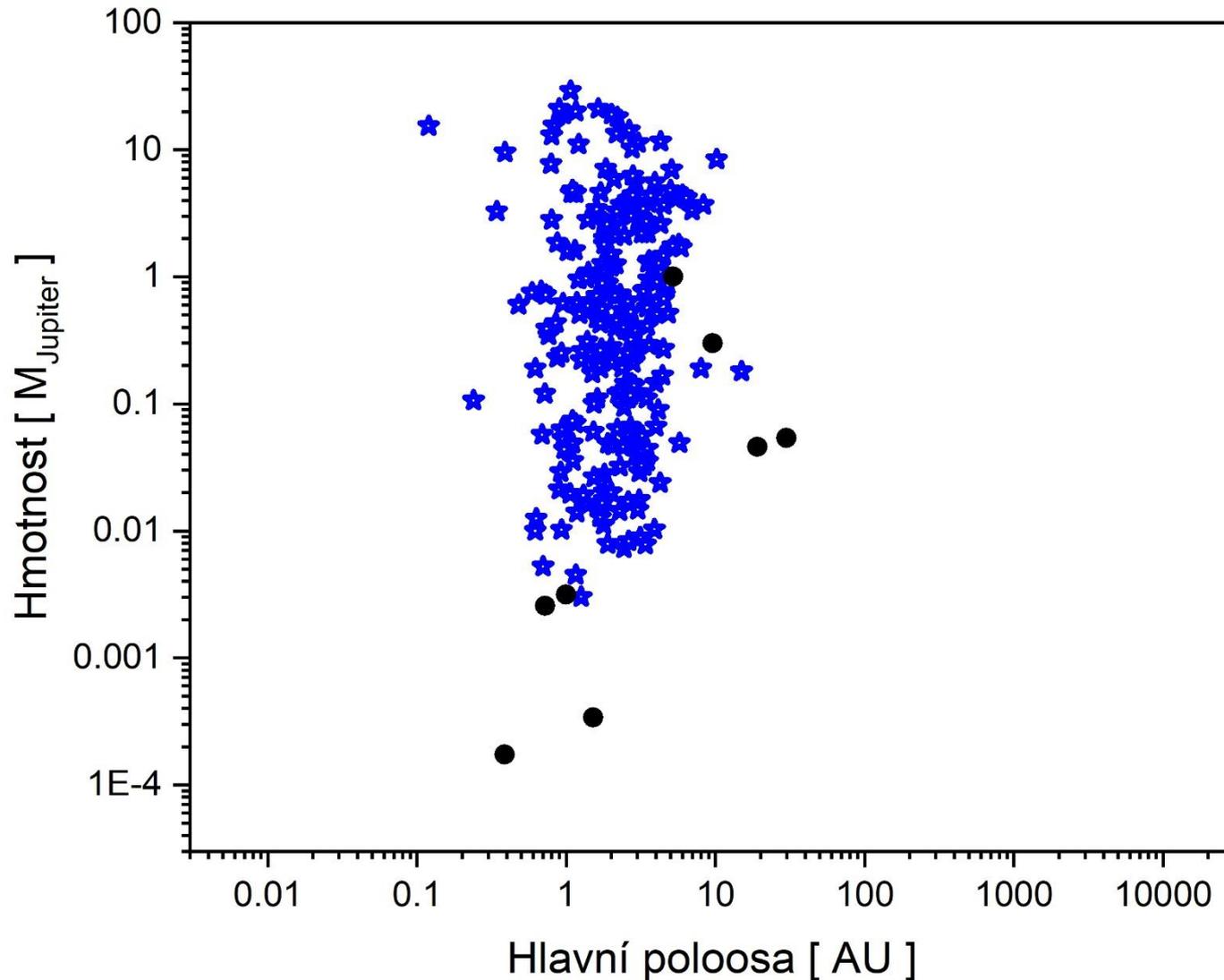
$M_b = 0,71 \pm 0,08 M_J$
 $a_b = 2,3 \pm 0,2 AU$
 $M_c = 0,27 \pm 0,03 M_J$
 $a_c = 4,6 \pm 0,5 AU$
 $M_* = 0,50 \pm 0,05 M_\odot$

Planety známé před 30 lety



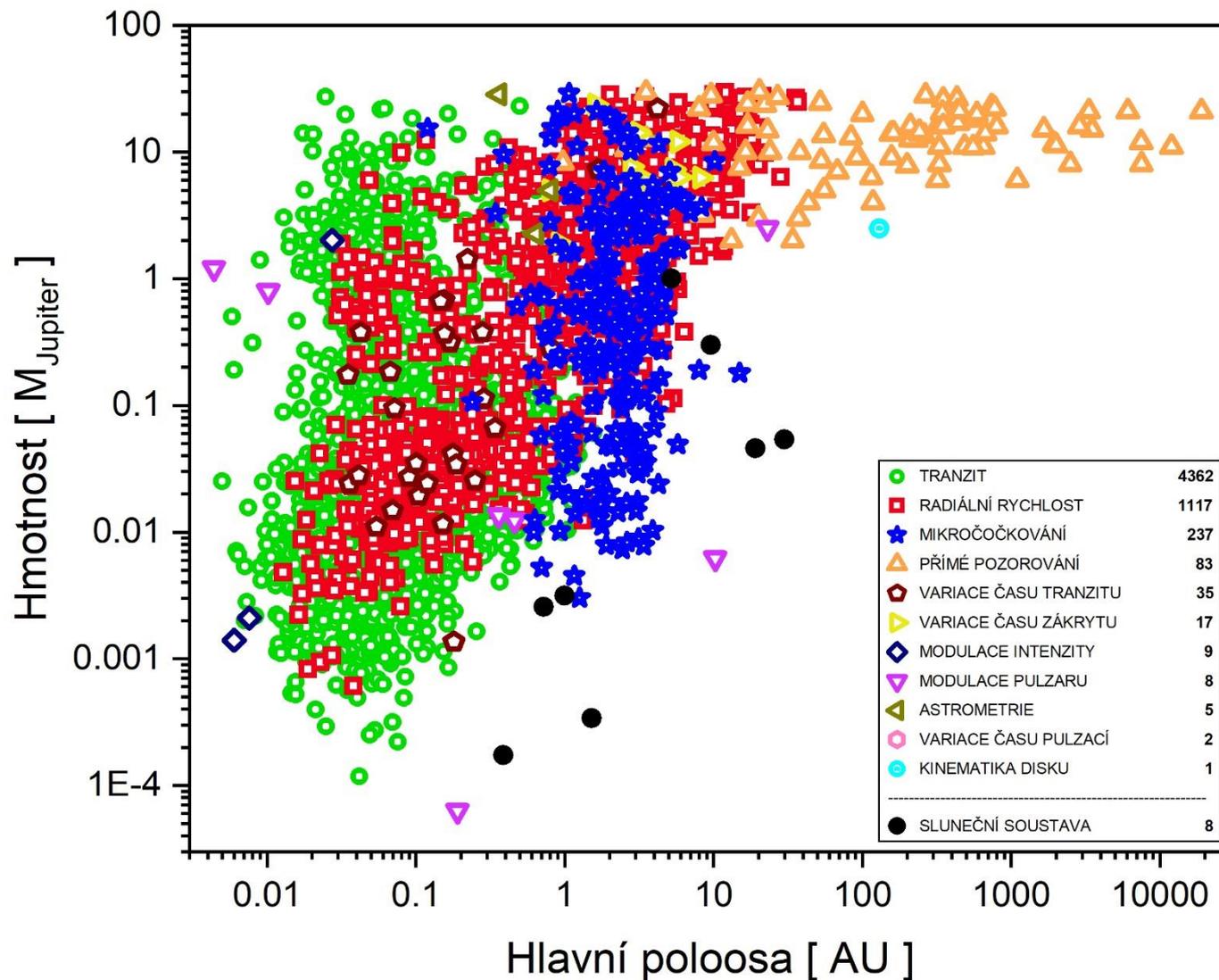
Exoplanety nalezené mikročočkováním

Počet (2025/04/21): 237

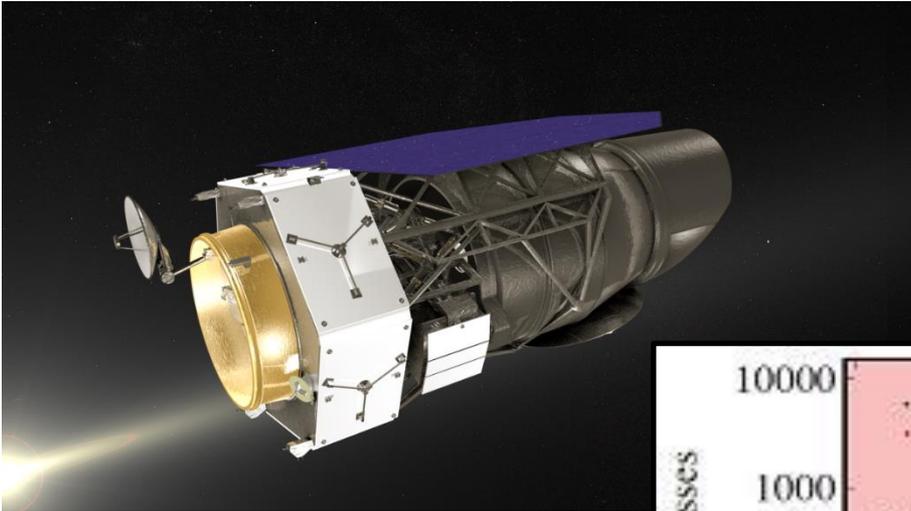


Celkový přehled nalezených exoplanet

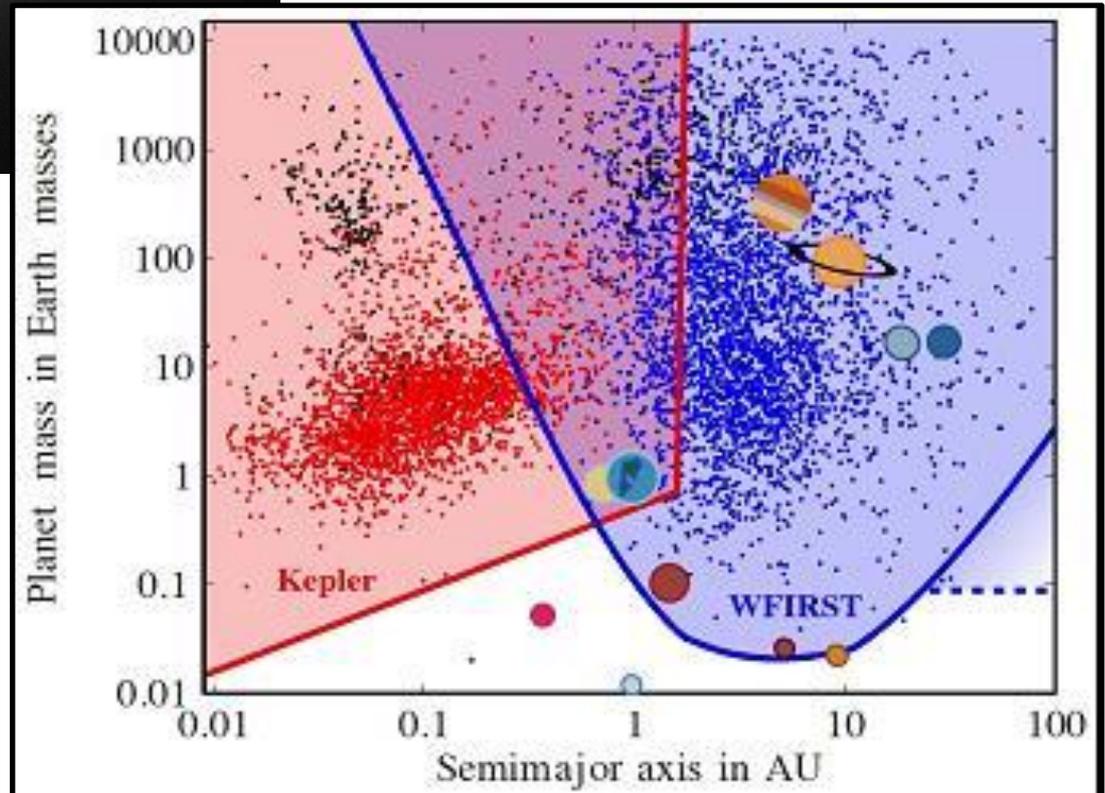
Počet (2025/04/21): 5876



Pozorování mikročočkování z kosmu



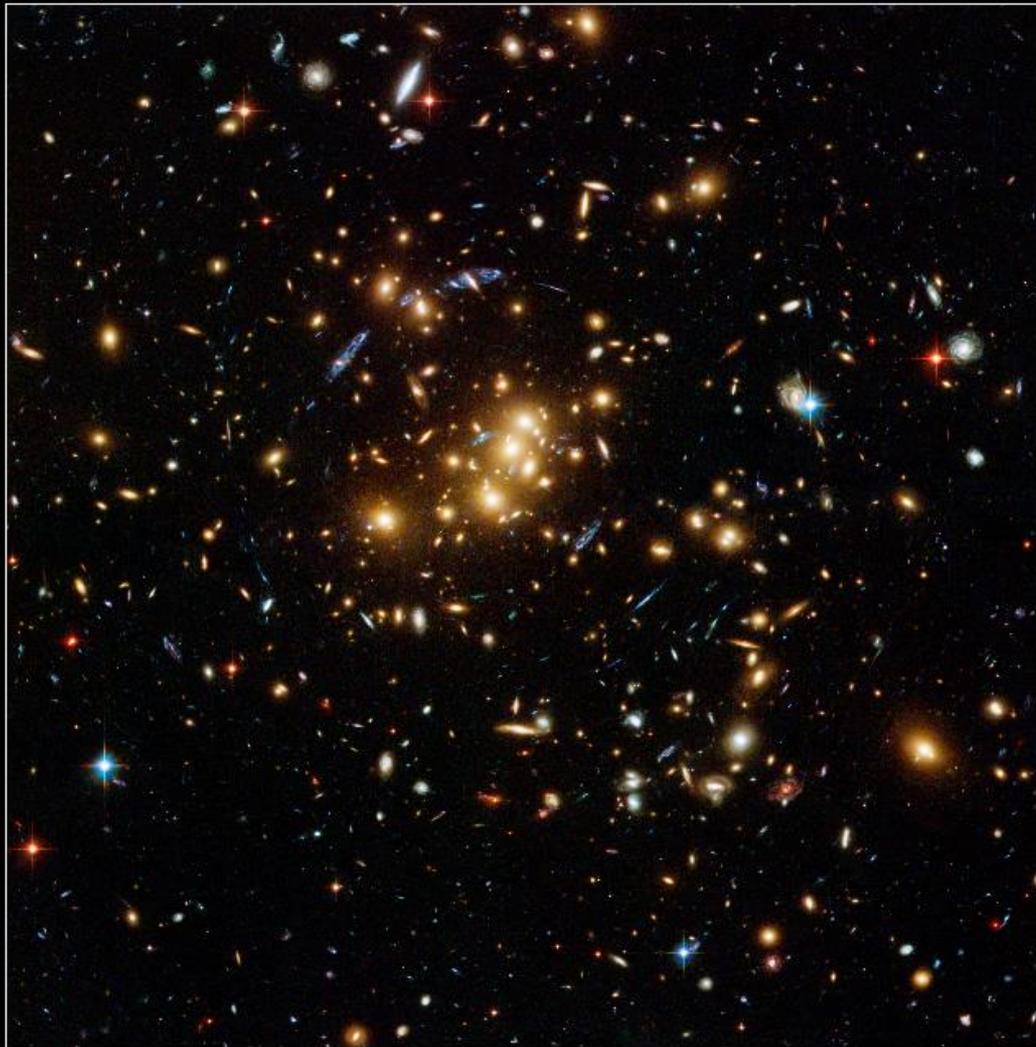
**ROMAN ST (NASA)
2027 ?**



Čočkování kupou galaxií

Galaxy Cluster Cl 0024+17 (ZwCl 0024+1652)

HST • ACS/WFC



NASA, ESA, and M.J. Jee (Johns Hopkins University)

STScI-PRC07-17b

silné (násobné obrazy):
rozložení hmoty v centru

slabé (deformace obrazu):
celkové rozložení hmoty

Tvar obrazu – lokální chování čočkové rovnice

zobrazení blízkých bodů:

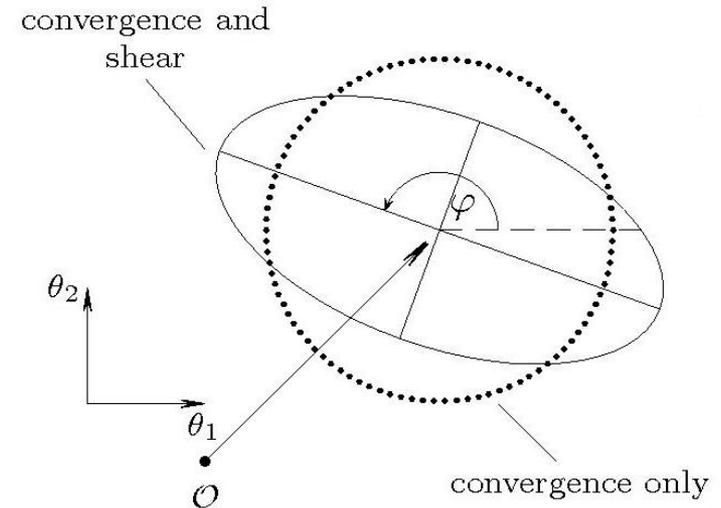
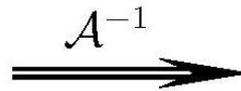
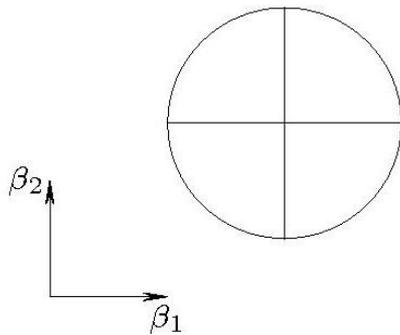
$$\vec{\beta} - \vec{\beta}_0 = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma \cos(2\varphi) & -\gamma \sin(2\varphi) \\ -\gamma \sin(2\varphi) & 1 - \kappa + \gamma \cos(2\varphi) \end{pmatrix} (\vec{\theta} - \vec{\theta}_0)$$

κ konvergence

γ shear

φ fáze

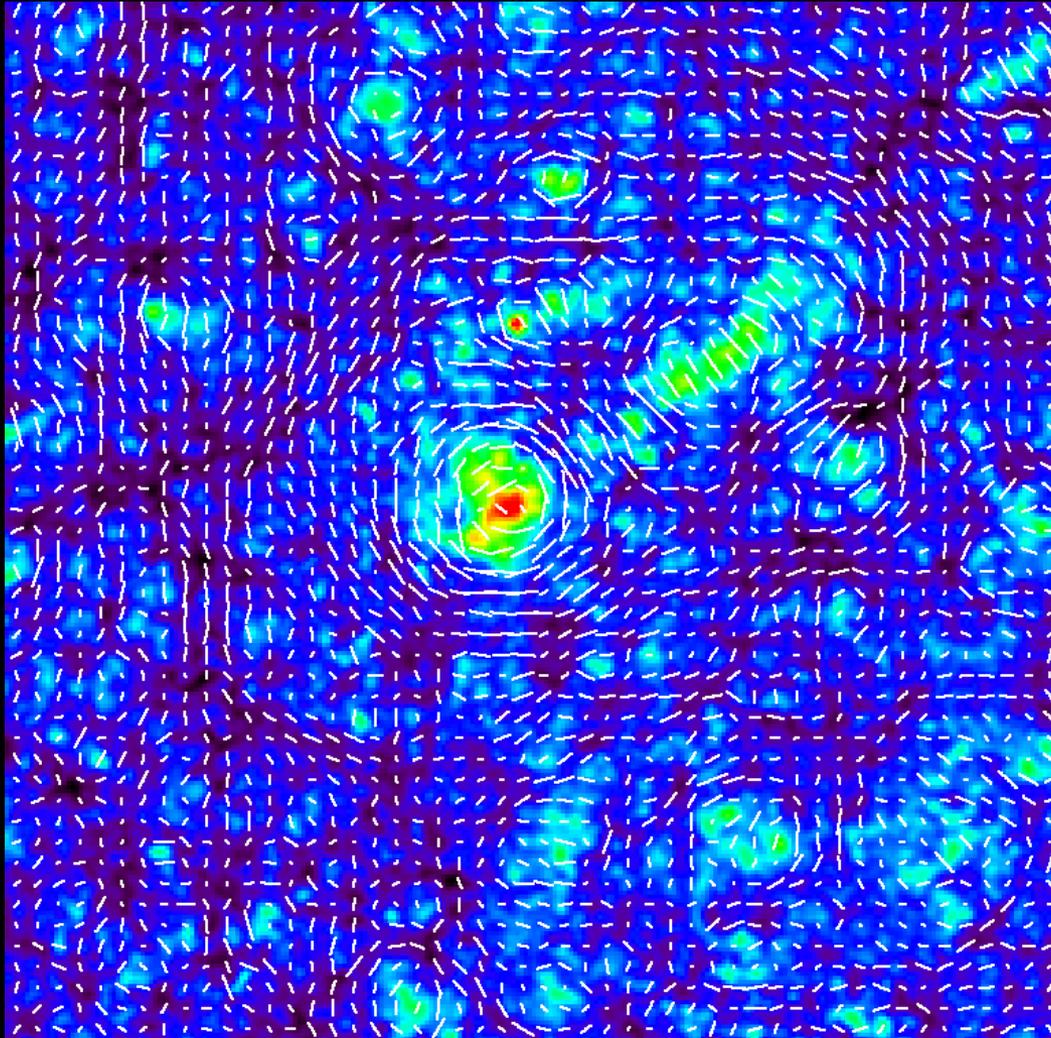
$\kappa, \gamma \ll 1 \Rightarrow$ **Slabé čočkování**



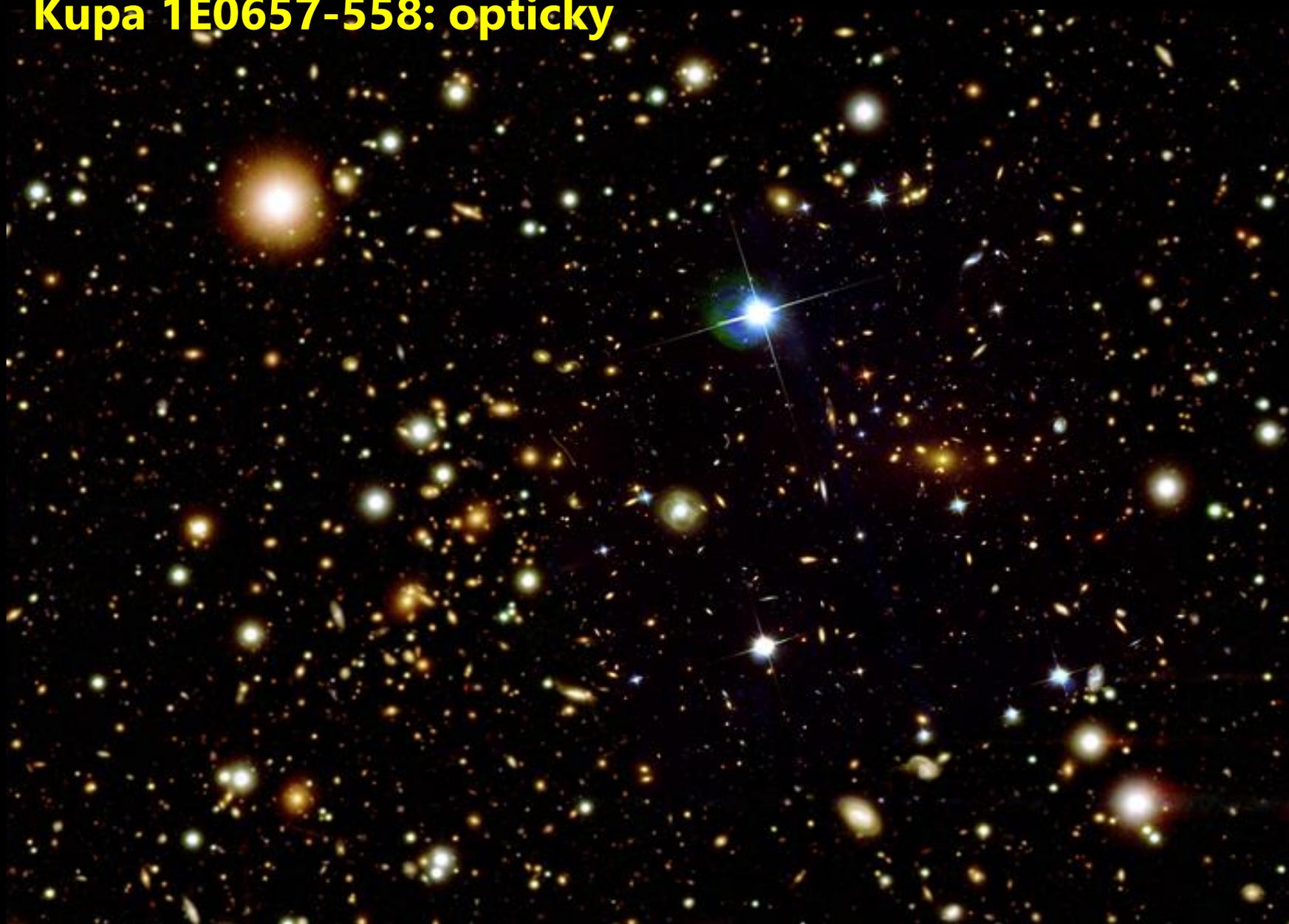
Postup při mapování hmoty:

měření γ -> výpočet κ -> **získání plošné hustoty**

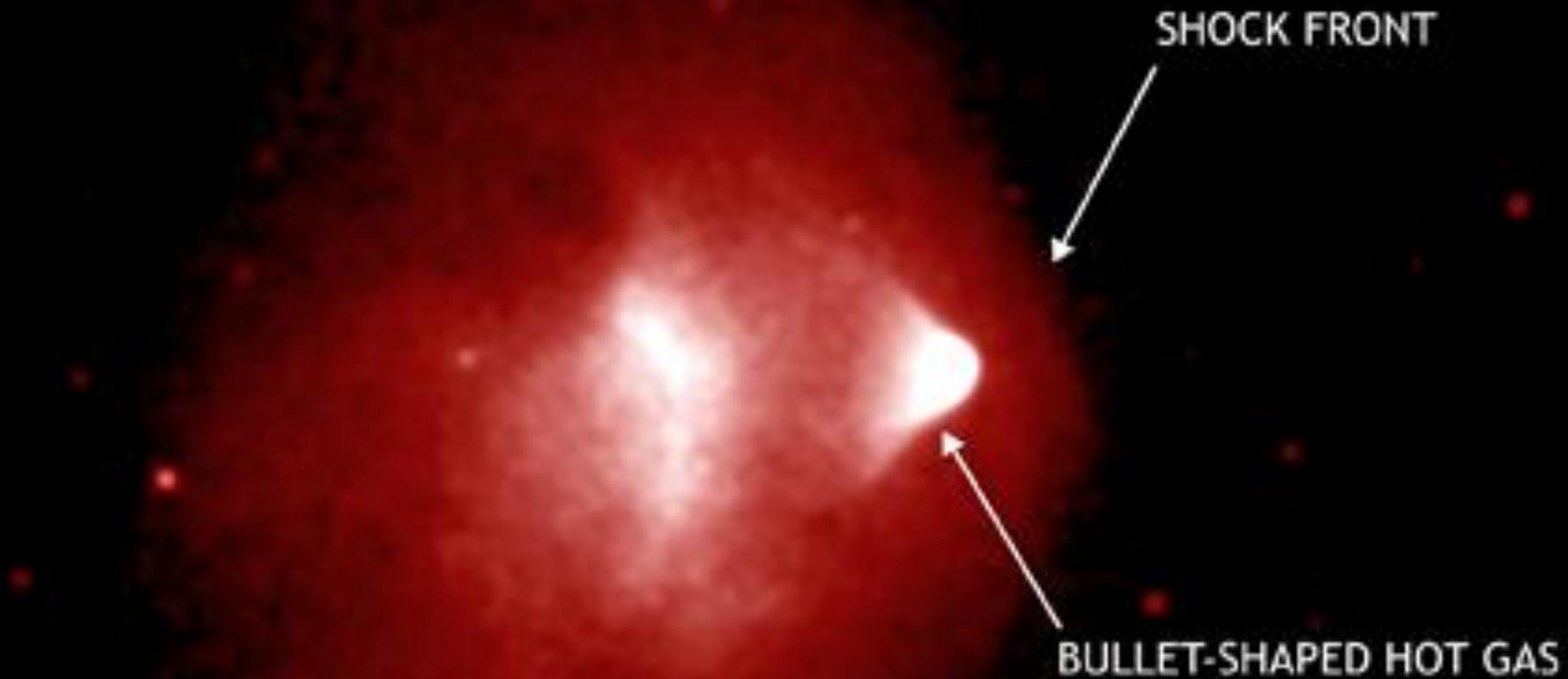
Simulace deformací obrazů vzdálených galaxií generovaných rozložením hmoty v popředí



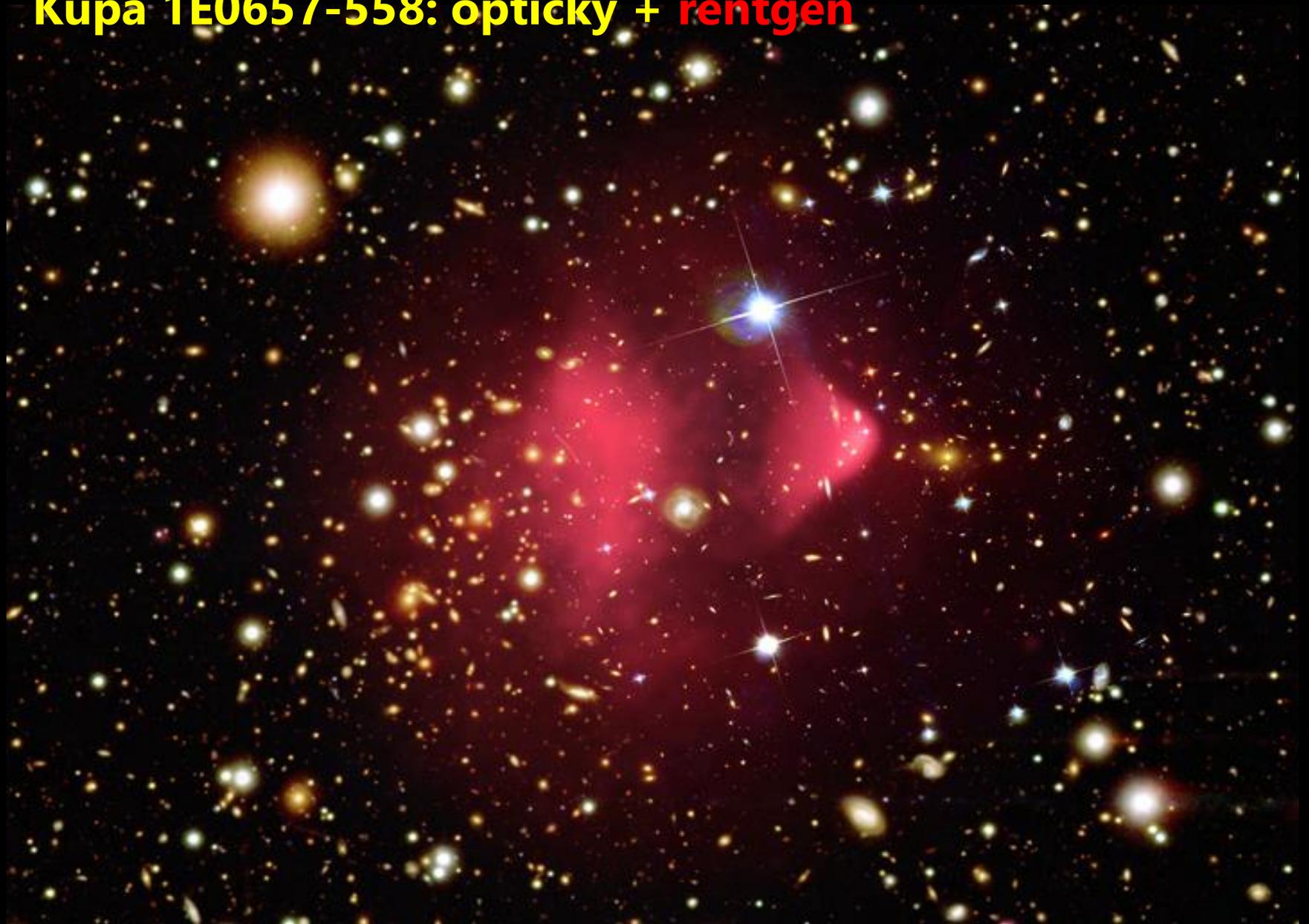
Kupa 1E0657-558: opticky



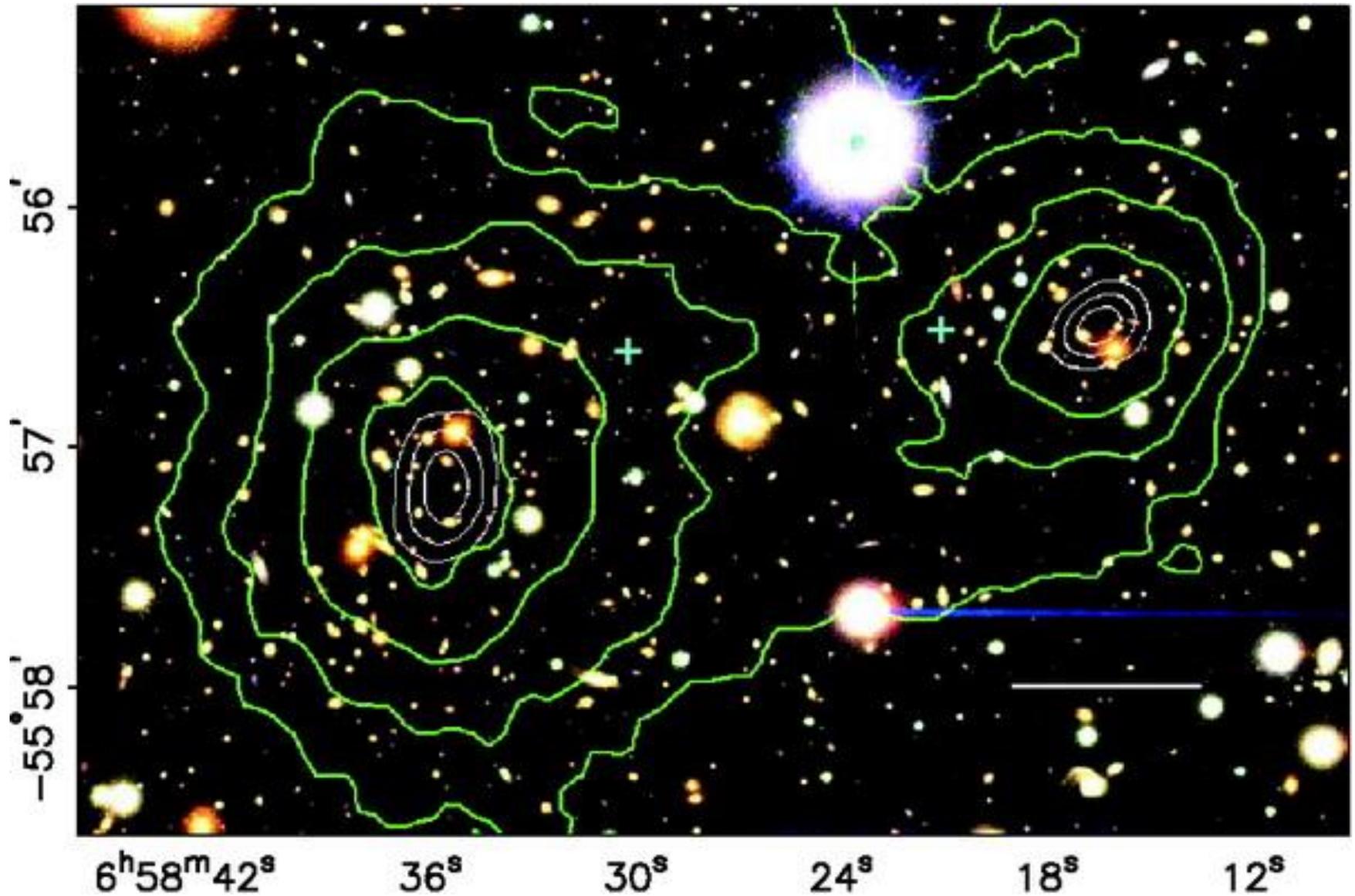
Kupa 1E0657-558: rentgen -> „Bullet cluster“



Kupa 1E0657-558: opticky + rentgen

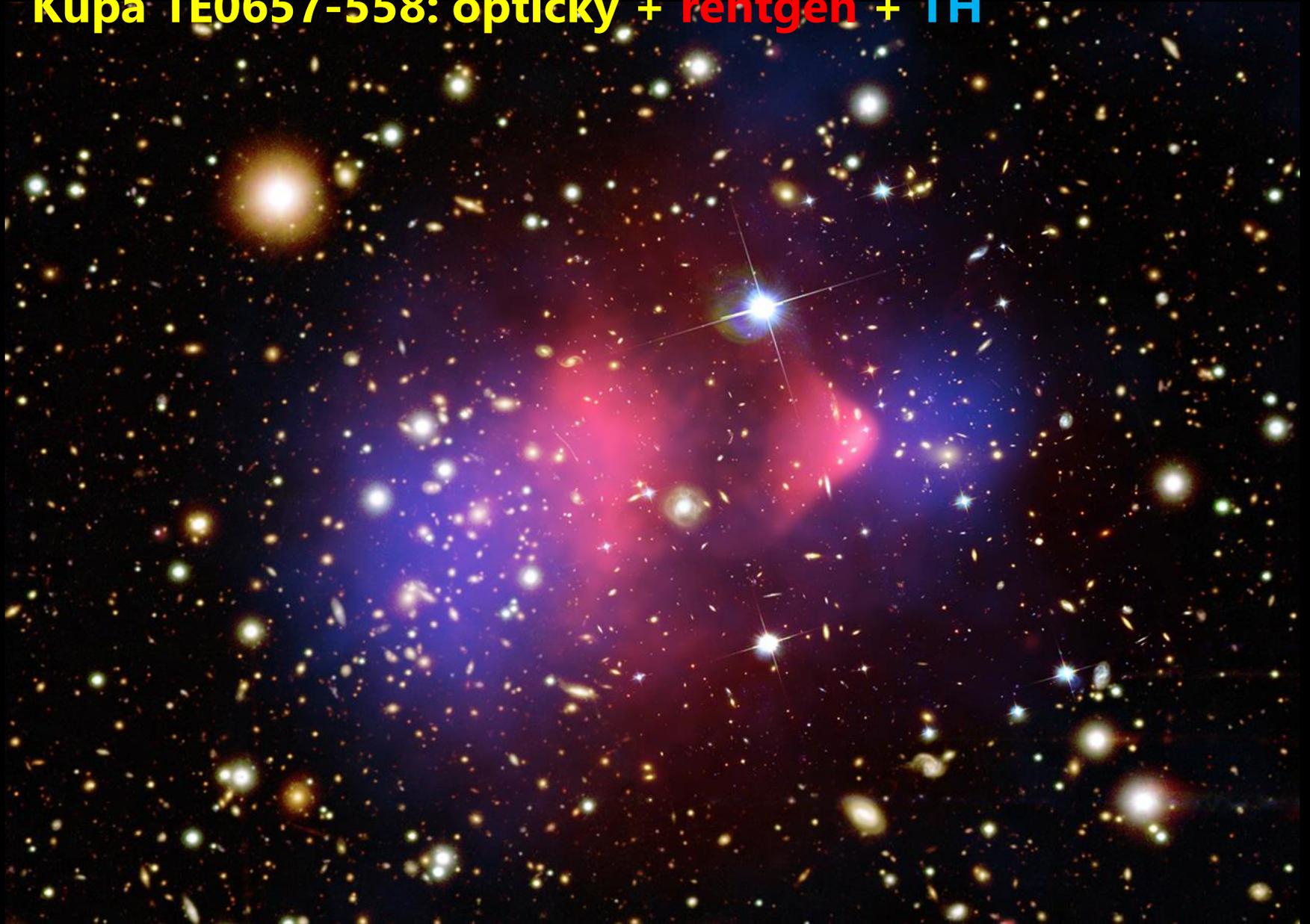


Kupa 1E0657-558: Temná Hmota



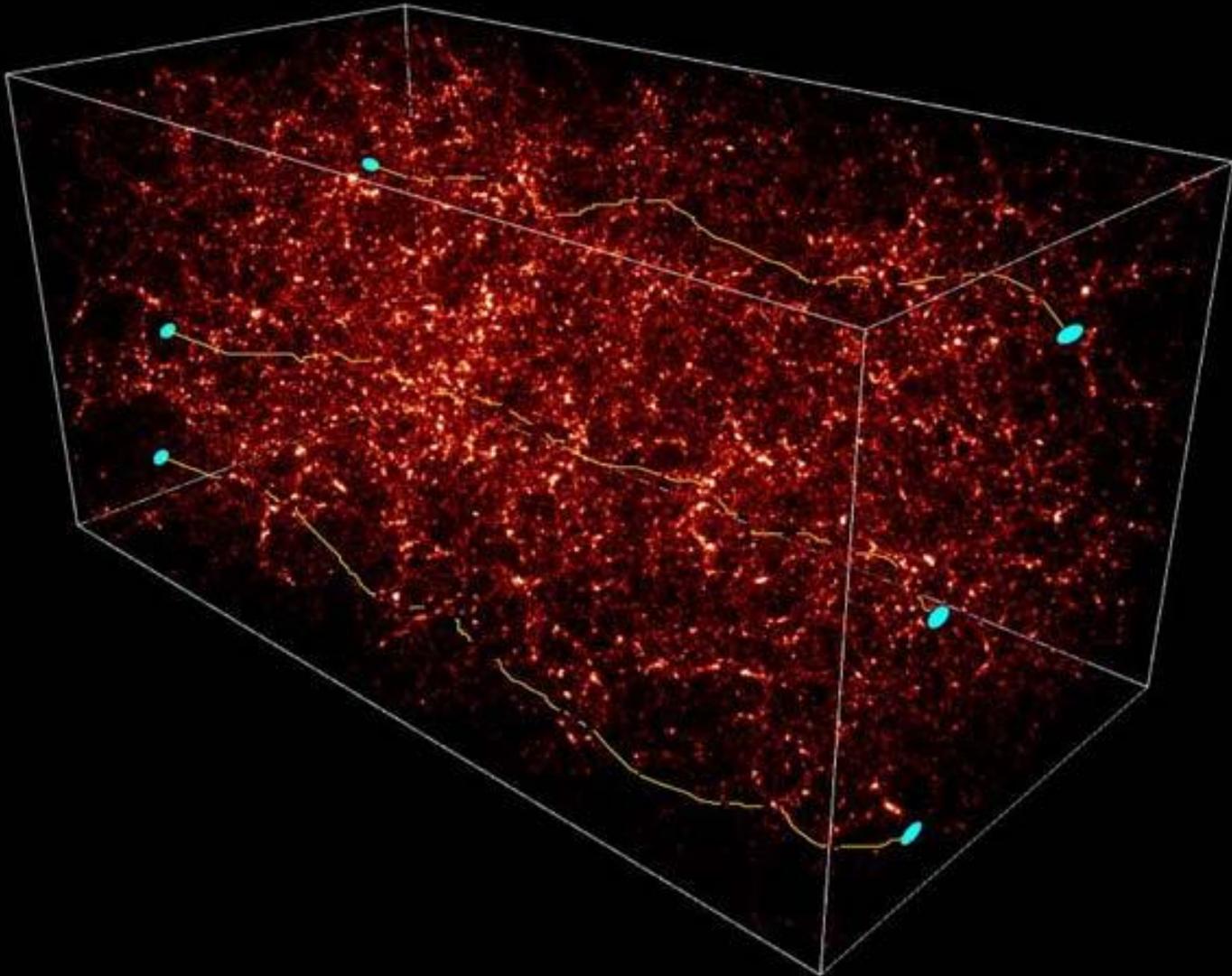
Clowe et al. (2006)

Kupa 1E0657-558: opticky + rentgen + TH



Efekt na kosmologické škále: Cosmic shear

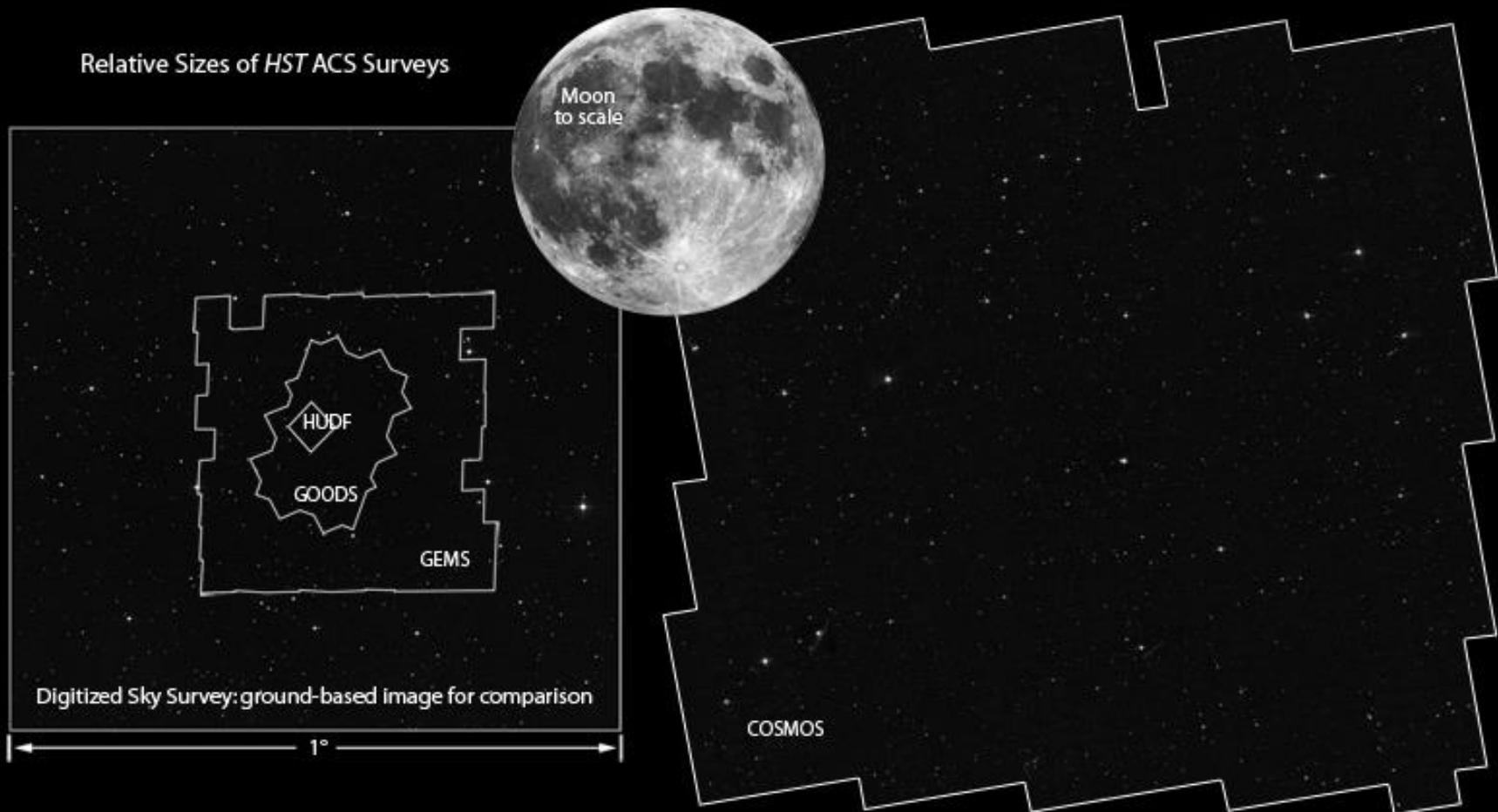
= slabé čočkování kosmologickým rozložením (temné) hmoty



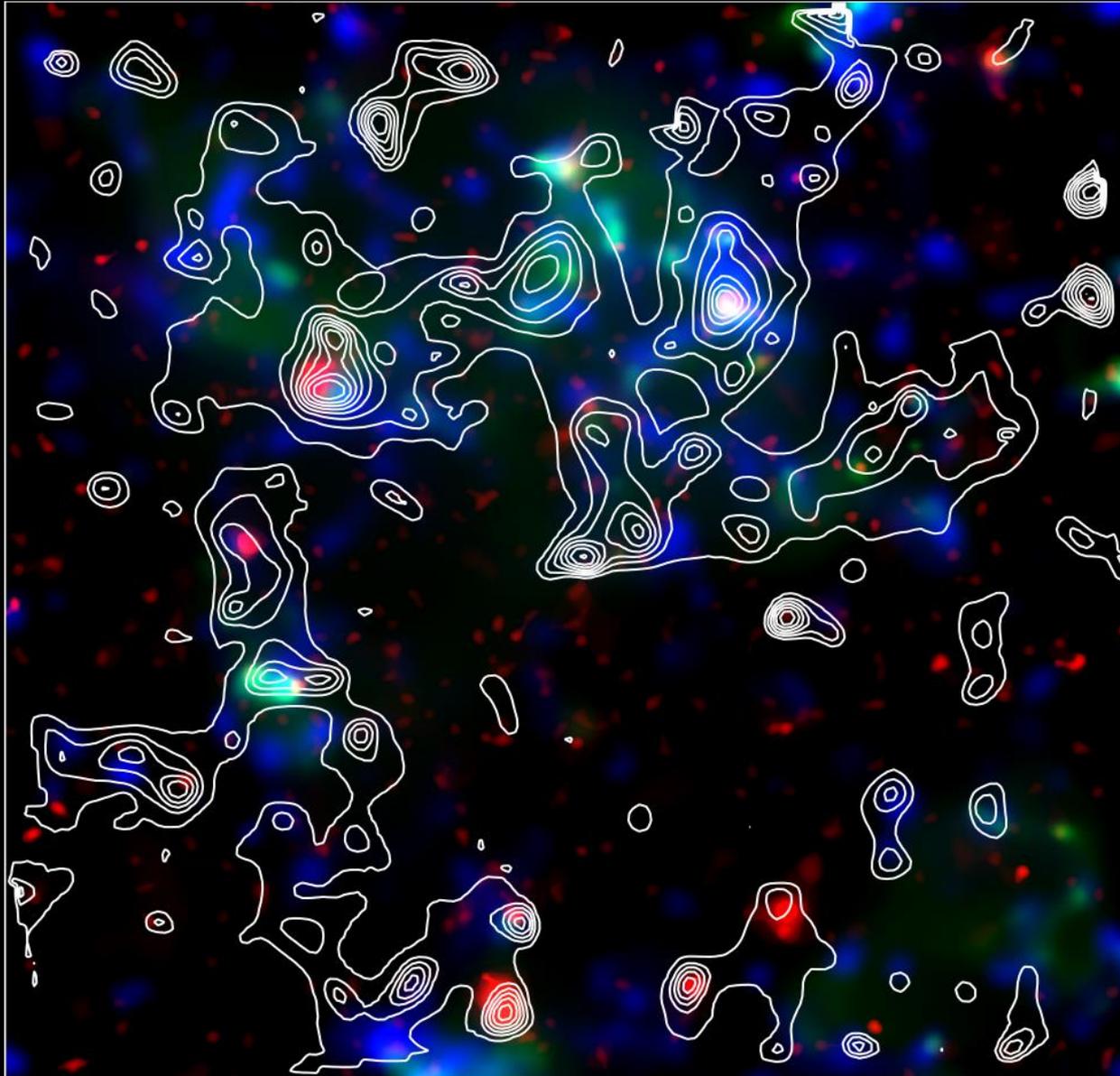
COSMOS (Massey et al. 2007)

Slabé čočkování + fotometrické redshiftы = 3-D mapování hmoty

Hubbleův kosmický teleskop: 1,6 deg² , 2 milióny galaxií



Projekt COSMOS - rozložení temné hmoty



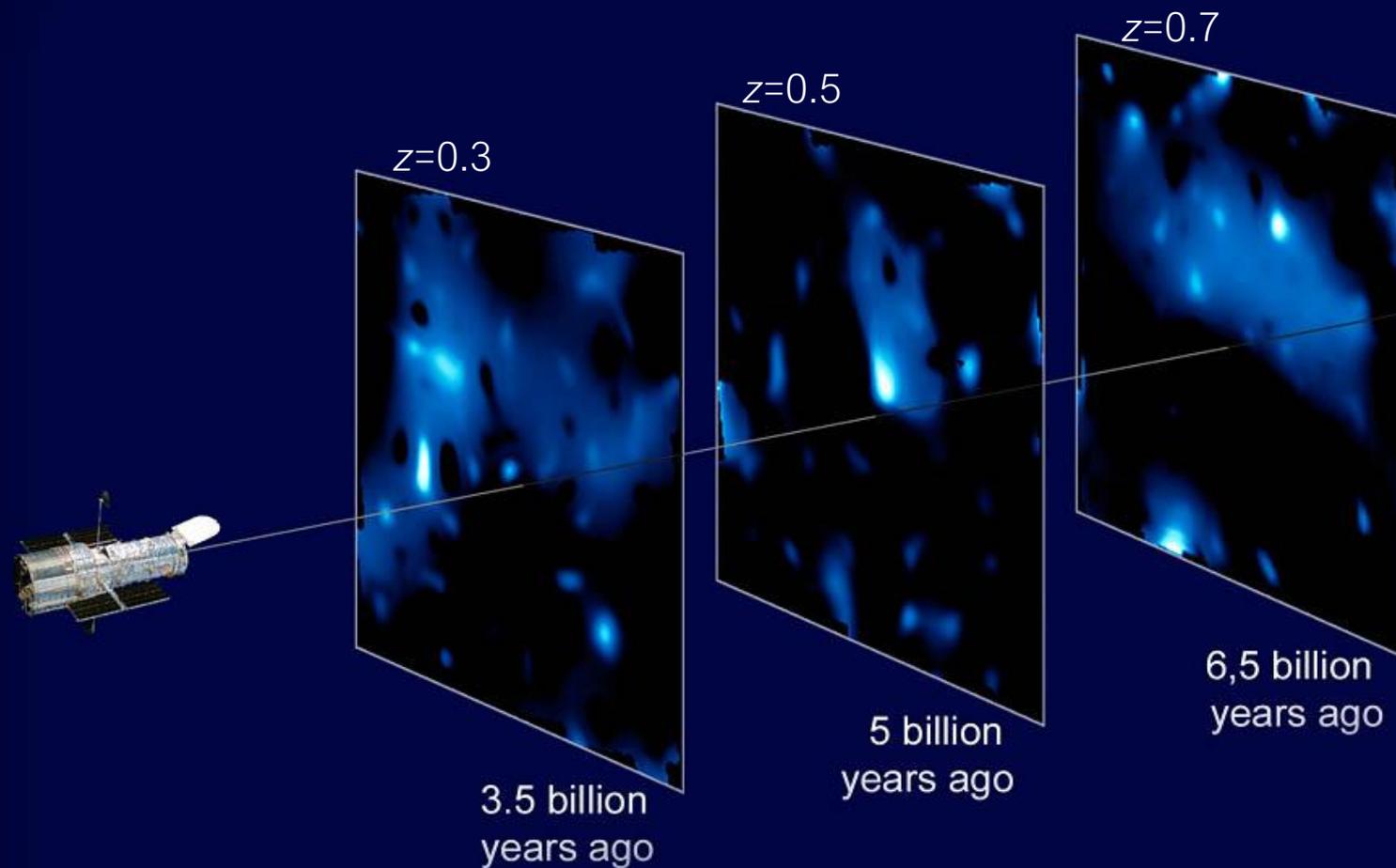
Rozložení hmoty
(HST)

Rentgenové
vyzařování
(XMM-Newton)

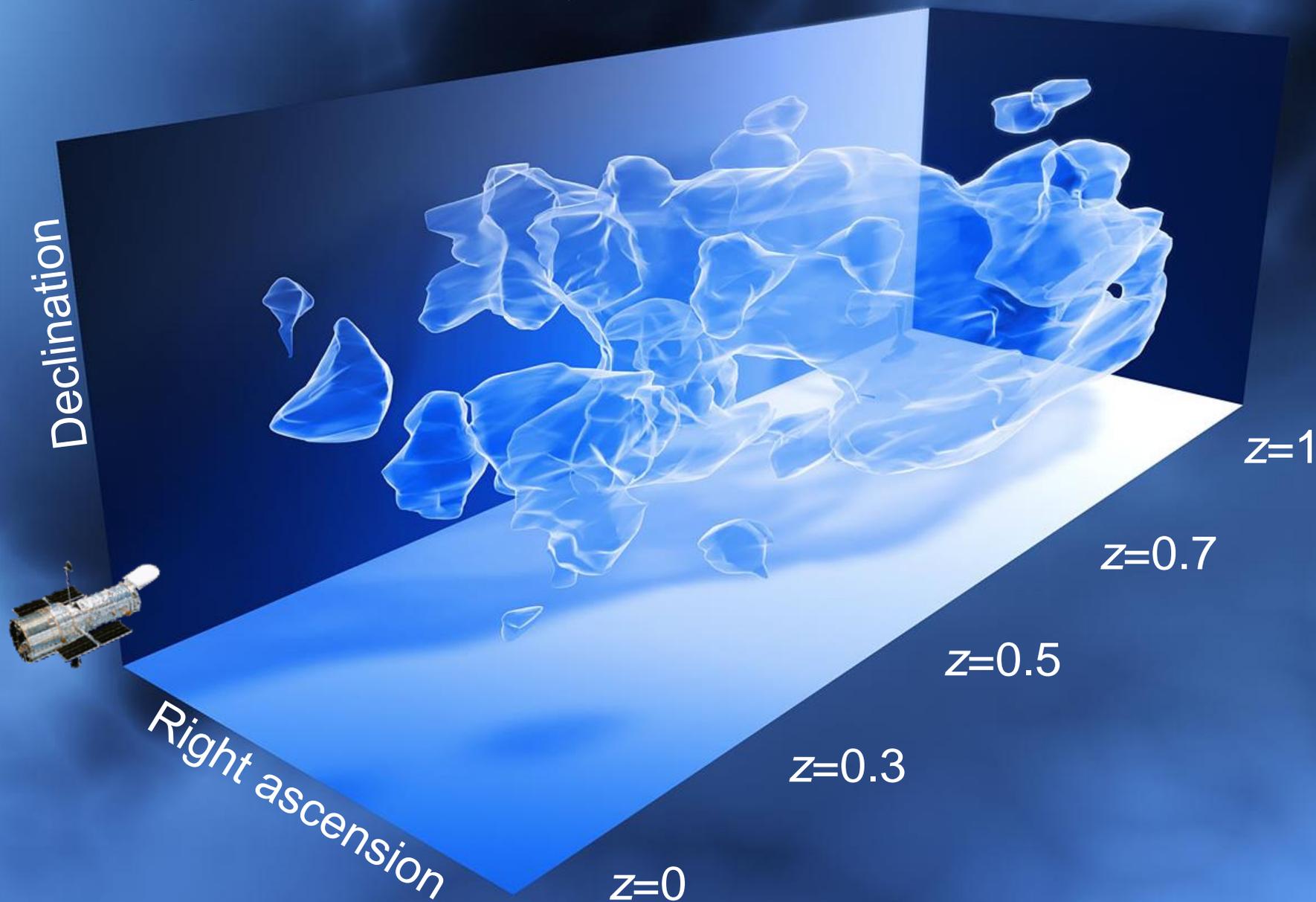
Počet galaxií
(Subaru/CFHT)

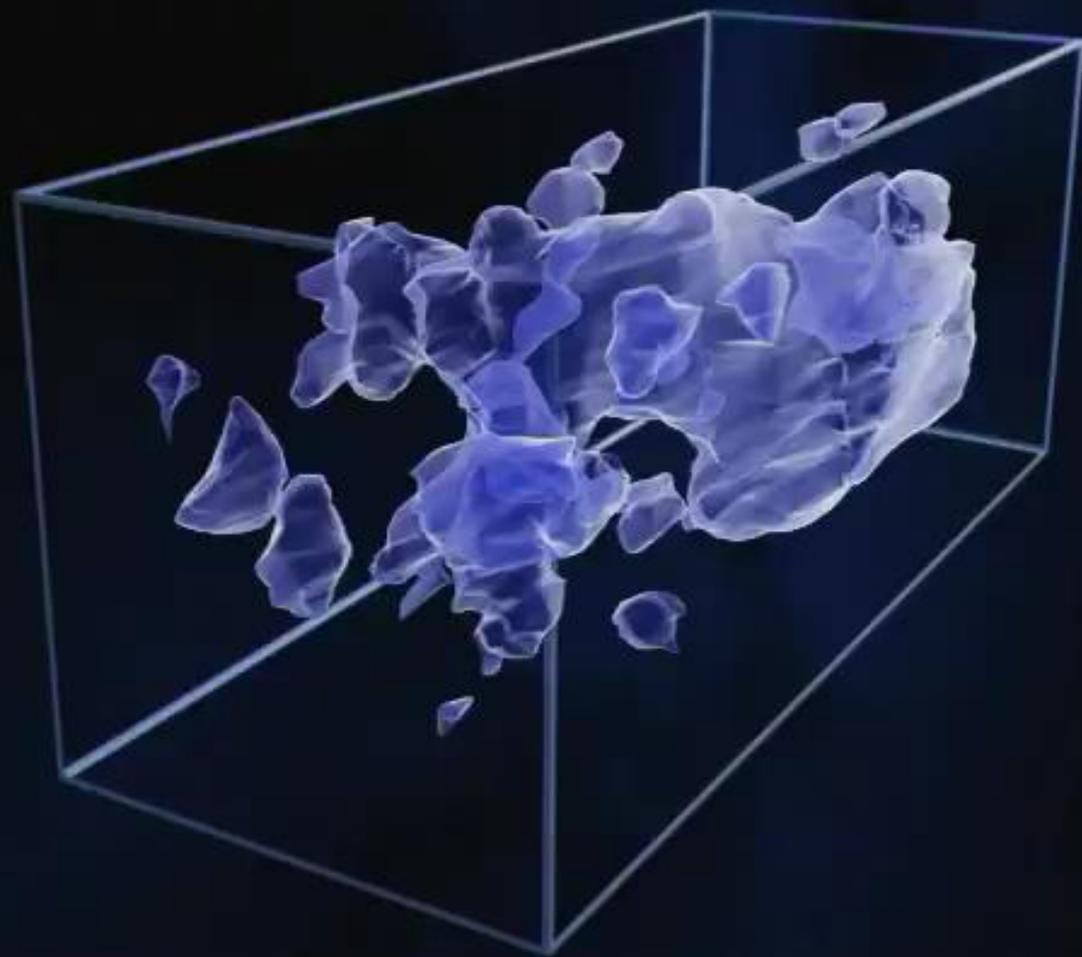
Hmota ve
hvězdách
(Subaru/CFHT)

Tomografické řezy podle vzdálenosti galaxií

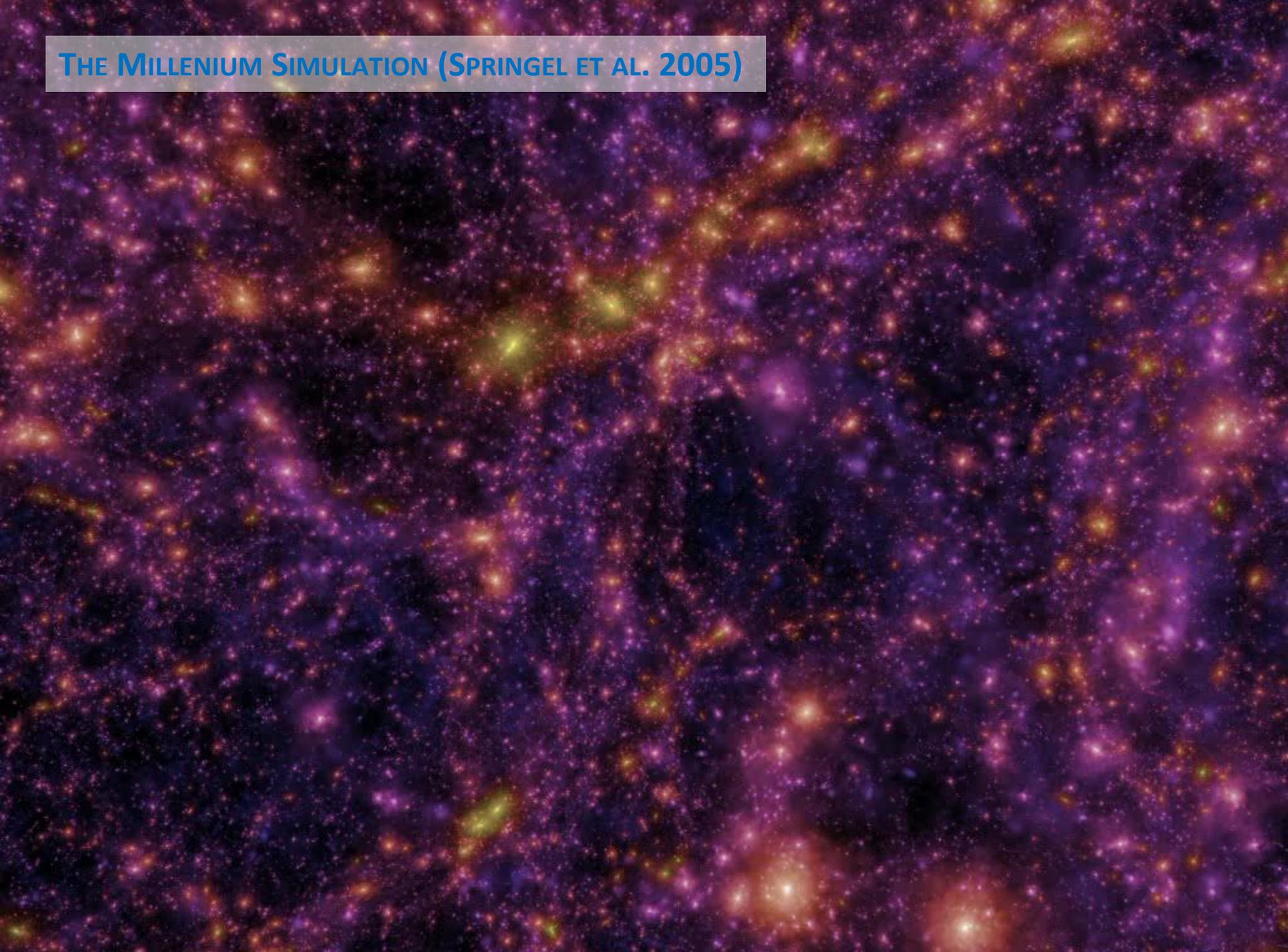


3D mapa temné hmoty

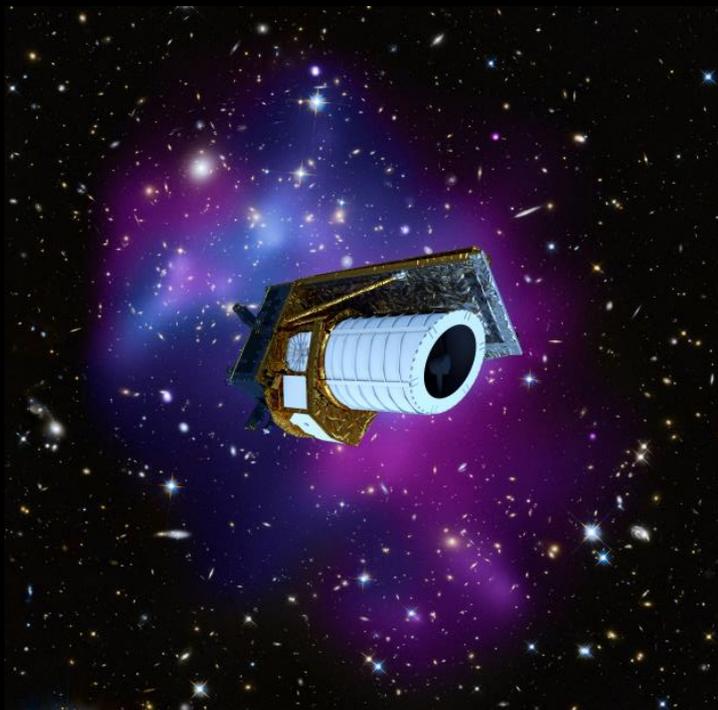




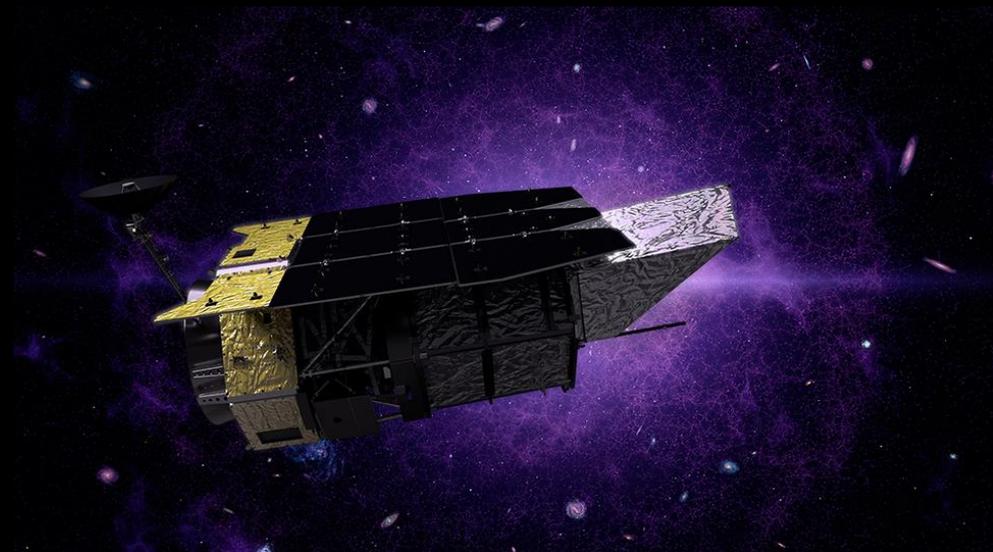
THE MILLENIUM SIMULATION (SPRINGEL ET AL. 2005)



Očekávaná celooblohová mapování rozložení hmoty



EUCLID (ESA) 2023



ROMAN ST (NASA) 2027 ?

Gravitační čočkování je nástrojem užitečným pro:

- experimentální **ověření OTR**
- pozorování **nejvzdálenějších objektů**
- hledání **exoplanet**
- mapování **rozložení hmoty** ve vesmíru

